

電弱スケールにおける複数段階相転移

著者	澁谷 紘人
著者別表示	SHIBUYA Hiroto
雑誌名	博士論文本文Full
学位授与番号	13301甲第5680号
学位名	博士（理学）
学位授与年月日	2023-03-22
URL	http://hdl.handle.net/2297/00069892



博 士 論 文

電弱スケールにおける複数段階相転移

金沢大学大学院自然科学研究科
数物科学専攻

学籍番号: 2024012003

氏名: 澁谷紘人

主任指導教員名: 青木真由美

提出年月: 2023 年 1 月



目次

第 1 章	序論	3
第 2 章	電弱スケールにおける複数段階相転移の特徴	8
2.1	導入	8
2.2	Two Higgs doublet model	9
2.3	有限温度での有効ポテンシャル	12
2.4	理論的制限	14
2.5	数値計算	15
2.6	複数段階相転移の物理的兆候	28
2.7	結論	36
第 3 章	暗黒物質残存量に対する電弱相転移の影響	38
3.1	導入	38
3.2	模型	39
3.3	相転移	41
3.4	暗黒物質の残存量	50
3.5	結論	58
第 4 章	複数段階相転移によるバリオン数生成	59
4.1	導入	59
4.2	複数段階相転移	60
4.3	輸送方程式	61
4.4	スファレロン過程とバリオン数生成	68
4.5	計算結果	70
4.6	考えられる模型	72
4.7	結論	73
第 5 章	結論	74
付録 A	第 1 章の付録	75
A.1	数的解析の表	75
A.2	Alignment limit における比較	77
付録 B	第 2 章の付録	79

B.1	Casas-Iberra parameterization	79
B.2	ボルツマン方程式の導出	79
付録 C	第 3 章の付録	83
C.1	Thermal averages	83
C.2	輸送方程式の数値計算	84
参考文献		87

第 1 章

序論

素粒子とは、物質を構成する最も基本的な粒子のことを指す。素粒子に働く相互作用は重力、強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用の 4 つであると考えられている。素粒子の相互作用を考える上では重力は他の 3 つに比べて非常に弱い。そのため、素粒子物理学の標準模型は重力以外の 3 つの相互作用を記述する理論になっている。標準模型における相互作用は理論に局所ゲージ対称性を課すことで得られる。^{*1} これをゲージ原理と呼ぶ。この局所ゲージ対称性からそれぞれの相互作用を媒介する粒子、ゲージ粒子が導かれる。具体的には、強い相互作用ではグルーオン、弱い相互作用では W ボソンと Z ボソン、電磁相互作用では光子がゲージ粒子となっている。このように相互作用は媒介する粒子によって伝達されるという考え方は湯川博士の核力を媒介する π 中間子理論が元になっている。標準模型における素粒子は上述の力を媒介するゲージ粒子と物質を形作るクォークやレプトン、さらに局所ゲージ対称性から禁止される粒子の質量を与えるヒッグス粒子で構成されている。

標準模型は上述のように強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用を記述する理論になっている。それぞれの相互作用を与える局所ゲージ対称性は $SU(3)_c$ (強い相互作用), $SU(2)_L \times U(1)_Y$ (弱い相互作用と電磁相互作用) となっている。これらを合わせて標準模型は $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ対称性を持つ理論である。強い相互作用は $SU(3)_c$ ゲージ対称性で書かれるヤン–ミルズ理論、量子色力学によって記述される。一方で、弱い相互作用と電磁相互作用は $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性を元に統一的に記述されておりワインバーグ–サラム理論と呼ばれる。この 2 つは別々に扱うことが可能で、本論文では特にワインバーグ–サラム理論を元に議論していく。以下ではなぜ弱い相互作用と電磁相互作用が $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性で記述出来るかについて簡単に述べる。弱い相互作用の典型的な過程はベータ崩壊 ($d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$) である。この過程は逆ベータ崩壊 ($d + \nu_e \rightarrow u + e^-$) に書き直せる。この過程では $d \rightarrow u$ というクォークのフレーバーの変化が起きている。実際には違うがこの u, d をスピン $\pm 1/2$ の粒子と考え、逆ベータ崩壊をスピンを変える過程だと解釈すると、その遷移はベクトル (doublet) $(u, d)^T$ を基本表現としパウリ行列を生成子とする $SU(2)$ ヤン–ミルズ理論で記述出来る。レプトンについても $\nu_e \rightarrow e^-$ の遷移が起こるが、doublet $(\nu_e, e^-)^T$ のように考えるとクォークと同様に記述出来る。ゲージ対称性 $SU(2)_L$ の添え字 L は (フェルミオンは右巻きと左巻きのカイラリティを持つが) 左巻きの素粒子のみが弱い相互作用をするということを意味している。これは弱い相互作用において空間反転対称性が最大限に破れているためである。この空間反転対称性の破れは Wu のグループによるコバルト原子核のベータ崩壊 $\text{Co} \rightarrow \text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$ の実験により確かめられた [1]。この実験事実を反映するために左巻きのフェルミオンのみが弱い相互作用を持つ、つまり $SU(2)$ ゲージ変換性を持つ。ただし、この $SU(2)_L$ ゲージ対称性のみ

^{*1} 対称性とはある変換の下での不変性のこと。

では電磁相互作用を正確に記述することが出来ない。そのため、さらに $U(1)_Y$ というゲージ対称性が導入された。添え字の Y は $U(1)_Y$ における保存電荷である弱ハイパーチャージを表す。標準模型にはアップやダウン以外にもクォークが存在し、3 世代に分かれている。世代が 2 以上だと Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) 機構 [2] により flavor changing neutral current (FCNC) が tree-level で禁止され実験と一致する。3 世代以上だと CP の破れが現れる。これを小林・益川両博士が予言し [3] 証明された。弱い相互作用と電磁相互作用は $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性で記述出来るが、左巻きのフェルミオンのみが $SU(2)_L$ 変換を受けるため、対称性から質量項、例えば $m(\bar{u}_L, \bar{d}_L)d_R$ は禁止されてしまう。加えて、弱い相互作用を媒介するゲージボソン W, Z も対称性から質量を持つことが出来ない。電磁相互作用を媒介する光子のように質量がないと力の到達距離が長くなり、「弱い」相互作用ではなくなってしまう。これらの理由から素粒子に質量を与える何らかの機構が必要となる。これを解決したのが南部博士が提唱した自発的対称性の破れ [4, 5] を元にしたヒッグス機構 [6–8] である。自発的対称性の破れとは、理論 (ラグランジアン) にはゲージ対称性があるが、真空状態では対称性が破れる機構のことである。このアイデアを標準模型に適用したヒッグス機構を例にこれを具体的に見ていく。まず $SU(2)_L$ ゲージ変換をするスカラー doublet を考える、 $\Phi = (\phi^+, \phi^0)$ 。 $SU(2)_L$ ゲージ対称性から禁止されていた質量項に Φ を追加すると、 $(\bar{u}_L, \bar{d}_L)\Phi d_R$ 、 $SU(2)_L$ ゲージ変換の下で不変となる。もし Φ が $\Phi = (0, v/\sqrt{2})$ (v は定数) のように真空期待値を持てば、前述の項は $v\bar{d}_L d_R$ と書ける (このような 2 つのフェルミオンとスカラー場による相互作用は湯川相互作用と呼ばれる)。真空期待値 v は定数であるから、これは質量項と見なせる。このとき、スカラー場の真空状態は $SU(2)_L$ ゲージ変換の下で不変でないため、スカラー場が真空期待値を持ったときにゲージ対称性が自発的に破れたと言える。ただし、このとき $U(1)_Y$ とは異なる $U(1)_{\text{em}}$ 対称性が理論に残る。これは量子電磁力学のゲージ対称性に対応している。つまり、スカラー場が真空期待値を持つことによる自発的な対称性の破れによって、 $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{em}}$ のように対称性が破れ、素粒子は質量を持つことができるようになる。2012 年にはヒッグス機構の存在を示すと考えられる粒子が見つかり [9–12]、ヒッグス粒子と呼ばれている。

上記で簡単に説明した標準模型は数多くの実験結果を説明するが、問題点もある。例えば、

- 暗黒物質の存在
- ニュートリノ質量
- 粒子と反粒子の非対称性

が挙げられる。暗黒物質とは、宇宙背景放射 (CMB) の観測 [13] や渦巻き銀河の回転速度 [14]、重力レンズ効果 [15] からその存在が明らかになっている物質のことである。これは宇宙の物質の 85% を占め、全体のエネルギーのおよそ 27% を占める [13]。暗黒物質の正体は分かっておらず、標準模型にない新たなスカラー場やフェルミオン、原始ブラックホールなど多種多様な候補が考えられている。2 つ目のニュートリノ質量はスーパーカミオカンデで明らかにされたニュートリノ振動 [16] から導かれる。標準模型では左巻きニュートリノのみが考えられ、その質量は正確に 0 とされている。しかし、ニュートリノ振動がある場合は質量は 0 でないため何らかの質量を生む機構が必要となる。宇宙の粒子と反粒子の非対称性はなぜ我々が住む現在の宇宙に反粒子はほとんどなく粒子のみが残っているのかという問題を示している。標準模型においては粒子と反粒子の数に違いは生まれえない。なぜなら、非対称性を生むために理論が満たす必要のあるサハロフの 3 条件 [17] を十分に満たさないからである。サハロフの 3 条件とは、

- バリオン数の破れ
- C と CP 対称性の破れ

- 熱平衡からのずれ

のことを指す。標準模型では最初の条件以外は十分に満たされない。2 つ目の CP 対称性の破れについては標準模型に含まれる CP を破る位相である Cabbibo–小林–益川位相 [3] が小さ過ぎるために観測されている粒子数を説明することが出来ない [18–20]。具体的には、陽子や中性子のような 3 つのクォークからなる粒子バリオンの観測値が $(n_B - \bar{n}_B)/s \sim 10^{-10}$ [21] (n_B (\bar{n}_B) は (反) バリオンの数密度, s はエントロピー密度) だが, CKM 位相によって作られるバリオン数の上限は 10^{-26} であることが示されている [19]。さらに, 標準模型において最後の条件である熱平衡からのずれを達成するには上述の標準模型粒子に質量を与える自発的対称性の破れがトンネル効果を介して起こる必要がある。これについて詳しく見ていく。自発的対称性の破れを起こすスカラー場の真空期待値の獲得は以下のように起こる。まず, 真空期待値を獲得するスカラー場のポテンシャル $V = -m^2\phi^2 + \lambda\phi^4$ を考える。ここで, m は質量次元を持つ定数, λ は無次元の定数, ϕ はスカラー場である。このポテンシャルは図 1.1 の実線のようにかける。宇宙の温度が高いときこのポテンシャルは温度による補正を受ける。簡単のために質量パラメータ m^2 のみに温度補正が加わる ($-m^2\phi^2 + cT^2\phi^2$, c は正の定数) と考えると, ある温度で 2 乗項の寄与は負から正に変わる。このとき, 原点 $\phi = 0$ が最小点となり, スカラー場の真空期待値は 0 となる (図 1.1 の点線)。ここまでは現在の宇宙温度から温度を上げてポテンシャルの振る舞いを考えてきたが, 逆に温度が高い初期宇宙から考えると温度が下がるにつれポテンシャルの形が変わり, ある温度で $\langle\phi\rangle \neq 0$ となるのが分かる。これがヒッグス機構における自発的対称性の破れの仕組みである。上記では単純な温度補正を考えたが, 実際の計算はもっと複雑である。この場合, 真空期待値の変化は連続的な変化とはならない可能性がある。つまり, 原点の他に極小点が現れそれらの間にはポテンシャル障壁があるような場合である。このとき, 温度低下とともにポテンシャル障壁と原点以外の極小点のポテンシャルは小さくなり続け, 図 1.2 の左図のようにある温度でトンネリングによる遷移が起こる可能性が高い。トンネリングは確率論的に起こるので, 図 1.2 の右図のように宇宙ではスカラー場が新たな極小点 $\phi \neq 0$ に遷移した空間とまだ遷移が起こっていない空間 ($\phi = 0$) に分かれる。遷移した空間は球対称な bubble 状になっていると考えられ, もし bubble の表面張力よりも外側に広がる力の方が大きければ遷移した (複数の) 空間 (bubble) は宇宙全体に広がっていく。遷移した空間と遷移していない空間の間にはポテンシャル障壁 (bubble wall と呼ばれる) があり, 標準模型粒子と相互作用する。この wall が十分速ければ, 熱平衡からのずれが実現される。つまり, サハロフの最後の条件である熱平衡からのずれが満たされるには, トンネリングによる極小点間の遷移が起こる必要がある。これを 1 次の電弱相転移と呼ぶ。連続的にスカラー場の真空期待値が 0 から変化する場合は 2 次相転移または cross-over と呼ばれる。連続的な変化の場合は温度変化に伴って宇宙全体の粒子が質量を得る。非連続の 1 次相転移の場合は bubble の内側の粒子のみが質量を得る。標準模型で 1 次の電弱相転移が起こるにはヒッグス粒子の必要がおよそ 70 GeV 以下である必要があった [22, 23]。しかし, ヒッグス粒子の質量は 125 GeV であり [9–12], 標準模型において電弱相転移は cross-over となる [24]。

以上のように標準模型では粒子と反粒子の非対称性の実現 (以下ではバリオン数生成と呼ぶ) は出来ない。この解決策として標準模型のスカラー部分を拡張することが考えられる。これができるのはスカラー部分を限定するような指導原理が標準模型にはないためである。そのため, スカラー部分には標準模型の問題を解決する仕組みが隠されているかもしれない。この拡張の仕方は様々であるが, 本論文では特に標準模型にもう 1 つの $SU(2)_L$ doublet を加えたシンプルな模型である two Higgs doublet model (2HDM) について主に議論する。この模型は部分集合として minimal supersymmetric standard model (MSSM) を含んでおり, 今回考える電弱スケールよりも高い温度で有効となる理論の足がかりになるかもしれない。2HDM では標準模型粒子に加え新たに 3 つのスカラー粒子が加わる。パラメータが増えるために 2HDM で電弱 1 次

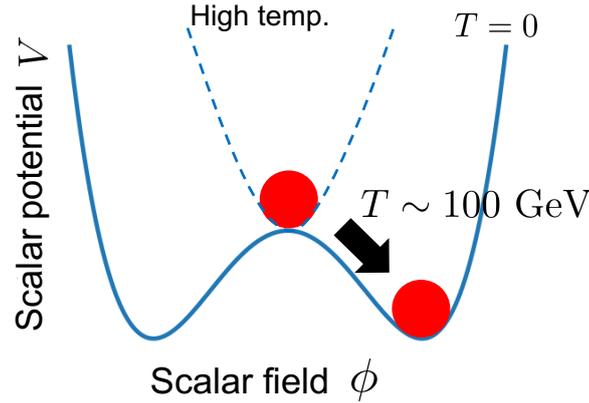


図 1.1 電弱相転移におけるスカラーポテンシャルとその最小点の温度変化. 宇宙の温度が $T \sim 100$ GeV (時間では 10^{-11} 秒 [25]) 程度でスカラー場が真空期待値を持ち, 自発的対称性の破れが起こる.

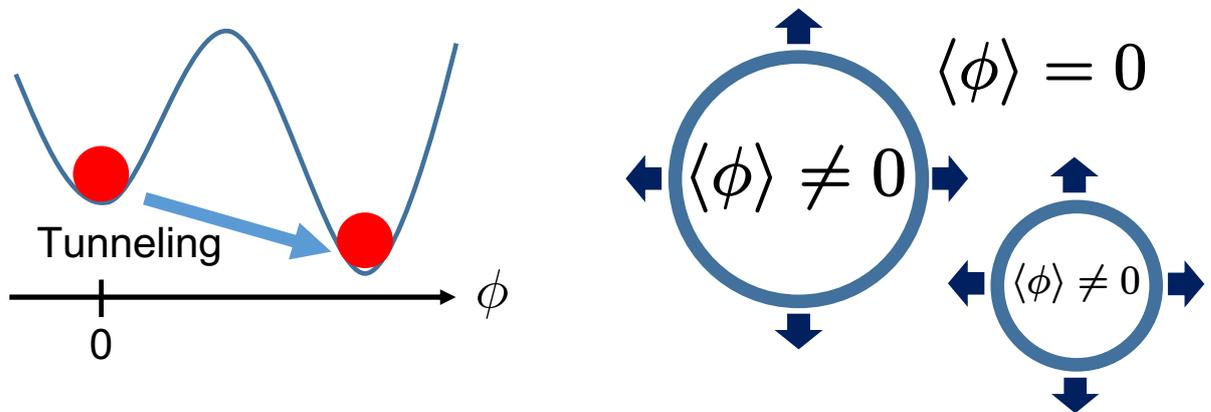


図 1.2 左: 電弱 1 次相転移時にスカラーポテンシャルで起こるトンネリングによるスカラー場の真空期待値の遷移. 右: 電弱 1 次相転移が起こるときの宇宙に生まれる bubble. 内側と外側でスカラー場の真空期待値が異なる. Bubble の境界にはポテンシャル障壁があり, プラズマ (粒子) と相互作用する.

相転移を実現することが出来る. さらに, 一般にスカラーポテンシャルに CP を破る項が含まれるのでサハロフの 3 条件の CP の破れも十分に満たすことが可能であり, バリオン数生成の観測値を再現するモデルとして有望であった. しかし, 近年の電子における双極子モーメント (EDM) の精密測定から, CP の破れに対する制限が厳しくなっている [26–28]. この制限を満たす方法として電子の EDM への CP の破れの寄与を打ち消し合うモデルが考えられている [29]. 本論文では, その他の可能性として複数段階の電弱相転移によるバリオン数生成を考える. 複数段階相転移とは異なる極小点への遷移が通常の 1 回 (one-step) ではなく 2 回 (two-step) など複数回起こる相転移のことを指す. 標準模型を拡張したモデルでは真空期待値を持つことが出来る場が複数になるので, 複数段階相転移が起こり得る. 複数段階相転移が調べられた初期の論文は例えば文献 [30] がある. この論文のシナリオはバリオン数生成を動機としているが, 文献 [31] によって否定された. しかし, 文献 [31] は簡単なモデルでの解析であり, 本論文ではより詳しい解析により複数段階相転移によるバリオン数生成の可能性を示す. また, 複数段階相転移における詳細な特徴を明らかにした研究はこれまであまり無かった. 本論文では, one-step 相転移の特徴を明らかにするために行われた先行研究でのパラメータサーチ [32, 33] よりも大規模な計算を行い, この特徴を明らかにした. さらに複数段階相転移の物理的な兆候として将来の加速器実験における予測や 1 次相転移により生まれる重力波スペクトルについて議論する. また, 標準模型におけるバリオン数生成以外の問題である暗黒物質やニュートリノ質量と

(複数段階) 電弱相転移の関連についても議論する。実験の制限から暗黒物質残存量の観測値を再現することが難しいと考えられてきた scotogenic 模型 [34] を使って、相転移による残存量計算への影響を調べた。その結果、相転移を考慮することで実験結果と一致しつつ暗黒物質の残存量とニュートリノ質量の観測値を説明できる可能性があることを示す。

本章の構成は以下である。第 2 章では CP-conserving 2HDM を用いて複数段階相転移の特徴を明らかにする。さらにその特徴の起源や物理的兆候としてのヒッグス 3 点結合や重力波について議論する。第 3 章では、相転移による暗黒物質の残存量への影響を scotogenic 模型を例に示す。示したシナリオは将来の重力波観測においてその可否を調べられる可能性が高い。第 4 章ではこれまで詳しく調べられてこなかった複数段階相転移によるバリオン数生成について議論する。加えてこのバリオン数生成が考えられる模型の例を挙げその可能性についても議論を行う。最後に第 5 章において本論文の結論を与える。第 2 章と 3 章はそれぞれ文献 [35], [36] に基づいている。

第 2 章

電弱スケールにおける複数段階相転移の特徴

2.1 導入

素粒子の標準模型 (SM) は数々の実験で確かめられてきたが, 宇宙のバリオン数非対称性は未だに大きな問題の一つとして残っている. バリオンと光子の数密度比の観測量は $\eta_B \equiv n_B/n_\gamma = (6.12 \pm 0.04) \times 10^{-10}$ [37] である. この非対称性を説明するために, 理論はサハロフの 3 条件 [17] を満たさなければならない. この 3 条件とは

- バリオン数の破れ
- C と CP 対称性の破れ
- 熱平衡からのずれ

である. これらがバリオン数生成時に同時に満たされる必要がある. バリオン数非対称性を電弱 (electroweak; EW) スケールで生成されるためには, 電弱相転移 (EWPT) は 1 次相転移である必要がある [38]. しかし, 格子計算からヒッグス粒子の質量がおよそ 70 GeV よりも大きい場合は相転移が 1 次とはならないことが知られている [22, 23]. 観測されたヒッグス質量が 125 GeV [9–12] であり格子計算から相転移は cross-over (滑らかで連続的な相転移) となることが示されている [24]. さらに, 2 つ目の条件である CP 対称性の破れは Cabbibo–小林–益川行列の CP 位相が小さ過ぎるために標準模型では十分に満たされない [18–20]. 以上から標準模型ではバリオン数生成が十分に起こらないことが分かっている. その解決策として標準模型のスカラー部分を拡張することが考えられてきた. 特に最も簡単な拡張模型の 1 つである two Higgs doublet models (2HDMs) *1 には新しい CP を破る項が含まれており, 観測量を説明するのに十分なバリオン数生成を実現できる可能性がある (また, この模型は部分集合として minimal 超対称性模型を含んでいる. そのためこの模型の詳細な調査は UV 理論の手掛かりになるかもしれない). しかし, その新しい CP の大きい破れは電子双極子モーメントの実験から厳しく制限されており, 十分なバリオン数を作ることが難しくなっている [26–28].

この問題の解決策となるかもしれないのが, 複数段階相転移によるバリオン数生成である [44]. 我々は最初の相転移で大きく CP が破れる相へ 1 次相転移した後, 現在の宇宙の CP が保存している相へ遷移するシナリオを考えた. このとき, 1 回目の相転移で十分なバリオン数が生成され, その後の相転移では

*1 CP-conserving 2HDM における強い 1-step 相転移の研究としては例えば文献 [32, 33, 39–41] を見よ. 非摂動的解析については文献 [42, 43] を参照せよ.

スファレロン効果が抑制されバリオン数が保存される場合を考える。また、複数段階相転移による興味深い現象としては複数ピークを持つ重力波が挙げられる。1 次相転移は重力波を生むので [45, 46], 1 次相転移が複数回起これば重力波が複数のピークを持つ可能性がある。そしてそのような重力波は approved Laser Interferometer Space Antenna (LISA) [47–49] のような将来の宇宙に建設される重力波干渉計で観測されるかもしれない。複数段階相転移に関連する先行研究は singlet extension においては [50–64], inert 2HDM においては [30, 31, 44, 65, 66], 2HDM においては [39, 67, 68], triplet extensions [69–72], その他の模型に関しては [73–87] である。

本章では、CP-conserving 2HDM における複数段階相転移を調べる。この模型では CP を破る新たなソースがないためにバリオン数生成については議論できないが、複数段階相転移の特徴を明らかにすることは将来の CP-violating 2HDM などでの複数段階相転移の解析に役立つ。さらに、複数段階相転移の一般的な特徴が得られれば他の模型における研究においても示唆を与えるだろう。本章ではパラメータサーチを行うことで発見した複数段階相転移が起こる領域を示す。さらに、加速器実験における複数段階相転移の検証可能性を議論するために、ヒッグス 3 点結合定数の標準模型からのずれを計算した。ずれは 2HDM において大きくなることができることが知られている [88, 89] が、HighLuminosity Large Hadron Collider (HL-LHC) [90] や日本で建設されることが議論されている International Linear Collider (ILC) [91] のような次世代加速器においてより正確にずれが調べられる。我々は複数段階相転移が起こるときに特定の領域でずれが大きくなる傾向があることを発見した。加えて、我々は 2-step 相転移から生まれる 2 つのピークを持つ重力波スペクトルを計算した。このスペクトルは LISA や Big Bang Observer (BBO) [92], Ultimate Deci-Hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory (U-DECIGO) [93] で観測することができる。

本章の構成は以下のようになっている。2.2 節では 2HDM の一般的な特徴について紹介する。2.3 節で有限温度における有効ポテンシャルを与える。数値計算中で用いる理論的制限は 2.4 節で記述する。2.5 節では複数段階相転移に関するパラメータサーチの結果を示す。さらに、2.6 節では加速器実験における複数段階相転移の兆候としてヒッグス 3 点結合定数を計算し、宇宙論的兆候として複数のピークを持つ重力波について議論する。最後に 2.7 節で結論を与える。

2.2 Two Higgs doublet model

弱く Z_2 対称性が破れた CP-conserving 2HDM における tree-level スカラーポテンシャルは以下のよう
に書ける

$$V(\Phi_1, \Phi_2) = m_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + m_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 - m_3^2 (\Phi_1^\dagger \Phi_2 + \Phi_2^\dagger \Phi_1) + \frac{\lambda_1}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)(\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2)(\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \frac{\lambda_5}{2} \left[(\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + (\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2 \right]. \quad (2.2.1)$$

ただし、 Φ_i ($i = 1, 2$) は $SU(2)$ スカラー 2 重項で、

$$\Phi_i = \begin{pmatrix} w_i^+ \\ \frac{v_i + h_i + iz_i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.2.2)$$

と書ける。ここで、2 重項の CP-even 中性スカラー場のみが真空期待値 v_i を持つと仮定する。加えて、 v_i は正であり $v \equiv \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 246$ GeV を満たすとする。スカラーポテンシャルにおける m_3^2 を伴う 3 つ目の項はポテンシャルの Z_2 対称性を弱く破る。一般に m_3^2 と $\text{Im}\lambda_5$ は複素数であるが、CP-conserving 2HDM ではポテンシャルの係数は全て実とする。CP-even 中性スカラー場の真空期待値の変化による質量の変化

を見るために、スカラー 2 重項を以下のように取り、

$$\Phi_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\phi_i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.2.3)$$

スカラーポテンシャルに代入すると、

$$V_0(\phi_1, \phi_2) = \frac{m_1^2}{2}\phi_1^2 + \frac{m_2^2}{2}\phi_2^2 - m_3^2\phi_1\phi_2 + \frac{\lambda_1}{8}\phi_1^4 + \frac{\lambda_2}{8}\phi_2^4 + \frac{1}{4}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)(\phi_1\phi_2)^2, \quad (2.2.4)$$

が得られる。ポテンシャルの最小値 $V_0(\phi_1, \phi_2)$ は $\phi_i = v_i$ とすることで得られる。停留条件 $\partial V_0/\partial\phi_i|_{\phi_i=v_i} = 0$ から以下の関係式が得られる

$$m_1^2 = m_3^2 \frac{v_2}{v_1} - \frac{\lambda_1}{2}v_1^2 - \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)v_2^2, \quad (2.2.5)$$

$$m_2^2 = m_3^2 \frac{v_1}{v_2} - \frac{\lambda_2}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)v_1^2. \quad (2.2.6)$$

有効ポテンシャルにおいて、各座標 (ϕ_1, ϕ_2) における粒子の質量は one-loop level で寄与する。そのため、以下ではスカラー場の値に依存した各粒子の質量を見ていく。ゲージ固有状態における場の値に依存した荷電スカラー場と CP-odd 中性スカラー場の質量は以下のように書ける

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{w^\pm}^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2m_1^2 + \lambda_1\phi_1^2 + \lambda_3\phi_2^2 & -2m_3^2 + (\lambda_4 + \lambda_5)\phi_1\phi_2 \\ -2m_3^2 + (\lambda_4 + \lambda_5)\phi_1\phi_2 & 2m_2^2 + \lambda_2\phi_2^2 + \lambda_3\phi_1^2 \end{pmatrix}, \\ \mathcal{M}_z^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2m_1^2 + \lambda_1\phi_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5)\phi_2^2 & -2m_3^2 + 2\lambda_5\phi_1\phi_2 \\ -2m_3^2 + 2\lambda_5\phi_1\phi_2 & 2m_2^2 + \lambda_2\phi_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5)\phi_1^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

場の値を $\phi_i = v_i$ としこれらの質量行列を対角化することで、荷電スカラー場 H^\pm と CP-odd 中性スカラー場の物理的な質量 (物理的な質量とは現在の宇宙で観測される粒子の質量のことを表す) の 2 乗は

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{m_3^2}{\sin\beta\cos\beta} - \frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)v^2, \quad (2.2.8a)$$

$$m_A^2 = \frac{m_3^2}{\sin\beta\cos\beta} - \lambda_5v^2, \quad (2.2.8b)$$

となる。ここで、 β は $\tan\beta \equiv v_2/v_1$ で定義される 2 つの doublet $\Phi_{1,2}$ の混合角を表す。一方で、CP-even 中性スカラー場 H と h のゲージ固有状態における質量行列は

$$\mathcal{M}_h^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2m_1^2 + 3\lambda_1\phi_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)\phi_2^2 & -2m_3^2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)\phi_1\phi_2 \\ -2m_3^2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)\phi_1\phi_2 & 2m_2^2 + 3\lambda_2\phi_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)\phi_1^2 \end{pmatrix}, \quad (2.2.9)$$

と表され、 $\phi_i = v_i$ として質量行列を対角化することで物理的な質量の 2 乗が得られる

$$\begin{aligned} m_H^2 &= \frac{1}{2} \left[A + C + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right], \\ m_h^2 &= \frac{1}{2} \left[A + C - \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

ここで、対角化は以下のように混合角 α 用いて行う

$$\begin{pmatrix} m_H^2 & 0 \\ 0 & m_h^2 \end{pmatrix} = R(-\alpha)\mathcal{M}_h^2R(\alpha), \quad \text{with } R(\alpha) \equiv \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}. \quad (2.2.11)$$

表 2.1 それぞれのフェルミオンへの Z_2 電荷の付与の仕方別の 2HDM の 4 つの type.

