

Bore-soliton-splash: van spektakel tot oceaangolf?

Het nieuwe universiteitsplein van Twente heeft een intrigerende golfgoot (figuur 1). Midden september 2010 was ons gevraagd om in deze goot een soliton te maken om het nieuwe plein feestelijk te openen. Een soliton is een enkelvoudige golf, een gelokaliseerde opeenhoping van zich snel voortstuwend water. “Dat kan”, zeiden we, “maar vanwege de ondoorzichtige gootwanden is een soliton saai als openingsspektakel” [1]. We besloten daarom onze theoretische kennis van solitonen, hydraulische sprongen, en stromingen te combineren om een spetterend spektakel te verzorgen. Onno Bokhove, Elena Gagarina, Wout Zweers en Anthony Thornton

446

Solitonen

De golfgoot die tot onze beschikking stond, is smaller dan de typische nauwe kanalen in Schotland – de zogenaamde *Narrow Canals* – waar John Scott Russell in 1834 een soliton of solitaire golf waarnam toen een snel voortgetrokken boot plots stopte. Wat zich wel bleef voortplanten was een soliton, een enkelvoudige opeenhoping van zich voortsnellend water. Russell reproduceerde deze solitonen in zelfgemaakte golfgoten, maar had moeite de wetenschappelijke elite te overtuigen van het golfkarakter van

dit vreemde verschijnsel. Het probleem was dat de soliton niet-lineair en enkelvoudig is, dus heel anders dan de destijds al vertrouwde, lineaire, harmonische golven. Pas in 1895, met hulp van de Nederlandse wiskundigen Korteweg en De Vries, volgde de analytische, wiskundige oplossing voor de soliton (zie kader *Wiskunde van de soliton*) en werden Russells waarnemingen geaccepteerd. Vervolgens was het stil aan het solitonenfront, totdat Zabusky en Kruskal in 1965 numerieke oplossingen van solitonen onderzochten, zie [2] voor uitleg. Hoewel

de solitonen oorspronkelijk opdoemden in de hydrodynamica, zijn ze eind vorige eeuw massaal doorgedrongen in andere gebieden van de fysica: onder andere als gelokaliseerd omhulsel van draaggolven in glasvezeloptica. De soliton die Russell waarnam werd gegenereerd door een snel afremmende boot. Russell gebruikte in zijn experimenten een gewicht dat hij over bijna de volle breedte in de goot liet vallen. Een andere manier om een soliton op te wekken is door een sluisdeur snel te verwijderen waarbij het water in het sluiscompartiment zich



Figuur 1 De siergoot op het onderwijs- en onderzoeksplein: niet bedoeld voor onderzoek. Links: de markering van de peilschaal, in goed vertrouwen. Rechts: overzicht van de hele watergoot tot aan het sluiscompartiment. Foto rechts: Universiteit Twente.

op hoger niveau bevindt dan in de rest van de goot. Een nadeel van deze techniek is dat er dan ook vaak (lagere) nevensolitons ontstaan, zoals te zien is in figuur 2 en in filmpjes te vinden op het internet [1]. Ons sluiscompartiment was circa 2 m lang, de goot 1,8 m breed, met typische diepten van circa 0,9 m voor en 0,41 m na de sluisdeur, en ruim 40 m lang.

Hydraulische sprongen

Na optrekken van de sluisdeur op $t=0^+$ vanuit een rusttoestand vormt zich een soliton met twee achterliggende lagere nevensolitons. De hoofdsoliton breekt al snel omdat het initiële hoogteverschil op $t=0$ te groot is. Zo'n brekende golf in relatief ondiep water kan vereenvoudigd worden beschreven als een bore of (lopende) hydraulische sprong. De complexiteit van driedimensionale golfbreking wordt dan vereenvoudigd tot een discontinuïteit of sprong in de diepte $h = H + \eta(x, t)$ en de gemiddelde snelheid $u(x, t)$ voor en na de sprong, zie kader *Wiskunde van hydraulische sprong*. Zo'n sprongmodel is geschetst in figuur 3 samen met een weergave van de waargenomen gebroken golf in de goot.

