


# Programação do processo de fusão para fundições de pequeno porte

Larissa Faria <sup>1\*</sup> Ignácio Eduardo Jesus Rubio Scola <sup>2</sup> Aline Pereira Leite Nunes <sup>1</sup> 

## Resumo

Frente a vários desafios no âmbito de competitividade mundial, a indústria de fundição de metais ferrosos busca medidas de redução de custos de seus processos internos. Neste trabalho, através do estudo de um modelo matemático relacionado à otimização de processos produtivos, busca-se auxiliar as empresas nas tomadas de decisão tático-operacional e, conseqüentemente, obter redução de custos de produção. Este estudo visa a minimização da função custo através da minimização das penalidades – entendidas como variáveis – envolvidas no processo, para melhor atendimento da carteira de pedidos. Estas variáveis são referentes a atrasos e antecipações de fusões de ligas, bem como preparação do forno. O modelo desenvolvido para empresas de pequeno porte é um modelo de programação linear estruturada multiperíodo inteira mista, resolvida através de programação em MatLab. Nas condições apresentadas, o modelo se mostrou satisfatório quanto a possibilidade de redução de custos em função de uma melhor programação das fusões, chegando a obter até 91% de redução de custo total na programação em um dos cenários estudados, o que não podia ser verificado anteriormente através de uma programação manual.

**Palavras-chave:** Fundição; Modelo matemático; Pesquisa operacional; Programação da produção.

## Programming of the merger process for small foundries

### Abstract

Faced with several challenges in the context of global competitiveness, the ferrous metal smelting industry seeks measures to reduce the costs of its internal processes. In this work, through the study of a mathematical model related to the optimization of productive processes, it is sought to help the companies in tactical-operational decision making and, consequently, to obtain reduction of production costs. This study aims at minimizing the cost function by minimizing the penalties involved in the process, to better serve the order book. These penalties refer to delays and anticipations of alloy mergers as well as penalties for furnace preparation. The model developed for small businesses is a multiperiod structured linear programming mixed, solved through programming in MatLab. The model proved to be satisfactory in terms of meeting the proposed objectives, reducing the total cost of the programming (this cost refers to the predefined value for the conditions of: keeping items in stock, delaying items in manufacturing, switching between different alloys in sequential loads). According to the simulations of conditions, up to 91% of the total cost reduction was obtained, which could not be verified previously through manual programming.

**Keywords:** Casting; Mathematical model; Operational research; Production schedule.

### 1 Introdução

Indústrias atuantes no ramo de fundição e de manufatura, têm sofrido interferências cada vez mais significativas de outros mercados. Isto tem estimulado a busca por processos de produção mais eficientes, motivada principalmente pela competitividade crescente. Este tema há tempos vem sendo abordado, como no estudo realizado

por Monticelli [1]. Neste, o autor discute a competitividade e a evolução dos investimentos no setor de fundição no país. Já, segundo ele, a situação nacional é preocupante, tendo que mundialmente, o setor de fundição é marcado por um processo de intensificação das inovações em processos e produtos, além da automação, o que resulta em aumento de

<sup>1</sup>Instituto de Educação Tecnológica, IETEC, Belo Horizonte, MG, Brasil.

<sup>2</sup>Universidad Nacional de Rosario, Rosario, Argentina.

\*Autor correspondente: larissaf.engenharia@gmail.com



produtividade, fazendo com que seja necessária a contínua revisão dos custos de produção para que uma empresa se mantenha no mercado.

Para Shingo [2], a competitividade requer a redução de perdas e manutenção desta condição de forma constante. Desta forma, um planejamento mal executado de cargas a serem fundidas em um processo de fundição acarreta custos de produção exacerbados, principalmente em empresas de pequeno porte. Dentre os principais custos de produção, os mais afetados pelo planejamento são os custos extras por atrasos, urgências, adiantamento de produção e alteração de material a ser fundido. Para Fernandes e Leite [3], um dos principais fatores que influenciam a produtividade industrial do setor é o planejamento de produção, que deve ser capaz de responder rapidamente às constantes mudanças nas condições de mercado.