	Φ_1	Φ_2	u_R	d_R	l_R	Q_L, L_L
Type-I	+	-	-	-	-	+
Type-II	+	-	-	+	+	+
Type-X	+	-	-	-	+	+
Type-Y	+	-	-	+	-	+

また、式 (2.2.10) の文字は以下のように定義される

$$A = m_3^2 \tan \beta + \lambda_1 v^2 \cos^2 \beta, \quad (2.2.12)$$

$$B = -m_3^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) v^2 \sin \beta \cos \beta, \quad (2.2.13)$$

$$C = \frac{m_3^2}{\tan \beta} + \lambda_2 v^2 \sin^2 \beta. \quad (2.2.14)$$

本論文において h は質量が $m_h = 125$ GeV の SM-like ヒッグスボソンを表す。

ゲージボソンである W ボソンと Z ボソンの場の値に依存した質量は

$$\begin{aligned} m_W &= \frac{1}{2} g \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2}, \\ m_Z &= \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2}, \\ m_\gamma &= 0, \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

と表される。式中の g と g' はそれぞれ $SU(2)_L$ と $U(1)_Y$ のゲージ結合定数である。ゲージボソンの物理的な質量は $\phi_i = v_i$ とすることで得られる。

2HDM における最も一般的な湯川結合項は

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -\bar{Q}_L Y_u \tilde{\Phi}_u u_R - \bar{Q}_L Y_d \Phi_d d_R - \bar{L}_L Y_l \Phi_l l_R + \text{h.c.}, \quad (2.2.16)$$

と表される。式中の Q_L と L_L はそれぞれ $SU(2)_L$ クォークとレプトン 2 重項を表し、 Y_f ($f = u, d, l$) はフェルミオンの湯川行列、 Φ_f は Φ_1 または Φ_2 である。Tree-level の flavor changing neutral current (FCNC) を禁止するため、2HDM における 2 つのスカラー 2 重項はどちらか片方だけ各フェルミオンと結合するとする。これを実現する 1 つの方法は Z_2 対称性を仮定することである。この場合、表 2.1 で示すようにそれぞれの種類のフェルミオンに対する Z_2 電荷の付与の仕方によって 2HDM は 4 つに分けられる [94–96]。1 つ目の Type-I 2HDM では全てのクォークと荷電レプトンが Φ_2 の真空期待値から質量を得る。2 つ目の Type-II 2HDM では Φ_2 の真空期待値が up-type クォークへ質量を与え、一方で Φ_1 が他の down-type クォークと荷電レプトンへ質量を与える。3 つ目の Type-X 2HDM では荷電レプトンとクォークはそれぞれ Φ_1 と Φ_2 の VEV から質量を得る。最後の Type-Y 2HDM では Φ_1 が down-type クォークと結合するが、残りの up-type クォークと荷電レプトンは Φ_2 と結合する。以上からフェルミオンの場の値に依存した質量は

$$m_f = \frac{1}{\sqrt{2}} y_f \phi_i, \quad (2.2.17)$$

のように表される。添え字の i が 1 か 2 かは湯川結合の type によって決まる。フェルミオンの物理的な質量は $\phi_i = v_i$ とすることで得られる。

2.3 有限温度での有効ポテンシャル

2.3.1 One-loop level までの有効ポテンシャル

電弱相転移は有限温度でのスカラーポテンシャルの変化によって起こる。本論文における有限温度での有効ポテンシャルは tree-level に加え、one-loop diagram からの寄与と daisy diagram と呼ばれる higher loop からの寄与を考える。One-loop level までの有効ポテンシャルを以下のように書き表す

$$V^\beta = V_0 + V_{\text{CW}} + V_{\text{CT}} + V_1^\beta. \quad (2.3.1)$$

ここで V_0 と V_{CW} , V_{CT} , V_1^β はそれぞれ tree-level ポテンシャル (3.2.2) と 0 温度での one-loop level ポテンシャル (Coleman-Weinberg ポテンシャルと呼ばれる), counterterm ポテンシャル, 有限温度での one-loop level ポテンシャルである。

$\overline{\text{MS}}$ scheme における Coleman-Weinberg ポテンシャルは以下のように表される [97]

$$V_{\text{CW}}(\phi_1, \phi_2) = \pm \frac{1}{64\pi^2} \sum_k n_k m_k^4(\phi_1, \phi_2) \left[\log \frac{m_k^2(\phi_1, \phi_2)}{\mu^2} - C_k \right]. \quad (2.3.2)$$

添え字の k はスカラーボソン, ゲージボソンとフェルミオンを示している。式中の n_k と m_k , μ はそれぞれ各場の自由度と場に依存した質量, 繰り込みスケール ($\mu = 246 \text{ GeV}$) を表している。上下の符号はそれぞれボソンの寄与とフェルミオンの寄与に対応している。自由度の具体的な値は $k = H^\pm, H, h, A, W, Z, \gamma, t, b, \tau$ に対し $n_k = 2, 1, 1, 1, 6, 3, 2, 12, 12, 4$ である。ここで, 質量が小さくほとんど結果に影響を与えないためトップとボトムクォーク, タウレプトン以外のフェルミオンの寄与は入っていない。最後に, C_k は定数であり $\overline{\text{MS}}$ scheme ではゲージボソンの横波成分に対してのみ $1/2$, その他の粒子に対しては $3/2$ となる。

Coleman-Weinberg ポテンシャルを加えると, tree-level ポテンシャル (3.2.2) の極小点の座標 ($v = 246 \text{ GeV}$) はずれてしまう。このずれをなくし結果の解析を容易にするために, $\overline{\text{MS}}$ scheme の繰り込み条件を変更することを考える。これは次のような条件式を満たす counterterm ポテンシャル V_{CT} と呼ばれる *2 項を有効ポテンシャルに加えることで達成できる

$$\left. \frac{\partial V_{\text{CT}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v_1, v_2)} = - \left. \frac{\partial V_{\text{CW}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v_1, v_2)}, \quad (2.3.3a)$$

$$\left. \frac{\partial^2 V_{\text{CT}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v_1, v_2)} = - \left. \frac{\partial^2 V_{\text{CW}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v_1, v_2)} \quad (i, j = 1, 2). \quad (2.3.3b)$$

文献 [39] に従い, 以下のように V_{CT} をおく

$$V_{\text{CT}} = \delta m_1^2 \phi_1^2 + \delta m_2^2 \phi_2^2 + \delta \lambda_1 \phi_1^4 + \delta \lambda_2 \phi_2^4 + \delta \lambda_{345} \phi_1^2 \phi_2^2. \quad (2.3.4)$$

*2 便宜上 counterterm ポテンシャルと呼ばれているが, 発散を打ち消す項ではないので適当でない名称である。繰り込み条件を変更し有限項の差引き方を変える働きをするので, 修正項や補正項という言い方が正しいと思われる。

条件式から各係数は以下のように書き表される

$$\begin{aligned}
\delta m_1^2 &= -\frac{3}{4v_1}V_1 + \frac{1}{4}V_{11} + \frac{1}{4}\frac{v_2}{v_1}V_{12}, \\
\delta m_2^2 &= -\frac{3}{4v_2}V_2 + \frac{1}{4}V_{22} + \frac{1}{4}\frac{v_1}{v_2}V_{12}, \\
\delta\lambda_1 &= \frac{1}{8v_1^3}(V_1 - v_1V_{11}), \\
\delta\lambda_2 &= \frac{1}{8v_2^3}(V_2 - v_2V_{22}), \\
\delta\lambda_{345} &= -\frac{V_{12}}{4v_1v_2}.
\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

ここで, $V_i \equiv \partial V_{\text{CW}}/\partial\phi_i|_{(v_1, v_2)}$, $V_{ij} \equiv \partial^2 V_{\text{CW}}/(\partial\phi_i\partial\phi_j)|_{(v_1, v_2)}$ としている. 数値計算をするときは各パラメータセットにおいてこの V_{CT} を数値的に求め, 有効ポテンシャルに加える. しかしながら, 計算時に V_{CW} の 2 階微分部分で $\log m_{\text{NG}}^2$ (m_{NG} は南部-Goldstone ボソンの質量) に比例する赤外発散が生まれてしまう. この発散を避けるために, 文献 [98] からこの 2 階微分の部分において $m_{\text{NG}} \rightarrow m_h$ とした. この近似は赤外発散が \log 発散であるために良い近似となっている. なぜなら, 南部-Goldstone ボソンの質量の変化は \log でしかポテンシャルに寄与しないので, ほとんどポテンシャルに影響を与えないからである.

最後に有限温度での one-loop level のポテンシャルへの寄与は [99]

$$V_1^\beta(\phi_1, \phi_2) = \pm \frac{T^4}{2\pi^2} \sum_k \int dx x^2 \ln \left[1 \mp \exp \left(-\sqrt{x^2 + \frac{m_k^2(\phi_1, \phi_2)}{T^2}} \right) \right], \tag{2.3.6}$$

と表される. ここで T は温度を表しており, 上下の符号はそれぞれボソンとフェルミオンの寄与に対応している. 座標 (ϕ_1, ϕ_2) によっては根号の中の値が負になることがあるが, そのような場合はポテンシャルの実部を取っている. この手法は電弱相転移の計算において広く使われている [[100], BSMPT, phasetracer].

2.3.2 Resummation

温度が高くなるほど higher-loop の寄与が大きくなり, 発散が生まれる [Quiros]. これを回避するために高温で支配的なダイアグラムの daisy ダイアグラム [99] からの寄与を取り入れる必要がある. 取り入れる手法 (resummation と呼ばれる) としては 2 つある [101, 102] が, 本論文では複数段階の相転移の計算に適した Parwani method [101] を採用する.*3 この手法では daisy ダイアグラムの寄与を取り入れるためにボソン質量 m_B^2 に赤外極限における偏極テンソルからの寄与 $\Pi_B(T)$ を加え

$$m_B^2(\phi_1, \phi_2) \rightarrow m_B^2(\phi_1, \phi_2) + \Pi_B(T), \tag{2.3.7}$$

この補正を受けた質量を V_1^β (3.3.7) に代入する [104]. 添え字 B はボソンの種類を表す. 以下では上記の手法を具体的に見ていく. まず, スカラー場に対し resummation を行うにはスカラー場の質量行列式 (3.3.9), (2.2.9) 中の質量パラメータ m_1^2 と m_2^2 に 2 点関数の寄与を加えればよい [105]

$$m_i^2 \rightarrow m_i^2 + c_i T^2. \tag{2.3.8}$$

*3 もう一方の Arnold-Epinosa method [102] では高温展開を使用しているため $m/T > 1$ となる領域での計算に適さない. 複数段階相転移の計算においては後で示すようにそのような領域での計算が必要となることが多い. Arnold-Epinosa method に対し Parwani method では高温展開を使用していないため理論に重い粒子が含まれていても非相対論的極限を滑らかにとることができる [98, 103].

ここで c_i は湯川結合の type に依存した $\Pi_B(T)$ で定義される補正項の係数である。これは例えば Type-I 2HDM では次のように表される [39]

$$c_1 = \frac{1}{8}g^2 + \frac{1}{16}(g^2 + g'^2) + \frac{1}{4}\lambda_1 + \frac{1}{6}\lambda_3 + \frac{1}{12}\lambda_4, \quad (2.3.9a)$$

$$c_2 = \frac{1}{8}g^2 + \frac{1}{16}(g^2 + g'^2) + \frac{1}{4}\lambda_2 + \frac{1}{6}\lambda_3 + \frac{1}{12}\lambda_4 + \underbrace{\frac{1}{4}y_t^2 + \frac{1}{4}y_b^2 + \frac{1}{12}y_\tau^2}_{\text{}}. \quad (2.3.9b)$$

他の湯川結合の type における係数は表 2.1 を参考に c_i の湯川結合部分 (波線部分) を変えることで得ることができる。質量パラメータへの補正を質量行列の形で書き直すと

$$\mathcal{M}_{w^\pm}^2 + \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} T^2, \quad \mathcal{M}_z^2 + \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} T^2, \quad \mathcal{M}_h^2 + \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} T^2, \quad (2.3.10)$$

となる。この質量行列を対角化すれば、温度補正を含むスカラー場の質量が得られる。

ゲージボソンにおいては縦波成分のみが温度補正を受ける。W ボソンの補正された質量は以下のように表される [105]

$$M_{W_L}^2 = \frac{g^2}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2) + 2g^2 T^2. \quad (2.3.11)$$

一方で、Z ボソンと光子の縦波成分の補正された質量行列は [105]

$$\frac{1}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2g^2 T^2 & 0 \\ 0 & 2g'^2 T^2 \end{pmatrix}, \quad (2.3.12)$$

となる。この質量行列を対角化することで、以下のように補正された Z ボソンと光子の質量を得ることができる

$$\begin{aligned} M_{Z_L}^2 &= \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 8T^2) + \Delta, \\ M_{\gamma_L}^2 &= \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 8T^2) - \Delta. \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

ここで

$$\Delta = \sqrt{\left[\frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 8T^2) \right]^2 - g^2 g'^2 T^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2 + 4T^2)}, \quad (2.3.14)$$

である。

2.4 理論的制限

2HDM における理論的制限として、我々が考慮したのは tree-level スカラーポテンシャルに底 (最小値) があること (boundedness from the blow; BFB) からの制限 [106–109]

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > 0, \quad -\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} < \lambda_3, \quad -\sqrt{\lambda_1 + \lambda_2} < \lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5, \quad (2.4.1)$$

と摂動論からの制限

$$|\lambda_n| < 4\pi \quad (n = 1, 2, \dots, 5), \quad (2.4.2)$$

最後に tree-level ユニタリティーからの制限 [110, 111] である。

加えて、EW vacuum ($v = 246$ GeV) の安定性を担保するために我々は EW vacuum が原点周り $|\phi_i| \leq 10$ TeV の領域で最小点となっていることを確かめ、それを満たさない点を除いている。これにより、真空が位置する座標以外にポテンシャルの最小点が存在するという panic vacuum [112, 113] のようなことは基本的に起こらない。

表 2.2 Type-I と Type-X 2HDM において調べたパラメータ領域. Type-I におけるパラメータ点は 10^7 個以上である.

	m_A [GeV]	m_H [GeV]	$\tan \beta$	$\cos(\beta - \alpha)$	m_3 [GeV]
Type-I ($m_A = m_{H^\pm}$)	180–1000(/10)	130–1000(/10)	2–10(/0.5)	−0.25–0.25(/0.05)	0–100(/5)
Type-I ($m_H = m_{H^\pm}$)	130–1000(/10)	180–1000(/10)	2–10(/0.5)	−0.25–0.25(/0.05)	0–100(/5)
Type-X ($m_A = m_{H^\pm}$)	180–1000(/10)	130–1000(/10)	2–10(/0.5)	0	0–100(/5)
Type-X ($m_H = m_{H^\pm}$)	130–1000(/10)	180–1000(/10)	2–10(/0.5)	0	0–100(/5)

2.5 数値計算

この節では、複数段階相転移が起こるパラメータ領域について議論する。相転移を調べるために、CosmoTransitions [100] という公開パッケージを用いた。また、強い 1 次相転移を伴う複数段階相転移が起こるパラメータ領域についても調べた。相転移の強さ ξ は次のように定義される

$$\xi \equiv \frac{v_c}{T_c}, \quad (2.5.1)$$

ここで T_c は臨界温度を表す。臨界温度は 2 つの極小点と同じポテンシャルの値になる温度と定義する。また、このときの相転移先の極小点の VEV を $v_c \equiv \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2}$ とする。本章では強い相転移の条件式を $\xi \geq 1$ とする。この条件式が満たされる時 $SU(2)$ の破れ相においてスファレロン過程が十分に抑制される。本章で特に注目するのは、2-step 相転移の最初の相転移が強い 1 次の場合である。この場合、最初の相転移後の破れ相におけるスファレロン過程は抑制される。本章で考える複数段階相転移では、VEV の座標が原点から少しずつ離れていく。そのため 1 つ前の相転移よりも v_c は大きく、 T_c は小さくなる。つまり、最初に $\xi \geq 1$ が満たされていれば、それ以後の相転移でもこの条件は満たされる。

以下の解析では、 V_0 (3.2.2) 中の 8 つのポテンシャルパラメータ ($m_1^2, m_2^2, m_3^2, \lambda_{1-5}$) の代わりに以下のようなインプットパラメータを用いる

$$m_{H^\pm}, m_A, m_H, \tan \beta, \cos(\beta - \alpha), m_3, m_h, v. \quad (2.5.2)$$

ここで、 $m_h = 125$ GeV, $v = 246$ GeV である。

インプットパラメータの範囲に制限をかけるために、電弱精密測定とフレーバー崩壊過程の $B \rightarrow X_s \gamma$, $H^\pm \rightarrow \tau \nu$, ヒッグスボソン結合の測定からの制限を考える。電弱精密測定の制限を満たすために、少なくとも荷電スカラー場と追加の中性スカラー場の質量どちらかが縮退している、 $m_{H^\pm} \simeq m_A$ または m_H , を仮定する。このとき、custodial 対称性が回復し標準模型と同様に ρ パラメータが $\rho \simeq 1$ となる [114]。

荷電スカラー場の質量 m_{H^\pm} に関して、Type-II と Type-Y 2HDM では $m_{H^\pm} < 590$ GeV の領域は $B \rightarrow X_s \gamma$ 崩壊過程による制限から除外されている [115]。一方で Type-X 2HDM では $m_{H^\pm} \leq 170$ GeV の領域が $H^\pm \rightarrow \tau \nu$ 崩壊過程により除外されている [116]。ヒッグスボソン結合の測定実験からの制限 [117] から例えば Type-I 2HDM で $\tan \beta = 2$ (10) において $|\cos(\beta - \alpha)| > 0.25$ (0.3) の範囲は除外されている。Type-X 2HDM で $\tan \beta = 2$ (10) においては $|\cos(\beta - \alpha)| > 0.15$ (0.05) が除外されている。Type-II と Type-Y 2HDM においては、Type-I と Type-X 2HDM の場合よりも制限が厳しい。

上記の制限をもとに我々の解析では Type-I と Type-X 2HDM におけるインプットパラメータの範囲を表 2.2 のように設定した。荷電スカラー場との質量の縮退 $m_\Phi = m_{H^\pm}$ ($\Phi = H$ or A) を課し、 m_Φ は 180 GeV–1 TeV, その他の m_A または m_H の範囲は 130 GeV–1 TeV とした。混合角については、

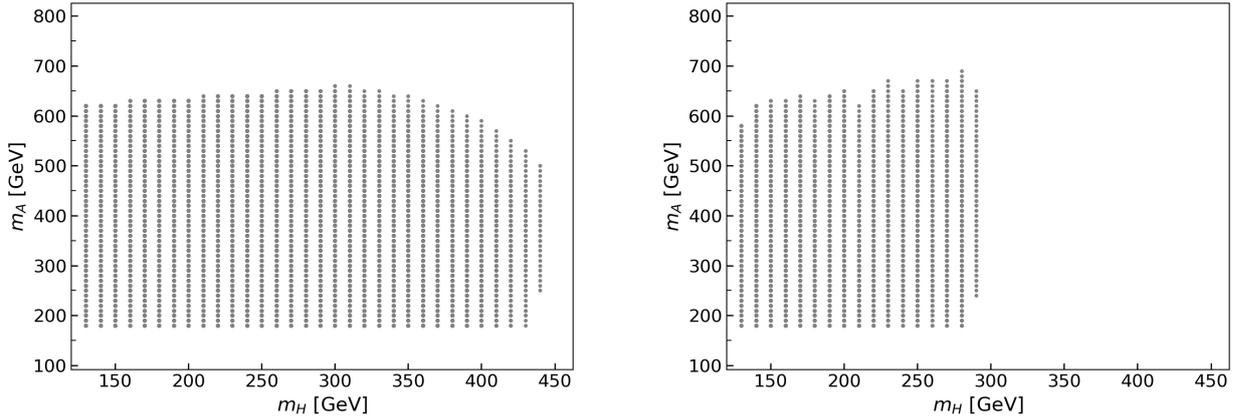


図 2.1 m_A vs. m_H 平面における理論的制限を満たすパラメータ領域. 左図は $\tan \beta = 2$ の場合, $\tan \beta = 7$ の場合の結果を示している. 他のパラメータは表 2.2 と同じである.

Type-I 2HDM において $\tan \beta = 2 - 10$, $|\cos(\beta - \alpha)| \leq 0.25$ とした. 一方で, Type-X 2HDM においては $\cos(\beta - \alpha) = 0$ (alignment limit と呼ばれる) とした. 本章では, 比較的小さい m_3 に注目する ($0 \leq m_3 \leq 100$ GeV). なぜなら調べたい複数段階相転移, 特に強い 2-step 相転移は小さい m_3 で起こりやすく, $m_3 \simeq 100$ GeV ではほとんど起こらないからである (図 2.6 参照のこと). また, 表 2.2 で示しているように, m_A と m_H においては 10 GeV ごと, $\tan \beta$ においては 0.5 ごと, $\cos(\beta - \alpha)$ においては 0.05 ごと (ただし Type-X 2HDM では $\cos(\beta - \alpha) = 0$), そして m_3 においては 5 GeV ごととした.

Type-II と Type-Y 2HDM においては, Type-X 2HDM と同じパラメータ領域に $B \rightarrow X_s \gamma$ からの制限 $m_\Phi = m_{H^\pm} \geq 590$ GeV を加えて調べた. しかし, これらの場合では追加の重いスカラー場が one-loop level で EW vacuum 周りのポテンシャルを押し上げ (式 (3.3.2) 参照のこと), 原点が最小点になってしまい EW vacuum の安定性が保たれないということが分かった. 十分に大きい m_3^2 を考えれば EW vacuum が最小点になる可能性があるが, その場合前述のように複数段階相転移は起こりにくいと考えられる. そのため, 以下では Type-I と Type-X 2HDM のみについて議論していく.

2.5.1 Type-I

Type-I ($m_A = m_{H^\pm}$)

ここでは $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における結果を示す. 図 2.1 では $\tan \beta = 2, 7$ とした場合の m_A vs. m_H 平面における理論的制限から許される領域を表している. 図から $\tan \beta = 7$ の場合における m_H の上限は $\tan \beta = 2$ の場合よりも小さいことが分かる.

図 2.2 の左側の図が示しているのは, 上段から m_A vs. m_H , m_A vs. $\tan \beta$, m_A vs. $\cos(\beta - \alpha)$ 平面における one-step と複数段階相転移が起きる領域である. 黄色と青色, 紫色はそれぞれ one-step と two-step, 3 or more step 相転移の結果を表している.*4 ここでは図 2.1 で考慮した理論で制限に加え, EW vacuum の安定性からの制限も課されている. 理論的制限の図 2.1 と図 2.2 の上段左図を比較すると, より重い m_A (と m_H) の領域は理論的制限から除外されていることが分かる. 図 2.2 の左側の図では, 複数段階相転移が起こる場合 m_A の範囲が大きくなるほど m_H は大きくなり, $\tan \beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ はそれぞれ小さくなっていく ($\tan \beta \simeq 10$ と $\cos(\beta - \alpha) \simeq 0.25$ は除く). 図 2.2 の上段左図において, 複数段階相転移が起こる領

*4 3 or more step 相転移は 4-step 相転移を含む. パラメータ点全体に対する 3-step と 4-step 相転移が起こる点の数はそれぞれおよそ 1% と 0.1% であった.

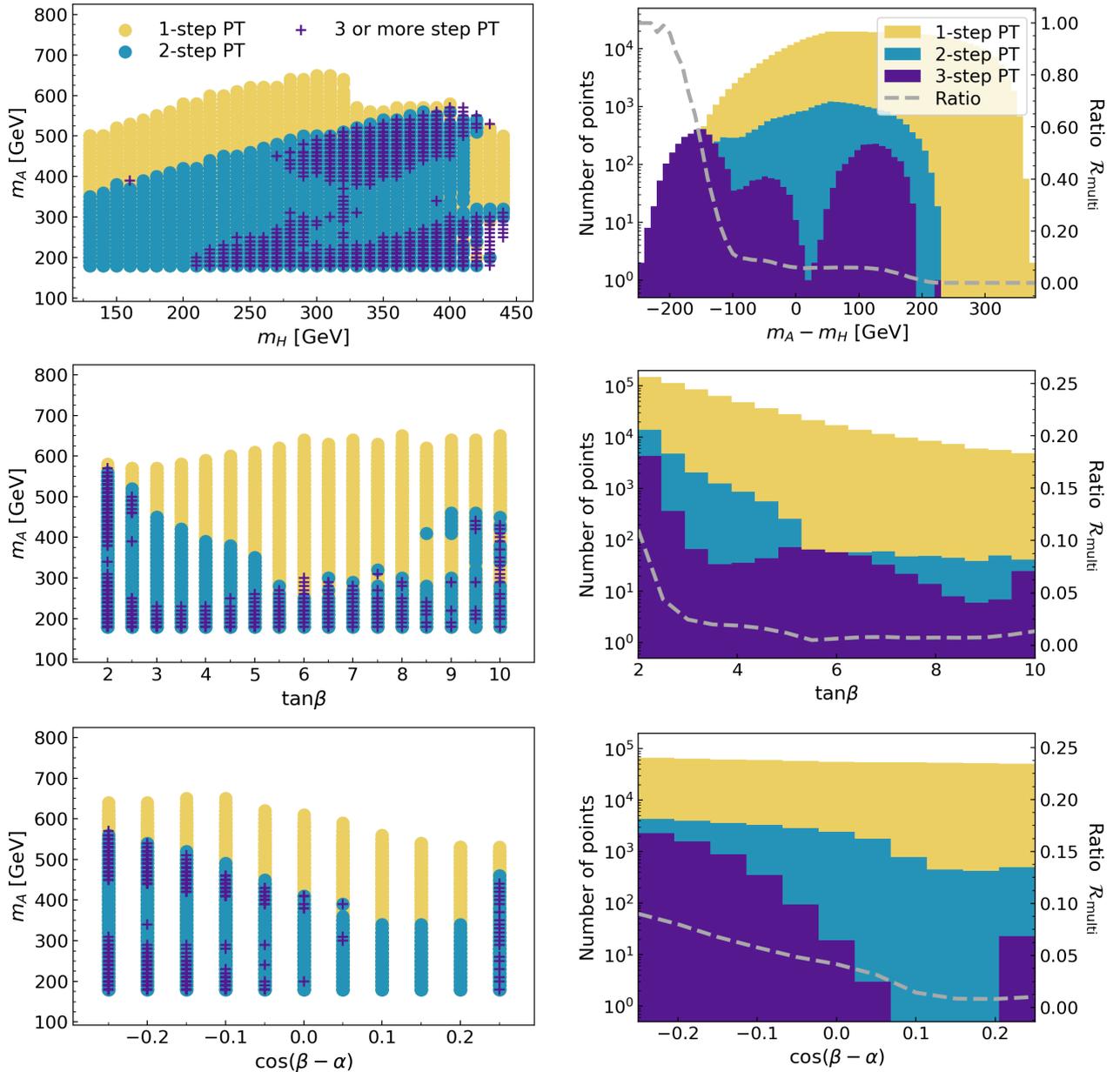


図 2.2 左: $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step と複数段階相転移が起こるパラメータ領域. 上段から順に m_A vs. m_H , m_A vs. $\tan\beta$, m_A vs. $\cos(\beta - \alpha)$ 平面でのプロットになっている. 黄色と青色, 紫色の点はそれぞれ 1-step と 2-step, 3 or more step 相転移が起こる点を示している. 右: 上段から $m_A - m_H$ と $\tan\beta$, $\cos(\beta - \alpha)$ を横軸としたときの 1-step と複数段階相転移が起こる点の数. 左図と同じように 1-step と 2-step, 3 or more step 相転移の結果は黄色と青色, 紫色で表されている. 灰色の点線は全ての点に対する複数段階相転移が起こる点の数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ を示す.

