

# Mejoramiento de la relación señal a ruido en potenciales evocados mediante métodos de regularización

Agostina Larrazábal<sup>1</sup>, Rubén Acevedo<sup>1</sup>, Leonardo Rufiner<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> LIRINS – Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Entre Ríos

<sup>2</sup> SINC – Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas – Universidad Nacional del Litoral

<sup>3</sup> CONICET – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

**Resumen**—Los potenciales evocados presentan la dificultad de tener una baja relación de señal a ruido. La técnica habitual para estimar la señal inmersa en ruido es la promediación coherente, la cual asume una serie de condiciones que en la realidad son difíciles de cumplir, por este motivo es de interés evaluar alternativas a esta técnica. En este trabajo, se aborda el mejoramiento de la relación señal a ruido mediante un enfoque de problema inverso utilizando métodos de regularización. Se utilizaron registros simulados y reales de potenciales evocados relacionados con eventos. Se comparó el desempeño del método de descomposición en valores singulares truncada (TSVD) con la promediación coherente. Los índices de desempeño utilizados fueron el coeficiente de correlación y el error cuadrático medio. En todos los casos, el método TSVD tuvo un desempeño superior a la promediación coherente. En trabajos futuros se propone evaluar otros parámetros como la base elegida para la descomposición y una manera objetiva para fijar los parámetros del método.

**Palabras clave**—potenciales evocados relacionados a eventos, interfaces cerebro computadoras, métodos de regularización, TSVD.

**Abstract**— The main difficulty that evoked potentials represent is a low signal to noise ratio. The usual technique used for estimating the signal immersed in noise is the coherent averaging, which presents a set of conditions that in reality are difficult to fulfill. Therefore, alternatives to this technique need to be evaluated. This work addresses the improvement of the signal-to-noise ratio by means of inverse problem using regularization methods. Real and simulated records of event related potentials were used. The performance of truncated singular value decomposition (TSVD) and coherent averaging were compared. The correlation coefficient and the mean square error were the performance indexes chosen. In all cases, the performance of the TSVD method was superior to the coherent averaging. However, the choice of other parameters, such as the basis for the decomposition, and an objective way to set the parameters of the method will need further evaluation.

**Keywords**— event related potentials, brain computer interface, regularization methods, TSVD.

## I. INTRODUCCIÓN

Los potenciales evocados (PE) en sus distintas modalidades (auditivos, visuales y somatosensoriales) son señales eléctricas registradas en el cuero cabelludo mediante electrodos, que se producen como respuesta de los sistemas sensoriales a la aplicación de un estímulo adecuado. Sin embargo, en su adquisición además de la respuesta evocada por el estímulo en la vía nerviosa de interés, se registran otros potenciales no deseados generados por diversas fuentes, tanto fisiológicas como no fisiológicas (por ejemplo electroencefalograma, electromiograma, ruido de instrumentación electrónica, tensión de alimentación de línea, entre otras). La técnica comúnmente utilizada para mejorar la relación señal a ruido (RSR), y así estimar la señal de PE, es la promediación coherente o sincronizada; la cual consiste en aplicar sucesivos estímulos y promediar la actividad eléctrica registrada (denominada *época*) en forma

sincronizada con el instante de tiempo en que se aplica el estímulo [1].

Si bien la promediación es de uso masivo, presenta limitaciones que justifican buscar alternativas a ésta. Una limitación es el tiempo requerido para lograr una estimación confiable del PE, que dependiendo de la modalidad del mismo puede insumir más o menos tiempo. Otra, es que la promediación es un buen estimador sólo si se asume que la señal de PE se mantiene constante de época a época y que el ruido (el resto de los potenciales registrados) es del tipo aditivo, estacionario, blanco y con media cero. Estas hipótesis no son ciertas para la mayoría de los casos, por lo cual el resultado obtenido de la promediación es una estimación de la señal real de PE con un cierto grado de error. Debido a esto se han explorado alternativas para intentar disminuir el tiempo requerido en la obtención de un trazo confiable de la señal de PE, aplicando wavelets [2], algoritmos evolutivos [3], promediación pesada dato dependiente [4], métodos que utilizan información estadística del electroencefalograma y de los potenciales evocados [5] y métodos de subespacios [6], entre otras.

