

H. BOUASSE

Z. CARRIÈRE

## **Sur la réactivité du caoutchouc vulcanisé**

*Annales de la faculté des sciences de Toulouse 2<sup>e</sup> série*, tome 5, n° 3 (1903), p. 285-321

[http://www.numdam.org/item?id=AFST\\_1903\\_2\\_5\\_3\\_285\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AFST_1903_2_5_3_285_0)

© Université Paul Sabatier, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

SUR LA

**RÉACTIVITÉ DU CAOUTCHOUC VULCANISÉ,**

PAR MM. H. BOUASSE ET Z. CARRIÈRE.

---

HISTORIQUE.

Pour bien faire comprendre en quoi nos recherches diffèrent de celles qui les ont précédées, nous allons résumer le Mémoire de Kohlrausch (*Pogg. Ann.*, t. CLVIII, 1876). Il est classique en Allemagne, et l'on peut dire que les nombreux auteurs qui se sont occupés du caoutchouc se sont imprégnés de son esprit et n'ont fait qu'en retrouver les résultats, qui sont d'ailleurs pour la plupart dans le Mémoire de Weber. On ne saurait conclure de là qu'ils soient inattaquables dans leur interprétation générale; cette concordance prouve tout au plus que Kohlrausch observait bien, ce dont personne n'a jamais douté, et que ses élèves et continuateurs se sont placés dans les mêmes conditions expérimentales. A quel point ces conditions sont particulières, par quelles limites étroites il a borné la question, c'est ce que le présent Mémoire montrera.

Kohlrausch emploie du caoutchouc de jouets : sa section est carrée, de  $0^{\text{mm}},9$  de côté. Un mètre pèse  $0^{\text{g}},98$ . La densité est 1,2; ce qui prouve que le caoutchouc contenait passablement de matières étrangères. Au fil est constamment attaché un petit plateau pour placer des poids, pesant lui-même  $4^{\text{g}},1$ ; sous cette charge la longueur du fil est  $2^{\text{m}},30$ . Avant le commencement des recherches il était tendu de  $60^{\text{cm}}$  pendant 20 minutes et dès lors abandonné à lui-même. *Remarquons que c'est le même fil qui va servir pour toutes les recherches.*

RÉACTIVITÉ APRÈS DES ALLONGEMENTS OU DES SURCHARGES DE PEU DE DURÉE.

On saisit le fil à *la main*, on l'allonge de 1 à  $\Lambda$  (*voir pour cette notation le Mémoire précédent*), on maintient l'allongement pendant 1 minute et l'on ramène le fil à sa position naturelle, *rapidement mais avec prudence*. Après 10 secondes ses oscillations sont amorties et l'on commence les lectures. Enfin après 30 minutes le fil revient à sa longueur initiale à moins de  $1^{\text{mm}}$  près; on prend cette position comme position d'équilibre et l'on y rapporte le résultat de toute l'opération.

On appelle  $x$  les allongements temporaires du fil par rapport à la longueur avant le commencement de l'expérience.

Entre deux expériences on met un temps tel que la réactivité en 50 minutes soit négligeable. Ici Kohlrausch pose donc, comme hypothèse, que le fil revient à un état bien déterminé et toujours le même, quand la réactivité est devenue négligeable, *ce qui est entièrement faux*.

Kohlrausch prend l'allongement pour paramètre variable de ses expériences et cherche une formule pour les représenter.

Il s'arrête à l'expression suivante  $x = \frac{c}{t^\alpha}$ , où  $c$  et  $\alpha$  sont des fonctions de  $\Lambda$ . Pour  $t = 0$ , on a  $x = \infty$ ; mais il ne fait servir la formule qu'à partir de 10 secondes, c'est-à-dire de  $t = 0,167$ ; il prend la minute pour unité de temps.

Voici donc précisé le point de vue de Kohlrausch : il pose comme hypothèse que les opérations sont indépendantes les unes des autres, qu'il suffit d'attendre un temps suffisant pour que la matière du caoutchouc revienne à son état initial; conséquemment qu'il y a lieu de chercher une formule où intervienne seule l'opération actuelle. De plus, les opérations elles-mêmes sont mal définies : il ne suffit pas de dire que les allongements et raccourcissements se font rapidement mais avec prudence (*rasch aber behutsam*). Quant à la formule choisie, nous prouverons qu'elle n'est pas générale et qu'à supposer qu'elle représente les résultats de Kohlrausch, on peut imaginer une infinité de techniques où elle est grossièrement erronée.

A la vérité nous sommes en présence d'un ensemble complexe d'opérations qui réagissent toutes les unes sur les autres, et l'on ne peut rien modifier sans tout modifier plus ou moins.

#### RÉACTIVITÉ SOUS L'INFLUENCE D'UN CHANGEMENT PERMANENT DE CHARGE.

On augmente ou l'on diminue brusquement la charge de 1<sup>g</sup>, 2<sup>g</sup>, 4<sup>g</sup>. On détermine la manière dont le fil s'approche peu à peu de sa nouvelle position d'équilibre. La durée du phénomène est ici considérable et se chiffre par semaines. Il serait peut-être plus simple de dire qu'il n'y a pas de position d'équilibre, mais c'est une affaire de mots sans importance.

*Surcharge.* — Soit (*fig. 1*) la courbe des allongements OAB : pour 4<sup>g</sup> Kohlrausch la représente par l'équation

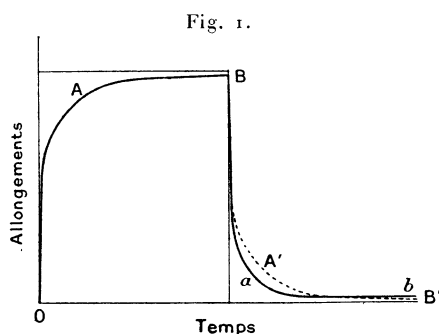
$$y_4 = 0,0767 - \frac{0,0241}{t^{0,109}},$$

$y_4$  est l'allongement en fonction de la longueur initiale prise pour unité; l'unité de temps est la minute. Pour  $t = \infty$ , le fil se serait allongé de 0,0767 de sa longueur

initiale. Pour des poids autres que  $4^g$ , il trouve des courbes semblables à celle qui correspond à cette charge. On aurait, par exemple,

$$y_4 = 2,16y_2 = 4,41y_1.$$

La formule donnerait  $y = -\infty$  pour  $t = 0$ ; mais on ne s'en servira qu'à partir



d'un temps tel que  $y$  soit positif, ce qui représente une très petite fraction de seconde :  $0^s,0015$ . Il n'y a donc aucun inconvénient à employer l'expression précédente.

*Décharge.* — Kohlrausch énonce la loi suivante : les allongements et les raccourcissements qui suivent la charge et la décharge sont égaux pour un même poids pourvu que l'allongement soit relativement petit. Cependant, il remarque, après Weber, que cette loi est insuffisante et que le raccourcissement est toujours plus rapide que l'allongement. La courbe n'est pas  $BA'B'$  identique à  $OAB$  (*fig. 1*), mais  $Bab$ ; de plus il peut intervenir un allongement permanent.

Si, au lieu de se borner aux très petits allongements, généralement très inférieurs à  $\Lambda = 2$ , Kohlrausch avait poussé ses expériences jusqu'à  $\Lambda = 6, 7$  ou  $8$ , il n'aurait même plus eu l'idée de donner la loi d'égalité, même comme première et grossière approximation. Cependant, pourquoi borner son étude aux petits allongements et quel intérêt présente cette limitation des phénomènes à la soi-disant élasticité parfaite qui n'existe jamais?

*Influence de la température.* — Kohlrausch compare les réactivités après des allongements de  $160^{mm}$  pendant 1 minute : une des expériences est faite à  $9^\circ$ , l'autre à  $17^\circ,3$ . Elles donnent des courbes de même forme; on peut les représenter par l'expression  $x = ct^{-\alpha}$ , où  $\alpha$  reste le même. Les coefficients  $c$  sont dans le rapport  $3,2$ ; le plus grand correspond à  $9^\circ$ , ainsi la réactivité décroît avec la température, à l'inverse de ce qui se passe pour les métaux.

Nous verrons plus loin combien peu une telle expérience est convaincante.

Il reprend la même étude en imposant une surcharge de  $2^g$ . Voici les conclusions :

*La température a une influence énorme. A haute température les allongements initiaux sont beaucoup plus grands qu'à basse température; mais les différences décroissent vite, on peut admettre qu'elles s'annulent et qu'après quelques jours dans toutes les séries l'allongement est le même.*

Les mêmes phénomènes se présentent après une brusque décharge. Voici d'ailleurs les nombres de deux séries pour fixer les idées. Surcharge 2<sup>s</sup> :

Temps en minutes.	0,25.	0,5.	2.	5.	10.	1440.
Allongements à 19,5... <sup>o</sup>	52,0 <sup>mm</sup>	54,1 <sup>mm</sup>	57,4 <sup>mm</sup>	61,0 <sup>mm</sup>	62,5 <sup>mm</sup>	75,9 <sup>mm</sup>
Allongements à 7,6... <sup>o</sup>	33,5	37,4	45,4	49,5	»	»

Entre 0<sup>m</sup>, 25 et 5<sup>m</sup>, l'allongement à 19<sup>o</sup>, 5 est 9,0; à 7<sup>o</sup>, 6 il est 16,0.

Excepté en ce qui a trait au sens de la variation de la réactivité avec la température, les conclusions précédentes sont singulièrement contestables.

Kohlrausch dit que les résultats d'Exner, sur la diminution de la vitesse de propagation du son dans le caoutchouc, quand la température s'élève, concordent avec l'influence constatée de cette élévation sur la grandeur de la réactivité. On ne voit pas bien en quoi ces questions sont connexes.

#### RÉACTIVITÉS DUES A DES DÉFORMATIONS CONSÉCUTIVES DE SENS OPPOSÉS.

C'est là certainement la partie la plus neuve et la plus intéressante du Mémoire de Kohlrausch. Le caractère général de la réactivité, dit-il, est qu'une déformation dont elle est cause diminue d'autant plus lentement qu'il s'est écoulé plus de temps depuis la déformation qui lui a donné naissance (déformation primaire). Superposons plusieurs réactivités sur le même corps; on peut s'arranger de manière qu'il se déforme spontanément dans un sens puis dans l'autre. On impose par exemple une déformation grande ou longue et ensuite une déformation petite ou courte de sens contraire; on abandonne ensuite le corps à lui-même; on peut s'attendre à voir la réactivité qui provient de la seconde déformation l'emporter d'abord. Mais son effet diminue vite et, pour des rapports convenables entre les déformations primaires, la réactivité due à la première de ces déformations peut réapparaître. La déformation spontanée du corps change alors de signe.

Pour intéressantes que soient ces considérations, Kohlrausch n'est resté qu'à la surface de la question, car le seul exemple qu'il nous donne comporte deux changements de signe et non pas un seul, comme il le croit.

Il utilise le caoutchouc qui lui a toujours servi et qui portait d'une manière permanente une charge de 4<sup>g</sup>, 1. Il diminue cette charge à 4<sup>g</sup> qu'il maintient pendant 6 minutes. Il raccourcit alors à la main de 40<sup>mm</sup> pendant 1 minute, ce qui

correspond à une nouvelle décharge et abandonne enfin le fil à lui-même. Il commence par s'allonger pendant 90<sup>s</sup>, puis se raccourcit.

Si Kohlrausch avait attendu un temps suffisant, il aurait vu le fil s'allonger à nouveau. Nous montrerons comment on peut systématiquement reproduire ces inversions de sens doubles.

*Expérience de Pülfrich* (*Wied. Ann.*, t. XXVIII, 1886). — Pülfrich s'est proposé d'étudier les phénomènes de réactivité sur un tube de caoutchouc, en déterminant simultanément les variations de longueur et de diamètre. Il s'agissait de discuter sous une de ses faces la question du coefficient de Poisson. Nous ne faisons que signaler ces expériences, parce que, au point de vue où nous sommes, ni dans la méthode, ni dans les résultats, elles n'ont apporté quelque chose de neuf. Nous y reviendrons quand nous rencontrerons dans un prochain Mémoire le coefficient de Poisson.

#### DESCRIPTION DES APPAREILS EMPLOYÉS.

On peut reprocher aux physiciens qui se sont occupés du caoutchouc, outre des idées erronées sur la nature du phénomène qu'ils étudiaient, une technique défectueuse. Cette technique était d'ailleurs la conséquence de leurs idées. Nous ne pouvons plus nous contenter d'opérations à la main, fussent-elles conduites *avec prudence, behutsam*; il s'agit d'obtenir des déformations parfaitement définies, ne serait-ce que pour les reproduire identiques à elles-mêmes.