Waterstuwung door vernauwingen

Waterstromen door kanalen, stormvloedkeringen of zeearmen met vernauwingen kunnen leiden tot sterke opstuwung. Afhankelijk van het toevoerdebiet zijn er verschillende stationaire oplossungen mogelijk. Middels tijdsafhankelijke verstoringen kunnen we de stroming van de ene naar de andere oplossing dwingen. In figuur 4a



Figuur 2 a) Na het openen van de sluisdeur vormt zich een hoofdsoliton met twee lagere nevgolven die zich alle coherent en met fasesnelheid c door de goot voortplanten. b) De getekende sech²-soliton $\eta(x, t)$ op basis van (1.2) lijkt op de experimenteel waargenomen hoofdsoliton.

Wiskunde van de soliton

De wiskundige beschrijving van een soliton is het eenvoudigst te formuleren als een oplossing van de Korteweg-De-Vries-vergelijking (KdV) [2,3]. In geschaalde vorm:

$$\eta_t + \frac{3}{2}\eta\eta_x + \frac{1}{6}\eta_{xxx} = 0 \quad (1.1)$$

met $\eta = \eta(x, t)$ de amplitude van de golf ten opzichte van het rustniveau, x de horizontale voortplantingsrichting, t de tijd en partiële afgeleiden aangeduid middels subindices. Een oplossing van (1.1) is de zogenaamde sech²-soliton:

$$\eta(x, t) = \frac{2c}{\cosh^2(\sqrt{3c/2}(x - x_0 - ct))} \quad (1.2)$$

met fasesnelheid c en referentiewaarde x_0 (zie figuur 2b). Dit kan gecontroleerd worden middels substitutie van (1.2) in (1.1). Voor de constructie van deze oplossing: zie referenties [2,3]. Een uitbreiding van de KdV-vergelijking is de Kadomtsev-Petviashvili-vergelijking (KP) [4]:

$$\left(\eta_t + \frac{3}{2}\eta\eta_x + \frac{1}{6}\eta_{xxx}\right)_x + \gamma\eta_{yy} = 0 \quad (1.3)$$

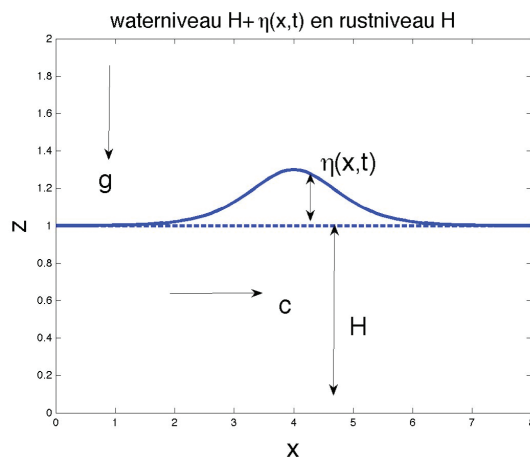
met constante γ . Deze vergelijking beschrijft milde variaties van de soliton in de horizontale y -richting. Merk op dat de KdV-vergelijking nagenoeg reduceert tot de KP-vergelijking als $\gamma \rightarrow 0$.

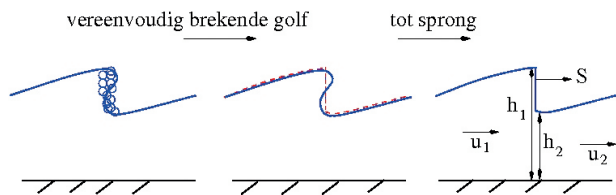
zien we hoe een snelle, vlakke (superkritische) stroming door een kanaal (met een lineaire vernauwing aan het einde) overgaat in een tragere (subkritische) stroming met een markante, hydraulische sprong (figuur 4f) door witte, drijvende, plastic deeltjes (900 kg/m³, zichtbaar in figuur 4b-e) bovenstrooms in het kanaal te kiepen [5].

Een spetterende waterstraal

Als we eerst een soliton zouden op-

wekken middels snelle opening van een sluisdeur, die vervolgens zou breken tot een hydraulische sprong in het kanaal, en uiteindelijk een sterke stuwung zou veroorzaken in een vernauwing die eindigt in een punt, zouden we dan een spetterende, verticale waterstraal kunnen maken? Dat was het beoogde spectaculaire resultaat. Onder welke omstandigheden de waterstraal het hoogste zou zijn was onbekend. Tijd dus voor proeven, maar wel onder tijdsdruk. Op 19 september





Figuur 3 a) Schets van het model voor een (lopende) hydraulische sprong en b) foto van de sprong in het soliton-splash-spektakel. Foto: Universiteit Twente.