域が 1-step 相転移が起こる領域と広く重なっているが, $m_H \simeq 420$ GeV でかつ $m_A \simeq 550$ GeV または 200–300 GeV となる右側の領域ではほとんど 3 or more step 相転移のみが起こっている. 図 2.2 の右側の図が示すのは 1-step (黄色), 2-step (青色), 3 or more step 相転移 (紫色) が起こるパラメータ点の数である. 横軸は上段から $m_A - m_H$, $\tan\beta$, $\cos(\beta - \alpha)$ である. 図中の灰色の点線で表された $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ は全ての点に対する複数段階相転移が起こる点に対する数比を示す

$$\mathcal{R}_{\text{multi}} = \frac{\text{複数段階相転移が起こるパラメータ点の数}}{\text{相転移が起こる全ての点の数}}. \quad (2.5.3)$$

この数比はパラメータ領域における複数段階相転移の起こりやすさの指標となる。図 2.2 の上段右図から分かるのは、複数段階相転移は $m_A - m_H < 0$ を好むことであり、特に $m_A - m_H \simeq -210$ GeV のときは数比が $\mathcal{R}_{\text{multi}} \simeq 1$ となり複数段階相転移しか起こらない。このときのスカラー場の質量の具体的な値は $m_H \gtrsim 390$ GeV と $m_A \simeq 200$ GeV である。加えて、図 2.2 の中段と下段の右図が示すのは、 $\tan \beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ が小さいほど $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ が大きくなることで、それぞれ $\tan \beta = 2$ と $\cos(\beta - \alpha) = -0.25$ のときに最大の数比はおよそ 10% に達する。混合角がそれぞれ $\tan \beta \simeq 10$ と $\cos(\beta - \alpha) \simeq 0.25$ のときは $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ は数% しかないが、複数段階相転移が起こる m_A の範囲は大きいことが図 2.2 の中段と下段の左図から分かる。大きい $|m_A - m_H|$ は non-decoupling 効果による寄与を大きくし、このとき標準模型と考える模型の差も大きくなる。^{*5}

図 2.1 から予測できる通り、我々が考えているパラメータ領域で $m_H \simeq 420$ GeV となるのは $\tan \beta \simeq 2$ ときである。このように $\tan \beta$ が小さい場合は、 $B \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 過程が荷電スカラー場の質量 m_{H^\pm} に厳しい制限を与える。例えば、Type-I と Type-X 2HDM では 95%CL で $\tan \beta \simeq 2$ (3) において $m_{H^\pm} > 340$ (125) GeV となる [115]。よってほとんど 3 or more step 相転移のみが起こっていた $m_H \simeq 420$ GeV と $m_A (= m_{H^\pm}) \simeq 200\text{--}300$ GeV の領域は $B \rightarrow \mu^+ \mu^-$ の制限から除外される。解析から分かったのは、もしこの制限を考慮しても複数段階相転移は変わらず質量階層性 $m_A < m_H$ が存在することである ($m_A - m_H \simeq -150$ (−80) GeV において $\mathcal{R}_{\text{multi}} \simeq 100\%$ (10%))。さらに、注意したいのはもし $m_A - m_H < -m_Z$ だったとき、LHC における追加のスカラー場の崩壊過程 $H \rightarrow AZ$ の探索による制限が加わる可能性がある [119–121]。この制限は一般に 0 に近い $\cos(\beta - \alpha)$ における小さい $\tan \beta$ に対し強い制限 [122, 123] を与える。このような追加のスカラー粒子による過程からの制限を考慮した詳しい解析は将来研究とする。

図 2.3 の左側の図が示すのは、図 2.2 と同様に上段から m_A vs. m_H と m_A vs. $\tan \beta$, m_A vs. $\cos(\beta - \alpha)$ 平面における 2-step と強い 2-step 相転移が起こるパラメータ点である。青色と紺色の点はそれぞれ 2-step と強い 2-step 相転移が起こる点を示している。図 2.3 の上段左図から分かるのは、強い 2-step 相転移が $m_A \gtrsim 300$ GeV でかつ $m_H \lesssim 350$ GeV の領域で起こっている、つまり $m_A > m_H$ という質量階層性が存在していることである。さらに、図 2.3 の中段と下段の左図では、 $\tan \beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ がそれぞれ小さくなるほど強い 2-step 相転移が起こる m_A の範囲が広がっている。また、 $\tan \beta \lesssim 5$ では強い 2-step 相転移は起こっていない。図 2.3 の右側の図において、2-step (青色) と強い 2-step 相転移 (紺色) が起こる点の数を示す。横軸は上段から $m_A - m_H$ と $\tan \beta$, $\cos(\beta - \alpha)$ である。右側の図における緑色の点線は 2-step 相転移が起こる点に対する強い 2-step 相転移が起こる点の数比

$$\mathcal{R}_{\text{st2}} = \frac{\text{強い 2-step 相転移が起こるパラメータ点の数}}{\text{2-step 相転移が起こるパラメータ点の数}}, \quad (2.5.4)$$

を表している。図 2.3 の上段右図を見ると、強い 2-step 相転移は $m_A - m_H > 0$ を好んでおり、特に $m_A - m_H \simeq 210$ GeV では $\mathcal{R}_{\text{st2}} = 100\%$ となる。これは複数段階相転移は異なる特徴である。加えて、強い 2-step 相転移はそれぞれ小さい $\tan \beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ で起きやすいことが図 2.3 の中段と下段の右図から分かる。強い 2-step 相転移が起こる領域は $B \rightarrow \mu^+ \mu^-$ からの制限を受けない一方で、 $m_A - m_H > m_Z$ を満たす一部の領域では $A \rightarrow HZ$ 崩壊から制限されるかもしれない [122, 123]。

これまで見て来たように、小さい $\tan \beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ において複数段階相転移は起きやすい。ここではこれらのパラメータと相転移の経路を決定する重要なポテンシャルパラメータである m_2^2 との関連性を調

^{*5} 追加のスカラー場の質量が SM-like ヒッグスの質量 m_h よりもはるかに重いとユニタリティーの制限からそれらの質量は縮退する、 $m_h \ll m_{H^\pm} = m_H = m_A$ 。このとき、SM-like ヒッグス h は標準模型におけるヒッグス粒子とほとんど見分けが付かなくなる。これを decoupling limit と呼ぶ [118]。

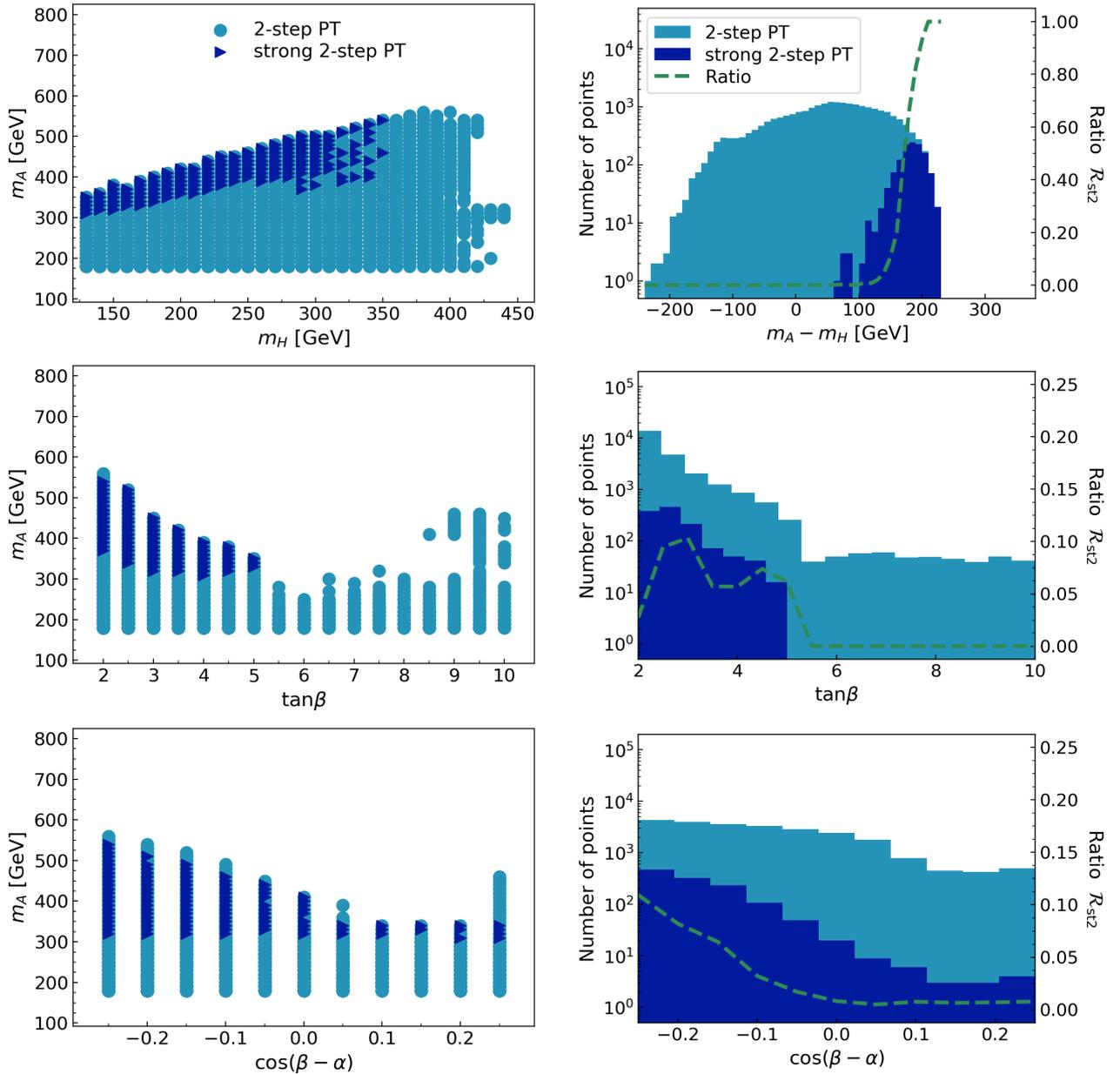


図 2.3 左: $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 2-step と強い 2-step 相転移が起こるパラメータ領域. 上段から順に m_A vs. m_H , m_A vs. $\tan\beta$, m_A vs. $\cos(\beta - \alpha)$ 平面でのプロットになっている. 青色と紺色の点はそれぞれ 2-step と強い 2-step 相転移が起こる点を示している. 右: 上段から $m_A - m_H$ と $\tan\beta$, $\cos(\beta - \alpha)$ を横軸としたときの 2-step と強い 2-step 相転移が起こる点の数. 左図と同じように 2-step と強い 2-step 相転移の結果は青色と紺色で表されている. 緑色の点線は 2-step 相転移が起こる点に対する強い 2-step 相転移が起こる点の数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ を示す.

べる. 後で図 2.5 で見るように, 複数段階相転移における最初の相転移の多くは ϕ_2 軸に沿って起きる. したがって, 複数段階相転移が起こるとき m_2^2 は負でその絶対値は十分に大きいはずである. なぜならそのような m_2^2 は ϕ_2 軸方向のポテンシャルを深くし ϕ_2 軸に沿った極小点を作って複数段階相転移を起きやすくするからである. 式 (2.2.6) から, m_2^2 は以下のように書き直すことができる

$$m_2^2 = \frac{1}{\tan\beta} \left[m_3^2 - \frac{1}{2}(m_H^2 - m_h^2) \cos\alpha \sin\alpha \right] - \frac{1}{2}(m_h^2 \cos^2\alpha + m_H^2 \sin^2\alpha). \quad (2.5.5)$$

図 2.4 において, m_2^2 vs. $\tan\beta$ (左) と m_2^2 vs. $\cos(\beta - \alpha)$ (右) 平面での 1-step と 2-step, 3 or more step

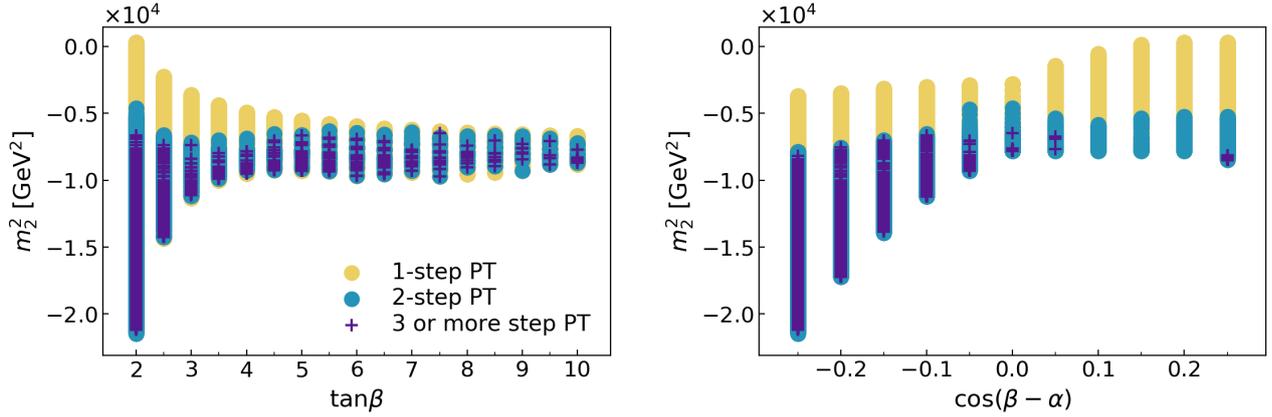


図 2.4 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における m_2^2 vs. $\tan\beta$ (左) と m_2^2 vs. $\cos(\beta - \alpha)$ (右) 平面における 1-step と 2-step, 3 or more step 相転移が起こるパラメータ点.

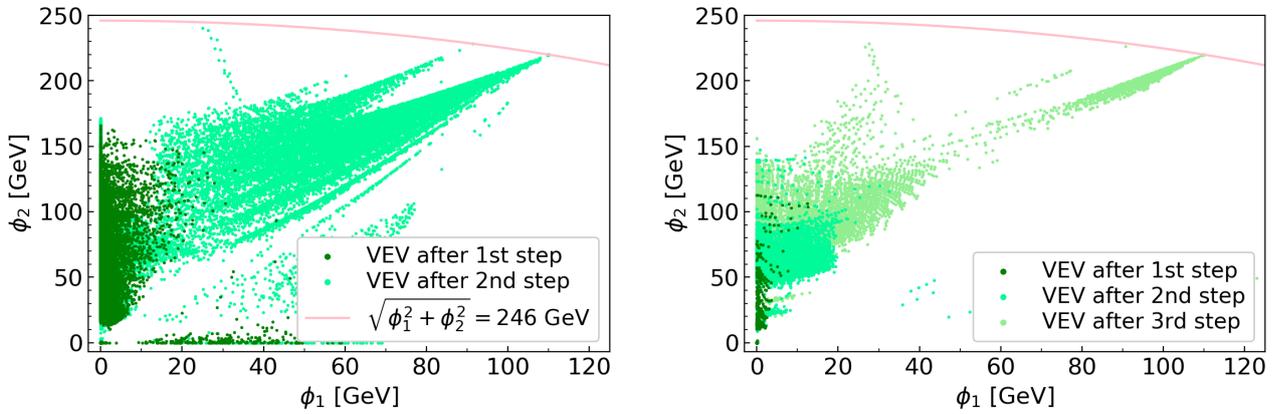


図 2.5 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 2-step (左) と 3-step (右) 相転移のそれぞれの step が起こった後のスカラー場の真空期待値の座標. 濃い緑と緑, 薄い緑色の点がそれぞれ表すのは 1 と 2, 3 回目の相転移後の真空期待値の座標である. ピンク色の線は EW vacuum が位置する $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = 246$ GeV を満たす領域を示している.

相転移が起こる領域を示す. 予想したように複数段階相転移が起きるのは $m_2^2 \lesssim -0.5 \times 10^4$ GeV² のように m_2^2 が小さいときである. m_2^2 の最小値は $\tan\beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ がそれぞれ小さくなるほど小さくなる. これらの特徴は式 (2.5.5) から理解できる. 式 (2.5.5) 右辺で主要な寄与を与える項は最後の項 $-\frac{1}{2}m_H^2 \sin^2 \alpha$ である (小さい m_2^2 の領域を考えているため第 1 項の寄与は比較的小さい). したがって, $m_H |\sin \alpha|$ が大きくなるほど, 負である m_2^2 の絶対値は大きくなる. 図 2.1 で示したように, より小さい $\tan\beta$ においてより大きい m_H が許される. 一方で, 今回考えているパラメータ領域では $|\sin \alpha|$ は $\cos(\beta - \alpha)$ が小さいほど大きくなる. したがって, m_2^2 の最小値がより小さくなるのは $\tan\beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ がそれぞれ小さくなるときである. 他方で, $\cos(\beta - \alpha) \simeq 0.2$ においては $\sin \alpha$ は 0 を取ることができる. この場合式 (2.5.5) の 2 つ目と最後の項は消え, m_H の値は m_2^2 へ影響しない. しかしながら, $\cos(\beta - \alpha) \simeq 0.25$ でかつ $\tan\beta \simeq 10$ という領域では $|\sin \alpha|$ はある程度を大きくすることができるため式 (2.5.5) の最後の項からの寄与が回復する. このとき, 図 2.4 で確認できるように負の m_2^2 はわずかに大きい絶対値を持つ.

上述のように m_2^2 が負で大きい絶対値を持つとき, 複数段階相転移の最初の相転移は ϕ_2 軸に沿って起きやすい. これをより明確に見るために, 図 2.5 において ϕ_2 vs. ϕ_1 平面でそれぞれの step の相転移後の真空期待値の座標を示す. 左図が 2-step 相転移における結果で, 右が 3-step 相転移である. 濃い緑色の点が

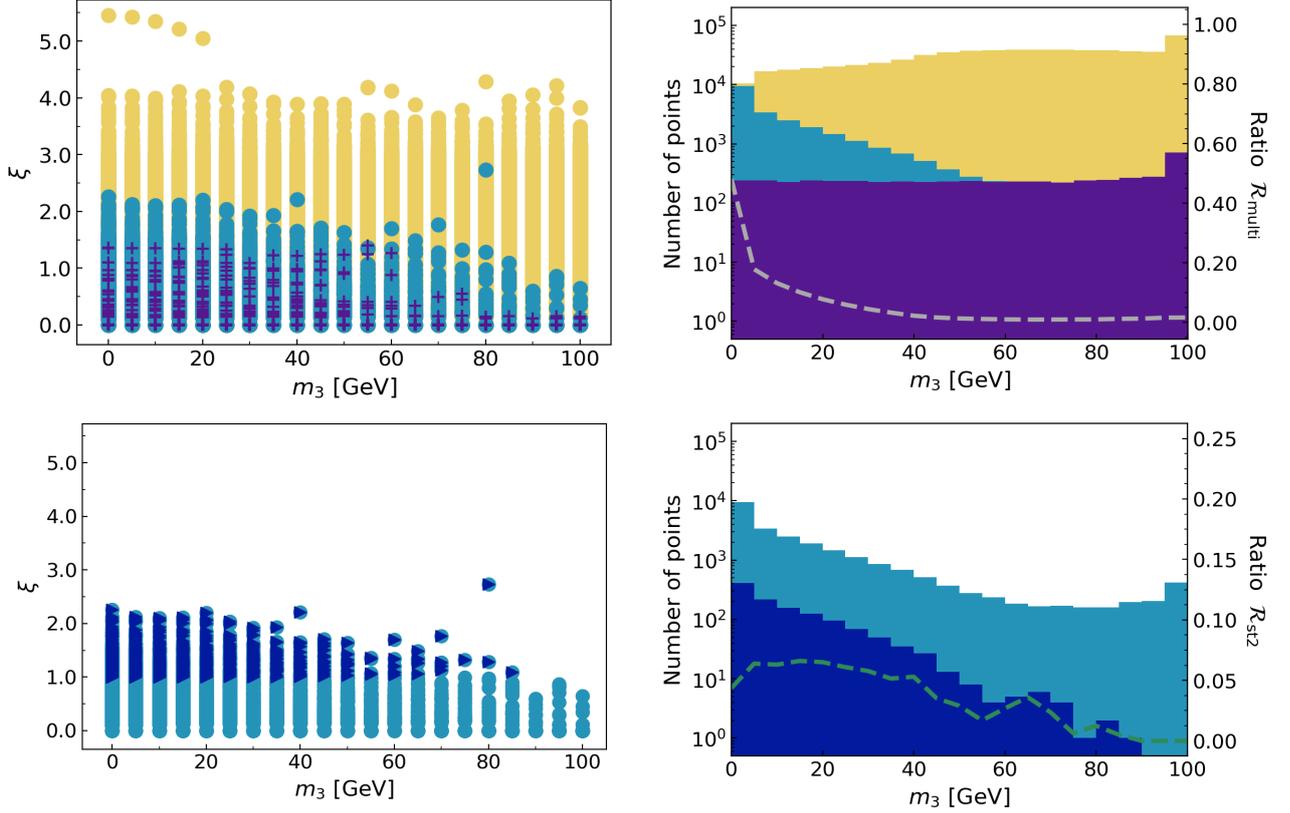


図 2.6 左: $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における ξ vs. m_3 平面での 1-step と複数段階相転移 (上段) と強い 2-step 相転移 (下段) が起こるパラメータ領域. 右: m_3 を横軸としたときの 1-step と複数段階相転移 (上段) と強い 2-step 相転移 (下段) が起こる点の数. 灰色 (上段) と緑色 (下段) の点線がそれぞれ表すのは $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ と \mathcal{R}_{st2} である. 色付けの仕方は図 2.2 と同じである.

表すのは最初の相転移後の真空期待値の座標であり, 緑色は 2 回目の相転移後のものである. 図 2.5 の右図における薄い緑色の点は 3 回目の相転移後の真空期待値の座標に対応している. EW vacuum が位置する $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = 246$ GeV を満たす領域はピンク色の線で描かれている. 図から分かるのは濃い緑色の点は軸に沿って位置する傾向があり, 最後の相転移後の真空期待値は軸上から EW vacuum へ向かう領域にほとんど位置していることである. 図 2.5 の左側の図では, 1 回目の相転移後の真空期待値の座標は ϕ_1 または ϕ_2 軸近くに位置している (ただし, その多くは ϕ_2 軸近くである). 我々が明らかにしたのはこれらの場合では m_1^2 または m_2^2 が負で大きい絶対値を持つことである. 加えて, ϕ_1 軸方向へ 1 回目の相転移が起こる場合は $\tan\beta \simeq 2$ と $\cos(\beta - \alpha)$ が大きく m_3 が 0 に近いときだった. 一方で, 図 2.5 右図の 3-step 相転移において, 1 回目の相転移後の真空期待値の座標は ϕ_2 軸近くのみ位置している. 3-step 相転移における 1 回目の相転移後の真空期待値の大きさはあまり大きくないため, 最初の相転移が強い 1 次となることは 2-step の場合よりも難しい. 上記と似た結果が $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM や m_A または $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM でも見られた.

最後に, 図 2.6 の左図が示すのは, m_3 を関数としたときの最初の相転移における相転移の強さ ξ である. ここで式 (3.2.2) における tree-level ポテンシャル V_0 を考慮すると, 大きい m_3^2 は軸から離れた領域におけるポテンシャルを深くし, 負の m_2^2 の大きさを小さくする (式 (2.5.5) 参照のこと). これらの作用が 1 回目の相転移の方向を軸方向でなく軸から離れた方向へと変えてしまう. そのため, 複数段階相転移は起こりにくくなり 1 回目の相転移となってしまふ. 我々の解析から, m_3 が小さくなるほど複数段階相転移の最初の相転移後の真空期待値の大きさが徐々に大きくなるのが分かっている. よって, m_3 が小さいほど最初

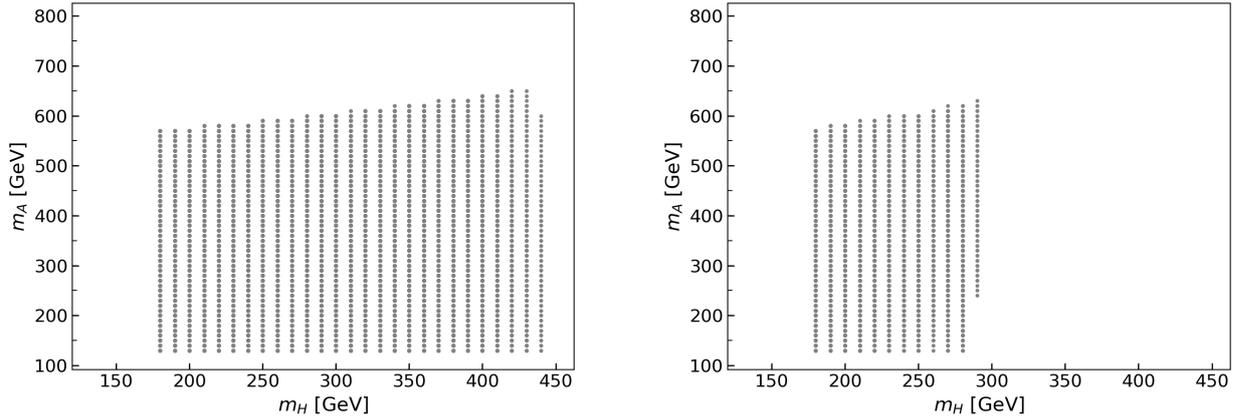


図 2.7 $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における理論的制限 (BFB, 摂動論, tree-level ユニタリティー) で許される領域を m_A vs. m_H 平面で表した. 左右の図はそれぞれ $\tan \beta = 2$ と 7 と固定した場合の領域である. 他の入力パラメータは表 2.2 に従う.

の相転移における ξ は大きくなる傾向があることになる. 図 2.6 の右図から分かるのは m_3 が小さいほどより大きい $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ と \mathcal{R}_{st2} が得られることである. 注意したいのは $m_3 \gtrsim 90$ GeV の領域において我々は強い 2-step 相転移が起こる点を見つけられなかったことである. 付録 A.1 における Tabs. A.1 と A.2 において, Type-I と Type-X 2HDM において数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ と \mathcal{R}_{st2} が最大値を取る入力パラメータの範囲をまとめている.

Type-I ($m_H = m_{H^\pm}$)

$m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における理論的制限 (BFB, 摂動論, tree-level ユニタリティー) で許される領域を m_A vs. m_H 平面で表したものを図 2.7 で示す. 右図は $\tan \beta = 2$ とした場合, 左図は 7 とした場合である. 図から分かるのは, $\tan \beta = 7$ における m_H の理論的制限の方が $\tan \beta = 2$ よりも厳しいことである. 具体的には $\tan \beta = 7$ (2) において $m_H \lesssim 290$ (440) GeV である.

図 2.8 で $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step と 2-step, 3 or more step 相転移 (左), と強い 2-step 相転移 (右) が起こる領域をそれぞれ m_A vs. m_H (1 段目) と m_A vs. $\tan \beta$ (2 段目), m_A vs. $\cos(\beta - \alpha)$ (3 段目), ξ vs. m_3 (4 段目) 平面で表す. EW vacuum の安定性からの制限は考慮している. この制限は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM の場合よりも弱くなる. なぜなら理論的制限から許される追加のスカラー場の最大質量が $m_{H^\pm} (= m_H < 450$ GeV) のように小さくなるからである. 図 2.8 の 2 段と 3 段目の左図からパラメータ $\tan \beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ がそれぞれ小さくなるに従い, 複数段階相転移が起こる場合の m_A の範囲は大きくなる. ここで, $\tan \beta \simeq 10$ と $\cos(\beta - \alpha) \simeq 0.25$ における複数段階相転移が起こる点の数は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I の場合と同様に小さい. 一方で, 図 2.8 の上 3 段の左図から複数段階相転移のみが起こる領域は $m_A \gtrsim 600$ GeV と $m_H \gtrsim 410$ GeV, $\tan \beta \simeq 2$, $\cos(\beta - \alpha) \simeq -0.25$ であることが分かる. そのような領域は LHC において追加のヒッグスボソンによる過程 $A \rightarrow HZ$ を使って検証できるかもしれない. 図 2.8 の最下段左図から 1 回目の相転移における ξ は m_3 が小さくなるほど大きくなり, 2 付近まで達する. さらに, $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM と同様に数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ が最大値を取るのは $m_A - m_H$ が負でその最大値が大きいとき (-210 GeV) だった (付録 A.1 における表 A.1 参照のこと). 加えて, それぞれ $\tan \beta \simeq 2$ と $\cos(\beta - \alpha) \simeq -0.25$, $m_3 \simeq 0$ において $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ は最大値を持つことが分かった.

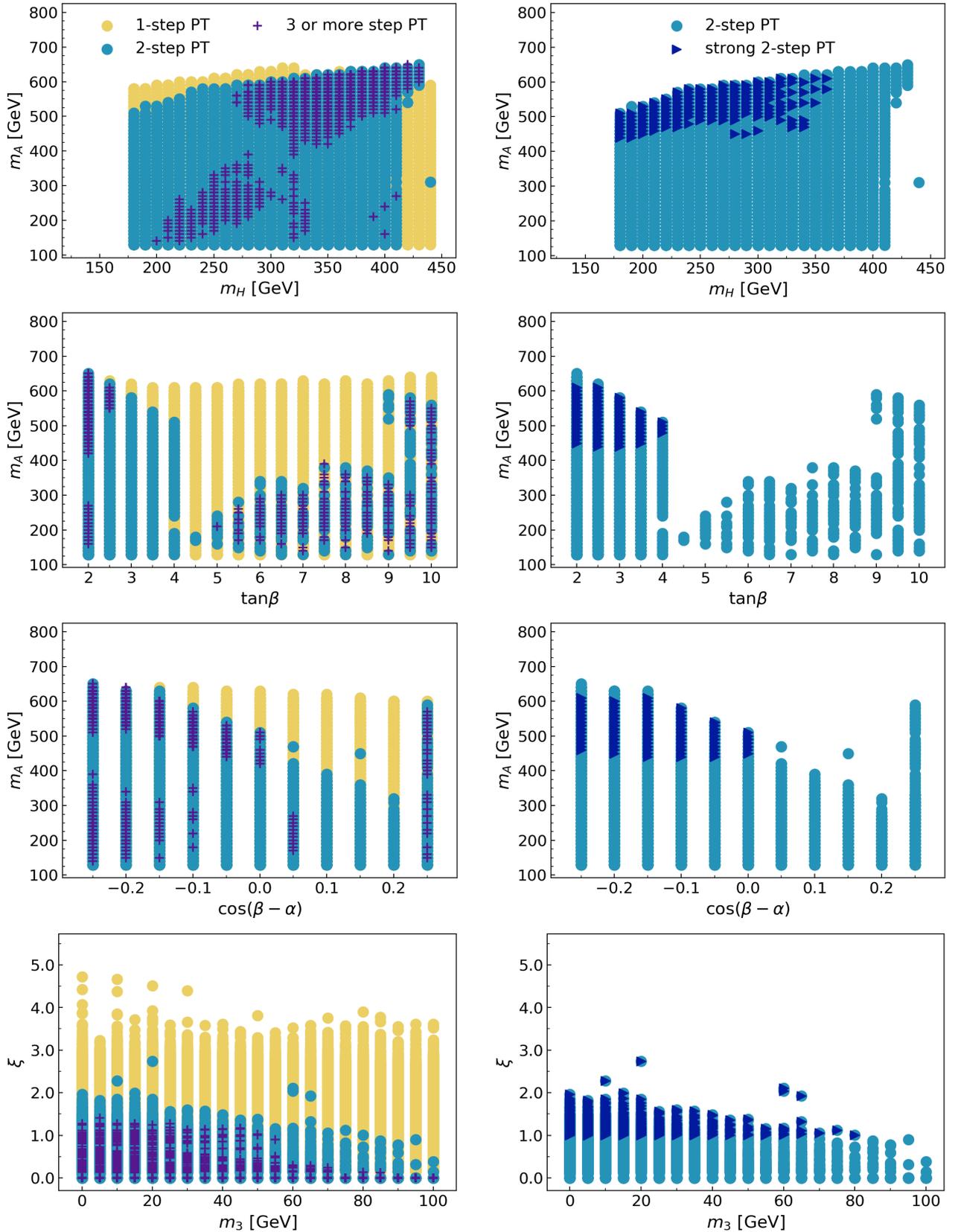


図 2.8 $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における図 2.2 と 2.6 と同様の結果.