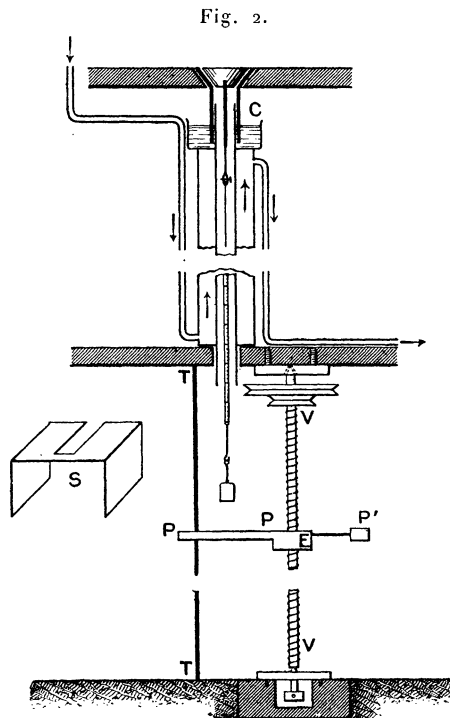
L'appareil employé est représenté schématiquement (*fig. 2*). Le caoutchouc est pris entre deux pinces. La pince supérieure est fixée dans l'axe d'un tronc de cône de laiton qui se place dans un tronc de cône creux, lui-même fixé dans une épaisse planche à 3<sup>m</sup>,50 au-dessus du sol. Grâce à cette disposition on peut aisément régler le caoutchouc en azimut, ce dont on va voir la nécessité.

La pince inférieure supporte une légère règle de bois à laquelle seront suspendus des poids par l'intermédiaire de crochets. Une plate-forme PP peut être animée d'un mouvement vertical, grâce à la rotation de la vis VV dans l'écrou E; elle est équilibrée par un contrepoids P' et guidée par une tringle verticale TT qui la traverse à frottement doux.

Pour mettre le caoutchouc en charge, on fait descendre la plate-forme d'un mouvement uniforme, en entraînant l'une des poulies qui sont fixées à la vis. Le caoutchouc s'allonge avec une vitesse constante jusqu'à ce que le poids abandonne la plate-forme. A partir de ce moment le fil s'allonge à charge constante.

Pour étudier la réactivité à haute température, le caoutchouc est entouré d'une double enceinte formée de deux tubes de laiton concentriques; un courant d'eau froide ou chaude traverse l'espace annulaire. L'eau est fournie par un réservoir,

et amenée soit directement soit à travers un appareil à ailettes chauffé au gaz, qui la porte à une température fonction de la vitesse d'écoulement. Une chicane remplie



d'huile C empêche les courants d'air verticaux de se produire autour du caoutchouc en expérience.

La vis a  $1^m,40$  de long; il en est de même de la partie du tube qu'il est possible de chauffer. La hauteur totale de l'appareil est donc voisine de  $3^m,50$ . On peut allonger de 6 fois sa longueur un caoutchouc de  $20^m$ .

On lit dans une lunette les divisions de la règle à un dixième de millimètre près; c'est une approximation largement suffisante.

Il est possible, grâce à un inverseur de vitesse, d'imprimer aux poulies un mouvement dans l'un ou l'autre sens, ou de les arrêter brusquement; on peut d'ailleurs faire varier la vitesse de 1 à 10 en utilisant des transmissions convenables. La vitesse du moteur est maintenue exactement uniforme par un régulateur de Watt.

Pour étudier la réactivité sur une courbe de décharge (n° 9), il est nécessaire de supprimer une partie seulement de la charge. On utilise un support S représenté à gauche de la figure 2 et qui se place sur la plate-forme P. La charge est divisée en deux,  $P_1$  et  $P'_1$ ;  $P_1$  repose sur la plate-forme,  $P'_1$  sur le support S; elles sont reliées par une cordelette dont la longueur est de quelques centimètres supérieure

à la hauteur du support S. Quand la plate-forme descend,  $P'_1$  se trouve d'abord suspendu au fil, puis  $P_1$ . On enlève alors le support S. Pendant la décharge,  $P_1$  est rencontré d'abord par la plate-forme; il suffit d'arrêter le mouvement pour maintenir la tension constante égale à  $P'_1$ . Cette technique peut se généraliser et s'appliquer à trois ou plusieurs poids successifs.

Enfin il peut être nécessaire d'imposer au fil des tractions rythmées petites et nombreuses. La pince supérieure est alors fixée à l'extrémité d'une tige métallique horizontale qui tourne autour d'un axe horizontal placé en son milieu. Sa course est limitée par deux vis. Le poids des pinces, de la règle de bois et de la charge que supporte le caoutchouc est à peu près équilibré par un poids qui est suspendu par un fil métallique à l'autre extrémité de la tige et qui plonge dans un vase plein d'huile. Une armature de fer est soudée à cette sorte de fléau et peut être attirée par un électro-aimant sur le circuit duquel se trouve une pile. Une horloge ou un métronome le ferme à des intervalles de temps égaux et connus. On obtient ainsi indéfiniment une oscillation verticale à l'extrémité supérieure du caoutchouc, dont l'amplitude peut varier de  $0^{\text{mm}}$  à  $5^{\text{mm}}$ .

*Notations.* — La charge que supporte toujours le fil en expérience (pince et règle) est de  $65^{\text{g}}$ ; nous la désignerons par  $P_0$ . Nous désignerons par  $P_1$  la charge qu'on ajoute.

$T_0$  est le temps passé sous la charge invariable  $P_0$ ;  $T_1$  est le temps passé sous la charge constante  $P_1$ . La longueur initiale du fil est  $L_0$ , généralement mesurée sous  $P_0$  à moins d'indications contraires:  $L_0$  représente aussi la longueur au commencement des cycles;  $L_1$  est la longueur au commencement de l'arrêt sous  $P_1$ ,  $L'_1$  est la longueur à la fin de l'arrêt sous  $P_1$ . Nous représenterons par  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ , les allongements sous  $P_1$ , dans les intervalles formés par les temps  $0^{\text{s}}, 30^{\text{s}}, 1^{\text{m}}, 2^{\text{m}}, \dots$  formant (sauf le premier) une progression géométrique de raison 2. Enfin  $\Delta$  est l'allongement total entre  $30^{\text{s}}$  et  $T_1$ ; on donne à cet allongement une importance particulière, parce qu'il est le plus grand qu'on puisse déterminer avec rigueur. La longueur  $L_1$  n'est pas déterminée avec une très grande précision; au moment où la charge devient constante, la vitesse d'allongement ne varie pas brusquement. Il est donc impossible de dire à un dixième de millimètre près quelle est la valeur de  $L_1$  et par conséquent quel est l'allongement total pendant l'arrêt  $T_1$ . La même difficulté n'a pas lieu entre  $30^{\text{s}}$  et  $T_1$ .

A moins d'indication contraire, la vitesse uniforme d'allongement pendant la mise en charge est de  $1^{\text{m}}$  en  $173^{\text{s}}$ . De même, à moins d'indication spéciale, on opère à la température ordinaire du laboratoire. Le caoutchouc est employé sous forme de cordes rondes de  $4^{\text{mm}}$  de diamètre; sa densité est  $0,984$ ; il a été fourni comme ne contenant que de la gomme et du soufre. Il est gris clair et légèrement poudreux à la surface; il s'allonge sans céder de 7 à 8 fois sa longueur.



Nous poserons  $\Lambda = L : L_0$ .

A moins d'indication contraire, les longueurs sont énoncées en dixièmes de millimètre.

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES.

1. *Allongement sous charge constante aux extrémités d'un parcours.*  
*Fixation du cycle.* —  $P_1 = 500^g$ ;  $T_1 = 32^m$ ,  $T_0 = 0$ .

On décrit des cycles dans ces conditions. Voici le résultat de l'expérience :

$L_0$ .....	3230	3660	3700	3730	3790	3750	3790	3790
$L_1$ .....	7500	8290	8440	8520	8665	8680	8710	8730
$\Delta_1$ .....	240	108	96	92	92	94	89	90
$\Delta_2$ .....	98	38	34	36	33	35	32	33
$\Delta_3$ .....	111	38	35	35	32	36	36	35
$\Delta_4$ .....	117	39	35	33	32	33	31	32
$\Delta_5$ .....	117	40	33	28	27	28	29	29
$\Delta_6$ .....	114	44	34	30	25	25	24	24
$\Delta_7$ .....	112	49	36	32	24	24	25	23
$\Delta$ .....	669	250	207	194	173	181	179	176
$L'_1$ .....	8409	8648	8743	»	8930	8955	8978	8996

Entre le quatrième et le cinquième parcours, le temps  $T_1$  a été  $128^m$ . On a eu pour le quatrième parcours  $\Delta_8 = 40$ ,  $\Delta_9 = 56$ . Au moment de la décharge,  $L'_1$  était donc égal à  $8902$ .

1° La loi énoncée par un de nous pour les fils métalliques, à savoir que les allongements sont sensiblement égaux dans des intervalles de temps en progression géométrique, est encore approximativement vérifiée, en tenant compte, bien entendu, de toutes les restrictions apportées à cet énoncé. (*Voir le Mémoire Sur les courbes de déformation des fils métalliques*, Chap. VIII.)

Entre  $16^m$  et  $32^m$  par exemple, l'intervalle est 32 fois plus grand que l'intervalle compris entre  $30^s$  et  $1^m$ ; pourtant  $\Delta_7$  et  $\Delta_2$  ne diffèrent que du tiers ou du quart de leur valeur. En tous cas les expériences satisfont infiniment mieux à la loi  $L = A + B \log(t + \tau)$  qu'aux lois proposées par Kohlrausch qui donnent lieu à des calculs aussi vains que compliqués.

2° Le phénomène est considérablement modifié par le premier parcours : cette modification ne disparaît pas par le repos sous charge nulle, même prolongé.

3° Considérons le quatrième parcours; on devrait trouver pour  $\Delta_8$  et  $\Delta_9$  des nombres faiblement croissants; on trouve 40 et 56. Donc, si l'on augmente  $T_1$ , les nouveaux  $\Delta$  se rapprochent de plus en plus des  $\Delta$  de même numéro d'ordre qu'on aurait trouvés pour le premier parcours, si l'on avait allongé le temps  $T_1$ . En d'autres termes, si après le quatrième parcours on augmente suffisamment  $T_1$ ,

pour observer des  $\Delta_n$  de numéros d'ordre élevés, ils tendent vers les valeurs qu'auraient eues les  $\Delta_n$  du premier parcours.

On s'explique ainsi la croissance des  $\Delta$  du second parcours qui se fait dès à partir de  $\Delta_2$ .

Pour le troisième et le quatrième, il y a croissance de  $\Delta_6$  à  $\Delta_7$ , mais plus faible.

4° Pour le cinquième parcours  $\Delta$  est plus petit : cette diminution tient à l'augmentation de  $T_1$  à la fin du quatrième. Puis  $\Delta$  augmente pour le sixième, pour décroître régulièrement ensuite pour les septième et huitième, la fixation se faisant toujours par une diminution de  $\Delta$ .

L'influence de l'allongement  $T_1$  se montre aussi par la notable diminution des derniers  $\Delta$  pour les parcours suivants.

A elle seule cette expérience suffit pour prouver à quel point les idées de Kohlrausch et de ses émules sont erronées. Comment pourrait-il venir à l'idée de calculer des paramètres numériques pour un phénomène aussi complexe ? Ne voit-on pas, jusqu'à la dernière évidence, la réaction des parcours les uns sur les autres et le souvenir que garde la matière des précédentes modifications ?

5° L'allongement est toujours plus grand, si la charge croît et décroît entre  $P_0$  et  $P_1$ , que si elle conserve la valeur constante  $P_1$ . Extrapolons pour le premier parcours. Pour  $T_1$ ,  $L'_1 = 8409$ . Si l'on attendait jusqu'à  $T_1 = 256$ , la longueur serait  $8409 + 336 = 8745$ , en admettant  $\Delta_8 = \Delta_9 = \Delta_{10} = 112$ . Or on atteint cette longueur à la fin du troisième cycle, auquel on parvient 100 minutes environ après le commencement de l'arrêt sur le premier ; on gagne donc 156 minutes environ. De même, il faudrait à charge constante un temps énorme pour parvenir à 8996.

2. *Réactivité en fonction de la charge.* — Chaque expérience est faite sur un fil différent. Vitesse uniforme d'allongement pendant la mise en charge :  $1^m$  en  $173^s$ . On a représenté, figure 3, l'allongement  $\Delta$  entre  $30^s$  et  $32^m$ . La longueur des fils sous charge nulle est de  $0^m,25$ , les  $\Delta$  sont donnés en millimètres. Pour fixer les idées on a représenté par un trait interrompu les allongements totaux jusqu'au temps  $32^m$  après l'établissement de la charge.