A proposta deste estudo se baseia na utilização de um modelo matemático para o planejamento e programação da produção, aplicados no setor de fundição, tendo como base os estudos realizados por Araújo [4]. Ao contrário do autor, que realizou seus estudos com ênfase em empresas de grande porte, o objetivo do presente trabalho é a avaliação do modelo matemático adaptado para a programação da produção para empresas de pequeno porte, buscando um planejamento ótimo para as cargas e reduzindo atrasos, adiantamentos e alternâncias de ligas a serem fundidas.

Desde o surgimento da Pesquisa Operacional, trabalhos em planejamento e programação de produção apresentam abordagens utilizando resoluções de problemas diários, buscando geração de economia para as indústrias. Dentre as técnicas, são citadas principalmente a programação linear (PL) com uso de *Simplex*, e programação linear inteira mista (MILP) com aplicação de técnica de *branch and bound*. Neste sentido, avaliou-se a eficiência de um modelo matemático [5], adaptado para condições de fundições de pequeno porte, através de MILP, para problemas relacionados à programação de cargas a fundir, adicionando ainda a condição de incorporação de peças que não atinjam a carga mínima, o que não acontecia no modelo de Araújo e Arenales [5]. A adequação do modelo matemático às problemáticas diárias apresentadas pela empresa (como exemplo a dificuldade de se programar fusões que não atinjam carga mínima), reforça e justifica a importância deste, proporcionando um resultado mais fiel à realidade das empresas, e demonstra contribuição tanto academicamente, quanto incentivo à utilização de modelos de otimização de produção para fundições de pequeno porte.

## 2 Materiais e métodos

Problemas relacionados ao planejamento e programação da produção, com diversas restrições, são comuns na indústria siderúrgica, que se depara com vários problemas relacionados ao controle de planejamento e fluxo de produção. Seguindo o raciocínio compreendido por Hans e Velde [6], embora

o problema do dimensionamento e programação de lotes serem complexos, devido a presença de diversas restrições específicas do processo, o modelo pode ser desenvolvido de forma a possibilitar transferências de informações/mudanças (configurações) de um período para o outro, analisando-se os produtos e demandas.

Para esta modelagem, o mesmo procede analisando subproblemas, em que as ordens de reabastecimento precisam ser divididas durante os dias úteis (programáveis) e um subproblema de agendamento, onde os lotes de produção por dia, bem como os dias úteis, precisam ser sequenciados. Assim, para resolução do mesmo, foi necessário recorrer a uma abordagem relativamente bruta (cinco variáveis e oito restrições), como a programação linear inteira mista (MILP) [6].

Como modelo base inicial, para verificação das restrições e parâmetros matemáticos, foi utilizado o modelo estudado por Araújo (2003) [4]. Contudo, o mesmo foi adaptado para uma fundição de pequeno porte, seguindo parâmetros similares para as condições de trabalhos. Foi considerado o processo de moldação e moldagem manual em areia, forno de indução magnética e vazamento por gravidade.

As variáveis do processo consideradas na modelagem foram: tipos de ligas, tipos de peças fundidas, períodos (quantidade de vezes que o forno é preenchido ao longo de um dia, conhecido também como corrida), as capacidades do forno por período, o número máximo de corridas/períodos no dia, o peso bruto do item, a demanda de peça nas datas, o conjunto de peças que usam determinada liga, uma variável por atraso de fusão do item, uma variável por antecipação de fusão, e outra variável por preparação do forno (troca de liga).

A resolução do modelo foi realizada através do software MatLab versão 2017 (*R2017a*). O objetivo do modelo é a minimização dos custos totais da produção através da melhor programação (custo este referente ao valor predefinido para as condições de: manter peças em estoque, atrasar peças na fabricação, alternar entre ligas diferentes em cargas sequenciais, que serão gerados conforme a programação das cargas) através da minimização da incidência de variáveis envolvidas no processo, sendo as principais aquelas referentes a atrasos, antecipações (que geram estoque) e variação de liga no forno (o que prioriza a fusão de uma sequência de peças com a mesma liga).

Dadas as necessidades observadas para empresas de pequeno porte, principalmente aquelas relativas a questão de carga mínima para fusão, o modelo foi adaptado para que o mesmo incluía a programação das ligas dentro de dois cenários possíveis: um cenário em que ocorre a geração de atraso por aguardo de demanda de mais peças correspondentes à mesma liga, e um cenário em que ocorre a fabricação de peças extras como estoque, verificando, obviamente, a situação em que se apresenta o menor custo.

