

GÜÇLENDİRİLMİŞ GRADYAN MİNİMİZASYONU KULLANARAK MEDİKAL GÖRÜNTÜLERDE GÜRÜLTÜ ARINDIRMA

Metin ERTAŞ ^{*} 

Alınma:01.07.2022; düzeltme:21.11.2022; kabul: 11.01.2023

Öz: Medikal görüntüler doğası gereği farklı gürültü tipleri ve seviyelerine maruz kalmaktadır. Medikal görüntülerin oluşturulmasında kullanılan rekonstrüksiyon algoritmalarının temel amacı, oluşan bu gürültünün giderilmesi ve çözünürlüğün artırılması için en verimli yöntemlerin kullanılmasıdır. Bu yöntemler kullanılırken filtreleme, düzenleyiciler ve gürültü giderici operatörler kullanıp gürültünün arındırılması amaçlanmaktadır. Sıkıştırılmış algılamanın medikal görüntüleme de aktif olarak kullanılmaya başlanmasından sonra, görüntüyü daha seyrek forma dönüştüren toplam değişinti (TD) en küçüklemesi ile görüntü üzerindeki gürültü azaltılarak ufak detayların ve kenarların daha net biçimde korunması sağlanmıştır. Lokal bir gradyan operatörü olan toplam değişinti algoritması bu çalışmada kısmi gradyan yönlerinde kullanılan komşuluk seviyesi artırılarak daha güçlü bir gürültü giderici olarak yeniden tasarlanmıştır. Çalışma kapsamında, tasarlanan bu yeni güçlendirilmiş gradyan minimizasyonunun medikal görüntülerde mevcut farklı Gauss, Poisson ve Gauss+Poisson gürültü seviyeleri üzerinde gürültü arındırma başarısı klasik TD ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar pik sinyal-gürültü oranı, yapısal benzerlik ve kontrast-gürültü oranı metrikleri ve görsel analiz kullanılarak karşılaştırılmış ve önerilen yeni güçlendirilmiş gradyan minimizasyonu yönteminin mevcut klasik TD algoritmasından daha iyi gürültü arındırma potansiyeline sahip olduğu gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: toplam değişinti, Gauss, Poisson, gürültü arındırma, güçlendirilmiş gradyan minimizasyonu.

Medical Image Denoising Using Reinforced Gradient Minimization

Abstract: Medical images are naturally exposed to different types and levels of noise. The main purpose of algorithms used in the reconstruction of medical images is to use the most efficient method to remove this noise and to increase the resolution. With these techniques, the noise is intended to be removed using filters, regularizers, and noise removal operators. After the availability of compressed sensing in medical imaging, the total variation (TV) minimization, which transforms the image into a sparser form, reduces the image noise and preserves small details and edges. In this study, a local gradient operator TD has been redesigned as a stronger noise remover by increasing the level of the neighborhood used in partial gradient directions. The proposed reinforced gradient minimization's ability to reduce noise under various levels of Gaussian, Poisson, and Gauss+Poisson noise was compared to that of the traditional TV technique. The results were compared using peak signal-to-noise-ratio (PSNR), structure similarity (SSIM), contrast-to-noise-ratio (CNR) metrics, and visual analysis. It was shown that the proposed reinforced gradient minimization method has better noise removal potential than that of the TV algorithm.

Keywords: total variation, Gaussian, Poisson, image denoising, reinforced gradient minimization

* İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Avcılar, İstanbul, Türkiye, ertas@istanbul.edu.tr

* Türk Hava Yolları A.O., İstanbul, Türkiye, metin.ertas@gmail.com

1. GİRİŞ

Medikal cihazların daha iyi performans göstermesini sağlamak ve böylece tıbbi tanıyı iyileştirmek için temel gereksinimlerden en önemlisi iyi kalitede görüntüler elde etmektir. Fakat medikal görüntüler, üretildikleri fiziksel modele bağlı olarak farklı türde ve seviyelerde gürültü içermektedir. Gürültü, görüntüyü oluştururken görüntü üzerindeki parlaklık, renk ve yoğunluk bilgisindeki orijinal görüntüde aslında bulunmayan rastgele dalgalanmalar veya değişiklikler olarak tanımlanabilir. Medikal görüntüleme yaygın olarak kullanılan manyetik rezonans görüntüleme Gauss ve Rayleigh; bilgisayarlı tomografi ve x-ışını görüntüleme tabanlı gibi cihazlarda ise Gauss ve Poisson tipi gürültü ana gürültü çeşitleridir. Bu sebeple, medikal görüntülerde, görüntü rekonstrüksiyonu aşamasında veya sonrasında görüntü üzerinde oluşan gürültünün giderilmesi zaruri bir ihtiyaç olmaktadır.

Gürültü arındırma yöntemleri temel olarak uzamsal (spatial) filtreleme ve dönüşüm (transform) uzayında filtreleme olarak iki yaklaşımda gruplandırılabilir (Motwani ve diğ., 2004). Gürültü arındırmada kullanılan en yaygın yöntem ise gürültü filtreleme yöntemidir. Görüntülerin komşu pikselleri arasındaki ilişkinin birbirine yakın değerler olduğu bilgisini kullanarak Rudin ve diğ. (1992) literatürde uzamsal gürültü arındırmada en sık kullanılan yöntemlerden birisi olan toplam değişinti (TD) yöntemini önermişlerdir (Rudin ve diğ., 1992). TD matematiksel olarak görüntü içerisindeki piksellerin belirli bir komşuluk içerisinde ne kadar değiştiğini gösteren sayısal bir değerdir. TD algoritması temelde komşuluk ilişkisine bağımlı olduğundan, görüntü üzerinde kenarları koruyarak düşük frekans bölgelerinde ciddi miktarda arka plan gürültüsünü gidermesiyle medikal görüntülemenin tüm alt dallarında sıklıkla kullanılmıştır (Joshi ve diğ., 2009, Sidky ve diğ., 2008).