Par exemple, imposons  $1000^g$ ; entre  $30^s$  et  $32^m$  l'allongement est de  $0^m,077$ ; à ce moment le fil s'est allongé de  $1^m,02$ ; sa longueur totale est de  $1^m,27$  et  $\Lambda = 5$ . On remarquera la forme singulièrement complexe de la courbe qui représente les  $\Delta$  : nous l'avons vérifiée par de nombreuses expériences et elle ne semble pas douteuse. Elle présente trois points d'inflexion et un maximum. Il est bien entendu que la technique influe notablement sur la position de ces points et que les nombres ne sont que pour fixer les idées.

La loi suivant laquelle les allongements à charge constante dépendent du temps est variable tout le long de la courbe. Étudions la variation des  $\Delta_2, \Delta_3, \dots$

Si la charge est petite, ils sont à peu près constants ou légèrement décroissants. Quand la charge croît, un maximum apparaît. Il a lieu pour un numéro d'ordre d'abord croissant. Par exemple, pour 300<sup>g</sup>, c'est  $\Delta_3$  qui est maximum ; pour 500<sup>g</sup>, c'est  $\Delta_4$ . Puis, jusqu'à 1000<sup>g</sup>, le maximum correspond à un numéro supérieur à 7. Comme les expériences n'étaient continuées que jusqu'à 32<sup>m</sup>, on ne l'observait pas : les  $\Delta_i$  croissaient continuellement à partir de  $\Delta_2$ .

Au-dessus de 1000<sup>g</sup>, le maximum réapparaît dans le champ de l'expérience et se produit pour un  $\Delta_i$  de numéro d'ordre  $i$  décroissant. Enfin, quand la charge est suffisamment élevée, à 1500<sup>g</sup>, par exemple, les  $\Delta_i$  décroissent continuellement. Le maximum a disparu.

On peut donc avoir, entre 30<sup>s</sup> et 32<sup>m</sup>, des  $\Delta$  égaux pour deux charges différentes, mais composés de  $\Delta_i$  entièrement différents, par exemple, toujours croissants pour la plus faible charge, toujours décroissants pour la plus forte.

Dans toutes les expériences effectuées avec notre technique,  $\Delta_1$  (entre 0<sup>s</sup> et 30<sup>s</sup>) est toujours plus grand que  $\Delta_2$  (30<sup>s</sup> à 1<sup>m</sup>).

*Mêmes expériences sur un fil unique.* — Ces expériences ont été reprises sur un fil unique. On impose la charge  $P_1$  pendant un temps  $T_1$  ; on revient à la charge  $P_0$ , on attend un temps  $T_0$ , puis on recommence avec une charge  $P_1$  plus grande et ainsi de suite. Il est clair que les résultats numériques dépendent de la loi de variation des charges  $P_1$  et des temps d'arrêt  $T_1$  et  $T_0$ . L'allure générale du phénomène reste la même que si l'on emploie pour chaque expérience des fils différents. Par exemple, on a pris pour les charges  $P_1$  la série arithmétique 100, 400, 700, 1000, 1300 ;  $T_1 = 32$  et  $T_0$  est tel que l'expérience totale dure 1 heure. On a trouvé, pour  $\Delta$  entre 30<sup>s</sup> et 32<sup>m</sup>,  $L_0 = 1600$  :

$P_1$ .....	100	400	700	1000	1300
$\Delta$ .....	38	269	368	629	790

La courbe représentative a la même allure que celle représentée figure 3.

Pour 100<sup>g</sup> les  $\Delta_i$  sont constants : ils présentent un maximum pour  $\Delta_1$  quand  $P_1 = 400$  ; puis le maximum se fait pour des temps de plus en plus grands ; ainsi pour  $P_1 = 1000$ <sup>g</sup>, jusqu'à 32<sup>m</sup>, les  $\Delta_i$  sont croissants. Pour 1300<sup>g</sup> le maximum réapparaît pour  $\Delta_3$ . Ces résultats sont conformes aux précédents.

*Autre exemple.* — Nous avons pris pour  $P_1$  la série arithmétique 100, 200, 300, . . . .  $T_0 = 2$ <sup>m</sup>,  $T_1 = 8$ <sup>m</sup>,  $L_0 = 1600$ . Nous donnons ci-dessous la suite des  $\Delta$  entre 30<sup>s</sup> et 8<sup>m</sup> jusqu'à 1500<sup>g</sup> :

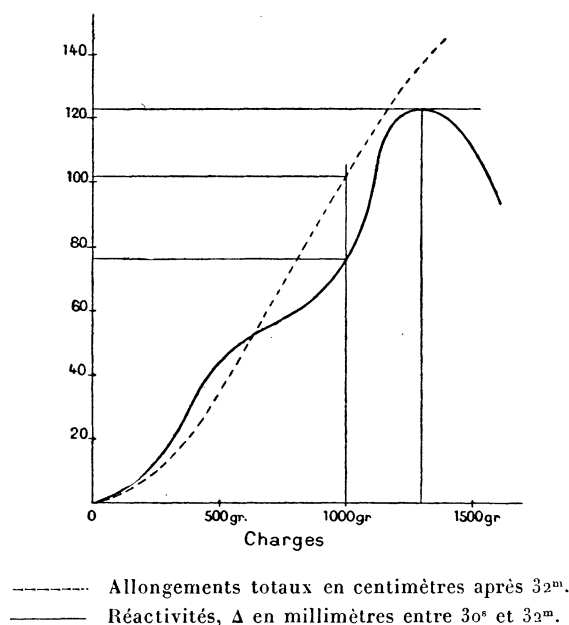
22	49	89	131	160	168	171	180
205	269	387	502	528	499	442	

La courbe a encore même allure. On constate que pour 600<sup>g</sup> et 700<sup>g</sup> les  $\Delta$  sont

sensiblement les mêmes. En diminuant encore la raison de la progression arithmétique, on arriverait même à donner à la courbe, au voisinage de ces charges, un maximum et un minimum, ce qui est conforme aux résultats du n° 1.

Ces expériences prouvent à quel point l'interprétation des séries effectuées sur

Fig. 3.



un même fil devient complexe et justifie les critiques que nous avons adressées au Mémoire de Kohlrausch, qui fait porter toutes ses recherches sur un même bout de fil. Il n'étudie d'ailleurs que la toute première partie de la courbe que nous venons de tracer.

3. Réactivité pour la charge  $P_0$ . —  $L_0 = 3240$ ,  $P_1 = 700^g$ ,  $T_1 = 166^m$ ,  $L_1 = 11030$ . Voici les valeurs des  $\Delta$  et  $\Delta_1$  à  $\Delta_8$  :

265      111      130      139      143      144      145      146

Entre 30<sup>s</sup> et 64<sup>m</sup>, l'allongement sous  $P_1$  est 962.

Pour  $T_1 = 166^m$ , la longueur est devenue 12447.

On ramène alors à la charge  $P_0$ . Voici les valeurs de  $\Delta$ , de  $\Delta_1$  à  $\Delta_8$  :

178      39      43      42      40      37      29      19

Entre 30<sup>s</sup> et 64<sup>m</sup> le raccourcissement sous  $P_0$  est 253.

La loi de Kohlrausch, *que les allongements et les raccourcissements qui suivent la charge et la décharge sont égaux pour un même poids*, ne saurait être générale. Kohlrausch ajoute, il est vrai, que pour des allongements un peu grands le raccourcissement est plus rapide : l'expérience précédente montre que ce dernier fait n'est pas seulement une correction petite à ajouter à la loi d'égalité. L'allongement  $\Lambda_1$  correspondant au début de la charge est 3,1, et déjà les  $\Delta$  correspondant à la charge et à la décharge sont entre eux comme 4 : 1 environ.

Cet exemple prouve quel avantage il y a d'opérer dans toute l'étendue accessible d'un phénomène. Kohlrausch fait varier  $\Lambda$  de 1 à 1,05, il trouve une certaine loi simple qu'il énonce comme de première approximation. S'il avait pris un allongement un peu grand, il ne se serait pas arrêté à une proposition exacte tout au plus comme limite.

Refaisons la même comparaison dans les conditions suivantes :  $L_0 = 3210$ ;  $P_1 = 200^g$ ,  $T_1 = 64^m$ ,  $L_1 = 4150$ ,  $\Lambda_1 = 1,293$  :

Charge .....	$\Delta_n = 111$	35	36	38	38	38	36	36	$\Delta = 367$
Décharge.....	109	16	16	16	15	12	10	7	$\Delta = 92$

Ainsi l'allongement n'est qu'une fraction petite de celui qu'on peut obtenir, et déjà la différence entre les phénomènes est énorme.

Il n'est d'ailleurs pas plus admissible de dire que les allongements et raccourcissements obéissent à la même forme de loi : les  $\Delta$  relatifs au raccourcissement décroissent toujours beaucoup plus vite que les autres.

4. *Fixation d'un parcours et influence de l'arrêt  $T_0$ .* —  $P_1 = 400^g$ ,  $T_0 = 5^m$ , sauf indications contraires;  $T_1 = 32^m$ ,  $L_0 = 3240$ .

On donne dans le Tableau suivant  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $L_1 - L_0$ ,  $L'_1$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta$  et le rapport  $\Delta : \Delta_1$  :

	$T_0$ .	$L_0$ .	$L_1$ .	$L_1 - L_0$ .	$L'_1$ .	$\Delta_1$ .	$\Delta$ .	$\Delta : \Delta_1$ .
1....		3240	6880	3640	7747	230	637	2,77
2....		3460	7480	4020	7927	130	317	2,44
3....	140 <sup>m</sup>	3402	7380	3978	7945	153	412	3,69
4....		3494	7620	4126	8027	123	284	2,60
5....		3513	7680	4167	8072	121	271	2,24
6....		3528	7720	4192	8107	121	266	2,20
7....	930 <sup>m</sup>	3419	7420	4001	8012	167	425	2,55
8....		3514	7690	4176	8091	122	279	2,28
9....		3530	7740	4210	8122	120	262	2,18
10....	30 <sup>m</sup>	3477	7650	4173	8116	132	334	2,53
11....		3538	7770	4232	8158	120	268	2,23
12....	0 <sup>m</sup>	3720	7950	4230	8201	90	161	1,80

1° L'augmentation de  $T_0$  fait croître la valeur des  $\Delta$ , mais ne les ramène pas à la valeur qu'ils ont dans le premier parcours : l'effet de celui-ci est permanent. On se reportera aux parcours 3, 7 et 10;

2° Inversement, une diminution de  $T_0$  diminue les  $\Delta$ , comme il résulte de l'expérience 12;

3° L'influence de la variation de  $T_0$  est grande quand  $T_0$  est petit; elle diminue à mesure que  $T_0$  augmente. Ainsi, l'effet de 140<sup>m</sup> sous  $P_0$  ou de 930<sup>m</sup> est à peu près le même. Le passage de  $T_0$  de 5<sup>m</sup> à 0<sup>m</sup> produit un effet considérable.

4° La colonne  $L_0$  nous montre que  $L_0$  est plus petit à mesure que  $T_0$  augmente; ce qui est évident, puisqu'on laisse au fil le temps de se raccourcir. Mais, phénomène qui ne pouvait plus se prévoir, la différence  $L_1 - L_0$  se trouve elle-même diminuée. Le repos sous charge  $P_0$  rend le fil moins extensible pour le parcours suivant.

5° Étudions les rapports  $(\Delta_1 + \Delta) : (L_1 - L_0)$ . Un accroissement de  $T_0$  augmente ce rapport. Une diminution de  $T_0$  produit l'effet inverse.

Étudions, d'autre part, les rapports  $\Delta : \Delta_1$ ; un accroissement de  $T_0$  augmente ce rapport. Ces deux résultats rentrent dans la même formule; les phénomènes sont retardés.

