

A Novel Ergodic Discrete Difference Equation Cochlear Model

久保田一季

Itsuki KUBOTA

指導教員 鳥飼弘幸

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

In this paper, a novel hardware-efficient electronic circuit cochlear model, the dynamics of which are described by an ergodic cellular automaton, is presented. Based on theoretical and numerical analyses, a parameter setting method so that the presented model properly works as a cochlear model is proposed. It is shown that the presented cochlear model designed by the proposed parameter setting method can reproduce typical nonlinear sound processing functions of mammalian cochleae such as nonlinear compression, two-tone suppression and two-tone distortion products. Furthermore, the presented model is implemented by a field programmable gate array (FPGA) and its operations are validated by experiments. It is shown that the presented model is much more hardware-efficient (i.e., consumes many fewer circuits elements) compared to some other electronic circuit cochlear models.

Key Words : Cochlear model, Ergodic cellular automaton, Field programmable gate array (FPGA)

1. はじめに

哺乳類の耳は一般的に外耳, 中耳, 内耳の 3 つの部分に分かれて構成されており, 内耳に位置する蝸牛は音声処理において重要な役割を果たしている[1]. 図 1 は一般的な哺乳類の蝸牛の概略図である. 蝸牛を中心とした聴覚系では非線形フィルタ特性, 多重トーン抑制, 適応特性, 第 1 及び第 2 ピットシフト効果など多岐にわたる非線形音声処理が行われている[1]~[4]. 図 2 はチンチラの蝸牛における非線形音声処理の特性を示したもので, グラフは, f_1 と $f_2 > f_1$ から成る結合音入力に対する基底膜のある部分のフーリエ振幅スペクトラムを表している. 入力周波数 f_1, f_2 において基底膜振動は強い振幅スペクトラムを有しているが, 蝸牛の非線形音声処理の影響で基底膜は $n_1 f_1 \pm n_2 f_2 (n_1, n_2 \in \{1, 2, \dots\})$ で構成される周波数においても振動を有している. つまり f_1, f_2 から構成される結合音入力に蝸牛の非線形性により $n_1 f_1 \pm n_2 f_2 (n_1, n_2 \in \{1, 2, \dots\})$ で構成される周波数の基底膜振動を発生させている. このような蝸牛の非線形音声処理を結合音現象と呼ぶ. これらの蝸牛の持つ様々な非線形音声処理を再現する手法として様々なモデルが提案されてきた[5]~[12]. 一般的に蝸牛や他の神経模倣回路設計や実装方法は, 以下の 4 つの手法に分類される.

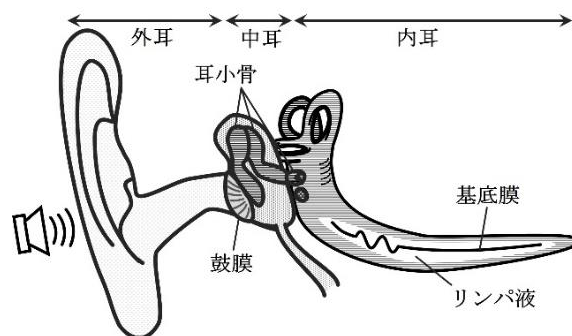


図 1 一般的な哺乳類の耳の概略図

1. 連続時間と連続状態を持つ神経模倣回路モデル [5][6][13][14]
2. 離散時間と連続状態を持つ神経模倣回路モデル [7][8][15][16]
3. 離散時間と離散状態を持つ神経模倣回路モデル [9][10][17][18]
4. 連続時間と離散状態を持つ神経模倣回路モデル [11][12][19]~[22]

本研究では 4 つの手法のうち, 連続時間と離散状態を持つモデルに着目し, その代表例であるエルゴード的セルオートマトン(CA)神経模倣回路モデルを用いた. エルゴード的 CA モデルの特徴の特徴を以下に示す.

