



Figuur 4 Klankanalysator van Rudolph König.

Klokken laten geluid horen dat er niet is!

Bij het stemmen van de klok is het natuurlijk belangrijk dat hij zuiver klinkt. Dat wil zeggen dat boventonen harmonischen (dit zijn de harmoni-

sche tonen) vormen van de grondtoon. Echter het geluidsspectrum van een klok is nogal complex en het is zelfs zo dat het geluid dat wordt waargenomen, met name van de slagtoon, eigenlijk in ons gehoor pas gevormd wordt! De belangrijkste partiaaltonen van een klok, die ook gestemd moeten worden, zijn de grondtoon (c_1), de priem (c_2), de kleine terts (es_2), de kwint (g_2), het octaaf (c_3), de duodeciem (g_3) en de dubbeloctaaf (c_4). En dan is er ook nog de slagtoon (c_2), die voor een goed klinkende klok een octaaf lager ligt dan de octaaftoon (toonhoogte van de klok). Deze slagtoon, die ongeveer een seconde duurt, wordt bepaald door de octaaf (c_3), de duodeciem (g_3) en de dubbeloctaaf (c_4), en als deze drie in de goede verhouding van 2:3:4 zijn, dan zal de door ons gehoor waargenomen slagtoon gelijk zijn aan de periodiciteitstoon van de drie. Bij een goed gestemde klok komt deze overeen met de priem (c_2). Dan is er ook nog het doublet. Dit doublet

wordt gevormd als de lip van de klok in twee modes trilt (in een niet goed vervaardigde klok), zodanig dat er twee zeer nabij gelegen frequenties worden gevormd. De verschiltoon van deze twee horen wij als een amplitude-modulatie.

Wil je alles weten over verschiltonen, slagtonen, grondtonen, doubletten, grote-tertsklokken en de diatonische luidklokken van Geert van Wou uit 1505, ga dan eens naar dat mooie museum in het zuiden van het land te Assen. Naast alle wetenswaardigheden over uurwerken, klokken en beiaards, kun je daar zelf klokken luiden, genieten van de verschillende klanken en het dopplereffect van ronddraaiende klokken. En dan is er ook nog een prachtige natuurtuin die bewonderd kan worden door het minder natuurkundig geïnteresseerde publiek dat eventueel met je is meegereisd.

Referentie

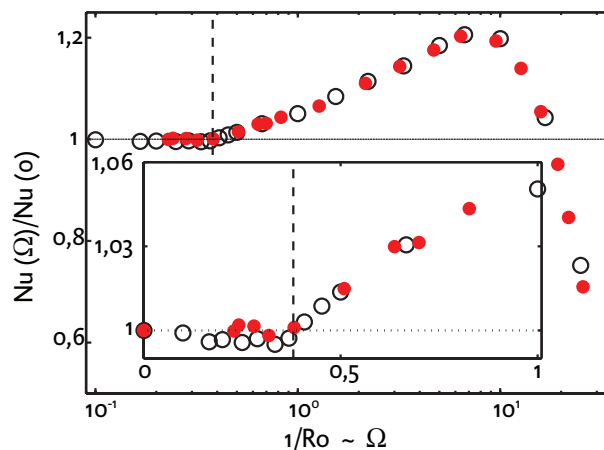
1 www.andrelehr.nl.

Warmtetransport in een roterende turbulente stroming

Hoe hangt het warmtetransport in een vat met een fluïdum (vloeistof of gas), dat van beneden verwarmd en van boven gekoeld wordt, af van het temperatuurverschil tussen de bodem en het deksel? Vloeistoffysici houden zich hier al meer dan een eeuw mee bezig. Theoretisch, experimenteel en numeriek inzicht is in de laatste tien jaar in een stroomversnelling gekomen, zie de overzichtsartikelen [1–3]. De vraag in dit artikel is, wat er gebeurt als het systeem ook nog roteert? Deze vraag is relevant voor het warmtetransport in de atmosfeer en in de oceaan. Wij laten zien dat met toenemende rotatie het warmtetransport eerst toeneemt en daarna dramatisch inzakt. Richard J.A.M. Stevens, Herman J.H. Clercx en Detlef Lohse



Figuur 1 Visualisatie met schaduwbeelden van de grote rolbeweging van het fluïdum voor $Ra = 6,8 \cdot 10^8$ en $Pr = 596$ (diproyleenglycol) in een systeem met aspectratio $\Gamma = 1$ [5].