Comparons, par exemple, les expériences 6 et 7; appelons 1000 l'allongement initial  $L_1 - L_0$ , on a

	$L_1 - L_0$ .	$\Delta_1$ .	$\Delta$ .
Expérience 6.....	1000	0,0288	0,0635
Expérience 7.....	1000	0,0417	0,1062

*Autre exemple de l'influence de la variation des temps d'arrêt sous charge  $P_0$ .* — On effectue avec un fil trois parcours  $T_1 = 16^m$ ,  $T_0 = 5^m$ ,  $P_1 = 500$ . On attend alors sous  $P_0$  un temps  $T'_0$  et l'on recommence la même série de trois parcours. D'un fil à l'autre on fait varier le temps  $T'_0$  qui sépare les deux séries. On donne dans les Tableaux suivants les allongements sur la courbe de charge  $L_1 - L_0$ , rapportés au premier et les réactivités  $\Delta$  (entre 30<sup>s</sup> et 16<sup>m</sup>) rapportées à la première :

		$T'_0$ .						
$L_1 - L_0 \dots$	}	5 <sup>m</sup> ....	1000	1077	1099	1110	1118	1125
		40 <sup>m</sup> ....	1000	1075	1096	1101	1114	1123
		24 <sup>h</sup> .....	1000	1080	1101	1086	1115	1127
		Moyennes .		1077	1099		1116	1125
		$T'_0$ .						
$\Delta \dots \dots$	}	5 <sup>m</sup> ....	1000	556	501	481	468	461
		40 <sup>m</sup> ....	1000	549	492	598	471	455
		24 <sup>h</sup> .....	1000	564	504	730	508	477
		Moyennes .		557	499			464

Si les fils étaient parfaitement identiques, les nombres des trois premières colonnes seraient identiques. Le premier Tableau montre que l'influence de  $T_0$  devient négligeable sur les allongements à mesure qu'on augmente le nombre des cycles fixés. Tandis que les nombres 1110, 1101, 1086 diffèrent beaucoup et systématiquement de leur moyenne, les nombres 1125, 1123, 1127 en diffèrent peu et non systématiquement.

Pour les réactivités, l'influence du temps  $T_0$  se fait sentir plus fortement et plus longtemps.

5. *Influence de l'arrêt  $T_1$  sur la fixation d'un parcours.* — On donne dans le Tableau suivant la longueur  $L'_0$  de retour à  $P_0$ , le raccourcissement  $L'_0 - L_0$  pendant l'arrêt  $T_0 = 5^m$ , l'allongement  $L_1 - L_0$  pendant la mise en charge ( $P_1 = 500^s$ ), l'allongement  $\Delta_1$  entre  $0^s$  et  $30^s$ , l'allongement  $\Delta'$  entre  $30^s$  et  $8^m$ , enfin, l'allongement  $\Delta$  entre  $30^s$  et  $T_1$ . Sauf indications contraires,  $T_1 = 8^m$ . La longueur initiale est 3000.

	$T_1$ .	$L'_0$ .	$L'_0 - L_0$ .	$L_1 - L_0$ .	$\Delta_1$ .	$\Delta'$ .	$\Delta$ .
1.....				3520	192	331	
2.....		3280	142	3742	111	200	
3.....		3300	144	3806	108	180	
4.....		3310	146	3844	105	175	
5.....		3320	149	3871	103	168	
6.....	0	3322	144	3890	0	0	
7.....		3280	113	3878	104	179	
8.....	256 <sup>m</sup>	3322	143	3904	103	165	385
9.....		3420	173	4008	105	153	
10.....		3390	157	4017	99	158	
11.....		3380	150	4020	99	158	
12.....		3375	147	4022	99	159	
13.....	0	3373	146	4023	0	0	
14.....		3330	146	4011	102	172	
15.....	63 <sup>h</sup>	3370	149	4024	101	172	540
16.....		3580	206	4191	96	150	
17.....		3520	167	4197	91	157	
18.....		3500	167	4197	92	158	
19.....		3490	152	4197	92	157	
20.....	0	3483	150	4197	0	0	
21.....		3440	121	4176	105	169	
22.....		3470	211	4111	108	202	
23.....		3430	191	4091	113	209	

Entre les expériences 21 et 22  $T_0 = 80^m$ , entre les expériences 22 et 23  $T_0 = 130^m$ .

L'augmentation de  $T_1$  diminue les  $\Delta$  du parcours suivant, une diminution de  $T_1$  les augmente. Une augmentation de  $T_1$  augmente l'allongement  $L_1 - L_0$ ; une diminution de  $T_1$  les diminue. On comparera utilement le Tableau précédent au Tableau du n° 4.

Voici une autre série qui montre bien l'influence de  $T_1$ . Chaque expérience est faite sur un fil différent,  $P_1 = 500^s$ . On impose  $P_1$  pendant le temps  $T_1$ , variable d'un fil à l'autre; on revient à  $P_0$  où on attend  $T_0 = 5^m$ . On réinstalle alors la charge  $P_1$ . On compare les  $\Delta$  pour les différents fils.

Voici d'abord les  $\Delta$  que l'on obtient quand le fil est la première fois abandonné sous  $P_1$  :

201	78	89	95	95	95	94	88	87	86	84
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Voici maintenant les  $\Delta$  pour les  $T_1$  différents :

$T_1$ .	$\Delta$ .									
0 <sup>m</sup> . . . . .	141	62	68	82	83	85	87	87		
2 . . . . .	121	48	56	61	63	70	70	71		
8 . . . . .	118	45	49	55	56	59	65	66	67	
780 . . . . .	103	38	43	43	40	36	30	25	26	

A mesure que  $T_1$  augmente, l'effet de la durée de la charge sur le cycle suivant devient de plus en plus grand. Pour des  $T_1$  limités à quelques minutes il y a tendance au raccordement, c'est-à-dire que les  $\Delta$  de numéros d'ordre élevés tendent à devenir les mêmes que pour le fil de comparaison qui n'a subi qu'un seul parcours. Il ne semble pas qu'il en soit de même quand  $T_1$  est très grand; mais la comparaison, pour être correcte, devrait alors porter sur des  $\Delta$  de numéros d'ordre extrêmement élevés.

6. *Influence de la vitesse de mise en charge.* — Chaque expérience est faite sur un fil différent,  $L_0 = 3230$ . On observe jusqu'à  $T_1 = 64^m$   $P_1 = 500$ . On donne les valeurs absolues de  $\Delta_1$  et de  $\Delta$  ( $30^s$ - $64^m$ ). Puis, posant  $\Delta_1 = 100$ , nous donnons, sous les rubriques  $\Delta'_2, \Delta'_3, \dots$ , les  $\Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_8$  en fonction de  $\Delta_1$ , pour faciliter les comparaisons. Les vitesses d'allongement pendant la mise en charge sont de  $1^m$  en  $17^s, 58^s, 173^s, 2400^s$ .



	Vitesses : 1 <sup>m</sup> en			
	17 <sup>s</sup> .	58 <sup>s</sup> .	173 <sup>s</sup> .	2400 <sup>s</sup> .
$\Delta_1$ .....	698	383	237	43
$\Delta$ .....	954	890	780	443
$\Delta'_2$ .....	23	35	42	51
$\Delta'_3$ .....	22	35	46	88
$\Delta'_4$ .....	21	36	48	120
$\Delta'_5$ .....	20	33	49	153
$\Delta'_6$ .....	18	31	49	186
$\Delta'_7$ .....	17	30	46	200
$\Delta'_8$ .....	16	40	45	223

Quand la vitesse de charge est très grande, les  $\Delta$  successifs décroissent. Quand la vitesse diminue, ils croissent d'abord, pour décroître ensuite. Il naît donc un maximum qui se fait d'autant plus tard que la vitesse est plus petite. Donc, pour une vitesse suffisamment petite, les  $\Delta$  croissent : la position du maximum est reculée au delà des limites de l'expérience.

Nous allons reprendre la même expérience en croisant deux vitesses sur un même fil.

La mise en charge se fait avec une vitesse d'allongement de 1<sup>m</sup> en 185<sup>s</sup> pour la vitesse  $\nu$ , de 1<sup>m</sup> en 32<sup>s</sup> pour la vitesse  $V$ ;  $\nu : V = 5,8$ . La décharge se fait toujours à la vitesse  $\nu$ . Les cycles sont croisés aux vitesses  $\nu$  et  $V$ . On a uniformément  $T_0 = 5^m$ ,  $P_1 = 500^s$ . D'une série à l'autre,  $T_1$  varie : les trois séries sont faites sur le même fil.

Dans les Tableaux suivants,  $L'_0$  est la longueur de retour à  $P_0$ ,  $L_0$  la longueur après l'arrêt  $T_0$ ;  $L_1$  est la longueur après 30<sup>s</sup> sous  $P_1$ ,  $L'_1$  la longueur après  $T_1$  sous  $P_1$ ;  $\Delta_2, \Delta_3, \dots$  sont les allongements dans les intervalles 30<sup>s</sup> à 1<sup>m</sup>, 1<sup>m</sup> à 2<sup>m</sup>,  $\dots$  après la mise en charge;  $\Delta$  est l'allongement dans l'intervalle 30<sup>s</sup> à  $T_1$ . La longueur initiale est 3000. Les résultats qui suivent correspondent à des cycles déjà fixés approximativement.

	$\nu$ .	$V$ .	$\nu$ .	$V$ .	$\nu$ .
$L'_0$ .....	3390	3390	3398	3400	3403
$L_0$ .....	3224	3230	3237	3239	3242
$L_1 - L_0$ .....	4924	4895	4965	4931	4997
$\Delta_2$ .....	40	63	38	61	38
$\Delta_3$ .....	43	60	42	60	42
$\Delta_4$ .....	45	52	44	51	42
$\Delta_5$ .....	43	46	42	47	42
$\Delta_6$ .....	40	42	39	39	39
$\Delta$ .....	211	263	205	258	202
$L' - L_0$ .....	5135	5158	5170	5189	5199

Les différences entre les  $L'_1 - L_0$  successifs sont : 23, 12, 19, 10. Elles indiquaient donc un allongement légèrement plus grand pour les cycles à grande vitesse. Mais il ne faut pas oublier qu'il y a toujours une oscillation notable du poids au moment où il devient libre.

En définitive, nous pouvons admettre que l'allongement total tend à devenir le même, quelle que soit la vitesse de mise en charge. Si la vitesse est grande,  $L_1 - L_0$  est plus petit; mais la compensation se fait au moyen des  $\Delta$ ; ils sont d'abord plus grands que ceux qui correspondent à une vitesse petite, mais ils tendent peu à peu vers ces derniers.

Nous avons fait varier la grandeur de l'intervalle  $T_1$ . Voici deux séries faites avec  $T_1 = 4^m$  et  $T_1 = 32^m$  :

	$T_1 = 4^m.$			$T_1 = 32^m.$		
	$v.$	$V.$	$v.$	$V.$	$v.$	$V.$
$L'_0$ .....	3353	3360	3360	3403	3420	3430
$L_0$ .....	3213	3219	3220	3237	3251	3260
$L_1 - L_0$ .....	4968	4922	4989	4965	5048	5012
$\Delta_2$ .....	41	67	40	66	38	63
$\Delta_3$ .....	47	61	46	59	43	60
$\Delta_4$ .....	49	56	47	53	42	52
$\Delta_5$ .....				47	41	44
$\Delta_6$ .....				41	38	38
$\Delta_7$ .....				40	37	33
$\Delta$ .....	137	184	133	306	239	292
$L'_1 - L_0$ .....	5105	5106	5121	5271	5287	5302

Pour  $T_1 = 4^m$ ,  $L'_1 - L_0$  est plus petit pour  $V$  que pour  $v$ , étant tenu compte, bien entendu, de la variation continue de cette quantité. C'est l'inverse pour  $T_1 = 32^m$ , ce qui s'explique aisément.

Voici les valeurs moyennes du rapport  $\Delta_V : \Delta_v$  :

$$T_1 = 4^m \dots \dots 1,36 \quad T_1 = 16^m \dots \dots 1,27 \quad T_1 = 32^m \dots \dots 1,25.$$

7. *Influence d'un allongement de courte durée.* —  $P_1 = 400$ ,  $L_0 = 2570$ ,  $T_1 = 32^m$ . Fil unique.

On décrit des cycles séparés par des temps  $T_0$  sous charge  $P_0$  de très longue durée. On donne, dans le Tableau suivant, les  $L_0$ ,  $L_1 - L_0$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta$  (entre  $30^s$  et  $32^m$ ) pour les réactivités de charge et de décharge :

$T_0$	$L_0$	$L_1 - L_0$	Charge.		Décharge.	
			$\Delta_1$	$\Delta$	$\Delta_1$	$\Delta$
	2570	2200	209	463	77	128
$17^h$ .....	2662	2318	159	374	91	127
$21^h$ .....	2668	2342	157	353	96	123

On allonge pendant 1 minute à la longueur 11570 ( $\Lambda = 4,5$ ).

$h$						
29..	2771	2679	168	401	91	130
17..	2779	2641	180	411	89	142
24..	2769	2641	171	393	97	133
7..	2773	2677	162	371	91	128
16..	2771	2629	177	385	91	131

Donc l'allongement momentané produit un accroissement de réactivité.