図 2.8 の最上段右図から強い 2-step 相転移が起こるのは $m_A \gtrsim 440$ GeV と $m_H \lesssim 360$ GeV のときで、このとき質量階層性 $m_A > m_H$ が存在した。他にも 2 段と 3 段目の右図から強い 2-step 相転移は $\tan \beta \lesssim 4$ と $\cos(\beta - \alpha) \lesssim 0$ の場合にのみ起こることが分かる。さらに、最下段右図から強い 2-step 相

転移は小さい m_3 を好んでいることが読み取れる。上記の領域のいくつかの点は $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ の制限から除外される。例えば, $m_H \simeq 330\text{--}340$ GeV での複数段階相転移が起こるほとんどが除外される。また, 我々が明らかにしたのは数比 $\mathcal{R}_{\text{st}2}$ が最大となるのは, 付録 A.1 の表 A.2 で示されているようにそれぞれ $m_A - m_H > 0$, 小さい $\tan\beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$, m_3 のときである。これらの傾向は $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ の制限を考慮した場合でも変わらなかった。

2.5.2 Type-X

Type-X ($m_A = m_{H^\pm}$)

Type-X 2HDM の場合において, alignment limit ($\cos(\beta - \alpha) = 0$) を取る。図 2.9 で $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における 1-step と複数段階相転移 (左), 強い 2-step 相転移 (右) が起こる点を示す。図の軸は上段から下へ m_A vs. m_H , m_A vs. $\tan\beta$, ξ vs. m_3 である。

図 2.9 の上段左図において, 複数段階相転移が起こる場合の m_A の範囲は $m_H \lesssim 350$ GeV の領域で大きく変わっていない。中段左図からはほとんどの複数段階相転移が $\tan\beta \lesssim 5$ で起きていることが分かる。下段左図が示すのは複数段階相転移が起こる場合の ξ の最大値は m_3 が小さくなるほど大きくなり, およそ 1.2 まで達していることである。我々の解析から $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X における数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ は $m_A - m_H \simeq -130$ GeV で最大の 21% となることが分かった。その他のパラメータにおいてはそれぞれ $\tan\beta \simeq 2$ と $m_3 \simeq 0$ で $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ は最大となった。我々が見つけたのは, この場合において複数段階相転移が起こるとき $m_A - m_H \simeq -130$ GeV となるのは $\tan\beta \simeq 2$ のときで, このような領域は $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ と $H \rightarrow AZ$ [123] 両方の制限から除外されている。 $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ の制限から許されている領域では, $m_A - m_H < 0$ において $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ はより大きい値を持つ (例えば $m_A - m_H \simeq -90$ GeV では $\mathcal{R}_{\text{multi}} = 9\%$)。また, より小さい $\tan\beta$ においても $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ はより大きい値を持つ。

一方で, 図 2.9 の上段右図で示されているように強い 2-step 相転移は $m_A > m_H$ の場合に狭い領域で起こる。加えて, 図 2.9 の下段右図から強い 2-step 相転移は $m_3 \lesssim 15$ GeV の場合にのみ起こり, そのとき $\xi \simeq 1\text{--}1.3$ である。強い 2-step 相転移が起こる点は $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ からの制限を受けないが, その中で $m_H \simeq 150$ GeV の領域は $A \rightarrow HZ$ からの制限で除外される可能性が高い [123]。ただし, $m_H \simeq 330$ GeV の領域は除外されない。

以上のように, 複数段階相転移が起こるパラメータ領域は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における領域に比べ狭くなっている。領域が狭くなった原因は $\cos(\beta - \alpha)$ の範囲の違いであると考えられる。なぜなら表 2.1 で示したように, 最も大きい寄与をポテンシャルに与えるトップクォークの湯川結合は全ての Type で同じであり, Type ごとに違うのは質量がトップクォークよりも 2 桁小さいボトムクォークやタウレプトンの湯川結合であるからである。その証拠として $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM の結果は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM において $\cos(\beta - \alpha) = 0$ とした場合の結果と同じ傾向であることを我々は確かめた (付録 A.2 節参照のこと)。

Type-X ($m_H = m_{H^\pm}$)

図 2.10 において $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における 1-step と複数段階相転移 (左), 強い 2-step 相転移 (右) が起こるパラメータ点を示す。図の軸は上段から m_A vs. m_H と m_A vs. $\tan\beta$, ξ vs. m_3 となっている。この場合では 3-step より多い相転移は起こらなかったため, 図の紫色の点は 3-step 相転移の結果のみを表す。相転移が起こる場合の m_A の最大値は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM での最大値よりも大きい, それ以外の傾向は図 2.10 と似ている。下段左の図から複数段階相転移が起こった場合

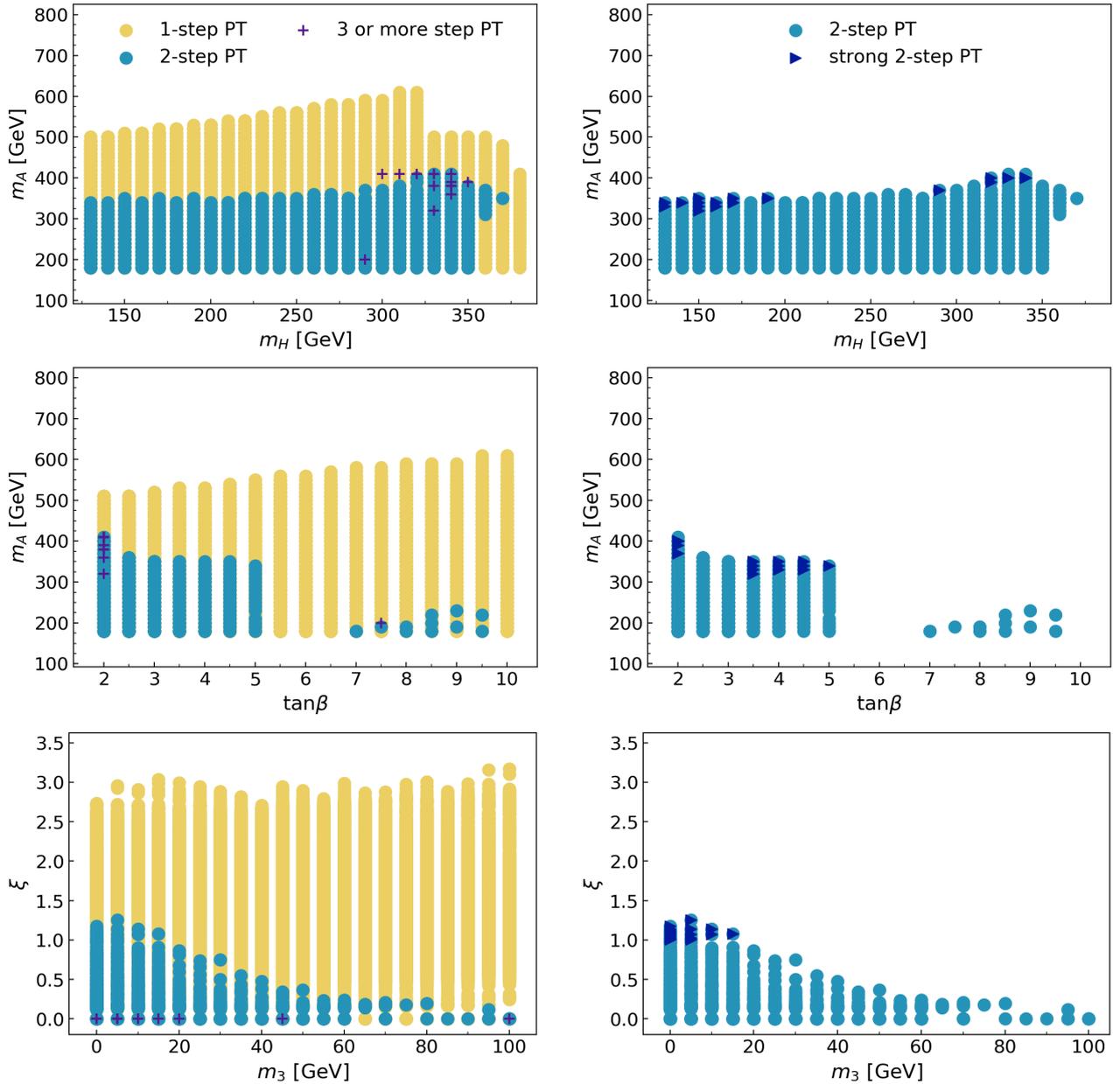


図 2.9 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における m_A vs. m_H (上段) と m_A vs. $\tan\beta$, ξ vs. m_3 (下段) 平面での 1-step と複数段階相転移 (左), と強い 2-step 相転移 (右) が起こる点. 色付けの仕方は図 2.2 と同じである. また, Type-X では $\cos(\beta - \alpha) = 0$ としている.

の ξ の最大値は 2 近くに達することが分かる. 解析から分かったのは, $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ が最も大きくなるのはパラメータが $m_A - m_H \simeq -210$ GeV, $\tan\beta \simeq 2$, $m_3 \simeq 0$ のときだった (付録 A.1 における表 A.1 参照のこと). しかしながら, $m_A - m_H$ が負でその絶対値が大きい領域では $\tan\beta \simeq 2$ であり, $H \rightarrow AZ$ 崩壊からの制限 [123] によって除外される. 一方で, $H \rightarrow AZ$ 過程が起こらない領域では $m_A < m_H$ の場合において $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ が得られた (例えば $m_A - m_H \simeq -80$ GeV において $\mathcal{R}_{\text{multi}} = 5\%$).

図 2.10 の上段右図では他の場合と同じように強い 2-step 相転移は質量階層性 $m_A > m_H$ が存在するときのみ起こった. ただし, このとき $\tan\beta \simeq 2$ であった. 加えて, 図 2.10 の下段右下図から強い 2-step 相転移は m_3 が $m_3 \lesssim 30$ GeV のように小さいときに起こることが分かる. フレーバー過程 $B \rightarrow \mu^+ \mu^-$ からの制限は複数段階相転移が起こる領域の一部 (例えば 290 GeV $\lesssim m_H \lesssim 340$ GeV) を除外する. そのため, 強い 2-step 相転移は除外される. $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における結果は $m_H = m_{H^\pm}$ とし

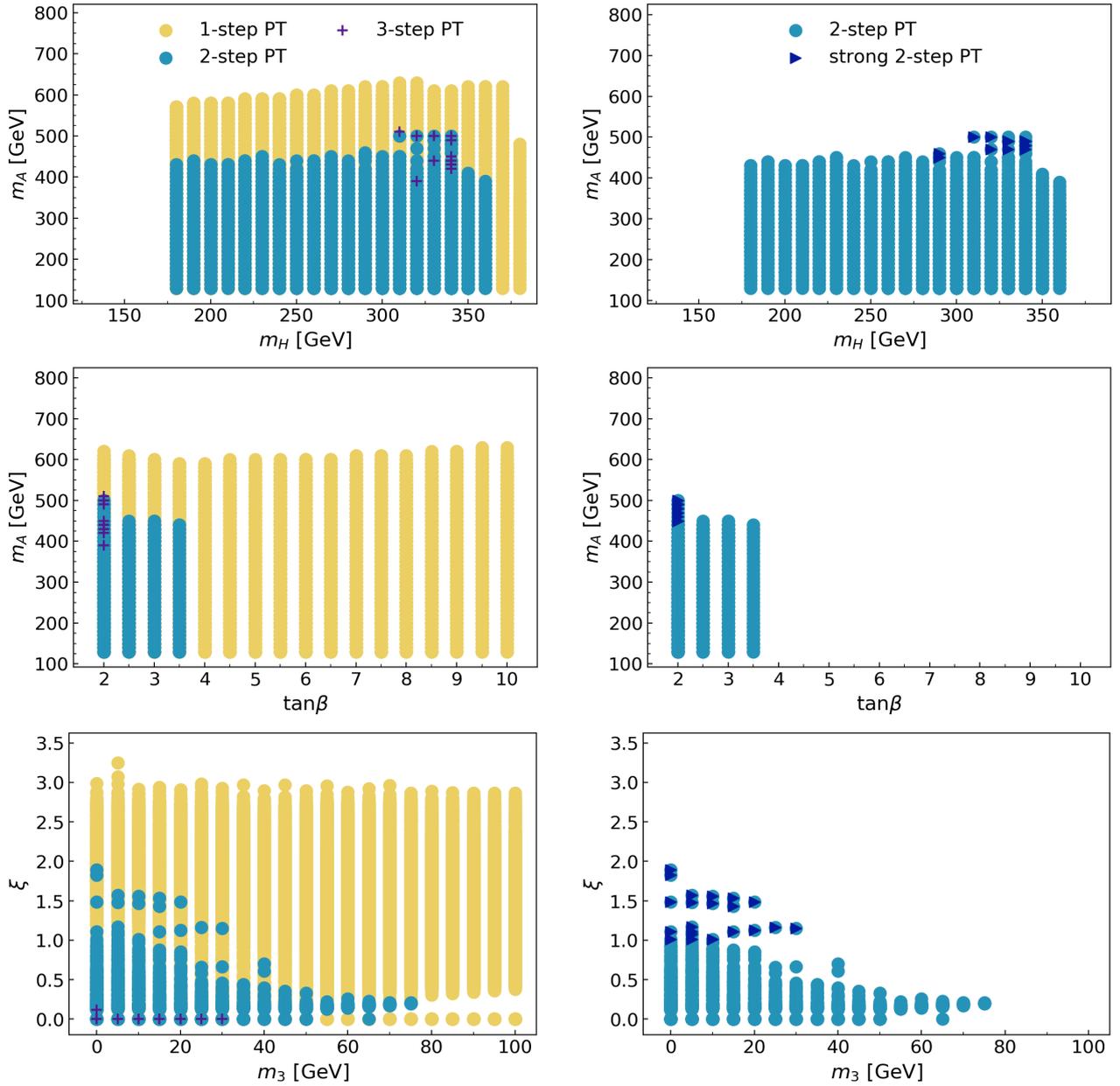


図 2.10 $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における図 2.9 と同様の結果.

た Type-I 2HDM で $\cos(\beta - \alpha) = 0$ としたときの結果と同じ傾向があることを確認している.

ここまでの結果を短くまとめる. 複数段階相転移が起きやすいのは

- 負で絶対値が大きい $m_A - m_H$
- 小さい $\tan \beta$
- 負でその絶対値が小さい $\cos(\beta - \alpha)$ (Type-X 2HDM では 0)
- 小さい m_3

という場合である. 最初の特徴である大きい $|m_A - m_H|$ は大きい non-decoupling 効果を生み標準模型と考えている模型の差を大きくする. 2 つ目と 3 つ目の特徴は小さい 2 次結合定数 m_2^2 を導く. これにより

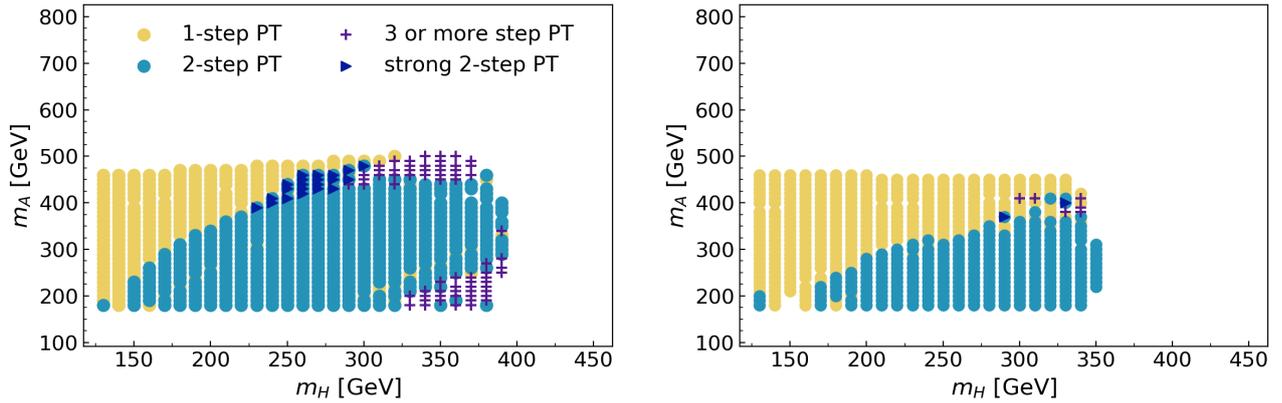


図 2.11 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step, 2-step, strong 2-step, 3 or more step 相転移が起こる m_A vs. m_H における領域. 左 (右) 図は $\tan \beta = 2$, $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$ (0), $m_3 = 0$ のように固定した場合の結果.

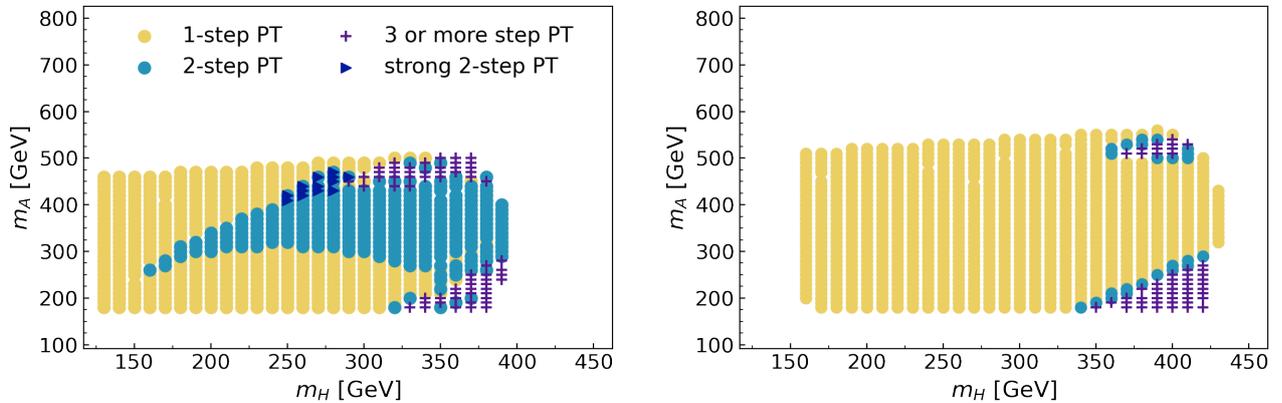


図 2.12 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step, 2-step, strong 2-step, 3 or more step 相転移が起こる m_A vs. m_H における領域. 左 (右) 図は $\tan \beta = 2$, $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$, $m_3 = 100$ (10^4) GeV^2 のように固定した場合の結果.

ϕ_2 軸方向に極小点生まれやすくなり複数段階相転移が起こりやすくなる. 最後の特徴である小さい m_3 は non-decoupling 効果と m_2^2 どちらにも関連している. そしてこの特徴はポテンシャルに近似的な Z_2 対称性があることを複数段階相転移が好むことを示している. 強い 2-step 相転移が起こる場合でもほとんど傾向は同じだが, 質量階層性 $m_A > m_H$ が存在する点だけは違った.

この節の最後に, いくつかのパラメータを固定した具体的な場合における結果を示す. 図 2.11 が示すのは $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step, 2-step, strong 2-step, 3 or more step 相転移が起こる m_A vs. m_H 平面での領域である. スカラー場の質量以外のパラメータは $\tan \beta = 2$, $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$ (左) または 0 (右), $m_3 = 0$ のように固定した. 図から分かるのは 1-step と複数段階相転移が起こる領域が分かれていることである. 加えて, 図 2.11 の左図における $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ は右図のものよりも大きい. この事実は複数段階相転移が負の $\cos(\beta - \alpha)$ で起こりやすい傾向を反映しているものと考えられる. 図から他に読み取れることは強い 2-step 相転移が質量階層性 $m_A > m_H$ があるときにしか起こらないということである. このような傾向は $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM でも見られた. 注意したいのは図 2.11 の右図は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における結果と同様の傾向が見られたということである. フレーバー過程 $B \rightarrow \mu\mu$ の制限を考慮すると, 領域 $m_A (= m_{H^\pm}) \lesssim 340$ GeV は除外される. 図 2.11 の左図において制限から生き残る複数段階相転移が起こる領域はほとんど $m_H \gtrsim 300$ GeV である. このような領域は

$m_A - m_H > m_Z$ の場合に起こる崩壊過程 $A \rightarrow HZ$ で調べることができるかもしれない。図 2.12 では、 m_3 以外のパラメータを図 2.11 の左図と同じ値に固定し $m_3 = 100$ GeV (左), 10^4 GeV とした結果を見せる。図から m_3 を大きくすると複数段階相転移が起こる領域が段々と小さくなっていることが分かる。つまり、複数段階相転移はスカラーポテンシャルにおける近似的な Z_2 対称性がある場合に起こりやすいことが見て取れる。

2.6 複数段階相転移の物理的兆候

2.6.1 ヒッグス 3 点結合定数

この節では、複数段階相転移を加速器実験で検証できる可能性としてヒッグス 3 点結合定数 λ_{hhh} について議論する。結合定数 λ_{hhh} は EW vacuum において有効ポテンシャルを SM-like ヒッグス粒子に関して 3 階微分することで得られる

$$\lambda_{hhh} = \left. \frac{\partial^3 V_{\text{eff}}^{T=0}(\phi_1, \phi_2)}{\partial h^3} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v_1, v_2)}. \quad (2.6.1)$$

ここで $V_{\text{eff}}^{T=0} \equiv V_0 + V_{\text{CW}} + V_{\text{CT}}$ である。3 点結合定数は標準模型においてトップクォークの one-loop による寄与から主に補正を受ける

$$\lambda_{hhh}^{\text{SM}} \simeq \frac{3m_h^2}{v} \left[1 - \frac{N_c}{3\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2 m_h^2} \right]. \quad (2.6.2)$$

ただし N_c はトップクォークの色数である ($N_c = 3$)。ヒッグス 3 点結合定数の標準模型からのずれは以下のように定義する

$$\delta\lambda_{hhh} \equiv \frac{\lambda_{hhh} - \lambda_{hhh}^{\text{SM}}}{\lambda_{hhh}^{\text{SM}}}. \quad (2.6.3)$$

ずれ $\delta\lambda_{hhh}$ が 0 に等しいとき、3 点結合定数の値は標準模型に一致する。以下では Type-I と Type-X 2HDM における 3 点結合定数のずれ $\delta\lambda_{hhh}$ を調べる。

ヒッグス 3 点結合定数の現在の制限は ATLAS におけるヒッグス対生成によるもので $-4.2 < \delta\lambda_{hhh} < 10.9$ (at 95% CL) である [124]。将来 HL-LHC のような測定では、この制限はおよそ 50–60% (3 ab⁻¹ data の場合) の精度まで測ることができ [90]、500 GeV の ILC においては $\delta\lambda_{hhh}$ は 27% の精度で調べられる可能性がある [91]。

Type-I ($m_A = m_{H^\pm}$)

図 2.13 では $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step, 2-step, 3 or more step 相転移が起こる領域におけるずれ $\delta\lambda_{hhh}$ を m_A (左上), $\tan\beta$ (右上), $\cos(\beta - \alpha)$ (左下) の関数で表した結果を示す。

左上図において、複数段階相転移が起こる点が $m_A \gtrsim 300$ GeV の範囲で比較的上側の領域に位置していることが分かる。言い換えれば、同じ m_A の値で 1-step 相転移の結果と比較したときに複数段階相転移に対する $\delta\lambda_{hhh}$ は大きくなる傾向がある。右上の図が示しているのは $\tan\beta \lesssim 8$ の範囲において $\tan\beta$ が小さくなるほど、ずれ $\delta\lambda_{hhh}$ の最大値が大きくなることである。左下の図では、複数段階相転移が起こるとき、特に $\cos(\beta - \alpha)$ が負の場合に ($\cos(\beta - \alpha) \simeq 0.25$ 以外の領域で) $\cos(\beta - \alpha)$ が小さいほど $\delta\lambda_{hhh}$ の最大値が大きくなることが分かる。注意したいのは、負のずれが生まれるパラメータ点があることである。負のずれはパラメータが $|\cos(\beta - \alpha)| \gtrsim 0.1$ かつ $m_3 \gtrsim 50$ GeV ときに生じていた。また、複数段階相転移が

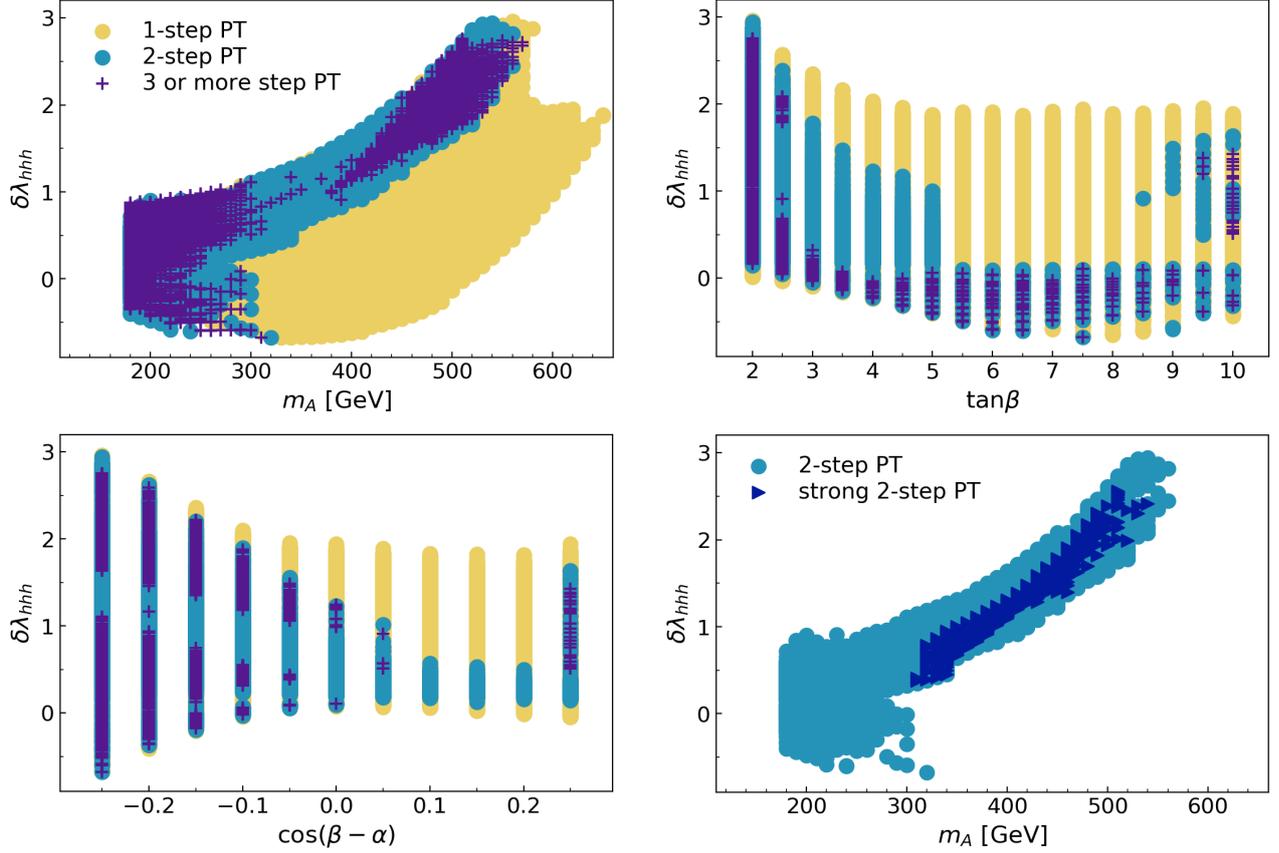


図 2.13 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における $\delta\lambda_{hhh}$ の予測値. 右下以外の図は 1-step, 2-step, 3 or more step 相転移が起こる領域における $\delta\lambda_{hhh}$ を m_A (左上) と $\tan\beta$ (右上), m_3 (左下) を横軸として表している. 右下図が示すのは 2-step と強い 2-step 相転移が起こった場合の $\delta\lambda_{hhh}$ を横軸を m_A として表したものである.

起こる場合でずれが大きい $\delta\lambda_{hhh} \simeq 2.5$ 領域ではパラメータは $490 \text{ GeV} \lesssim m_A \lesssim 560 \text{ GeV}$, $\tan\beta \simeq 2$, $\cos(\beta - \alpha) \lesssim -0.2$ のようになっていた. この領域では, 質量 m_H は $320 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 410 \text{ GeV}$ の範囲に収まっていた. 標準模型との 3 点結合定数の大きなずれは non-decoupling 効果が大きいときに得られる. つまり, 複数段階相転移が起こるときに大きなずれが得られるのは, 前節で述べたように複数段階相転移が大きな non-decoupling effect を好む特徴を反映していると考えられる.

図 2.13 における右下図が示すのは 2-step と強い 2-step 相転移が起こった場合に対する $\delta\lambda_{hhh}$ を m_A を横軸にして表したものである. 図から分かる通り, 強い 2-step 相転移が起こるとき, ずれ $\delta\lambda_{hhh}$ は 0.5–2.5 のように大きくなる可能性がある. 強い 2-step 相転移が起こりずれが $\delta\lambda_{hhh} = 2.5$ のとき, $m_A \simeq 510 \text{ GeV}$, $m_H \simeq 320 \text{ GeV}$, $\tan\beta \simeq 2$, $\cos(\beta - \alpha) \simeq -0.25$ であった. 大きいずれ $\delta\lambda_{hhh} \simeq 0.5\text{--}2.5$ は将来加速器の HL-LHC と ILC で検証できる可能性がある.

Type-I ($m_H = m_{H^\pm}$)

$m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における $\delta\lambda_{hhh}$ を図 2.14 で示す. 左上の図では $m_A \gtrsim 400 \text{ GeV}$ の領域において複数段階相転移が起こる点が上側に位置していることが分かる. この振る舞いは図 2.14 で見られる $m_A = m_{H^\pm}$ とした場合の Type-I 2HDM での振る舞いと似ている. 図 2.14 の右下図以外の図から分かるのは, 大きいずれ $\delta\lambda_{hhh} \simeq 2.5$ を伴う複数段階相転移が起こるとき, インพุットパラメータは $590 \text{ GeV} \lesssim m_A \lesssim 640 \text{ GeV}$, $\tan\beta \simeq 2$, $\cos(\beta - \alpha) \lesssim -0.2$ であることである. この領域で

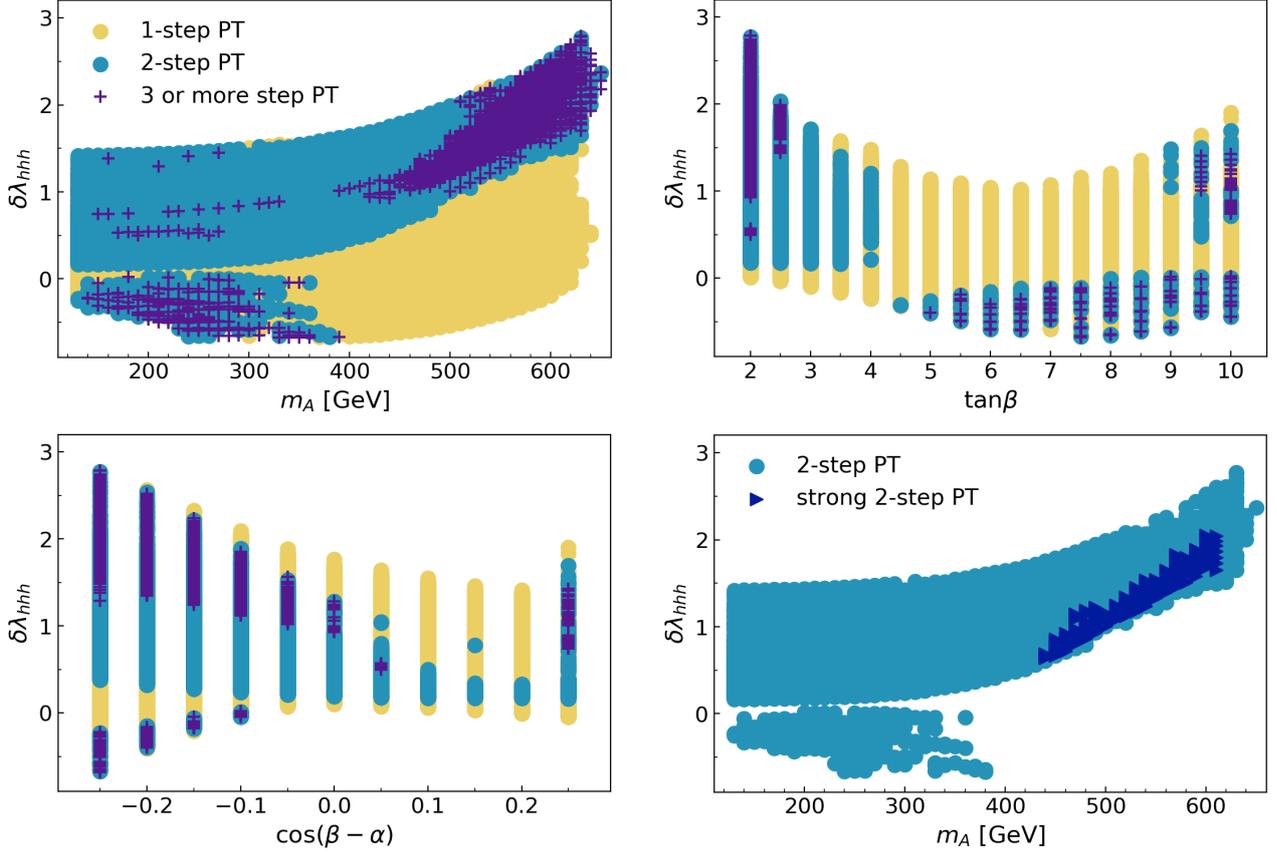


図 2.14 $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における図 2.13 と同様の結果.