TD algoritmasının, medikal görüntüleme farklı problemler için geliştirilmiş çeşitli varyantları bulunmaktadır. Klasik TD algoritması sıkıştırılmış algılamanın ortaya çıkması ile medikal görüntüleme düzenleyici terim olarak yinelemeli yöntemler ile birlikte kullanılmıştır (Sidky ve diğ., 2006; Sidky ve diğ., 2008). Candes ve diğ. (2008), gradyan alanındaki seyrekliği daha etkin bir şekilde arttırmak için ağırlıklandırılmış TD (wTV) algoritmasını önermişler ve TD için yeni bir maliyet fonksiyonu tanımlamışlardır (Candes ve diğ., 2008). Toplam değişinti, farklı yönlerdeki gradyan büyüklüklerini eşit ağırlıklandırdığından dolayı aynı zamanda izotropik olarak adlandırılmaktadır. Fakat sınırlı tarama açısı veya görüntünün içerisindeki dokuların sahip olduğu farklı özellikler sebebiyle gradyanların değişen oranlarda ağırlıklandırıldığı anizotropik TD (aTV), özellikle tomosentez ve seyrek tomografik görüntüleme gürültü giderilmesinde ciddi katkı sağladığı gösterilmiştir (Chen ve diğ., 2013; Wang ve diğ., 2017; Pang ve diğ., 2019). TD, klasik tanımlandığı norm itibarıyla l_1 ve l_2 norm olarak kullanılmasının yanında aynı zamanda l_p , $p \in (0,1)$ aralığında farklı p değerleri için diğer iki normdan daha iyi sonuç verebileceği gösterilmiş ve tomosentez ve tomografik görüntü rekonstrüksiyonunda kullanılmıştır (Sidky ve diğ., 2008; Miao ve Yu, 2015; Zheng ve diğ., 2016). Sınırlı tarama açısı ve görüntü içerisinde yönlü özelliklere sahip dokuların olduğu görüntülerde klasik TD'ye göre daha iyi gürültü arındırması ve görüntü rekonstrüksiyonu sağlayan yönlü TD (directional TV, dTV) anizotropik TD'ye farklı bir bakış açısı sunmuştur (Guo ve diğ., 2017; Pang ve diğ., 2019; Qu ve diğ., 2019; Zhang ve diğ., 2021). Zhang ve diğ. (2021), yaptıkları çalışmada dTV kullanarak minimal tarama açılarında dahi başarılı görüntü rekonstrüksiyonun yapılabildiğini göstermişlerdir. dTV ile kısmi gradyanların açılal katsayılar yardımıyla yönlü bir şekilde ağırlıklandırılması yapılarak bu yönlü dokuların daha iyi tespiti için başarılı sonuçlar elde edilmiştir (Qu ve diğ., 2019).

Yapısı gereği TD algoritması belli bir pikselin iki boyutlu bir görüntü için x ve y yönündeki kısmi gradyanları şeklinde ifade edilmektedir. Huang ve diğ. (2016, 2018) yönlü artefaktları ortadan kaldırmak için sınırlı tarama açısı boyunca kısmi gradyan teriminde 2 komşuluk yerine

4 komşuluk kullanarak başka bir dTV formu önermişlerdir (Haung ve diğ., 2016; Haung ve diğ., 2018). Sonuç olarak, sınırlı açılı tomografi rekonstrüksiyonunda ayrıntıları doğru şekilde koruyan ve sınırlı tarama açısı boyunca oluşan bozulmaları bu yöndeki kısmi gradyanı kuvvetlendirerek iyileştiren daha başarılı bir rekonstrüksiyon işlemi gerçekleştirmişlerdir. Burada kullanılan 4 komşuluk TD' nin alındığı pikselin y yönünde -1 ve +2 piksel ötesindeki diğer piksellerin farklarının da y yönlü kısmi gradyana dâhil edilmesiyle oluşturulmuştur. Kısmi gradyanda artışa ek olarak, farklı kısmi gradyanlar ekleyerek TD' nin geliştirildiği dört yönlü toplam değişinti (4dTV) algoritması da, merkez pikselin ortagonal köşe pikselinin ve hem x hem de y yönlü +1 pikselinin farklarını yeni bir kısmi gradyan terimi olarak ekleyerek daha hızlı ve güçlü bir gürültü arındırıcı yöntem olarak önerilmiştir (Sakurai ve diğ., 2011; Liao ve diğ., 2015; Wu ve diğ., 2017; Cheng ve diğ., 2018).

Bu çalışmada, literatürdeki çalışmalardan farklı olarak lokal bir gradyan operatörü olan toplam değişinti algoritması hem x hem de y yönündeki kısmi gradyanların etkisini arttırmak için merkez pikselin +2 birim ötesindeki piksellerin de gradyan hesabına dâhil edilmesiyle komşuluk / lokallik seviyesi artırılarak daha güçlü bir gürültü arındırıcı olarak yeniden tasarlanmıştır. Bu güçlendirmeye temel olarak merkez pikselin x ve y yönündeki ardışık iki komşu pikseli ile ayrı ayrı farklarını kısmi gradyana ekleyerek merkez pikselin TD maliyet fonksiyonundaki etkisini 2 katına çıkarmak hedeflenmiştir. Aynı zamanda medikal görüntülerin arka plan gürültüsünün bastırılmasının kontrast artışına ciddi miktarda katkı olması sebebiyle güçlendirilmiş gradyan minimizasyonu ile hem gürültüden arındırılmış hem de detayların daha net görünmesi sağlanması hedeflenmiştir.

Bir sonraki bölümde, önerilen güçlendirilmiş gradyan minimizasyonu yönteminin matematiksel tanımı ve detaylı gradyan tanımı yapılmıştır. 3. bölümde, önerilen yöntemin TD algoritması ile farklı Gauss, Poisson ve Gauss+ Poisson gürültü seviyeleri için gürültü giderme performansı karşılaştırılmıştır. Devamında, önerilen yöntemin sağladığı katkı ve mevcut yöntemlere göre farklılıkları tartışma bölümünde anlatılıp makale son bölümde sonuçlandırılacaktır.

2. YÖNTEM

Gürültü arındırmada temel zorluk, gürültü giderme ile kenarlar ve dokular gibi görüntü detaylarını korumak arasındaki dengeyi sağlamaktır. Klasik bir gürültü arındırma problemi (1) gibi modellenebilir:

$$f = x + n, \quad (1)$$

Burada $f \in R^{ixj}$ gözlemlenen görüntüyü, $n \in R^{ixj}$ gürültüyü ve $x \in R^{ixj}$ ise gürültüden arındırılmış ulaşılmak istenen görüntüyü simgelemektedir. Gürültüden arındırma probleminde ise amaçlanan hedef görüntü x' i, gürültülü f görüntüsünden elde etmektir. (1) denkleminin çözümü gürültülü ve gürültüsüz görüntünün farklarının l_2 normunun, $\frac{1}{2} \|x - f\|_2^2$, en küçüklenmesi ile elde edilebilir ve bu fonksiyon veri uyumluluğu (data fidelity) olarak tanımlanır. (1) denklemini düzenleyici kullanılarak gürültüden arındırma işlemi yapıldığında ise aşağıdaki matematiksel forma dönüşmektedir:

$$\operatorname{argmin}_x D(x, f) + \lambda R(x) \quad (2)$$

Burada, $D(x, f)$ gözleme bağımlılığı kuvvetlendiren veri uyumluluğunu, $R(x)$ ise düzenleyici olarak kullanılan görüntü ön bilgisi ile uyumluluğu gösteren terimi ve λ ise düzenleyici terimin maliyet fonksiyonundaki ağırlığını gösteren nümerik bir değer olarak tanımlanır. (2)' de

kullanılan düzenleyici terim toplam değışinti (TD) olarak kullanıldığında ise problem (3)'deki forma dönüşmektedir.

