Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux
anciennement Séminaire de Théorie des Nombres de Bordeaux

Jacques MARTINET

Anne-Marie Bergé – In Memoriam

Tome 20, n° 2 (2008), p. i-xi.
<http://jtnb.cedram.org/item?id=JTNB_2008__20_2_r1_0>

Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **20** (2008), i-xi

Anne-Marie Bergé – In Memoriam

par Jacques MARTINET

Anne-Marie Bergé, née le 2 juillet 1939 à Toulouse, est décédée le 20 septembre 2008 à l'hôpital Saint-André de Bordeaux.

Anne-Marie Bergé était un pur produit de l'École de la République. Ses parents avaient été élèves dans des écoles normales d'instituteurs, puis, au vu de la qualité de leurs études secondaires, s'étaient vu offrir la possibilité de pousser plus loin leurs études et étaient devenus eux-mêmes professeurs d'école normale, enseignant notamment à Pau, puis à Versailles.

C'est dans ces deux villes qu'Anne-Marie a effectué ses études primaires, puis secondaires. Suivant la voie de ses parents, elle est entrée à l'école normale d'institutrices de Versailles, école dans laquelle elle a passé son baccalauréat en 1956. Au vu de ses brillantes études, elle a été sélectionnée pour préparer le concours d'entrée à l'École Normale Supérieure de Jeunes Filles de Fontenay-aux-Roses, où elle a été élève d'octobre 1958 à septembre 1962. Elle a présenté en 1962 le concours de l'agrégation féminine de mathématiques, concours auquel elle a été brillamment reçue, partageant la première place avec une condisciple.

L'Inspection Générale, en la personne de l'inspecteur Cagnac, lui a proposé d'enseigner tout de suite en classe préparatoire, et dès la rentrée de septembre 1962, elle a pris en main la classe du lycée Jules Ferry à Paris destinée à la préparation à l'E.N.S. de Fontenay, obtenant pour ses élèves d'excellents résultats au concours de l'E.N.S.

À cette époque, les universités françaises ont connu un développement rapide, nécessitant la création de nombreux postes d'enseignants. Dans cette conjoncture, elle a répondu à un appel de l'Université de Bordeaux, et, après trois ans passés au lycée Jules Ferry, elle a pris le premier octobre un poste d'Assistante, puis de Maître-Assistante (on dirait maintenant maintenant Maître de Conférences) au département de mathématiques de cette université.

J'ai fait la connaissance d'Anne-Marie Bergé à mon arrivée à Bordeaux, au mois d'octobre 1968. J'y ai fait quelques exposés sur mes recherches récentes auxquels elle a assisté, ce qui l'a conduite à me demander un sujet de thèse. C'est sur des prolongements de ces travaux qu'elle a soutenu une thèse d'État le 3 avril 1979 (références [1] à [4]). qui lui a permis de devenir Professeur à l'Université de Bordeaux à la rentrée de 1987, fonctions qu'elle a occupées jusqu'à sa retraite qu'elle a prise à la rentrée de l'an 2000.

Tout le long de sa vie, Anne-Marie Bergé a su conserver une intense vie culturelle. Elle a beaucoup lu, en particulier des romans en langue anglaise, et s'est beaucoup intéressée au cinéma, notamment au cinéma américain. Surtout, elle adorait la musique classique, jouant régulièrement du piano, et le dessin, aimant croquer le conférencier dans les marges des ses carnets de notes de séminaire. Cet amour du dessin a joué un rôle non négligeable dans ses choix scientifiques : il est sans doute à l'origine de son goût pour les mathématiques à forte composante géométrique plutôt que pour l'algèbre quelque peu abstraite qu'elle a pratiquée au début de ses recherches.

Signalons enfin que son frère Pierre Bergé (1934–1997) a également fait une carrière scientifique, comme physicien au centre du C.E.A. de Saclay. Il a notamment travaillé sur le chaos, ce qui le rapproche un petit peu des mathématiciens – il citait souvent les travaux d'Henri Poincaré.

La suite de cette notice est essentiellement consacrée aux travaux scientifiques d'Anne-Marie Bergé, renvoyant d'une part à ses propres travaux (seule ou en collaboration ; numéros [1] à [26]), et d'autre part aux travaux qui l'ont inspirée ou qu'elle-même a inspirés (numéros [27] et suivants). Ils sont classés par centres d'intérêt.

