



On the influence of T-Stress on photoelastic analysis under pure mode II loading

Mahnaz Zakeri

Mechanical Eng. Dep., Iran University of Science and Technology, Narmak, Tehran 16844, Iran
e-mail: m_zakeri@iust.ac.ir

Chiara Colombo

Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica, Via la Masa 34, 21058 Milano
e-mail: chiara.colombo@mecc.polimi.it

RIASSUNTO: Dalla definizione classica dello stato di sollecitazione elastica in prossimità dell'apice di una cricca, il termine T costante nello sviluppo in serie del fattore di intensificazione degli sforzi esiste solo in presenza del modo I di carico. Tuttavia, recenti studi mostrano che il T-stress può esistere anche in condizione di modo II, e modificare significativamente il campo di sforzi elastici presenti nell'intorno dell'apice della cricca. Questi effetti possono essere visualizzati e testati sperimentalmente col metodo della fotoelasticità. In questo lavoro è proposto uno studio sull'influenza del T-stress in cricche sollecitate secondo il modo II e i suoi effetti sul campo di frange visibili sperimentalmente. I provini utilizzati sono dischi, chiamati *Brazilian disks*, al cui interno sono contenute cricche centrali da analizzare: i risultati sperimentali indicano che questi tipi di provini contengono valori negativi di T-stress. I valori ottenuti sperimentalmente sono poi confrontati con i risultati di simulazioni numeriche. Per meglio interpretare le differenze tra valori sperimentali e numerici, sono inoltre state eseguite analisi FEM 3D: i risultati mostrano l'influenza della reale geometria del fronte sui valori dei fattori di intensificazione degli sforzi.

ABSTRACT. According to the classical definition for in-plane modes of crack deformation, the constant stress term T exists only in the presence of mode I. However, recent studies show that this term can exist in mode II conditions as well, and significantly affect the elastic stress field around the crack tip. These effects can be visualized using the experimental method of photoelasticity. Based on the analytical studies, presence of the T-stress in mode II cracks transforms the isochromatic fringe patterns from symmetric closed loops to asymmetric and discontinuous shapes. In this paper, presence of the T-stress in mode II cracks and its effects on the fringe patterns is experimentally investigated. The test specimens are Brazilian disks containing very sharp central cracks: experimental results indicate that these specimens contain negative values of T-stress. Experimental values are then compared to numerical results. To better understand the differences between experimental and numerical values, a three dimensional analysis is performed with the finite element method: results show the influence of the real geometry of the crack front on the stress intensity factors.

KEYWORDS: sharp crack generation, curved crack tip, Brazilian disk specimen, T-stress, mode II loading.

1 INTRODUCTION

Many structural materials are subjected to crack forming and propagation during their service life. These cracks influence the stress distribution in the component and can result in significant decrease of its strength. Because of the importance of safety and reliability, the crack problem has been of interest to a large number of researchers. Elastic stress field around a crack tip is usually written as a set of infinite series expansions as [1]:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ &\quad + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + T + O(r^{1/2}) \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ &\quad + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + O(r^{1/2}) \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ &\quad + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + O(r^{1/2})\end{aligned}\quad (1)$$

where r and θ are the polar coordinates centred at the crack tip (Fig. 1). The two first terms in each expansion are the singular stresses, depending on the mode I and mode II stress intensity factors K_I and K_{II} . The second term, often called the T-stress, is constant and independent of the distance r from the crack tip. The next terms of this expansion, represented by $O(r^{1/2})$, are higher order terms which are usually neglected in the singularity dominated zone.

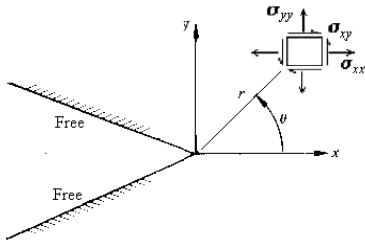


Figure 1. Crack tip coordinates and stress components.

Based on the classical definition of crack deformation modes [1], the T-stress exists only in mode I or combinations of mode I and II, and it vanishes in pure mode II condition. However, some published results of several analytical and numerical researches indicate that this term can also exist in mode II problems [2-4], and ignoring its effect can introduce significant inaccuracies in predicting mode II brittle fracture.

The constant stress term T acts over a large distance from the crack tip. The amounts of this stress and its sign have an important effect on the brittle fracture of engineering materials, whether in predominantly linear elastic materials or elastic-plastic cases. It has been shown that the sign of T-stress influences the stability and direction of fracture path. Presence of the negative T-stress in mode I leads the crack to grow along its plane, while when the T is positive, the crack deviates from its initial plane [5]. This effect is not restricted to mode I conditions. Ayatollahi and Abbasi [6] have shown that the T-stress can affect considerably the angle between the crack line and fracture path in mode II as well. Presence of T-stress also affects the mode II fracture toughness. It has been shown that T is the most important parameter for describing the crack tip constraint in constrained yielding [7]. For mode II specimens exhibiting small to moderate scale yielding around the crack tip, Ayatollahi et al. [8] have shown that T affects the size and shape of the plastic zone. The stresses inside the plastic zone are also influenced significantly by a remote T-stress. Thus, ignoring the T-term in mode II can introduce considerable inaccuracies in studying of mode II brittle fracture.

Considering this point, the elastic stress components near the crack tip in mode II can be expressed in Cartesian coordinate system as:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{-\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + T + O(r^{1/2})$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + O(r^{1/2}) \quad (2)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + O(r^{1/2})$$

The crack parameters K_{II} and T in these equations can be determined using different analytical, numerical, and experimental methods. Among the experimental techniques, method of photoelasticity has been frequently used for calculating the crack parameters in various cracked specimens [e.g. 9,10]. Moreover, several procedures have been suggested and utilized to determine K_I , K_{II} and T from photoelastic fringe patterns.

Using the stress series expansion (Eq. 1) and the fundamental optic equations for an isochromatic fringe [11], in general, a non-linear equation is obtained in terms of three unknown parameters K_I , K_{II} , and T . Different methods have been suggested to solve this equation among which, the over-deterministic technique is able to provide a more accurate analysis [11]. Because it is a full-field method that can use the coordinates r and θ from four or more arbitrary points on given isochromatic fringes. The resultant non-linear equations are solved numerically, and the fitting process involves both the Newton-Raphson method and the method of least squares. Another full-field technique is proposed by Nurse and Patterson [12], based on complex Fourier analysis which is more complicated.

Although the full-field methods generate solutions with high degree of accuracy for mode I and mixed mode I/II problems, sometimes the results are not satisfactory for pure mode II. On the other hand, the theoretical results suggest that the fringe patterns are always symmetric in mode II conditions [11]. However, asymmetric fringes have been observed in some of the previous experiments [13]. As described by previous researches [2,13], this inconsistency between the theory and experiments can be due to neglecting the effect of T-stress in some mode II specimens.

The main objective of this paper is to investigate the presence of T in a mode II specimen, and its effects on the isochromatic fringe patterns around the crack tip by using the experimental method of photoelasticity. In the following, a brief review on the analytical relations [13] is presented. Then, different steps of the performed experimental program are described: cracks are created, using a mechanical shock, in sufficiently thick polycarbonate sheets (thickness of 10 mm) to avoid problems of buckling in the following loading phase. This process is used to make Brazilian disk specimens containing sharp central cracks, loaded in mode II conditions.

The observed fringe patterns are finally compared with numerical predictions. Also, calculated crack parameters are validated by using results from finite element analysis (FEM). Although the experimental results had a good agreement with FEM, there were some minor errors

which could be related to the curved shape of the crack front through the specimen thickness. This latter effect is also investigated by using a 3D finite element model. The crack front is assumed to be in a circular arc form; and singular elements around the crack tip are generated by applying the *quarter point* technique on quadratic 20-node elements.

2 MATHEMATICAL RELATIONS OF ISOCHROMATIC FRINGES

Based on the classical concepts of photoelasticity, locus of an isochromatic fringe around the crack tip is expressed as [11]:

$$2\tau_m = \frac{Nf}{h} \quad (3)$$

where τ_m is maximum in-plane shear stress. N and f are the fringe order and material fringe value, respectively, and h is the thickness of specimen. Also, the maximum shear stress τ_m is related to the Cartesian stress components with this equation [11]:

$$(2\tau_m)^2 = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2 \quad (4)$$

Substituting stress terms from Eqs. (2,3) in Eq. (4), the mathematical equation for a fringe loop developing around a mode II crack tip is written in a simple form presented in ref. [13] and defining three dimensionless parameters:

$$S = \left(\frac{Nf}{hT}\right)^2, \quad B = \frac{T\sqrt{\pi a}}{K_{II}}, \quad r' = r/2a \quad (5)$$

In which a is the crack length for edge cracks and semi-

crack length for central cracks, a quadratic algebraic equation is obtained. Solving this equation, the locus of isochromatic fringes in presence of T-stress is determined as:

$$\sqrt{r'} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + (S-1)(4-3\sin^2\theta)}}{2B(1-S)} \quad (6)$$

$$\text{where: } b = \left(\sin\theta \cos\frac{3\theta}{2} + 2\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

This equation predicts asymmetric fringes which are not continuous along the crack edges (see Fig. 2-a). Meanwhile, in the case of zero T-stress, the locus of isochromatic fringes is obtained as Eq.(7) that suggests a set of closed loops, symmetric about directions $\theta = 0^\circ$ and $\theta = 90^\circ$, similar to the earlier analytical results presented in [11, 14]. A typical scheme of these loops is shown in Fig. 2.b.

$$r = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{hK_{II}}{Nf} \right]^2 (4 - 3\sin^2\theta) \quad (7)$$

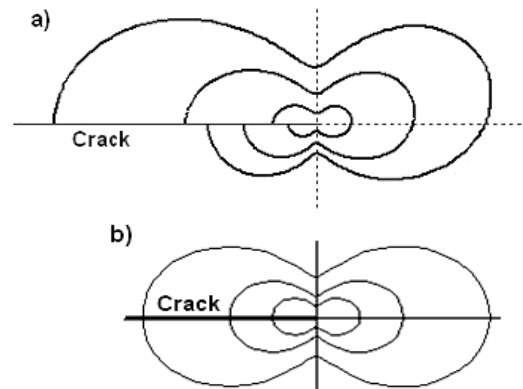


Figure 2. Typical isochromatic fringes around a mode II crack tip: a) $T \neq 0$, b) $T = 0$.

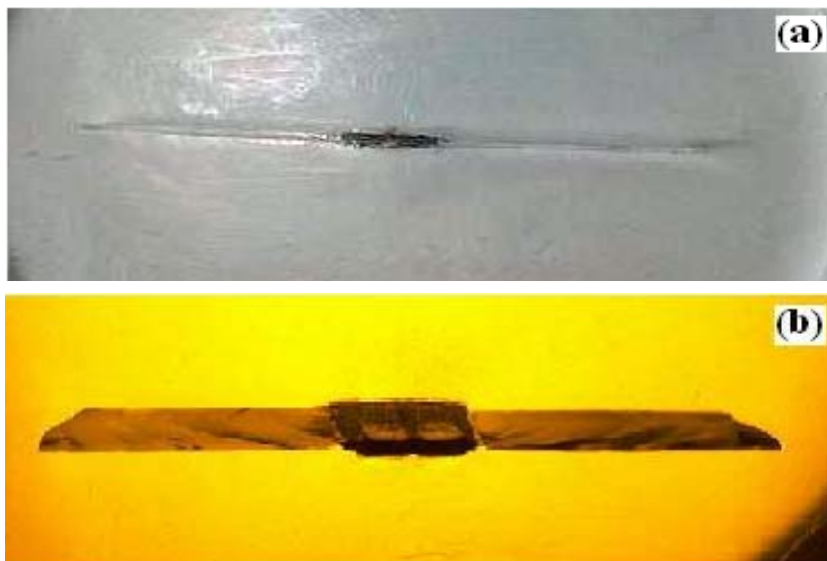


Figure 3. Created semi-natural cracks: a) front view, b) through the sheet thickness.

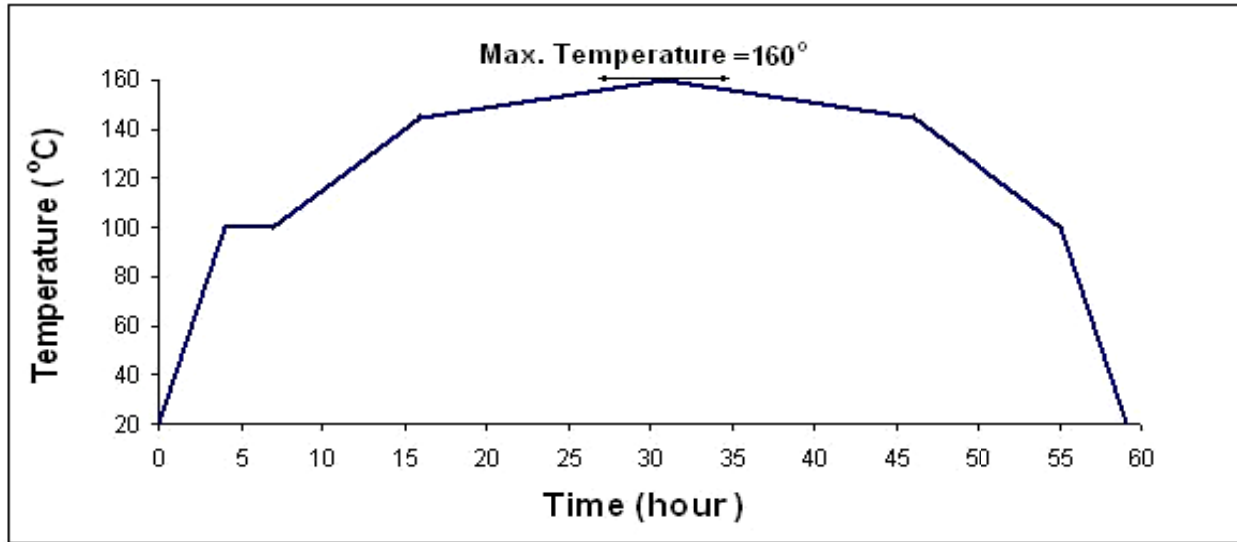


Figure 4. Applied thermal cycle to remove residual stresses from test specimens.