$$\underset{x}{\operatorname{argmin}} D(x, f) + \lambda x_{TD} \quad (3)$$

$$x_{TD} = \sqrt{D_y^2 + D_d^2} \quad (4)$$

$$D_y = x_{i,j} - x_{i+1,j} \quad \text{ve} \quad D_d = x_{i,j} - x_{i,j+1} \quad (5)$$

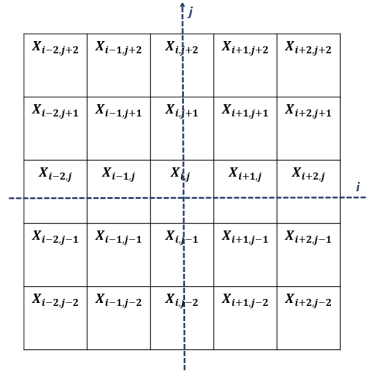
i ve j matris indislerini göstermektedir. D_y ve D_d , sırasıyla x (yatay) ve y (dikey) yönlerindeki kısmi gradyan operatörlerini simgelemektedir. (4)'de gösterilen klasik TD terimi ise (5)'de gösterilen kısmi gradyan operatörlerinin görüntü içerisindeki bütün pikseller için hesaplanıp, görüntü için sayısal bir değer olarak ortaya çıkmaktadır. Hesaplanan bu değermin minimizasyonu yapılarak medikal görüntüler için önemli bir görsel unsur olan kenarlar korunurken görüntü üzerindeki arka plan artefaktlarının giderilmesi sağlanmaktadır.

(4)'ü hesaplarken kısmi gradyan operatörü her bir yön için sadece iki komşu pikselin değerlerini kullanmaktadır. Fakat yüksek çözünürlük içeren görüntülerde, sadece iki komşuluğu kullanan kısmi gradyan operatörleri farklılıkları tespit etmede tam anlamıyla yeterli olmayabilir. Bu sebeple bu çalışmada hem x hem de y yönündeki kısmi gradyan operatörlerinde kullanılan iki komşu piksel yerine, komşu bir diğer pikselin daha bu hesaba dâhil edilmesiyle gradyanın her iki yönde de güçlendirilmesi ön görülmüştür. Bu amaçla, (5)'deki kısmi gradyan operatörleri her bir yönde birer komşu piksel daha kullanılarak önerilen güçlendirilmiş gradyan minimizasyonu oluşturulmuştur:

$$\tilde{D}_y = (x_{i,j} - x_{i+1,j}) + (x_{i,j} - x_{i+2,j}) = 2x_{i,j} - x_{i+1,j} - x_{i+2,j}$$

$$\tilde{D}_d = (x_{i,j} - x_{i,j+1}) + (x_{i,j} - x_{i,j+2}) = 2x_{i,j} - x_{i,j+1} - x_{i,j+2} \quad (6)$$

$$x_{rTD} = \sqrt{\tilde{D}_y^2 + \tilde{D}_d^2} \quad (7)$$



Şekil 1:

2 boyutlu bir görüntüdeki x ve y koordinat sistemi ve piksellerin komşuluk ilişkisi

(6)'da görüldüğü üzere, gradyan hesabının yapıldığı piksel olan $x_{i,j}$ pikseli iki farklı komşu piksel ile gradyan hesabına katkı sağladığından, optimizasyon probleminde ağırlık olarak klasik TD' den iki kat daha fazla etkiye sahip olacaktır. Bu sebeple her iki yönde daha homojen bir gürültü giderme algoritması oluşacak ve özellikle arka plan gürültüsünün bastırılmasında daha

başarılı bir yöntem olacaktır. 2 boyutlu bir görüntüdeki komşuluk ilişkisinin daha iyi anlaşılabilmesi için görüntü üzerinde x ve y koordinat sistemi ve piksellerin komşuluk ilişkisi Şekil 1’ de gösterilmiştir. (7)’ de oluşturulan yeni toplam değişinti algoritması bir başka deyişle güçlendirilmiş gradyan operatörü (rTD), (4)’ teki klasik TD algoritması gibi konveks yapıda olduğundan klasik gradyan azalması algoritması ile çözümü mümkün olacaktır. Bunun için (7)’ de önerilen x_{rTD} algoritmasının türevi aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{rTD}}{\partial x_{i,j}} = & \frac{2(2x_{i,j} - x_{i+1,j} - x_{i+2,j}) + 2(2x_{i,j} - x_{i,j+1} - x_{i,j+2})}{\sqrt{(2x_{i,j} - x_{i+1,j} - x_{i+2,j})^2 + (2x_{i,j} - x_{i,j+1} - x_{i,j+2})^2 + \varepsilon}} \\ & - \frac{(2x_{i-2,j} - x_{i-1,j} - x_{i,j})}{\sqrt{(2x_{i-2,j} - x_{i-1,j} - x_{i,j})^2 + (2x_{i-2,j} - x_{i-2,j+1} - x_{i-2,j+2})^2 + \varepsilon}} \\ & - \frac{(2x_{i-1,j} - x_{i,j} - x_{i+1,j})}{\sqrt{(2x_{i-1,j} - x_{i,j} - x_{i+1,j})^2 + (2x_{i-1,j} - x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j+2})^2 + \varepsilon}} \\ & - \frac{(2x_{i,j-2} - x_{i,j-1} - x_{i,j})}{\sqrt{(2x_{i,j-2} - x_{i,j-1} - x_{i,j})^2 + (2x_{i,j-2} - x_{i+1,j-2} - x_{i+2,j-2})^2 + \varepsilon}} \\ & - \frac{(2x_{i,j-1} - x_{i,j} - x_{i,j+1})}{\sqrt{(2x_{i,j-1} - x_{i,j} - x_{i,j+1})^2 + (2x_{i,j-1} - x_{i+1,j-1} - x_{i+2,j-1})^2 + \varepsilon}} \end{aligned} \quad (8)$$

burada, ε değeri payda da 0 olma ihtimalinde oluşacak tanımsızlığı bozmak için çok küçük pozitif bir sayı (10^{-6}) olarak eklenmiştir. Çözüm için adım miktarı her bir n yaklaşımda 2^n olacak şekilde artan uyarlamalı bir şekilde seçilmiş ve bu sayede yakınsama hızının artırılması amaçlanmıştır.

3. DENEYLER

Bu çalışmada, önerilen güçlendirilmiş gradyan minimizasyonu rTD , özellikle medikal görüntüler için geliştirilen yöntemlerin testlerinde sıklıkla kullanılan Shepp-Logan fantomu ve deep lesion veri kümesinden (Yan ve diğ., 2018) alınmış insan BT görüntüsü üzerinde test edilmiştir. Bu çalışmada önerilen yöntemin medikal görüntülerin oluşturulurken, özellikle x -ışını tabanlı cihazların sistem fiziği sebebiyle görüntü üzerinde oluşan Poisson, Gauss ve bu iki gürültünün toplamı olan Gauss + Poisson gürültülerindeki performansı analiz edilmiştir. Önerilen yöntem, Shepp-Logan fantomu üzerinde her üç gürültü için ayrı ayrı denenmiş ve sonuçlar klasik TD algoritması ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca Gauss gürültüsü Shepp-Logan fantomu üzerinde farklı gürültü seviyelerinde uygulanarak, rTD ’ nin değişen gürültü seviyesindeki performansı klasik TD ile kıyaslanmıştır. Bunlara ek olarak, rTD ’ nin insan BT görüntüsü üzerine eklenmiş Gauss gürültüsünü gidermedeki performansı klasik TD ile karşılaştırılmıştır.