1. Théorie algébrique des nombres. Il s'agit des articles [1] à [5], consacrés à l'étude de la *structure galoisienne des anneaux d'entiers algébriques*, auxquels j'ai rattaché notre article commun [6], dans lequel nous étudions l'adaptation aux corps de caractéristique 2 des notions usuelles de discriminant, sur lequel je ne reviendrai pas.

Dans [1], elle considère les extensions diédrales de degré $2p$ avec p premier, étendant les résultats de ma thèse ([48]) aux extensions qui ne sont pas modérément ramifiées. Elle obtient des énoncés très agréables, dans la ligne de ceux de Leopoldt ([47]) relatifs aux corps abéliens, qui nous ont fait croire un temps que le cas « sauvage » pourrait ne pas présenter de difficultés insurmontables. L'avenir a montré que cette impression était trompeuse : déjà dans [2], qui n'a pas fait l'objet d'une publication officielle, il apparaît que la suite des groupes de ramification ne suffit pas en général à déterminer l'ordre associé ; et dans [4], elle obtient des exemples concrets montrant qu'un anneau d'entiers peut ne pas être projectif sur son ordre associé.

Le cas des groupes d'inertie cycliques sur un corps local absolument non ramifié est analysé en détail dans [3], où est comparé l'ordre associé avec l'ordre construit à la façon de Leopoldt. L'égalité n'a en général pas lieu, mais sa notion de *ramification presque maximale* permet d'obtenir des résultats positifs.

Finalement, l'article [5], consacré à des questions d'induction et de passage au quotient pour des modules sur des ordres d'algèbres de groupes, aurait mérité mieux qu'une rédaction de séminaire, mais elle a préféré par excès de modestie le proposer subrepticement aux responsables du séminaire qui l'avaient invitée. Dans le même ordre d'idées, je n'ai appris que récemment qu'elle avait refusé de cosigner un article avec un collègue anglais qu'elle avait dépanné, parce qu'elle estimait insuffisante sa participation à ce travail.

2. Dualité en géométrie des nombres. Il s'agit de l'article [7], inspiré par le travail analytique [60], dans lequel Zimmert considère les idéaux de petites normes dans une classe et dans sa *classe jumelle* définie par dualité au moyen de la différente. Traduit en termes de géométrie des nombres, on doit considérer des expressions de la forme $F(\Lambda)F(\Lambda^*)$ pour une fonction convenable F sur l'espace des réseaux. Nous avons considéré le cas où F est la norme euclidienne. Lorsque je proposai à Anne-Marie de travailler sur cette question, elle accepta avec enthousiasme, satisfaite d'avoir enfin l'occasion de faire de la géométrie. Ce fut le premier d'une longue série d'articles que nous avons écrits sur la géométrie des nombres.

Nous introduisons l'*invariant d'Hermite dual* γ' *d'un réseau* comme moyenne géométrique des invariants d'Hermite d'un réseau et de son dual, et sa borne supérieure γ'_n pour une dimension n donnée, appelée *constante de Bergé-Martinet* par Conway et Sloane dans [35]. Cet invariant joue un rôle important dans la théorie de Venkov ([58]) des *designs sphériques* portés par un réseau. La constante γ'_n a été récemment calculée par Poor et Yuen pour $n = 5, 6, 7$. Nous avons aussi considéré des variantes duales des *constantes de Rankin*, étudiées ensuite par Coulangeon dans [40], et démontré diverses inégalités les concernant. Jointes aux résultats de Poor et Yuen, ces inégalités ont permis tout récemment à Watanabe *et al.* ([55]) de calculer certaines de ces constantes en dimensions 6 et 8. Enfin, P. Gruber ([44]) vient d'étendre à des convexes généraux certains résultats de [7] (ainsi que de [16] et [24]).

3. Théorie algébrique et géométrie des nombres. Il s'agit des questions examinées dans [7] et [8] et leur complément [9] : d'une part, une recherche de minorations des quotients de régulateurs R_K/R_k dans une extension K/k de corps de nombres, et d'autre part d'introduire pour une telle extension une notion de *hauteur relative* et de généraliser dans ce cadre un certain nombre de notions classiques (nombres de Pisot et de Salem, problème de Lehmer).