À mesure que le nombre des parcours augmente, le cycle se fixe. L'influence de la variation de  $T_0$  apparaît nettement pour  $T_0 = 7^h$ ,  $\Delta = 371$ ;  $T_0$  devenant égal à  $16^h$ ,  $\Delta$  augmente à 385.

La seconde série des  $\Delta_1$  et des  $\Delta$  tend vers des nombres plus grands que la première : l'accroissement produit par l'allongement n'est donc pas seulement momentané.

8. *Modification complète de la loi de réactivité par une disposition convenable des cycles.* —  $L_0 = 3200$ ,  $T_0 = 1^m$ ,  $T_1 = 32^m$ .

Voici les résultats de l'expérience ; les cycles sont effectués sur un même fil :

$P_1$	$L_1$	$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	$\Delta_5$	$\Delta_6$
200.....	4000	102	30	32	34	32	32	32
300.....	4890	124	39	39	39	39	40	41
400.....	6080	146	53	55	56	57	57	58
500.....	7580	150	57	62	63	66	67	69

Repos sous  $P_0$  pendant  $120^m$ .

$P_1$	$L_1$	$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	$\Delta_5$	$\Delta_6$
200.....	4270	90	26	26	28	26	24	23
300.....	5210	111	38	35	35	32	31	31
400.....	6440	130	43	46	43	42	41	41
500.....	7850	120	46	49	49	49	49	50
400.....	6690	110	39	36	30	24	18	16
300.....	5500	106	28	25	17	6	0	— 2
200.....	4570	72	16	10	2	— 3	— 9	— 10

Repos sous  $P_0$  pendant  $840^m$ .

$P_1$	$L_1$	$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	$\Delta_5$	$\Delta_6$
200.....	4250	97	29	30	29	28	27	21
300.....	5190	122	38	38	35	35	32	31
400.....	6450	129	45	46	43	41	40	40
500.....	7870	126	43	48	47	46	46	45

Les résultats précédents s'expliquent par cette règle générale : les effets des grands parcours antérieurs se font plus longtemps sentir avec une intensité déterminée que les effets des petits parcours plus rapprochés dans le temps. Si l'on passait directement de 400 à 300, la réactivité serait d'abord un raccourcissement; si l'on passe de 0 à 300, la réactivité est un allongement. La superposition des deux effets explique le changement de sens constaté.

9. Réactivité sur une courbe de décharge. — Fils de longueur  $L_0 = 3040$ .

On donne dans le Tableau suivant : dans la première colonne les  $\Delta$  qui correspondent à une charge de 300<sup>g</sup>.

Sur une série d'autres fils, on fait l'expérience suivante : on charge de  $P_1 = 500^g$  pendant des temps  $T_1$  variables avec le fil; on revient à  $P_2 = 300^g$ , et l'on étudie la réactivité; on trouve les résultats dans les autres colonnes du Tableau :

	Fil directement porté à 300 <sup>g</sup> .	Arrêt $T_1$ à 500 <sup>g</sup> .		
		0 <sup>m</sup> .	8 <sup>m</sup> .	2 <sup>h</sup> .
$L_1 - L_0$ .....	»	4880	4245	5595
$L'_1 - L_0$ .....	»	4880	4827	6642
$L_2 - L_0$ .....	2100	2690	2685	3820
$(L_2 - L_0) : (L_1 - L_0)$ .....	»	0,551	0,632	0,686
$\Delta_1$ .....	163	-46	-74	-83
$\Delta_2$ .....	58	-4	-18	-27
$\Delta_3$ .....	62	+5	-19	-29
$\Delta_4$ .....	64	+15	-13	-27
$\Delta_5$ .....	61	+27	-4	-22
$\Delta_6$ .....	61	+33	0	-13
$\Delta_7$ .....	59	+34	+11	0
$\Delta_8$ .....	55	»	»	»
$T'$ .....	»	1 <sup>m</sup>	12 <sup>m</sup>	100 <sup>m</sup>

Ces résultats sont tout à fait analogues à ceux trouvés par l'un de nous pour la torsion des fils métalliques (réactivité en un point d'une courbe de détorsion, *Mémoire sur les courbes de déformation*, Chap. VII). Voici comment on peut les expliquer.

En définitive, le mouvement doit toujours être un allongement, quelle que soit la charge et quelles qu'aient été les déformations antérieures, pourvu que l'on attende un temps suffisant.

Au début de la réactivité sous 300<sup>g</sup>, il doit exister toujours un raccourcissement, puisque l'on arrive à 300<sup>g</sup> par charges décroissantes.

Enfin, la partie de la réactivité à 300<sup>g</sup> qui est sous la dépendance de la charge 500<sup>g</sup> et qui est un raccourcissement d'après ce que nous venons de voir,

augmente à mesure que le temps  $T_1$ , passé sous 500<sup>g</sup> augmente. *Donc il existe toujours une inversion.*

Le temps  $T'$  qui s'écoule entre l'imposition de la charge 300<sup>g</sup> et l'inversion augmente à mesure que  $T_1$  augmente;  $T'$  est d'abord plus long que  $T_1$ ; il devient ensuite égal, puis plus petit, à mesure que  $T_1$  augmente.

Les  $\Delta_1$  trouvés pour 300<sup>g</sup> après que l'on a été à 500<sup>g</sup> sont toujours plus petits que ceux que l'on obtiendrait sur un fil neuf en allant directement à 300<sup>g</sup>.

Enfin, la longueur  $L_2$  est toujours plus grande sur la courbe de décharge que sur la courbe de charge, ce qui est conforme à ce que nous savons sur la forme de ces courbes. La forme de la courbe de décharge est modifiée par l'arrêt  $T_1$ ; la longueur  $L_2$  augmente à mesure que  $T_1$  croît.

*N.-B.* — Si les cordes étaient identiques, les nombres de la première ligne seraient égaux; on voit combien peu il est possible de compter sur un diamètre uniforme, même pour des cordes prises à la suite les unes des autres sur le même paquet.

On pourrait multiplier à l'infini les expériences analogues à la précédente, en faisant varier les divers paramètres  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $T_1$ . Ce qui précède suffit pour en faire prévoir le résultat général.

Il est clair, par exemple, que, si l'on diminue la différence  $P_1 - P_2$ , on diminuera la tendance au raccourcissement sous  $P_2$  et par conséquent le temps  $T'$ .

**10. Réactivité sur une courbe de charge parcourue après une charge et une décharge (seconde courbe de charge).** — Nous allons trouver une double inversion.

$P_1 = 500$ ,  $T_1$  variable avec le fil. Le reste de l'expérience est le même pour tous les fils. On revient à  $P_0$ ,  $T_0 = 0$ ; on recharge jusqu'à  $P_2 = 300$  et l'on étudie la réactivité.

$T_1$ .	0 <sup>m</sup> .	16 <sup>m</sup> .	32 <sup>m</sup> .	128 <sup>m</sup> .	760 <sup>m</sup> .
$L_1 - L_0$ .....	4280	5465	4490	4980	5620
$L'_1 - L_0$ .....	4280	6181	5340	6089	6928
$L'_0 - L_0$ .....	230	390	390	480	590
$L_2 - L_0$ .....	2030	3110	2510	2950	3590
$(L_2 - L_0) : (L_1 - L_0)$ .	0,474	0,568	0,559	0,590	0,638
$(L_2 - L_0) : (L'_1 - L_0)$ .	0,474	0,503	0,470	0,483	0,518
$\Delta_1$ .....	87	80	82	79	92
$\Delta_2$ .....	22	21	16	20	22
$\Delta_3$ .....	22	18	10	8	17
$\Delta_4$ .....	24	12	2	4	10
$\Delta_5$ .....	29	9	0	3	0
$\Delta_6$ .....	35	11	0	-1	-7
$\Delta_7$ .....	35	15	0	-4	-13
$\Delta_8$ .....	39	21	6	-7	-17
$\Delta_9$ .....	43	»	»	-3	-16
$\Delta_{10}$ .....	»	»	»	+3	»

Pour  $T = 0$ , minimum à peine marqué et tout à fait au début. Ce minimum est très net pour  $T_1 = 16^m$ ; il est nul et prolongé pour  $T_1 = 32^m$ .

Pour  $T_1 = 128^m$ , on constate deux inversions. Enfin, pour toutes les valeurs de  $T_1 > 128$ , on constaterait aussi deux inversions, si l'on avait la patience d'attendre un temps suffisant, généralement considérable.

Les résultats précédents pouvaient aisément se prévoir grâce aux principes suivants.

A la fin du phénomène, il doit toujours exister un allongement, puisque l'on parvient à 300<sup>g</sup> par charges croissantes. Donc il y a nécessairement pas d'inversion ou deux inversions.

L'influence de la réactivité qui est encore sous la dépendance de 500<sup>g</sup> doit produire un raccourcissement, pourvu que l'action de cette charge soit assez prolongée.

Les temps  $T'$  et  $T''$  d'inversion sont d'abord confondus ( $T_1 = 32^m$ ), augmentant ainsi que leur différence, à mesure que  $T_1$  croît. L'augmentation de  $T'$  est beaucoup plus petite que celle de  $T''$ .

La position de la seconde courbe de charge est sous la dépendance de  $T_1$ , comme le montre la variation du rapport  $(L_2 - L_0) : (L_1 - L_0)$ . Moyenne, 0,566. Différences avec la moyenne  $-92, +2, -7, +24, +72$ .

L'expérience complexe de Kohlrausch rentre dans la définition générale précédente, si on la dépouille de tout ce qu'une technique rudimentaire lui donne de complexe. Elle doit donner deux inversions et non pas une comme l'indique cet auteur.

En effet, Kohlrausch part d'une tension  $4^g_{,1}$  (voir p. 288) que nous pouvons appeler  $P_1$ . Il la ramène à une tension moindre  $P_0$  en deux temps, d'abord en supprimant un poids de  $0^g_{,1}$ , puis en raccourcissant le fil à la main. Enfin il réinstalle une charge  $P_2 = 4^g$  supérieure à  $P_0$ , mais inférieure à  $P_1$ .

On pourrait varier à l'infini les expériences de ce numéro, puisque l'on a à sa disposition les paramètres  $P_0, P_1, P_2, T_1, T_0$ . Ce qui précède suffit à faire prévoir les résultats dans tous les cas.

#### RÉACTIVITÉ APRÈS RECUIT ET A HAUTE TEMPÉRATURE.

11. *Recuit à 150°.* — On prépare le fil par trois parcours  $P_1 = 500$ ,  $T_0 = 5^m$ ,  $T_1 = 16^m$ . On le laisse reposer 24 heures, On le recuit pendant 30 minutes et l'on fait une nouvelle série de trois parcours identiques aux premiers, un temps variable après la sortie de l'étuve. Le fil I sert de témoin et n'a pas été recuit, II est essayé 10 minutes après la sortie de l'étuve; III, 6 heures après; IV, 24 heures après. Les Tableaux suivants sont construits en appelant 1000 la réactivité

entre 30<sup>s</sup> et 16<sup>m</sup> pour le premier essai, et en calculant les réactivités des autres parcours par rapport à celle-là. De même, on appelle 1000 l'allongement sur la courbe de charge du premier parcours, quand on impose 500<sup>g</sup>; on calcule les autres par rapport à celui-là.

*Réactivités.*

I.....	1000	551	499	710	497	472
II.....	1000	551	495	712	359	319
III.....	1000	574	516	655	357	328
IV.....	1000	556	499	673	356	323

L'effet du recuit est énorme et à peu près indépendant du temps qui s'écoule entre la sortie de l'étuve et l'essai; la réactivité est diminuée. Mais à 150° le fil se transforme notablement, il devient noir; abandonné longtemps à 150°, il devient rugueux, cassant; il se recouvre d'une couche rigide, qu'un allongement gerce.

*Allongements.*

I.....	1000	1089	1110	1077	1117	1126
II.....	1000	1075	1096	998	1037	1041
III.....	1000	1076	1095	943	991	997
IV.....	1000	1083	1105	823	879	891

Le parcours est diminué par le recuit et cette diminution augmente à mesure que le temps qui sépare l'essai de la sortie de l'étuve augmente. On pourra comparer ces résultats avec ceux du Mémoire précédent n° 10. Nous avons vu que l'effet du recuit pouvait être une diminution du parcours et que le temps qui sépare l'essai de la sortie de l'étuve intervient. Il y a donc concordance dans les résultats généraux; les expériences sont effectuées dans des conditions très différentes, et la transformation de la matière à 150° est telle que des comparaisons numériques paraissent impossibles. A mesure que la température du recuit s'abaisse, les résultats donnés par les deux techniques deviennent plus comparables.