は、スカラー場の質量 m_H は $370 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 420 \text{ GeV}$ の範囲だった。加えて、図 2.14 の右下図から、強い 2-step 相転移が起こるとき $\delta\lambda_{hhh}$ の範囲はおよそ 0.5–2.0 であり、一方で $\delta\lambda_{hhh}$ の最大値は $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM の場合よりもわずかに小さかった。強い 2-step 相転移でかつ $\delta\lambda_{hhh} \simeq 2$ であるとき、パラメータの範囲は $600 \text{ GeV} \lesssim m_A \lesssim 610 \text{ GeV}$, $300 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 360 \text{ GeV}$, $\tan\beta \simeq 2$, $\cos(\beta - \alpha) \lesssim -0.15$ であることが解析から分かった。フレーバー過程 $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ からの制限は上記の領域を部分的に除外する (特に 2.5.1 節で述べたように $m_H \simeq 330\text{--}340 \text{ GeV}$ の領域) が生き残っている領域があり、将来の加速器実験によって強い 2-step 相転移の場合のような大きい $\delta\lambda_{hhh}$ は調べることができる。

Type-X ($m_A = m_{H^\pm}$)

$m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における 1-step, 2-step, 3 or more step 相転移が起こる領域における $\delta\lambda_{hhh}$ を図 2.15 に示す。左上は m_A , 右上は $\tan\beta$, 左下は m_3 の関数としてそれぞれのずれをプロットしている。前述の通り Type-X 2HDM では $\cos(\beta - \alpha) = 0$ (alignment limit) としている。左上図では、複数段階相転移が起こる領域は小さいため、もし質量 m_A を固定すれば $\delta\lambda_{hhh}$ を予言することができる。複数段階相転移が起こるとき $\delta\lambda_{hhh}$ の最大値は 1.2 で、このときのパラメータ範囲はそれぞれ $m_A \simeq 400 \text{ GeV}$, $\tan\beta \simeq 2$, $m_3 \lesssim 20 \text{ GeV}$, $310 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 340 \text{ GeV}$ であった。ずれの最大値は Type-I 2HDM よりも小さいが、将来の加速器実験で調べることができる大きさである。左下図において複数段階相転移が起こる場合の $\delta\lambda_{hhh}$ は m_3 が大きくなるほど収束しおよそ 0.7 になる。このような $\delta\lambda_{hhh}$ の m_3 に対する依存性は Type-I 2HDM では見られなかった。加えて、Type-I 2HDM の場合と異

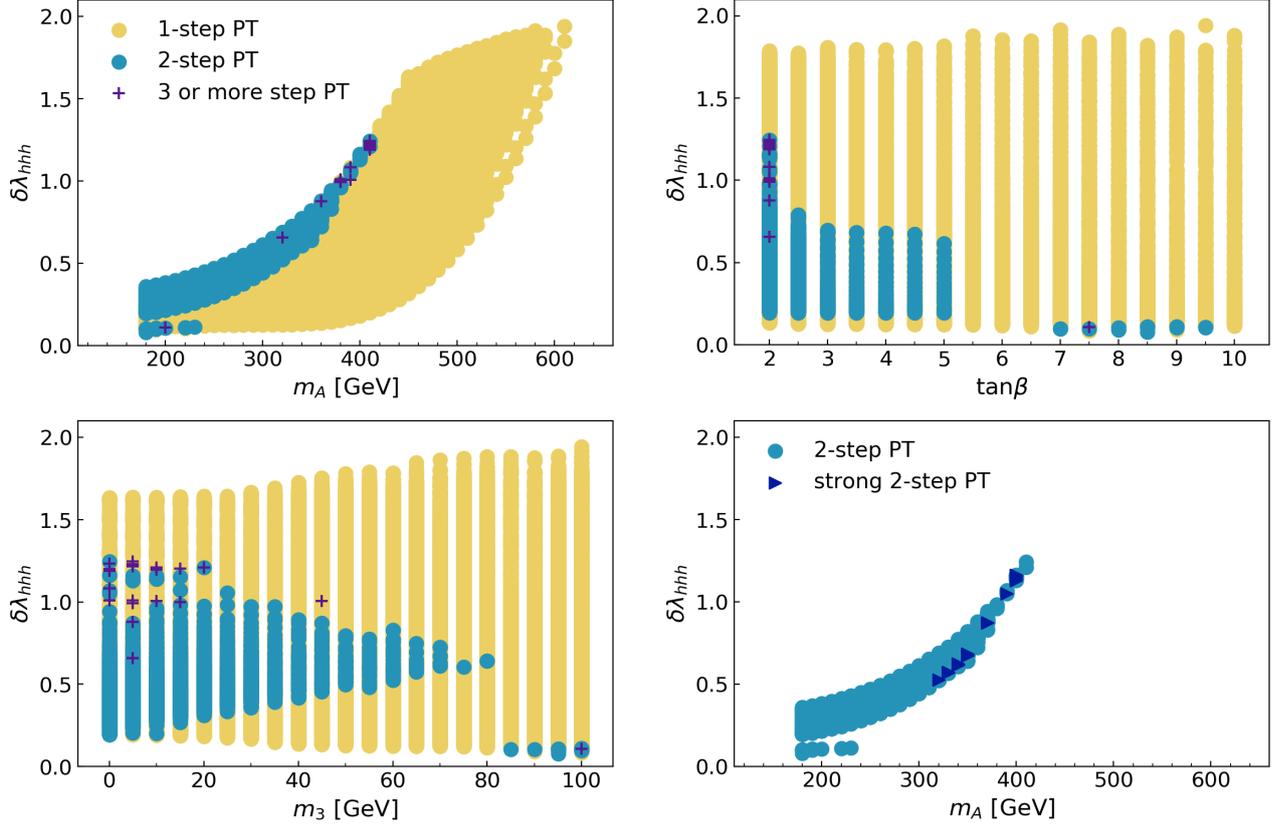


図 2.15 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における $\delta\lambda_{hhh}$ の予測値. 右下以外の図は 1-step, 2-step, 3 or more step 相転移が起こる領域における $\delta\lambda_{hhh}$ を m_A (左上) と $\tan\beta$ (右上), m_3 (左下) を横軸として表している. 右下図が示すのは 2-step と強い 2-step 相転移が起こった場合の $\delta\lambda_{hhh}$ を横軸を m_A として表したものである.

なり予期される $\delta\lambda_{hhh}$ の値は全ての領域で正であった. これらの Type-I と Type-X の間における相違は $\cos(\beta - \alpha)$ の範囲の違いが原因であると考えられる. 図 2.15 の右下図が示しているのは, 強い 2-step 相転移が起こる場合のずれでありその範囲は $0.5 \lesssim \delta\lambda_{hhh} \lesssim 1.2$ である. 強い 2-step 相転移の場合で $\delta\lambda_{hhh}$ が最大値 1.2 となるときのパラメータは $m_A \simeq 400$ GeV, $m_H \simeq 340$ GeV, $\tan\beta \simeq 2$ であった. ずれ $\delta\lambda_{hhh} \simeq 0.5\text{--}1.2$ は HL-LHC や ILC のような将来の加速器実験で検証することができる.

Type-X ($m_H = m_{H^\pm}$)

$m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における $\delta\lambda_{hhh}$ の予測値を図 2.16 で示す. その結果は $m_A = m_{H^\pm}$ とした場合の Type-X 2HDM の結果と似た傾向があった. ただし, 複数段階相転移が起こる領域が上側に広くなるという違いが見られた. 図 2.16 の右下図以外 (と図 2.10 の左上図) から分かるのは, 複数段階相転移が起こる場合のずれの最大値 $\delta\lambda_{hhh} \simeq 1.2$ が起こるときパラメータ領域は $480 \text{ GeV} \lesssim m_A \lesssim 510 \text{ GeV}$, $\tan\beta \simeq 2$, $m_3 \lesssim 30 \text{ GeV}$, $310 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 340 \text{ GeV}$ であるということである. しかしながら, 2.5.2 節で述べたようにこの領域は $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ の制限から除外されている. 一方で, スカラー場の質量が $m_A \simeq 400$ GeV のときのずれの最大値 $\delta\lambda_{hhh} \simeq 0.9$ はこの制限から除外されない (他のパラメータの値は $\tan\beta \simeq 2$, $m_3 \lesssim 40 \text{ GeV}$, $m_H \simeq 350 \text{ GeV}$). このような $\delta\lambda_{hhh}$ は将来加速器実験で調べることができる. 図 2.16 の右下図から, 強い 2-step 相転移が起こるとき $m_A \simeq 490$ 周りでずれは $\delta\lambda_{hhh} \simeq 1.2$ となる. しかし, 2.5.2 節で述べたように強い 2-step 相転移が起こる全領域は $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ の制限から除外されている.

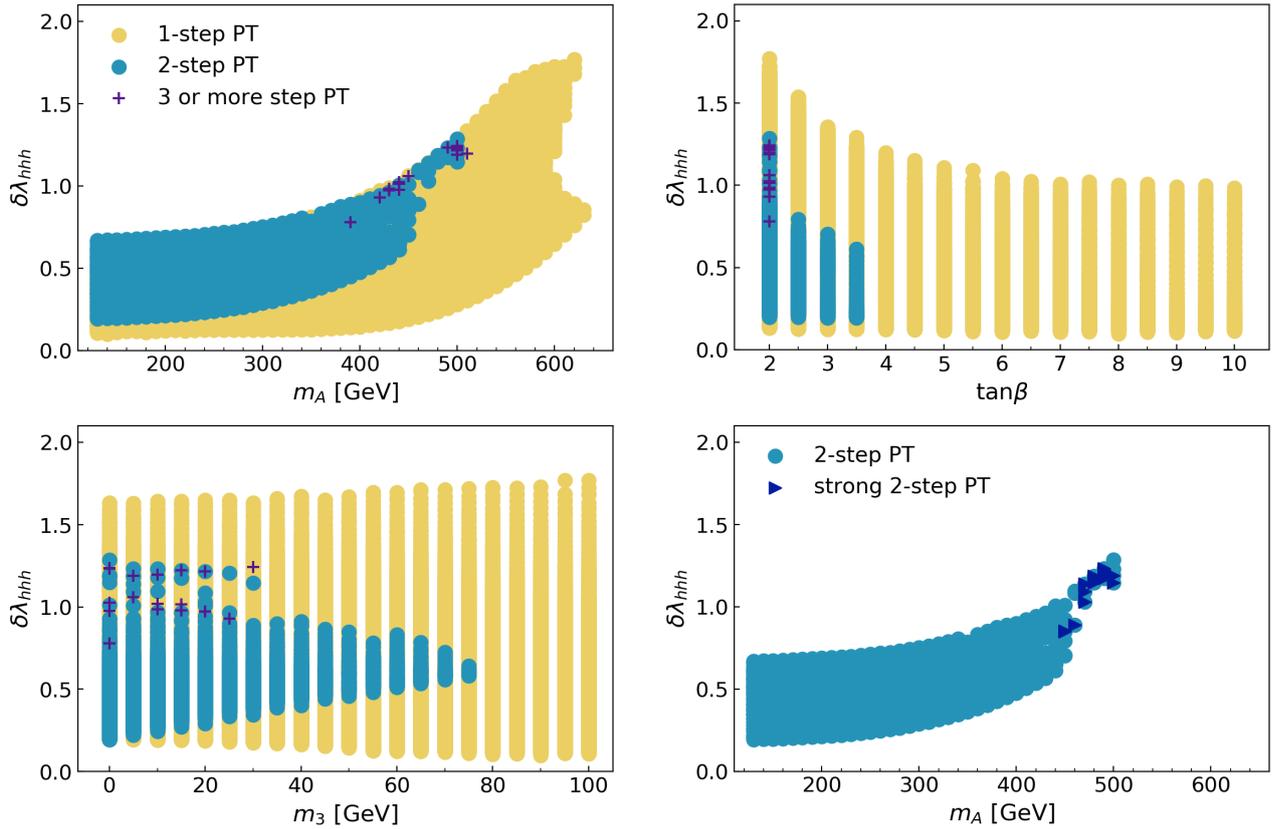


図 2.16 $m_H = m_{H^\pm}$ とした Type-X 2HDM における図 2.15 と同様の結果。

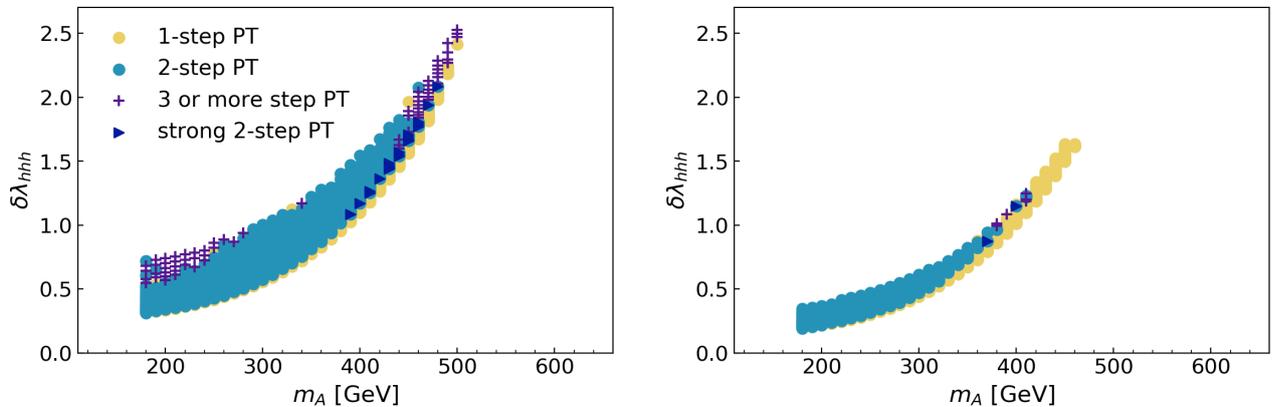


図 2.17 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step, 2-step, strong 2-step, 3 or more step 相転移が起こった場合の $\delta\lambda_{hhh}$ の予測値。横軸は m_A としている。左 (右) 図が示すのは $\tan\beta = 2$, $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$ (0), $m_3 = 0$ とおいた場合の $\delta\lambda_{hhh}$ である。

図 2.17 では図 2.11 で示したパラメータを固定した場合における予測が示されている。左 (右) 図では、 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM においてパラメータを $\tan\beta = 2$, $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$ (0), $m_3 = 0$ のように取っている。質量 m_A が同じ場合で比較すると、複数段階相転移における $\delta\lambda_{hhh}$ は one-step 相転移よりも大きい傾向がある。また、複数段階相転移での $\delta\lambda_{hhh}$ の最大値をみると、 $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$ (左) よりも $\cos(\beta - \alpha) = 0$ (右) の方が大きい。一方で、強い 2-step 相転移における $\delta\lambda_{hhh}$ は比較的大きくそれぞれおよそ $\delta\lambda_{hhh} \simeq 1-2$ (左) と $\simeq 1$ (右) となっている。強い 2-step 相転移が起こる領域は $B \rightarrow \mu\mu$ 崩壊過程の制限を受けない。なぜなら、 $m_A (= m_{H^\pm}) > 340$ GeV だからである。また、図 2.18 で図 2.12 と

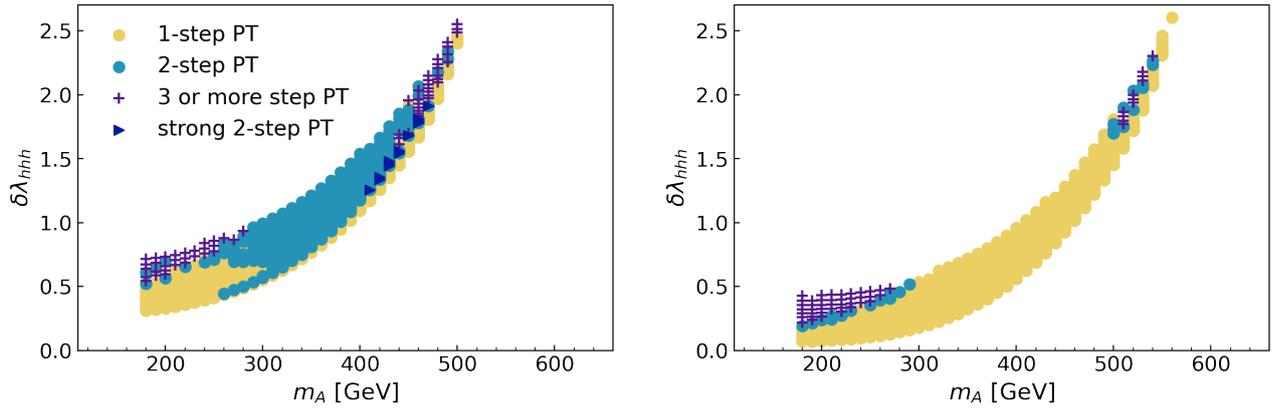


図 2.18 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step, 2-step, strong 2-step, 3 or more step 相転移が起こった場合の $\delta\lambda_{hhh}$ の予測値。横軸は m_A としている。左 (右) 図が示すのは $\tan\beta = 2$, $\cos(\beta - \alpha) = -0.2$, $m_3 = 100$ (10^4) GeV^2 とおいた場合の $\delta\lambda_{hhh}$ である。

同じようにパラメータを固定した場合の結果を見せる。図 2.18 の左図 ($m_3 = 100$ GeV) と図 2.17 の左図 ($m_3 = 0$) を比較すると、左下の領域で one-step 相転移が起こりやすくなった以外は似た振る舞いをしている。しかし、 $m_3 = 10^4$ GeV となる図 2.18 の右図では、複数段階相転移が起こるのは左下と右上の領域しか残っていないことが分かる。ただし、複数段階相転移が起こるときの下限は $m_3 = 0, 100, 10^4$ GeV で大きく変わっていないことが見て取れる。

2.6.2 複数段階相転移による重力波

電弱スケールにおける 1 次相転移は重力波を生むソースとなる。その典型的な周波数帯は将来宇宙で建設される予定の重力波干渉計が感度を持つ領域であり、将来実験で観測されることが期待されている。もし複数段階相転移において 1 次相転移が複数回起これば、将来実験で複数の重力波スペクトルのピークが測定される可能性がある。この小節では 2-step 相転移におけるそのような可能性を調べる。また、前述のように複数段階相転移の特徴の 1 つとして大きい non-decoupling 効果があるが、これはヒッグス 3 点結合定数のずれだけでなく 1 次相転移の強さにも関連している [89]。そのため、複数段階相転移由来の観測可能な重力波が得られるかもしれない。

相転移由来の重力波スペクトルは bubble 生成温度 T_n における 2 つのパラメータ α_{GW} と $\tilde{\beta}_{\text{GW}}$ によって決まる。ここで T_n とはハッブル半径内に 1 つの bubble ができるときの温度であり、それは $S_3/T_n \simeq 140$ で定義される。 S_3 は $O(3)$ 対称な作用である。本論文では重力波が生成する温度が T_n であると近似する。パラメータ α_{GW} は 1 次相転移によって生まれる潜熱 $\epsilon(T_n)$ と宇宙の radiation density との比で定義される量である

$$\alpha_{\text{GW}} \equiv \frac{\epsilon(T_n)}{\rho_{\text{rad}}(T_n)}. \quad (2.6.4)$$

ここで radiation density は $\rho_{\text{rad}}(T_n) = g_*(\pi^2 T_n^4)/30$ のように定義され、 g_* は 2HDM において 110.75 である (標準模型においては 106.75)。1 次相転移により放出される潜熱は

$$\epsilon(T_n) = \left[-\Delta V + T \frac{\partial \Delta V}{\partial T} \right] \Bigg|_{T=T_n}, \quad (2.6.5)$$

のように計算される。ここで ΔV は相転移が起こる 2 つの極小点間の有効ポテンシャルの差を表している。一方で、パラメータ $\tilde{\beta}_{\text{GW}}$ は $\tilde{\beta}_{\text{GW}} \equiv \beta_{\text{GW}}/H_n$ で定義される量で H_n は T_n におけるハッブルパラメータ、

β_{GW} は相転移が起こる期間の逆数であり

$$\beta_{\text{GW}} \equiv H_n T_n \frac{d}{dT} \left(\frac{S_3(T)}{T} \right) \Big|_{T=T_n}, \quad (2.6.6)$$

のように定義される.

1 次相転移由来の重力波スペクトルには 3 つのソースがある

$$h^2 \Omega_{\text{GW}}(f) = h^2 \Omega_\varphi(f) + h^2 \Omega_{\text{sw}}(f) + h^2 \Omega_{\text{turb}}(f). \quad (2.6.7)$$

ここで h は無次元のハッブルパラメータ, f は現在の重力波のスペクトル, Ω_φ は bubble 同士が衝突し消滅することによるスカラー場からの寄与 [125–130], Ω_{sw} は bubble wall の膨張により生まれるプラズマ粒子中の音波同士の衝突による寄与 [131–134], Ω_{turb} はプラズマ中の magnetohydrodynamic (MHD) turbulence (磁気流体力学的な乱流) による寄与 [135–140] である. 前述の通り, それぞれの重力波スペクトルへの寄与は α_{GW} と $\tilde{\beta}_{\text{GW}}$ で与えられる. その他には bubble wall の膨張する方向の速度 v_w や相転移により放出される真空エネルギーからスカラー場の gradient energy (bubble が膨張するエネルギー) への変換率 κ_φ とプラズマ流体の bulk motion への変換率 κ_{sw} , MHD 乱流への変換率 κ_{turb} のようなパラメータも含まれる. 数値シミュレーションと解析的な推測からそれぞれの重力波スペクトルへの寄与は以下のような式で計算される:

- スカラー場からの寄与 Ω_φ [130]:

$$h^2 \Omega_\varphi(f) = 1.67 \times 10^{-5} \tilde{\beta}_{\text{GW}}^{-2} \left(\frac{\kappa_\varphi \alpha_{\text{GW}}}{1 + \alpha_{\text{GW}}} \right)^2 \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} \left(\frac{0.11 v_w^3}{0.42 + v_w^2} \right) \frac{3.8 (f/f_\varphi)^{2.8}}{1 + 2.8 (f/f_\varphi)^{3.8}}, \quad (2.6.8)$$

この場合における重力波スペクトルの最大値での周波数は以下のようにになっている

$$f_\varphi = 16.5 \times 10^{-6} \tilde{\beta}_{\text{GW}} \left(\frac{0.62}{1.8 - 0.1 v_w + v_w^2} \right) \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (2.6.9)$$

- 音波による寄与 Ω_{sw} [134]:

$$h^2 \Omega_{\text{sw}}(f) = 2.65 \times 10^{-6} \tilde{\beta}_{\text{GW}}^{-1} \left(\frac{\kappa_{\text{sw}} \alpha_{\text{GW}}}{1 + \alpha_{\text{GW}}} \right)^2 \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} v_w (f/f_{\text{sw}})^3 \left(\frac{7}{4 + 3(f/f_{\text{sw}})^2} \right)^{7/2}, \quad (2.6.10)$$

この場合における重力波スペクトルの最大値での周波数は以下のようにになっている

$$f_{\text{sw}} = 1.9 \times 10^{-5} v_w^{-1} \tilde{\beta}_{\text{GW}} \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (2.6.11)$$

- MHD 乱流による寄与 Ω_{turb} [139, 140]:

$$h^2 \Omega_{\text{turb}}(f) = 3.35 \times 10^{-4} \tilde{\beta}_{\text{GW}}^{-1} \left(\frac{\kappa_{\text{turb}} \alpha_{\text{GW}}}{1 + \alpha_{\text{GW}}} \right)^{3/2} \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} v_w \frac{(f/f_{\text{turb}})^3}{[1 + (f/f_{\text{turb}})]^{1/3} (1 + 8\pi f/h_n)}, \quad (2.6.12)$$

この場合における重力波スペクトルの最大値での周波数は以下のようにになっている

$$f_{\text{turb}} = 2.7 \times 10^{-5} v_w^{-1} \tilde{\beta}_{\text{GW}} \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (2.6.13)$$

ここで

$$h_n = 1.65 \times 10^{-5} \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (2.6.14)$$

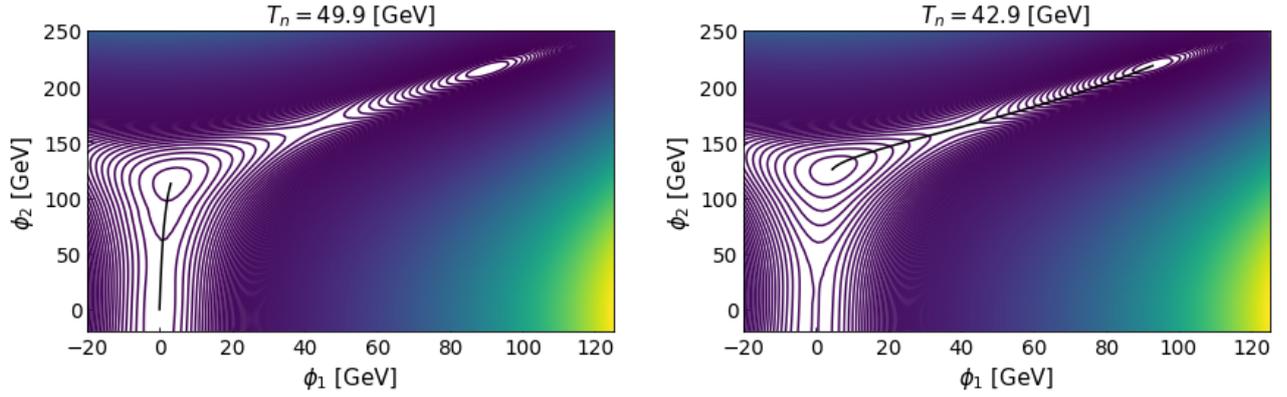


図 2.19 左 (右) 図: ベンチマークポイントにおける相転移温度 $T_n = 49.9$ (42.9) GeV での有効ポテンシャルの深さを表した等高線と 1 (2) 回目の相転移の経路.

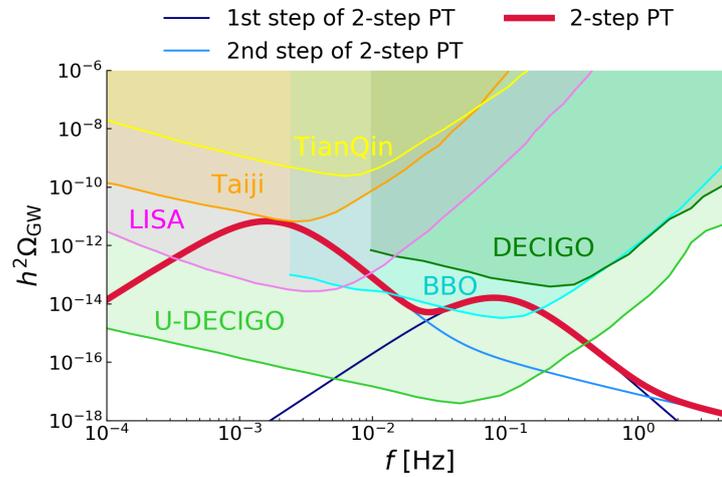


図 2.20 ベンチマークポイントにおける強い 2-step 相転移での 1 回目と 2 回目の相転移による重力波スペクトル. 紺色と青色の線が示しているのはそれぞれ 1 回目と 2 回目の相転移による重力波スペクトルである. 赤色の線は両方を合わせた重力波スペクトルである.

簡単のために bubble wall の速度は $v_w = 1$ と仮定する. また, 真空エネルギーの変換率は文献 [128, 141] を元に

$$\kappa_\varphi \simeq \frac{1}{1 + 0.715\alpha_{\text{GW}}} \left(0.715\alpha_{\text{GW}} + \frac{4}{27} \sqrt{\frac{3\alpha_{\text{GW}}}{2}} \right), \quad (2.6.15)$$

$$\kappa_{\text{sw}} \simeq \frac{\alpha}{0.73 + 0.083\sqrt{\alpha_{\text{GW}}} + \alpha_{\text{GW}}}, \quad (2.6.16)$$

とし $\kappa_{\text{turb}} \approx 0.1\kappa_{\text{sw}}$ とする [134].

以下では, 1 回目と 2 回目の相転移が 1 次となる強い 2-step 相転移由来の重力波スペクトルを示す. ベンチマークとして Type-I 2HDM において以下のようなパラメータセットを考える

$$m_A = m_{H^\pm} = 490 \text{ GeV}, \quad m_H = 300 \text{ GeV}, \quad \tan \beta = 2.3, \quad \cos(\beta - \alpha) = -0.21, \quad m_3 = 20 \text{ GeV}.$$

図 2.19 の左と右の図が示すのは, ϕ_2 vs. ϕ_1 平面での強い 2-step 相転移における 1 回目と 2 回目の相転移が起こる経路 (黒色の線) である. 図 2.19 では, 相転移温度における有効ポテンシャルの深さが等高線で表されている. 最初の相転移は $T_n \simeq 49.9$ GeV に起き, その経路は原点から ϕ_2 軸方向に延

びている, $(\phi_1, \phi_2) \simeq (0, 0) \rightarrow (3 \text{ GeV}, 115 \text{ GeV})$. 一方で, 2 回目の相転移は $T_n = 42.9 \text{ GeV}$ に起き, $(\phi_1, \phi_2) \simeq (5 \text{ GeV}, 126 \text{ GeV})$ から EW vacuum $(\phi_1, \phi_2) \simeq (93 \text{ GeV}, 219 \text{ GeV})$ へ遷移する. 1 回目と 2 回目の相転移の強さはそれぞれ $\xi = 2.1$ と 4.2 であり, どちらも条件 $\xi \geq 1$ を満たす. パラメータ $(\alpha_{\text{GW}}, \tilde{\beta}_{\text{GW}})$ の値は 1 回目の相転移では $(8.1 \times 10^{-2}, 8.5 \times 10^3)$ であり, 2 回目の相転移では $(0.16, 1.9 \times 10^2)$ である. それらの相転移による重力波スペクトル $h^2\Omega_{\text{GW}}$ を図 2.20 で示す. 図では将来宇宙に建設されることが考えられている重力波干渉計 LISA [47–49], DECIGO [142, 143], BBO [92], U-DECIGO [93], Taiji [144, 145], TianQin [146, 147] で観測可能な領域も共に示されている. 紺色と青色の線が示しているのは 1 回目と 2 回目の相転移による重力波スペクトルで, それぞれのピーク周波数はそれぞれおよそ 0.1 Hz と $2 \times 10^{-3} \text{ Hz}$ である. 2 つの重力波スペクトルを合わせたスペクトルは赤色の線で書かれている. 図から分かる通り, 重力波スペクトルは 2 つのピークを持ち, それらは将来観測機の BBO か U-DECIGO で測定できる. 加えて, このベンチマークにおけるヒッグス 3 点結合定数の標準模型からのずれ $\delta\lambda_{hhh}$ は 2.2 となっている. このような大きい $\delta\lambda_{hhh}$ は HL-LHC や ILC で測定することができる. よって, 強い 2-step 相転移の兆候は重力波観測と加速器実験の両方で観測される可能性がある. これらの兆候を合わせることで, 初期宇宙における強い 2-step 相転移の存在を確かめることができるかもしれない.