L'article [7] est la rédaction d'un exposé d'Anne-Marie au Séminaire de Théorie des Nombres de Paris, 1987/1988, inspiré par l'article posthume [53] de Remak. Eduardo Friedman, qui était dans l'assistance, est venu discuter avec nous à la fin de l'exposé, et nous avons entretenu depuis des relations étroites avec lui. Il a dans les années qui ont suivi publié avec A. Costa les deux articles [36] et [37] en partie inspirés par l'exposé. À une constante multiplicative près, qui est une sorte d'« indice de Hasse », notre *régulateur relatif* est le quotient R_K/R_k. Nous avons émis l'opinion que R_K/R_k est minoré par une constante absolue, comme c'est le cas lorsque $K = \mathbb{Q}$, mais cela indépendamment de k. Cette conjecture n'est toujours pas démontrée. Les meilleures minorations sont celles de Friedman et Skoruppa ([43]). Elles permettent de démontrer l'existence d'une minoration absolue lorsque le degré relatif est assez grand dans un sens que l'article précise. Les trois articles cités ci-dessus utilisent des méthodes analytiques.

Quant aux notions relatives de hauteur, elles ont inspiré divers travaux, notamment de Marie-José Bertin ([34]) ; Ana-Cecilia de la Maza ([51]) ; Friedman, de la Maza ([52], dont le *preprint* nous a été envoyé par Friedman avec la mention *17 ans après*). Dans ce dernier article, notre notion de hauteur relative, qui ne prenait en compte que les places infinies, a été modifiée de façon à faire jouer un rôle symétrique à toutes les places.

4. Théorie algébrique et algorithmique des nombres. Ce paragraphe ne concerne que l'article [11], connu sous le nom musical de *BéMOℓ*, dans lequel, faute de pouvoir manipuler des bases relatives, nous avons programmé des calculs $\mathfrak{p}$-adiques pour classer jusqu'à une borne donnée de leurs discriminants absolus les corps sextiques qui sont une extension cubique d'un corps quadratique.

5. Théorie équivariante des réseaux euclidiens. Il s'agit des articles [12] et [13]. On considère un sous-groupe fini G du groupe orthogonal, et l'on s'intéresse à l'ensemble $\mathcal{L}_G$ supposé non vide des réseaux contenant G comme groupe d'automorphismes, dans le but de trouver le maximum de l'invariant d'Hermite des réseaux de $\mathcal{L}_G$, et d'obtenir éventuellement des majorations de l'invariant d'Hermite meilleures que celles que donne la constante d'Hermite. Pour ce faire, nous avons étudié dans [12] les maxima locaux de γ (*réseaux G-extrêmes*) et les avons caractérisés à la façon de Voronoï ([59]) comme réseaux *G-parfaits* et *(G)-eutactiques*. Nous avons en outre classé les réseaux G-parfaits pour quelques groupes G en utilisant seulement les bornes inférieures des *kissing numbers*, à la façon de Korkine et Zolotareff ([45]). Noter que les *réseaux cyclotomiques* (qui ont fait l'objet de nombreux travaux autour d'Eva Bayer ; voir aussi [31]), rentrent dans cette catégorie.

Dans [13], nous avons généralisé aux G-réseaux l'algorithme de contiguïté de Voronoï, ce qui fournit un procédé de classification beaucoup plus efficace que le précédent. Cet algorithme a été ensuite utilisé par François Sigrist ([56]), et plus récemment par Achill Schürmann ([54]).

Signalons enfin le survol [17] l'article [20] dans lesquels sont considérées certaines représentations des groupes symétriques.

6. Perfection et eutaxie : théorie générale. Il s'agit des articles [14], [17] et [15], auxquels ont peut aussi rattacher le survol [18].