A resolução do modelo determina quais os pedidos serão atendidos, prazos, e quantidades de peças. Além disso informa os desvios de perdas em relação às suas respectivas

metas: de se atender todos os pedidos no prazo, não realizando atrasos ou adiantamentos, e variando pouco a troca de ligas a serem fundidas. Estas três variáveis são somadas, obtendo-se a função custo (Equação 1).

As variáveis são inseridas no programa conforme as nomenclaturas mostradas na Tabela 1, divididas em três grupos: no primeiro grupo os índices, que se referem às variáveis tipo, período e liga; no segundo grupo as variáveis de entrada, que são os dados de entrada do modelo; e o terceiro grupo com as variáveis de decisão, que vão definir a otimização dos custos de produção.

No modelo, temos que a função objetivo (Equação 1) representa os custos referentes às variáveis, por atraso, antecipação e preparação do forno, os quais devem ser minimizados. O balanceamento entre a demanda e a produção é realizado através da Equação 2, que considera tanto o estoque negativo quanto o positivo, ou seja, nela ocorre o somatório das peças definidas na produção conforme programação dada pelo modelo, somados às condições iniciais de atraso e adiantamentos vindos de períodos anteriores, sendo esta a equação que define a programação estruturada multiperíodo. A restrição (Equação 3) define a não negatividade para as

peças a serem programadas, e a restrição (Equação 4) define que as condições iniciais também não sejam negativas (desta forma, produtos já em atraso se mantenham com índices positivos, a serem somados à demanda). A restrição (Equação 5) garante que a soma das cargas para o grupo de produtos programados para determinada liga não extrapole os limites mínimo e máximo para cada liga, em cada período.

Enquanto a restrição (Equação 6) representa a mudança de liga de um período para o outro, a restrição (Equação 7) garante que somente peças associadas à liga possam ser programadas, e a restrição (Equação 8) é responsável por apontar para o modelo quando a liga  $k$  é acionada e, portanto, quando há incidência de custo. Por fim, a restrição (Equação 9) revela a incidência do custo, tornando-se binária em função das equações anteriores.

$$\text{Minimizar: } F = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (Hm_{i,t}Im_{i,t} + HM_{i,t}IM_{i,t}) + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (S_k Z_t^k) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$IM_{i,t-1} - Im_{i,t-1} + X_{i,t} - IM_{i,t} + Im_{i,t} = d_{i,t} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$X_{i,t} \geq 0 \text{ inteira} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$IM_{i,t} e Im_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$Capmin_t^k \geq \sum_{i \in S(k)} ro.X_{it} \leq Cap_t^k \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$Z_t^k \geq Y_t^k - Y_{t-1}^k \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^K Y_t^k \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$Y_t^k \in \{0,1\} \quad (Y_0^k = 0) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (8)$$

$$Z_t^k \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (9)$$

Na função objetivo (Equação 1), as variáveis podem apresentar pesos/valores diferentes, de acordo com a realidade e necessidade da empresa naquele dado momento. A primeira parte da função diz respeito a atrasos e antecipações, e a segunda parte, à preparação do forno, que neste caso penaliza as mudanças de liga entre períodos. Em relação às adaptações do modelo, tem-se a utilização de parâmetros de condições iniciais, permitindo ao modelo já iniciar uma programação com unidades faltantes de uma programação anterior, ou com um estoque anterior. Destaca-se principalmente a relação entre capacidades, conforme verificado na Tabela 2.

Araújo e Arenales [5] trabalha apenas com a capacidade máxima, sendo que, para realizar a programação pelo modelo, este, separa manualmente as peças caso não atinja o valor mínimo de 120kg. Depois de separados as