3.1. Sistem Parametreleri

Deneylerde kullanılan fantom boyutu olarak, önerilen yöntemin yüksek çözünürlük görüntülerde daha iyi sonuç vermesi beklentisi sebebiyle 1024x1024 olarak seçilmiş ve medikal görüntüleme sıklıkla kullanılan Shepp-Logan fantomu seçilmiştir. İnsan BT görüntüsü ise deep lesion veri kümesinden alındığı için direk 512x512 çözünürlükte kullanılmıştır. Bütün işlemler MATLAB 2020b ortamında gerçekleştirilmiştir. *rTD* ilk önce 20 db Gauss gürültüsü eklenmiş görüntü üzerinde klasik *TD* ile karşılaştırılmıştır. Ardından, görüntü ile bağımlı Poisson gürültüsü temiz görüntüye eklenerek önerilen yöntemin sinyal kaynaklı oluşan gürültü üzerindeki etkinliği karşılaştırılmıştır. Son olarak da önce Poisson gürültü ile bozulan görüntü üzerine 20db ek Gauss gürültüsü eklenerek Gauss + Poisson gürültüsünü yansıtacak şekilde karşılaştırma yapılmıştır.

Bir sonraki aşamada, Shepp-Logan fantomu 5-10-15-20-25 db Gauss gürültüsü ile bulandırılarak, önerilen yöntemin farklı gürültü seviyelerindeki performans incelemesi yapılmıştır. Son çalışmada ise insan BT göğüs görüntüsü üzerine 20db ek Gauss gürültüsü eklenmiş ve *rTD* ve *TD* algoritmasının gürültü giderme performansı nitel olarak detaylandırılmıştır.

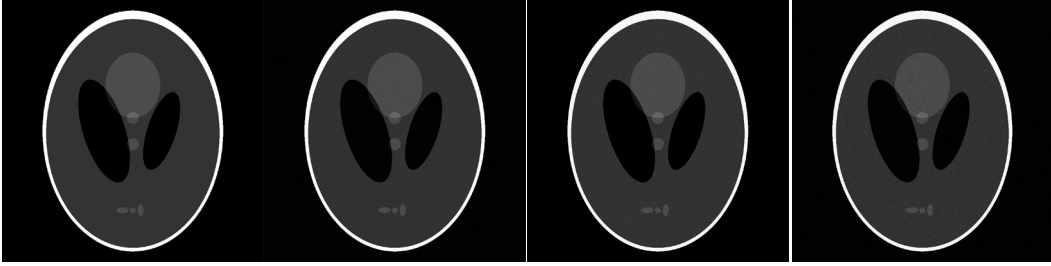
rTD ve klasik *TD* algoritmasının adil bir şekilde karşılaştırılabilmesi için, durdurma kriteri olarak iterasyon sayısı (epoch) seçilmiş ve yapılan empirik ön çalışmalar sonucunda 20 ile sınırlandırılmıştır. Daha yüksek bir iterasyon sayısı seçilmesi durumunda yakınsamanın devam edeceği Şekil 4' te gösterilmiştir. Fakat bu yakınsama hızı artık ihmal edilebilir seviyelere düştüğü için iterasyon sayısı 20 ile sınırlandırılmıştır. *TD*' nin görüntü üzerindeki etkisini düzenleyen (3)'te yer alan düzenleme katsayısı λ , sabit 1 olarak seçilmiştir.

3.2. Sayısal ve görsel sonuçlar

1024 x 1024 boyutunda orijinal Shepp-Logan fantom görüntüsü ve bu görüntü üzerine uygulanan Gauss, Poisson ve Gauss+Poisson gürültüleri eklendikten sonra oluşan görüntüler sırası ile Şekil 2'de gösterilmiştir. Burada, hem görüntüye bağımlı hem de bağımsız gürültü unsurlarını içeren Gauss + Poisson gürültü, orijinal görüntü üzerinde ciddi miktarda bozulmaya sebep olduğu için önerilen yöntemin performans analizi için en zor görev olarak düşünülebilir. Gürültüden arındırma işlemleri sonucunda oluşan görüntüler Şekil 3' te gösterilmiştir. Burada sırası ile üst satırda *TD* ve alt satırda ise *rTD* yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntüler gösterilmiştir. İlk sütun Gauss gürültüsü eklenmiş görüntünün gürültüden arındırılması ve sırasıyla ikinci ve üçüncü sütunda ise Poisson ve Gauss + Poisson gürültü eklenmiş görüntülerin gürültü arındırılma sonucunda oluşan görüntüler gösterilmiştir. Her iki yöntem incelendiğinde, *TD* algoritması aynı şartlar altında her bir gürültü tipi için arka plan gürültüsünü bastırmada *rTD* yöntemine göre daha az başarılı olmuştur. Beklenildiği gibi, arka plan gürültüsünün en baskın olarak kaldığı görüntü Gauss + Poisson gürültü eklenmesiyle oluşturulan görüntüler olmuştur. Fakat *rTD* yöntemi, Gauss + Poisson gürültüsü ile bozulmuş görüntünün alt kısmında yer alan ufak detayların neredeyse tamamen bozulduğu görüntüyü dahi küçük detayları ve görüntü içindeki kenarları koruyarak daha başarılı bir şekilde gürültüden arındırmayı başarmıştır.