Un caso particular de PE son los Potenciales Evocados Relacionados a Eventos (ERP, del inglés *event related potentials*), los cuales se utilizan para implementar uno de los paradigmas de interfaces cerebro computadoras (BCI, del inglés *brain computer interface*) [7].

Un modelo de BCI basada en estímulos visuales consiste en organizar por renglones y columnas sobre una matriz caracteres que permiten el deletreo. La ventaja más sobresaliente de esta técnica, es que no requiere de ningún entrenamiento para el usuario, al mismo tiempo que resulta natural en tareas de selección de objetivos (deletreo de palabras, selección de direcciones, selección de menús, etc.).

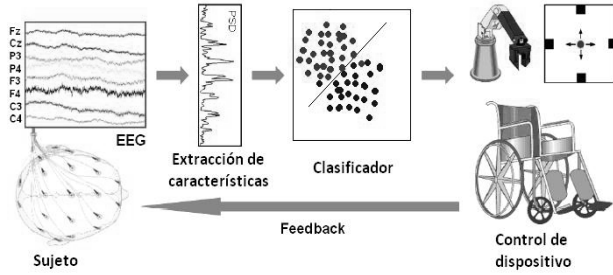


Fig. 1: Arquitectura general de una BCI para control de dispositivos.

En la Figura 1 se muestra la arquitectura general de una BCI propuesta por Millán *et al* [8], donde se describen los bloques funcionales de la misma, en el cual una persona controla un dispositivo, por ejemplo una silla de ruedas motorizada [9].

En este trabajo se aborda el problema del mejoramiento de la RSR de ERP desde el enfoque de un problema inverso y se compara el desempeño de métodos de regularización con la promediación coherente.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

### A. Enfoque del problema mediante problema inverso

Asumiendo las mismas hipótesis que en la promediación coherente, es decir que los cambios presentes en los ERP producidos por diferentes estímulos son muy pequeños, y que el ruido de base es aleatorio, estacionario y no correlacionado con la señal de ERP. La actividad eléctrica registrada de la  $i$ -ésima época  $x_i(n)$  se puede representar mediante un modelo aditivo de la siguiente manera:  $x_i(n) = s(n) + r_i(n)$ , donde  $s(n)$  son los ERP y  $r_i(n)$  el ruido. La promediación coherente de  $L$  épocas está dada por:

$$\bar{x} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L x_i(n) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L s(n) + r_i(n) \quad 0 < n < N - 1 \quad (1)$$

Cuanto mayor sea  $L$  mayor será la disminución de la varianza del ruido y mejor será la estimación de  $s(n)$ .

En el contexto de espacios de señales, se pueden considerar las señales  $x_i(n)$ ,  $s(n)$  y  $r_i(n)$  como vectores de  $N$  muestras pertenecientes a un espacio vectorial en  $\mathbb{R}^N$ , lo cual permite aprovechar las propiedades y herramientas asociadas a este, tales como las estructuras geométricas y algebraicas así como también el producto interno. De ahora en adelante se hará referencia a las señales  $x_i(n)$ ,  $s(n)$  y  $r_i(n)$  como  $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{r}_i$  [10].

Suponiendo que  $\mathbf{r}_i = 0$ , entonces es posible modelar  $\mathbf{s}$  como una combinación lineal de elementos de una base en  $\mathbb{R}^N$  (como por ejemplo gaussianas o wavelets entre otras); mediante la siguiente expresión matricial:

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{h}_1\theta_1 + \dots + \mathbf{h}_r\theta_r \quad (2)$$

donde  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times r}$ ,  $\mathbf{h}_i$  con  $1 \leq i \leq r$  son las columnas de  $\mathbf{H}$  que representan los elementos de la base y  $\theta_i$  son escalares que multiplican los elementos de la base.