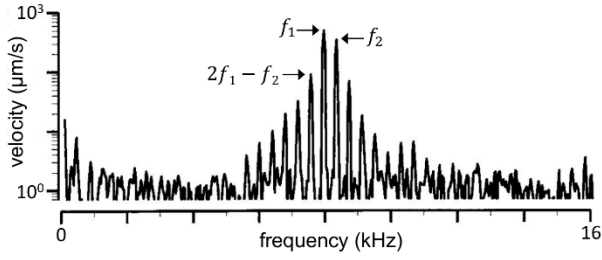


図 2 レーザー流速系で測定されたチンチラの基底膜の振幅スペクトラム。基底膜には f_1 と $f_2 > f_1$ から成る結合音が入力されており、結合音現象を呈している。

- 連続時間，離散状態を有する
- 状態変数の更新が非周期的に行われる
- 解軌道性に多様性が生まれる
- 数値積分のモデルよりコストが低い

これらの特性を生かし，本研究ではエルゴード的 CA を用いた結合音現象を呈する蝸牛モデルを設計する．また FPGA へ実装し，常微分方程式で表される蝸牛モデルとのハードウェアコスト比較を行う．

2. エルゴード的セルオートマトンを用いた蝸牛モデル

(1) モデルの設計

本章では，エルゴード的 CA を用いた蝸牛モデルを提案する．図 3 は蝸牛モデルの回路図と遷移図を表したものであり，表 1 は提案モデルにおける各記号の意味，実装変数をまとめたものである．

図 3(a)に示されているように，提案モデルは以下の 4 つの離散変数を持つ．

$$X_1, X_2 \in \mathbf{Z}_L = \{0, \dots, L-1\},$$

$$P_1, P_2 \in \mathbf{Z}_M = \{0, \dots, M-1\}.$$

X_1, X_2 は離散状態変数で，非線形振動現象を起こす基底膜の振る舞い示しており， P_1, P_2 は離散補助変数で，状態依存分周期として動作する． $L > 0, M > 0$ は自然数で，提案モデルの解像度を決定するパラメータである．また，図 3(a)に示されているように，提案モデルは以下の 2 つの離散関数を持ち，ルックアップテーブルとして FPGA へ実装される．

$$G_1 : \mathbf{Z}_L^2 \times \mathbf{Z}_M \rightarrow \{-1, 0, 1\},$$

$$G_2 : \mathbf{Z}_L^2 \times \mathbf{Z}_M \rightarrow \{-1, 0, 1\}.$$

関数 G_1 と G_2 は離散ベクトル場関数で，提案モデルの非線形ベクトル場を決定する．

蝸牛の非線形音声処理を再現するため，非線形ベクトル場関数 G_1, G_2 を以下のように定義する．

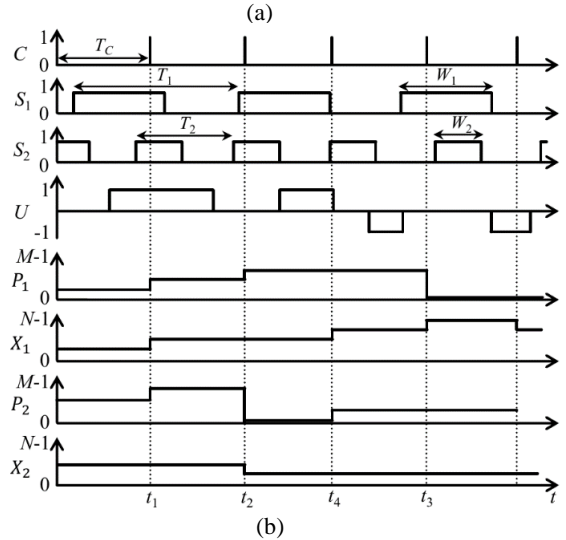
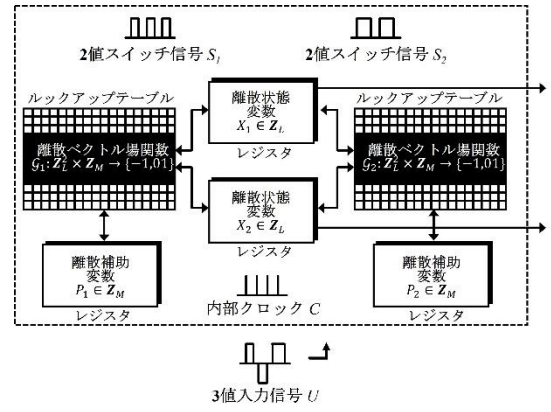