**Tabela 1.** Variáveis do modelo

Índices:	
$i = 1 \dots N$	tipo de item;
$t = 1 \dots T$	período (corrida/carga);
$k = 1 \dots K$	tipo de liga;
Variáveis de entrada:	
$Cap_t^k$	capacidade máxima do forno;
$Capmin_t^k$	capacidade mínima do forno;
$L$	número de cargas do forno por dia;
$ro_i$	peso unitário do item $i$ ;
$d_{it}$	demanda de peças $i$ no período $t$ ;
$S$	indicação de liga (sendo 1 para liga do item, 0 para demais ligas);
$S(k)$	conjunto de peças $i$ que utilizam a liga $k$ ;
$Hm_{it}$	variável de atraso (valor);
$HM_{it}$	variável de adiantamento;
$S_k$	variável de troca de liga (preparação do forno);
$Im0$	condição inicial – peças já em atraso em períodos anteriores;
$IM0$	condição inicial – peças já adiantadas em períodos anteriores;
$Y0$	condição inicial – indicação se o forno já se encontrava com alguma liga anterior ao período em análise;
Variáveis de decisão:	
$X_{it}$	programação de peças $i$ no período $t$ ;
$Im_{it}$	peças $i$ atrasados no período $t$ ;
$IM_{it}$	peças $i$ adiantados no período $t$ ;
$Y_t^k$	indica 1 se o forno é preparado para fundir a liga $k$ no período $t$ , e 0 caso contrário;
$Z_t^k$	incidência de custo sobre a variável de troca de liga (1,0);

**Tabela 2.** Comparação entre o modelo de Araújo (2003) e o modelo adaptado

Araújo e Arenales [5]	Faria [7]
$\sum_{i \in S(k)} p_i \cdot X_{it} \leq Cap Y_t^k$	$Capmin_t^k \geq \sum_{i \in S(k)} ro \cdot X_{it} \leq Cap_t^k$

peças que não irão para a programação e deverão aguardar novos pedidos, é que se realiza a programação conforme o modelo matemático. Além disso, a equação de Araújo e Arenales [5] estabelece que peças que utilizem determinada liga, só poderão ser produzidos se a liga for fundida neste período ( $Y=1$  significa que a liga  $k$  é produzida no período  $t$ ).

Já em Faria [7], são determinadas uma capacidade mínima e uma máxima. Além de otimizar o tempo de preparação, pois não se faz mais necessária a separação manual de peças da carteira, e possibilita ao usuário analisar o custo da produção de estoque para atingimento da carga mínima, bem como o custo de atraso destas mesmas peças, podendo assim, realizar a decisão que melhor atender o momento vivido pela empresa.

Observa-se que o modelo, envolvendo as Equações 1-9 é um modelo de programação linear estruturada multiperíodo inteira mista, e para que se encontre uma solução viável, é permitido ao modelo que o mesmo opere com carga mínima não atingida, desde que este produza peças extras indicadas como estoque. Contudo, isto somente irá ocorrer em função do tempo, analisando-se os períodos e as demandas a cada período, ou seja, caso não sejam adicionados na demanda mais peças da mesma liga que possam ser fundidas juntas (entrada de mais peças na carteira de pedidos), serão programados o item e seu estoque, no período com menor custo.

O problema traduzido no modelo matemático estudado foi resolvido através de uma programação linear inteira mista (MILP), utilizando-se o software Matlab e a função *intlinprog*. Esta função é um algoritmo que, para este caso em estudo (além de outros problemas), busca encontrar soluções de número inteiro possíveis utilizando heurísticas, através da técnica de *Branch and Bound* para pesquisar sistematicamente a solução ideal através da análise de subproblemas originados das equações. As entradas da programação são dadas em formato de matrizes, que são trabalhadas internamente como vetores, e quando solicitadas as saídas (*display*), referentes à programação das cargas para a fusão, são exibidas novamente em formato de matrizes.

Foram realizados testes para resolução do modelo matemático, onde as entradas são fictícias e baseadas no histórico de empresas modelo. Estes testes foram necessários para validação do mesmo [5]. Também foi avaliada a eficiência do modelo através de outras variações de demanda encontrando soluções ótimas, exibindo o resultado da programação ( $X$ ).

A condição de parada estabelecida retornou o número inteiro 1 ou 2, parando o algoritmo. Quando obtido o valor 1 (um) significa que a função convergiu para a solução, e quando 2 (dois) significa que a solução foi um ponto inteiro viável [5]. Além disso, o modelo foi estressado para

uma quantidade de peças acima das condições usuais, para validação, conforme Faria [7].