En el caso de señales reales de ERP, no se dispone de la señal  $\mathbf{s}$ , sino de una estimación  $\bar{\mathbf{x}} \approx \mathbf{s}$  obtenida mediante promediación coherente de una cantidad adecuada de épocas  $L$ . Entonces (2) se puede escribir como  $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta}$ , en este caso es adecuado plantear un problema de mínimos cuadrados dado por:

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{H}\boldsymbol{\theta} - \bar{\mathbf{x}}\|_2^2 \quad (3)$$

cuya solución (denominada solución *naive*) está dada  $\bar{\boldsymbol{\theta}}_{\text{naive}} = \text{pinv}(\mathbf{H})\bar{\mathbf{x}}$ , donde  $\text{pinv}(\mathbf{H})$  es la matriz inversa generalizada de Moore-Penrose de  $\mathbf{H}$  [11].

En general esta constituye una buena aproximación para niveles bajos de ruido, pero cuando la RSR es muy baja el problema se vuelve mal condicionado y se hace necesario emplear métodos de regularización para obtener una solución mejor. En el presente trabajo se utilizó el método de descomposición en valores singulares truncada (TSVD).

### B. Métodos de regularización

La principal dificultad de los problemas mal condicionados es que son indeterminados para valores singulares pequeños de la matriz  $\mathbf{H}$  y que son muy sensibles a perturbaciones, es decir, pequeñas perturbaciones en la entrada producen grandes perturbaciones en la salida. Los métodos de regularización de manera general aproximan un problema mal condicionado por medio de problemas bien condicionados similares [11].

Debido a que no se cuenta con toda la información de la señal deseada se debe considerar información adicional que permita tener criterios dentro de un conjunto factible de reconstrucciones. Es decir, es necesario incorporar más información sobre la solución para la estabilización del problema y poder seleccionar una solución útil y estable, siendo este el propósito de la regularización.

A pesar de que es posible agregar muchos tipos de información adicional, el enfoque dominante en los problemas de regularización es exigir que la norma  $l_2$  de la solución sea pequeña [11].

#### B.1 Descomposición en valores singulares truncada (TSVD)

Este método se basa en una herramienta muy versátil del álgebra lineal denominada *descomposición en valores singulares* (SVD).

Si se tiene una matriz rectangular  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times r}$  con  $N \geq r$  se la puede descomponer de la siguiente manera:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^r \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^T \quad (4)$$

donde  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_r)$  y  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r)$  son los vectores singulares izquierdos y derechos de la matriz  $\mathbf{H}$  y ambas matrices son ortogonales [11].

La matriz  $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$  es una matriz diagonal cuyos elementos son los valores singulares de la matriz  $\mathbf{H}$ . Los mismos son no negativos y se encuentran ordenados de manera decreciente:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$$

Considerando esta descomposición, puede demostrarse que la solución *naive*  $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta}_{\text{naive}}$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$\theta_{naive} = \sum_{i=1}^r \frac{u_i^T b}{\sigma_i} v_i \quad (5)$$

Como se mencionó anteriormente, esta solución no es adecuada para el problema abordado en este trabajo. Sin embargo, algunos de los valores singulares contienen información útil sobre la señal deseada. Esta información está asociada a los valores singulares de mayor valor.

Para extraer la información útil descartando los posibles componentes erróneos, el método de TSVD utiliza los  $k$  primeros valores singulares para reconstruir la señal de la siguiente manera [12]:

$$\theta_k = \sum_{i=1}^k \frac{u_i^T b}{\sigma_i} v_i \quad (6)$$

donde el parámetro  $k$  debe ser elegido de una manera apropiada para minimizar tanto el error producido por la presencia de ruido así como también el producido por pérdida de señal útil.

### C. Registros

#### Registro simulados

En este trabajo se utilizaron señales simuladas de ERP, se generaron épocas sumando un template de ERP y ruido blanco, con una RSR  $\approx -5$  dB. El template fue obtenido por promediación coherente de 600 épocas a partir de señales reales de ERP y posterior filtrado pasa bajos.