3 EXPERIMENTAL PROCEDURE

3.1 Specimen Preparation

For experimental investigation of T-stress effects on the elastic stress field, two Brazilian disk specimens were utilized. The disks were made from a polycarbonate sheet of thickness $t=10\text{mm}$. For creation of the central cracks, first an initial small notch was made by using the water jet technology. The notched sheet was put in liquid nitrogen of -196°C temperature for 15 minutes in order to become completely brittle, and then the crack was created by applying a mechanical shock on the notched zone. The crack obtained in this way is very close to a natural crack with sharp tips (Fig. 3-a). For the performed tests, the total crack lengths were $2a=58.8\text{mm}$ and $2a=60\text{mm}$. Then the sheet was cut in the form of two disks of radius $R=66.5\text{mm}$ (specimen N-1) and $R=60\text{mm}$ (specimen N-2), respectively. It is notable that the crack tips generated in this way are not perfectly straight through the thickness, and there is a curvature which may affect the results specially in the case of thick sheets (Fig. 3.b).

Since the specimens should be stress-free before loading, all residual stresses induced during the cracking and cutting process were removed by using a thermal treatment according to Fig. 4. It is seen from the figure that the heating rate is decreased in temperatures higher than 145°C , which is the minimum glass transition temperature for polycarbonate [15]. The specimens were placed in the furnace for 59 hours and then, stresses were checked in the polariscope machine. It was observed that the disks are almost stress-free.

3.2 Determination of Material Fringe Value

As an optical property of photoelastic materials, the fringe value for an intact polycarbonate is about $f=7$ [N/(mm·fringe)] [11]. Since the specimens were exposed to heat treatment, a material calibration test was per-

formed to determine the fringe value after thermal process. For this purpose, a disk of diameter 50mm from the same material was put in the furnace along with the main specimens. This disk was then employed for a calibration test under diagonal compressive load according to [16]. Test was conducted in two steps including loading and unloading, and considering both cases, the fringe value was obtained as $f=6.9$ [N/(mm·fringe)]. Fig. 5 shows the isochromatic fringe patterns in the calibration disk when the two fringes of order $N=8$ are joining together in the centre of disk.



Figure 5. Isochromatic fringes in calibration disk.

3.3 Photoelastic Tests

The cracked Brazilian disks were sited in the loading frame as shown in Fig. 6. Compressive loads were applied by using the loading screw and the gage shows the force amount. The loads were selected as $P=525\text{N}$ and $P=367.5\text{N}$ for specimens N-1 and N-2, respectively. It should be mentioned that using the earlier FEM results [4], the angle α between the crack line and loading direction (see Fig. 6) was such selected that the crack was exposed to mode II condition. These angles were $\alpha=24.5^\circ$ for N-1 ($a/R=0.44$), and $\alpha=23.2^\circ$ for N-2 ($a/R=0.5$). Fig. 7

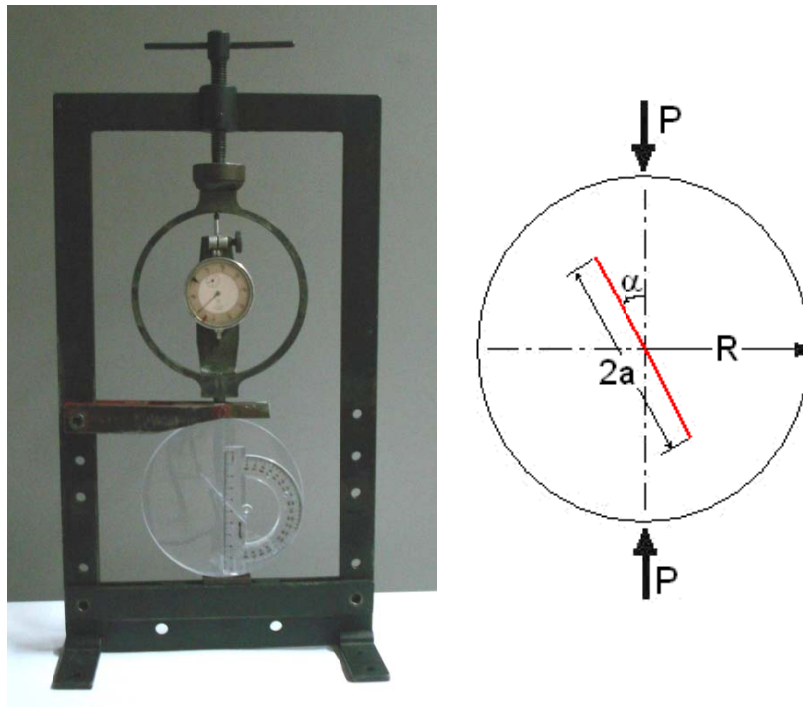


Figure 6. Loading frame employed to apply compressive load on the disks and definition of the characteristic dimensions.

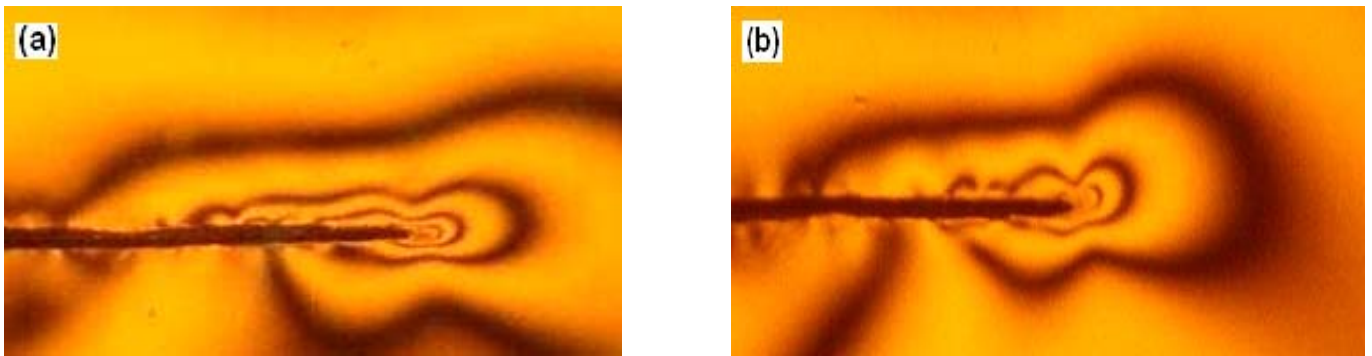


Figure 7. Isochromatic fringes around the crack tips of the disks: a) N-1, b) N-2.

shows the resultant isochromatic fringes around the crack tips for the two disks.

4 EXPERIMENTAL RESULTS

As shown in Fig. 7, the obtained photoelastic fringes around the crack tips are asymmetric in both cases. The observed discontinuous loops are in good consistency with the theoretical predictions, and confirm the existence of the T-stress in mode II conditions. This stress term can be quantified by using the common methods for calculating the crack tip parameters, K_I , K_{II} , and T . For this aim, the obtained isochromatic fringes were analyzed using a computer code prepared in MATLAB software, and the Image Processing Toolbox was employed to collect some data points from fringe loops of different orders. These data were utilized in another MATLAB program prepared for a full field analysis based on the over-deterministic technique [11]. In this technique, the resultant non-linear equations are numerically solved, and the fitting process involves both the Newton-Raphson me-

thod and the method of least squares. Finally, the unknown parameters K_{II} , and T were calculated as presented in Tab. 1.

It should be mentioned that K_I was very small with respect to K_{II} in both cases. Hence it could be assumed that the crack tips was subjected to mode II conditions.

Specimen	K_{II} [MPa \sqrt{m}]		
	Experiment	FEM	Error
N-1	4.34	4.71	7.9%
N-2	4.82	5.13	6.0%
T -Stress [MPa]			
N-1	-0.389	0.40	2.7%
N-2	-0.262	0.27	2.9%

Table 1. Experimental results obtained from the Brazilian disks, compared with FEM results [4].

Experimental findings presented in Tab. 1 indicate that the investigated Brazilian disks contain negative values of T-stress in pure mode II condition. In order to validate these results, they are compared with numerical results

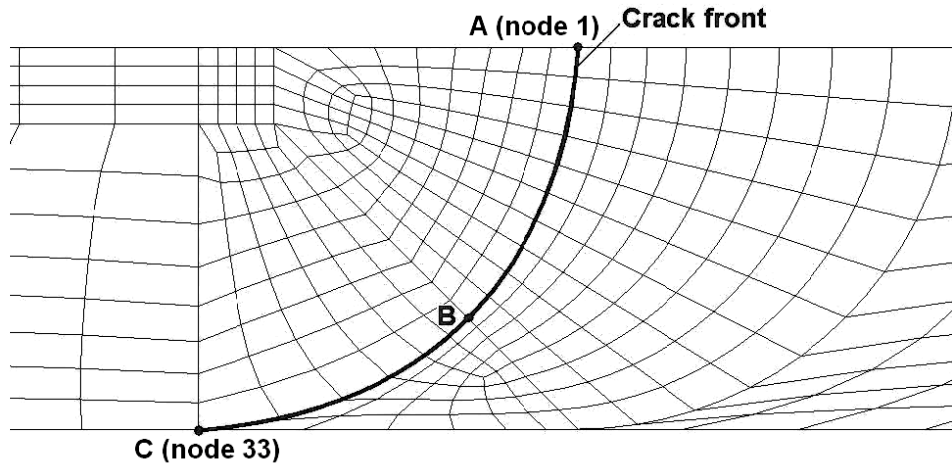


Figure 8. Meshing configuration around the curved crack tip.

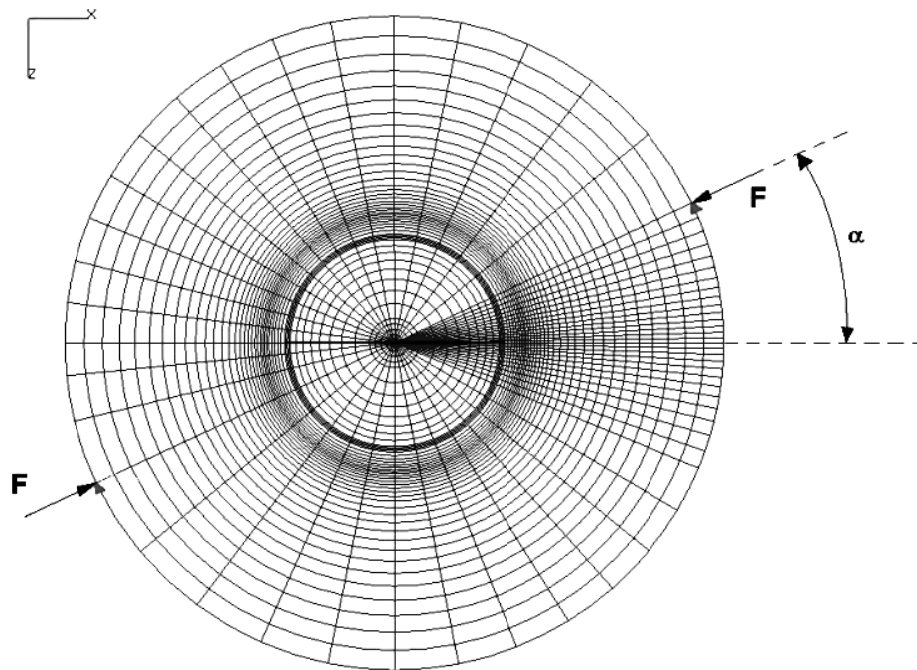


Figure 9. Finite element model with the applied loads and displacements (crack position is indicated in surface with a thicker line).

[4] obtained from FEM analysis (see Tab. 1). It is seen that there is a good agreement between the results from two methods, though there are some minor errors especially in the case of K_{II} . This problem may be due to the curved crack front through the specimen thickness which was not taken into consideration in the 2D finite elements models. Hence, the role of crack tip curvature is studied by developing a three dimensional finite element model that is explained in the next section.

5 INFLUENCE OF THE CURVATURE OF THE CRACK FRONT

In experimental studies using the photoelasticity, it is possible to analyze the stress condition inside the specimens considering them as 2D-models. In this way, the use of polycarbonate sheet to prepare the cracked specimens allows to investigate only the presence of modes I

and II conditions. However, the fringes observed at the polariscope and utilized to calculate the stress intensity factors values, are an integral of the light that describes the stress condition along the thickness of the specimen as well. In this way, the crack tip can also be imposed to out-of-plane stresses that lead to the presence of mode III. With the aim to study the influence of a curvilinear crack front on the stress intensity factors determination, a three dimensional model is developed by using the finite element softwares PATRAN/ABAQUS.

The model schematizes a Brazilian disk similar to the specimens used in experimental part, with radius $R=120$ mm and thickness $h=10$ mm. The central crack is placed in correspondence of a diameter, crosses the disk thickness and has a curved front in the form of a circular arc, as shown in Fig. 8. Even if it is not completely correspondent to the real situations, the circular arc increases the curvature effect though the thickness of the crack

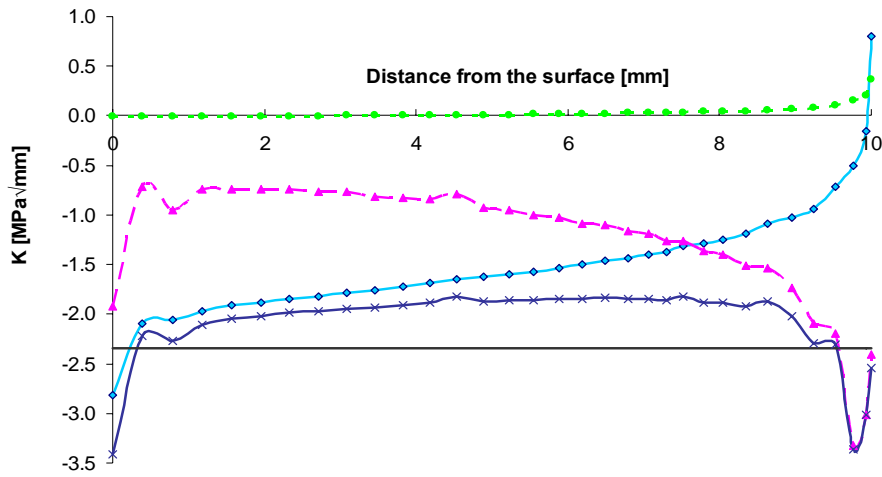


Figure 10. Stress intensity factors along the crack front in function of the depth. (—●— K_I , —◆— K_{II} , —▲— K_{III} , —×— K_{IIeq} , — $K_{II-2DFEM}$ [10]).

front and enable to get an indication about the stress intensity factors trend along a non-straight crack front.

Crack curvature radius through the thickness is 10 mm, and the maximum extension of the crack is $2a=96$ mm, indicated with a black thicker line in Fig. 9. The angle α between the direction of application of the compressive force ($F=375N$) and the crack line is 25.4° . This angle is chosen according to [4] in order to obtain pure mode II on the crack, considering the problem in 2D plane stress state. Displacements of the nodes in which the force is applied, are forced to be in line with the loading direction.