図 3 エルゴード的セルオートマトンを用いた蝸牛モデル．(a) 回路図 (b) タイミングチャート．

$$G_n(X_1, X_2, P_n) = \begin{cases} 1 & \text{if } P_n \geq |G_1(X_1, X_2)| \text{ and } G_1(X_1, X_2) \geq 0, \\ -1 & \text{if } P_n \geq |G_1(X_1, X_2)| \text{ and } G_1(X_1, X_2) < 0, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$G_n \equiv \text{Int} \left(\frac{l}{g_n(X_1, X_2) T_n} \right).$$

ここで， $G_n : \mathbf{Z}_L^2 \rightarrow \mathbf{Z}_M^{\pm} = \{-(M-1), -(M-2), \dots, M-1\}$ ，また $\text{Int}(\cdot)$ は引数の整数値を返す床関数である．また，関数 g_1, g_2 を以下のように定義する．

$$g_1(X_1, X_2) = \omega \left(\epsilon k \left(X_1 - \frac{l}{2} \right) - \frac{k^3}{3} \left(X_1 - \frac{l}{2} \right)^3 - k \left(X_2 - \frac{l}{2} \right) \right),$$

$$g_2(X_1, X_2) = -k \omega \left(X_1 - \frac{l}{2} \right).$$

ここで， $g_n : \mathbf{Z}_L^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ，また $\omega \in \mathbb{R}$ ， $k \in \mathbb{R}$ ， $\epsilon \in \mathbb{R}$ は任意のパラメータである．また，図 3(a)に示されているように，提案モデルは以下の内部クロック C を持つ．

$$C(t) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} p(t - nT_c), \quad p(t) \equiv \begin{cases} 1 & \text{if } t = 0 \\ 0 & \text{if } t \neq 0 \end{cases}$$

表 1 提案モデルにおける状態変数, 非線形関数, 信号の意味, ハードウェア.

記号, 関数	意味	ハードウェア
$X_1 \in \mathbf{Z}_L, X_2 \in \mathbf{Z}_L$	基底膜振動を表す離散状態変数	レジスタ
$P_1 \in \mathbf{Z}_M, P_2 \in \mathbf{Z}_M$	離散補助変数 (状態依存分周期)	レジスタ
$\mathcal{G}_1: \mathbf{Z}_L^2 \times \mathbf{Z}_M \rightarrow \{-1, 0, 1\}$	非線形ベクトル場を生成する離散関数	ルックアップテーブル
$\mathcal{G}_2: \mathbf{Z}_L^2 \times \mathbf{Z}_M \rightarrow \{-1, 0, 1\}$	非線形ベクトル場を生成する離散関数	ルックアップテーブル
$G_1: \mathbf{Z}_L^2 \rightarrow \mathbf{Z}_M^+$	ベクトル場関数 \mathcal{G}_1 を生成するための関数	ルックアップテーブルのパラメータ
$G_2: \mathbf{Z}_L^2 \rightarrow \mathbf{Z}_M^+$	ベクトル場関数 \mathcal{G}_2 を生成するための関数	ルックアップテーブルのパラメータ
$g_1: \mathbf{Z}_L^2 \rightarrow \mathbb{R}$	ベクトル場関数 \mathcal{G}_1 を生成するための関数	ルックアップテーブルのパラメータ
$g_2: \mathbf{Z}_L^2 \rightarrow \mathbb{R}$	ベクトル場関数 \mathcal{G}_2 を生成するための関数	ルックアップテーブルのパラメータ
$L > 0, M > 0$	ベクトル場関数の解像度を決定する自然数のパラメータ	レジスタの解像度
$\omega \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{R}, \epsilon \in \mathbb{R}$	ベクトル場関数 \mathcal{G}_1 と \mathcal{G}_2 のパラメータ	ルックアップテーブルのパラメータ
$C \in \{0, 1\}$	内部周期クロック	クロック生成器
$S_1 \in \{0, 1\}, S_2 \in \{0, 1\}$	周期 2 値スイッチ信号	2 値スイッチ生成器
$U \in \{-1, 0, 1\}$	3 値入力信号 (音刺激)	密度変調器