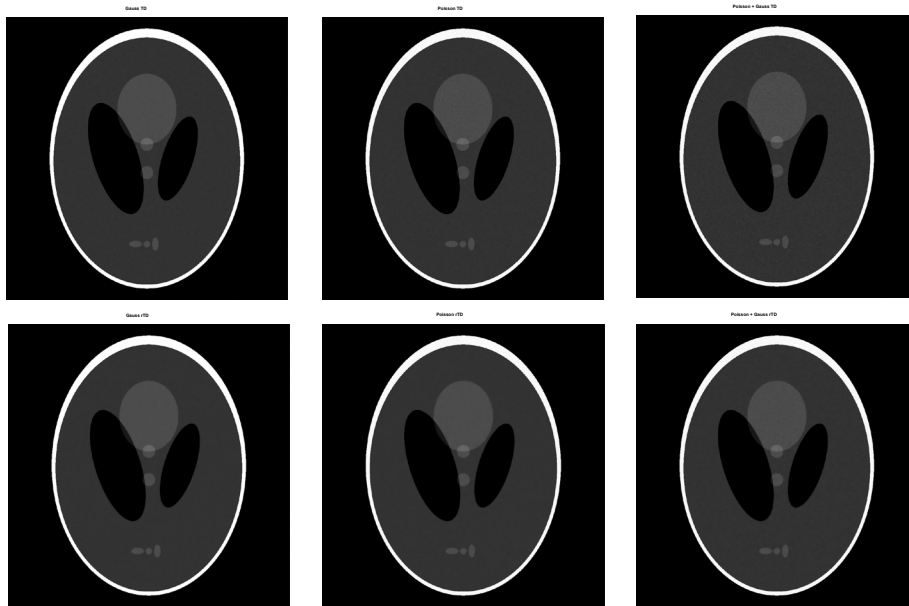
rTD yöntemi sayısal metriklere baktığımızda da *TD* yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Tablo 1' de her iki yöntemin üç farklı gürültü tipi üzerinde uygulandığında oluşan görüntülerin pik sinyal-gürültü-oranı (Peak signal to noise ratio PSNR), yapısal benzerlik değeri (Structure SIMilarity, SSIM) ve kontrast-gürültü-oranı (Contrast to noise ratio) verilmiştir. PSNR değerlerine bakıldığında, Poisson gürültü eklenen görüntüde *TD* daha iyi sonuç vermiş ve diğer iki gürültü tipinde *rTD* daha iyi PSNR değeri sağlamıştır. Fakat Şekil 3 incelendiğinde Poisson gürültüsünün arındırıldığı orta sütundaki görüntülerde önerilen

yöntemin TD ' ye göre hem detayları korurken hem de arka plan gürültüsünü ciddi miktarda temizlediği görünmektedir. PSNR, hata kareler ortalamasına bağlı bir metrik olduğundan görüntü üzerindeki gürültünün dağılımının direkt değere etkisi insan gözünün gördüğünden farklı olabilmektedir (Wang ve diğ., 2003). Bu sebeple bu metriğe ek olarak gürültüden arındırılan görüntünün orijinal görüntüye görsel olarak ne kadar yakın olduğunu gösteren yapısal benzerlik (SSIM) değerine bakılmıştır. SSIM değeri 0-1 aralığında değişmekte ve 1 değerine ne kadar yakın bir değer çıkarsa görüntünün orijinal görüntüye yakınlık seviyesi o kadar artmaktadır. Tablo 1' deki SSIM değerlerine bakıldığında rTD ile gürültüden arındırılmış görüntülerin hepsinin 0.99'dan daha yüksek bir değere sahip olduğu görünmektedir. rTD ve TD algoritmaları 20 iterasyon sayısı ile sınırlandırıldığından her bir iterasyonda SSIM değerinin değişimini gösteren Şekil 4' teki grafiklere baktığımızda rTD yönteminin daha ilk iterasyonda 0.98 değerinin üzerinde bir benzerlik oranı yakaladığı ve yakınsama hızının TD ' ye göre çok daha hızlı olduğu net bir biçimde görünmektedir.



Şekil 2:

Soldan sağa: Orijinal Shepp-Logan fantomu, Gauss gürültü eklenmiş görüntü, Poisson gürültü eklenmiş görüntü, Gauss + Poisson gürültü eklenmiş görüntü



Şekil 3:

Gürültüden arındırılmış görüntüler. Üst satır: TD yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntüler, alt satır: rTD ile gürültüden arındırılmış görüntüler.

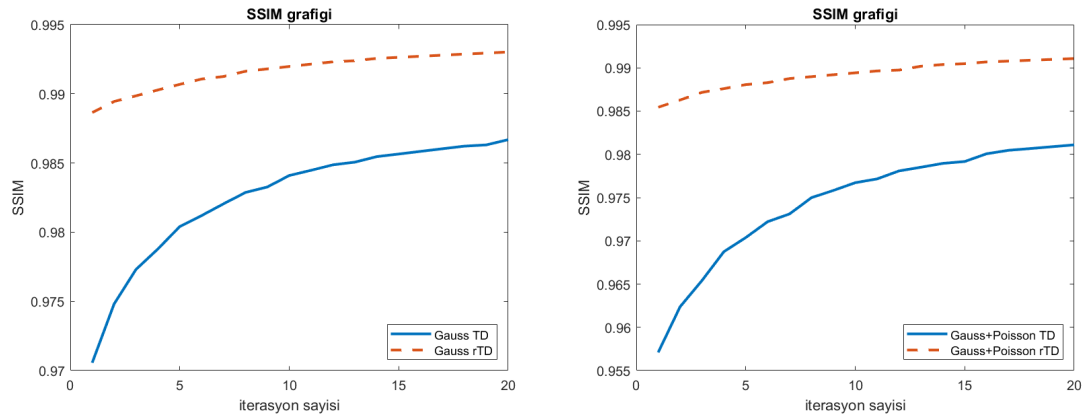
rTD yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntülerin arka plan gürültüsünün ciddi miktarda azaltılmasının yanında ufak detayların korunduğunu göstermek için Şekil 2’deki orijinal Shepp-Logan fantomunun alt kısmında yer alan ve büyütülmüş hali Şekil 5’te verilen üç tane elipsoid dokunun kontrast-gürültü-oranı (CNR) değerleri Tablo1’de karşılaştırılmıştır. *rTD* yönteminin bütün gürültü tiplerinde *TD* yöntemine göre CNR oranında ciddi artış sağladığı gösterilmiş ve bu sayede ufak detayların ayırt edilebilirliğinin ciddi miktarda artması sağlanmıştır. CNR hesabı (9) kullanılarak yapılmıştır.

$$CNR = \frac{|\mu_{seçili\ bölge} - \mu_{arka\ plan}|}{\sigma_{arka\ plan}} \quad (9)$$

$\mu_{seçili\ bölge}$ ve $\mu_{arka\ plan}$ sırasıyla Şekil 5’de sol üst satırda sarı ile bölgelendirilmiş dokuların geride kalan arka planın ortalama piksel değerini, $\sigma_{arka\ plan}$ ise arka planın standart sapma değerini göstermektedir. Burada seçili bölgedeki ortalama değer üç elipsoid için ayrı ayrı ölçülmesinden önce hepsini tek bir dokuymuş gibi değerlendirilerek hesaplanmış ve ölçülen CNR değeri bu üç dokunun toplam CNR değerini oluşturmaktadır. Orijinal görüntüde bu üç elipsoid yapının aynı intensite değerinde olması CNR işleminin tek bir dokuymuş gibi yapılmasına imkan sağlamıştır. Şekil 5 incelendiğinde görsel olarak yapılan değerlendirmeler, CNR değerleri ile benzerlik göstermektedir. Önerilen *rTD* yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntülerde detaylar arka plan gürültüsünün çok daha temiz olmasından kaynaklı düşük standart sapmaya sahip olmasıyla daha yüksek CNR değerlerine ulaşmışlardır. Bu sayede yapısal benzerliğe ek olarak kontrast-gürültü seviyesinin de önerilen yöntem için daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir.