12. *Recuit à 100°.* — Même technique. Le fil I sert de témoin, II est essayé 14<sup>m</sup>, III est essayé 28<sup>h</sup> après la sortie de l'étuve :

*Réactivités.*

I.....	1000	556	487	738	497	466
II.....	1000	543	483	866	535	485
III.....	1000	541	477	916	560	497

Ainsi le recuit augmente les  $\Delta$ .

L'effet du recuit ne diminue pas avec le temps qui s'écoule entre la sortie de l'étuve et l'essai; il augmente même notablement.

*Allongements.*

I.....	1000	1080	1101	1083	1116	1125
II.....	1000	1081	1106	1330	1365	1353
III.....	1000	1081	1103	1055	1122	1147

Le parcours est augmenté par le recuit; l'effet diminue quand le temps qui s'écoule entre la sortie de l'étuve et l'essai augmente. C'est de tous points conforme avec ce que nous avons vu dans le Mémoire précédent n° 11.

*Mêmes expériences. On opère sur des parcours de diverses amplitudes. —* Recuit 30<sup>m</sup> à 95°. Les fils I sont essayés 10<sup>m</sup> après la sortie de l'étuve, les fils II 24<sup>h</sup> après.

*Allongements.*

300	I.....	1000	1066	1082	1331	1374	1355
	II.....	1000	1065	1086	1082	1137	1158
500	I.....	1000	1077	1098	1321	1350	1331
	II.....	1000	1077	1098	1139	1202	1224
700	I.....	1000	1077	1101	1262	1287	1269
	II.....	1000	1077	1099	1045	1106	1129

*Réactivités.*

300	I.....	1000	600	553	1105	724	665
	II.....	1000	602	553	1093	698	635
500	I.....	1000	546	493	880	542	504
	II.....	1000	562	505	991	610	551
700	I.....	1000	559	492	867	566	513
	II.....	1000	548	484	904	583	528

Les réactivités, sauf pour P<sub>1</sub> = 300, augmentent quand le temps qui sépare l'essai de la sortie de l'étuve augmente, conformément à ce que nous avons dit plus haut. Les allongements diminuent.

On remarque que les parcours de la seconde série (après recuit) ne se fixent pas de même pour les fils I et II. Les allongements ont un maximum pour les fils I et n'en ont pas pour les fils II. Ce résultat peut tenir précisément à la diminution de l'effet du recuit avec le temps; il peut se faire sentir pour les fils I d'un parcours à l'autre, et il est insensible pour les fils II d'un parcours au suivant.

*N.-B.* — Si les cordes étaient identiques, les lignes I et II des trois premières colonnes seraient identiques pour le même P<sub>1</sub>.



13. *Recuit à 60°.* — Même technique. Le fil I sert de témoin, II est étudié 5<sup>m</sup> après la sortie de l'étuve; III, 3<sup>h</sup>; IV, 48<sup>h</sup>. Quatre jours après les premiers parcours de préparation, on fait une troisième série de 3 cycles; enfin, 12 jours après les premiers parcours, on décrit une quatrième série.

*Allongements sur la courbe de charge.*

P = 500.

I.....	1000	1080	1101	1086	1115	1127	1095	1127	1137	1107	1137	1147
II... ..	1000	1081	1102	1151	1182	1193	1137	1174	1186	1148	1182	1194
III.....	1000	1076	1096	1105	1151	1165	1124	1156	1168	»	»	»
IV.....	1000	1082	1105	1090	1147	1168	1141	1173	1186	1144	1181	1193
Moyenne..		1080	1101				1134	1168	1180			

La moyenne est celle des nombres des trois dernières lignes.

Le recuit allonge le parcours d'une manière en grande partie permanente. Le temps qui s'est écoulé entre la sortie de l'étuve et le second essai influe très peu sur les résultats des essais suivants. Les trois fils tendent vers des propriétés identiques qui dépendent de la durée du recuit : une partie de la modification due au recuit est subpermanente.

*Réactivités.*

I.....	1000	564	504	730	508	477	724	499	473	747	506	473
II.....	1000	565	504	802	547	506	782	527	489	782	523	487
III.....	1000	549	488	826	533	486	743	503	467	»	»	»
IV.....	1000	582	511	891	566	511	766	523	488	793	523	489
Moyenne..		565	501	840	550	501	762	518	481			

Le recuit augmente la réactivité d'une manière permanente.

Comparons maintenant aux moyennes les nombres qui correspondent aux fils recuits.

Dans la première série (préparatoire), les nombres du fil II sont égaux à la moyenne; ils lui sont inférieurs dans la seconde et supérieurs dans la troisième. Or, cette circonstance ne se présente que pour le fil II essayé 5<sup>m</sup> après la sortie de l'étuve. Pour les deux autres fils, les nombres sont tous ou supérieurs ou inférieurs à la moyenne. Donc, si l'effet du recuit est d'accroître la réactivité, cet effet augmente avec le temps à partir du moment où le fil sort de l'étuve.

Autrement dit : admettons deux effets, l'un permanent, l'autre subpermanent qui disparaît peu à peu. Le premier est une augmentation de la réactivité, le second est une diminution plus petite, qui se superpose à l'augmentation et atténue d'abord l'effet du recuit.

14. *Effets non permanents du recuit.* — Nous venons de voir le recuit pro-

duire des effets permanents, transformer plus ou moins la matière. Il peut aussi modifier d'une autre manière la réactivité. Voici une expérience qui le prouve.  $T_0 = 0$ ;  $T_1 = 16^m$ ;  $P_1 = 500$ . On donne  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $\Delta_1$  et  $\Delta$  pour une série de parcours accomplis avec le même fil. Le  $L_0$  initial est 3000; les autres sont les longueurs de retour à  $P_0$ .

$L_0$ .	$L_1$	$\Delta_1$ .	$\Delta$ .
3000	7400	237	535
3380	8070	114	215
3430	8210	97	180
3450	8280	93	158
3450	8320	95	155
3430	8340	96	159

On arrête alors sous  $P_0$  pendant  $80^m$ .

$L_0$ .	$L_1$ .	$\Delta_1$ .	$\Delta$ .
3157	8040	138	324
3400	8320	96	173
3430	8380	92	158

On porte alors à  $69^\circ$  pendant  $25^m$ ; on laisse refroidir  $30^m$ .

$L_0$ .	$L_1$ .	$\Delta_1$ .	$\Delta$ .
3142	8530	190	470
3500	9020	101	227
3550	9120	96	197
3580	9170	100	188
3590	9210	99	182
3620	9240	100	178

Le recuit produit, à un certain point de vue, l'effet d'un arrêt plus prolongé sous la charge  $P_0$ . En moins de 1 heure,  $\Delta$  se trouve ramené à 470. La limite est d'ailleurs augmentée par le recuit; elle passe de 158 à 178.

15. *Influence de la température actuelle.* —  $P = 500$ ,  $T_0 = T_1 = 16^m$ . Quand le temps  $T_0$  est écoulé, on chauffe ou l'on refroidit, de manière à faire un essai toutes les heures. On opère à  $13^\circ$  et à  $60^\circ$ . On obtient donc des expériences croisées sur un même fil à ces deux températures. On donne, dans le Tableau suivant, les longueurs  $L_0$  et  $L_1$  de la courbe de charge, les  $\Delta_1$  et  $\Delta$  à  $P_1$  et à  $P_0$ .  $L_0 = 3200$  :

Froid.						Chaud.					
L <sub>0</sub> .	L <sub>1</sub> .	Charge.		Décharge.		L <sub>0</sub> .	L <sub>1</sub> .	Charge.		Décharge.	
		Δ <sub>1</sub> .	Δ.	Δ <sub>1</sub> .	Δ.			Δ <sub>1</sub> .	Δ.	Δ <sub>1</sub> .	Δ.
3246	7460	170	390	96	123	3257	8010	147	397	71	107
3321	8410	200	477	109	151	3313	8230	95	281	56	97
3349	8580	185	449	100	148						

Le parcours avait été déjà en partie fixé à froid avant la première des expériences que nous venons de rapporter. Le premier parcours à chaud recuit le fil; ce n'est donc qu'après ce parcours que la comparaison devient utile. En d'autres termes, nous ne devons considérer dans nos conclusions que les trois derniers parcours.

La réactivité est plus petite à 60° qu'à 13°.

Les allongements L<sub>1</sub> — L<sub>0</sub>, pendant la charge, sont plus petits à chaud qu'à froid.

La loi de réactivité est modifiée; il y a, à chaud, une importance plus grande des Δ<sub>2</sub> à de grands numéros d'ordre. Pour les quatre derniers parcours, les rapports Δ : Δ<sub>1</sub> ont les valeurs suivantes qui prouvent que, à chaud, Δ a plus d'importance devant Δ<sub>1</sub> qu'à froid :

Froid.		Chaud.	
Charge.	Décharge.	Charge.	Décharge.
2,38	1,39	2,70	1,51
2,43	1,48	2,96	1,73

On peut prendre la question autrement. La moyenne des allongements sur la courbe de charge à froid, pour les deux derniers parcours, est 5160; pour le second parcours à chaud, l'allongement est 4917; la différence est 243. Ajoutons à ces allongements l'allongement pendant les 16<sup>m</sup> sous charge P<sub>1</sub>. La moyenne pour les deux derniers parcours à froid est 5160 + 463 = 5623; pour le second, il est 4717 + 281 = 5198; la différence est 425.

Elle a donc augmenté, contrairement à l'affirmation de Kohlrausch qui veut que les allongements tendent l'un vers l'autre. Mais cette augmentation est plus grande pour les premiers Δ que pour des Δ de numéros d'ordre élevé.

*Mêmes expériences sur un nouveau fil et pour des charges différentes.* — T<sub>0</sub> = T<sub>1</sub> = 16<sup>m</sup>; P<sub>1</sub> = 500. Essai toutes les heures. Températures : 60° et 10°.

On donne les allongements sur les courbes de charge produites par l'imposition de la charge P<sub>1</sub>, et les Δ<sub>1</sub> et Δ pour la charge et la décharge :

P <sub>1</sub> .	Froid.					Chaud.				
	Allon- gements.	Charge.		Décharge.		Allon- gements.	Charge.		Décharge.	
		Δ <sub>1</sub> .	Δ.	Δ <sub>1</sub> .	Δ.		Δ <sub>1</sub> .	Δ.	Δ <sub>1</sub> .	Δ.
200 <sup>s</sup>										
	1123	119	189	73	85	1150	77	134	50	49
	1170	110	180	77	81	1162	61	107	40	47
400 <sup>s</sup>										
	4053	172	410	»	»	3668	133	298	57	80
	4136	172	386	91	129	3766	87	235	51	77
600 <sup>s</sup>										
	8000	157	423	»	158	7182	133	391	60	90
	8144	143	398	113	158	7408	75	236	53	39
200 <sup>s</sup>										
	1329	112	189	76	83	1288	56	90	41	51
	1334	108	182	72	83	1260	61	100	40	57

La réactivité et les allongements pendant la charge sont plus petits à chaud.

L'influence des parcours les uns sur les autres est nettement montrée par la comparaison de la première série et de la dernière. Pour comprendre la première, on n'oubliera pas que le fil n'avait jamais servi.

16. *Influence de la manière de croiser les expériences à deux températures différentes.* — Il est bien entendu que les résultats précédents ne valent que pour l'ensemble de parcours que nous avons choisi. Nous pouvons formuler comme suit la technique générale. Nous faisons varier périodiquement la température et la charge, nous cherchons quelle est l'expression de la longueur en fonction de ces variables. Un principe général nous apprend qu'après un petit nombre de périodes, elle sera elle-même périodique. Les phénomènes ne dépendent donc pas seulement des deux températures extrêmes et des charges P<sub>0</sub> et P<sub>1</sub>, ils dépendent de la manière suivant laquelle nous combinons ces températures et ces charges : nous aurons donc une infinité d'effets différents du passage d'une des températures à l'autre, suivant la fonction périodique choisie.

Voici une expérience qui fera comprendre ce qui précède.

Nous décrivons des parcours P<sub>1</sub> = 500, T<sub>1</sub> = 16<sup>m</sup> en croisant les expériences à 16° et à 60°. Nous faisons deux séries d'expériences. Dans la première, les expériences sont distantes de 40<sup>m</sup>. On impose P<sub>1</sub>, on attend 16<sup>m</sup>, on revient à P<sub>0</sub>, on attend 2<sup>m</sup> et l'on chauffe. Quand 40<sup>m</sup> sont écoulées depuis le début de la précédente expérience, soit environ après une chauffe de 15<sup>m</sup>, on impose P<sub>1</sub>, on attend 16<sup>m</sup>, on revient à P<sub>0</sub>, on attend 2<sup>m</sup> et l'on refroidit. Et ainsi de suite.