Figuur 2 Het warmtetransport ten opzichte van het niet-roterende geval ($Nu(\Omega)/Nu(0)$) als functie van de rotatiesnelheid Ω (evenredig met $1/Ro$) voor $Ra = 2,73 \cdot 10^8$ en $Pr = 6,26$. Rode punten: experimentele data. Open zwarte cirkels: resultaten van numerieke simulaties. De verticale stippe lijn geeft het begin van de scherpe toename aan [6, 7].

Inleiding

Hét modelsysteem voor de studie van warmtetransport is de Rayleigh-Bénard-convectiecel. Dit is een systeem waarin zich een fluïdum tussen twee horizontale wanden bevindt, waarbij de onderste wand op een hogere temperatuur wordt gehouden dan de bovenste wand. Meer dan een eeuw geleden deed Henri Bénard de eerste experimenten aan dit systeem. Hij verhitte lagen vloeistof van een dikte van de orde van een millimeter van onderen. Het resultaat was convectiegedrag waarbij een regelmatig patroon van hexagonale cellen werd gevormd. De theoretische analyse hiervan werd uitgevoerd door Lord Rayleigh. Sindsdien wordt de beweging van een fluïdum tussen twee horizontale platen en verwarmd van onderen Rayleigh-Bénard-convectie genoemd [1–3].

Rayleigh-Bénard-convectie

Meestal worden Rayleigh-Bénard-experimenten uitgevoerd in een cilindrische bak met aspectratio $\Gamma \equiv L/D = 1$ (D is de diameter en L de hoogte). Het Rayleigh-getal Ra geeft de relatieve sterkte weer van de destabiliserende zwaartekracht ten opzichte van de stabiliserende visceuze dissipatie. Convectie vindt plaats als het Rayleigh-getal groter is dan een kritische waarde Ra_c . Wanneer Ra voldoende groot is, dat wil zeggen groter dan een kritische waarde Ra_c , dan treedt er turbulentie op, waar snelheids- en temperatuurfluctuaties op kleine schaal een grote rol spelen.

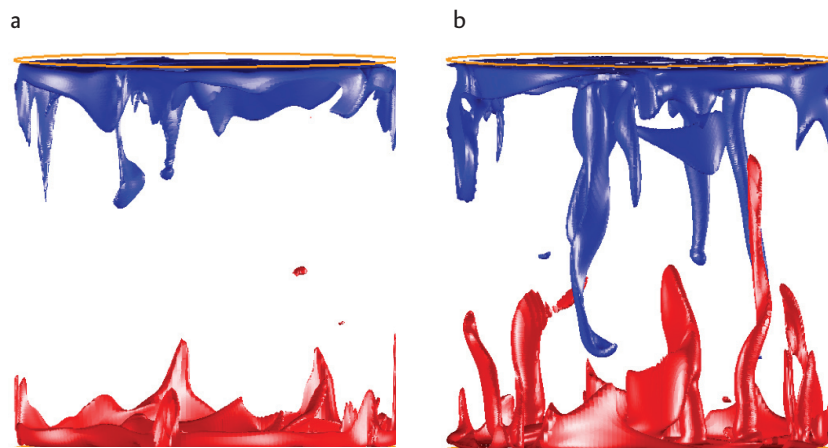
En in dit regime zijn we hier geïnteresseerd. Uit experimenten en numerieke simulaties blijkt dat het fluïdum in dit turbulente regime een grote rolbeweging uitvoert. De temperatuurverschillen genereren dichtheidsverschillen. Daardoor gaat warme (relatief lichte) vloeistof (of gas) aan de ene kant van de cilinder omhoog terwijl koude (relatief zware) vloeistof (of gas) aan de andere kant naar beneden gaat. Een aantal jaar geleden is dit proces met behulp van schaduwbeelden gevisualiseerd (zie figuur 1). [1–4].

De grenslagen bij de wanden, die ontstaan door de convectierol, spelen een belangrijke rol. Bij de horizontale platen is een kinetische en een thermische grenslaag aanwezig. De dikte van deze grenslagen, waarin de snelheid (kinetische) en de temperatuur (thermische) zich aanpassen aan de snelheid en tem-

peratuur van het fluïdum in het binnengebied zijn niet gelijk. De verhouding tussen de diktes wordt bepaald door de fluïdumeigenschappen (het Prandtlgetal, zie kader). Wat gebeurt er nu als het Rayleigh-Bénard-systeem wordt geroteerd om zijn verticale as?