ここで, $T_C > 0$ はクロック C の周期, p は瞬時パルスで, クロックの正の立ち上がりに対応している. 図 3(a) に示されているように, 提案モデルは以下の 2 つの 2 値スイッチ信号を持つ.

$$S_1(t) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} q(t - nT_1 - \Phi_1, W_1),$$

$$S_2(t) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} q(t - nT_2 - \Phi_2, W_2),$$

$$q(t, W) \equiv \begin{cases} 1 & \text{if } t \in [0, W], \\ 0 & \text{if } t \notin [0, W]. \end{cases}$$

ここで, $T_1 > 0, T_2 > 0$ は周期, $W_1 \in [0, T_1], W_2 \in [0, T_2]$ はパルス間隔, $\Phi_1 \in [0, T_1], \Phi_2 \in [0, T_2]$ は初期位相である. 図 3(a) に示されているように, 提案モデルは以下の 3 値の入力信号を受け取る.

$$U \in \{-1, 0, 1\}.$$

これは提案モデルへの音刺激に対応している. また, 図 3(b) に示されているように, 内部クロック C は 2 値スイッチ信号 (S_1, S_2) と離散ベクトル場関数 ($\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$), 入力信号 U に依存した以下の離散状態変数 X_1, X_2 の遷移をもたらす.

if $C(t) = 1$, then

$$X_1(t^+) = X_1(t) + S_1(t)\mathcal{G}_1(X_1(t), X_2(t), P_1(t)) + U(t),$$

$$X_2(t^+) = X_2(t) + S_2(t)\mathcal{G}_2(X_1(t), X_2(t), P_2(t)).$$

... (1)

ここで, $t^+ = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} t + \epsilon$, $\epsilon > 0$ である. これらの状態遷移において, 離散状態変数 X_1, X_2 は最小値 0, 最大値 $L - 1$ において飽和する. 図 3(b) は離散状態変数 X_1, X_2 の遷移を表したものである. 例えば $t = t_a$ と t_b において, $C(t) = 1$

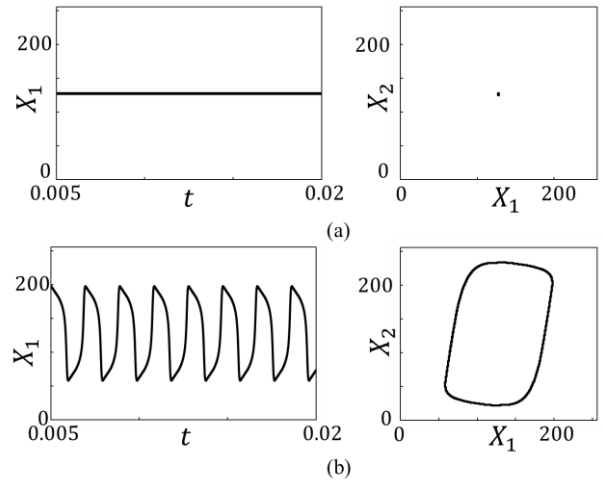


図 4 システムの振る舞い (音刺激なし) を示した代表的な時間波形と位相平面のグラフ. パラメータ ϵ によって振る舞いが変わることが確認できる. $(L, M, \omega, k, T_1, T_2) = (256, 256, 5000, 0.05, 1.0 \times 10^{-7}, 1.1 \times 10^{-7})$. (a) $\epsilon = -2.0$ (b) $\epsilon = 3.0$.