Dans [14], Anne-Marie remédie à un défaut de [7] : la notion de duale-perfection, suffisante pour démontrer une caractérisation « à la Voronoï » des réseaux dual-extrêmes, ne suffit pas à isoler les réseaux dual-parfaits. Elle introduit une notion plus restrictive de dual-perfection, grâce à laquelle elle peut démontrer d'une part un théorème de finitude (en dimension donnée) et d'autre part que les réseaux dual-parfaits à son sens sont proportionnels à des réseaux algébriques. (Les énoncés analogues pour les réseaux eutactiques, et aussi dual-eutactiques en supposant alors que leurs vecteurs minimaux engendrent l'espace, sont également vrais ; voir [49], paragraphe 11.9.)

En appliquant les méthodes du paragraphe précédent à la représentation régulière d'un groupe d'ordre 5, elle construit dans [19] un réseau dual-extrême de dimension 5 qui n'est pas proportionnnel à un réseau entier. De tels exemples n'existent pas en dimension inférieure.

Dans [15], nous établissons des résultats du type

$$\text{« extrême »} \Longleftrightarrow \text{« parfait »} + \text{« eutactique »}$$

pour des familles de réseaux qui constituent une orbite sous l'action d'un sous-groupe $\mathcal{G}$ fermé et invariant par transposition du groupe linéaire de l'espace euclidien ambiant E, utilisant la structure de groupe de Lie de $\mathcal{G}$ pour travailler dans l'espace tangent à l'origine. Nous retrouvons ainsi la théorie équivariante (en prenant pour $\mathcal{G}$ le commutant de la représentation définie par G) ainsi que celle des réseaux dual-extrêmes (en considérant des sommes directes $\Lambda \bigoplus \Lambda^*$ dans $E \times E$).

Par la suite, cette théorie a été considérablemant généralisée par Christophe Bavard dans [33], qui la replace dans le cadre de la géométrie Riemannienne (ou seulement dans celui de la géométrie différentielle pour certains résultats).

7. Réseaux eutactiques. Il s'agit des articles [16] et [24].

Dans [16], on considère les *classes minimales* de réseaux de dimension n fixée ; dans l'aspect formes quadratiques, on considère le complexe cellulaire (infini) des formes définies positives de minimum donné, et les classes minimales correspondent aux classes d'équivalence de cellules. Nous introduisons la notion de *réseau faiblement eutactique*, ceux pour lesquels l'identité est dans l'espace engendré (dans l'espace des endomorphismes symétriques) par les projections orthogonales sur les vecteurs minimaux. (Un réseau est *eutactique* si l'identité appartient à l'enveloppe convexe de ces projections.) Nous montrons qu'il y a au plus une classe de similitude de réseaux faiblement eutactiques dans une cellule donnée, et que la borne inférieure de l'invariant d'Hermite sur la cellule est atteinte sur un tel réseau s'il existe, sur la frontière de la cellule sinon. On en déduit tout de suite un théorème de finitude pour les réseaux faiblement eutactiques, englobant les théorèmes de Voronoï ([59]) sur les réseaux parfaits et d'Avner Ash ([27]) pour les réseaux eutactiques. Ici encore, le point de vue de Bavard (voir le paragraphe précédent) a jeté un éclairage nouveau sur ces questions de finitude.

Dans [28], Avner Ash démontre une « formule de masse à signes » pour les réseaux eutactiques, et dans [32], Christophe Bavard démontre une formule analogue portant sur toutes les classes minimales, ce qui signifie que la somme sur les classes dépourvues de réseaux eutactiques doit être nulle. Dans [24], nous en avons donné une raison : nous avons décomposé la somme en une double somme $\sum_{\mathcal{C}} \sum_{\mathcal{C}' \prec \mathcal{C}}$ dans laquelle la somme extérieure porte sur des cellules maximales parmi celles qui sont sans réseau eutactique, et chacune des sommes intérieures est nulle. Faute de maîtriser toutes les subtilités de la théorie des ensembles convexes, nous avons eu beaucoup de difficultés pour écrire cet article, et sans la ténacité d'Anne-Marie, je crois que j'aurais abandonné.

