

宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 衛星の位置姿勢制御に関するシミュレーション

Simulation on position control of the Space Gravitational Wave Telescope DECIGO satellite

浅井彩花

Ayaka ASAI

指導教員 佐藤修一

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻（創生科学系）修士課程

DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) is a space gravitational wave antenna planned in Japan for the detection of gravitational waves in the 0.1-10 Hz frequency range.

DECIGO's key technologies are Formation Flight Control and Drag Free Control. These technologies enable DECIGO to counteract the effects of disturbances such as solar wind and solar radiation pressure. However, it is not possible to achieve all degrees of freedom on the ground. In this paper, simulations are performed to study the feasibility of the controls.

Key Words : gravitational wave, DECIGO, formation flight, drag-free, simulation

1. 研究背景

重力波とは質量を持った物体が運動することで時空が歪み、高速で伝播する時空のさざ波である。1916年にアインシュタインによって相対性理論の中で提唱された。主な重力波源としては、連星中性子星の合体や超新星爆発といった、大きな質量を持つ天体の運動があげられる。また、インフレーションによる宇宙空間のダイナミクスにも起因する。後者は特に背景重力波と呼ばれ、宇宙創世記における宇宙の情報を持つと考えられている。重力波は1974年にジョセフ・テイラーにより、間接的に存在が証明され、2015年9月にはアメリカに存在する重力波検出器 LIGO によって世界初の直接検出に成功している。

日本で行われている重力波検出の計画にはアメリカの LIGO のように地上で重力波検出を行う KAGRA 計画と宇宙で重力波検出を行う宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 衛星計画がある。DECIGO の構成を図1に示す。

宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 衛星計画 (DECi-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) は、衛星を打ち上げることで宇宙空間中の 0.1~10Hz の周波数帯の重力波を検出する目的の計画である。宇宙空間で重力波検出を行うメリットとしては、地上から受ける地面振動雑音の影響がないため地上の重力波干渉計では観測できない低周波数の重力波の検出が可能となる。重力波検出の方法として、重力波の影響を受けて自由質点間の固有距離が変化する性質を利用する。DECIGO は3機の衛星からなり、その3機の衛星により基線長 1000km の干渉計を3基構成する。また、DECIGO 衛星の前哨衛星として B-DECIGO 衛星が計画されている。B-DECIGO 衛星の構成は DECIGO 衛星とほぼ同じで、基線長が 100km とされている。

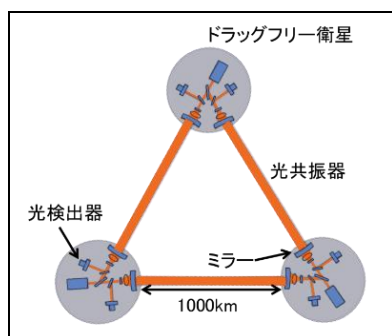


図1 DECIGO の構成 [7]

2. 研究目的

宇宙重力波望遠鏡は、低周波数帯の重力波の観測を目的としているため、高精度での観測が求められている。また、宇宙空間に3基の衛星を打ち上げ、相対位置を保ちながら公転軌道を周回させることによって成立する干渉計である。そのため、主要技術として、フォーメーションフライトとドラッグフリー制御が必要である。フォーメーションフライトとは、衛星間の距離を一定に保つ制御である。DECIGO 衛星は3基の衛星が正三角形を組み、1つの干渉計となるように制御する。ドラッグフリー制御とは、宇宙空間に浮遊する試験質量に対し、衛星機体の位置の相対変動を計測、位置関係を一定に保つ制御である。これによ

り、太陽風や太陽輻射圧といった外乱からの影響を打ち消すことが可能となる。

これらの制御の成立性を検討するためには、6自由度の制御の成立性を地上で行うことが必要である。しかし、6自由度制御の地上実証は容易ではない。なぜなら、地上で宇宙空間に近い環境を作り出すことが容易でないことが理由としてあげられている。