Since the results in terms of K_{II} are equivalent considering both the crack tips, only for one of them the mesh has been refined in the circumferential direction. In this way, it is possible to reduce the analysis run time, without losing accuracy in the final result.

The material of the disk in numerical model is the polycarbonate, with elastic modulus of $E=2480MPa$ and Poisson's ratio $\nu=0.38$, according to [11]. Solid elements used for the modeling have a shape function of the second order, with a midside node in each edge. This choice allows having more nodes despite a not excessively refined mesh. Moreover, the use of quadratic element is necessary to use the *quarter point* technique [17, 18], that is to move the midside nodes next to the tip to $1/4$ of the edge length, which results in a better stress gradient in this area with singularity in the crack tip. Since good results are achievable with these elements even if the singularity is not well modeled on lines other than elements edges [19, 20], no collapsed element is used.

It should be mentioned that to get better results in J-integral evaluation and consequently on stress intensity factors assessment, mesh directions should always be perpendicular to the crack front [21], avoiding distorted elements. However, the circular shape of the crack front causes a particular pattern for the mesh through the specimen thickness. As shown in Fig. 8, in the upper part from point A to B, the mesh is more regular and the elements of this region describe the radial directions per-

pendicular to the crack front. In the lower part, the arc geometry makes it impossible to draw a regular mesh, and the normal to the crack front is not coincident with the mesh direction.

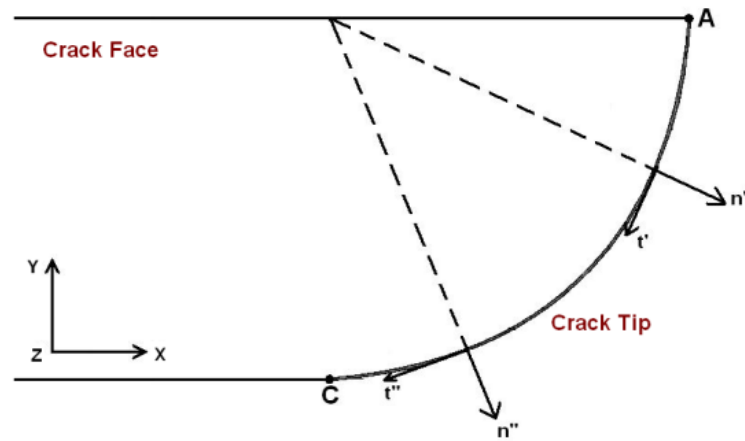
Numerical results are obtained starting from node 1 corresponding to point A to node 33 that is point C in Fig. 8. Convergence of J-integral and stress intensity results is obtained at the third contour. The trend of stress intensity factors can be graphically observed in Fig. 10 in function of the node distance from the surface. However, the stress intensity factor values obtained near to point C should not be taken into consideration, since elements present a high level of distortion producing low accuracy in the results. Values of the first three nodes are moreover invalid in the discussion, since the third contour integral cannot be calculated and results are infected by the presence of the surface border.

6 DISCUSSION

The semi-natural cracks created with a mechanical shock after making brittle the polycarbonate in the liquid nitrogen, have a nonlinear curved tip through the thickness. When the specimen containing such a crack is subjected to mode II loading condition, the global deformation of the crack front is in-plane sliding in X -direction. However, considering local coordinate systems $n-t$ moving along the crack tip curve (see Fig. 11), the global displacement of the crack tip points will have two components. The normal component in n -direction leads to mode II; and the tangential component in t -direction implies that there is also mode III deformations in local view.

In order to find the effect of specimen thickness on the numerical results, they can be compared with the previous results [4] obtained from 2D finite element modeling. For this aim, a new parameter K_{IIeq} is defined as:

$$K_{IIeq} = \sqrt{K_{II}^2 + K_{III}^2} \quad (8)$$

Figure 11. Global (X - Y) and local (n - t) coordinate systems.

which presents the equivalent mode II stress intensity factor in X -direction of the global coordinate system.

It can be noticed from Fig. 10 that K_I is negligible with respect to K_{II} and K_{III} for all the considered nodes. Also, K_{III} is initially less than K_{II} . Increasing the curvature that is going toward points B and C, K_{III} values are increasing and finally becoming more than K_{II} values. However, values of $K_{I\text{eq}}$ remain about constant, except from surface nodes which are not valid as described before. The observed difference between $K_{I\text{eq}}$ and the result of 2D model [4] shows that the thickness of specimen affects the ideal plane stress conditions and leads to some errors in the photoelastic experiment results.

7 CONCLUSION

In this research, presence of the T -stress and its effects on the elastic stress field around a mode II crack tip were experimentally studied. Very sharp cracks were created in polycarbonate sheets by using a new method with different steps. The cracks obtained in this way are completely sharp, but the crack tip has a curved shape through the thickness of the specimen. Specimens were cut in the form of centrally cracked Brazilian disk specimens. Photoelastic experiments were conducted on these specimens subjected to mode II loading conditions, to determine from the isochromatic fringe patterns the crack parameters K_I , K_{II} , and T by using computer codes developed with the MATLAB software. Experimental results revealed that the specimens had negative T -stresses in mode II condition.

The experimental results were consistent very well with numerical bidimensional predictions in that the T -stress significantly affects the symmetric shape of the fringe loops, and causes the loops to become asymmetric and discontinuous along the crack edges.

However, there were some minor errors which could be related to the curved shape of the crack front through the specimen thickness. The effect of crack tip curvature on the crack parameters was also investigated by developing a 3D finite element model. The crack front was assumed to be in a circular arc form and, even if it is not com-

pletely correspondent to the real situations, aim of this model is to get an indication about the stress intensity factors trend along a non-straight crack front.

The numerical results show that though the global deformation of the crack is in-plane sliding (mode II), in local coordinates there are two shear components which are parallel and perpendicular to the crack front. That is, the crack tip points are subjected to a combination of mode II and mode III deformations. This local mixed mode condition can lead to some errors in the experimental results, which can be a source of difference of experimental results compared to the values of the finite element model.

8 REFERENCES

- [1] M.L. Williams, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary", *Journal of Applied Mechanics*, (1957) 109-114.
- [2] M.R. Ayatollahi, M. Zakeri, M.M. Hassani, "On the presence of T -Stress in mode II crack problems", 11th International Conference on Fracture, Turin, Italy (2005).
- [3] M.R. Ayatollahi, A. Asadkarami A, M. Zakeri, "Finite element evaluation of punch-type crack specimens", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 82 (2005) 722-728.
- [4] M.R. Ayatollahi, M.R.M. Aliha, "Wide range data for crack tip parameters in two disc-type specimens under mixed mode loading", *Computational Materials Science*, 38 (2007) 660-670.
- [5] B. Cotterell, J.R. Rice, "Slightly curved or kinked cracks", *International Journal of Fracture*, 16 (1980) 155-169.
- [6] M.R. Ayatollahi, H. Abbasi, "Prediction of fracture using a strain based mechanism of crack growth", *Building Research Journal*, 49 (2001) 167-180.
- [7] C. Betegon, J.W. Hancock, "Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields", *Journal of Applied Mechanics*, 58 (1991) 104-110.
- [8] M.R. Ayatollahi, M.J. Pavier, D.J. Smith, "Crack-tip constraint in mode II deformation", *International Journal of Fracture*, 113 (2002) 153-173.

- [9] K. Ramesh, S. Gupta, A.A. Kelkar, "Evaluation of the stress field parameters in fracture mechanics by photoelastic-revisited", *Engineering Fracture Mechanics*, 56 (1997) 25-45.
- [10] A. Shimamoto, J.H. Nam, T. Himomura, E. Umezaki, "Determination of stress intensity factors in isotropic and anisotropic body by the photoelastic and caustic methods under various load ratios", *Key Engineering Materials*, 183-187 (2000) 115-120.
- [11] J.W. Dally, W.F. Riley, "Experimental Stress Analysis", 3rd edition, McGraw Hill, Singapore (1991).
- [12] A.D. Nurse, E.A. Patterson, "Determination of Predominantly Mode II Stress Intensity Factors From Isochromatic Data", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 16 (1993) 1339-1354.
- [13] M.R. Ayatollahi, M. Zakeri, "T-stress Effects on Isochromatic Fringe Patterns in Mode II", *International Journal of Fracture*, 143 (2007) pp. 189-194.
- [14] L. Banks-Sills, M. Arcan, "An edge-cracked Mode II fracture specimen", *Experimental Mechanics*, 23 (1983) 257-261.
- [15] C. Pappalettere, "Annealing Polycarbonate Sheets", *Strain*, 20 (1984) 179-180.
- [16] A. Mondina, "La Fotoelasticità", CUSL (1958).
- [17] R.D. Henshell, K.G. Shaw, "Crack tip finite elements are unnecessary", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 9 (1957) 495-507 (1957).
- [18] R.S. Bursom, "On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10 (1976) 25-37.
- [19] L. Banks-Sills, D. Sherman, "On the computation of stress intensity factors for three-dimensional geometries by means of the stiffness derivative and J-integral methods", *International Journal of Fracture*, 53 (1992) 1-20.
- [20] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, "The finite element method", Fifth edition, Volume 1: the Basis, Chap. 9, Butterworth-Heinemann Edition (2000).
- [21] C. Colombo, M. Guagliano, L. Vergani, "Determinazione numerica dei fattori di intensificazione degli sforzi di cricche caricate in modo misto", *Atti del convegno nazionale IGF19, Milano, Italy (2007)*.



Densità di energia di deformazione locale e resistenza a fatica di giunti saldati di geometria complessa

M. Zappalorto, F. Berto, P. Lazzarin

Università di Padova, Dipartimento di Tecnica e Gestione dei sistemi industriali, Stradella San Nicola 3, 36100 Vicenza

e-mail: zappalorto@gest.unipd.it, plazzarin@gest.unipd.it

RIASSUNTO. Un recente criterio basato sul valore medio della densità di energia di deformazione (SED) in un volume di controllo è applicato a diverse serie di dati sperimentali tratti dalla letteratura, relativi a giunti saldati di geometria complessa realizzati in acciaio. Il volume di controllo è rappresentato da un settore circolare di raggio pari a 0.28 mm, centrato sul piede o sulla radice dei cordoni di saldatura. Entrambe le regioni sono modellate come intagli V non raccordati con differenti angoli di apertura.

La densità di energia di deformazione viene valutata direttamente da modelli agli elementi finiti tridimensionali. I dati sperimentali, riconvertiti in termini energetici, si posizionano all'interno di una banda di dispersione recentemente proposta in letteratura. La banda sintetizzava più di 650 dati sperimentali relativi a giunti saldati con cordone d'angolo, con rotture innescate indifferentemente al piede o alla radice dei cordoni di saldatura.

ABSTRACT. A recent criterion based on the local strain energy density (SED) averaged over a given control volume is applied to well-documented experimental data taken from the literature, all related to steel welded joints of complex geometry. This small size volume embraces the weld root or the weld toe, both regions being modelled as sharp (zero notch radius) V-notches with different opening angles.

The SED is evaluated from three-dimensional finite element models by using a circular sector with a radius equal to 0.28 mm. The data expressed in terms of the local energy fall in a scatter band recently reported in the literature, based on about 650 experimental data related to fillet welded joints made of structural steel with failures occurring at the weld toe or at the weld root.

PAROLE CHIAVE. Notch Stress Intensity Factor, energia di deformazione, giunti saldati, resistenza a fatica

1 INTRODUZIONE

Nella letteratura recente è stato ampiamente dimostrato come la resistenza a fatica di giunzioni saldate ad arco in acciaio da costruzione o in lega leggera possa essere sintetizzata in termini di fattori di intensificazione delle tensioni o "Notch Stress Intensity Factors" (N-SIFs) [1-3].

Il problema della variabilità dei raggi di raccordo al piede e alla radice dei cordoni di saldatura viene superato nell'approccio N-SIF modellando i cordoni come intagli acuti a V; le distribuzioni di tensione in corrispondenza dei punti critici presentano quindi un carattere asintotico e gli N-SIF quantificano proprio la loro intensità. Poiché le distribuzioni sono sensibili alle dimensioni assolute del giunto, l'effetto scala è interamente conglobato nel valore dell'N-SIF [1-3].

Quando l'angolo di apertura 2α dell'intaglio è abbastanza grande da rendere il modo II non singolare ($2\alpha > 102^\circ$, condizione generalmente soddisfatta in tutti i giunti con cordoni d'angolo), il comportamento a fatica in presenza di sollecitazioni di trazione o flessione dipende solo dal fattore di intensificazione di modo I, ΔK_I [1-3]. Tale parametro, che era naturale pensare idoneo a controllare la fase di innesco delle cricche di fatica, è invece risultato

efficace anche nell'operare una sintesi della vita finale dei giunti saldati; ciò accade perché nei campioni testati in laboratorio la maggior parte della vita a fatica è spesa come innesco e propagazione di cricche corte, localizzate all'interno della zona di singolarità governata dai campi asintotici iniziali [3].

Gli N-SIF permettono di superare il complesso problema legato alla propagazione di cricche multiple e della loro possibile interazione su piani diversi, fenomeni variabili in funzione del tipo di sollecitazione e delle irregolarità presenti al piede dei cordoni. La Fig. 1 riassume numerosi dati sperimentali in funzione del fattore di intensificazione delle tensioni di modo I. La sintesi riguarda giunti a croce e a T, soggetti a trazione o a flessione e caratterizzati da uno spessore dei piatti principali variabile tra 3 e 100 mm. La variabilità dei piatti trasversali risulta ancora più pronunciata, con uno spessore variabile tra 3 e 220 mm. Le rotture si manifestavano sempre al piede dei cordoni di saldatura, in presenza di un angolo apertura di 135° tra piatti principali e superficie inclinata dei cordoni.