2.7 結論

本章では, 複数段階相転移における一般的な特徴に対する示唆を与えるために CP-conserving Type-I と Type-X 2HDM (m_A または $m_H = m_{H^\pm}$) における複数段階相転移と強い 2-step 相転移が起こるパラメータ領域について調べた. 解析においては比較的複数段階相転移が起きやすいと考えられる m_3 が小さい領域, $0 \leq m_3 \leq 100 \text{ GeV}$, に着目した. パラメータサーチの結果, 我々は複数段階相転移と強い 2-step 相転移が起こる領域を発見した. 複数段階相転移が起こるパラメータ領域の特徴は (i) $m_A - m_H$ が負でその絶対値が大きい, (ii) $\tan\beta$ が小さい, (iii) $\cos(\beta - \alpha)$ は負で小さい, (iv) m_3 が小さい, だった. 最初の特徴以外は負で絶対値が大きい m_2^2 から得られるものだった. なぜならそのような m_2^2 は ϕ_2 軸に沿った極小点を作る働きをするからである. 一方で, 強い 2-step 相転移は $m_A > m_H$ のような質量階層性があるときしか起こらなかった. ただし, その他のパラメータの特徴 (ii), (iii), (iv) は変わらなかった. 特徴 (i) (大きい $|m_A - m_H|$) と (iv) は大きい non-decoupling 効果を生む. そして特徴 (ii) と (iii) は複数段階相転移が起こる途中の極小点を作るパラメータに関連していた. 加えて特徴 (iv) はスカラーポテンシャルの近似的な Z_2 対称性を示す. つまり, 複数段階相転移を考える上で重要なのは大きい non-decoupling 効果と途中の極小点を作るポテンシャルパラメータの寄与の大きさ, ポテンシャルにおける離散的対称性であると考えられる. 本章で分かった結果は他の模型において複数段階相転移を考える場合に活用できる示唆を与えると考えられる.

加速器実験で観測可能な複数段階相転移の物理的な兆候として, ヒッグス 3 点結合定数の標準模型からのずれ $\delta\lambda_{hhh}$ を調べた. その結果, 複数段階相転移が起こる場合は $\delta\lambda_{hhh}$ の最大値が増えるに従って, $\tan\beta$ と $\cos(\beta - \alpha)$ (Type-X 2HDM では 0) が小さくなることが分かった. また, 同じ m_A の値で one-step の結果と比較すると, 複数段階相転移が起こったときの方が $\delta\lambda_{hhh}$ が大きくなる傾向が見られた. 特に, 強い 2-step 相転移が起こるときは $\delta\lambda_{hhh}$ はおよそ 0.5 よりも大きく, Type-I 2HDM のときは最大で 2 を超える場合があった. そのようなずれは HL-LHC や ILC のような将来の加速器実験で観測される可能性がある. その他の兆候として将来の宇宙空間における重力波干渉計で観測される可能性のある, 2 回の 1 次相転移を伴う強い 2-step 相転移からの重力波スペクトルを計算した. 計算された重力波は 2 つのピークを持ち, それらは将来観測機の BBO や U-DECIGO で測定することができる可能性がある. 複数段階相転移の特

徴の 1 つである大きい non-decoupling 効果はヒッグス 3 点結合のずれを大きくし, 大きい潜熱を伴う 1 次相転移を生む傾向があることが知られている. 複数段階の電弱相転移は将来の加速器実験と重力波観測の結果を組み合わせることで確かめられるかもしれない.

第 3 章

暗黒物質残存量に対する電弱相転移の影響

3.1 導入

Freeze-out [148] と freeze-in [149] 機構は観測された暗黒物質の残存量を生成する標準的な方法として知られている。前者の場合では、標準模型粒子との十分な相互作用により暗黒物質は熱的平衡下にある。その相互作用は無次元の結合について典型的に $\mathcal{O}(0.1-1)$ で与えられる。反応率は温度が減少するにつれ小さくなっていく。暗黒物質は $m_\xi/T \sim 25$ (m_ξ は暗黒物質の質量で T は宇宙の温度) 周りで熱浴から脱結合する。そしてそのときに暗黒物質の残存量が決まる。後者の場合では、暗黒物質は熱化されることはない。なぜなら例えば $m_N = \mathcal{O}(1)$ GeV のとき、標準模型粒子との相互作用は $\mathcal{O}(10^{-11})$ と非常に小さいからである [149]。暗黒物質の残存密度は崩壊や熱浴粒子の散乱によりゆっくりと生まれる。そして $m_{\text{th}}/T \sim 3$ (m_{th} は暗黒物質の生成に関する熱浴にいる粒子の質量) の時点においてほとんど固定される。^{*1}

暗黒物質生成の標準的な機構は初期宇宙の相転移により変更されるかもしれない。これまで主張されてきたのは、もし暗黒物質生成に関連する粒子の質量が 1 次相転移により大きく変われば、暗黒物質の現在の残存量は相転移により瞬間的に決まったということである [152–154]。その結果、相転移は観測された暗黒物質の現在の残存量を生み出すもう一つの解を与えたり、現在の実験からの制限を緩和するかもしれない。

もし相転移が 1 次相転移であれば、重力波が生まれる [45, 46]。もし生成される重力波のエネルギー密度が十分大きければ、その重力波のスペクトルは approved Laser Interferometer Space Antenna (LISA) [47–49], Deci-Hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory (DECIGO) [142, 143, 155] のような宇宙で建設される将来の様々な干渉計で観測されるかもしれない。加えて、最近 multi-step 相転移の可能性が 2HDM で研究されてきた [35, 156]。これらの論文では multi-step 相転移が特定のパラメータ領域で引き起こされるとということが示された。これが暗に意味しているのは暗黒物質生成への影響は相転移が one-step か two-step で変わるかもしれないということである。

一方で、小さいニュートリノの質量を生成することは重要な課題である。ニュートリノ振動実験ではニュートリノが $\mathcal{O}(0.1)$ eV 程度の小さい質量を持つことが示された [157] にも関わらず、標準模型でその質量は正確に 0 である。Scotogenic 模型は小さいニュートリノ質量と宇宙の暗黒物質を同時に取り入れる模型である [34]。この模型では、小さいニュートリノ質量は one-loop level で生成される。そして、最も軽い Z_2 odd 粒子 (追加される singlet フェルミオンまたは inert スカラーのどちらか) が暗黒物質の候補となる。この暗黒物質は freeze-out 機構により熱的に生成される。しかしながら、fermionic 暗黒物質候補であり超対称性模型の bino-like 暗黒物質 [158, 159] と似ている、右巻きニュートリノは理論と実験からの制

^{*1} この機構の最初の例は文献 [150, 151] で提案された。

限が厳しいことが知られている [160–162]. 特に, charged lepton flavor violation からの制限は厳しく, それを回避するためにパラメータのチューニングが必要となる [163]. Singlet fermionic 暗黒物質は freeze-in 機構でも生成することができる [164, 165]. この場合, 2 つの最も軽い Z_2 odd 粒子は長寿命になるため, 加速器実験で証明されることが考えられる [165].

本章では, scotogenic 模型において 1 次相転移が暗黒物質の現在の残存量に与える影響を調べる. 幾つかの似た研究がこれまで為されてきた [80, 166] が, 我々の模型ははるかにシンプルで暗黒物質の残存量へ 1 次相転移が与える影響を調べるベンチマークシナリオとみなせる. 3.2 節では, scotogenic 模型と理論的・実験的制限の短いレビューをする. 3.3 節では相転移の解析をするための有限温度の有効ポテンシャルを記述する. また, 我々はパラメータサーチを行い幾つかのベンチマークセットを紹介する. 加えて, 1 次相転移により生まれる重力波も調べられている. 3.4 節では, 各ベンチマークセットにおける 1 次相転移が暗黒物質の現在の残存量に与える影響を示す. 最後に 3.5 節で本章をまとめている.

3.2 模型

3.2.1 相互作用と質量

本章で考える scotogenic 模型は 3 つの右巻きニュートリノ N_i ($i = 1, 2, 3$) (質量は m_i) とハイパーチャージが $+1/2$ の 1 つの inert スカラー doublet を標準模型に加えた模型である [34]. Z_2 パリティは加える粒子では odd, 標準模型の粒子は even とする. ニュートリノ湯川結合に対するラグランジアンは

$$\mathcal{L}_Y = -y_{i\alpha}\eta\bar{N}_i P_L L_\alpha + \text{h.c.}, \quad (3.2.1)$$

と表される. ここで, $L_\alpha = (\nu_\alpha, \ell_\alpha^-)^T$ は標準模型のレプトン doublet であり, フレーバーの添え字は $\alpha = e, \mu, \tau$ である.

上記の対称性の下での繰り込み可能なスカラーポテンシャルは以下のように書ける

$$V_0 = \mu_\Phi^2 |\Phi|^2 + \mu_\eta^2 |\eta|^2 + \lambda_1 |\Phi|^4 + \lambda_2 |\eta|^4 \\ + \lambda_3 |\Phi|^2 |\eta|^2 + \lambda_4 |\eta^\dagger \Phi|^2 + \frac{\lambda_5}{2} [(\eta^\dagger \Phi)^2 + \text{h.c.}]. \quad (3.2.2)$$

スカラー場 Φ と η は*2

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} w^+ \\ \phi_1 + h + iz \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ (\phi_2 + H + iA)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (3.2.3)$$

と表される. ここで, w^+ と z は電弱対称性の破れの後にゲージボソン W, Z に吸収される南部–Goldstone ボソンである. 本章では, CP-even 中性スカラー場のみが真空期待値を持つと仮定する. また, 0 温度では Φ のみが真空期待値を得, $\phi_1(T=0) \equiv v = 246$ GeV であるとする.

0 温度におけるスカラー場の質量の 2 乗は

$$m_h^2 = 2\lambda_1 v^2, \quad (3.2.4)$$

$$m_{\eta^\pm}^2 = \mu_\eta^2 + \frac{\lambda_3}{2} v^2, \quad (3.2.5)$$

$$m_H^2 = \mu_\eta^2 + \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} v^2, \quad (3.2.6)$$

$$m_A^2 = \mu_\eta^2 + \frac{\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5}{2} v^2, \quad (3.2.7)$$

*2 Tree-level における中性の CP-conserving vacuum の存在はよりポテンシャルが深くなる charge-breaking や CP-violating vacuum がないことを示している [112]. そのため, そのような CP-violating vacuum は考えない.

と表される. ここで, 停留条件 $\mu_\Phi^2 = -\lambda_1 v^2$ を用いた. 場 h は標準模型のヒッグスボソンに対応し, その質量は $m_h = 125$ GeV である. 上式から以下の関係式が得られる

$$\lambda_3 = \frac{2}{v^2}(m_{\eta^\pm}^2 - \mu_\eta^2), \quad (3.2.8)$$

$$\lambda_4 = \frac{m_H^2 + m_A^2 - 2m_{\eta^\pm}^2}{v^2}, \quad (3.2.9)$$

$$\lambda_5 = \frac{m_H^2 - m_A^2}{v^2}. \quad (3.2.10)$$

追加のスカラー場の質量を m_{η^\pm} と m_H, m_A とし, スカラーポテンシャル (3.2.2) 中の $\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ の代わりにインプットパラメータとする. 他のポテンシャルパラメータの μ_η^2 と λ_2 は独立パラメータのままである.

この模型では左巻きニュートリノの質量は one-loop level で生成される. その質量は以下のように書ける

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 \frac{y_{i\alpha} y_{i\beta} m_i}{2(4\pi)^2} \left[\frac{m_H^2}{m_H^2 - m_i^2} \log\left(\frac{m_H^2}{m_i^2}\right) - \frac{m_A^2}{m_A^2 - m_i^2} \log\left(\frac{m_A^2}{m_i^2}\right) \right] \equiv (y^T \Lambda y)_{\alpha\beta}. \quad (3.2.11)$$

この質量行列は Pontecorvo-牧-中川-坂田 (PMNS) 行列 U_{PMNS} で対角化される, $U_{\text{PMNS}}^T m_\nu U_{\text{PMNS}} = \hat{m}_\nu$. ここで \hat{m}_ν は対角化されたニュートリノの質量行列を表している. 湯川行列は Casas-Ibarra parametrization により与えられる [167]

$$y = \sqrt{\Lambda}^{-1} C \sqrt{\hat{m}_\nu} U_{\text{PMNS}}^\dagger. \quad (3.2.12)$$

ここで, C は複素の直角行列で $C^T C = C C^T = \mathbb{1}_{3 \times 3}$ を満たす. ニュートリノの質量固有値と混合角はこの parametrization を選ぶ限りニュートリノ振動のデータと一致するようにできる. 以下では, 2 目と 3 目目の右巻きニュートリノ N_2 と N_3 は 1 目目の右巻きニュートリノよりもはるかに重いと仮定する. この仮定が意味するのは式 (3.2.12) からニュートリノ湯川結合は自然に $|y_{1\alpha}| \ll |y_{2\alpha}|, |y_{3\alpha}|$ のような階層性を持つということである. このような階層的な湯川結合は重い右巻きニュートリノから軽いものへ素早い崩壊をもたらす. そのため, 我々は暗黒物質の現在の残存量へのこれらの粒子 (N_2 と N_3) の影響を考える必要がなくなる.

3.2.2 制限

我々が考慮した理論的制限は以下の通り. 1 目目は tree-level ポテンシャルにおいて下限が存在することからの制限で以下のように与えられる

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 > 0, \quad -2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} < \lambda_3, \quad -2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} < \lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5, \quad (3.2.13)$$

2 目目は摂動論からの制限であり以下のようなものである

$$|\lambda_n| < 4\pi \quad (n = 1, 2, \dots, 5). \quad (3.2.14)$$

これらの制限に加えて, tree-level ユニタリティーからの制限 [110, 111, 168] を考慮した. さらに, EW vacuum が安定である, つまり他により深い最小点がないことからの制限を考慮した [112, 113]. 本章の結果について我々は EW vacuum が $|\phi_i| \leq 10$ TeV の領域で EW vacuum が最小点であることを確かめ, そうでない点は除いている.

実験からの制限としては, LEP 実験において W と Z ボソンの崩壊幅が正確に調べられた結果 inert スカラー粒子に崩壊するような新しい崩壊過程が許されていないことからの制限 [169] から以下の領域が許

される

$$m_H + m_{\eta^\pm} > m_W, \quad m_A + m_{\eta^\pm} > m_W, \quad m_H + m_A > m_Z, \quad 2m_{\eta^\pm} > m_Z. \quad (3.2.15)$$

加えて, LEP における中性の最終状態の探索 [170] から以下のような質量領域が除外される

$$m_H < 80 \text{ GeV} \cap m_A < 100 \text{ GeV} \cap m_A - m_H > 8 \text{ GeV}. \quad (3.2.16)$$

また, 荷電スカラー場には下限がある

$$m_{\eta^\pm} > 70 \text{ GeV}. \quad (3.2.17)$$

これは LEP における荷電スカラーの対生成探索からの制限である [171]. 電弱精密測定からの制限も考慮しており, それにより追加された荷電と中性スカラー場の間の質量縮退 ($m_{\eta^\pm} \approx m_H$ or m_A) を仮定する. これにより custodial 対称性が回復する [114]. 注意したいのは, 追加された中性スカラー場はヒッグスボソンの観測不可能な崩壊へ寄与しない. なぜなら追加された中性スカラー場の質量はそれらのどんな組み合わせも標準模型ヒッグスボソンの質量よりも小さくならないとするため, そのような崩壊は力学的に禁止されるからである.

3.3 相転移

3.3.1 有限温度における有効ポテンシャル

有限温度における one-loop level までの有効ポテンシャル V^T は以下のように与

$$V^T = V_0 + V_{\text{CW}} + V_{\text{CT}} + V_1^T. \quad (3.3.1)$$

ここで V_0 は式 (3.2.2) で与えられる tree-level ポテンシャル, V_{CW} は Coleman-Weinberg potential [97] と呼ばれる 0 温度での one-loop 有効ポテンシャル, V_{CT} は counterterm ポテンシャル, V_1^T は有限温度における one-loop 有効ポテンシャル [99] である.

Coleman Weinberg ポテンシャルは以下のように書ける [97]

$$V_{\text{CW}}(\phi_1, \phi_2) = \pm \frac{1}{64\pi^2} \sum_k n_k m_k^4(\phi_1, \phi_2) \left[\log \frac{m_k^2(\phi_1, \phi_2)}{\mu^2} - C_k \right]. \quad (3.3.2)$$

ただし, 添え字 k は粒子の種類を表し, m_k と n_k はそれぞれ粒子 k の質量と自由度を表す. 具体的に自由度は $k = \eta^\pm, h, H, A, W, Z, \gamma, t, b, \tau$ に対し $n_k = 2, 1, 1, 1, 6, 3, 2, 12, 12, 4$ で与えられる. 注意したいのは, フェルミオンとしてトップとボトムクォーク, タウレプトンからの寄与のみを考慮していることである. その他のフェルミオンは湯川結合が小さいため, 寄与は無視できるほど小さい. 式 (3.3.2) における全体にかかる正符号はボソンの寄与の場合で, 負符号はフェルミオンの寄与に対応している. 繰り込みスケール μ は 0 温度での真空期待値 v で固定している. ここでは繰り込みのために $\overline{\text{MS}}$ scheme を選んでいるため, 係数 C_k は横波成分のゲージ場に対しては $1/2$, その他の粒子については $3/2$ となる. 一般に, 量子的な寄与は EW vacuum の座標やスカラー場の質量を tree-level からずらす. このようなずれを無くし数値的な解析をしやすくするために, 以下のような関係式を満たす counterterm ポテンシャル V_{CT} を導入する

$$\left. \frac{\partial V_{\text{CT}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v,0)} = - \left. \frac{\partial V_{\text{CW}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v,0)} \equiv -V_i, \quad (3.3.3)$$

$$\left. \frac{\partial^2 V_{\text{CT}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v,0)} = - \left. \frac{\partial^2 V_{\text{CW}}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{(\phi_1, \phi_2)=(v,0)} \equiv -V_{ij} \quad (i, j = 1, 2). \quad (3.3.4)$$

本章では文献 [66] に従い V_{CT} を以下のように定義する *3

$$V_{\text{CT}} = \delta\mu_{\Phi}^2\phi_1^2 + \delta\mu_{\eta}^2\phi_2^2 + \delta\lambda_1\phi_1^4, \quad (3.3.5)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \delta\mu_{\Phi}^2 &= -\frac{3}{4v}V_1 + \frac{1}{4}V_{11}, \\ \delta\mu_{\eta}^2 &= -\frac{1}{2}V_{22}, \\ \delta\lambda_1 &= \frac{1}{8v^3}(V_1 - vV_{11}). \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

上記の係数 $\delta\mu_{\Phi}^2$ と $\delta\mu_{\eta}^2$, $\delta\lambda_1$ を数値的に計算するとき, log 赤外発散が南部–Goldstone ボソンの寄与における V_{CW} の 2 階微分で現れる. これらの発散は南部–Goldstone ボソンの質量にカットオフを導入することで除くことができる. ここではカットオフを m_h とした [98].

有限温度における one-loop 有効ポテンシャルは以下のように与えられる [99]

$$V_1^T(\phi_1, \phi_2) = \pm \frac{T^4}{2\pi^2} \sum_k \int_0^\infty dx x^2 \ln \left[1 \mp \exp \left(-\sqrt{x^2 + \frac{m_k^2(\phi_1, \phi_2)}{T^2}} \right) \right], \quad (3.3.7)$$

ただし, T は温度を表し, 上 (下) の符号はボソン (フェルミオン) の寄与での符号である.

我々はループ展開における赤外発散を除くために daisy ダイアグラムからの寄与を取り入れる [101, 102]. これを実行するために我々は Parwani method [101] を用いた. この手法は高温展開を用いていないために複数段階相転移の評価に適している [35]. この手法は V_1^T における質量 m_k^2 に温度補正を加えることで実行できる. 次の小節でこの手法で用いる温度補正された質量を記述する.

3.3.2 温度補正された質量

追加のスカラー場 η は有限温度において一時的に真空期待値を持つ可能性がある. このとき, 自発的に \mathbb{Z}_2 を破らないために 0 温度においてその真空期待値は消える必要がある. したがって, 有限温度における追加のスカラー粒子に対する質量行列は 0 温度におけるものと違う形を持つ場合がある. 荷電スカラー場と中性 CP-even スカラー場 (h, H), 中性 CP-odd スカラー場 (z, A) の質量行列は場に依存していて, 次のように書ける

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{charge}}^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2\mu_{\Phi}^2 + 2\lambda_1\phi_1^2 + \lambda_3\phi_2^2 + c_1T^2 & (\lambda_4 + \lambda_5)\phi_1\phi_2 \\ (\lambda_4 + \lambda_5)\phi_1\phi_2 & 2\mu_{\eta}^2 + 2\lambda_2\phi_2^2 + \lambda_3\phi_1^2 + c_2T^2 \end{pmatrix}, \\ \mathcal{M}_{\text{odd}}^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2\mu_{\Phi}^2 + 2\lambda_1\phi_1^2 + \bar{\lambda}_{345}\phi_2^2 + c_1T^2 & 2\lambda_5\phi_1\phi_2 \\ 2\lambda_5\phi_1\phi_2 & 2\mu_{\eta}^2 + 2\lambda_2\phi_2^2 + \bar{\lambda}_{345}\phi_1^2 + c_2T^2 \end{pmatrix}, \\ \mathcal{M}_{\text{even}}^2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2\mu_{\Phi}^2 + 6\lambda_1\phi_1^2 + \lambda_{345}\phi_2^2 + c_1T^2 & 2\lambda_{345}\phi_1\phi_2 \\ 2\lambda_{345}\phi_1\phi_2 & 2\mu_{\eta}^2 + 6\lambda_2\phi_2^2 + \lambda_{345}\phi_1^2 + c_2T^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

ここで結合定数 $\bar{\lambda}_{345}$ は $\bar{\lambda}_{345} \equiv \lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5$ のように定義され, 係数 c_1 と c_2 はそれぞれ

$$c_1 = \frac{1}{8}g^2 + \frac{1}{16}(g^2 + g'^2) + \frac{1}{2}\lambda_1 + \frac{1}{6}\lambda_3 + \frac{1}{12}\lambda_4, \quad (3.3.9)$$

$$c_2 = \frac{1}{8}g^2 + \frac{1}{16}(g^2 + g'^2) + \frac{1}{2}\lambda_2 + \frac{1}{6}\lambda_3 + \frac{1}{12}\lambda_4 + \frac{1}{4}y_t^2 + \frac{1}{4}y_b^2 + \frac{1}{12}y_\tau^2, \quad (3.3.10)$$

*3 ポテンシャルパラメータが 3 つしかないので, 式 (3.3.4) の全ての関係式の情報を取り込むことはできない. しかし, 今回は inert 2HDM と同じポテンシャルを扱うために少ないパラメータでも EW vacuum の座標やスカラー場の質量を tree-level と同じにできる.

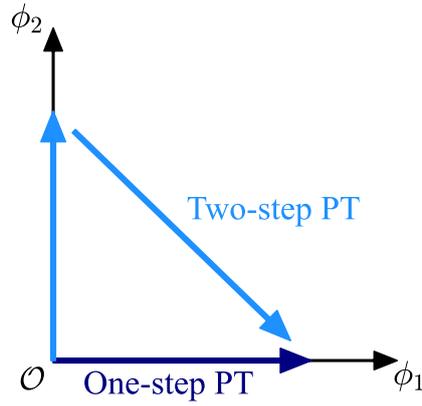


図 3.1 One-step と two-step 相転移の経路.

と表される. ゲージ結合定数 g と g' はそれぞれ $SU(2)_L$ と $U(1)_Y$ に対するものであり, 湯川結合定数 y_t と y_b, y_τ はトップとボトムクォーク, タウレプトンに対するものである. 本章では上記の質量行列を対角化することで得られた質量固有値を温度補正された質量だと見なす.

これまでスカラー場の質量行列を見てきたが, ゲージ場も温度補正を受ける. ただし, 縦波成分のみが温度補正を受け, 横波成分は補正を受けない. W と Z ゲージボソン, 光子の横波成分の質量は次のように書ける

$$m_{W_T}^2 = \frac{g^2}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2), \quad (3.3.11)$$

$$m_{Z_T}^2 = \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(\phi_1^2 + \phi_2^2), \quad (3.3.12)$$

$$m_{\gamma_T}^2 = 0. \quad (3.3.13)$$

一方で, W ボソンの縦波成分の温度補正された質量は [105]

$$m_{W_L}^2 = \frac{g^2}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2) + 2g^2T^2 \quad (3.3.14)$$

となる. Z ボソンと光子の縦波成分の質量は次の質量行列を対角化することで得られる

$$\frac{1}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2g^2T^2 & 0 \\ 0 & 2g'^2T^2 \end{pmatrix}. \quad (3.3.15)$$

この質量固有値は以下のようになる

$$m_{Z_L}^2 = \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 8T^2) + \Delta, \quad (3.3.16)$$

$$m_{\gamma_L}^2 = \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 8T^2) - \Delta, \quad (3.3.17)$$

ただし Δ は

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{64}(g^2 + g'^2)^2(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 8T^2)^2 - g^2g'^2T^2(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 4T^2)}. \quad (3.3.18)$$

3.3.3 パラメータサーチとベンチマーク

一般に様々な経路を持つ相転移があり得る. 以下の解析では図 3.1 で表される経路を持つ相転移のみを考える. One-step 相転移は原点 $(\phi_1, \phi_2) = (0, 0)$ から EW vacuum $(v, 0)$ に 1 度だけ遷移

する相転移である。一方で, two-step 相転移とは EW vacuum まで 2 つの段階を経て遷移する相転移 $((\phi_1, \phi_2) = (0, 0) \rightarrow (0, v') \rightarrow (v, 0))$ と定義する。Two-step 相転移の 2 回目の相転移は必ず 1 次となる。なぜなら遷移が起こる極小点間にポテンシャル障壁が存在するからである。また, 経路 $(\phi_1, \phi_2) = (0, 0) \rightarrow (v'', v') \rightarrow (v, 0)$ で起こる two-step 相転移の可能性も考えられる。しかし, この相転移はスカラーポテンシャルに 2 次の混合項 $\Phi^\dagger \eta$ が \mathbb{Z}_2 パリティによって禁止されているために scotogenic 模型ではほぼ起こらない。

暗黒物質の残存量に対する相転移の影響を明らかにするために, 電弱相転移を解析するパッケージ CosmoTransitions [100] を使ってパラメータ探索を行った。独立パラメータは次のような範囲で 5×10^6 回ランダムに選んだ

$$70 \text{ GeV} < m_{\eta^\pm} = m_A \leq 1000 \text{ GeV}, \quad 55 \text{ GeV} \leq m_H \leq 1000 \text{ GeV}, \\ 0 \leq \lambda_2 \leq 4\pi, \quad -(1000 \text{ GeV})^2 \leq \mu_\eta^2 \leq (1000 \text{ GeV})^2.$$

荷電スカラー場の質量 m_{η^\pm} の下限は制限の式 (3.2.17) を考慮した。また, 追加のスカラー場 η^\pm と A の質量が縮退していると仮定した ($m_{\eta^\pm} = m_A$)。これは 3.2.2 節で述べたように電弱精密測定の影響を満たすためである。表 3.1 において 3.2.2 節で述べた制限を考慮したパラメータ探索によって得られた各パラメータの最小値・最大値とパラメータセットの数 (最後の列) を示す。4 段と 5 段目における記号 * が表すのはそれぞれ条件 $m_\eta/T_n > 25$ と $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} > 1$ を満たすパラメータセットである。ここで m_η は追加のスカラー場の最も小さい質量を意味しており, bubble の生成温度 T_n はハッブル半径あたりに 1 つの bubble ができる条件 $S_3(T_n)/T_n \simeq 140$ で定義される。ただし S_3 は $O(3)$ 対称な作用である。以下では生成温度を相転移が起こる温度 (相転移温度と呼ぶ) と近似する。Two-step 相転移において, 最初の相転移温度を T_{n1} , 2 回目を T_{n2} とする。注意したいのは, one-step* 相転移は 1 次であることである。なぜなら条件 $m_\eta/T_n > 25$ から T_n はとても低い温度である必要があり, そのためには十分大きなポテンシャル障壁が必要であるからである。

記号 * を伴うパラメータセットのみが暗黒物質の残存量の計算に影響を与える可能性がある。表 3.1 から相転移の影響を受けるパラメータ領域は限られていることが分かる。よって, scotogenic 模型における暗黒物質についての先行研究は特定の領域以外では正しいままである。しかし, two-step 相転移においては 19% (= 333/1758) が暗黒物質の残存量に影響を与える可能性があり, これは小さい数ではない。図 3.2 が示すのは, one-step 相転移においては横軸を m_η/T_n としたパラメータセットの数, two-step では横軸を $\phi_2(T_{n2})/T_{n2}$ とした場合の数である。赤色の縦線はそれぞれ閾値 $m_\eta/T_n = 25$ (左) と $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} = 1$ (右) を表す。図 3.2 におけるこの線の右側の領域が表 3.1 の記号 * を伴うパラメータセットに対応する。

暗黒物質の残存量への相転移の影響を具体的に見るために表 3.2 で示す 4 つのベンチマークパラメータセットを選ぶ。これらのパラメータセットでは 3.2.2 節における全ての制限が満たされている。図 3.3 で示すのは BM1 と BM2 における $T = T_n$ での有限温度での有効ポテンシャルの等高線図である。相転移温度は BM1 で $T_n = 23 \text{ GeV}$, BM2 で $T_n = 25 \text{ GeV}$ であった。^{*4} 両方のベンチマークで原点から EW vacuum 方向へ 1 次相転移が起こった。

BM1 と BM2 とは違い, BM3 と BM4 では two-step 相転移が起こる。図 3.4 が示すのは, BM3 (上段) と BM4 (下段) における $T = T_{n1}$ (左) と T_{n2} (右) での有限温度有効ポテンシャルの等高線である。ここで $T = T_{n1}$ と T_{n2} はそれぞれ 1 回目と 2 回目の相転移温度を表す。^{*5} BM3 における相転移温度は

^{*4} このように小さい T_n では臨界温度における $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2}/T$ が 10 [33] のように大き過ぎる値になると思うかもしれない。しかし, BM1 と BM2 におけるこれらの値はそれほど大きくなかった (4-4.8)。

^{*5} BM4 の最初の相転移は 2 次のため生成温度を定義できない。ここでは簡単のため BM4 における T_{n1} を 2 次相転移が起きた

表 3.1 パラメータ探索から得られたそれぞれの相転移における独立パラメータの最小値と最大値. 最後の列は制限を考慮し得られたパラメータセットの数を表している. 4 と 5 段目における記号 * がそれぞれ表すのは条件 $m_\eta/T_n > 25$ と $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} > 1$ を満たすパラメータセットである. ただし, $m_A = m_{\eta^\pm}$ としている.