従って、鏡を浮遊させた状態での6自由度の制御技術の地上実証は難しい。そのため、宇宙空間における6自由度制御技術をシミュレーション上で実装したい。本研究では、DECIGOの初期捕捉の実現性に関するシミュレーションを行う。

ヨーロッパのESAが計画している宇宙重力波望遠鏡LISA(Laser Interferometer Space Antena)も、フォーメーションフライトとドラッグフリー制御衛星である。LISAは基線長が $2.5 \times 10^4[m]$ と長く、制御方法も光トランスポンダ式と、DECIGOとは異なる。また、LISAではフォーメーションフライトとドラッグフリー制御の成立性についてのシミュレーションはまだされていない。よって、DECIGO衛星で使用されるFabry-Perot干渉計を用いた制御を想定していく。また、B-DECIGO衛星についての制御もしていく。

DECIGO/B-DECIGOの初期捕捉は軌道投入、展開、リンクアライメント、ロックアライメントの4段階に分けられる。それぞれの定義は、軌道投入は、ロケットの打ち上げから、3機の衛星の放出まで。展開は、3機の衛星間の距離と姿勢を制御し、およそ正三角形に配置するまで。必要な作業は衛星の単一制御と姿勢制御。リンクアライメントは、各Fabry-Perot共振器からのレーザーがQPDで読み込める範囲に入ったかどうかの確認ができるまで。必要な作業は衛星間の相対速度制御と鏡の位置制御。ロックアライメントは、各Fabry-Perot共振器を共振状態に保ち、観測が開始できる状態になるまで。必要な作業はリンクアライメントよりも要求値が厳しくなった衛星間の相対速度制御と鏡の位置制御に加え、ロックアライメントが可能になるまでの鏡間の相対速度制御と、観測を開始するために、制御後、物体の内部に加わる力のせいで物体が動いてしまうことで発生する残留基線長変動の制御と残留角度制御があげられる。

3. 衛星の初期捕捉と要求値

本研究では、リンクアライメント、つまり、干渉計のロックが一瞬でも可能になるまで衛星と鏡間、さらに鏡間の相対変位の制御を行う。理由としては、鏡間の相対距離を制御することで干渉計をロックすることができ、衛星と鏡間の制御を行うことで鏡が重力以外の影響を受けないようにすることができる。よって、これらフォーメーションフライトとドラッグフリー制御の両立性を示すことが、宇宙空間で干渉計を制御することにつながるからである。

また、初期捕捉の各段階に対する要求値について述べる。以下に初期捕捉の段階ごとに使用するとされているセンサ、アクチュエータとしては、全段階において絶対位置センサ、絶対角度センサはGPS、スタートラッカーを使用し、アクチュエータは衛星スラスタを使用する。また、主干渉計以外の距離センサ、角度センサを使い始めるのがリンクアライメントで、主干渉計を使い始めるのがロックアライメントである。のちに述べる要求値は必ずしもこれらを用いた際のものではなく、あくまで検討の段階である。以下に要求値計算に用いたパラメータを示す。

表 1.1: 要求値計算に用いた干渉計パラメータ

	記号	単位	DECIGO	B-DECIGO
レーザー周波数	ν	Hz	5.8×10^{14}	5.8×10^{14}
フリースペクトラルレンジ	ν_{FSR}	Hz	1.5×10^2	1.5×10^3
共振器の半値半幅 (cavity pole)	ν_{HWHM}	Hz	7.5	7.5
鏡の g-factor	g	-	-0.65	-0.65
鏡上でのビーム半径	w	m	0.46	0.15
鏡の反射における TEM00の回折損失	T_{loss}	-	3.3×10^{-3}	2.3×10^{-5}
回折損失から実現可能な フィネスの最大値	\mathcal{F}_{max}	-	9.5×10^2	1.4×10^5
共振器内のウェスト半径	w_0	m	0.26	0.081
共振器内のビームの拡がり角	α_0	rad	6.4×10^{-7}	2.0×10^{-6}
共振器内の光輻射圧	F_{cav}	N	2.1×10^{-7}	4.2×10^{-9}
J2項からの差動加速度を 抑えるために必要な力	F_{J2}	N	NA	6.0×10^{-7}
周波数雑音を全て鏡に返した 場合に必要な力 at 1 Hz	δF_{freq}	N/\sqrt{Hz}	1.1×10^{-6}	3.2×10^{-8}