#### Registros reales

Se utilizaron registros obtenidos con amplificadores Grass® modelo 8-18-36, los parámetros de adquisición de las señales de EEG se indican en la Tabla I. Se utilizó el software BCI2000 desarrollado en el Wadsworth Center, Albany, New York [13].

TABLA I  
PARÁMETROS DE ADQUISICIÓN DEL EEG.

Parámetro	Descripción
Canales	Fz, Cz, Pz, Oz, C3 y C4 M1 (referencia) y M2 (tierra)
Banda de Paso	0,1 – 15 Hz
Frecuencia de Muestreo	1024 Hz

Para la estimulación se utilizó el esquema del deletreador de Donchin [7], sólo que se reemplazaron los caracteres del abecedario por íconos que controlan el movimiento de una silla de ruedas.

#### D. Elección de la base

La base utilizada (columnas de  $\mathbf{H}$ ) para representar la señal  $\mathbf{s}$  se generó mediante dilataciones y traslaciones de una función gaussiana. Se generaron 44 elementos ( $r=44$ ) a partir de 11 dilataciones y 4 desplazamientos, por lo tanto  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{1024 \times 44}$ . La base utilizada se muestra en la Figura 2.

#### E. Experiencias

Tanto en los registros simulados como en los reales se realizaron promediaciones de 20, 10, 5 y 2 épocas.

Para cada diferente RSR se utilizan todas las épocas de los registros para realizar las promediaciones, es decir, para realizar la promediación de  $n$  épocas se toma desde la época 1 a la  $n$  y se realiza la promediación, luego desde la 2 hasta la  $n+1$  y así hasta obtener las promediaciones de todas las épocas.

Luego se aplicó el método de TSVD a cada promediación, para lo cual se evaluaron diferentes valores del parámetro  $k$  hasta obtener los óptimos para cada caso.

Para evaluar el desempeño se utilizaron el *coeficiente de correlación* ( $\rho$ ) y el *error cuadrático medio* (ECM). En el caso de los registros simulados se comparó el registro obtenido por TSVD con el template utilizado para generar los mismos; mientras que en el caso de los registros reales se comparó el registro obtenido por TSVD con la promediación de 300 épocas.

## III. RESULTADOS

En la Figura 3 se muestran los resultados obtenidos con los registros simulados para promediaciones de 20, 10, 5 y 2 épocas.

En línea llena se muestra el template utilizado para generar los registros y con el cual se comparan los resultados.

En línea punteada se muestra el resultado de las promediaciones sin aplicación posterior de métodos de regularización.

En línea discontinua se muestra el resultado de aplicar el método de TSVD luego de realizar la promediación. En los casos de las promediaciones de 20 y 10 épocas mostrados en la Figura 3.a) y 1.b) el parámetro utilizado fue  $k=32$ . En el caso de las promediaciones de 5 y 2 épocas mostradas en las Figuras 3.c) y 1.d) la RSR es menor y se encontró que el mejor valor para el parámetro es  $k=10$ .

En la Figura 4 se muestran los resultados obtenidos con los registros experimentales para el caso de promediaciones de 20, 10, 5 y 2 épocas.

En línea llena se muestra la promediación de las 300 épocas, con la cual se comparan los resultados

En este caso el parámetro que mejores resultados ofreció fue  $k=5$  para todos los casos.

La Tabla II resume los resultados obtenidos al evaluar los índices de desempeño mencionados anteriormente para el caso de los registros simulados.

En la Tabla III se muestran los resultados obtenidos al evaluar los índices de desempeño para el caso de los registros experimentales.

Se calculan los índices de desempeño tanto para las promediaciones sin aplicación de métodos como para las mismas luego de aplicar TSVD con los diferentes valores de  $k$ .

## IV. DISCUSIÓN

Del análisis de las Tablas II y III se desprende que el método de regularización TSVD presenta un desempeño mucho mayor que la promediación coherente tanto para los registros simulados como para los reales.