Wiskunde van hydraulische sprong

De hydraulische sprong is een model voor golfbreking. Weten we de diepte en gemiddelde snelheden voor $(h_2$ en $u_2)$ en na $(h_1$ en $u_1)$ de sprong, zie figuur 3a), dan is de voortplantingssnelheid S van de sprong uit te rekenen. Deze volgt uit de theorie van de hyperbolische differentiaalvergelijkingen, in dit geval de ondiepwatervergelijkingen, als:

$$S = u_2 + \sqrt{\frac{g(h_1 + h_2)h_1}{2h_2}} \quad (1.4)$$

met g de zwaartekrachtsversnelling. Is het water voor de sprong in rust, $u_2 = 0$, dan is naar verwachting $S > 0$ als $h_1 > h_2$. Het is belangrijk om te realiseren dat massa en impuls behouden blijven, maar dat energie lokaal verloren gaat in de sprong. Dit wordt veroorzaakt door fijnschalige turbulentie en dissipatie in de brekende golf.

voerden we de eerste tests uit om te kijken of ons idee kon werken in de kleinere Roombeekgoot nabij de campus. Daar konden we makkelijk een vernauwing in aanbrengen, evenals een sluisdeur aan een hijstouwjtje. Aanvoer van stromend water was eveneens aanwezig. Het bewijs van de opwekking van een 2 m hoge waterstraal, uit elkaar vallend, hebben we toen op YouTube gezet voor de bovenbazen [6].

Onno Bokhove (Ir Technische Natuurkunde, Delft; PhD Physics, Toronto) is associate professor in de groep Mathematics of Computational Science (MaCS), Toegepaste Wiskunde, Universiteit Twente. Zijn werkveld is de analytische en numerieke toegepaste wiskunde van vloeistof- en korrelstromingen.



o.bokhove@math.utwente.nl

Meer tests volgden op 26 september in het grote golfkanaal om de meest geschikte beginwaterstanden in goot en sluis te bepalen, leidend tot de hoogste waterstraal. Omdat het experiment moest worden opgeschaald, waren de sluisdeuren te zwaar geworden voor handmatige bediening. Een graafmachine met een getrainde machinist als sluismeester fungeerde als hijskraan. 30 september. Na het optrekken van de sluisdeur vormden zich twee dominante solitongolven. De eerste, hoge solitongolf brak snel, zie figuur 3, en verloor hierdoor energie en hoogte. Net voor de vernauwing stopte de golfbreking en reflecteerde de golf zonder ver boven de vernauwing uit te komen. Deze gereflecteerde golf zorgde voor een diep golfdal in de vernauwing waar de tweede ongebroken soliton precies indonderde. Daaruit vormde zich een circa

3,5 m hoge waterstraal, zie figuur 5, die tenslotte uiteenspetterde in haar val. Met dit hoogtepunt van de Bore-soliton-splash was het zogenaamde onderzoeks- en onderwijsplein geopend.

Tsunami's, extreme golven en optimalisatie?

Een verrassende observatie die we deden, was dat bij kleine verhoging van het waterniveau in de goot van 0,41 m tot 0,43 m de waterstraal verdwenen was. Geen enkele van de solitongolven brak toen, waardoor de golfamplitudes constanter bleven. Die situatie is te zien in figuur 2a. Een tweede, ook onbegrepen verrassing is dat de uitkomst sterk afhangt van de beginsituatie en resonantie-effecten, zie [6].

Op conferenties is de soliton-splash een hit. Collega's zien allerlei verbanden: heeft de splash overeenkomsten met de hoge oploop van de Tohoku-tsunami uit 2011 in zich vernauwende valleien [7]? De (verticale) oploop van die tsunami was met 42 m het hoogste in Onagawa. In de Onagawa Wan (baai) was geen directe meting van de amplitude van de inkomende tsunami, maar in de nabijliggende Miyagi Prefecture was die amplitude waarschijnlijk ongeveer 7,5 m [7]. De verhouding tussen oploop en inkomende