Foi verificada a sensibilidade do modelo em relação às situações cotidianas da empresa, principalmente no que diz respeito à carga mínima para fusão, implicando em estoques e/ou atrasos. Para esta análise de sensibilidade foram testados cenários de demandas diversos, e de acordo com os resultados de programação nos primeiros testes, ajustes foram realizados para verificação possíveis novos resultados.

### 3 Resultados e discussão

O primeiro cenário analisado foi a falta de carga para preenchimento da capacidade mínima para fusão. Dada a demanda de 2 peças de mesma liga, contrastou-se diferentes valores de variáveis para adiantamento na produção (HM), gerando 3 cenários diferentes:

$$a)HM1 = 0,25; b)HM2 = 0,5; c)HM3 = 0,75.$$

$$d = \begin{bmatrix} 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Na Figura 1 tem-se os resultados resumidos da programação ( $X$ ). O ponto de *Lower Bound* diz respeito ao menor custo possível para a resolução da equação, conforme os valores das variáveis.

Nota-se que nas três condições apresentadas, a programação inclui adiantamento (IM) de 3 unidades a mais do item  $i_1$  (que indicava demanda somente em  $T_1$ ) para que seja somada à carga já existente, que não perfazia a carga mínima para fusão, mesmo somando-se ao segundo item que apresenta a mesma liga. Conforme foram aumentados os valores de HM, verifica-se a prorrogação da programação do item  $i_1$ , gerando atraso (Im) de 13 peças em função de o custo, neste caso, de atraso destas ser menor que o custo de adiantamento do somatório a fundir, inclusive de  $i_2$ . Nas condições b e c, o menor custo possível, seria a fabricação do lote em  $T_2$ , observados HM e Hm. Importante ressaltar que também se incidem custos de acionamento do forno e troca de liga já existente no mesmo, conforme Faria [7].

Um segundo cenário analisado foi o “isolamento” do item  $i_2$ , ainda para observação do comportamento do modelo quanto à falta de material para completar a carga mínima necessária para fusão. Para tanto, para este item foram analisadas as situações: a)Hm=gradual crescente e HM=gradual crescente; b)Hm=0,25 e HM=0,25; c) Hm=0,25 e HM=0,75; d)alterada a liga do item (evitando coincidir com  $i_1$ ).

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Na Figura 2 acima, tem-se o resultado resumido da programação ( $X$ ).

Neste caso, percebeu-se que para não deixar de fabricar a demanda, sabendo-se que produtos de mesma liga, o programa sugere, como forma de otimização de custos, o adiantamento da produção de 6 peças  $i_1$ .

Contudo, percebe-se que, quando na condição d altera-se a liga, deixando  $i_2$  ser exclusivo naquela liga, o modelo força a programação de 10 peças de estoque para que seja possível completar a carga mínima para fusão com o menor custo.

Um último cenário foi analisado referente à sensibilidade. Neste, foi isolado um único item, para que se pudesse visualizar de forma mais clara o comportamento do modelo em relação à uma variação gradual nas variáveis. A demanda foi montada propositalmente com 9 unidades em  $T_2$  e 9 unidades em  $T_8$ , para que isoladas, não perfizessem a carga mínima, necessitando somar um custo de adiantamento por produção de estoque, e também para que, caso o custo se tornasse viável de acordo com as variáveis, as duas cargas juntas não extrapolassem a carga máxima para um período. Desta forma montou-se o vetor de demanda:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Para este cenário, foram consideradas as seguintes condições: a)Hm e HM graduais crescentes com valores diferentes para atraso e adiantamento; b)Hm e HM graduais crescentes iguais entre atraso e adiantamento; c)Hm fixada em 0.15, exceto para  $T_8=5$ ; d)HM fixada em 0.15; e)HM fixada em 0.05; f)HM fixada em 0.

Os resultados foram compilados na Tabela 3 e gráfico da Figura 3.