En el caso de los registros simulados se analizaron diferentes valores del parámetro  $k$  y se encontró que en el caso de las promediaciones de 20 y 10 épocas el  $k$  óptimo fue de 32. Este valor alto del parámetro es debido a que en estos registros las hipótesis del problema se cumplen perfectamente, es decir, el ruido es blanco, de media cero y no correlacionado con el ERP, y por lo tanto este número de promediación hace que la RSR sea grande y la solución TSVD puede aproximarse a la solución *naive* dando buenos resultados. En cambio, para el caso de promediación de 5 y 2 épocas la RSR aún es muy baja, con lo cual se debió usar

TABLA II  
DESEMPEÑO DE LOS MÉTODOS PARA REGISTROS SIMULADOS.

	Sin la aplicación de TSVD		Aplicando TSVD	
	$\rho$	ECM	$\rho$	ECM
Promediación de 20 épocas	0.475±0.020	62.643±1.256	0.926±0.012	12.440±1.178
Promediación de 10 épocas	0.355±0.024	88.475±1.960	0.879±0.023	16.657±1.741
Promediación de 5 épocas	0.260±0.027	124.846±2.607	0.816±0.034	19.244±1.683
Promediación de 2 épocas	0.178±0.028	197.398±3.037	0.745±0.072	23.793±3.273

TABLA III  
DESEMPEÑO DE LOS MÉTODOS PARA REGISTROS REALES.

	Sin aplicación de TSVD		Aplicación TSVD	
	$\rho$	ECM	$\rho$	ECM
Promediación de 20 épocas	0.612±0.142	58.451±16.085	0.634±0.135	46.129±15.044
Promediación de 10 épocas	0.545±0.132	82.930±25.385	0.617±0.129	57.671±25.303
Promediación de 5 épocas	0.492±0.115	116.107±37.262	0.595±0.124	74.588±39.220
Promediación de 2 épocas	0.465±0.107	179.809±50.451	0.5727±0.124	108.299±53.830

un parámetro más pequeño para darle un mayor grado de regularización a ese problema.

En estos registros se muestra un gran incremento en el desempeño del método TSVD con respecto a la promediación coherente otorgando buenos resultados incluso con promediación de solo 2 épocas.

En el caso de los registros reales se encontró que el parámetro que mejores resultados generó en todos los casos fue  $k=5$ . Se puede observar, que para el caso de las promediaciones de 20 y 10 épocas el mejoramiento no fue notable al usar TSVD debido a que todavía se obtienen buenos resultados con la promediación. Pero en promediaciones de 5 y 2 épocas, la mejoría aportada por los métodos de regularización es muy notoria.

#### V. CONCLUSIÓN

En este trabajo se abordó el problema de mejoramiento de la relación señal a ruido, en la estimación de la señal de potenciales evocados, desde la perspectiva de un problema inverso. Si bien los resultados obtenidos son satisfactorios hay aspectos en los que se puede seguir trabajando para mejorarlos:

- Base utilizada: es necesario evaluar otras bases para determinar si hay otra más adecuada que la propuesta aquí para representar la señal de ERP (por ejemplo wavelets). Asociado a esta también hay que analizar cómo influye la cantidad de elementos que la conformen.
- Métodos de regularización: se deben investigar métodos objetivos para la determinación de los parámetros (como por ejemplo el método de la curvaL) y también otros métodos de regularización, como por ejemplo el método de Tikhonov Phillips.