Dal punto di vista teorico, la banda di dispersione riportata in Fig. 1 non può essere estesa a giunzioni saldate che manifestano rotture alla radice dei cordoni, né a giunzioni

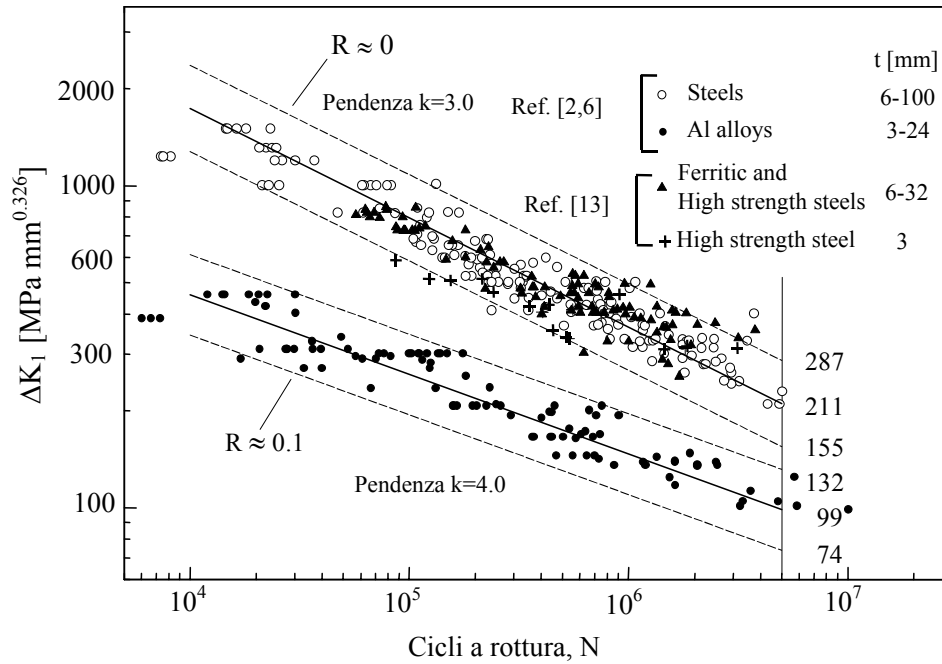


Figura 1. Resistenza a fatica di giunti saldati in acciaio e lega leggera in funzione del fattore di intensificazione delle tensioni di modo I. Geometrie a croce e a T, con cordone portante. Angolo di apertura di 135°; t spessore dei piatti principali; banda di dispersione relativa a valori medi ± 2 deviazioni standard ($P_S=2.3-97.7\%$). La Figura è tratta dal riferimento [7].

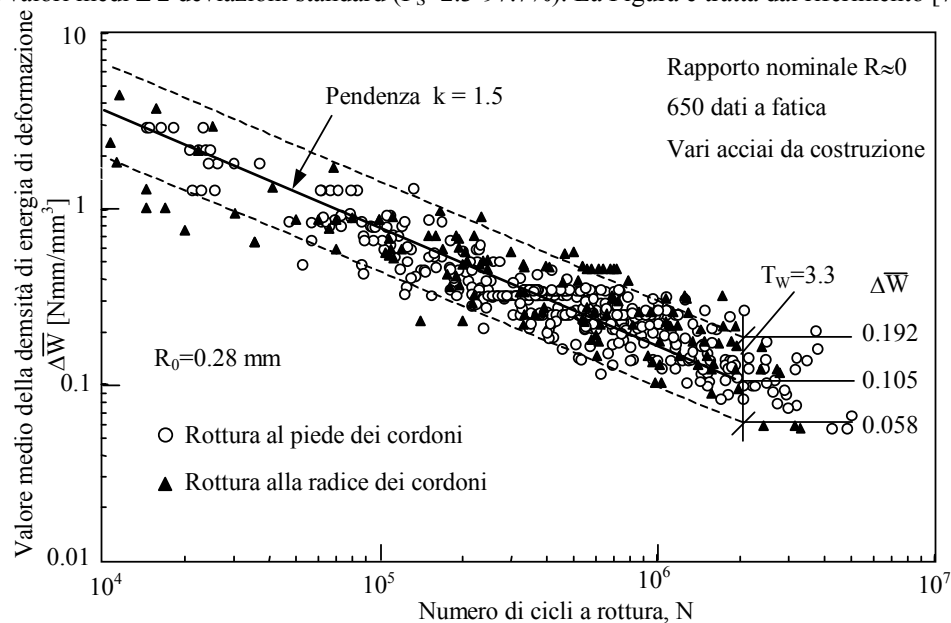


Figura 2. Resistenza a fatica in funzione del valore medio della densità di energia di deformazione presente in un settore semicircolare di raggio R_C centrato sull'apice dell'intaglio a V [7-8]. Nel caso di giunti saldati realizzati con acciai da costruzione il raggio critico R_C vale 0.28 mm.

con angoli di apertura al piede sensibilmente diversi da 135°. Questo è dovuto al fatto che le unità di misura degli N-SIF cambiano proprio in funzione dell'angolo di apertura. Il problema è stato superato in recenti lavori [4-9] usando come parametro rappresentativo della resistenza a fatica il valore medio della densità di energia di deformazione ΔW calcolata in un volume finito centrato sul piede o sulla radice dei cordoni. In linea di principio tale energia è funzione dei fattori di intensificazione di modo I e di modo II nei casi piani [4], di Modo I, II e III nel caso di sollecitazioni multiassiali [6, 9].

Una banda in termini di ΔW è stata inizialmente proposta nelle referenze [4, 5] sulla base di circa 300 dati sperimentali relativi ad acciai da costruzione saldati ed è stata

successivamente verificata utilizzando altri 400 dati che si sono resi disponibili nel tempo [7].

La stessa banda è risultata valida non soli per i giunti con cordoni d'angolo ma anche per i giunti saldati testa a testa [8]. Una sintesi parziale è presentata in Fig. 2 relativamente a giunti realizzati con acciai da costruzione, interessati da rotture al piede e alla radice dei cordoni di saldatura [7-8].

L'indice T_w che fornisce la larghezza di banda riferita a valori medi \pm due deviazioni standard vale 3.3. Passando dal range di densità di energia di deformazione a un range di tensione locale equivalente e ai livelli di probabilità di sopravvivenza del 10-90%, l'indice scende a $T_\sigma=$

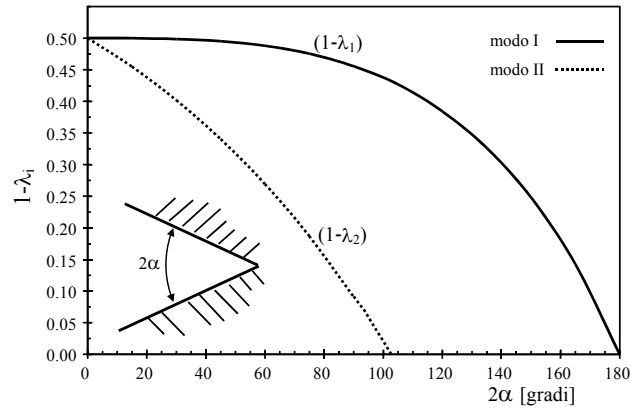


Figura 3. Grado di singolarità $1-\lambda$ dei campi di tensione in prossimità di intagli a V non raccordati in funzione dell'angolo di apertura.

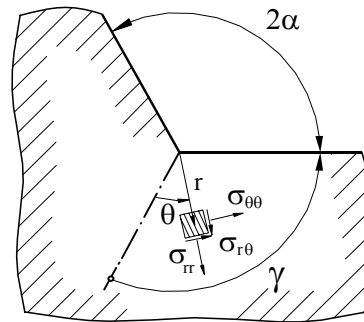


Figura 4. Sistema di coordinate polari centrato sull'apice dell'intaglio.

$2\alpha/\pi$	γ/π	λ_1	λ_2	I_1	I_2
0	1	0.5000	0.5000	0.8450	2.1450
3/4	5/8	0.6736	1.3021	0.6201	1.1505

Tabella 1. Valore dei parametri presenti nelle equazioni (1-3) ottenuti con l'ipotesi di Beltrami e con un coefficiente di Poisson $\nu=0.3$.

1.50, valore che caratterizza la banda normalizzata S-N di Haibach [10].

L'obiettivo del presente lavoro è quello estendere l'uso del criterio dell'energia locale a un elevato numero di dati sperimentali tratti dalla letteratura [11-13] relativi a giunti saldati in acciaio con geometrie tridimensionali complesse e di confrontarli con la banda di dispersione già citata.

2 PREMESSE ANALITICHE

Il grado di singolarità $1-\lambda_i$ dei campi di tensione in prossimità di intagli a V non raccordati varia in funzione dell'angolo di apertura (Fig. 3), riducendosi progressivamente rispetto al caso di una cricca dove il grado di singolarità è 0.5 per i modi di sollecitazione I e II [1, 14]. L'intensità delle distribuzioni di tensione asintotiche presenti di fronte all'apice dell'intaglio a V non raccordato è generalmente espressa in funzione degli N-SIF.

In un sistema in coordinate polari (r, θ) avente l'origine centrata sull'apice (Fig. 4), le distribuzioni lineari elasti-

che delle tensioni possono essere espresse in forma generale come:

$$\text{Modo I} \quad \sigma_{ij}^{(1)}(r, \theta) = K_1^N \cdot \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}(\theta) \cdot r^{\lambda_1-1} \quad (1)$$

$$\text{Modo II} \quad \sigma_{ij}^{(2)}(r, \theta) = K_2^N \cdot \tilde{\sigma}_{ij}^{(2)}(\theta) \cdot r^{\lambda_2-1}$$

dove K_1^N e K_2^N , sono gli N-SIF di modo I e II, $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta)$ sono le funzioni angolari e, infine, λ_1 e λ_2 gli autovalori del problema lineare elastico.

Vale per gli N-SIF la seguente definizione [15]:

$$K_1^N = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0^+} [\sigma_{\theta\theta}(r, 0)] r^{1-\lambda_1} \quad (2)$$

$$K_2^N = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0^+} [\sigma_{r\theta}(r, 0)] r^{1-\lambda_2}$$

Nell'ipotesi di deformazione piana, l'energia di deformazione mediata su un settore circolare di raggio R_C che abbraccia l'apice dell'intaglio può essere espressa mediante la relazione [4-9]:

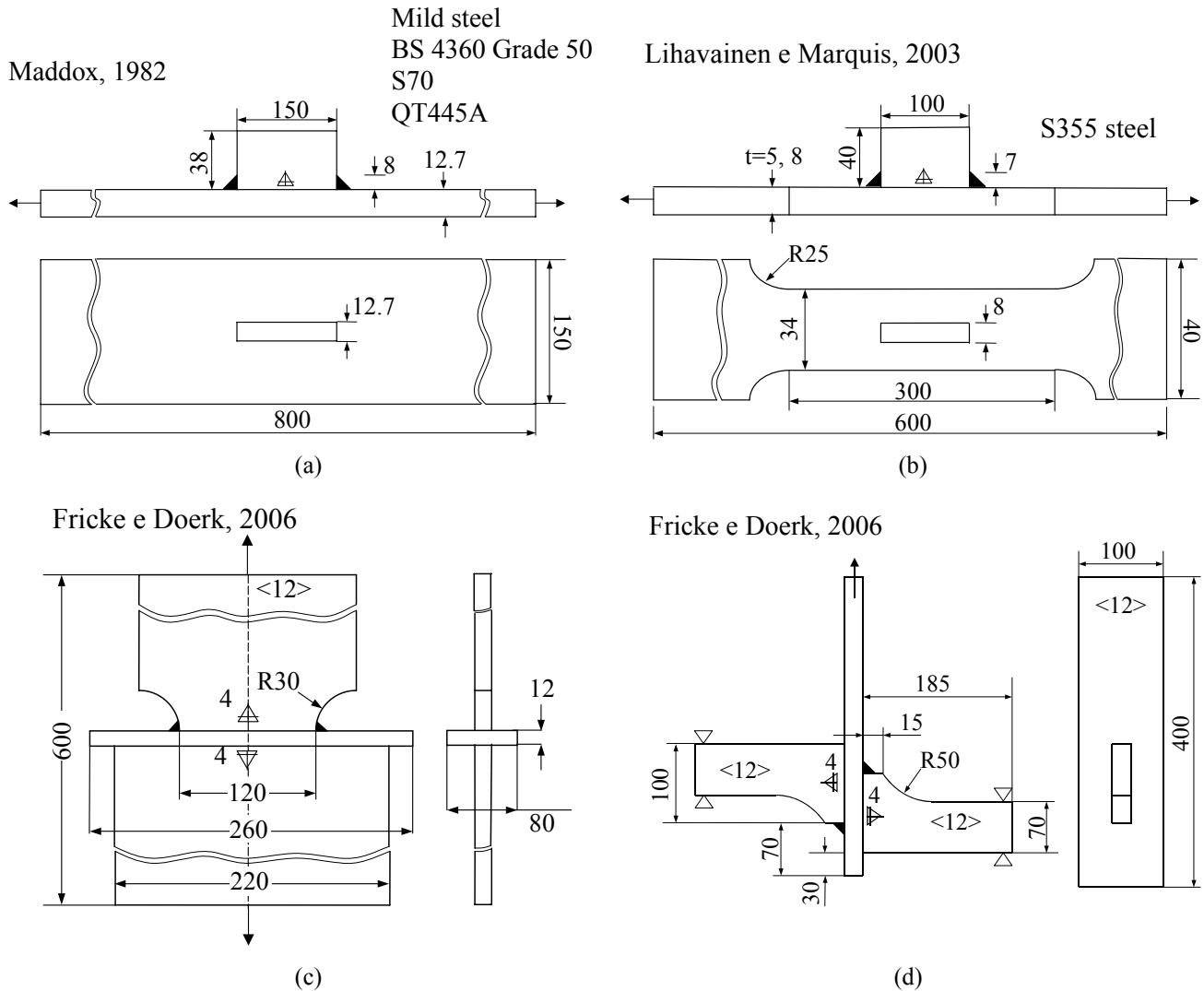


Figura 5. Geometrie dei giunti saldati analizzati. I dati originali fanno riferimento alle referenze [11-13]. Tutte le dimensioni sono in mm.

$$\Delta \bar{W} = \frac{c_w}{E} \left\{ \frac{I_1}{4\lambda_1 \gamma} \left[\frac{\Delta K_1^N}{R_C^{1-\lambda_1}} \right]^2 + \frac{I_2}{4\lambda_2 \gamma} \left[\frac{\Delta K_2^N}{R_C^{1-\lambda_2}} \right]^2 \right\} \quad (3)$$

dove il coefficiente c_w permette di tenere conto dell'influenza del rapporto nominale di ciclo R nel solo caso di giunti soggetti a distensione post-saldatura. Tutti gli altri parametri in gioco sono riportati in Tab. 1 con riferimento al criterio della densità di energia totale di deformazione (ipotesi di Beltrami) e a un coefficiente di Poisson $\nu=0.3$.

Il parametro c_w , definito in condizioni lineari elastiche, può essere ottenuto per mezzo delle seguenti relazioni [6]:

$$c_w(R) = \begin{cases} \frac{1+R^2}{(1-R)^2} & \text{se } -1 \leq R < 0 \\ \frac{1-R^2}{(1-R)^2} & \text{se } 0 \leq R \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

Passando da $R=0$ a $R=-1$, c_w scende da 1.0 a 0.5; ad un dimezzamento della densità di energia locale corrisponde un aumento della resistenza a fatica in termini di tensione locale di un fattore $1/0.707=1.41$, simile al coefficiente empirico 1.33 suggerito dalla CNR UNI 10011. Ovviamente, se i giunti non subiscono alcun trattamento di distensione post-saldatura, la dipendenza dal rapporto nominale di ciclo R scompare e il parametro c_w deve considerarsi unitario. E' noto infatti che nelle strutture reali soggetti ad elevati stati di tensioni residue la resistenza a fatica è sostanzialmente indipendente dal rapporto nominale di ciclo [16].