の時, 2 値スイッチ信号 (S_1, S_2) と離散ベクトル場関数 ($\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$) によって, 離散状態変数 X_1, X_2 が遷移されている. さらに, 図 3(b) に示されているように, 内部クロック C は 2 値スイッチ信号 (S_1, S_2) と離散ベクトル場関数 ($\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$) に依存した以下の離散補助変数 P_1, P_2 の遷移を起こす.

if $C(t) = 1$ and $S_n = 1$, then

$$P_n(t^+) = \begin{cases} P_n(t) + 1 & \text{if } \mathcal{G}_n(X_1(t), X_2(t), P_n(t)) = 0, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

... (2)

例えば, $t = t_c$ と t_d において, $C(t) = 1$ の時, 2 値スイッチ信号 (S_1, S_2) と離散ベクトル場関数 ($\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$) によって, 離散状態変数 P_1, P_2 が遷移されている. 図 3(b) から分かるように, 離散補助変数 P_1, P_2 は離散状態変数 X_1, X_2 の状態依

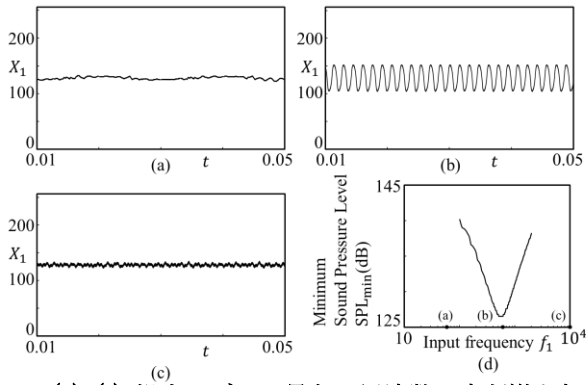


図 5 (a)~(c) 蝸牛モデルに異なる周波数の音刺激を加えた時の離散状態変数 X_1 の振る舞いにおける時間波形. システムの振る舞い (音刺激なし) を示した代表的な時間波形(d) 音刺激の入力周波数に対する X_1 の SPL_{\min} .
 $(L, M, \epsilon, \omega, k, T_1, T_2, A_1, A_2, f_1, f_2) = (128, 128, -0.2, 5000, 0.05, 1.0 \times 10^{-7}, 1.1 \times 10^{-7}, 500, 500, 900, 1000)$.
 (a) $f_1 = 50$ [Hz], (b) $f_1 = 640$ [Hz], (c) $f_1 = 10$ [kHz].

存分周期として作用している. 図 4 は提案モデルにおける定常状態での代表的な時間波形と位相平面のグラフを示している. $\epsilon = -2.0$ では $X_1 = L/2$, 及び $X_2 = L/2$ に現れる平衡点へ収束し, $\epsilon = 3.0$ では安定な周期軌道を呈することが確認できる.

(2) 周波数選択性と結合音現象

次に, モデルに入力する単音の信号を

$$u(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t)$$

とする. ここで, $A_1 > 0$, $f_1 > 0$ はそれぞれ入力信号 u の振幅, 周波数である. このとき, システムに対して音刺激として入力される信号 $U(t)$ は以下のように定義される.

$$U(t) = \sum_{k=0}^{\infty} q(t - t_p(k), W_p) - q(t - t_n(k), W_n) \quad \dots (3)$$