Ces articles ont eu une importante postérité. La classification des classes minimales et des réseaux faiblement eutactiques a été faite en dimension 5 par Batut dans [30], utilisant une idée d'Anne-Marie consistant à descendre à partir des réseaux parfaits plutôt qu'à monter à partir réseaux ayant seulement n vecteurs minimaux, comme cela avait été fait pour $n \leq 4$ par Štogrin dans [57], puis par nous même dans [7]. Motivés par des calculs de groupes $K_n(\mathbb{Z})$, Elbaz-Vincent, Gangl, et Soulé ont classé les classes minimales (mais non les réseaux faiblement eutactiques) pour $n = 6$ et 7 ([42]).

8. Sous-réseaux des réseaux parfaits. Il s'agit des articles [21], [22] et [23].

La classification des réseaux parfaits jusqu'à la dimension 7 met en évidence un réseau très particulier de dimension 7 : il est le seul à être de minimum impair dans sa représentation par des matrices de Gram entières et de contenu 1, et en outre ne possède aucune section parfaite de même minimum (en-dehors du cas trivial des sections de dimension 1). Ce réseau est un réseau de Coxeter Cox_n (n impair, $= \mathbb{A}_n^{(n+1)/2}$ dans la notation de [49], § 5.3). Dans [21], Anne-Marie Bergé montre que pour tout $n \geq 7$ impair, les réseaux Cox_n n'ont aucune section parfaite de même minimum (réseaux « creux »). L'étude des réseaux de Coxeter a été poursuivie dans [23], où nous avons étudié plus généralement les sous-réseaux d'indice fini des sections.

L'article [22] considère la question de l'existence de réseaux parfaits creux et qui peuvent en outre être renormalisés en un réseau entier de minimum impair. Nous avons démontré que des réseaux possédant ces deux propriétés existent en toute dimension $n \geq 10$. Récemment, M. Dutour Sikirić,

A. Schürmann et F. Vallentin ([41]) ont montré que la liste des 10916 réseaux parfaits construits à Bordeaux est en fait complète, ce qui permet de vérifier qu'en dimension 8, les réseaux parfaits ont tous une section hexagonale de même minimum.

Seul le cas de la dimension 9 reste ouvert. Nous conjecturons que les réseaux parfaits de dimension 9 ont tous une section hexagonale de même minimum, et qu'en particulier, ils ont un minimum pair dans toute normalisation qui les rend entiers. Ce dernier point a été vérifié par Cordian Riener pour les quelques 500 000 réseaux construits à Magdebourg en marge de l'article [41].

9. Derniers articles. Nous avons déjà parlé des projections orthogonales sur les vecteurs minimaux d'un réseau. Leur rang r dans l'espace des endomorphismes symétriques de l'espace euclidien ambiant (son carré symétrique) est le *rang de perfection du réseau* ; il est majoré par la dimension $\frac{n(n+1)}{2}$ du carré symétrique ainsi que par le (demi) kissing number s du réseau. Pour certains réseaux remarquables, $s-r$ est très grand comparé à n, par exemple $(s,r)=(120,36)$ pour $\mathbb{E}_8$, $(s,r)=(98280,300)$ pour le réseau de Leech Λ_{24}), ce qui impose l'existence de nombreuses *relations de perfection*. L'article commun [25] est une tentative de classification de ces relations dans le cas le plus simple, mettant en jeu une famille de $2n$ vecteurs de rang n. Même dans ce cas, nos résultats restent très partiels – seul le cas où interviennent des quotients 2-élémentaires présente une certaine beauté, prouvant une fois de plus l'ubiquité des systèmes de racines. Nous l'avons soumis en 2008 après avoir longtemps hésité ; l'acceptation m'est parvenue quelques jours après le décès d'Anne-Marie.

Le dernier article, dû à Anne-Marie Bergé seule, s'attaque à une conjecture de mon livre à laquelle j'ai donné une forme précise dans [50]. (Si un réseau parfait Λ de dimension n est engendré par ses vecteurs minimaux et si ses sous-réseaux engendrés par des vecteurs minimaux ont un indice au plus égal à 2 – maximum atteint, alors n ne dépasse pas 7) ; une forme forte de la conjecture consiste à remplacer « parfait » par « $s \geq \frac{n(n+1)}{2}$ ». On écrit

$$\Lambda = \langle e_1, \dots, e_n, e\rangle \text{ avec } e = \tfrac{e_1+\cdots+e_\ell}{2} \;;$$

la plus petite valeur possible de ℓ s'appelle la *longueur*. On a $4 \leq \ell \leq n$. (Dans [50]. j'aurais dû en toute rigueur remplacer dans le cas de la longueur 4 « $s \geq \frac{n(n+1)}{2}$ » par « $s \geq \frac{n(n+1)}{2} + 2$ » ; cet oubli est probablement sans importance).