Dans la seconde série et à un autre fil on impose  $P_1$ , on attend  $16^m$ , on revient à  $P_0$ , on attend  $2^m$  et l'on chauffe. On laisse maintenant s'écouler  $2^h$  depuis le début de la précédente expérience, ce qui revient à chauffer  $1^h35^m$ . On impose alors  $P_1$ , on attend  $16^m$ , on revient à  $P_0$ , on attend  $2^m$  et l'on refroidit. On laisse s'écouler  $2^h$ , ..., et ainsi de suite.

L'expérience montre que le rapport des  $\Delta$  à  $16^\circ$  et à  $60^\circ$  n'est pas le même dans les deux séries. On trouve 1,66 pour la première et seulement 1,40 pour la seconde.

## COEFFICIENT DE DILATATION.

17. La question du coefficient de dilatation du caoutchouc est loin d'être éclaircie. Joule et Lord Kelvin ont su déduire de leurs expériences des résultats si fondamentaux, qu'on ne s'inquiète pas de connaître la valeur de ces expériences. Il y a présomption pour que *toutes* soient parfaites. Il est cependant incontestable que celles de Joule sur la dilatation du caoutchouc sont incorrectes et grossièrement; on en jugera par ce qui suit.

Joule prend du caoutchouc (*Phil. Trans.*, 1859, p. 105), le charge n'importe comment d'un poids connu, le chauffe suivant une loi inconnue et le refroidit de même. Il obtient dans le plan des longueurs-températures une certaine courbe dont les branches ascendantes et descendantes ne sont ni superposées ni rectilignes. Il prend la moyenne générale des coefficients angulaires et donne le résultat comme coefficient de dilatation. Il espère ainsi éliminer les erreurs qui proviennent de l'allongement permanent du caoutchouc. Il modifie la charge, recommence une nouvelle série sur le même caoutchouc ..., et ainsi de suite.

Cette méthode est grossièrement incorrecte. Voici, en unités arbitraires, les coefficients moyens de dilatation pour la courbe ascendante et pour la courbe descendante :

Poids.	Températures	
	croissantes.	décroissantes.
14 livres . . . . .	31	290
7 livres . . . . .	237	— 20
21 livres . . . . .	80	232
28 livres . . . . .	509	796
35 livres . . . . .	954	1250
42 livres . . . . .	1160	1630

Joule remarque lui-même que les résultats incohérents obtenus pour 14 et 7 livres doivent tenir à ce que la charge de 7 livres a été imposée après celle de 14 livres. Mais de cette remarque il aurait dû conclure qu'il n'y avait aucune raison pour que les autres parcours n'influassent pas aussi les uns sur les autres, la particularité qui se présente pour 14 et 7 livres ayant simplement décelé un phénomène qui aurait pu rester inaperçu.

Il n'en prend pas moins des moyennes entre 31 et 290, entre 237 et —20, et trouve ensuite des résultats numériques qu'il dit conformes avec la Thermodynamique.

La colonne du Tableau d'où résulterait cette concordance (p. 107) est assez singulière. Elle a pour titre : *Résultat expérimental, corrigé de l'allongement du caoutchouc produit par l'usage*. C'est à cette correction, dont nous n'arrivons pas à saisir la base, que sont dues les concordances; car les deux colonnes où se trouvent inscrits les résultats théoriques et les résultats expérimentaux déjà corrigés, comme on l'a vu, donnent les nombres suivants (en unités arbitraires) :

Théorie.....	—2	4	9	18	35	50
Expérience.....	4	3	15	39	42	42

ce qui est discutable comme vérification. On peut tout au plus dire que les deux séries de nombres sont l'une et l'autre croissantes.

18. Tant s'en faut d'ailleurs que les formules classiques de la Thermodynamique soient applicables au caoutchouc. Elles supposent essentiellement que la longueur est une fonction bien déterminée de la température et de la charge. Soit  $dL = \alpha dt + \epsilon dP$ ; elles reposent sur l'hypothèse que  $\alpha$  et  $\epsilon$  sont des fonctions déterminées des variables  $P$  et  $t$ , satisfaisant de plus à la condition  $\frac{\partial \alpha}{\partial P} = \frac{\partial \epsilon}{\partial t}$ .

Nous savons, de reste, que les courbes de traction ne peuvent pas être tracées à l'avance et une fois pour toutes dans le plan longueur-charge; il est donc bien certain que la fonction  $\epsilon$  n'existe pas. L'expérience de Joule suffirait à montrer que la fonction  $\alpha$  n'existe pas davantage; en d'autres termes, que l'on ne saurait déduire des courbes tracées dans le plan longueur-température le coefficient de dilatation. Ces courbes ont, d'ailleurs, été jusqu'à présent fort peu et fort mal étudiées, et nous nous proposons de revenir sur elles dans un prochain Mémoire.

Nous ne voulons pas dire, dans les lignes précédentes, qu'il est impossible de définir un coefficient de dilatation et un module d'élasticité, mais simplement qu'il y a une convention préliminaire à faire sur la forme et la nature des cycles qui serviront à ces définitions, et qu'il n'est pas plus permis de déduire le *coefficient de dilatation sous une charge donnée*, de l'allongement moyen entre deux températures données quand la charge reste constante, qu'il n'est légitime de déduire le *module d'élasticité à température constante*, de l'allongement moyen entre deux charges données, quand la température est constante. Il serait d'ailleurs tout aussi incorrect, dans l'un ou l'autre cas, de déduire ces coefficients de la valeur des coefficients angulaires en un point d'une courbe du plan longueur-charge, ou du plan longueur-température, puisque nous savons que, par

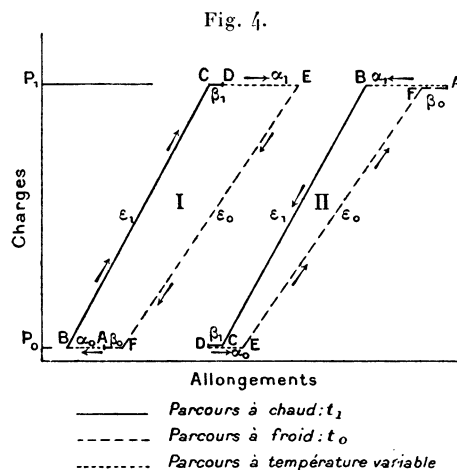
un point quelconque de ces plans, on peut faire passer une infinité de lignes d'inclinaisons différentes.

Dire toutes les conséquences absurdes qu'on a voulu déduire de la formule

$$(1) \quad \frac{\partial \alpha}{\partial P} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

n'est pas ici dans notre sujet. Nous nous bornerons à prouver, d'une manière indiscutable, que la longueur n'est pas une fonction bien déterminée de la température et de la charge, même comme première approximation. *En d'autres termes, suivant la technique, on obtient des coefficients moyens  $\alpha$  et  $\varepsilon$  à peu près quelconques.*

19. Nos expériences consistent à décrire un cycle en fonction des deux variables, charge et température. Nous suivons exactement, dans les opérations, le procédé par lequel les mathématiciens démontrent que la relation (2) exprime que  $dL$  est une différentielle exacte. Il y a deux techniques, suivant que le cycle est parcouru dans un sens ou dans le sens inverse. Soient  $P_0, P_1$  les charges extrêmes;  $t_0, t_1$  les températures extrêmes. La première technique (*fig. 4, I*)



consiste à faire croître à chaud (température  $t_1$ ) la charge de  $P_0$  à  $P_1$  (parcours BC); à attendre un certain temps à charge et température constantes  $P_1, t_1$  (parcours CD); à refroidir jusqu'à  $t_0$  et à attendre un certain temps sous  $P_1, t_0$  (parcours DE); à diminuer la charge de  $P_1$  à  $P_0$ , à température constante  $t_0$  (parcours EF); à attendre un certain temps sous  $P_0, t_0$  (parcours FA); à réchauffer jusqu'à  $t_1$  et à attendre un certain temps (parcours AB). Nous désignerons par  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  les allongements à charge constante le long des parcours DE

et AB; par  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_1$  les allongements à température constante le long des parcours EF et BC; par  $\beta_0$  et  $\beta_1$  les allongements à charge et température constantes qui suivent les allongements désignés par  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_1$ .

La seconde technique (*fig. 4, II*) est identique à la première, mais le parcours se fait en sens inverse. Le long des parcours BC et EF les charges croissent et décroissent, comme pour toutes les expériences de ce Mémoire, de manière que les allongements varient proportionnellement au temps; en réalité, c'est la vitesse d'allongement qu'on impose. Les courbes BC et EF ne sont figurées que schématiquement et ne sont pas effectivement rectilignes. La vitesse d'allongement utilisée est de 1<sup>m</sup> en 173<sup>s</sup>. On s'arrange pour parvenir aux points B, D, E, A de 15<sup>m</sup> en 15<sup>m</sup>. Ce temps suffit largement pour amener le caoutchouc de la température  $t_0$  à la température  $t_1$ , ou inversement, le long des parcours DE, AB.

L'expérience précédente donnera des coefficients moyens  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$  dans des conditions particulières. Nous les comparerons aux mêmes coefficients déterminés en fixant séparément les côtés du cycle. On produit des tractions rythmées de période  $T = 134^s$ , de telle sorte que la charge oscille entre  $P_0$  et  $P_1$  à température constante. On utilise le mouvement oscillatoire d'une plate-forme mue par un excentrique pour soulever un poids  $P_1 - P_0$  suspendu au fil et, par conséquent, décharger le fil d'autant, ou pour l'abaisser et, par conséquent, recharger le fil. L'amplitude de l'oscillation est réglée, par rapport à l'allongement du fil, de manière que les charges  $P_0$  et  $P_1$  ne soient réalisées que pendant une petite fraction de la période. Pendant le reste le fil s'allonge et se raccourcit automatiquement suivant une loi à peu près sinusoïdale par rapport au temps. Nous obtiendrons ainsi deux nouveaux coefficients  $\varepsilon'_0$  et  $\varepsilon'_1$ , suivant que la température constante est  $t_0$  ou  $t_1$ .

Nous produirons de même, à charge constante, des cycles de température : la température passe, de 15<sup>m</sup> en 15<sup>m</sup>, de  $t_0$  à  $t_1$ , ou inversement. Nous obtenons ainsi deux nouveaux coefficients moyens  $\alpha'_0$  et  $\alpha'_1$ , suivant que la charge est  $P_0$  ou  $P_1$ .

Voici maintenant le résultat des expériences; on ne donne que ce qui se rapporte aux cycles à peu près fixés.

20. *Premier fil.* —  $P_0 = 250$ ,  $P_1 = 450$ ,  $t_0 = 13^\circ$ ,  $t_1 = 80^\circ$ ,  $L_0 = 2570$ .

*Technique I.*

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_1 = 2147, & \beta_1 = 168, & \alpha_1 = 1192, \\ \varepsilon_0 = 2690, & \beta_0 = 183, & \alpha_0 = 567. \end{array}$$

Le cycle n'est pas encore fermé; on a

$$(2147 + 168 + 1192) - (2690 + 183 + 567) = 67.$$



*Technique II.*

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 2255, & \beta_1 &= 87, & \alpha_0 &= 461, \\ \varepsilon_0 &= 2776, & \beta_0 &= 237, & \alpha_1 &= 1076. \end{aligned}$$

Le cycle n'est pas encore fermé, on a :

$$- 2255 - 87 + 461 + 2776 + 237 - 1076 = 56.$$

1°  $\varepsilon_0 > \varepsilon_1$ . Pour une même variation de charge, l'allongement est plus grand à froid qu'à chaud. Les courbes en traits interrompus sont plus inclinées que les courbes en traits pleins.

2°  $\alpha_0 < \alpha_1$ . Le raccourcissement, pour une même variation de température, est plus grand sous une forte charge.

3° Pour comprendre les valeurs relatives des réactivités, on se rappellera :  $\alpha$ , à chaud la réactivité est plus petite qu'à froid ;  $b$ , elle est plus grande quand la charge vient de croître que quand elle vient de décroître.

Dans la technique II les causes précédentes produisent des effets de même sens. Suivant CD, la charge vient de décroître (parcours BC) et l'on est à la température  $t_1$  : on a  $\beta_1 = 87$ . Suivant FA, la charge vient de croître et l'on est à froid, aussi a-t-on  $\beta_0 = 237$ .

Dans la technique I, au contraire, les causes produisent des effets de sens inverses. Suivant CD, la charge vient de croître, mais on est à chaud ;  $\beta_1 = 168$ . Suivant FA, la charge vient de décroître, mais on est à froid,  $\beta_0 = 183$ . On a  $\beta_1 < \beta_0$  ; l'effet de la température, qui est une diminution, l'emporte.