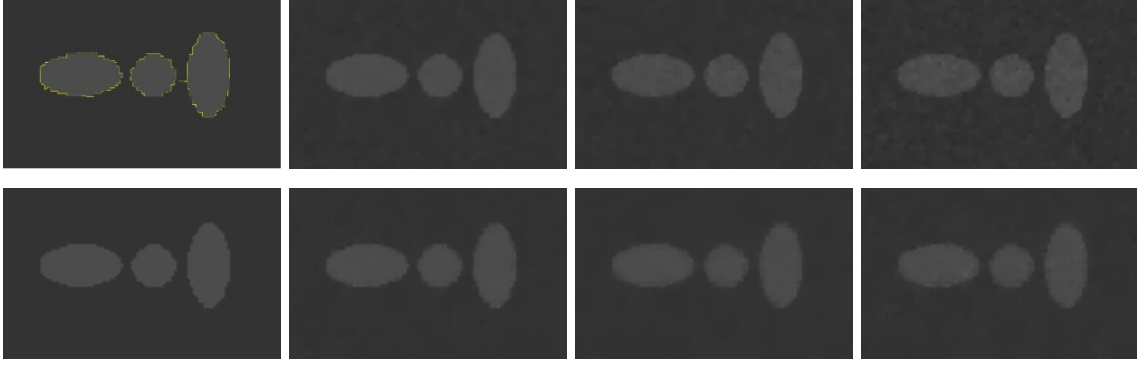
Tablo 1. TD ve rTD algoritmalarının PSNR, SSIM ve CNR değerleri

	Gauss TD	Poisson TD	Gauss + Poisson TD	Gauss rTD	Poisson rTD	Gauss + Poisson rTD
PSNR	45.87	42.21	40.21	46.79	41.50	40.59
SSIM	0.9867	0.9949	0.9808	0.9930	0.9980	0.9914
CNR	16.65	15.48	9.98	18.93	16.07	13.68



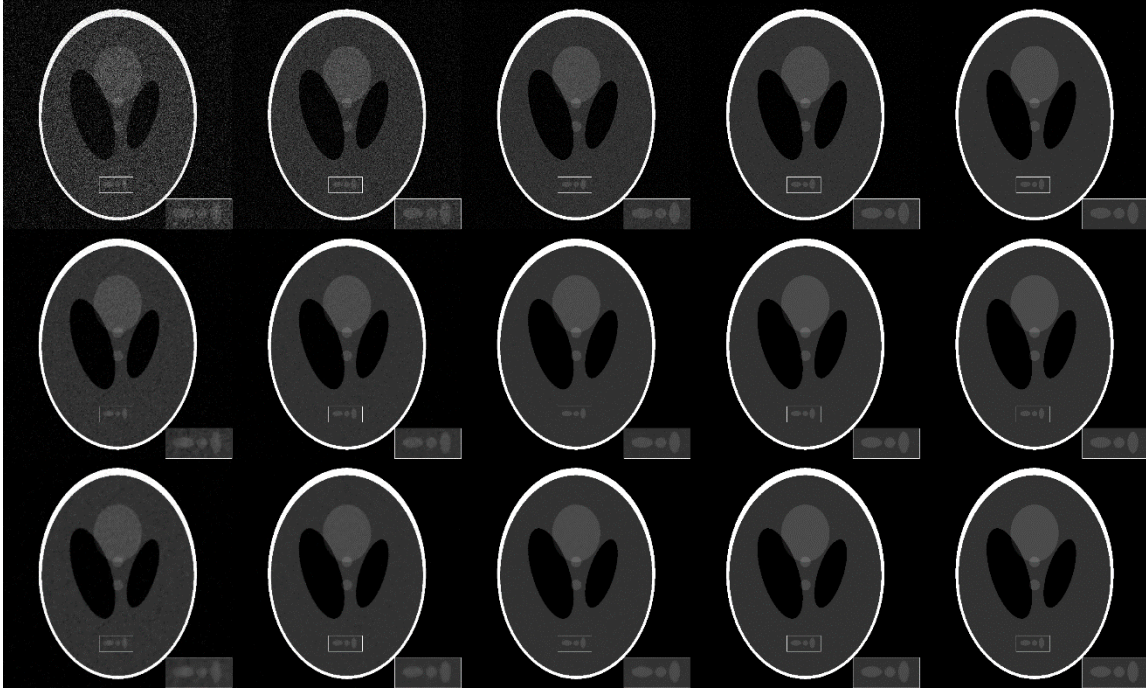
Şekil 4:

SSIM değişim grafikleri. Sol: Gauss gürültü eklenen görüntünün SSIM değişimi Sağ: Gauss + Poisson gürültü eklenen görüntünün SSIM değişimi



Şekil 5:

CNR hesabı yapılan bölgenin büyütülmüş hali ve gürültü arındırma sonuçları. Üst satır (soldan sağa): CNR hesabı için bölge sınırları (ROI) gösterilmiş orijinal görüntü, Gauss TD, Poisson TD, Poisson + Gauss TD. Alt satır (soldan sağa): orijinal görüntü, Gauss rTD, Poisson rTD, Poisson + Gauss rTD.



Şekil 6:

Farklı Gauss gürültü seviyeleri ve gürültüden arındırılmış görüntüler. Üst satır (soldan sağa): sırasıyla 5-10-15-20-25db Gauss gürültüsü eklenmiş Shepp-Logan fantomu görüntüleri, orta satır: TD algoritması ile gürültüden arındırılmış görüntüler, alt satır: rTD algoritması ile gürültüden arındırılmış görüntüler.

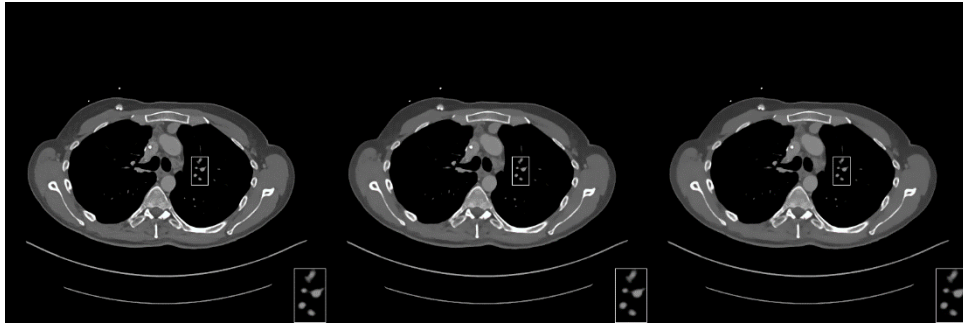
Çalışmada incelenmek istenen bir başka hususta *rTD* yönteminin farklı gürültü seviyelerindeki performansının karşılaştırılmasıdır. Shep-Logan fantomu üzerine eklenmiş, sırasıyla 5-10-15-20-25 db gürültü seviyesindeki Gauss gürültü içeren görüntüler Şekil 6' da üst satırda gösterilmiştir. Ayrıca Şekil 6'da bu 5 farklı gürültü seviyesi ile kirletilmiş görüntülerin *rTD* yöntemi ve *TD* yöntemi ile gürültüden arındırılmış halleri gösterilmiştir. Bunlara ek olarak Şekil 6'da her bir görüntü için fantomun alt kısmında yer alan 3 elipsoid bölge çıkarılarak 3 kat