Conforme foram sendo inseridas as condições em que se acreditava ter controle da programação, ou seja, reduzindo a variável estratégica de adiantamento ou trabalhando os valores da variável de atraso, como esperado, foi observada uma tendência de redução no custo (*Lower Bound*). Essa tendência acompanhou a redução gradativa do custo de adiantamento para cada unidade produzida anterior ao período solicitado em demanda. A solução se torna ideal, ou seja, sem nenhuma fabricação de peça para estoque, quando

Tabela 3. Resultados de 6 condições de variáveis para item único

	Lower Bound	Nós examinados	Estoque	Não produzidos
Condição 1	1,93636	17	4	0
Condição 2	3,10000	19	4	0
Condição 3	2,37273	35	2	7
Condição 4	1,57273	17	4	0
Condição 5	1,12222	7	4	0
Condição 6	0,25000	2	0	0

Programação para a)					Programação para b)					Programação para c)				
		T1	T2	T8			T1	T2	T8			T1	T2	T8
X	i1		<u>16</u>	0	...	0	0	<u>16</u>	...	0	0	<u>16</u>	...	0
	i2		<u>2</u>	0	...	0	0	<u>2</u>	...	0	0	<u>2</u>	...	0
Im	i1		0	0	...	0	<u>13</u>	0	...	0	<u>13</u>	0	...	0
	i2		0	0	...	0	0	0	...	0	0	0	...	0
IM	i1		<u>3</u>	<u>3</u>	...	<u>3</u>	0	<u>3</u>	...	<u>3</u>	0	<u>3</u>	...	<u>3</u>
	i2		<u>2</u>	<u>2</u>	...	0	0	<u>2</u>	...	0	0	<u>2</u>	...	0
Lower bond = <u>3,120767</u>					Lower bond = <u>3,365748</u>					Lower bond = <u>4,126174</u>				

Figura 1. programação para situações a-c item  $i_1$  e  $i_2$ .

Programação para a)					Programação para b)					Programação para c)					Programação para d)				
		T1	T2	T3	T8			T1	T2	T3	T8			T1	T2	T3	T8		
X	i1	0	0	<u>6</u>	...	0	0	0	0	<u>6</u>	...	0	0	0	0	0	...	0	
	i2	0	0	<u>20</u>	...	0	0	0	0	<u>20</u>	...	0	0	0	0	<u>30</u>	...	0	
Im	i1	0	0	0	...	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	...	0	
	i2	0	<u>10</u>	0	...	0	0	<u>10</u>	0	...	0	0	<u>10</u>	0	0	0	...	0	
IM	i1	0	0	<u>6</u>	...	<u>6</u>	0	<u>6</u>	...	<u>6</u>	0	<u>6</u>	...	<u>6</u>	0	<u>6</u>	...	<u>6</u>	
	i2	0	0	0	...	0	0	0	...	0	0	0	...	0	0	<u>10</u>	...	<u>10</u>	
Lower bond = <u>4,850000</u>					Lower bond = <u>3,416667</u>					Lower bond = <u>6,201923</u>					Lower bond = <u>6,208333</u>				

Figura 2. programação para cenário 2, a-d item  $i_2$ .

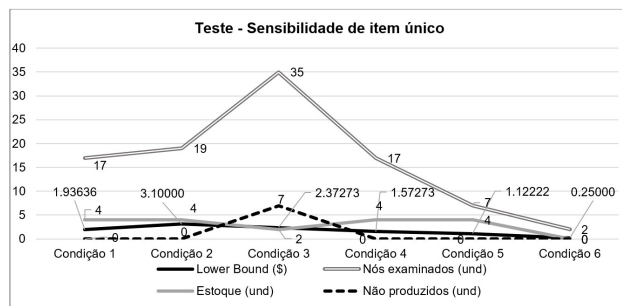


Figura 3. Teste – Sensibilidade item único.

o custo de adiantamento é igualado à zero, pois as peças podem ser somadas e produzidas em um único período. Esta situação, na prática, pode exemplificar a ocorrência de peças que têm uma alta rotatividade de vendas, e que são garantia de ficarem pouco tempo nas dependências (estoque) da empresa.

Outro fator importante que foi observado, é em relação à estrutura analisada pelo método *B&B*. O *Branch and Bound* é o método de solução utilizado pelo Matlab para resolução da MILP, onde, ele executa a busca por uma solução através da conversão de uma sequência de subproblemas. O *B&B* resolve relaxações de LP (programação linear) com intervalos restritos de possíveis valores das variáveis inteiras, tentando gerar uma sequência de limites atualizados no valor da função objetiva ideal.

Alguns cortes são aplicados para restringir a região viável de soluções e relaxamentos da programação linear (LP), para que as soluções sejam o mais próximo possível de números inteiros. Desta forma, quanto mais baixo o valor da variável, e quando se fixa os valores ao longo dos períodos, o problema se torna mais simples, e os subproblemas (nós) são reduzidos, como demonstrado no gráfico da Figura 3.