Toename warmtetransport door rotatie

Om de invloed van rotatie op het warmtetransport te onderzoeken hebben we in experimenten en numerieke simulaties het warmtetransport bepaald voor verschillende rotatiesnelheden. De experimenten zijn uitgevoerd in de groep van Guenter Ahlers (Santa Barbara). Een cilinder met een hoogte en diameter van 24,8 cm werd gevuld met water. Het temperatuurverschil tussen boven en onderkant werd constant op 0,5 graden Kelvin



Figuur 3 Driedimensionale visualisatie van de oppervlakken van constante temperatuur in een cilindrisch systeem voor $Ra = 10^8$ en $Pr = 6,4$ (water) waar rood warm en blauw koud fluïdum aangeeft. a) Niet-roterend b) Roterend ($Ro = 0,30$) [6, 7].

Dimensieloze kengetallen

Het Rayleigh-getal Ra geeft de relatieve sterkte weer van de destabiliserende zwaartekracht ten opzichte van de stabiliserende viskeuze dissipatie. Ra is gedefinieerd als

$$Ra = \frac{g\beta\Delta L^3}{\nu\kappa}$$

hier is $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (de zwaartekrachtversnelling), β de thermische uitzettingscoëfficiënt (een eigenschap van het fluïdum), Δ het temperatuurverschil tussen de onder- en bovenkant, L de afstand tussen de onder- en bovenkant, ν de kinematische viscositeit (een eigenschap van het fluïdum), en κ de thermische diffusie (een eigenschap van het fluïdum). In een experiment kan Ra vaak alleen veranderd worden door het temperatuurverschil tussen de platen te veranderen, omdat L (de hoogte van de opstelling), en de fluïdumeigenschappen (er wordt vaak gebruik gemaakt van één fluïdum, bijvoorbeeld water) vastliggen.

Het Prandtl-getal Pr geeft de verhouding tussen de kinematische viscositeit ten opzichte van thermische diffusie weer en is gedefinieerd als

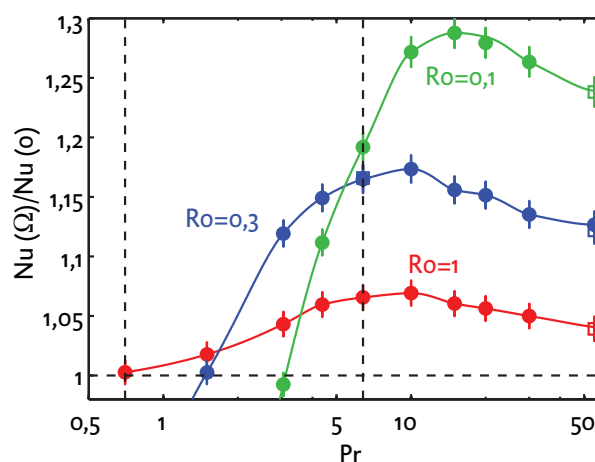
$$Pr = \nu/\kappa$$

Wanneer $Pr < 1$ dan is de kinetische grenslaag, dus het gebied waarin de snelheid zich aanpast aan het gedrag in het binnengebied, dunner dan de thermische grenslaag. Wanneer $Pr > 1$ dan is de thermische grenslaag dunner dan de kinetische grenslaag. Als experimenten met water worden uitgevoerd dan kan Pr een beetje worden gevarieerd door de gemiddelde temperatuur van het water aan te passen.

De dimensieloze rotatiesnelheid van het systeem wordt uitgedrukt in het Rossby-getal Ro en is gedefinieerd als

$$Ro = \sqrt{(g\beta\Delta/L)/(2\Omega)}$$

hier is Ω de rotatiesnelheid van het systeem. Ro is een dimensieloze inverse rotatiesnelheid, die de verhouding tussen de Corioliskracht, veroorzaakt door de rotatie, en de relatieve zwaartekracht, veroorzaakt door de dichtheidsverschillen in de vloeistof (warme vloeistof wil immers omhoog), aangeeft. Als $Ro < 1$ dan is de invloed van rotatie dominant en als $Ro > 1$ dan is de invloed van de relatieve zwaartekracht dominant. In experimenten wordt Ro veranderd door de rotatiesnelheid te veranderen, terwijl het temperatuurverschil tussen de onder- en bovenkant constant wordt gehouden.