3 RESISTENZA A FATICA DI GIUNTI SALDATI DI GEOMETRIA COMPLESSA BASATA SULLA DENSITA' DI ENERGIA DI DEFORMAZIONE LOCALE

Sono stati riconsiderati alcuni dati sperimentali relativi a particolari strutturali saldati in acciaio tratti da precedenti lavori [11-13]. I principali parametri geometrici così come le condizioni di carico e di vincolo erano perfettamente definite nei lavori originali e sono rappresentati schematicamente in Fig. 5.

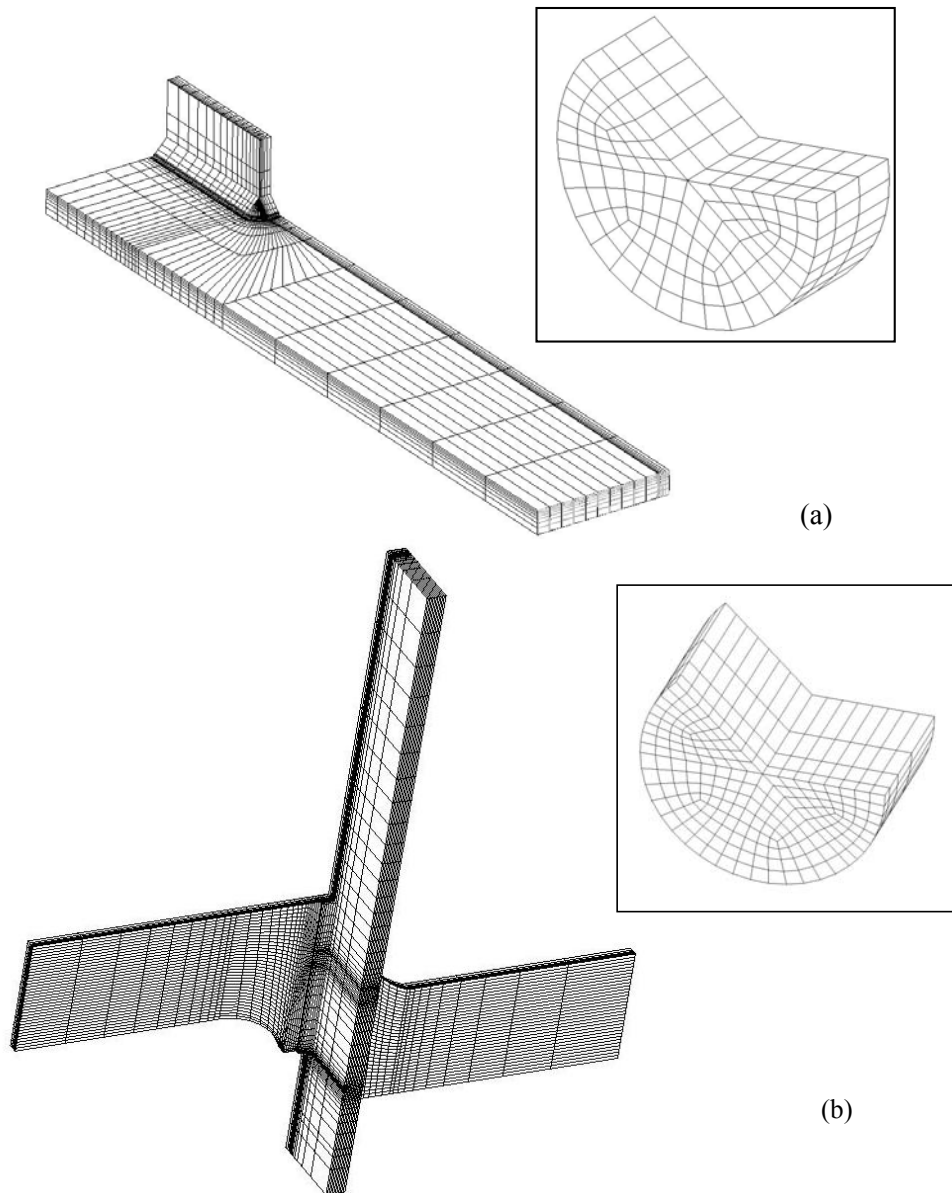


Figura 6. Esempio di modellazione del giunto ad irrigidimento longitudinale già analizzato da Maddox [11] (a) e del giunto cruciforme già analizzato da Fricke e Doerk [13] (b); modelli complessivi e particolari relativi alla modellazione del volume strutturale.

3.1 Dati di Maddox.

La prima serie rianalizzata riguarda i dati di resistenza a fatica già discussi da Maddox [11]. I componenti utilizzati nelle prove sperimentali consistono in giunti con un irrigidimento longitudinale saldato su un solo lato del piatto principale, avente uno spessore di 12.7 mm (Fig. 5a) e realizzati in quattro differenti tipologie di acciai (i.e. Mild steel, BS 4360 Grade 50, S70 and QT445A). I componenti sono stati testati a trazione in condizioni *as-welded* utilizzando cinque differenti rapporti nominali di carico: $R=-\infty$, -1, 0, 0.5 e 0.67.

Tutti i componenti sono stati portati a completa rottura, fatta eccezione per il caso $R=-\infty$ in cui la velocità di propagazione manifestava un decremento al propagare delle cricche di fatica; per questa serie i test erano stati arrestati prima del completo cedimento. In tutti i casi considerati la nucleazione delle cricche di fatica avveniva in corrispondenza del piede del cordone.

3.2 Dati di Lihavainen e Marquis.

I giunti ad irrigidimento longitudinale non portante già analizzati da Lihavainen e Marquis [12] sono rappresentati in Fig. 5b. I giunti erano realizzati in acciaio S355 J0 utilizzando piatti principali di spessore 5 mm e 8 mm. Le prove di fatica erano state condotte a trazione con un rapporto di ciclo pari a $R=0.1$. Per tutti i componenti considerati la nucleazione delle cricche di fatica avveniva in corrispondenza del piede del cordone.

3.3 Dati di Fricke e Doerk.

L'ultima serie di dati sperimentali riguarda i giunti saldati sottoposti a sperimentazione da Fricke e Doerk [13] e rappresentati in Fig. 5c-d. I dati di resistenza a fatica erano stati ottenuti con prove di trazione (Fig. 5c) e di flessione a tre punti (Fig. 5d). I dettagli saldati erano stati testati sia in condizioni *as-welded* (con due differenti rapporti nominali di carico, $R=0$ and $R=0.5$), che *stress-relieved* (con $R=0$).

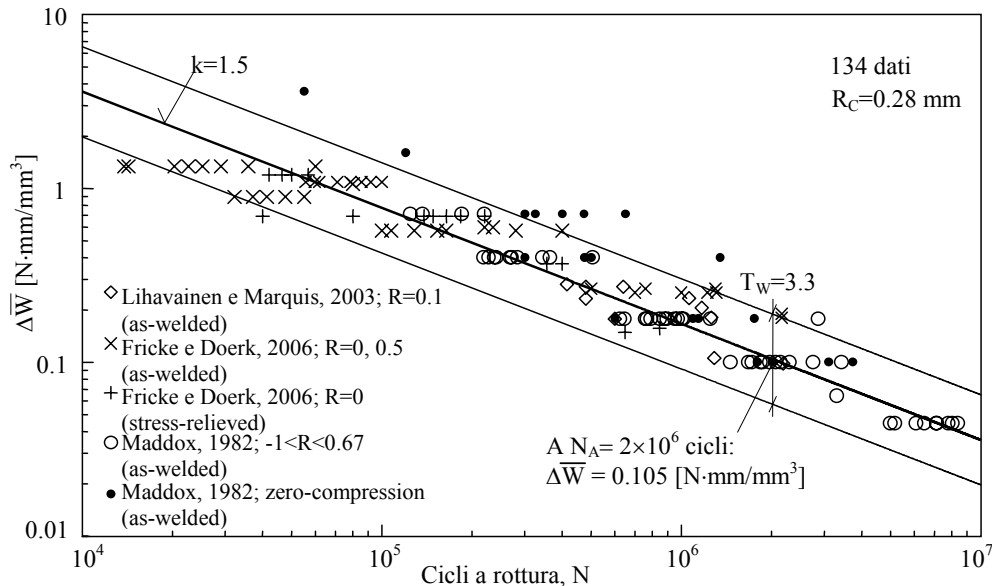


Figura 7. Resistenza a fatica di giunti saldati in acciaio strutturale di geometria complessa in termini di densità di energia locale; i dati originali sono riportati nelle referenze [11-13]. Confronto con la banda di dispersione proposta da Lazzarin *et al.* [5] ($P_S=2.3-97.7$).

I componenti di Figura 5c testati in condizioni *as-welded* esibivano un comportamento a rottura anomalo; in molti casi infatti le cricche di fatica innescavano alla radice del cordone di saldatura, in corrispondenza della zona centrale del piatto principale, nonostante lo stato tensionale non fosse massimo in quel punto.

Nei componenti *stress-relieved* invece, la nucleazione avveniva sia al piede che alla radice del cordone di saldatura. Infine, la maggior parte dei componenti rappresentati in Fig. 5d manifestava prevalentemente una nucleazione alla radice.

Per riconvertire i dati sperimentali in termini energetici la densità di energia di deformazione è sempre stata valutata su un volume di controllo che abbraccia le zone di innesco delle cricche di fatica indicate dagli autori nei lavori originali.

La densità di energia di deformazione è stata ottenuta mediante analisi tridimensionali agli elementi finiti eseguite con il software Ansys 9.0[®], modellando il volume di controllo come un settore circolare tridimensionale di raggio $R_C=0.28$ mm, posizionato al piede o alla radice del cordone di saldatura (Fig. 6).

Poiché i dati fanno riferimento sia a giunti sottoposti a trattamento di distensione delle tensioni residue (*stress-relieved*) con $R=0$, sia a giunti testati allo stato *as-welded* con differenti rapporti nominali di carico ($-\infty < R < 0.67$), nella sintesi il coefficiente correttivo c_W è sempre stato posto pari al valore unitario.

Nella Fig. 7 i dati sperimentali riconvertiti in termini energetici sono confrontati con una banda di dispersione già riportata nella referenza [5]; l'accordo è molto soddisfacente, tranne per alcuni dati relativi alle serie già analizzate da Maddox [11] e caratterizzati da un rapporto di ciclo pari a $R=-\infty$ (pura compressione).

L'indice di dispersione T_W relativo alle probabilità di sopravvivenza $P_S=2.3\%$ e 97.7% è risultato pari a 3.3 e se riconvertito in termini di tensione locale equivalente e

probabilità di sopravvivenza $P_S=10\%$ e 90% risulta 1.5, in perfetto accordo con la banda normalizzata suggerita da Haibach [10].

4 CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono state considerate diverse serie di dati di resistenza a fatica tratti dalla letteratura e relativi a unioni saldate in acciaio di geometria complessa. Per tali serie risultavano precisati tutti i parametri che consentono di descrivere con precisione la geometria locale in corrispondenza del piede e della radice dei cordoni di saldatura. I dati sperimentati sono stati rianalizzati utilizzando un criterio locale basato sul valore medio della densità di energia di deformazione, criterio già messo a punto e applicato a giunti di geometria diversa, soggetti a trazione o flessione. Il metodo energetico consente di sintetizzare dati di resistenza a fatica indipendentemente dal punto di innesco delle cricche e dall'angolo di apertura al piede dei cordoni.

I dati di resistenza a fatica, riconvertiti in termini di densità di energia locale, sono stati confrontati con una banda di sintesi recentemente proposta in letteratura. L'accordo con la banda di sintesi è risultato soddisfacente. L'indice di dispersione, se riconvertito in termini di tensione media locale, piuttosto che in termini di densità media di energia locale, appare perfettamente in linea con le indicazioni fornite dalla banda normalizzata di Haibach.

5 BIBLIOGRAFIA

[1] P. Lazzarin, R. Tovo, A notch stress intensity approach to the stress analysis of welds. *Fatigue and Frac-*

ture of Engineering Materials and Structures, 21 (1998) 1089-1103.

[2] B. Atzori, P. Lazzarin, R. Tovo, From the local stress approach to fracture mechanics: a comprehensive evaluation of the fatigue strength of welded joints. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 22 (1999) 369-382.

[3] P. Lazzarin, P. Livieri, Notch Stress Intensity Factors and fatigue strength of aluminium and steel welded joints. *International Journal of Fatigue*. 23 (2001) 225-232.

[4] P. Lazzarin, R. Zambardi, A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behaviour of components with sharp V-shaped notches. *International Journal of Fracture*. 12 (2001) 275-298.

[5] P. Lazzarin, T. Lassen, P. Livieri. A Notch Stress Intensity approach applied to fatigue life predictions of welded joints with different local toe geometry. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 26 (2001) 49-58.

[6] P. Lazzarin, C.M. Sonsino, R. Zambardi. A Notch Stress Intensity approach to predict the fatigue behaviour of T butt welds between tube and flange when subjected to in-phase bending and torsion loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 27 (2004) 127-141.

[7] Livieri P, Lazzarin P. Fatigue strength of steel and aluminium welded joints based on generalised stress intensity factors and local strain energy values. *International Journal of Fracture*. 2005; 133:247-276.

[8] Lazzarin P, Berto F, Radaj D. Uniform fatigue strength of butt and fillet welded joints in terms of the local strain energy density. *Proc. Fatigue 2006*, Atlanta, USA.

[9] P. Lazzarin, P. Livieri, F. Berto, M. Zappalorto. *Engineering Fracture Mechanics*. 2007; in press (available on line).

[10] E. Haibach. *Service fatigue strength – methods and data for structural analysis*. Springer Verlag, Berlin, 2002.

[11] S.J. Maddox. Influence of tensile residual stresses on the fatigue behavior of welded joints in steel. *ASTM STP.*; 776 (1982) 63-96.

[12] V.M. Lihavainen, G. Marquis. Fatigue strength of a longitudinal attachment improved by ultrasonic impact treatment. *IW*. 2003; Document XIII-1990-03.

[13] W. Fricke, O. Doerk. Simplified approach to fatigue strength assessment of fillet-welded attachment ends. *International Journal of Fatigue*. 28 (2006) 141-150.