・ 展開

展開での目標は、重力波望遠鏡においては基線長 L の長さの差をできる限り小さくすることで雑音を低減し、3機の衛星をおおよそ三角形に配置する。要求値は $\Delta L < \frac{2\nu L^2 h_{freq}}{c_{IRIN}}$ となる。その後、リンクアライメントが可能になる範囲まで衛星の姿勢を合わせる。ここでは、GRACE-FOでスタートラッカーとビームの打ち出し方向のずれが ± 3 [mrad]であったため、同じ値を用いる。

・ リンクアライメント

ここでのリンクアライメントの目標は、共振器を一瞬でもロックすることである。そこで、衛星と鏡間、鏡間の相対変位を制御することで実現する。鏡間の相対変位は周波数アクチュエータの線形レンジ内に収まっている必要があるため、

$$\delta L_{RMS} < L \frac{\Delta \nu_{AOM}}{\nu}$$

ここで $\Delta \nu_{AOM}$ は周波数アクチュエータのレンジで $2 \times 10^8 [Hz]$ 、 ν をレーザー周波数とし $5.8 \times 10^{14} [Hz]$ とした [3]。さらに、衛星と鏡の相対変位の制御、つまり、ドラッグフリー制御が必要となる。この場合も、鏡間の相対変位に対する要求値と同じく、センサの線形レンジ範囲に収まっている必要があり、RMS 変動で $10^{-4} [m]$ とする [5]。

4. 設定

シミュレーションを行う上での設定は、

- ・ 2機のDECIGO衛星と2つの鏡
- ・ 衛星質量 300[kg]
- ・ 鏡質量 30[kg]
- ・ 基線長 1000[km]
- ・ 地球周回
- ・ 高度 2000[km] / 36000[km]
- ・ シミュレーション時間は約地球半周分の 4000 秒
- ・ x 軸の位置制御

とした。本研究では、DECIGO衛星では衛星と鏡間の相対変位を RMS 値で $1 \times 10^{-4} [m]$ 、鏡間の相対変位を RMS 値で $3.4 \times 10^{-1} [m]$ まで制御、B-DECIGO衛星では衛星と鏡間の相対変位を RMS 値で $1 \times 10^{-4} [m]$ 、鏡間の相対変位を RMS 値で $3.4 \times 10^{-2} [m]$ まで制御並進方向のリンクアライメントを達成する。

5. 制御方針

以上のことを踏まえ、MATLAB、simulink を用いて DECIGO の 3 次元 3 基の初期捕捉シミュレーションを行う。シミュレーション上での座標は地球を原点とする地球中心慣性座標を取る。x 軸を春分点方向、z 軸を北極の方向とし、y 軸を右手形をなすよう定めた座標系である。この座標系の取り方のメリットとして、地球の自転に対して座標系が回転しないので、慣性系と見なすことができることがあげられる。[5]

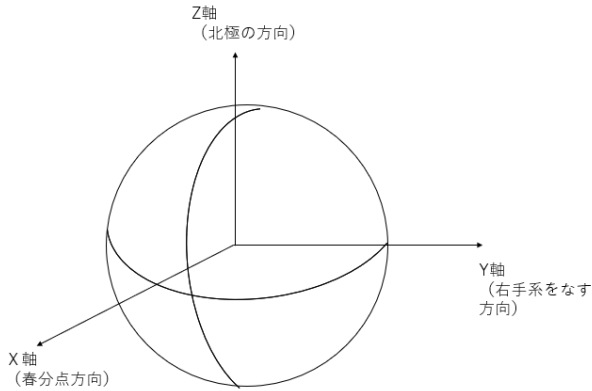


図 5.1: 地球中心直交座標

・理想軌道

衛星の基準座標として、外乱がないと仮定した場合の衛星の軌道を考える。地球周回で、軌道案としては CW ヒル方程式から導出されるレコード盤軌道を用いた。

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = f_x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = f_y \\ \ddot{z} + n^2z = f_z \end{cases} \quad (5.3)$$