Figuur 4 Het warmtetransport ten opzichte van het niet-roterende geval ($Nu(\Omega)/Nu(0)$) als functie van Pr voor $Ra = 1 \cdot 10^8$. Rood, blauw, en groen geven de resultaten voor $Ro = 1, 0, 0, 3$, en $Ro = 0, 1$ [8]. De verticale stippellijnen geven de positie van lucht ($Pr = 0,7$) en water ($Pr = 6,4$) in het diagram aan.

gehouden. De rotatiesnelheid is gevarieerd tussen 0 en 0,3 Hz.

De numerieke simulaties zijn uitgevoerd op de Huygens supercomputer van SARA in Amsterdam met dezelfde systeemparameters. In essentie worden de Navier-Stokesvergelijkingen opgelost voor een fluïdum met niet-uniforme dichtheid [6, 7].

De resultaten zijn te zien in figuur 2 waar het warmtetransport is weergegeven als functie van de rotatiesnelheid. De scherpe toename in het warmtetransport is spectaculair [6]. Om een even grote toename in het warmtetransport te krijgen zonder rotatie zou het temperatuurverschil tussen de platen meer dan verdubbeld moeten worden!

Verschillende turbulente regimes

De toename van het warmtetransport ten gevolge van de rotatie komt door het uitrekken van opstijgende of dalende plumes. De resulterende verticale wervels trekken het fluïdum bij de onderste en bovenste plaat weg en versterken dus het warmtetransport. Dit proces is weergegeven in de figuren 3a en 3b waar de oppervlakken van constante temperatuur voor het niet-roterende en het roterende geval zijn weergegeven. Dit effect treedt op als de invloed van rotatie dominant is.

De visualisatie in figuur 3 laat duidelijk zien dat er twee turbulente regimes zijn, namelijk één regime waar de rolbeweging dominant is (figuur 3a) en één regime waar verticale wervels gevormd worden (figuur 3b). Figuur 2 laat een verrassend scherpe overgang zien tussen de twee turbulente regimes. Dit verschijnsel is zowel in de experimenten als in de simulaties waargenomen en is bijzonder omdat een overgang tussen verschillende turbulente regimes in vrijwel alle gevallen geleidelijk gaat.

Het warmtetransport bij sterke rotatie neemt af (zie figuur 2), omdat de stroming parallel aan de rotatie-as (dus in de verticale richting) wordt onderdrukt door sterke rotatie. Dit zorgt ervoor dat de kracht van de wervels afneemt en daarmee dus ook het warmtetransport.

Invlod fluïdumeigenschappen

De invloed van rotatie blijkt ook sterk af te hangen van de verhouding tussen kinematische viscositeit en thermische diffusie (het Prandtl-getal, zie

Richard Stevens studeerde in maart 2008 cum laude af voor zijn studie technische natuurkunde aan de Universiteit Twente. Zijn masteronderzoek deed hij bij Detlef Lohse. Met de resultaten van zijn onderzoek over het warmtetransport in roterende turbulente stroming won hij de Shell masterprijs 2008.



R.J.A.M.Stevens@tnw.utwente.nl

Detlef Lohse promoveerde in 1992 aan de Universiteit Marburg. Sinds 1998 is hij hoogleraar van de Physics of Fluids groep aan de Universiteit Twente. Hoofdonderwerpen in de groep zijn turbulentie en twee-fasenstroming, micro- en nanofluidics, medische toepassingen van bellen en granulaire materie.



toename van het warmtetransport zien. De verklaring is dat de thermische diffusie van lucht veel groter is dan die van water. Water heeft een relatief lage thermische diffusie waardoor de warmte wordt vastgehouden in de wervels. De meeste warmte, die aan de onderkant in de wervels wordt getrokken, wordt dus ook naar boven getransporteerd (zie figuur 3). In lucht zorgt de grote thermische diffusie ervoor dat de warmte, die zich in het begin in de wervels bevindt, zich snel in de horizontale richting verspreidt (zie figuur 5), waardoor de warmte niet efficiënt in de verticale richting wordt getransporteerd.

Dynamica met een dikke kinetische grenslaag

Een dikke kinetische grenslaag zorgt ervoor dat de temperatuur van het fluïdum dat de wervels ingaat lager is waardoor de wervels minder warmte naar boven kunnen transporteren. Het fluïdum dat de wervels in wordt gezogen bevindt zich namelijk ongeveer op de grens van de kinetische grenslaag. Als de kinetische grenslaag dikker is dan de thermische grenslaag ($Pr > 1$), dan is de temperatuur van het fluïdum op de grens van de kinetische grenslaag relatief laag en daarmee ook de temperatuur van het fluïdum dat de wervels in wordt gezogen.