PT type	m_{η^\pm} [GeV]	m_H [GeV]	λ_2	μ_η^2 [GeV ²]	Results #
All	(70, 1000]	[55, 1000]	[0, 4.2]	$[-(311)^2, (992)^2]$	97684 (100%)
One-step	(70, 1000]	[55, 1000]	[0, 4.2]	$[-(311)^2, (992)^2]$	95926 (98.2%)
Two-step	(70, 440]	[55, 660]	[0.13, 4.1]	$[-(214)^2, (298)^2]$	1758 (1.80%)
One-step*	[698, 996]	[575, 987]	[0.18, 2.0]	$[(508)^2, (801)^2]$	47 (0.0481%)
Two-step*	[70, 434]	[55, 570]	[0.13, 4.1]	$[-(214)^2, (189)^2]$	333 (0.341%)

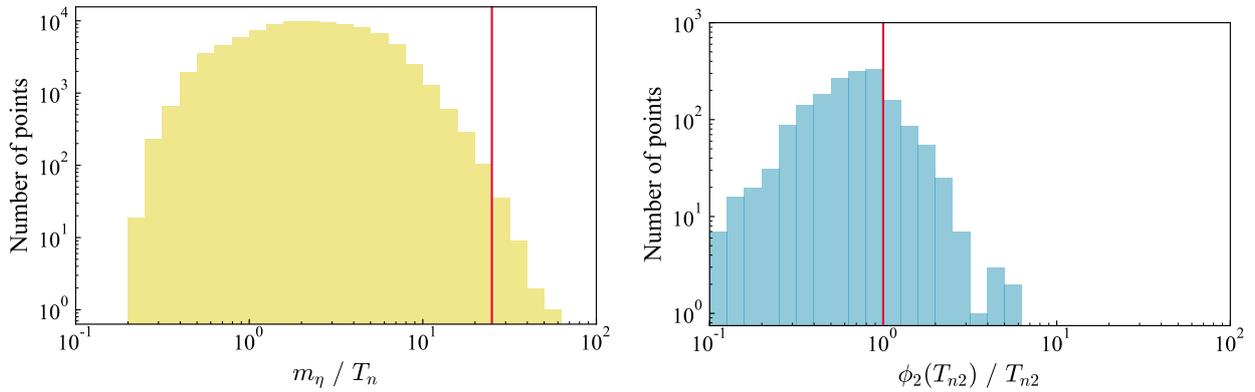


図 3.2 左: One-step 相転移における横軸を m_η/T_n としたときのパラメータセットの数の分布. 赤色の縦線は閾値 $m_\eta/T_n = 25$ を表す. 右: Two-step 相転移における横軸を $\phi_2(T_{n2})/T_{n2}$ としたときのパラメータセットの数の分布. 赤色の縦線は閾値 $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} = 1$ を表す.

表 3.2 ベンチマークパラメータセット. 追加のスカラー場の質量 m_{η^\pm} と m_H , m_A は 0 温度での質量を表す ($m_{\eta^\pm} = m_A$).

	m_{η^\pm} [GeV]	m_H [GeV]	λ_2	μ_η^2 [GeV ²]	PT type
BM1	682	729	1.64	$(479)^2$	one-step*
BM2	958	943	0.672	$(769)^2$	one-step*
BM3	136	205	1.14	$-(136)^2$	two-step*
BM4	151	130	1.31	$-(147)^2$	two-step*

$T_{n1} = 148$ GeV と $T_{n2} = 86$ GeV であり, BM4 では $T_{n1} = 184$ GeV と $T_{n2} = 66$ GeV であった.

CosmoTransitions を使って計算されたこれら 4 つのベンチマークセット近くでの生成温度 T_n は安定した振る舞いであることを確認している. 特に例として図 3.5 で one-step 相転移の場合である BM1 において各パラメータを $\pm 5\%$ の範囲で変化させたときの相転移温度 T_n の変化を示す. 図 3.5 から分かるように λ_2 以外のパラメータを動かしたときに生成温度を定義する条件である, ハッブル半径内に 1 つの bubble ができる条件 $S_3/T_n \lesssim 140$ が満たされず相転移が起こらない領域 (灰色部分) があることが分かった. こ

温度とする.

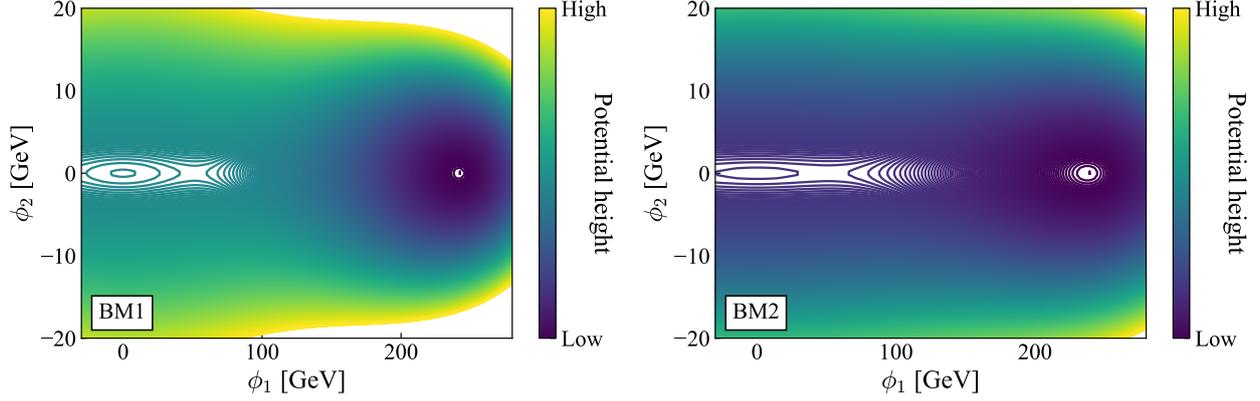


図 3.3 BM1 (左) と BM2 (右) における $T = T_n$ での有限温度有効ポテンシャル V^T の等高線. 相転移温度は BM1 では $T_n = 23$ GeV BM2 では 25 GeV だった. どちらのベンチマークでも原点から EW vacuum 方向へ 1 次相転移が起こった.

これらの領域では相転移が起こる 2 つの極小点間のポテンシャル障壁が大き過ぎるために、原点から EW vacuum 方向への相転移は起こらず真空は原点にトラップされたままとなる。つまり、上記の one-step* 相転移は条件 $S_3/T_n \lesssim 140$ の境界領域にあり、パラメータ領域において許される最低の生成温度近くであると考えられる。図 3.5 の左下図から分かるようにパラメータ λ_2 を変化させた場合は条件 $S_3/T_n \lesssim 140$ は満たされているが、生成温度は 2 GeV 程度しか変化していない。さらに λ_2 を動かすと $\Delta\lambda_2/\lambda_2 \simeq 18\%$ 付近で $T_n \simeq 20$ GeV まで生成温度が下がったが、それより大きい $\Delta\lambda_2/\lambda_2$ では $S_3/T_n \lesssim 140$ を満たさなくなった。

3.3.4 重力波

1 次相転移によって重力波が生まれる。生成された重力波のエネルギー密度は 2 つのパラメータ α と $\tilde{\beta}$ で表され、それらは相転移温度 T_n において次のように定義される

$$\alpha \equiv \left. \frac{\epsilon(T)}{\rho_{\text{rad}}(T)} \right|_{T=T_n}, \quad (3.3.19)$$

$$\tilde{\beta} \equiv \left[T \frac{d}{dT} \left(\frac{S_3(T)}{T} \right) \right] \Big|_{T=T_n}, \quad (3.3.20)$$

パラメータ α は相転移の強さを表し、 $\tilde{\beta}$ は $\beta/H(T = T_n)$ に等しい。ここで、 β は相転移が起こる期間の逆数であり、 $H(T = T_n)$ は $T = T_n$ におけるハッブルパラメータである。Two-step 相転移の場合では、上記の 2 つのパラメータは各 step における相転移温度 T_{n1} と T_{n2} で得られる。式 (3.3.19) において $\epsilon(T)$ は 1 次相転移により生み出される潜熱で、 $\rho_{\text{rad}}(T)$ は $\rho_{\text{rad}}(T) = \pi^2 g_* T^4/30$ で与えられる radiation density である。相対論的有效自由度 g_* は対称相におけるものである。

重力波のエネルギー密度への寄与は 3 つありそれらを次のように表す

$$\Omega_{\text{GW}} h^2 = \Omega_{\varphi} h^2 + \Omega_{\text{sw}} h^2 + \Omega_{\text{turb}} h^2, \quad (3.3.21)$$

文字 h は無次元のハッブル率であり、 Ω_{φ} は bubble の衝突からのスカラー場の寄与 [125–130], Ω_{sw} bubble wall 周りの音波による寄与 [131, 134], Ω_{turb} は音波の衝突後に生まれるプラズマ中の磁気流体力学的乱流からの寄与 [135–140] である。数値的なシミュレーションと解析的な評価から重力波のエネルギー密度に対

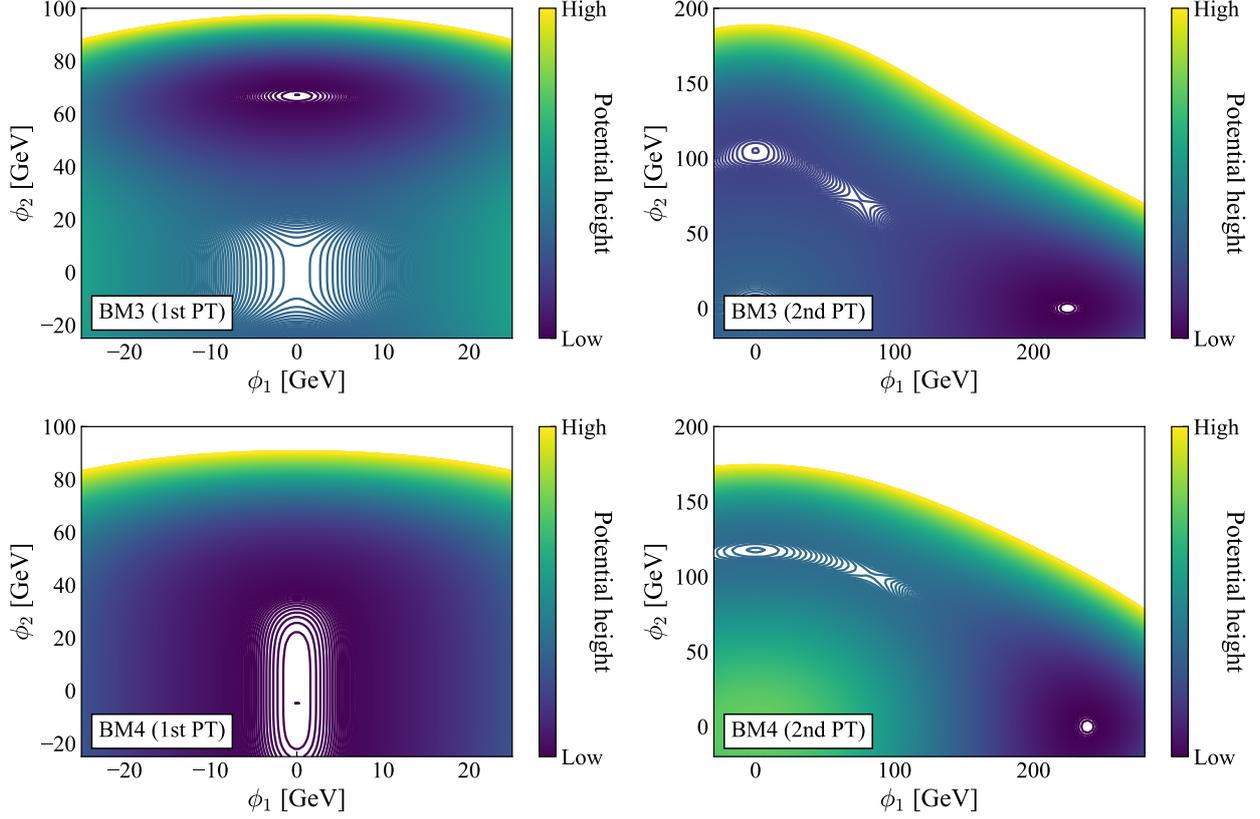


図 3.4 BM3 (上段) と BM4 (下段) における有限温度有効ポテンシャルの等高線. 相転移温度はそれぞれ BM3 では $T_{n1} = 148$ GeV (左上) と $T_{n2} = 86$ GeV (右上), BM4 では $T_{n1} = 184$ GeV (左下) と $T_{n2} = 66$ GeV (右下) だった. 左側では最初の相転移が原点から $(0, \phi_2(T_{n1}))$ へ ϕ_2 軸に沿って起こり, 右側では 2 回目の相転移が $(0, \phi_2(T_{n2}))$ から EW vacuum 方向へ起きている.

するそれぞれの寄与は次のような式で書かれる [130, 134, 139, 140],

$$\Omega_\varphi h^2 = 1.67 \times 10^{-5} \tilde{\beta}^{-2} \left(\frac{\kappa_\varphi \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \left(\frac{100}{g_*} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{0.11 v_w^3}{0.42 + v_w^2} \right) \frac{3.8 (f/f_\varphi)^{2.8}}{1 + 2.8 (f/f_\varphi)^{3.8}}, \quad (3.3.22)$$

$$\Omega_{\text{sw}} h^2 = 2.65 \times 10^{-6} \tilde{\beta}^{-1} \left(\frac{\kappa_{\text{sw}} \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \left(\frac{100}{g_*} \right)^{\frac{1}{3}} v_w (f/f_{\text{sw}})^3 \left(\frac{7}{4 + 3(f/f_{\text{sw}})^2} \right)^{\frac{7}{2}}, \quad (3.3.23)$$

$$\Omega_{\text{turb}} h^2 = 3.35 \times 10^{-4} \tilde{\beta}^{-1} \left(\frac{\kappa_{\text{turb}} \alpha}{1 + \alpha} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{100}{g_*} \right)^{\frac{1}{3}} v_w \frac{(f/f_{\text{turb}})^3}{[1 + (f/f_{\text{turb}})]^{\frac{11}{3}} (1 + 8\pi f/h_n)}. \quad (3.3.24)$$

ここで v_w は bubble wall の速度で, 簡単のために $v_w = 1$ とする. 真空エネルギーからの変換率 κ_φ , κ_{sw} , κ_{turb} はそれぞれスカラー場の gradient エネルギー, プラズマの bulk motion, 磁気流体力学的乱流への変換率を表す. これらは次のように見積もられる [128, 134, 141]

$$\kappa_\varphi \approx \frac{1}{1 + 0.715\alpha} \left(0.715\alpha + \frac{4}{27} \sqrt{\frac{3\alpha}{2}} \right), \quad (3.3.25)$$

$$\kappa_{\text{sw}} \approx \frac{\alpha}{0.73 + 0.083\sqrt{\alpha} + \alpha}, \quad (3.3.26)$$

$$\kappa_{\text{turb}} \approx 0.1\kappa_{\text{sw}}. \quad (3.3.27)$$

式 (3.3.22)–(3.3.24) において f は現在における重力波の周波数であり, ピーク周波数 f_φ と f_{sw} , f_{turb} は

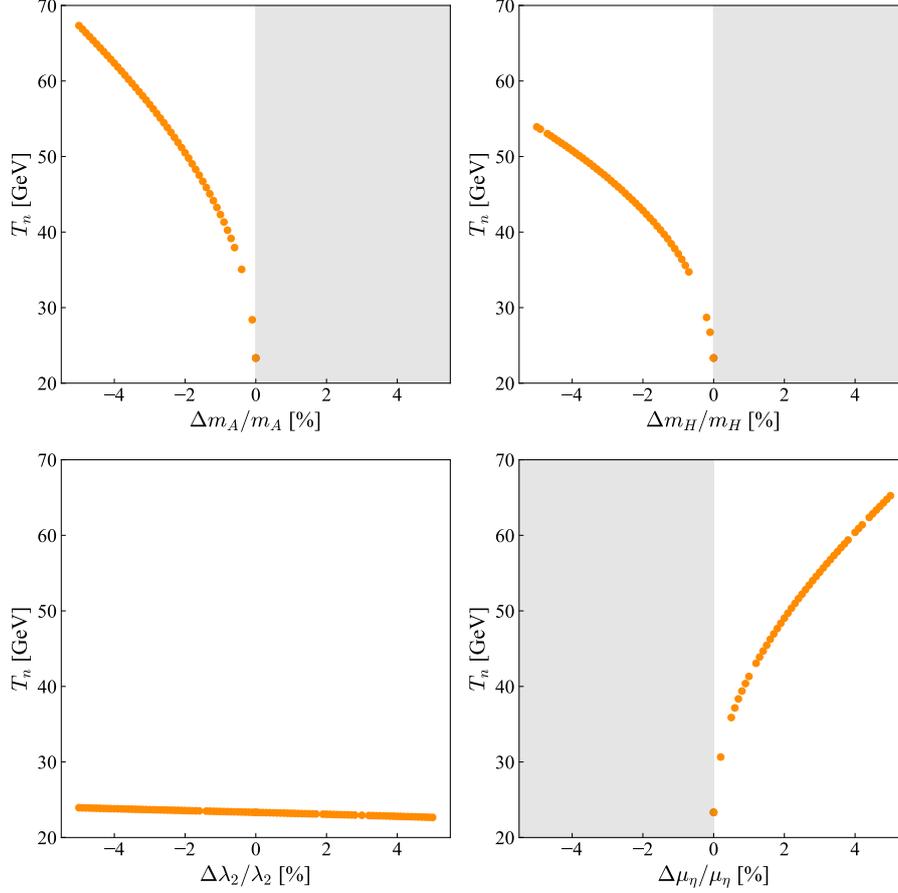


図 3.5 BM 1 における各パラメータを $\pm 5\%$ の範囲で変化させたときのときの相転移温度 T_n の変化。灰色の領域は相転移が起こらない ($S_3/T_n \lesssim 140$ が満たされない) 領域を表している。

次のように与えられる [130, 134, 139, 140]

$$f_\varphi = 1.65 \times 10^{-5} \text{Hz} \tilde{\beta} \left(\frac{0.62}{1.8 - 0.1v_w + v_w^2} \right) \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{\frac{1}{6}}, \quad (3.3.28)$$

$$f_{\text{sw}} = 1.9 \times 10^{-5} \text{Hz} v_w^{-1} \tilde{\beta} \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{\frac{1}{6}} \Upsilon, \quad (3.3.29)$$

$$f_{\text{turb}} = 2.7 \times 10^{-5} \text{Hz} v_w^{-1} \tilde{\beta} \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{\frac{1}{6}}. \quad (3.3.30)$$

ここで Υ は音波が有限の寿命をもつことによる抑制因子であり次のように表される [172]

$$\Upsilon = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2\tau_{\text{sw}} H_c}}, \quad (3.3.31)$$

ただし

$$\tau_{\text{sw}} H_c \sim (8\pi)^{1/3} v_w \tilde{\beta} \sqrt{\frac{4(1+\alpha)}{3\alpha\kappa_{\text{sw}}}}. \quad (3.3.32)$$

最後に、式 (3.3.24) の h_n は $T = T_n$ におけるハッブル率である

$$h_n = 1.65 \times 10^{-5} \text{Hz} \left(\frac{T_n}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6}. \quad (3.3.33)$$

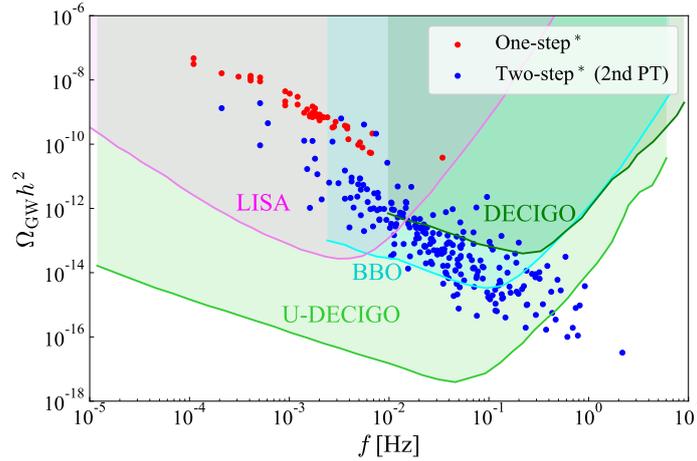


図 3.6 One-step* 相転移 (赤色) と two-step* の 2 回目の相転移 (青色) での周波数を横軸とした重力波のエネルギー密度のピーク点. 色付けされた領域は将来の宇宙で建設される重力波干渉計で観測可能な領域である.

図 3.6 において, one-step* 相転移 (赤色) と two-step の 2 回目の相転移 (青色) での周波数を横軸とした重力波のエネルギー密度のピーク点を示す. 図 3.6 における色付けされた領域は将来の宇宙で建設される重力波干渉計, LISA [47–49] と DECIGO [142, 143, 155], Big Bang Observer (BBO) [92], Ultimate DECIGO (U-DECIGO) [93] で観測可能な領域である. 図から分かるのは one-step* 相転移における全てのピーク点が $10^{-4} < f < 10^{-1}$ で $\Omega_{\text{GW}} h^2 \gtrsim 10^{-10}$ の範囲にあり, LISA で検証可能であることである. この理由は条件 $m_\eta/T_n > 25$ から相転移温度はとて低くなければならず, このとき大きな潜熱を生む 1 次相転移が起こるからである. 相転移温度に制限を付けるシナリオは珍しいため, このように LISA で存在の可否を検証できるモデルやシナリオはあまりない. 一方で, two-step* の 2 回目の相転移によるピーク点のほとんどは U-DECIGO の観測可能領域に位置する. 条件 $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} > 1$ は $m_\eta/T_n > 25$ よりも厳しくないものの, 低い T_{n2} を要請する. よって, 将来観測で two-step* 相転移シナリオの存在を明らかにすることができるかもしれない.

重力波スペクトルをより具体的に見るため, 各ベンチマークパラメータセットにおける横軸を周波数 f とした重力波のエネルギー密度を図 3.7 で示す. BM1 と BM2 (BM3 と BM4) におけるスペクトルはそれぞれ赤色と青色の実 (点) 線で表される. BM3 と BM4 においては, Fig 3.7 で示したように 2 回目の相転移のみが観測可能な重力波スペクトルを生む. BM3 においては 1 次相転移が 2 回起こる. しかし, 1 回目の相転移由来の重力波スペクトルは小さ過ぎて観測できない. BM1, BM2, BM3, BM4 における $(\alpha, \tilde{\beta})$ の値はそれぞれ (3.41, 22.4), (2.24, 226), $(7.07 \times 10^{-2}, 55.7)$, (0.139, 160) である. BM1 と BM2 においては低い相転移温度が理由で相転移の強さ α が大きくなるため, 図から分かるように重力波のエネルギー密度の最大値も大きくなる. 音波の寄与において抑制因子 Υ を考慮しても, LISA と U-DECIGO ではベンチマークにおける全ての重力波スペクトルを観測可能である. したがって, 3.4 節で示すような暗黒物質の残存量への相転移の影響の残滓として重力波スペクトルを観測できるかもしれない.

一方で, 音波による寄与 $\Omega_{\text{sw}} h^2$ に対する抑制因子によって, bubble wall の衝突による寄与 $\Omega_\phi h^2$ がスペクトルのピークの周りでは支配的な寄与になる. よって, $\Omega_\phi h^2$ と $\Omega_{\text{sw}} h^2$ 両方の寄与が将来観測で見えるかもしれない.

注意したいのは, もし $\mathcal{O}(1)$ TeV よりも重い質量を持つ追加のスカラー場を考えると, 相転移は one-step

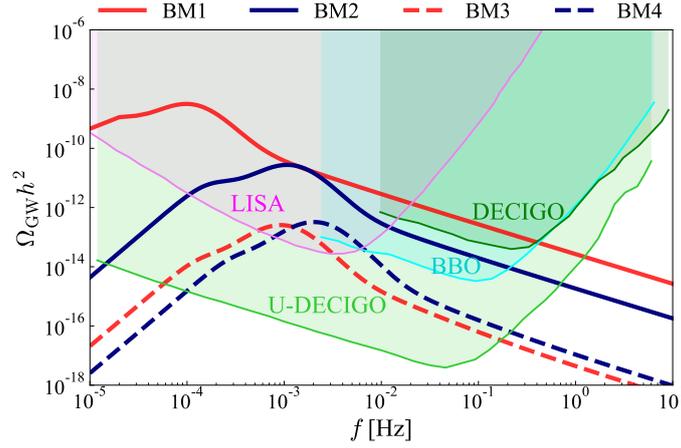


図 3.7 BM1 (赤色の実線), BM2 (青色の実線), BM3 (赤色の点線), BM4 (青色の点線) における横軸を周波数とした重力波のエネルギー密度. 色付けされた領域は将来の宇宙で建設される重力波干渉計で観測可能な領域である.

で弱い 1 次または連続的 (2 次または cross-over) になる傾向があることである. これは追加のスカラー場の質量が decoupling limit に近づくためである. この場合, 相転移による追加のスカラー場の質量変化は小さく, 相転移は暗黒物質の生成に影響与えにくくなる. 事実, 3.4.1 節で見ると, 追加のスカラー場における大きな質量の変化が暗黒物質生成へ影響を与えるために必要である.

3.4 暗黒物質の残存量

3.4.1 One-step 相転移の場合

一般に暗黒物質 N と inert スカラー粒子が関係したボルツマン方程式を解く必要がある. そして, 暗黒物質の数密度の発展を計算する. しかしながら, 今回はボルツマン方程式を簡略化する. なぜなら電弱精密測定を満たすためにいくつかの inert スカラー粒子の質量がほとんど縮退しなければならないからである [114]. 従って, ボルツマン方程式を最も軽い inert スカラー粒子の数密度 n_η とその自由度 g_η で記述する. 例えば, もし最も軽いスカラー粒子が熱浴にいた場合, マクスウェル-ボルツマン分布を仮定するとその数密度は単に

$$n_\eta^{\text{eq}} = K_2 \left(\frac{m_\eta}{T} \right) \frac{m_\eta^2 T}{2\pi^2}$$

と表される. もし全ての inert スカラー粒子が縮退していれば $g_\eta = 4$, η^\pm と A が最も軽い粒子であれば $g_\eta = 3$, H が最も軽ければ $g_\eta = 1$ となる. このような簡略化の下で inert スカラー粒子と結合する暗黒物質 N のボルツマン方程式は以下のように書き下される

$$\frac{dn_N}{dt} + 3Hn_N = g_\eta \langle \Gamma_\eta \rangle \left(n_\eta - n_\eta^{\text{eq}} \frac{n_N}{n_N^{\text{eq}}} \right) - g_N \langle \Gamma_N \rangle \left(n_N - n_N^{\text{eq}} \frac{n_\eta}{n_\eta^{\text{eq}}} \right), \quad (3.4.1)$$

$$\frac{dn_\eta}{dt} + 3Hn_\eta = -g_\eta \langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle \left(n_\eta^2 - n_\eta^{\text{eq}2} \right) - \langle \Gamma_\eta \rangle \left(n_\eta - n_\eta^{\text{eq}} \frac{n_N}{n_N^{\text{eq}}} \right) + \langle \Gamma_N \rangle \left(n_N - n_N^{\text{eq}} \frac{n_\eta}{n_\eta^{\text{eq}}} \right), \quad (3.4.2)$$

右辺は衝突項に対応している. ここで, $\langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle$ は最も軽い inert スカラー粒子の崩壊散乱断面積の thermal average, $\langle \Gamma_\eta \rangle$ と $\langle \Gamma_N \rangle$ は η と N の熱的効果を含んだ崩壊幅で, それぞれ $\eta \rightarrow N$, $N \rightarrow \eta$ につい

での崩壊幅になっており

$$\langle \Gamma_\eta \rangle = \frac{|\mathbb{Y}|^2}{16\pi} m_\eta \left(1 - \frac{m_N^2}{m_\eta^2}\right)^2 \frac{K_1(m_\eta/T)}{K_2(m_\eta/T)} \theta(m_\eta - m_N), \quad (3.4.3)$$

$$\langle \Gamma_N \rangle = \frac{|\mathbb{Y}|^2}{32\pi} m_N \left(1 - \frac{m_\eta^2}{m_N^2}\right)^2 \frac{K_1(m_N/T)}{K_2(m_N/T)} \theta(m_N - m_\eta), \quad (3.4.4)$$

と表される. 上式で $|\mathbb{Y}| \equiv \sqrt{|y_{1e}|^2 + |y_{1\mu}|^2 + |y_{1\tau}|^2}$ で, $K_n(x)$ は n 次の第二種ベッセル関数である. また, 崩壊過程 $\eta \rightarrow N + l$ における軽いレプトン l の質量は無視している. 崩壊断面積 $\langle \Gamma_\eta \rangle$ は microOmegas [173] を使って数値的に評価した. 断面積の温度依存性は安全に無視することができる. なぜなら inert スカラー粒子が熱浴から脱結合するのはそれらの粒子が非相対論的なきだからである ($m_\eta/T \sim 25$). 従って, 本章では 0 温度における断面積の値に固定する.*6 そしてその値は典型的に熱的残存量における正準な値 $3 \times 10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$ よりもはるかに大きい. なぜならゲージ相互作用がある程度の大きさだからである.*7

上のボルツマン方程式の導出において, 暗黒物質 N は暗に熱浴粒子との力学的平衡にある ($f_N \propto f_N^{\text{eq}}$) と仮定されている. これは N と熱浴粒子の弾性衝突が十分に早いときに有効である. これがこの模型で正しいのは, もしニュートリノ湯川結合が小さくても弾性衝突過程 $NL_\alpha \rightarrow \eta^* \rightarrow NL_\alpha$ が η resonance で強められるからである.*8

ボルツマン方程式は以下のように書き換えられる

$$\frac{dY_N}{dx} = \frac{g_\eta \langle \Gamma_\eta \rangle}{x \tilde{H}} \left[Y_\eta - \frac{Y_\eta^{\text{eq}} Y_N}{Y_N^{\text{eq}}} \right] - \frac{g_\eta \langle \Gamma_N \rangle}{x \tilde{H}} \left[Y_N - \frac{Y_N^{\text{eq}} Y_\eta}{Y_\eta^{\text{eq}}} \right], \quad (3.4.5)$$

$$\frac{dY_\eta}{dx} = -\frac{g_\eta \langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle s}{x \tilde{H}} \left[Y_\eta^2 - Y_\eta^{\text{eq}2} \right] - \frac{g_\eta \langle \Gamma_\eta \rangle}{x \tilde{H}} \left[Y_\eta - \frac{Y_\eta^{\text{eq}} Y_N}{Y_N^{\text{eq}}} \right] + \frac{g_\eta \langle \Gamma_N \rangle}{x \tilde{H}} \left[Y_N - \frac{Y_N^{\text{eq}} Y_\eta}{Y_\eta^{\text{eq}}} \right], \quad (3.4.6)$$

ここで $x \equiv m_N/T$ は宇宙の温度 T で与えられる無次元パラメータで, $Y_{N,\eta} \equiv n_{N,\eta}/s$ はエントロピー密度 $s = 2\pi^2 g_{*s} T^3/45$ で与えられる生成量である. 修正された Hubble rate \tilde{H} は以下のように与えられる

$$\tilde{H} \equiv H \left(1 - \frac{x}{3g_{*s}} \frac{dg_{*s}}{dx}\right)^{-1}, \quad (3.4.7)$$

ただし, g_{*s} はエントロピー密度に対する相対論的自由度を表す. 上式では粒子の質量における温度効果を含める. 暗黒物質の残存量は PLANCK による観測量 $\Omega_N h^2 = 0.12$ [13] を満たす必要がある. これは $m_N/T \rightarrow \infty$ における生成量 Y に変換できる

$$Y_N^\infty = 4.4 \times 10^{-10} \left(\frac{\text{GeV}}{m_N} \right). \quad (3.4.8)$$

これは暗黒物質の残存量

$$\Omega_N h^2 = \frac{m_N n_N(\infty)}{\rho_{\text{rad}}} h^2 = \frac{m_N Y_N(\infty) s_0}{\rho_{\text{rad}}} h^2, \quad (3.4.9)$$

*6 $\langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle$ が重要になるのは脱結合の時であり, それ以外では熱平衡分布だから暗黒物質の生成量と関係がない. 脱結合のときはすでに十分温度が低く, そこから温度減少による変化が少ないため 0 温度の値に近似できる.