ここで n は平均運動 $n = \sqrt{\frac{\mu}{R_t^3}}$ とする。初期値は CW ヒル方程式の解析解から求める。

$$\begin{cases} x = x_0(4 - 3\cos nt) + \frac{1}{n}\dot{x}_0\sin\frac{1}{n} + \frac{2}{n}\dot{y}_0(1 - \cos nt) \\ y = 6x_0(\sin nt - nt) + y_0 - \frac{2}{n}\dot{x}_0(1 - \cos nt) \\ \quad + \dot{y}_0\left(\frac{4}{n}\sin nt - 3t\right) \\ z = z_0\cos nt + \frac{1}{n}\dot{z}_0\sin nt \end{cases} \quad (5.4)$$

レコード盤軌道は面内相対運動 ($x-y$ 平面) が 1:2 の楕円運動、面外相対運動 (z 軸) に $\sqrt{3}$ の単振動となるように設定することで $x-y$ 平面から 60° 傾いた半径 2 の相対円軌道を描くレコード盤軌道となる[6]。レコード盤軌道の図 5.2 に示す。

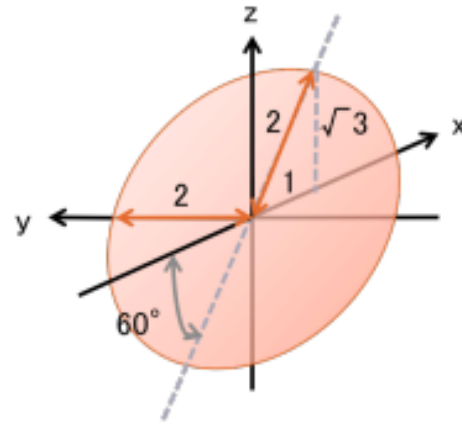


図 5.2: レコード盤軌道[6]

これを、図 5.1 で示す地球中心直交座標に変換する。CW ヒル方程式では衛星 3 機のフォーメーション中心であるレコード盤軌道の中心点を原点として扱っていたが、ここでは地球中心を原点としているため、レコード盤軌道の中心点の座標は「地球半径 + 軌道高度」となる。これを踏まえ、地球中心直交座標の初期値と初速度を、CW ヒル方程式から導出されるレコード盤軌道を用いて軌道設計した軌道を z 軸を中心としてレコード盤軌道の中心点の角速度 θ だけ回転させ、 x 軸方向に「地球半径 + 軌道高度」だけ移動したと考える。また、衛星の初速度は、レコード盤軌道上での衛星の初速度にレコード盤軌道の中心点の初速度を足すことで求められる。この理想軌道上の座標を用いて外乱の値を考える。

・外乱

衛星に加わることでフォーメーションフライトの外乱となり得る外乱は、主に、地球が扁平であることが原因の J_2 摂動を含む地球からの万有引力と太陽輻射圧である。

J_2 摂動は地球を回転楕円体として考えた場合の重力ポテンシャルについて、それぞれの軸について微分することで求める。

$$\begin{cases} -\frac{\mu_e}{r^3}x + \frac{15\mu_e J_2 R_e^2 z^2}{2r^7}x - \frac{3\mu_e J_2 R_e^2}{2r^5}x = f_x \\ -\frac{\mu_e}{r^3}y + \frac{15\mu_e J_2 R_e^2 z^2}{2r^7}y - \frac{3\mu_e J_2 R_e^2}{2r^5}y = f_y \\ -\frac{\mu_e}{r^3}z + \frac{15\mu_e J_2 R_e^2 z^2}{2r^7}z^3 - \frac{9\mu_e J_2 R_e^2}{2r^5}z = f_z \end{cases} \quad (5.5)$$