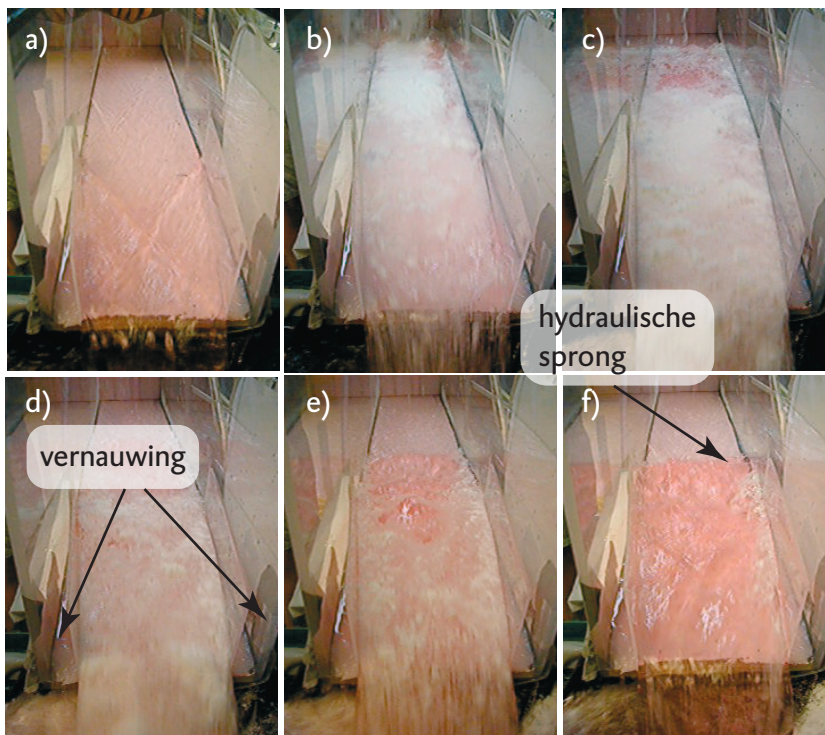
Elena Gagarina is PhD-student toegepaste wiskunde bij MaCS aangaande modellering van watergolven en stromingen middels Hamiltoniaanse technieken.



golfhoogte was daar dus circa 5,5. Ter vergelijking: voor onze splash was de deze verhouding circa 10 (3,5 m versus 0,35 m).

Zijn er relaties met de vorming van extreem hoge golven op de oceaan, die zware schade kunnen veroorzaken? Golven worden extreem genoemd wanneer de golfhoogte minstens tweemaal hoger is dan die van het omringende golfveld. Kunnen ondiepten en golfvelden in twee richtingen soortgelijke convergentie-effecten veroorzaken op oceanen [8]? Exacte en numerieke oplossingen van de KP-vergelijking (zie kader *Wiskunde van de soliton*) geven hierin inzicht doordat ook geleidelijke, laterale effecten in de y-richting worden meegenomen [4,9]. Verder zijn soortgelijke effecten als bij de soliton-splash van belang bij de impact van extreem hoge golven op kustverdedigingswerken en de erosie van rotskliffen.

Voor verschillende numerieke, hydrodynamische modellen is een theoretische validatie van het optreden van de splash geen sinecure. We werken bijvoorbeeld aan variationele, numerieke potentiaalmodellen met een vrij wateroppervlak waarin de snelheidsvector wordt benaderd met de gradiënt van een snelheidspotentiaal. In zo'n model willen we lokaal bij golfbreking de sprongbenadering hanteren (zie kader *Wiskunde van hydraulische sprong* en [10]). De grote variatie in de tijd van het vloeistofdomein rond de waterstraalvorming vormt een uitdaging



Figuur 4 a) Gekleurd water stroomt door een vernauwing in een horizontaal kanaal, vooraan in beeld. Hier zijn slechts de schuine, lage en afgeronde, hydraulische sprongen zichtbaar. b-e) Wordt het debiet tijdelijk verhoogd door een lading drijvende deeltjes toe te voegen (denk bijvoorbeeld aan drijvend ijs of tefra van vulkaanuitbarstingen op een rivier) dan treedt er een blokkade op. Nadat de deeltjes verdwenen zijn, blijkt de stroom zich in een andere toestand te vinden met een hoge, stilstaande hydraulische sprong in de diepte. Bij hetzelfde waterdebiet blijken er dus twee verschillende stationaire toestanden voor te komen (a & f) [5].

van formaat. Daarnaast zijn we bezig met een numerieke mengtheorie voor water en lucht [11], waarmee we de essentie van de voortplanting van de straal kunnen vatten zonder in druppeldetails te vervallen. Simuleren van de splash blijkt dus vooralsnog lastig te zijn, maar de daaropvolgende en

grotere uitdaging ligt in de formulering van een optimalisatietheorie om uiteindelijk de hoogste waterstraal te kunnen berekenen.