ここで, パルスの位置に対する位相 $\{t_p(1), t_p(2), \dots\}$ は $u(t) \geq 0$ の範囲で $u(t)$ に瞬時密度が比例し, $u(t) < 0$ の範囲で0である. また, パルスの位置に対する位相 $\{t_n(1), t_n(2), \dots\}$ は $u(t) \leq 0$ の範囲で $-u(t)$ に瞬時密度が比例し, $u(t) > 0$ の範囲で0であり, W_p と W_n はパルス幅である. 図 5(a)~(c)は提案モデルにいくつかの異なる周波数をもつ単音刺激を加えた時の離散状態変数 X_1 の振る舞いを表したグラフである. 入力刺激が $f_1 = 50$ [Hz]及び $f_1 = 10$ [kHz]である場合は平衡点へ収束しているが, $f_1 = 640$ [Hz]の場合では振動状態を維持している. また図 5(d)は状態変数 X_1 における Minimum Sound Pressure Level(SPL_{\min})を表したグラフである. グラフより, 提案モデルは周波数選択性を持つことが分かる.

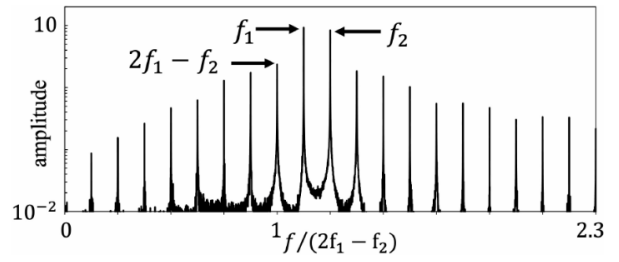


図 6 提案モデルにおける離散状態変数 X_1 のフーリエ振幅スペクトラムの数値シミュレーション波形. スペクトラムの特性はチンチラの蝸牛の結合音現象を模していると考えられる(図 2 も参照).

$$(L, M, \epsilon, \omega, k, T_1, T_2, A_1, A_2, f_1, f_2) = (128, 128, -0.2, 5000, 0.05, 1.0 \times 10^{-7}, 1.1 \times 10^{-7}, 500, 500, 900, 1000).$$

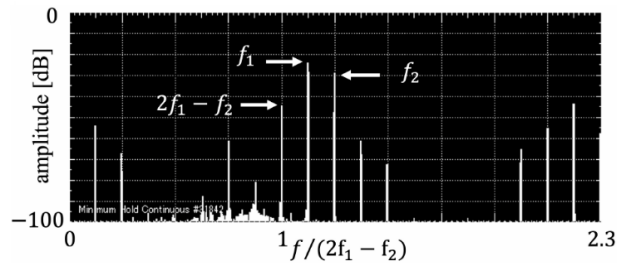


図 7 提案モデルにおける離散状態変数 X_1 のフーリエ振幅スペクトラムの FPGA 実装波形. 各パラメータは図 6 と同じである. スペクトラムの特性はチンチラの蝸牛の結合音現象を模していると考えられる(図 2 も参照).

次に, 結合音入力を,

$$u(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t)$$

とする. ここで, $A_2 > 0$, $f_2 > 0$ はそれぞれ第 2 音目の振幅, 周波数である. 結合音入力 u は式(3)によって 3 値入力信号 $U(t)$ へ密度変調される.

図 6 は離散状態変数 X_1 のフーリエ振幅スペクトラムの数値シミュレーション波形である. 入力周波数 $f_1 = 900$ [Hz], $f_2 = 1000$ [Hz]の他に, $2f_1 - f_2 = 800$ [Hz]をはじめとする $n_1 f_1 \pm n_2 f_2$ での周波数において強いピークを有しており, 結合音現象を呈している. 図 2 のグラフと比較するとおおよそ相似形となっており, チンチラの聴覚神経の特性を模擬できたと考えられる.