ここで μ_e は GM で表される地球重力定数、 r は地球から物体までの距離、 $J_2 = 1082.628 \times 10^{-6}$ は地球の質量分布に依存する定数で、 R_e は地球半径を示す。ここでの座標原点は地球とし、図 5.1 に示す地心直交座標を取る。

太陽輻射圧の大きさが $W_0 = 1360 \text{ W/m}^2$ 、衛星の表面積が $A_{sc} = 4 \text{ m}^2$ であるとき、太陽輻射圧によって衛星が受ける力は、

$$F_{sun} = \frac{W_0 A_{sc}}{c} \sim 40 \mu N$$

となる。

鏡が受ける外乱は、ドラッグフリー制御を行うことで地球重力場のみとなる。それぞれの鏡を内包している衛星と同じだけの力を受けると考える。

・ 静電容量センサ

鏡の変位と、衛星と鏡間・鏡間の相対変位を測定するために、静電容量センサを使用する。測定誤差は 10^{-7} [m]とした。

・ 衛星 2 機と鏡 2 枚間の制御

衛星と鏡間の相対変位と、鏡間の相対変位を制御方針として、下にブロックダイアグラムに示す。

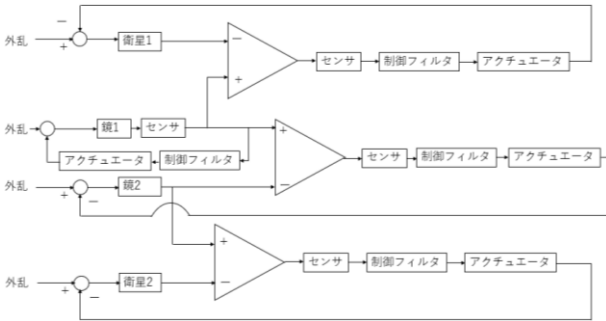


図 5.3: 衛星と鏡間、鏡間の相対変位制御のブロックダイアグラム

ここで、TM1C、TM2C は鏡の名称とし、鏡を制御するセンサ、アクチュエータはそれぞれ静電容量センサ、静電アクチュエータ、衛星を制御するセンサ、アクチュエータはそれぞれ静電容量センサ、スラスタとし、伝達関数はすべて 1 として考える。