[14] M.L. Williams. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 19 (1952) 526-528

[15] R. Gross, A. Mendelson. Plane elastostatic analysis of V-notched plates. *International Journal of Fracture Mechanics*. 8 (1972) 267-327.

[16] B. Atzori. Trattamenti termici e resistenza a fatica delle strutture saldate. *Rivista Italiana della Saldatura*. 1 (1983) 3-16.

Analisi dell'anisotropia microstrutturale in materiali compositi rinforzati con fibre corte

A. Bernasconi^a, F. Cosmi^b, D. Dreossi^c

^a Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, via La Masa 34 – 20156 Milano

^b Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Trieste, via A. Valerio 10 – Trieste

^c Sincrotrone Trieste, Area Science Park, Basovizza, Trieste.

RIASSUNTO. La microtomografia con luce di sincrotrone si è rivelata una tecnica particolarmente efficace per l'analisi della struttura risultante dalla distribuzione degli orientamenti assunti dalle fibre di rinforzo di compositi rinforzati con fibre di vetro. La ricostruzione dell'immagine tridimensionale ha consentito la visualizzazione della distribuzione spaziale delle fibre all'interno della matrice polimerica anche nel caso di fibre di piccole dimensioni (diametro medio di 10 micrometri). È stato quindi possibile misurare le differenze nell'orientamento delle fibre nei differenti strati di un campione utilizzando metodi basati sulla valutazione del Mean Intercept Length (MIL) e del fabric tensor. La tecnica descritta è stata applicata a un campione di poliammide 6 rinforzato con il 30% di fibre corte di vetro ricavato da lastra.

ABSTRACT. Synchrotron light microtomography has proved to be particularly efficient in order to analyze the microstructural characteristics in terms of reinforce fibre distribution and orientation in glass fibre reinforced composites. The spatial distribution of fibre within the polymeric matrix could be detected even in case of fibre characterized by a small diameter (10 micrometers average diameter). Differences in orientation distribution within a sample could be measured using the Mean Intercept Length (MIL) and the fabric tensor. The results presented herein refer to a sample of a 30% by weight glass fibre reinforced polyamide 6, extracted from a thin plate.

PAROLE CHIAVE. Compositi rinforzati con fibre corte; Anisotropia; Microtomografia; Mean intercept length.

1 INTRODUZIONE

I polimeri termoplastici rinforzati con fibre di vetro o di carbonio vengono sempre più frequentemente impiegati per la realizzazione di componenti soggetti a carichi anche rilevanti, grazie all'elevata resistenza specifica che ne consente l'impiego anche in sostituzione di materiali metallici.

L'effetto di rinforzo offerto dalle fibre consiste in un aumento di rigidità e di resistenza, statica e a fatica, che dipende sia dal rapporto di forma (diametro/lunghezza della fibra) sia dall'orientamento delle fibre rispetto alla direzione lungo la quale agiscono gli sforzi [1-4].

Lo stampaggio a iniezione è il processo tecnologico più diffuso per la produzione di manufatti realizzati con tali materiali. Le fibre vengono dapprima aggiunte al polimero fuso durante un'estrusione. Tagliando gli estrusi si ottengono i granuli (*pellet*), che vengono utilizzati per alimentare la macchina per stampaggio a iniezione. In questa macchina, il polimero viene nuovamente fuso e le fibre, pertanto già inglobate nel materiale prima dello stampaggio, vengono trascinate dal flusso del polimero fuso nello stampo.

Il flusso di riempimento, il cui comportamento dinamico è assimilabile a quello di un fluido ad elevata viscosità, determina complesse interazioni che risultano:

- in una frantumazione, per cui la distribuzione delle lunghezze delle fibre assume l'andamento

tipico di una distribuzione di Weibull, come indicato in Fig. 1(a) per un provino standard;

- in una forte influenza del comportamento dinamico del flusso sulla disposizione delle fibre, che si dispongono secondo orientamenti preferenziali, Fig. 1(b).

In particolare, il profilo di velocità del flusso presenta una zona a gradiente elevato in prossimità delle pareti dello stampo ed una zona a profilo tendenzialmente uniforme nella parte centrale dello spessore della cavità dello stampo. Di conseguenza, nei volumi di materiale che al centro sono soggetti principalmente a deformazioni trasversali, le fibre tendono a collocarsi in direzione perpendicolare al flusso di iniezione, mentre in prossimità delle pareti le fibre tendono a disporsi parallelamente al flusso, per effetto degli sforzi di taglio.

Le condizioni fluidodinamiche che si vengono a creare durante il processo di iniezione definiscono quindi gli orientamenti delle fibre (FOD, Fibre Orientation Distribution) che a loro volta determinano le proprietà meccaniche. A titolo di esempio, in Fig. 2 si possono apprezzare le differenze di resistenza, rispettivamente statica (a) ed a fatica (b), che i provini standard, caratterizzati dall'assenza dello strato centrale con fibre perpendicolari all'asse, presentano rispetto a provini aventi la stessa frazione volumetrica in fibre, ma ricavati da lastra iniettata di testa, che presentano invece un marcato strato centrale.

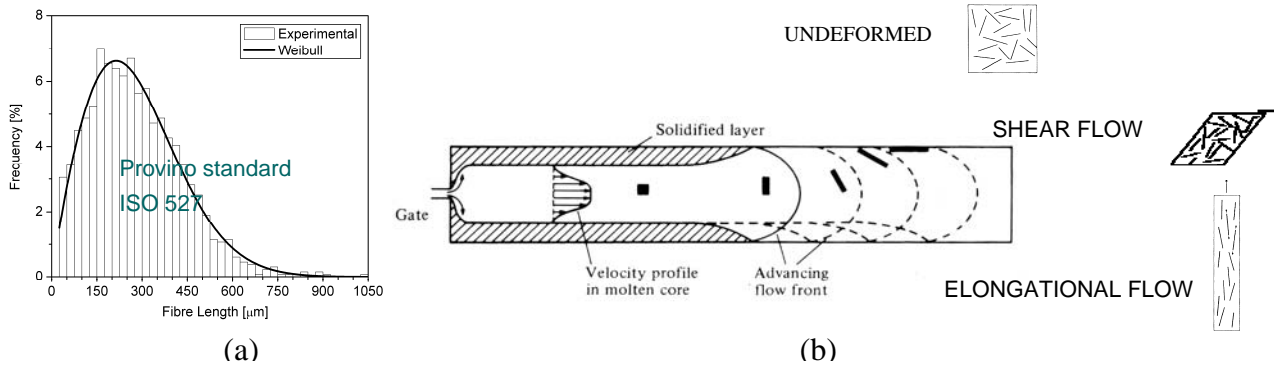


Figura 1: Distribuzione delle lunghezze [2] (a) e degli orientamenti (b) delle fibre nel processo di iniezione [5].

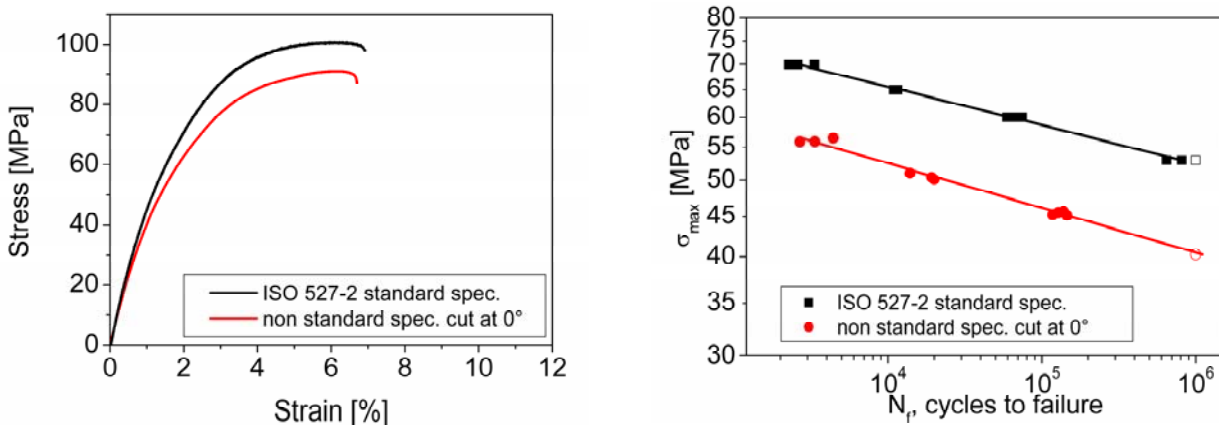


Figura 2: Resistenza statica (a) e a fatica (b) in provini standard e ricavati da lastra iniettata di testa [2].

La caratterizzazione delle distribuzioni di lunghezze e orientamento delle fibre costituisce quindi il primo passo per poter trasferire i risultati delle prove eseguite su provini standard a componenti reali, che inevitabilmente presentano geometrie più complesse.

Se da una parte la determinazione della distribuzione delle lunghezze delle fibre appare relativamente semplice, in quanto è sufficiente separarle dalla matrice polimerica per analizzarle successivamente al microscopio, più complessa appare la caratterizzazione della distribuzione degli orientamenti.

Da un punto di vista teorico, Advane e Tucker [6] hanno introdotto una formulazione tensoriale per la previsione delle orientazioni assunte dalle fibre, ipotizzate di lunghezza e diametro uniforme, in seguito al moto viscoso all'interno della matrice polimerica.

La tecnica sperimentale più diffusa è distruttiva e consiste nell'analisi di una serie di sezioni di un campione di materiale opportunamente preparato al microtomo [7,8]. L'orientazione viene ricostruita a partire dall'eccentricità della traccia ellittica della sezione della fibra. Questa tecnica presenta un'elevata incertezza nella misura degli angoli di orientamento, legata da un lato alle difficoltà nella preparazione del campione a causa della inevitabile frantumazione dei bordi delle fibre, dall'altro alla necessità di analizzare più sezioni adiacenti per discriminare tra i diversi angoli che possono corrispondere ad un'unica trac-

cia. Lo sviluppo di tecniche di microscopia confocale [9] ha permesso in parte di superarne in parte le limitazioni, permettendo di focalizzare piani sottostanti il piano di sezione, fino ad una profondità di 150 μm , mantenendo tuttavia la necessità di sezionare il campione nella zona d'interesse.

Le tecniche radiografiche non sono distruttive, ma permettono di analizzare solo la proiezione delle fibre sul piano della lastra [10], per cui l'analisi risulta corretta solo per distribuzioni piane di fibre. Per ottenere una ricostruzione tridimensionale completa è necessario ricorrere a tecniche di microtomografia computerizzata [11]. Anche in questo caso, però, un approccio legato all'analisi diretta di ogni singola fibra è possibile solo se le fibre sono relativamente poco numerose e di diametro sufficientemente grande rispetto alla risoluzione del sensore.

Come descritto in questa memoria, nella particolare applicazione al caso di compositi rinforzati con fibre di vetro, la microtomografia con luce di sincrotrone si è rivelata una tecnica particolarmente efficace, consentendo l'impiego di tecniche radiografiche in contrasto di fase, in grado di rendere visibili anche piccole disomogeneità all'interno del campione. La ricostruzione dell'immagine tridimensionale ha consentito la visualizzazione della distribuzione spaziale delle fibre all'interno della matrice polimerica anche nel caso di fibre di piccole dimensioni (diametro medio di 10 micrometri). E' stato quindi possi-

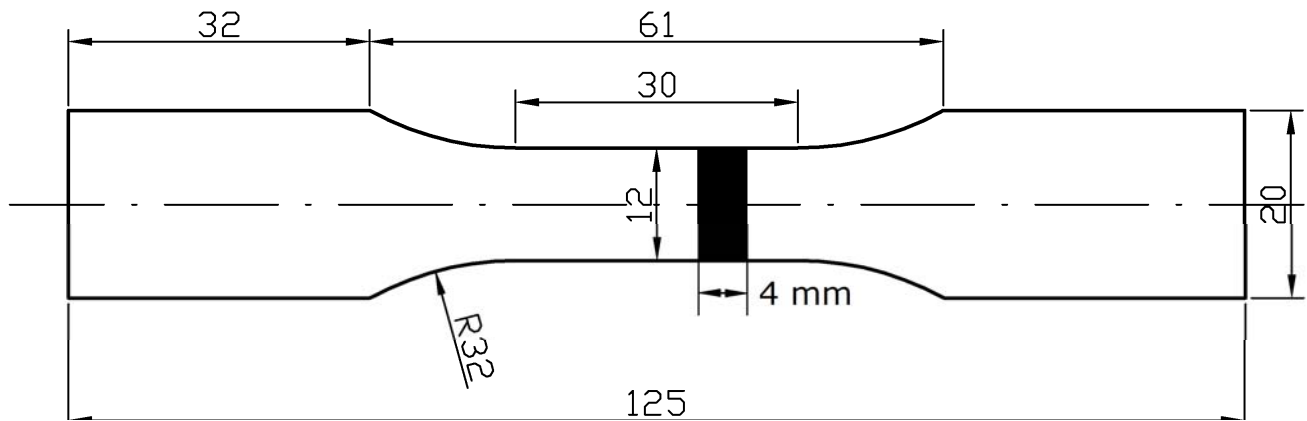


Figura 3: Provino, di spessore 3.2 mm, da cui è stato ricavato il campione di materiale analizzato

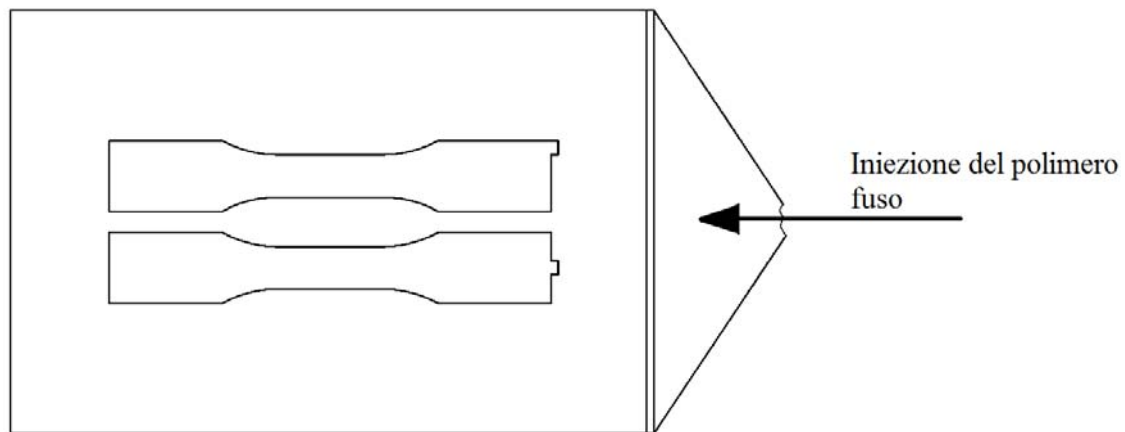


Figura 4: Lastra da cui è stato estratto il provino

bile misurare le differenze nell'orientamento dei differenti strati di un campione utilizzando metodi comunemente impiegati in altri settori, quali la geologia [12] e biologia [13], basati sulla valutazione di parametri legati alla distribuzione di fasi diverse in un volume, come ad esempio il Mean Intercept Length (MIL) o il fabric tensor, che sono stati applicati a un campione di poliammide 6 rinforzato con il 30% di fibre corte di vetro.