3. FPGA 実装とコスト比較

次に, 提案モデルを FPGA へ実装する. 本研究で提案するエルゴード的セルオートマトンを用いた蝸牛モデルは式(1), (2)で表され, Verilog-HDL で記述される. この時, 離散状態変数 X_1, X_2 はビット長が $l = \lceil \log_2 L \rceil$ の符号付レジスタで実装され, 離散補助変数 P_1, P_2 はビット長が $m = \lceil \log_2 M \rceil$ の符号付レジスタで実装される. さらに, 離散ベクトル場関数 G_1 と G_2 はルックアップテーブルで実装される. 図 7 は離散状態変数 X_1 のフーリエ振幅スペクト

表 2 比較結果

	エルゴード的セルオートマトンを用いた 蝸牛モデル	Van der Pol 蝸牛モデル [24]	Hopf 蝸牛モデル [23]	非同期セルオートマトン Hopf 蝸牛モデル [12]
解像度	$l = m = 6$ bit integer	32 bit fixed point number	33 bit fixed point number	7 and 8 bit integers
# Slices	200	1338	2237	1031
# LUTs	628	3968	6666	3713
# FFs	126	113	161	216

Slices #LUTs #FFs はそれぞれ FPGA のスライス, ルックアップテーブル, フリップフロップの数を表したものである.

ラムの実装波形である. 図 6 のグラフと比較するとおおよそ相似形となっており, FPGA に実装した提案モデルは正しく動作していると考えられる.

次に, 提案モデルを以下の蝸牛モデルとコスト比較を行った. 比較対象の蝸牛モデルは, 提案モデルと同じ環境, FPGA に実装し比較を行った.

1. Van der Pol 蝸牛モデル[24]: 2つの状態変数を持った常微分方程式で表されたモデル.
2. Hopf 蝸牛モデル[23]: 2つの状態変数を持った常微分方程式で表されたモデル.
3. 非同期 CA を用いた Hopf 蝸牛モデル[12]: 2つの離散状態変数を持った非同期 CA で表されたモデル.

各蝸牛モデルのビット長は蝸牛モデルとして適切に動作する範囲で小さくした. 表 2 は比較結果を示したもので, 提案モデルが最も少ない回路素子, 消費電力で実装されていることが分かる.

4. まとめ

本研究では, エルゴード的セルオートマトンを用いた蝸牛モデルについての研究を行い, 同モデルが周波数選択性を持ち, またチンチラの非線形応答特性の 1 つである結合音現象の特性を再現できることを示した. また提案モデルを FPGA に実装し, 常微分方程式や非同期セルオートマトンを用いて実装された蝸牛モデルよりも少ない回路素子で実装することを示した. しかしながら蝸牛の聴覚神経では結合音現象のみならず, 様々な非線形特性を有していることが知られている. 今後の課題として, 多重トーン抑制, ピッチシフト効果などの非線形特性の再現を目指したい.