#### VI. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por la Universidad Nacional de Entre Ríos (PID 6101).

#### VII. REFERENCIAS

- [1] R. Acevedo, C. Bonell, G. Gentiletti, J. Aldonate, C. Mercuri, S. Escobar, J. Biurrun. *Potenciales evocados auditivos de tronco cerebral: Aspectos tecnológicos del registro*. Revista Argentina de Bioingeniería (SABI), Vol. 12 No. 1, pp. 10-17, Junio 2006, ISSN: 0329-5257
- [2] G. Sita and A. G. Ramakrishnan. *Wavelet Domain Nonlinear Filtering for Evoked Potential Signal Enhancement*. Computers and Biomedical Research 33, 431-446 (2000).
- [3] S. Turner, P. Picton, J. Campbell. Extraction of short-latency evoked potentials using a combination of wavelets and evolutionary algorithms. *Medical Engineering & Physics* 25 (2003) 407-412.
- [4] M. Sasha John, Andrew Dimitrijevic, Terence W. Picton. *Weighted averaging of steady-state responses*. *Clinical Neurophysiology* 112 (2001) 555-562.
- [5] Giovanni Sparacino, Stefano Milani, Edoardo Arslan, Claudio Cobelli *A Bayesian approach to estimate evoked potentials..* *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 68 (2002) 233-248.
- [6] Pasi A. Karjalainen, Jari P. Kaipio, Anu S. Koistinen, and Marko Vauhkonen. *Subspace Regularization Method for the Single-Trial Estimation of Evoked Potentials*. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, vol. 46, no. 7, July 1999.
- [7] Donchin E, Spencer KM, Wijesinghe R. *The mental prosthesis: Assessing the Speed of a P300-Based Brain-Computer Interface*, *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, 8:174-179 2000.
- [8] J. del R. Millán, P. W. Ferrez, F. Galán, E. Lew, "Non-invasive brain-machine interaction", *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 20, pp. 1-13, 2007.
- [9] G.G. Gentiletti, J.G. Gebhart, R.C. Acevedo, O. Yáñez-Suárez, V. Medina-Bañuelos, "Command of a simulated wheelchair on a virtual environment using a brain-computer interface", *Ingénierie et Recherche Biomédicale*, Elsevier Publisher, Vol. 30, No. 5, pp. 218-225, Noviembre de 2009.
- [10] Milone D., Rufiner H., Acevedo R., Di Persia L., Torres H; *Introducción a las señales y los sistemas discretos*, Ed. EDUNER (2006). ISBN: 950-698-1736.

[11] Hansen P.C., Deconvolution and regularization with Toeplitz matrices, Numerical Algorithms, 2002  
 [12] Hansen P.C., Regularization Tools, A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problemas, 2008.  
 [13] <http://www.bci2000.org/BCI2000/Home.html>  
 [14] L. A. Farrel y E. Donchin, "Taking off the top of your head: toward a methal prothesis utilizing event related brain potentials", Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, vol. 70, pp. 510-523, 1988.