Anne-Marie prouve dans [26] que si $\ell = n$, l'inégalité stricte $s < \frac{n(n+1)}{2}$ a lieu dès la dimension 6.

Bien que n'étant d'habitude jamais pressée de publier ses résultats, elle a brusquement déposé à la mi-juin son article sur *arXiv*. Elle savait qu'elle n'avait pas le temps d'attendre ; les autres ne le savaient pas. Elle a ensuite travaillé jusqu'à la mi-juillet pour essayer de raccourcir son manuscrit, mais n'a pas eu le temps de faire des progrès sensibles sur ce point

9. Autres travaux. Anne-Marie Bergé a dirigé les thèses suivantes :
Mohamed LAÏHEM, *Construction algorthmique de réseaux parfaits*, soutenue le 4 décembre 1992.
Renaud COULANGEON, *Réseaux quaternioniens et problèmes de densité*, soutenue le 2 décembre 1994.
(Cette thèse est la réunion des articles [38] à [40].)
Jean-Luc BARIL, *Autour de l'algorithme de Voronoï : construction de réseaux euclidiens*, soutenue le 25 janvier 1996.
[Renaud Coulangeon est actuellement Maître de Conférences en Mathématiques à l'Université de Bordeaux et Jean-Luc Baril Maître de Conférences en Informatique à l'université de Dijon.]

En dehors de ces directions de thèses, elle a toujours offert généreusement son temps pour aider quiconque en avait besoin. Sa modestie excessive a fait que cela ne se voit pas toujours. Mon livre [49] lui doit beaucoup, d'abord parce que nos articles, communs ou non, y ont été beaucoup utilisés ; comme il est commode de se référer à un livre plutôt qu'à des articles originaux, elle est relativement peu citée par les auteurs utilisant ses travaux.

Je voudrais signaler un autre exemple de son intervention : la démonstration ingénieuse que je donne dans mon livre (voir les paragraphes 6.1 et 6.6) du fait que $\mathbb{E}_8$ est l'unique réseau critique en dimension 8 lui est due. Elle est fondée sur l'analyse des cas d'égalité dans l'inégalité de Mordell, qu'elle exploite en repérant les réseaux de racines $\mathbb{E}_6$ et $\mathbb{E}_7$ à l'aide de leurs diagrammes de Dynkin.

Anne-Marie Bergé laisse un vide considérable autour de ceux qui l'ont côtoyée. Pour moi, c'est la fin brutale de quarante ans de collaboration scientifique et de près de trente ans d'activités musicales.

.../...

Bibliographie

[1] A.-M. Bergé, *Sur l'arithmétique d'une extension diédrale*, Ann. Inst. Fourier **22, 2** (1972), 31–59. [Voir aussi Comptes Rendus Acad. Sc. Paris, 10 mai 1971, et Sém. Th. Nombres Paris **14**.]

[2] A.-M. Bergé, *Quelques résultats relatifs à l'ordre associé à une extension*, Publi. Math. Bordeaux **5** (1972).

[3] A.-M. Bergé, *Arithmétique d'une extension galoisienne à groupe d'inertie cyclique*, Ann. Inst. Fourier **28, 4** (1978), 17–44.
[Voir aussi Comptes rendus Acad. Sc. Paris, 21 juillet 1975.]

[4] A.-M. Bergé, *Projectivité des anneaux d'entiers sur leurs ordres associés*, Astérisque **61** (1979), 15–28.

[5] A.-M. Bergé, *À propos du genre de l'anneau des entiers d'une extension*, Publi. Math. Besançon (1979–1980), 1–9.

[6] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Formes quadratiques et extensions en caractéristique* 2, Ann. Inst. Fourier **35,2** (1985), 57–77.

[7] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Sur un problème de dualité lié aux sphères en géométrie des nombres*, J. Number Theory **32** (1989), 14–42.