参考文献

- 1) J. O. Pickles, An Introduction to the Physiology of Hearing, 4th ed. Bingley, U.K.: Emerald Group, 2012.
- 2) M. A. Ruggero, "Responses to sound of the basilar membrane of the mammalian cochlea," *Curr. Opin. Neurobiol.*, vol. 2, no. 4, pp. 449–456, 1992.
- 3) M. A. Ruggero, et al, "Basilar-membrane responses to tones at the base of the chinchilla cochlea," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 101, no. 4, pp. 2151–2163, 1997.
- 4) L. Robles, M. A. Ruggero, and N. C. Rich, "Two-Tone Distortion on the Basilar Membrane of the Chinchilla Cochlea," *J. Neurophysiol.*, vol. 77, no. 5, pp. 2385–2399, 1997.
- 5) R. Stoop, "From Hearing to Listening: Design and Properties of an Actively Tunable Electronic Hearing Sensor," *Sensors*, vol. 7, no. 12, pp. 3287–3298, 2007.
- 6) T. J. Hamilton et al., "A 2-D Cochlea with Hopf Oscillators," in *Proc. The 2007 IEEE Biomedical Circuits and Systems Conference (BIOCAS)*, pp. 91–94, 2007.
- 7) J. C. Bor and C. Y. Wu, "Analog electronic cochlea design using multiplexing switched-capacitor circuits," *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 7, no. 1, pp. 155–166, 1996.
- 8) J. Lin et al., "Analog VLSI implementations of auditory wavelet transforms using switched-capacitor circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst. I. Fundam. Theory Appl.*, vol. 41, no. 9, pp. 572–583, 1994.
- 9) M. Reit, W. Mathis, and R. Stoop, "Time-Discrete Nonlinear cochlear model Implemented on DSP for Auditory Studies," in *Proc. The 20th IEEE Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (NDES)*, pp. 17–20, 2012.
- 10) M. Nouri et al., "A Hopf Resonator for 2-D Artificial Cochlea: Piecewise Linear Model and Digital Implementation," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 62, no. 4, pp. 1117–1125, 2015.
- 11) K. Takeda and H. Torikai, "A Novel Hardware-Efficient cochlea model Based on Asynchronous Cellular Automaton Dynamics: Theoretical Analysis and FPGA Implementation," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 64, no. 9, pp. 1107–1111, 2017.
- 12) K. Takeda and H. Torikai, "Two-tone distortion products in hardware efficient cochlea model based on asynchronous cellular automaton oscillator," *IEICE Electron. Expr.*, vol. 18, 20210310, 2021.
- 13) E. Farquhar and P. Hasler, "A Bio-Physically Inspired Silicon Neuron," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 52, no. 3, pp. 477–488, 2005.
- 14) C. Matsuda and H. Torikai, "A Novel Generalized PWC Neuron Model: Theoretical Analyses and Efficient Design of Bifurcation Mechanisms of Bursting," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 65, no. 11, pp. 1738–1742, 2018.

- 15) F. Folowosele, T. Hamilton and R. Etienne-Cummings, "Silicon Modeling of the Mihalas–Niebur Neuron," *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 22, no. 12, pp. 1915–1927, 2011.
- 16) A. Wagemakers and M. Sanjuan, "Electronic circuit implementation of the chaotic Rulkov neuron model," *J. Franklin Inst.*, vol. 350, no. 10, pp. 2901–2910, 2013.
- 17) H. Soleimani and E. M. Drakakis, "An Efficient and Reconfigurable Synchronous Neuron Model," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 65, no. 1, pp. 91–95, 2018.
- 18) A. Zahedi, S. Haghiri, and M. Hayati, "Multiplierless Digital Implementation of Time-Varying FitzHugh–Nagumo Model," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 15, no. 1, pp. 83–93, 2019.
- 19) T. Matsubara and H. Torikai, "An Asynchronous Recurrent Network of Cellular Automaton-based Neurons and its Reproduction of Spiking Neural Network Activities," *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 27, no. 4, pp. 836–852, 2016.
- 20) K. Takeda and H. Torikai, "A Novel Asynchronous CA Neuron Model: Design of Neuron-like Nonlinear Responses based on Novel Bifurcation Theory of Asynchronous Sequential Logic Circuit," *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers*, vol. 67, no. 6, pp. 1989–2001, 2020.
- 21) M. Gholami and S. Saeedi, "Digital cellular implementation of Morris-Lecar neuron model," in *Proc. The 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering*, pp. 1235–1239, 2015.
- 22) S. Komaki, K. Takeda and H. Torikai, "A Novel Ergodic Discrete Difference Equation Model of Central Pattern Generator: Theoretical Analysis and Efficient Implementation," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, early access. 2021.
- 23) A. Kern and R. Stoop, "Essential Role of Couplings between Hearing Nonlinearities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, no. 12, 128101, 2003.
- 24) P. I. M. Johannesma, "Narrow band filters and active resonators," in *Proc. The 5th International Symposium on Hearing*, pp. 62–63, 1980.