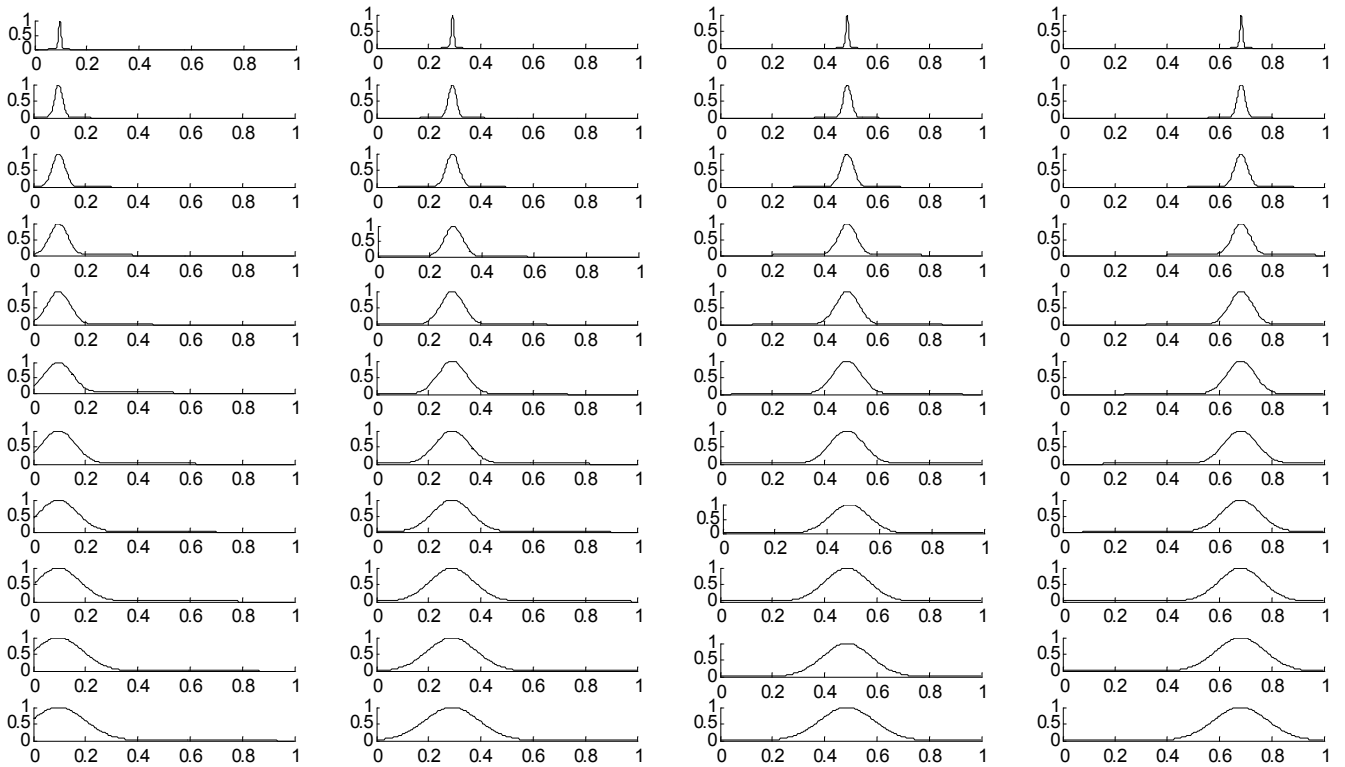


Fig 2: Base utilizada formada por funciones gaussianas.