[8] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Sur les minorations géométriques des régulateurs*, Sém. Th. Nombres Paris (1987–1988) ; Birkhäuser, Boston (1989), 23–50.

[9] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Notions relatives de régulateurs et de hauteurs*, Acta Arith. **54** (1989), 155–170.

[10] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Minorations de hauteurs et petits régulateurs relatifs*, Sém. Th. Nombres Bordeaux (1988–1989), exp. **11**, 28 pp.

[11] A.-M. Bergé, J. Martinet, M. Olivier, *The computation of sextic fields with a quadratic subfield*, Math. Comp. **54** (1990), 869–884.

[12] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Réseaux extrêmes pour un groupe d'automorphismes*, Astérisque **198-199-200** (1991), 41–65.

[13] A.-M. Bergé, J. Martinet, F. Sigrist, *Une généralisation de l'algorithme de Voronoï pour les formes quadratiques*, Astérisque **209** (1992), 137–158.

[14] A.-M. Bergé, *Minimal vectors of pairs of dual lattices*, J. Number Theory **52** (1995), 284–298.

[15] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Densité dans des familles de réseaux. Application aux réseaux isoduaux*, L'Ens. Math. **41** (1995), 335–345.

[16] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Sur la classification des réseaux eutactiques*, J. London Math. Soc. **53** (1996), 417–432.

[17] A.-M. Bergé, *Classification of positive forms having prescribed automorphisms*, Contemporary Math. **249** (1999), 199–204.

[18] A.-M. Bergé, *Symplectic lattices*, Contemporary Math. **272** (2000), 9–22.

[19] A.-M. Bergé, *Une forme dual-extrême irrationnelle*, J. Th. Nombres Bordeaux **12** (2000), 281–291.

[20] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Symmetric Groups and Lattices*, Monatshefte Math. **140** (2003), 179–195.

[21] A.-M. Bergé, *On Certain Coxeter Lattices without Perfect Sections*, J. Alg. Combinatorics **20** (2004), 5–16.

[22] A.-M. Bergé, J. Martinet, *A generalization of some lattices of Coxeter*, Mathematika **51** (2004), 49–61.

[23] A.-M. Bergé, J. Martinet, *Sublattices of certain Coxeter lattices (A paper dedicated to Georges Gras)*, J. Th. Nombres Bordeaux **17** (2005), 455-465.

[24] A.-M. Bergé, J. Martinet, *On weakly eutactic forms*, J. London Math. Soc. **75** (2007), 187-198.

[25] A.-M. Bergé, J. Martinet, *On perfection relations in lattices*, arXiv :math.NT/0611220 v 1 8 nov 2006 ; to appear in Contemporary Math.

[26] A.-M. Bergé, *On lattices of maximal index two*, arXiv :0806.0724 v 1 4 jun 2008.

[27] A. Ash, *On eutactic forms*, Can. J. Math. **29** (1977), 1040–1054.

[28] A. Ash, *On the existence of eutactic forms*, Bull. London Math. Soc. **12** (1980), 192–196.

[29] J.-L. Baril, *Autour de l'algorithme de Voronoï : construction de réseaux euclidiens*, Thèse, Bordeaux (1996).

[30] C. Batut, *Classification of quintic eutactic forms*, Math. Comp. **70** (2001), 395–417.

[31] C. Batut, H-G. Quebbemann, R. Scharlau, *Computations of cyclotomic lattices*, Exp. Math. **4** (1995), 175–179.

[32] C. Bavard, *Classes minimales des réseaux et rétractions géométriques équivariantes dans les espaces symétriques*, J. London Math. Soc. **64** (2001), 275–286.

[33] C. Bavard, *Théorie de Voronoï géométrique. Propriétés de finitude pour les familles de réseaux et analogues*, Bull. Soc. Math. France **133** (2005), 205–257.

[34] M.-J. Bertin, *K-nombres de Pisot et de Salem*, Acta Arith. **68** (1994), 113–131.

[35] J.H. Conway, N.J.A. Sloane, *On Lattices Equivalent to Their Duals*, J. Number Theory **48** (1994), 373–382.

[36] A. Costa, E. Friedman, *Ratios of regulators in totally real extensions of number fields*, J. Number Theory **37** (1991), 288–297.