・ 伝達関数

衛星の伝達関数 I_{SC} は、 $s = i\omega$ (i :虚数単位、 ω :周波数) とすると、

$$I_{SC} = \frac{1}{300s^2 + 0.1s} \quad (5.6)$$

鏡の伝達関数 I_{TM} は、 $s = i\omega$ (i :虚数単位、 ω :周波数) とすると、

$$I_{TM} = \frac{1}{30s^2 + 0.1s} \quad (5.7)$$

衛星の制御フィルタ H_{SC} は、

$$H_{SC} = 10^3 \times \frac{(s+0.02\pi)}{(s+2\pi)} \quad (5.8)$$

鏡の制御フィルタ H_{TM} は、

$$H_{TM} = 10^8 \times \frac{(s+20\pi)}{(s+2000\pi)} \quad (5.9)$$

衛星、鏡のオープンループ伝達関数はそれぞれ以下のようになる。

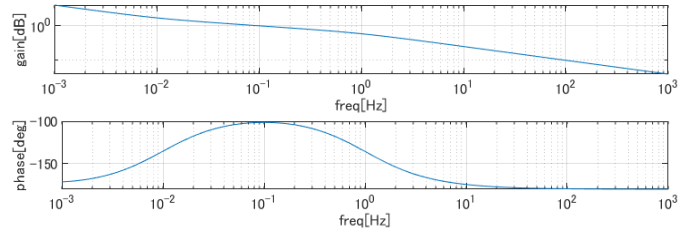


図 5.4: 衛星のオープンループ伝達関数

UGF は約 0.1[Hz] で、位相余裕は約 80 度であるため、安定といえる。

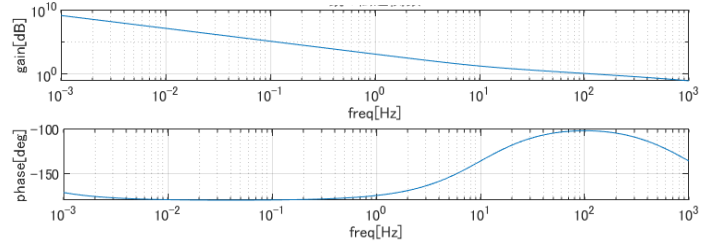


図 5.5: 鏡のオープンループ伝達関数

UGF は約 100[Hz] で、位相余裕は約 80 度であるため、安定といえる。

6. 結果

シミュレーション結果を以下に示す。図 5.2 の実際の衛星の位置を出力するポートより、結果を確認した。

DECIGO の高度 2000[km] の制御結果を示す。

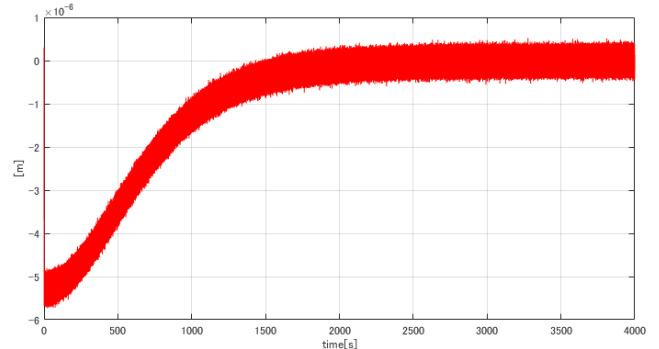


図 6.1: DECIGO の高度 2000[km] の鏡間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると 2.04×10^{-6} [m] となり、要求値である 3.4×10^{-1} [m] を満たすことができた。

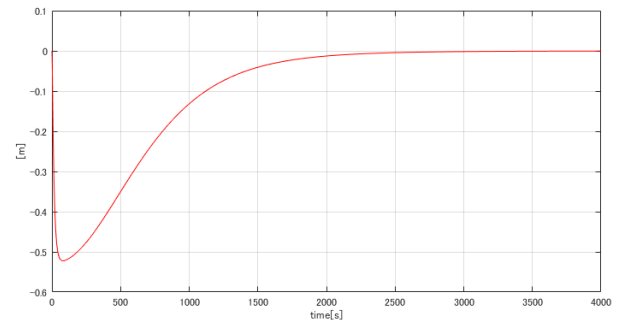


図 6.2: DECIGO の高度 2000[km] の衛星 1 と鏡 1 間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $1.84 \times 10^{-1}[\text{m}]$ となり、要求値である $1 \times 10^{-4}[\text{m}]$ を満たすことができなかった。

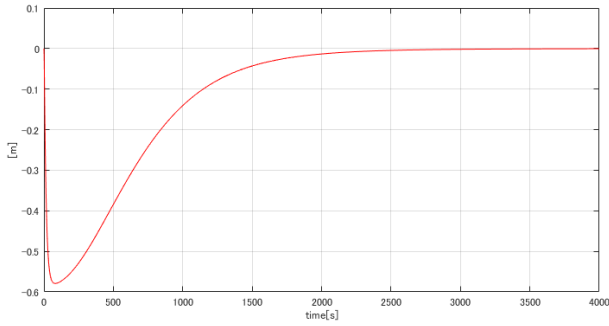


図 6.3: DECIGO の高度 2000[km] の衛星 2 と鏡 2 間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $2.02 \times 10^{-1}[\text{m}]$ となり、要求値である $1 \times 10^{-4}[\text{m}]$ を満たすことができなかった。