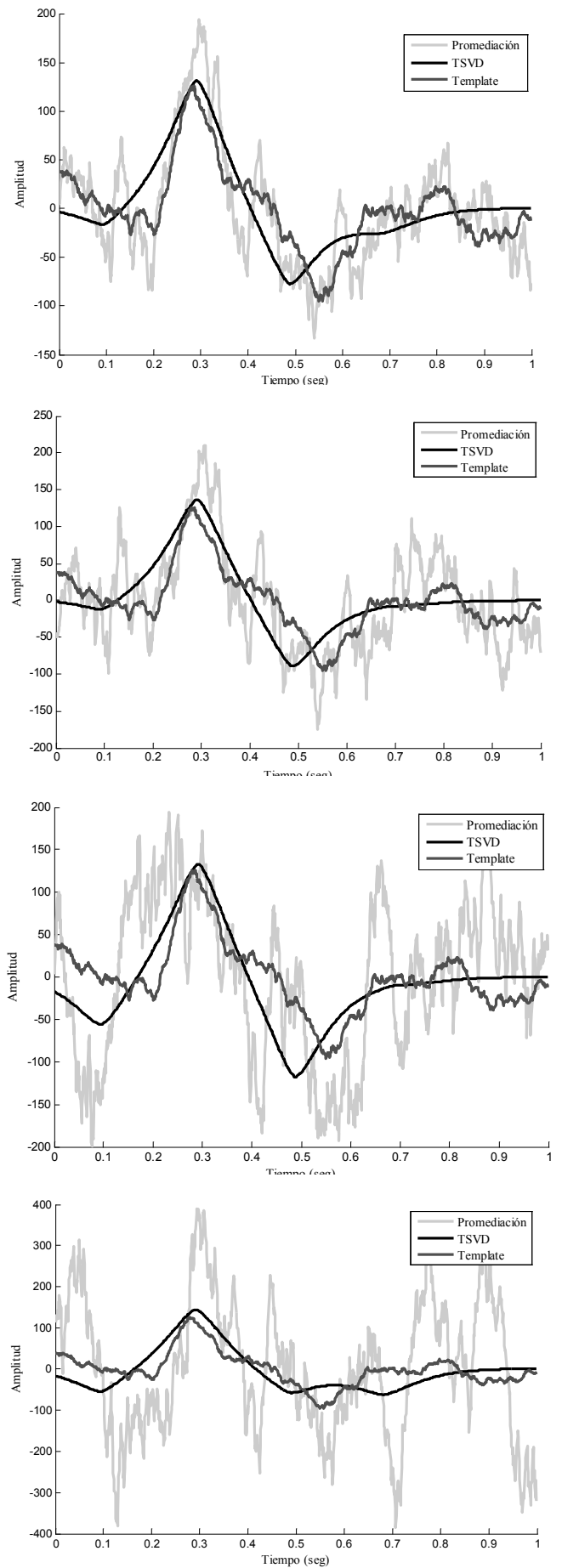
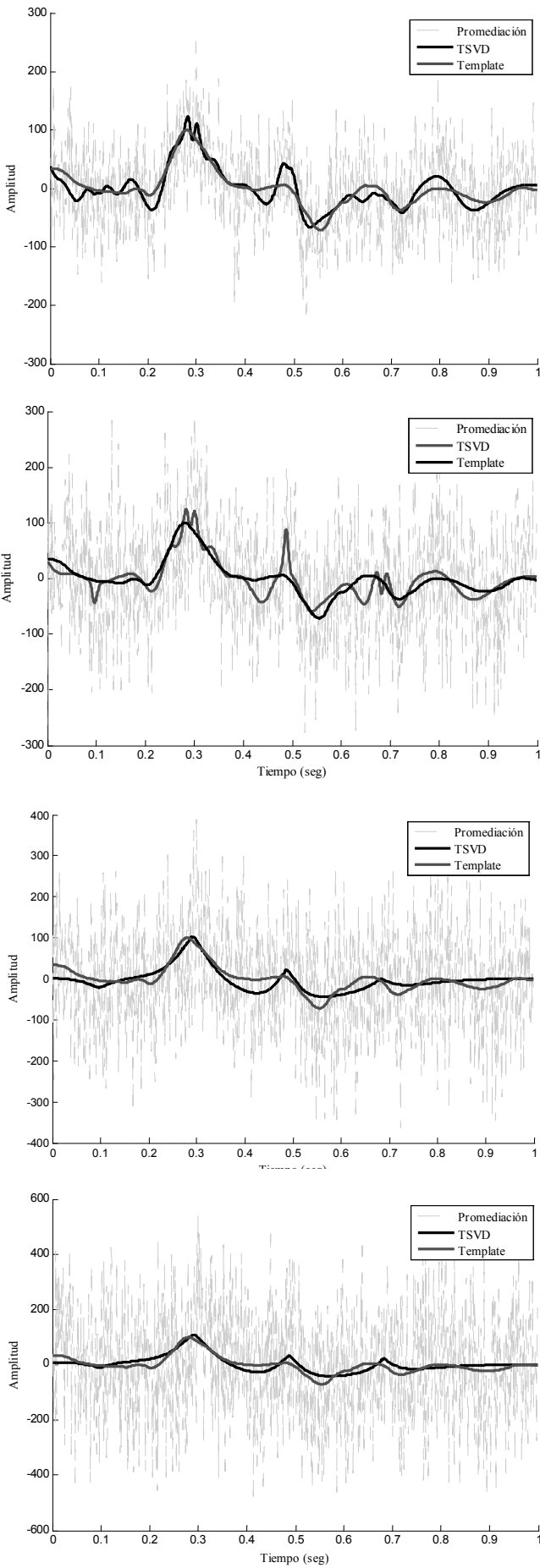


Fig. 3: Registros simulados de ERP promediados y “regularizados” para el caso de a)20 épocas b)10 épocas c) 5 épocas y d) 2 épocas.

Fig. 4: Registros reales de ERP de promediados y “regularizados” para el caso de a) 20 épocas, b) 10 épocas, c) 5 épocas y d) 2 épocas

sinc(i) Research Center for Signals, Systems and Computational Intelligence (fich.unl.edu.ar/sinc)  
A. Larrazabal, R. C. Acevedo & H. L. Rufiner, "Mejoramiento de la relación señal a ruido en potenciales evocados mediante métodos de regularización"  
Revista Argentina de Bioingeniería, Vol. 18, No. 1, Nov, 2012.