büyütülmüş ve daha detaylı analiz için görüntülerin sağ alt kısmına eklenmiştir. Şekil 6 incelendiğinde, 5db ile kirlenmiş görüntü beklenildiği gibi ciddi miktarda bulanıklık içermektedir. Beklendiği gibi, 5db ile kirlenmiş görüntüde bile *rTD* yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntü *TD* yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntüden daha iyi görünmektedir. 25 db'lik gürültü ise seviye olarak çok düşük olmasından dolayı görsel olarak iki yöntem arasındaki fark çok net biçimde ayırt edilememektedir. Tablo 2'de ise her bir gürültü seviyesi için ayrı ayrı hesaplanmış PSNR ve SSIM değerleri yer almaktadır. *rTD* yöntemi ile gürültüden arındırılmış görüntülerin bütün gürültü seviyelerinde *TD* yöntemine göre çok daha yüksek değerlere sahip olduğu görünmekte ve görsel sonuçlar ile örtüşmektedir. Aynı zamanda metrikler her bir gürültü seviyesi için ayrı ayrı karşılaştırıldığında, aralarındaki fark gürültü miktarı arttıkça artmakta, bir başka deyişle problem zorlaştığında daha iyi sonuç elde edilmektedir.

Tablo 2. TD ve rTD algoritmalarının farklı Gauss gürültüsü seviyeleri üzerindeki PSNR ve SSIM değerleri

	TD					rTD				
	5db	10db	15db	20db	25db	5db	10db	15db	20db	25db
PSNR	31.63	36.43	41.27	45.90	50.86	33.07	37.59	42.10	46.80	51.10
SSIM	0.755	0.894	0.961	0.987	0.996	0.857	0.942	0.980	0.994	0.998

Son olarak *rTD* yönteminin insan BT görüntüsü üzerindeki gürültüden arındırma performansı Şekil 7'de gösterilmiştir. Burada deep lesion veri setinden alınmış insan BT görüntüsüne 20 db ek Gauss gürültüsü eklenmiş ve her iki yöntem ile gürültüden arındırma işlemi yapılmıştır. Ayrıca sağ akciğerde yer alan segmenter dallar 3 kat büyütülerek çıkartılmış ve daha yakın inceleme amacıyla görüntünün sağ alt köşesine eklenmiştir. Şekil 7 detaylı incelendiğinde her iki yöntemde gürültü gidermede başarılı olduğu görünmektedir. Önerilen yöntemin olası kısıtı olarak değerlendirilebilecek küçük detayları korumada geleneksel TD kadar başarılı olduğu bununla birlikte homojen bölgelerde beklenildiği gibi daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 7:

İnsan BT görüntüsü üzerindeki sonuçlar. Sol: veri kümesinden alınmış orijinal BT görüntüsü, orta: TD ile gürültüden arındırılmış görüntü, sağ: rTD ile gürültüden arındırılmış görüntü.

4. TARTIŞMA

Çalışmanın önemli kısımlarından birisi (3)'te yer alan düzenleme katsayısı λ' nın değerinin belirlenmesidir. Bu değer seçimi hakkında literatürde birçok çalışma olmasına rağmen genel olarak gürültü yoğunluğuna bağlı olarak iterasyon boyunca azalarak değişen uyarlamalı yapıda

olması daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir (Gilboa ve diğ., 2006). Bu çalışmada, λ değeri sabit ve 1 değeri seçilerek çalışmanın sadece yöntemlerin başarısına odaklanması sağlanmıştır. Fakat *rTD* algoritması, her iki yönde de artan gradyan gücü sayesinde daha güçlü bir gürültü arındırma performansı gösterdiğinden ve daha hızlı yakınsadığından dolayı gürültü miktarı ile uyarlama değişecek bir şekilde kullanılması halinde performans olarak daha üst seviyeye çıkabilecek potansiyele sahiptir.

(8)'de görüldüğü gibi özellikle türevin ilk elemanında, türevin alındığı piksel olan $x_{i,j}$ teriminin katsayısı TD' ye göre 2 katıdır. Bu sebeple, önerilen *rTD* gürültü giderme algoritması gradyan teriminin daha güçlü olmasından kaynaklı düşük çözünürlükteki görüntülerde yüksek çözünürlükteki görüntülere göre daha az iyileştirme göstermesi beklenmektedir. Özellikle mikron seviyesinde çözünürlüğe sahip mamografi ve tomosentez gibi cihazlarda üretin görüntülerde önerilen yöntemin daha başarılı sonuçlar vermesi ön görülmektedir. Bu sebepten ötürü, bu çalışmada 1024×1024 çözünürlüğünde analitik fantom kullanılmıştır.

Önerilen yöntemde her ne kadar kısmi gradyan yönlerinde ek bir gradyan terimi gelmesi kaynaklı gürültüden arındırma performansı artışı sağlansa da problemin çözümü için zaman kaynaklı daha fazla iş yükü getirmiştir. Medikal görüntüleme de görüntü oluşturma işlemi çoğunlukla çevrim-dışı bir süreç olduğu için bu süre ihmal edilebilir olmakla beraber ADMM (Boyd ve diğ., 2011) gibi daha hızlı optimizasyon çözümleri ile daha hızlı sonuç alınması sağlanabilir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, klasik toplam değişinti yönteminde kullanılan kısmi gradyanların komşuluk etkisini x ve y yönlerinde birer kademe daha güçlendirerek daha güçlü bir gürültü arındırma algoritması (*rTD*) önerilmiştir. Önerilen güçlendirilmiş toplam değişinti *rTD*'nin performans analizi için Shepp-Logan fantomu üzerine ayrı ayrı Gauss, Poisson ve Gauss+Poisson gürültüsü eklenmiş ve sonuçlar klasik *TD* algoritması ile karşılaştırılmıştır. Benzer sonuçlar farklı gürültü seviyelerinde ve insan BT görüntüsü üzerinde de elde edilmiştir. Hem nitel hem de nicel sonuçlara bakıldığında önerilen yöntemin arka plan gürültüsünü bastırma konusunda başarılı olduğu gösterilirken aynı zamanda görüntü içerisinde yer alan ufak detayların ayırt edilebilirliğinin artışı yüksek CNR değerleriyle gösterilmiştir. Bunlara ek olarak *rTD* ilk iterasyonda bile çok hızlı bir şekilde istenilen görüntüye yakınsadığı için zamansal olarak her ne kadar görece daha yavaş olsa da yakınsama hızı düşünüldüğünde yüksek verimlilikte çalışan bir algoritma olduğu gösterilmiştir.