Sur le même fil on a modifié le parcours :  $P_0 = 50$ ,  $P_1 = 150$ ,  $t_0 = 13^\circ$ ,  $t_1 = 80^\circ$ .

*Technique I.*

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 529, & \beta_1 &= 47, & \alpha_1 &= 165, \\ \varepsilon_0 &= 610, & \beta_0 &= 79, & \alpha_0 &= 42. \end{aligned}$$

*Technique II.*

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 579, & \beta_0 &= 109, & \alpha_1 &= 120, \\ \varepsilon_1 &= 534, & \beta_1 &= 45, & \alpha_0 &= 9. \end{aligned}$$

On a encore

$$\varepsilon_0 > \varepsilon_1, \quad \alpha_0 < \alpha_1, \quad \beta_1 < \beta_0.$$

21. *Expérience complète. Nouveau fil.* —  $P_0 = 550$  ;  $P_1 = 650$  ;  $t_0 = 13^\circ$  ;  $t_1 = 80^\circ$  ;  $L_0 = 2100$ .

On décrit tout d'abord des cycles à température constante. On donne les tem-

pératures et les heures des essais, ce qui a, comme nous le verrons, une importance considérable.

*Cycles isothermes. — Premier jour.*

$\epsilon'_0$ .....	8 <sup>h</sup> m	738	8.25 <sup>h</sup> m	731
$\epsilon'_1$ (chauffé à 8 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> )...	8.45	977	9.25	998
$\epsilon'_0$ (refroidi à 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> )...	9.35	973	9.55	950
$\epsilon'_1$ (chauffé à 9 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> )...	10.10	1004	10.25	1010
$\epsilon'_0$ (refroidi à 10 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> )...	10.40	975	[repos à 10 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup> sous P <sub>0</sub> ]	11 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> , 959;
			11 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> , 929; [repos à 11 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> sous P <sub>0</sub> ]	11 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> , 875.

Pour les expériences régulièrement croisées on a  $\epsilon'_1 > \epsilon'_0$ . Mais  $\epsilon'_0$  passe de 975 à 875, simplement en attendant que l'effet du recuit disparaisse peu à peu. La variation de  $\epsilon'_0$  avant et après le recuit est de 731 à 975, soit de 3 à 4.

*Technique I. — Premier jour, soir.*

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 1004, & \beta_1 &= 93, & \alpha_1 &= 1158, \\ \epsilon_0 &= 981, & \beta_0 &= 51, & \alpha_0 &= 1147. \end{aligned}$$

On a maintenant

$$\epsilon_0 < \epsilon_1, \quad \beta_1 > \beta_0.$$

*Technique II.*

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 1026, & \beta_1 &= 32, & \alpha_0 &= 1006, \\ \epsilon_0 &= 1028, & \beta_0 &= 118, & \alpha_1 &= 1045. \end{aligned}$$

Bien entendu  $\beta_1 < \beta_0$  : nous savons que cette condition est nécessaire pour la technique II.

MÊME FIL : P<sub>0</sub> = 350, P<sub>1</sub> = 450.

*Cycles isothermes. — Deuxième jour, soir.*

$\epsilon'_0$ .....		954		
$\epsilon'_1$ (chauffé à 1 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup> )...	2 <sup>h</sup>	941		
$\epsilon'_0$ (refroidi à 2 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> )...	2 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	1075		
$\epsilon'_1$ (chauffé à 2 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup> )...		939		
$\epsilon'_0$ (refroidi à 3 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> )...	3 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	1096	4 <sup>h</sup>	1081

Abandonné 16<sup>h</sup> sous P<sub>0</sub>; le lendemain matin du troisième jour : 902.

Maintenant nous avons  $\epsilon'_1 < \epsilon'_0$  pour des cycles régulièrement croisés. L'influence du recuit et du temps passé à basse température après le recuit se montre à l'évidence;  $\epsilon'_0$  passe de 1096 à 902, soit de 1000 à 839. Les valeurs de  $\epsilon'_1$  sont beaucoup moins variables que les valeurs de  $\epsilon'_0$  : la transformation de la matière à

chaud influe beaucoup moins sur la valeur des paramètres à chaud que sur leur valeur à froid.

*Technique I.* — Troisième jour, matin.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 926, & \beta_1 &= 67, & \alpha_1 &= 821, \\ \varepsilon_0 &= 1055, & \beta_0 &= 87, & \alpha_0 &= 655. \end{aligned}$$

*Technique II.* — Troisième jour, soir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 935, & \beta_1 &= 55, & \alpha_0 &= 580, \\ \varepsilon_0 &= 1096, & \beta_0 &= 120, & \alpha_1 &= 793. \end{aligned}$$

*Cycles isothermes.*

$$\begin{array}{llllll} \varepsilon'_1 \dots\dots\dots & 4^h & 958 & & & \\ \varepsilon'_0 \text{ (refroidi à } 4^h 15^m) & 4^h 30^m & 1123 & 4^h 37^m & 1119 & \text{Abandonné } 16^h \text{ sous } P_0. \end{array}$$

Le lendemain, matin du quatrième jour : 929.

Pour compléter l'expérience on refroidit et l'on réchauffe de 15<sup>m</sup> en 15<sup>m</sup> sous charge constante :

$$\alpha'_0 = 570, \quad \alpha'_1 = 854.$$

Or nous avons obtenu :

*Technique I.*

$$\alpha_0 = 655, \quad \alpha_1 = 821,$$

*Technique II.*

$$\alpha_0 = 580, \quad \alpha_1 = 793.$$

Donc  $\alpha'_0$  est plus petit que le plus petit des  $\alpha_0$  et  $\alpha'_1$  est plus grand que le plus grand des  $\alpha_1$ . En définitive, suivant la technique choisie, on obtient des coefficients  $\alpha$  et  $\varepsilon$  variables dans de larges limites, sans qu'il soit possible de dire qu'une technique se recommande théoriquement de préférence à une autre. Le cycle se ferme approximativement après un petit nombre de parcours, parce que les variables (charge, température) varient périodiquement en fonction du temps; mais la forme des cycles dépend de cette loi de périodicité.

Nous aurons à revenir longuement sur les modules d'élasticité et les coefficients de dilatation.

## EFFET DES TRACTIONN RYTHMÉES SUR LA RÉACTIVITÉ.

22. Nous avons expliqué, au début de ce Mémoire, par quel procédé il est possible de réaliser des tractions rythmées. La méthode consiste essentiellement à imposer à l'extrémité supérieure du caoutchouc une oscillation verticale d'amplitude  $a$  et de période connue. Nous étudierons dans un prochain Mémoire l'ensemble du phénomène. Qu'il nous suffise de dire pour l'instant qu'on modifie aisément l'amplitude de l'allongement périodique du caoutchouc en modifiant la période de la traction imposée. Soit  $A$  l'amplitude de l'oscillation de l'extrémité inférieure, l'amplitude de l'allongement périodique est une fonction de  $a$ , de  $A$  et de la différence de phase  $\varepsilon$  des mouvements oscillatoires des deux extrémités :  $\varepsilon$  dépend de la période du mouvement imposé et de la période du mouvement propre de la masse suspendue, quand l'extrémité supérieure est immobile et qu'on suppose les frottements nuls. En faisant varier la période du mouvement imposé, on modifie la grandeur de l'allongement périodique du caoutchouc.

Voici maintenant les résultats.

On parcourt des cycles  $T_0 = 5^m$ ,  $T_1 = 32^m$ ,  $P_1 = 500^g$ . Pour les cycles impairs on maintient immobile l'extrémité supérieure, pour les cycles pairs on lui impose, entre  $30^s$  et  $31^m 30^s$  après l'établissement de la charge  $P_1$ , des oscillations verticales dont l'amplitude est de  $1^{mm},9$ . D'un fil à l'autre on fait varier la période de ce mouvement oscillatoire.

*Premier fil.* — Période  $1^s$ ; le nombre des périodes entre  $30^s$  et  $31^m 30^s$  est 1860. L'amplitude du mouvement oscillatoire de l'extrémité inférieure est de  $1^{mm}$  environ. La longueur initiale du fil est 3000; l'allongement sous  $500^g$  est naturellement variable d'un cycle à l'autre : il vaut 5700 en moyenne. Le fil a donc alors 8700 environ de longueur et la valeur maxima de l'allongement périodique est voisine de  $38 + 20 = 58$ , soit  $1 : 150$  de la longueur. Voici maintenant les  $\Delta$  entre  $30^s$  et  $32^m$ ; S signifie sans tractions rythmées, A signifie avec tractions rythmées :

S.	S.	A.	S.	A.
456	286	260	244	240

Si l'effet des tractions était absolument nul, on pourrait tracer une courbe unique où les nombres précédents seraient les ordonnées et où l'on prendrait pour abscisses les numéros d'ordre des cycles. On doit tracer effectivement deux courbes, S et A, dont les ordonnées ne diffèrent pas plus de  $1 : 65$ . Voilà l'ordre de grandeur de l'accroissement de  $\Delta$  produit par 1860 tractions.

Après 2 heures de repos, on reprend la même expérience :

S.	S.	A.	S.	A.
329	242	241	233	236

On trace les deux couches; la différence des ordonnées est de 1 : 50 environ : il y a léger accroissement de  $\Delta$  quand les tractions rythmées sont imposées.

*Second fil.* — Période 1<sup>s</sup> 46<sup>m</sup>;  $a = 19$ ;  $A = 80$ , la grandeur maxima de l'allongement périodique est  $38 + 160 = 198$ . La longueur moyenne du fil sous 500<sup>g</sup> étant voisine de 8500, le rapport de la grandeur de l'allongement périodique à la longueur est de 1 : 40 environ :

S.	S.	A.	A.
568	287	266	240

Après une nuit de repos, on reprend :

S.	S.	A.	S.	A.	S.
360	251	248	233	242	229

Si nous traçons les courbes des  $\Delta$  avec et sans tractions rythmées, en fonction des numéros d'ordre des cycles de chaque série, comme il a été dit plus haut, nous trouvons une augmentation par les tractions rythmées de 1 : 25 environ.

On modifie la période et on l'amène à 0<sup>s</sup>, 65.  $A$  est immédiatement ramenée à 5. La grandeur maxima de l'allongement est de  $2(19 + 5) = 48$ , soit 1 : 180 de la longueur. Le nombre de périodes entre 30<sup>s</sup> et 31<sup>m</sup> 30<sup>s</sup> est 2860. On trouve pour  $\Delta$  :

S.	S.	A.	S.	A.	S.
354	248	237	233	232	228

L'effet des tractions rythmées est nul.

Nous laissons de côté des particularités du phénomène sur lesquelles nous aurons à revenir dans un prochain Mémoire; par exemple, une diminution de  $A$  du commencement à la fin de l'expérience, c'est-à-dire à mesure que le nombre des tractions subies par le fil augmente, diminution qui semble indiquer un accroissement du frottement intérieur. Voici les conclusions des expériences précédentes.

La réactivité n'a pas pour cause les trépidations. On serait forcé d'admettre dans cette hypothèse que des trépidations très petites et très nombreuses, non mesurables et dont la possibilité d'existence est douteuse, produisent des effets plus de 100 fois plus grands que 2860 oscillations allongeant périodiquement le fil de 5<sup>mm</sup>. Si d'ailleurs on augmente l'allongement produit par les tractions

rythmées, ce qui revient à augmenter périodiquement la charge  $P_1$ ,  $\Delta$  croît d'une quantité toujours petite et du même ordre que l'accroissement qui résulterait d'une augmentation constante et continue de la charge  $P_1$ , ce qui explique tout naturellement les effets observés. L'hypothèse qu'en augmentant indéfiniment le nombre des trépidations, on augmente leurs effets, est d'ailleurs insoutenable.

Le lecteur se rapportera au Chapitre IX du Mémoire *Sur les courbes de déformation des fils* de M. Bouasse, où il trouvera développées pour les métaux des considérations analogues.

Donc la réactivité a d'autres causes que les trépidations. Mais il y a plus.

Si, comme le veut M. Duhem, on peut tracer à l'avance et une fois pour toutes dans le plan charge-allongement les courbes d'aller et de retour, elles se coupent *sous des angles finis, excepté sur la ligne des états naturels, les trépidations doivent avoir un effet, distinct de celui de la réactivité d'après ce qui précède, et qui ne peut pas être négligeable*. De sorte que le résultat négatif de l'expérience prouve à la fois, *du seul fait qu'il est négatif*, la fausseté des deux hypothèses fondamentales de M. Duhem, c'est-à-dire la fausseté de toute sa théorie.