[37] A. Costa, E. Friedman, *Ratios of regulators in extensions of number fields*, Proc. Amer. Math. Soc, 119 (1993), 381–390.

[38] R. Coulangeon, *Réseaux quaternioniens et invariant de Venkov*, Manuscripta Math. **82** (1994), 44–50.

[39] R. Coulangeon, *Réseaux unimodulaires quaternioniens en dimension* ≤ 32, Acta Arith. **70** (1995), 9–24.

[40] R. Coulangeon, *Réseaux k-extrêmes*, Proc. London Math. Soc **73** (1996), 555–574.

[41] M. Dutour Sikirić, A. Schürmann, F. Vallentin, *Classification of eight dimensional perfect forms*, Electron. Res. Announc. Amer. Math. Soc. **13** (2007), 21–32.

[42] P. Elbaz-Vincent, H. Gangl, C. Soulé, *Perfect Lattices, Homology of Modular Groups and Algebraic K-Theory*, Oberwolfach reports **2,1** (2005), 41–43.

[43] E. Friedman, N. Skoruppa, *Relative regulators of number fields*, Invent. Math. **135** (1999), 115–144.

[44] P. Gruber, *Application of an idea of Voronoi to lattice packing of convex bodies*, and *Extremum properties of positive quadratic forms*, preprints (2008), Universität Wien.

[45] A. Korkine, G. Zolotareff, *Sur les formes quadratiques positives*, Math. Ann. **11** (1877), 242–292.

[46] M. Laïhem, *Construction algorithmique de réseaux parfaits*, Thèse, Bordeaux (1992).

[47] H.W. Leopoldt, *Über die Hauptordnung eines Körpers als Gruppenmodul*, J. reine angew. Math **201** (1959), 119–149.

[48] J. Martinet, *Sur l'arithmétique des extensions galoisiennes à groupe de Galois diédral d'ordre* $2p$, Ann. Inst. Fourier **19,1** (1969), 1–80.

[49] J. Martinet, *Perfect Lattices in Euclidean Spaces*, Grundlehren **327**, Springer-Verlag, Heidelberg, 2003, 527 pp.

[50] J. Martinet, *Bases of minimal vectors in Euclidean lattices, II*, Archiv Math. **89** (2007), 541–551.

[51] A.-C. de la Maza, *Counting points of bounded relative heights*, Mathematika **50** (2003), 125–152.

[52] A.-C. de la Maza, E. Friedman, *Heights of algebraic numbers modulo multiplicative group actions*, J. Number Theory **128** (2008), 2199–2213.

[53] R. Remak, Über Grössenbeziehungen zwischen Diskriminante une Regulator eines algebraischen Zahlkörpers, Compositio math. **10** (1952), 245–285.

[54] A. Schürmann, en préparation.

[55] K. Sawatani, T. Watanabe, K. Okuda, *A note on the Hermite-Rankin constant*, preprint, Osaka Univ., October 23rd, 2008.

[56] F. Sigrist, *Cyclotomic quadratic forms*, J. Théorie Nombres Bordeaux **12** (2000), 519–530 ; see also http ://www.unine.ch/math/personnel/equipes/sigrist.html.

[57] M.I. Štogrin (= Shtogrin), *Locally quasi-densest lattice packings of spheres*, Soviet Math. Dokl. **15** (1974), 1288–1292.

[58] B.B. Venkov, *Réseaux et "designs" sphériques* (Notes by J. Martinet), in Réseaux euclidiens, designs sphériques et formes modulaires, L'Ens. Math., Monographie **37**, J. Martinet, ed., Genève (2001), 10–86.

[59] G. Voronoï, *Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques : 1 Sur quelques propriétés des formes quadratiques positives parfaites*, J. reine angew. Math **133** (1908), 97–178.

[60] R. Zimmert, *Ideale kleiner Norm in Idealklassen und eine Regulator Abschätzung*, Invent. Math. **62** (1981), 367–380.

Jacques Martinet
Université Bordeaux 1, Institut de Mathématiques
351, cours de la Libération
F-33405 Talence cedex
E-mail: `Jacques.Martinet@math.u-bordeaux1.fr`