ÇIKAR ÇATIŞMASI

Yazar, bilinen herhangi bir çıkar çatışması veya herhangi bir kurum/kuruluş ya da kişi ile ortak çıkar bulunmadığını onaylamaktadırlar.

YAZAR KATKISI

Metin Ertaş; çalışmanın teorik ve matematiksel gerçekleştirilmesinin yapılması, deneylerin yapılması, sonuçların analizi ve yorumlanması, ve makalenin yazılması aşamalarını tek yazar olarak yapmıştır.

KAYNAKLAR

1. Boyd S, Parikh N, Chu E, Peleato B, Eckstein J., (2011) “Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers” vol. 3. <https://doi.org/10.1561/2200000016>.
2. Candes E.J., Wakin M.B., and Boyd S.P., (2008) “Enhancing sparsity by reweighted ℓ_1 minimization,” *J. Fourier Anal. Appl.*, vol. 14, pp. 877–905. <https://doi.org/10.1007/s00041-008-9045-x>
3. Chen Z, Jin X, Li L, Wang G. A, (2013) “limited-angle CT reconstruction method based on anisotropic TV minimization.” *Phys Med Biol*; 58:2119. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/58/7/2119>
4. Cheng Z., Chen Y., Wang L., Lin F., Wang H. and Chen Y., (2018), "Four-Directional Total Variation Denoising Using Fast Fourier Transform and ADMM," *IEEE 3rd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC)*, pp. 379-383, doi: 10.1109/ICIVC.2018.8492869
5. Gilboa G., Sochen N., Zeevi Y.Y., (2006) “Variational denoising of partly textured images by spatially varying constraints”, *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 15, no. 8, pp. 2281-2289. doi: 10.1109/TIP.2006.875247.
6. Guo Y., Zeng L., Wang C. , Zhang L., (2017), “Image reconstruction model for the exterior problem of computed tomography based on weighted directional total variation”, *Applied Mathematical Modelling*, 52 (358: 377), <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.07.057>.
7. Huang Y, Taubmann O, Huang X, Haase V, Lauritsch G, Maier, (2016) “A new weighted anisotropic total variation algorithm for limited angle tomography.”, *Proc of Int Symp Biomed Imaging 2016*; 585–8. <https://doi.org/10.1109/ISBI.2016.7493336>.
8. Huang Y, Taubmann O, Huang X, Haase V, Lauritsch G, Maier, (2018), “A. Scale-space anisotropic total variation for limited angle tomography. *IEEE Trans Radiat Plasma Med Sci*; 2:307–14. <https://doi.org/10.1109/TRPMS.2018.2824400>.
9. Joshi, S. H., Marquina, A., Osher, S. J., Dinov, I., Van Horn, J. D., & Toga, A. W. (2009). “MRI Resolution Enhancement Using Total Variation Regularization”. *Proceedings. IEEE International Symposium on Biomedical Imaging, 2009*, 161–164. <https://doi.org/10.1109/ISBI.2009.5193008>
10. Liao F., Coatrieux J. L., Wu J., and Shu H., (2015), “A new fast algorithm for constrained four-directional total variation image denoising problem,” *Math. Problems Eng.*, vol. 2015, pp. 1–11, <https://doi.org/10.1155/2015/815132>
11. Miao C and Yu H. (2015), “A General-Thresholding Solution for $l_p(0 < p < 1)$ Regularized CT Reconstruction.” *IEEE Trans Image Process*; 24:5455–68. <https://doi.org/10.1109/TIP.2015.2468175>.
12. Motwani, M.C., Gadiya, M.C., Motwani, R.C. and Harris, F.C., (2004), “Survey of image denoising techniques.” In *Proceedings of GSPX (Vol. 27, pp. 27-30)*.
13. Pang Z.F., Zhou Y.M., Wu T., Li D.J., (2019), “Image denoising via a new anisotropic total-variation-based model”, *Signal Processing: Image Communication*, 74, (140-152), <https://doi.org/10.1016/j.image.2019.02.003>.
14. Qu Z., Zhao X., Pan J. and Chen P., (2019), “Sparse-view CT reconstruction based on gradient directional total variation”, *Meas. Sci. Technol.*, 30, 055404, <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ab09c6>.

15. Rudin L., Osher S., Fatemi E., (1992), “Nonlinear total variation based noise removal algorithms”, *Physica D* 60 (1–4) 259–268. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90242-F](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90242-F)
16. Sakurai M., Kiriyama S., Goto T., and Hirano S., (2011) “Fast algorithm for total variation minimization,” in *Proc. 18th IEEE Int. Conf. Image Process.*, pp. 1461–1464, doi: 10.1109/ICIP.2011.6115718.
17. Sidky E Y, Kao C-M and Pan X (2006) “Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT” *J. X-Ray Sci. Technol.* 14 119–39
18. Sidky EY, Pan X. (2008), “Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization.” *Phys Med Biol*;53:4777. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/53/17/021>.
19. Sidky E.Y., Reiser I., Nishikawa R.M., Pan X., Chartrand R., Kopans D.B., (2008), “Practical iterative image reconstruction in digital breast tomosynthesis by non-convex TpV optimization.” *Med Imaging 2008 Phys Med Imaging*; 6913:691328. <https://doi.org/10.1117/12.772796>.
20. Wang, Z., Simoncelli, E.P., Bovik, A.C., (2003), “Multiscale structural similarity for image quality assessment”, *The Thrity-Seventh Asilo-mar Conference on Signals, Systems Computers, 2003*, pp. 1398–1402 Vol.2. doi: 10.1109/ACSSC.2003.1292216.
21. Wang T., Nakamoto K., Zhang H. and Liu H., (2017), "Reweighted Anisotropic Total Variation Minimization for Limited-Angle CT Reconstruction," in *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 64, no. 10, pp. 2742-2760, doi: 10.1109/TNS.2017.2750199.
22. Wu L., Chen Y., Jin J., Du H., and Qiu B., (2017), “Four-directional fractional order total variation regularization for image denoising,” *J. Electron Imag.*, 26 (5, doi: 10.1117/1.JEI.26.5.053003.
23. Yan K., Wang X., Lu L., and Summers R.M., (2018) “DeepLesion: automated mining of large-scale lesion annotations and universal lesion detection with deep learning.” *J Med Imaging*, 5(3):036501. doi: 10.1117/1.JMI.5.3.036501.
24. Zhang Z., Chen B., Xia D., Sidky E.M. and Pan X., (2021), “Directional-TV algorithm for image reconstruction from limited-angular-range data”, *Medical Image Analysis*, 70,102030, <https://doi.org/10.1016/j.media.2021.102030>
25. Zheng J., Fessler J.A., Chan H-P. (2016); “Digital breast tomosynthesis reconstruction using spatially weighted non-convex regularization.” *Med Imaging 2016 Phys Med Imaging*;9783:978369. <https://doi.org/10.1117/12.2216414>.