2 MATERIALI E METODI

2.1 Campione

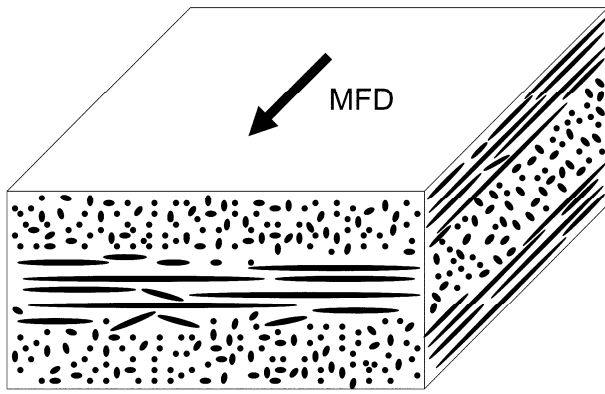
Il materiale analizzato è un composito a matrice polimerica termoplastica, poliammide 6, in cui il rinforzo è ottenuto mediante miscela del 30% in peso di fibre di vetro di tipo E aventi diametro medio di 10 μm (PA6 GF 30). Come già citato, la lunghezza delle fibre presenta una distribuzione di tipo Weibull. Il valore medio della lunghezza delle fibre dipende dalle condizioni di stampaggio, dalla complessità dello stampo e dalla concentrazione di fibre e oscilla generalmente tra i 200 e i 300 μm , mentre le lunghezze massime possono raggiungere anche i 1,5 mm.

Il campione oggetto delle misure è un parallelepipedo di base 3,2 mm x 4 mm e altezza 12 mm estratto, come ri-

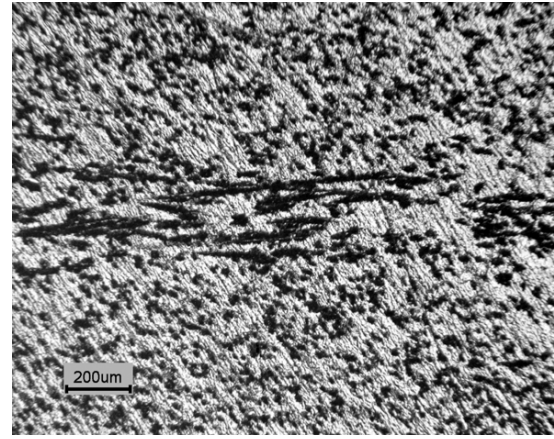
portato in Fig.3, da un provino a sua volta ricavato una lastra iniettata di testa come indicato in Fig.4, di dimensioni 120 x 180 mm e 3,2 mm di spessore, utilizzata per le prove di fatica descritte in [2].

In queste condizioni è noto che le fibre nella zona centrale del provino (*core*) tendono ad orientarsi perpendicolarmente al flusso d'iniezione, mentre ai lati di questa (*shell*), lungo quasi tutto lo spessore, la disposizione delle fibre è parallela al flusso d'iniezione, come rappresentato schematicamente in Fig.5a sulla base dell'immagine ottenuta al microscopio ottico di una sezione perpendicolare al flusso d'iniezione. Infatti, come è possibile osservare in Fig.5b, in quasi tutta la sezione del provino la traccia delle fibre nel piano di sezione è approssimativamente ellittica o circolare, ad indicare che le fibre sono state intersecate perpendicolarmente dal piano di taglio, mentre in uno strato centrale di circa 200 μm di altezza sono ben visibili numerose fibre parallele al piano di sezione.

Nelle lastre, caratterizzate da una larghezza della sezione trasversale molto maggiore rispetto allo spessore, le condizioni fluidodinamiche durante l'iniezione sono molto diverse da quelle che si verificano durante l'iniezione del provino con geometria standard, in cui le superfici dello stampo sono molto più vicine tra loro. La diversa struttura assunta dalle fibre di rinforzo in conseguenza delle diverse condizioni del flusso di iniezione determina diffe-



(a)



(b)

Figura 5: Campione di PA6 GF 30 estratto da una lastra di 3,2 mm di spessore: (a) schema della distribuzione delle fibre (MFD = direzione del flusso d'iniezione) e (b) particolare della distribuzione delle fibre nella zona centrale da immagine ottenuta al microscopio ottico di una sezione perpendicolare al flusso d'iniezione (fibre in nero).

Campione	R_m [MPa]	E [MPa]	Deformazione a rottura [%]
ISO 527-2	104.8 (\pm 0.6)	5846 (\pm 139)	6.78 (\pm 0.15)
Estratto da lastra	89.5 (\pm 3.6)	4607 (\pm 114)	6.47 (\pm 0.73)

Tabella 1 – Valori di resistenza a trazione, modulo elastico e allungamento a rottura di campioni di PA6GF30: confronto tra provino standard ISO 527-2 e provino estratto da lastra iniettata di testa.

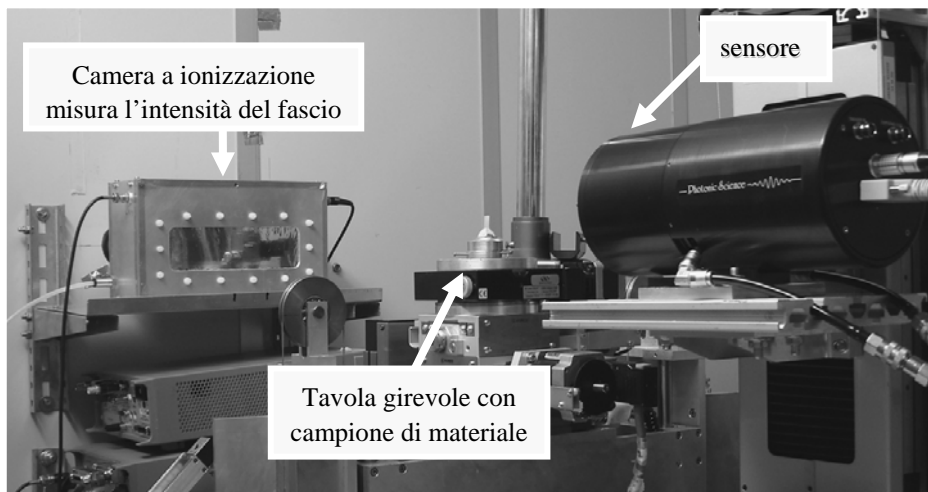


Figura 6: Set-up sperimentale per microtomografia con camera a ionizzazione all'uscita del fascio di raggi X, tavola girevole con un campione di materiale, rivelatore.

renze nelle proprietà meccaniche, come riportato in Tab. 1. La caratterizzazione dell'orientamento delle fibre rappresenta pertanto il primo passo per poter predire e modellare rigidità e resistenza del composito nel componente reale.

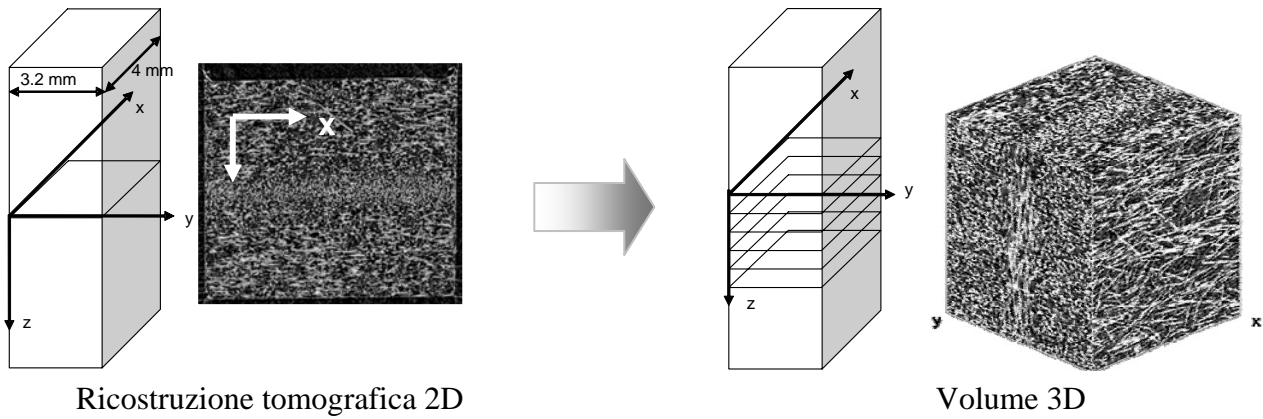
2.2 Acquisizione dati

La micrografia con radiazione di sincrotrone è una tecnica ideale per l'analisi sperimentale della microstruttura di materiali compositi rinforzati con fibre corte, essendo libera dalle limitazioni tipiche degli approcci tradizionali menzionati nell'introduzione.

Le analisi sono state condotte presso la linea di luce SYRMEP, installata presso il sincrotrone di Trieste (Elettra) e dedicata all'imaging con raggi X monocromatici con energia selezionabile fra i 9 ed i 35 keV.

Il fascio originato da uno dei magneti curvanti di Elettra viene reso monocromatico da una doppia riflessione su cristalli di Si(111) e raggiunge la stazione sperimentale (Fig. 6), che ospita campione e rivelatore.

L'alta coerenza spaziale della sorgente consente di applicare tecniche innovative che utilizzano anche l'informazione legata alle variazioni di fase subite dalla radiazione nell'attraversare il campione, che consentono di mettere



Ricostruzione tomografica 2D

Volume 3D

Figura 7: Ricostruzione tridimensionale di un volume cubico di lato 1,8 mm, a partire dalle ricostruzioni tomografiche 2D. Le fibre appaiono di colore chiaro.

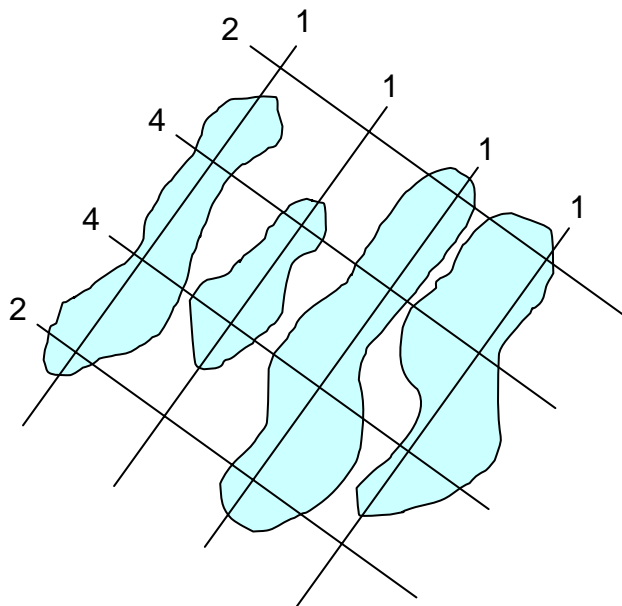


Figura 8: Conteggio delle intersezioni tra linee della griglia e passaggi di fase fibra-matrice per due diversi orientamenti della griglia di misura.

particolarmente in evidenza i bordi di disomogeneità anche molto piccole.

La radiografia convenzionale registra le proprietà di assorbimento dei raggi X da parte di un oggetto. Il contrasto dell'immagine è generato dalle differenze di densità, composizione e spessore del campione e si basa esclusivamente sul rilievo della variazione di ampiezza dei raggi X che lo attraversano. Il limite principale di questa tecnica consiste nel basso contrasto intrinseco dei materiali a basso numero atomico (per esempio i tessuti molli) o, più in generale, dei materiali con piccole differenze di assorbimento da punto a punto.

In generale, quando la sorgente di raggi X è caratterizzata da un'elevata coerenza spaziale, come è il caso delle sorgenti di luce di sincrotrone, è possibile utilizzare anche l'informazione legata alle variazioni di fase che la radiazione subisce attraversando un oggetto. Questi effetti, soprattutto a basse energie, sono preponderanti rispetto a

quelli connessi all'assorbimento e rendono visibili anche piccole disomogeneità all'interno del campione.

Numerosi approcci alla radiologia *phase-sensitive* sono stati riportati in letteratura e, tra questi, la radiografia in contrasto di fase (PHC, *PHase Contrast*) si caratterizza per la sua semplicità di implementazione: è sufficiente, infatti, porre il rivelatore ad una opportuna distanza dal soggetto da analizzare [14, 15]. La linea di luce è equipaggiata per la microtomografia computerizzata ad alta risoluzione (micro-CT), una delle più avanzate tecniche non distruttive di indagine, in grado di visualizzare la struttura interna di diversi materiali [16]. Questa tecnica consiste nell'acquisire un grande numero di proiezioni radiografiche PhC (nel nostro caso 720) ottenute a diverse posizioni angolari del campione, collocato su una tavola rotante rispetto alla sorgente, fino a coprire una rotazione totale di 180°. Applicando un algoritmo basato sul metodo della retro-proiezione filtrata, dalle proiezioni angolari ottenute si ricostruiscono le diverse sezioni trasversali

(slices) che riproducono la struttura del campione. Combinando una serie di slices si ottiene una rappresentazione volumetrica (Fig.7).

Rispetto ad una sorgente convenzionale, la luce di sincrotrone consente di migliorare la qualità dell'immagine, evitando effetti legati all'indurimento del fascio e consentendo misure quantitative sul campione in esame. Il rivelatore disponibile presso la stazione sperimentale della linea di luce SYRMEP è una CCD camera (Photonic Science XDI-VHR 1:2), 4008*2672 pixels di lato 9 μm accoppiata mediante un taper di fibre ottiche ad uno schermo di ossisolfuro di gadolinio dello spessore di circa 5 micron 12 bit. La massima risoluzione spaziale attualmente ottenibile, pari circa alla dimensione del pixel, si posiziona al limite inferiore delle possibilità di individuazione delle fibre di rinforzo (vetro o carbonio). Queste risultano però ben evidenziate nelle tomografie grazie all'impiego, della radiografia in contrasto di fase.

2.3 Analisi dell'anisotropia

La quantificazione delle differenze nella disposizione delle fibre evidenziate dalla ricostruzione del campione passa attraverso l'analisi delle caratteristiche di anisotropia del volume analizzato.