Por fim, é importante citar que, como o modelo propõe a busca por minimização do custo referente às variáveis, sendo que para a condição 3, deixaram de ser programadas a fabricação de 7 peças. Isso se dá em razão dos custos de atraso serem menores que os custos para se adiantar peças e completar a carga mínima, deixando dessa forma, peças em atraso para a próxima programação (em  $T > 8$ ).

Uma análise final de todas condições de demandas e diversificação de variáveis, em relação à sensibilidade é que se percebe que os ajustes de variáveis retratam a realidade da empresa, permitindo manipular os resultados da própria

programação de acordo com as necessidades para cada item ou situação.

Importante ressaltar que o modelo proposto visa o menor custo relativo à programação da operação dos fornos de fusão de ligas distintas a serem fundidas, ou seja, o melhor arranjo temporal para as fusões das peças em demanda. Contudo, outros custos diretos e indiretos, de fabricação, devem ser analisados e pontuados. Algumas variáveis do processo podem não atender o prazo estipulado pela programação de otimização da etapa de fusão, como setor de moldação não consegue atender a necessidade de prazo para a programação gerada; matéria-prima para fusão em falta; valor de imagem da empresa perante clientes; valores de fretes de entrega em função de dias da semana, entre outros, devendo neste caso, serem observados e interpretados pelo programador pois estes não são considerados pelo modelo.

Tais exemplos ilustram casos em que, para um menor custo final de fabricação, pode ocorrer a necessidade de interferência na programação/solução ótima do modelo.

## 4 Conclusão

Além da confiabilidade demonstrada através dos resultados, o modelo se mostrou dinâmico e flexível para situações cotidianas da empresa modelo, atendendo à demanda de peças de forma eficaz, além de ser sensível à diversificação das variáveis, se adequando às condições e prioridades da empresa para cada item, liga, ou condição específica.

Além de cumprir o objetivo de buscar uma programação para as fusões com o menor custo possível, percebeu-se que manipulações de variável podem gerar resultados interessantes para a empresa quanto às estratégias de entrega das peças, pois através da utilização do modelo, as fundições de pequeno porte podem trabalhar estrategicamente peças ou pedidos de carteira, reduzindo custos por atraso ( $HM_{it}$ ), por adiantamento ( $HM_{it}$ ), e por troca de liga ( $S_k$ ) referentes à programação de utilização do forno de acordo com o momento vivido pela mesma. A redução destes custos é percebida quando do domínio das variáveis de custo e sua manipulação. No exemplo do teste de sensibilidade, o custo variou, em um dos cenários, de R\$3,1 para R\$0,25, apresentando no final do processo uma diferença de custo de 91%, que talvez não fosse alcançada quando da programação manual das cargas. O tempo computacional para resolução foi satisfatório, propiciando interação do gestor e tomadas de decisão instantâneas.

## Referências

- 1 Monticelli CA. A competitividade da indústria brasileira de fundição [dissertação]. Campinas: Universidade Estadual de Campinas; 1994.
- 2 Shingo SO. Sistema Toyota de Produção do ponto de vista da engenharia de produção. 2. ed. Porto Alegre: Bookman; 1996.

- 3 Fernandes FC, Leite R. Automação industrial e sistemas informatizados de gestão da produção em fundições de mercado. *Gestão & Produção*. 2002;9(3):313-344.
- 4 Araújo SA. Modelos e métodos para o planejamento e programação da produção aplicados no setor de fundições [tese]. São Carlos: Universidade de São Paulo; 2003.
- 5 Araújo SA, Arenales MN. Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição automatizada de porte médio. *Pesquisa Operacional*. 2003;23(3):403-420.
- 6 Hans E, Velde SV. The lot sizing and scheduling of sandcasting operations. *International Journal of Production Research*. 2011;49(9):2481-2499.
- 7 Faria L. Otimização do cálculo de carga metálica e da programação do processo de fusão para fundições de pequeno porte [dissertação]. Belo Horizonte: Faculdade Ietec; 2018.

Recebido em: 2 Abr. 2022

Aceito em: 27 Set. 2022