また、以下に DECIGO の高度 36000[km] の制御結果を以下に示す。

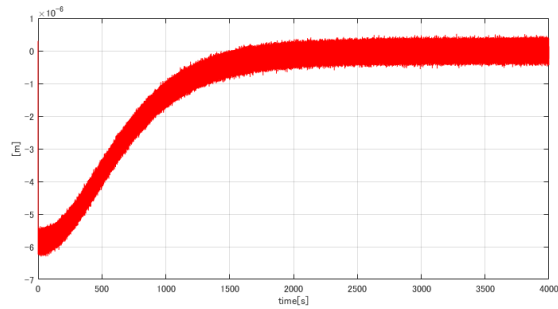


図 6.4: DECIGO の高度 36000[km] の鏡間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $2.03 \times 10^{-2}[\text{m}]$ となり、要求値である $1 \times 10^{-4}[\text{m}]$ を満たすことができなかった。

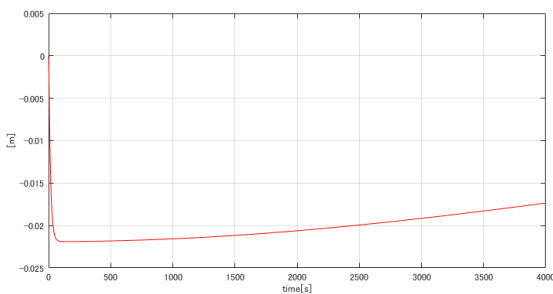


図 6.5: DECIGO の高度 36000[km] の衛星 1 鏡 1 間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $2.04 \times 10^{-6}[\text{m}]$ となり、要求値である $3.4 \times 10^{-1}[\text{m}]$ を満たすことができなかった。

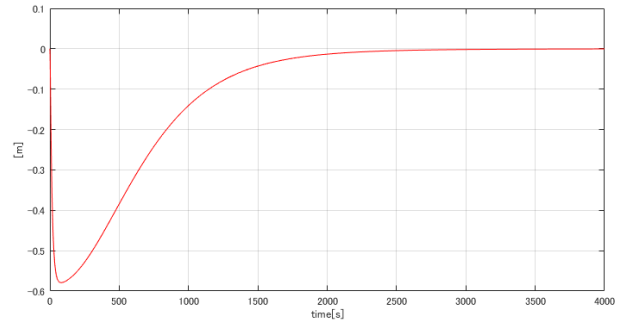


図 6.6: DECIGO の高度 36000[km] の衛星 2 鏡 2 間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $2.02 \times 10^{-1}[\text{m}]$ となり、要求値である $3.4 \times 10^{-1}[\text{m}]$ を満たすことができなかった。

また、以下に B-DECIGO の高度 36000[km] の制御結果を以下に示す。

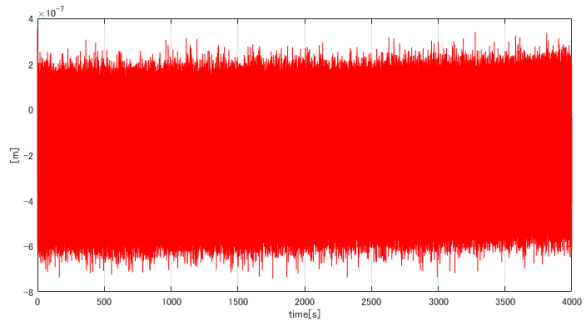


図 6.7: B-DECIGO の高度 36000[km] の鏡間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $2.29 \times 10^{-7}[\text{m}]$ となり、要求値である $1 \times 10^{-4}[\text{m}]$ を満たすことができなかった。