Nel campione esaminato, dimensioni e numerosità fibre rendono difficilmente percorribile un approccio basato sull'analisi diretta di ogni singola fibra, come quello seguito da Shen et al. [11] per fibre relativamente poco numerose e con diametri dell'ordine dei 100 μm . Si è quindi preferito caratterizzare globalmente l'anisotropia del materiale, rinunciando a determinare l'orientamento di ogni singola fibra.

In letteratura non esiste una definizione univoca di misura dell'anisotropia, ma vengono suggeriti diversi metodi che fanno riferimento a grandezze diverse: a seconda del parametro che viene utilizzato, il risultato ottenuto può risultare più o meno adatto a caratterizzare la struttura esaminata [17].

La caratterizzazione proposta in questo lavoro utilizza un parametro, il Mean Intercept Length (MIL), comunemente impiegato in biomeccanica [13], che per le sue caratteristiche appare particolarmente promettente per descrivere la disposizione spaziale di fibre [18].

Il *Mean Intercept Length*, *MIL*, è la distanza media tra le interfacce delle due fasi di una struttura. Il principio alla base di questa misura consiste nel posizionare una griglia piana di lunghezza L ed orientamento θ sulla struttura bifase e contare il numero I di intersezioni tra le linee della griglia ed i passaggi di fase, nel nostro caso fibra-matrice, come illustrato in Figura 8.

Il *MIL* è quindi dato da

$$MIL(\theta) = \frac{L}{I(\theta)} \quad (1)$$

ed è funzione dell'orientamento della griglia lungo la quale viene effettuata la misura. Il valore di *MIL* sarà dunque più alto in corrispondenza della direzione prefe-

renziale di orientamento delle fibre, che corrisponde ad un minor numero di passaggi di fase.

Ripetendo la misura n volte al variare dell'orientazione della griglia nello spazio, si possono rappresentare gli n MIL associati alle diverse direzioni in un diagramma polare. Per i materiali a due componenti è possibile approssimare il luogo descritto con un ellissoide e quindi definire una rappresentazione equivalente a un tensore definito positivo del secondo ordine, chiamato il *fabric tensor* del *MIL*. Gli autovettori di questo tensore rappresentano le direzioni principali dell'anisotropia, mentre gli autovalori, T_1, T_2, T_3 , costituiscono una misura della distribuzione della struttura intorno a queste direzioni. Per poter confrontare tra loro i risultati ottenuti in diversi campioni, i valori degli autovalori sono normalizzati imponendo che l'invariante primo sia unitario, vale a dire $T_1 + T_2 + T_3 = 1$. Un ulteriore parametro, utile per valutare quanto la struttura sia in effetti orientata in una direzione preferenziale, è il *Degree of Anisotropy* $DA = T_3 / T_1$.

L'analisi dell'anisotropia mediante *MIL* è influenzata da diversi fattori che vengono discussi nel seguito. Il software utilizzato è Quant3D [19].

Volumi di interesse

L'analisi del *MIL* è stata eseguita all'interno di diversi volumi sferici estratti dal volume ricostruito come illustrato in Fig.9.

I volumi analizzati sono porzioni del volume originale ricostruito, estratti rispettivamente nelle zone *shell* e *core*. La dimensione del volume di interesse (VOI), ove non diversamente specificato, è di 40x40x40 voxel³, pari a 360x360x360 μm^3 .

Segmentazione

Per poter eseguire le misure di *MIL*, è necessario identificare le due fasi, fibra e matrice, all'interno del volume di interesse, processo che viene indicato con il termine di segmentazione dell'immagine digitale.

In generale non esiste un unico algoritmo di segmentazione, ma è necessario scegliere la tecnica migliore per il problema specifico.

Nel caso del campione analizzato in questo lavoro, è noto dal processo di fabbricazione che la frazione volumetrica delle fibre all'interno della matrice, FV/TV (Fibre Volume/Total Volume), è del 15.7%. È stato per semplicità adottato un semplice algoritmo a soglia, posizionando il valore della soglia in modo tale da restituire il valore atteso di FV/TV nell'analisi dell'intero volume del campione ricostruito (396x343x431 voxel³, pari a 3.564x3.087x3.879 mm³).

Per le successive analisi delle diverse porzioni del medesimo campione che costituiscono i volumi di interesse, è stato sempre adottato lo stesso valore di soglia, determinato nel modo precedentemente descritto. In questo modo è stato anche possibile rilevare addensamenti e rarefazioni delle fibre nelle diverse zone del campione, che appaiono come variazioni locali del valore di FV/TV.

Campionamento delle orientazioni

Il risultato dell'analisi del *MIL* dipende dal numero di orientazioni della griglia utilizzata per la misura. Il software adottato consente all'utente di scegliere tra due possibilità, rispettivamente 513 e 2049 rotazioni, distribuite uniformemente sulla sfera impiegata per la misura, come illustrato in Fig.10.

Per minimizzare gli errori sistematici, il software impone al set di orientazioni predeterminato una rotazione casuale iniziale. L'influenza della rotazione random iniziale sul risultato della misura è riportata in Tab.2, che riporta i parametri del *fabric tensor* del *MIL* ottenuti in tre successive misure eseguite nella zona *shell* del campione, adottando 513 orientazioni della griglia di misura ed 1000 linee per ciascuna rotazione.

Dal momento che per autovettori ed autovettori valgono rispettivamente le relazioni $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ e $T_1 + T_2 + T_3 = 1$, viene introdotta una rappresentazione di questi parametri in grafici ternari, che hanno il vantaggio di consentire un'immediata visualizzazione delle caratteristiche della disposizione del rinforzo all'interno della matrice (Fig.11). Facendo riferimento sia alla Tab.2, sia alla Fig.11, appare evidente che i risultati presentano una dispersione minima, per cui nelle analisi successive si è ritenuto sufficiente ripetere 3 volte ciascuna misura.

Come già citato, il software utilizzato consente di effettuare la misura per 513 o 2049 rotazioni. L'influenza del numero di orientazioni e di linee misura sul risultato ottenuto, valutata sullo stesso volume utilizzato in precedenza per valutare l'influenza della rotazione random, è riportata in Tab. 3 facendo sinteticamente riferimento al parametro *Degree of Anisotropy*, *DA*. Come nel caso precedente, la dispersione dei valori degli autovettori è talmente bassa da risultare non visualizzabile. Anche l'influenza dei parametri esaminati sul *DA* risulta molto bassa, tranne nel caso di 513 orientazioni e 500 linee, cui corrisponde un campionamento insufficiente. Nella stessa tabella sono anche riportati i tempi di calcolo. Per le analisi successive sono state quindi adottate 513 orientazioni e 1000 linee di misura, che risulta essere la coppia di valori che ottimizza i tempi di calcolo a parità di risultato.

3 RISULTATI E DISCUSSIONE

I diagrammi polari di Figg.12 e 13 rappresentano i valori di *MIL* nelle 513 direzioni di misura in due volumi di 40 voxel di lato estratti rispettivamente nella zona *shell* e nella zona *core* del campione. La scelta di tale dimensione è dettata dallo spessore dello strato *core*. Le figure riportano anche le ricostruzioni delle fibre nelle zone analizzate. E' riconoscibile la distribuzione delle fibre già descritta nell'introduzione, corrispondente allo schema di Fig. 5(a). Risulta pertanto confermato che la direzione preferenziale delle fibre nello strato di *core* è perpendicolare a quella delle fibre dello strato di *shell*, che a loro volta sono allineate al flusso d'iniezione.

Come già citato, per i materiali a due componenti è possibile approssimare il diagramma polare del *MIL* con il *fabric tensor* del *MIL*, rappresentabile mediante un ellissoide. La Fig.14 permette di apprezzare gli errori compiuti nel passaggio da *MIL* all'ellissoide del *fabric tensor*. I parametri del *fabric tensor* del *MIL*, ottenuti dalla media di 3 prove, sono riportati in Tab. 4 e, graficamente, in Fig.15. I valori degli autovettori (direzioni principali) del *fabric tensor* consentono di verificare che le fibre si dispongono nello strato *shell* secondo direzioni preferenziali ortogonali a quelle delle fibre nello strato *core*.

Dimensioni e posizione del volume analizzato

L'influenza delle dimensioni del volume analizzato (VOI) è stata valutata nella zona *shell*, di spessore maggiore rispetto alla zona *core*, utilizzando 3 volumi rispettivamente di lato 40, 80 e 120 voxel. I risultati sono riportati in Tab. 5 insieme ad una immagine dei volumi analizzati.

In Tab.6 sono riportati i risultati ottenuti come media di 3 prove sui VOI di lato 40 voxel, estratti da zone *shell* e *core* come indicato in Fig.15. Questi risultati mostrano come sia possibile determinare il grado di anisotropia dei campioni e coglierne le variazioni locali, per mezzo di una caratterizzazione globale del volume esaminato, non fibra per fibra. In particolare, in Tab.5 è possibile osservare come al cambiare delle dimensioni del volume analizzato vi siano delle limitate variazioni del grado di anisotropia, per cui all'analisi di un volume di dimensione inferiore corrisponde una caratterizzazione particolarmente locale della struttura. Variazioni analoghe si riscontrano in Tab. 6, al variare della posizione di misura. E' comunque da notare come in ogni caso due zone *shell* e *core*, siano caratterizzate da valori del grado di anisotropia e direzioni preferenziali delle fibre nettamente diversi.

Gli sviluppi di questa ricerca avranno come obiettivo la valutazione delle relazioni che intercorrono tra distribuzione delle fibre e proprietà meccaniche di componenti realizzati in polimeri rinforzati con fibre corte. La determinazione della relazione tra costanti elastiche e autovettori e autovettori del *fabric tensor* non è immediata, in quanto le costanti elastiche sono descritte da un tensore del quarto ordine, mentre il *fabric tensor* è del secondo ordine. Cowin [20] ha sviluppato una formulazione per la determinazione delle costanti elastiche dell'osso trabecolare sano, la cui applicabilità al caso di polimeri rinforzati con fibre corte verrà verificata nel proseguimento della ricerca.

4 CONCLUSIONI

Le proprietà meccaniche dei materiali compositi rinforzati con fibre corte ottenuti per stampaggio a iniezione dipendono fortemente dalla distribuzione degli orientamenti delle fibre di rinforzo. Le tecniche comunemente impiegate per determinare l'orientamento delle fibre in

questi materiali presentano limitazioni essenzialmente legate all'estrapolazione della distribuzione tridimensionale delle fibre a partire da immagini bidimensionali (radiografie o micrografie di sezioni). L'impiego della tomografia in contrasto di fase con luce di sincrotrone ha permesso la ricostruzione della distribuzione tridimensionale delle fibre in un campione di poliammide 6 rinforzato con il 30% di fibre corte di vetro. La successiva analisi dei volumi ricostruiti mediante un software che implementa la misura del MIL indica che è possibile determinare il grado di anisotropia dei campioni e coglierne le variazioni locali. Queste misure consentono una caratterizzazione globale del volume esaminato, non fibra per fibra.

Gli sviluppi del lavoro presentato hanno come obiettivo la valutazione delle relazioni che intercorrono tra distribuzione delle fibre e le proprietà meccaniche di componenti realizzati in polimeri rinforzati con fibre corte.

5 BIBLIOGRAFIA

- [1] S. Fu, B. Lauke, Effects of fiber length and fiber orientation distributions on the tensile strength of short-fiber-reinforced polymers. *Composites Science and Technology* 56 (1996) 1179-1190.
- [2] A. Bernasconi, P. Davoli, A. Basile, A. Filippi. Effect of fibre orientation on the fatigue behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide-6. *Int J Fatigue*, Vol.29 (2), (2007) 199-208.
- [3] C.M. Sonsino, E. Moosbrugger, Fatigue design of highly loaded short-glass-fibre reinforced polyamide parts in engine compartments. *International Journal of Fatigue* (2007), doi: 10.1016/j.ijfatigue.2007.08.017.
- [4] M Gupta, KK. Wang Fiber orientation and mechanical properties of short-fiber-reinforced injection-molded composites: simulated and experimental results. *Polymer Composites* 14 (1993) 367-382.
- [5] D. Hull, T.W. Clyne, *An Introduction to Composite Materials* (2nd edition). Cambridge University Press (1996).
- [6] S.G. Advani, C.L. Tucker, III, The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites, *J. Rheology* 31 (1987) 751-784.
- [7] R.S. Bay, C.L. Tucker III, Stereological measurement and error estimates for three-dimensional fiber orientation. *Polymer Engineering and Science* 32 (1992) 240-253.
- [8] P.J. Hine, R.A. Duckett, Fiber orientation structures and mechanical properties of injection molded short glass fiber reinforced ribbed plates. *Polymer Composites* 25 (2004) 237-254.
- [9] A.R. Clarke, G. Archenhold, N.C. Davidson. A novel technique for determining the 3D spatial distribution of glass fibres in polymer composites. *Composites Science and Technology* 55 (1995) 75-91
- [10] E.G. Kim, J.K. Park, S.H. Jo, A study on fiber orientation during the injection molding of fiber-reinforced polymeric composites (Comparison between image processing results and numerical simulation). *Journal of Materials Processing Technology* 111 (2001) 225-232
- [11] H. Shen, S. Nutt, D.Hull Direct observation and measurement of fiber architecture in short fiber-polymer composite foam through micro-CT imaging. *Composites Science and Technology* 64 (2004) 2113-2120
- [12] R.A.Ketcham Three-dimensional grain fabric measurements using high-resolution X-ray computed tomography. *Journal of Structural Geology* 27 (2005) 1217-1228
- [13] S.C. Cowin, S.B. Doty, *Tissue Mechanics*, Springer, 2007
- [14] R.A.Lewis, Medical phase contrast x-ray imaging: current status and future prospects., *Phys Med Biol.* 49 (2004) 3573-3583
- [15] Arfelli et al., Mammography with synchrotron radiation: phase-detection techniques *Radiology*, 215 (2000) 286-293
- [16] A.C. Kak, M. Slaney: *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, IEEE Press (1988).
- [17] A. Odgaard, "Three-Dimensional methods for quantification of cancellous bone architecture", *Bone*, 4 (1997) 315-328
- [18] G. M. Luo , A. M. Sadegh, S. C. Cowin, The mean intercept length polygons for systems of planar nets, *Journal of Materials Science*, 26 (1991) 2389-2396
- [19] R. A. Ketcham, T. M.Ryan Quantification and visualization of anisotropy in trabecular bone. *Journal of Microscopy* 213 (2004) 158-171
- [20] S.C. Cowin, The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor, *Mechanics of Materials*, 4 (1985) 137-147