Met dank aan Tessa Jansen voor kritisch en constructief commentaar.



Figuur 5 In de finale op de opening van het plein op 30 september bereikte de zich vormende straal, links, haar hoogste punt van 3,5m, rechts. Filmpjes zijn te vinden op het internet [6]. Foto links: Universiteit Twente.

Referenties

1. Zoeken op internet levert fraaie films op van solitonen in transparante golfgoten: zoek bijvoorbeeld op 'soliton youtube' en 'double soliton youtube'.
2. Philip G. Drazin en Robin S. Johnson, *Solitons: an introduction*. Cambridge (1989) 226 blz.
3. Johan van de Leur Havengolven, *Nieuwe Wis-krant* **24-4** (2005) 15-19.
4. Walter Craig en Mark D. Groves, *Hamiltonian long-wave approximations to the water-wave problem*, *Wave Motion* **19** (1994) 367-389.
5. Benjamin Akers en Onno Bokhove, *Hydraulic flow through a contraction: multiple steady states*, *Phys. Fluids* **20** (2008) 056601.
6. Wout Zweers, *Soliton Splash* (2010) webpagina met geschiedenis van de bore-soliton-splash via youtube-filmpjes, foto's en presentaties www.woutzweers.nl -> recent projects.
7. Efthymios Lekkas, Emmanouil Adreadakis, Irene Kostaki en Eleni Kapourani, *Critical factors for run-up and impact of the Tohoku Earthquake tsunami*, *Int. J. Geosciences* **2** (2011) 310-317.
8. Susan Casey, *The Wave*. Anchor Canada (2010) 405 blz.
9. Wen Wen Li, Harry Yeh en Yuji Kodama, *On the Mach reflector of a solitary wave: revisited*, *J. Fluid Mech.* **672** (2011) 326-357.
10. Colin Cotter en Onno Bokhove, *Water wave model with accurate dispersion and vertical vorticity*, *J. Eng. Math.* **67** (2010) 33-54.
11. Anthony R. Thornton, Nico Gray en Andrew J. Hogg, *A three-phase mixture theory for particle size segregation in shallow granular free-surface flows*, *J. Fluid Mech.* **550** (2006) 1-25.

Maarten Toonder, *De Bovenbazen*. De Bezig Bij (1963).

Wout Zweers (Ir Wageningen, MSc Twente) is labmanager bij FabLab, Saxion Hogeschool Enschede, en industrieel ontwerper en kunstenaar in de Rozendaal Ateliers, Roombeek.



Anthony Thornton (PhD in Mathematical Science, Manchester) is assistant professor bij de MaCS-groep en de MultiScale Mechanics groep bij werktuigbouwkunde, Universiteit Twente.



Cultuurkunde



450

In de nieuwe rubriek Cultuurkunde is er ruimte voor natuurkundegerelateerde kunst. Dit kan bijvoorbeeld een gedicht, een foto van een beeld, een cartoon, een tekening of een citaat zijn. Heeft u ook iets origineels voor deze rubriek? Stuur het dan in met (indien van toepassing) een korte beschrijving van maximaal 100 woorden (ntvn@ntvn.nl).

Peter Ware Higgs



In het National Gallery of Scotland te Edinburgh hangt het hiernaast afgebeelde portret van Peter Ware Higgs (1929), emeritus hoogleraar van de universiteit van Edinburgh, geschilderd door de Schotse kunstenares Lucinda L. Mackay. Het is het enige schilderij dat ik van een fysicus in de Gallery kon vinden. Je zou verwachten dat daar ook afbeeldingen te vinden zijn van zulke beroemde Schotse fysici zoals Kelvin en Maxwell. Higgs is bekend geworden door het door hem in 1964 gepostuleerde higgsboson, quantumdeeltje van het higgsveld, en het higgsmechanisme waarmee de elementaire deeltjes hun massa verkrijgen. Eigenlijk zou men moeten spreken van het Higgs-Englert-Brout-Guralnik-Hagen-Kibble-mechanisme, aangezien in hetzelfde jaar 1964, onafhankelijk van Higgs, door François Englert, Robert Brout (Vrije Universiteit Brussel), Gerard Guralnik, Richard Hagen en Tom Kibble (Imperial College London) over hetzelfde onderwerp werd gepubliceerd. In de Large Hadron Collider (LHC) wordt naarstig naar het higgsdeeltje gezocht.

Herman de Lang

Foto: Herman de Lang.