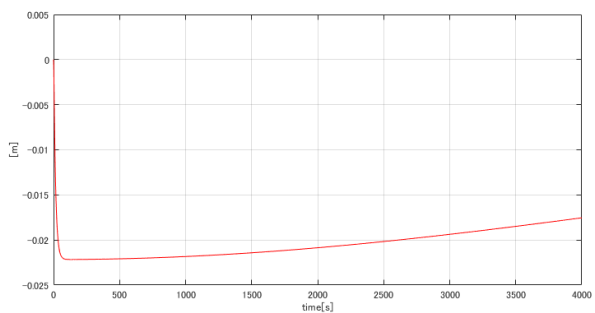


図 6.8: B-DECIGO の高度 36000[km] の衛星 1 鏡 1 間の相対変位

これらの相対 RMS 値をとると $2.05 \times 10^{-2}[\text{m}]$ となり、要求値である $3.4 \times 10^{-2}[\text{m}]$ を満たすことができた。

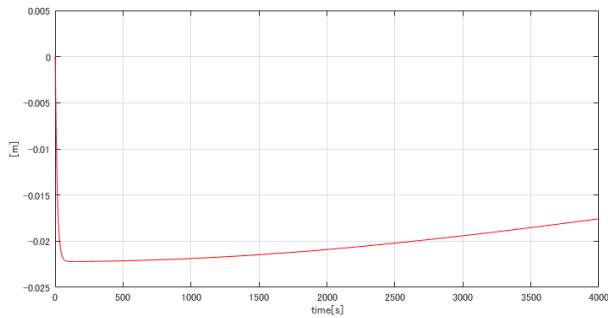


図 6.9: B-DECIGO の高度 36000[km]の衛星 2 鏡 2 間の
相対変位

これらの相対 RMS 値をとると 2.02×10^{-2} [m]となり、要求値である 1×10^{-4} [m]を満たすことができなかった。

よって、以上のように、DECIGO・B-DECIGO ともに鏡間の相対変位 RMS 値を満たすことができたが、衛星と鏡間の相対位置 RMS 値を制御することができなかった。

7. 結論と今後の展望

本研究では、制御ループの作成、DECIGO 衛星に実際に加わると予想される外乱の計算を行った。また、実際にシミュレーションを行い、DECIGO と B-DECIGO の衛星間距離、衛星間相対速度、鏡間の相対速度、衛星と鏡間の相対変位の制御を行った。鏡間の相対変位については制御ができたが、衛星と鏡間の相対変位の制御は要求値を満たさなかったため、今後、よりノイズの低いスラスタや精度の高いセンサをしようするなどの対策が考えられる。また、スラスタを吹くことで与えるほかの軸への影響も考慮し、y,z軸の制御を行うほか、姿勢制御、制御するセンサを切り替える際のタイムラグについて考慮することや、干渉計のロックを維持することでフォーメーションフライトとドラッグフリー制御の成立性を示していきたい。

参考文献

- 1) [レーザー干渉計スペースアンテナ \(archive.org\)](https://archive.org/)
- 2) 渡部雅海、法政大学修士論文(2021) Dither Lock 法を用いた初期衛星捕捉技術の地上実証実験
- 3) K. Nagano, Control scheme for a Fabry-Perot type interferometric space gravitational wave antenna, Ph.D. thesis (University of Tokyo, 2020).
- 4) Danielle M. R. Wuchenich, Christoph Mahrtdt, Benjamin S. Sheard, Samuel P. Francis, Robert E. Spero, John Miller, Conor M. Mow-Lowry, Robert L. Ward, William M. Klipstein, Gerhard Heinzl, Karsten Danzmann, David E. McClelland, and Daniel A. Shaddock, Optics Express 22, 11351 (2014).

- 5) 小型重力波観測衛星 DECIGO パスファインダー (DPF) — ワーキンググループ終了報告書 —DECIGO パスファインダー ワーキンググループ (2016)
- 6) <https://eiseilab.com/earth-centered-inertial/>
- 7) 村越萌、法政大学修士論文(2018) 宇宙重力波望遠鏡 B-DECIGO の軌道設計
- 8) 小型重力波観測衛星 DECIGO パスファインダー (DPF) — ミッション要求およびシステム要求書 —(2014)
- 9) J2 摂動下での衛星フォーメーション維持のための制御則 永井将貴・中須賀真一(2005)
- 10) 宇宙工学入門 衛星とロケットの誘導・制御 茂原正道