Conclusie

Draaiing heeft een grote invloed op het warmtetransport in een fluïdum. Het temperatuurverschil tussen de

Herman Clercx studeerde natuurkunde in Nijmegen en promoveerde in 1991 aan de Technische Universiteit Eindhoven. Als postdoc in Nice, Frankrijk, werkte hij aan de eigenschappen van elektroeologische vloeistoffen. In 1993 keerde hij terug naar Eindhoven waar hij zich bezig is gaan houden met quasi-tweedimensionale turbulentie en haar mengingseigenschappen. Het huidige onderzoek betreft de multischaal modellering van transport in (geofysische) stromingen. In 2003 heeft hij een Vici-beurs ontvangen. Sinds 2006 is hij hoogleraar stromingsleer aan de faculteit Technische Natuurkunde van de TU/e. Daarnaast bezet hij een deeltijdleerstoel aan de Universiteit Twente.



platen, de kinetische viscositeit en de thermische diffusie beïnvloeden op een complexe manier het warmtetransport. Door een combinatie van experimenten en numerieke simulaties wordt duidelijk welke mechanismen belangrijk zijn. Ondanks de fundamentele aard van het onderzochte systeem zijn de resultaten zeker van belang voor toepassingen in de geofysica en industrie.

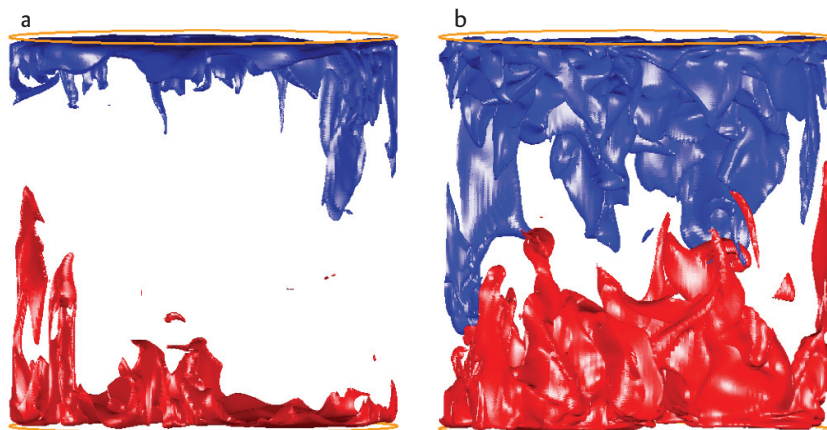
Referenties

- 1 G. Ahlers, S. Grossmann en D. Lohse, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009) 503.
- 2 G. Ahlers, *Physics* **2** (2009) 74.
- 3 D. Lohse en K. Q. Xia, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42** (2010) 335.
- 4 R. P. J. Kunnen, *Ph.D. thesis*, Eindhoven University of Technology, (2008).
- 5 X. D. Shang, X. L. Qiu, P. Tong en K.-Q. Xia, *Phys. Rev. Lett.* **90**, (2003) 074501.
- 6 J.-Q. Zhong, R. J. A. M. Stevens, H. J. H. Clercx, R. Verzicco, D. Lohse en G. Ahlers, *Phys. Rev. Lett.* **102**, (2009) 044502.
- 7 R. J. A. M. Stevens, J.-Q. Zhong, H. J. H. Clercx, G. Ahlers en D. Lohse, *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 024503.
- 8 R. J. A. M. Stevens, H. J. H. Clercx, en D. Lohse, *Optimal Prandtl number for heat transfer enhancement in rotating turbulent Rayleigh-Bénard convection*, submitted to *NJP* (2009).

kader) van het fluïdum. Figuur 4 laat voor verschillende rotatiesnelheden het warmtetransport (ten opzichte van het niet-roterende geval) als functie van Pr zien. Er zijn namelijk twee verschillende processen die de efficiëntie bepalen van het warmtetransport door de verticale wervels.

Lucht, een fluïdum met hoge thermische diffusie

Uit de resultaten (zie figuur 4) blijkt dat rotatie van lucht ($Pr=0,7$) zorgt voor een afname van het warmtetransport, terwijl we bij water ($Pr=6,4$) een



Figuur 5 Driedimensionale visualisatie van de oppervlakken met constante temperatuur in een cilindrisch systeem voor $Ra = 10^8$ en $Pr = 0,7$ (lucht) waar rood warm en blauw koud fluïdum aangeeft. a) Niet-roterend b) Roterend ($Ro = 0,30$) [6, 7].