*7 ゲージ相互作用に加え, スカラー自己相互作用の結合定数も大きい. これにより, 消滅過程のみを考えたときの暗黒物質の残存量はゲージ相互作用のみのときよりも小さくなる. また, 残存量は $\langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle$ と逆比例するから $\langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle$ は通常よりも大きくなる.

8 弾性衝突過程 $NL_\alpha \rightarrow \eta^ \rightarrow NL_\alpha$ の散乱断面積は以下のように表される

$$\langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle = \frac{1}{8m^4 T K_2^2(m/T)} \int_{4m^2}^{\infty} \sigma(s - 4m^2) \sqrt{s} K_1(\sqrt{s}/T) ds.$$

各温度 T で η resonance ($s = 4m^2(T)$) が積分範囲に入るため, 散乱断面積 $\langle \sigma_{\eta\eta} v_{\text{rel}} \rangle$ は十分大きくなる.

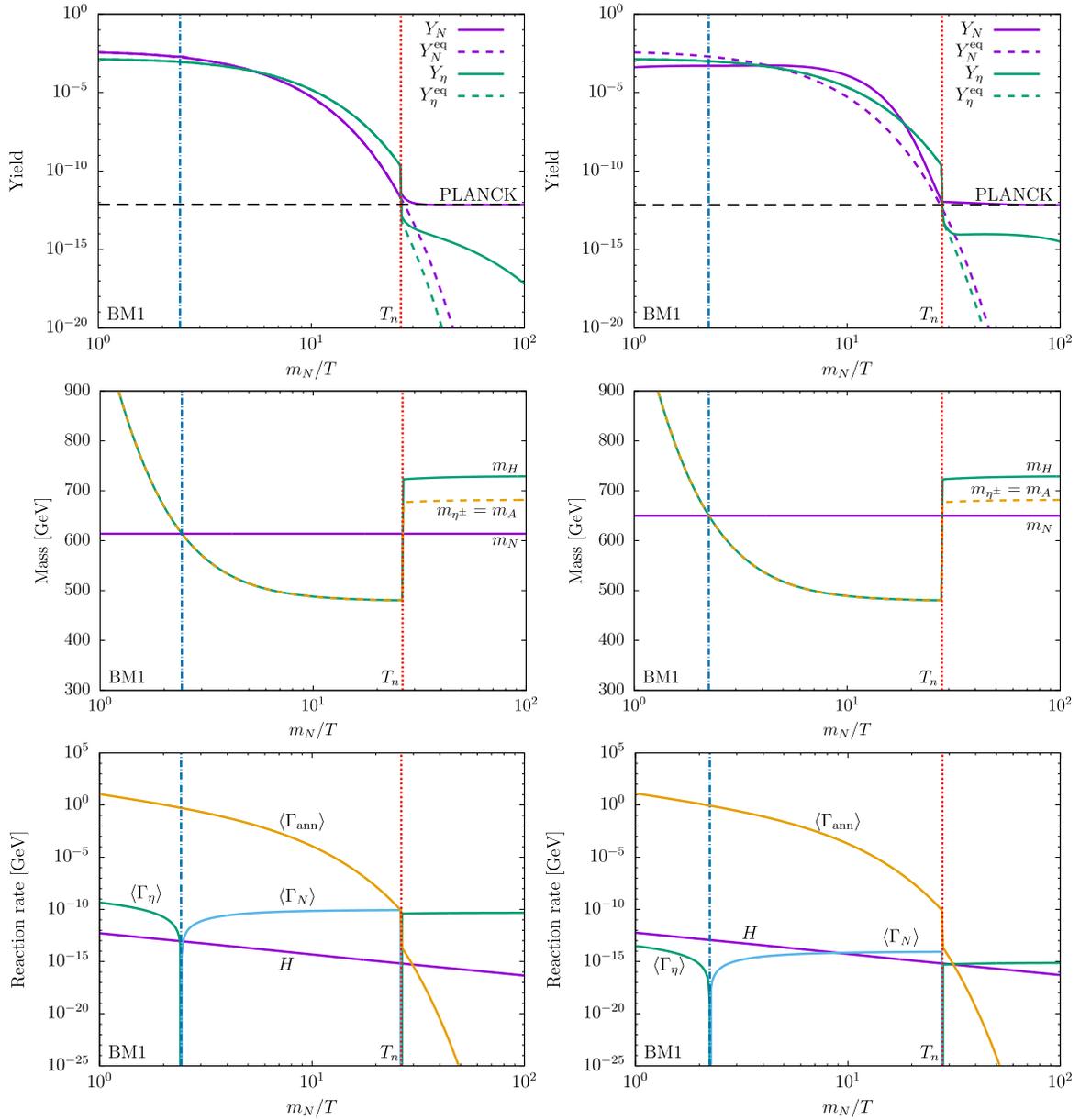


図 3.8 One-step 相転移 (BM1) におけるボルツマン方程式の解 (上段) と温度補正を考慮したスカラー質量 (中段), 反応率 (下段). 暗黒物質の質量と湯川結合定数は左側では $(m_N, |Y|) = (614 \text{ GeV}, 1.00 \times 10^{-5})$, 右側では $(650 \text{ GeV}, 8.20 \times 10^{-8})$ でそれぞれ固定されている.

に現在のエントロピー密度 $s_0 = 2890 \text{ cm}^{-3}$, $\rho_{\text{rad}} = 10.54 h^2 \text{ GeV/m}^3$, $\Omega_N h^2 \approx 0.12$ を代入すると得られる

$$Y_N^\infty = 4.38 \times 10^{-10} \left(\frac{\text{GeV}}{m_N} \right). \quad (3.4.10)$$

BM1 におけるボルツマン方程式の解の 2 つの例を図 3.8 に示す. 解くときの生成量 Y の初期値は 0 とおいた $Y_{N,\eta}^{\text{init}} = 0$. 右側の図では $(m_N, |Y|) = (614 \text{ GeV}, 1.00 \times 10^{-5})$ と固定し, 左側の図では $(650 \text{ GeV}, 8.20 \times 10^{-8})$ とした. 上, 中央, 下側の図はそれぞれ数密度, 温度補正を含む質量, 崩壊の反応率と η の消滅率の温度発展をそれぞれ表している. η の消滅率は Hubble rate と共に $\langle \Gamma_{\text{ann}} \rangle \equiv \langle \sigma_{\eta\eta\nu\text{rel}} \rangle n_\eta^{\text{eq}}$ で定義される. 上の図における黒い点線は PLANCK による暗黒物質の残存量の観測値 [13] を表している. 全ての図で青の縦線は N と η の質量が反転したとき, 赤の縦線は相転移温度を表している.

左側の図では、 η の崩壊と消滅過程が最初は熱化されていたことが分かる ($\langle \Gamma_\eta \rangle, \langle \Gamma_{\text{ann}} \rangle > H$). つまり、生成量 $Y_{N,\eta}$ は熱平衡における値に一致する、 $Y_{N,\eta} = Y_{N,\eta}^{\text{eq}}$. 左中央の図を見ると、スカラー場の質量が温度低下と共に小さくなっていることが分かる. $x \approx 2.4$ ($T \approx 254$ GeV) において N と η の質量の大小は逆転する. よって、その後は $\eta \rightarrow N$ の代わりに $N \rightarrow \eta$ への崩壊が活発になる. N, η の質量階層性は $x \approx 26$ ($T \approx 23$ GeV) に起こる 1 次相転移により再び元に戻る. これは η が ϕ_1 から多くの寄与を得るからである. 1 次相転移時において、 η の消滅に対する反応速度は急激に減少しすぐに有効でなくなる. 加えて、 $\eta \rightarrow N$ の崩壊が再び有効になるので、多数の η が N へと崩壊する. 同時に逆崩壊過程が η 崩壊と競り、最後には暗黒物質の数密度は PLANCK で観測された残存量 [13] に落ち着く.*9

右側の図は、 η は最初熱浴にいるが N は熱浴にいない場合となっている. $x \approx 2.2$ ($T \approx 290$ GeV) における質量反転の後、 N の数密度は $N \rightarrow \eta$ 崩壊によってゆっくりと減少し始める. N の生成量は相転移が起きる $x \approx 28$ ($T \approx 23$ GeV) で瞬間的に固定される. なぜならば、 η が大きな質量を突然得るため、その結果として N と η の質量の大小が逆になるからである. 左の図とは違い、 N の数密度は相転移において急激に変ったりはしない. なぜなら、湯川結合が小さいために崩壊幅 $\langle \Gamma_\eta \rangle$ がはるかに左の場合よりも小さいからである. 相転移を考慮しない場合は N が熱化されないままなので、 $m_N/T = 1$ のときから N の残存量は変わらない.

BM2 におけるボルツマン方程式の解の他の 2 つの例を図 3.9 に示す. 左側の図では暗黒物質の質量と湯川結合の大きさを $(m_N, |\mathbb{Y}|) = (710 \text{ GeV}, 1.00 \times 10^{-5})$ としており、右側の図では $(870 \text{ GeV}, 1.54 \times 10^{-7})$ としている. 図 3.8 と同様に暗黒物質の残存量は相転移温度 $T_n \approx 25$ GeV において瞬間的に決まってしまう. 左側の図では N と η 間の質量の反転は起こっておらず、全ての時間で N が最小となっている. このような場合でも N の数密度は逆崩壊 $N L_\alpha \rightarrow \eta$ によって減少させられる.*10 そして、相転移が起こることで η と N の質量差が大きくなり N が脱結合する ($\langle \Gamma_{\text{ann}} \rangle < H$) ことで残存量の観測値が再現される. 左側の図において相転移を考慮しない場合は質量差 $\Delta m \equiv m_\eta - m_N$ が大きいために相転移を考える場合よりも早い時期に脱結合する. なぜなら逆崩壊 $\eta \leftarrow N l$ の反応率は $\langle \Gamma_\eta \rangle \exp(-\Delta m/T)$ に比例しており、温度低下で Hubble rate H よりも小さくなってしまふからである. 右側の図では BM1 と同様に相転移を考慮しないと $m_N/T = 1$ のときから N の残存量は変わらなくなってしまう.

図 3.10 において BM1 (左) と BM2(右) における暗黒物質の観測された残存量を再現するパラメータ領域 (紫色の線) を $(m_N, |\mathbb{Y}|)$ 平面で表した. 右側の赤い領域は、0 温度において最も軽い inert スカラー粒子の質量よりも右巻きニュートリノの質量が軽くなってしまふ領域のため、今回のシナリオでは適切でない. オレンジの点線は左巻きニュートリノの質量スケール ($\mathcal{O}(0.05)$ eV) を再現するニュートリノの湯川結合のスケールを表している. この $\mathcal{O}(0.05)$ eV はニュートリノの振動実験から推測されたものである [157]. 灰色の点線が表すのは、崩壊率 $\langle \Gamma_\eta \rangle$ が $T = m_N$ において Hubble rate と同程度 ($\langle \Gamma_\eta \rangle \sim H$) になる領域である. つまり、この線の上側の領域では崩壊 $\eta \rightarrow N$ が宇宙膨張よりも十分に早く起こるといふことである. 右側の図の青い点線は $T \gtrsim T_n$ において $m_N = m_\eta$ となる閾値に対応している. 両方の図を見ると、暗黒物質の質量が $m_N \sim 614$ GeV (左), $m_N \sim 710$ GeV (右) において残存量が湯川結合の大きさに依存していないことが分かる. これは高温のときから N が熱化されているので、相転移前までその数密度は熱平衡でのものとなる ($n_N = n_N^{\text{eq}}$). よって、 n_N^{eq} と熱平衡から脱する相転移温度で値が決まる. 数密度 $n_N^{\text{eq}} \propto m_N^2$ より相転移温度が固定されているときは m_η で暗黒物質の残存量が決まる. 加えて、暗黒物質の質量依存性

*9 $\langle \Gamma_{\text{ann}} \rangle, \langle \Gamma_\eta \rangle > H$ より、標準模型のレプトン l と inert スカラー場, RH ニュートリノは熱平衡にある. この時、 $\langle \Gamma_{\text{ann}} \rangle$ により $\eta\eta \rightarrow ll$ と崩壊が起こることで、 n_η が減りその分熱平衡下にある N が減った分を補填するように $N \rightarrow \eta l$ が起こる.

*10 レプトン数は高温で $n_l \propto T^3$ であり十分な大きい. このとき、 $\langle \sigma_{Nl_\alpha} v_{\text{rel}} \rangle n_l \gg H$ となるから、 $N L_\alpha \leftrightarrow \eta$ という過程は熱平衡状態となる. これにより N は熱化される.

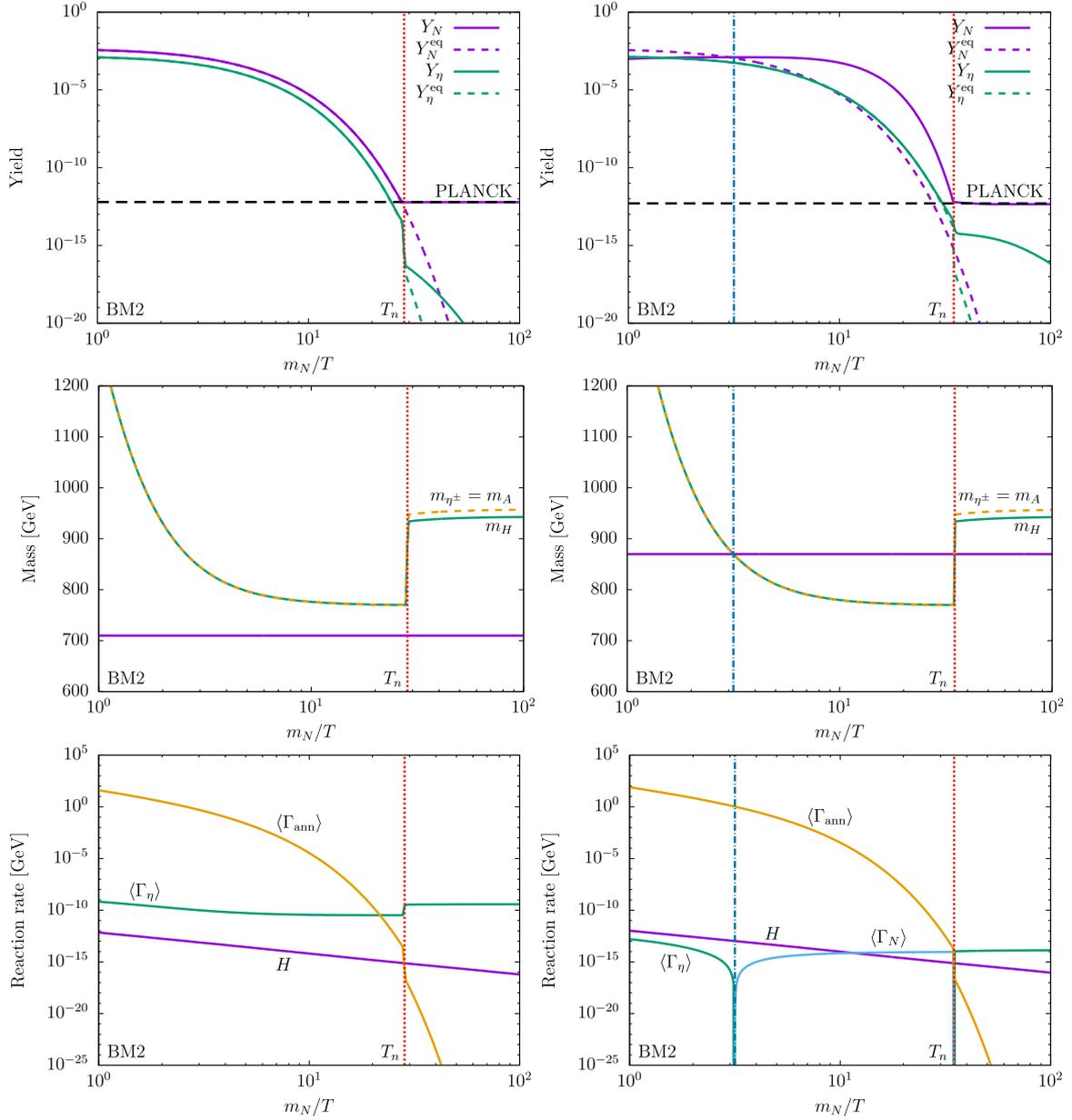


図 3.9 BM2 における図 3.8 と同じ図. 暗黒物質の質量と湯川結合定数は左側では $(m_N, |Y|) = (710 \text{ GeV}, 1.00 \times 10^{-5})$, 右側では $(870 \text{ GeV}, 1.54 \times 10^{-7})$ でそれぞれ固定されている.

は赤い領域に近づくほど小さくなっている. このとき, 残存量は主に湯川結合の大きさ $|Y|$ で決まっている. この場合は最初 N が熱化されていないので $\langle \Gamma_\eta \rangle$ と相転移温度, つまり脱結合温度によって残存量が決まる. $\langle \Gamma_\eta \rangle \propto |Y|^2$ より相転移温度が固定されているとき $|Y|$ で残存量が決まる.*11 このような振る舞いは先行研究と一致している [154]. 以上の数値計算から, 観測された暗黒物質の残存量はほとんど電弱相転移の相転移温度で決まっていることが分かった.

Charged lepton flavor process $\mu \rightarrow e\gamma$ [163] について言及する. 湯川結合が $\mathcal{O}(0.05)$ よりも小さい

*11 図 3.10 の右図における, 有限温度で η と N の質量反転 ($m_\eta(T) \approx m_N$) が起こる青線周りの振る舞いは質量 m_N と湯川結合 $|Y|$ 両方が大きい寄与を与えるために起こる. なぜなら, 2 つの反応率が

$$\langle \Gamma_\eta \rangle \propto |Y|^2 (1 - m_N^2/m_\eta^2(T))^2, \quad \langle \Gamma_N \rangle \propto |Y|^2 (1 - m_\eta^2(T)/m_N^2)^2,$$

のように書けるためである.

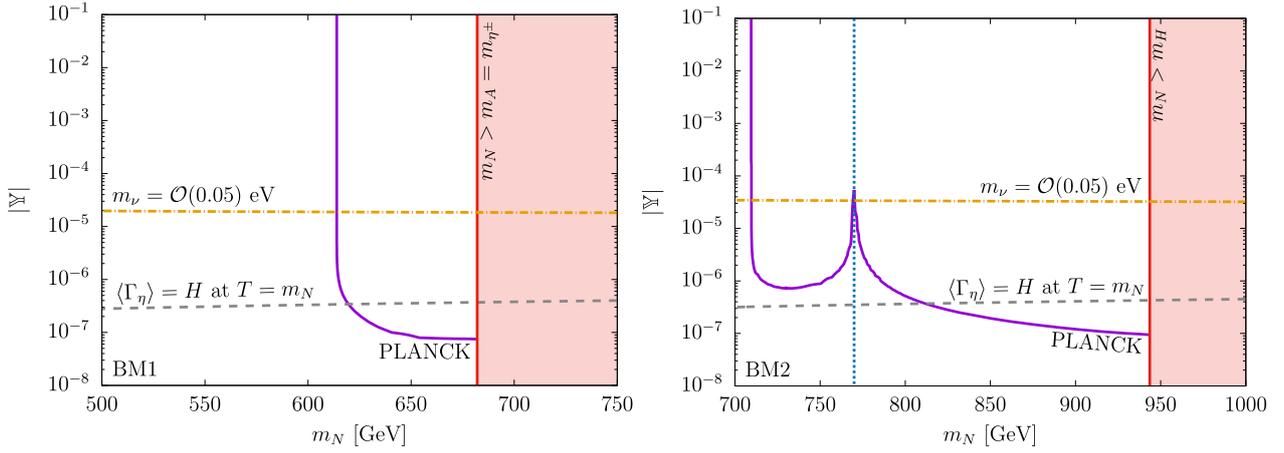


図 3.10 BM1 (左) と BM2 (右) における $(m_N, |\mathbb{Y}|)$ 平面でのパラメータ領域. 紫色の線において観測された暗黒物質の残存量が生成される. 右側の赤い領域では暗黒物質候補 N が追加のスカラー場よりも重くなる. オレンジ色の点線は小さいニュートリノ質量スケール $\mathcal{O}(0.05)$ eV が導かれるニュートリノ湯川結合のオーダーを示している. 右図の $m_N \sim 770$ GeV 周りにおける青色の縦の点線は $T \gtrsim T_n$ において $m_N = m_\eta$ となる閾値に対応している. 灰色の点線は $T = m_N$ で $\langle \Gamma_\eta \rangle = H$ となる領域を表している.

とき, 現在の実験からの制限は避けることができる [21]. そして $\mu \rightarrow e\gamma$ の分岐率の予測値は将来実験で検証することができる. 先行研究 [160–162] において示されたのは, 右巻きニュートリノ暗黒物質の熱的生成は charged flavor violating 過程の強い制限を満たさないということである (観測量を説明するには $|\mathbb{Y}| = \mathcal{O}(0.1-1)$ となる必要があるが, 制限を満たすには $|\mathbb{Y}| < 0.05$ である必要がある. この場合暗黒物質ができ過ぎてしまう). しかしながら, いくつかのパラメータ点において 1 次相転移は暗黒物質の生成に大きな影響を与える. これは charged flavor violating 過程からの制限を満たし将来実験で検証することを可能にする. 加えて, もし湯川結合が複素数であれば荷電レプトンの EDM が予測され [174–176], それはもしかしたら宇宙のバリオン数非対称性の生成と関係しているかもしれない.

他のコメントとして, もし inert スカラー粒子の質量が TeV スケールよりも重ければ, 相転移による質量の変化は $\mathcal{O}(10)\%$ 程度と小さくなる. なぜなら, このとき inert スカラー粒子の質量への主要な寄与は VEV ではなく 2 次結合定数 μ_η^2 から与えられるからである. このような場合, ほとんど質量の変化が起こらないために相転移を考慮しない場合との差が小さく, 暗黒物質の残量への相転移の影響は限られたものとなる.

3.4.2 Two-step 相転移の場合

Two-step 相転移において η は一時的に VEV を獲得する. その結果, VEV を獲得する期間 $T_{n2} < T < T_{n1}$ において左巻きと右巻きのニュートリノはニュートリノ湯川結合を通して混ざり合う. 従って, $W^\pm \rightarrow N l_\alpha^\pm$ と $Z \rightarrow N \nu_\alpha$ という追加の崩壊過程が起こり, これらの過程が暗黒物質の数密度の発展に変化を与える.

この節では, 暗黒物質 N が inert スカラー粒子よりもはるかに軽い場合を考える ($m_N \ll m_{\eta^\pm}, m_H, m_A$). そして暗黒物質の残存量の計算への相転移の影響を見るために N は決して熱化されないとする.*¹² Inert

*¹² Two-step 相転移起こすパラメータセットで freeze-out 機構に影響を与えるための条件 $m_\eta/T_n > 25$ を満たすものは無かった.

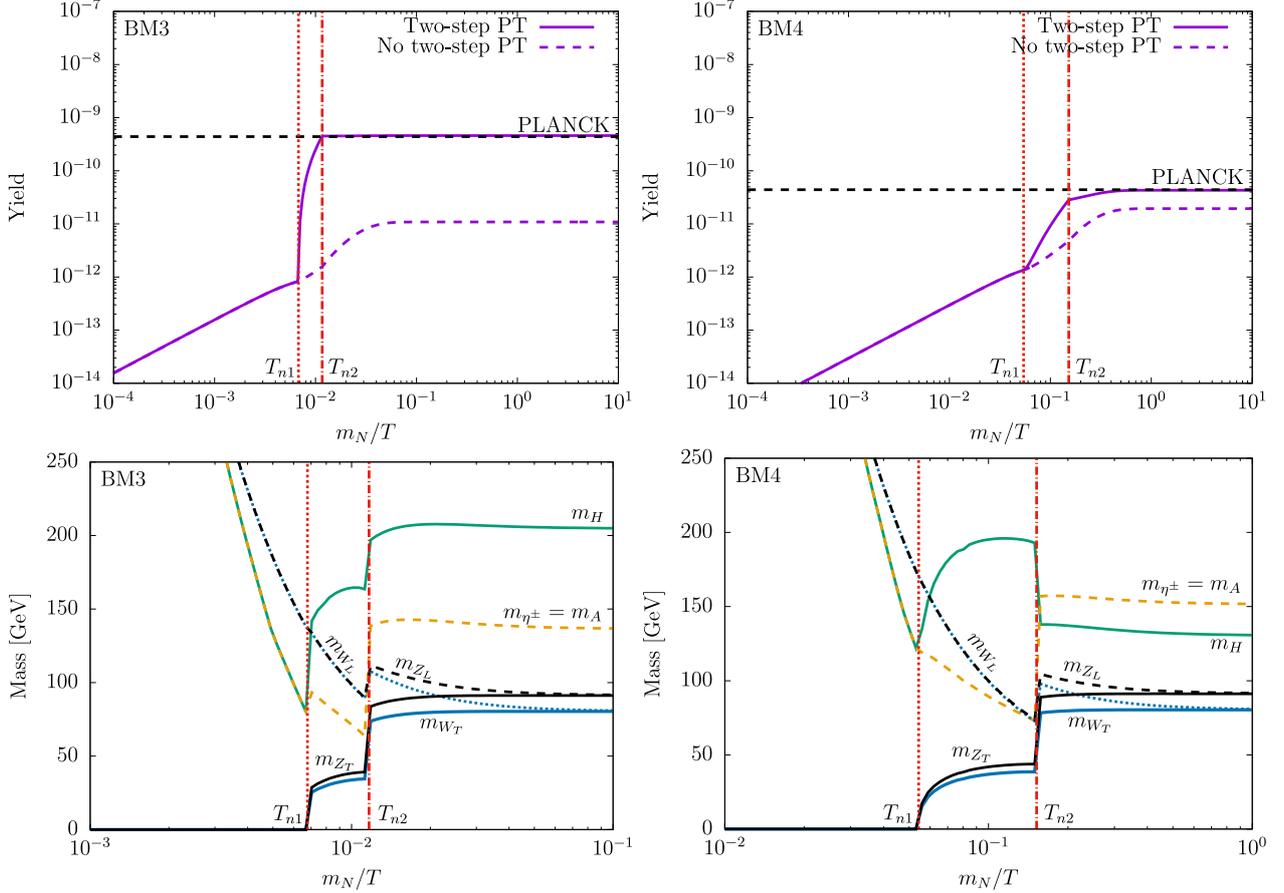


図 3.11 Two-step 相転移におけるボルツマン方程式の解 (上段) と温度補正を考慮した追加のスカラーとゲージボソンの質量 (下段). 左側と右側はそれぞれ BM3 と BM4 での結果になっている. 暗黒物質の質量と湯川結合定数は左側では $(m_N, |\mathbb{Y}|) = (1 \text{ GeV}, 2.1 \times 10^{-12})$, 右側では $(10 \text{ GeV}, 2.8 \times 10^{-12})$ でそれぞれ固定されている.

スカラー粒子 η^\pm, H, A は暗黒物質の数密度が発展するときに熱的平衡にある ($n_\eta = n_\eta^{\text{eq}}$) ので, 暗黒物質に関するボルツマン方程式は単に以下のように与えられる

$$\frac{dn_N}{dt} + 3Hn_N = g_\eta \langle \Gamma_\eta \rangle n_\eta^{\text{eq}} + \left(\langle \Gamma_{W_T} \rangle n_{W_T}^{\text{eq}} + \langle \Gamma_{W_L} \rangle n_{W_L}^{\text{eq}} \right) + \left(\langle \Gamma_{Z_T} \rangle n_{Z_T}^{\text{eq}} + \langle \Gamma_{Z_L} \rangle n_{Z_L}^{\text{eq}} \right). \quad (3.4.11)$$

右辺の最初の項は崩壊チャンネル $\eta \rightarrow NL_\alpha$ からの寄与で, その他の項は一時的な ϕ_2 の VEV により生まれる追加のゲージボソンの崩壊過程からの寄与である. 質量への温度効果を含んで考えるために, ゲージ共変性が壊れ横波と縦波のモードが異なった質量を持つ. 従って, 横波と縦波のモードを分けて計算する必要がある. 式 (3.4.11) の T と L はそれぞれ横波と縦波のモードを表す (縦波と横波の自由度の違いは崩壊幅

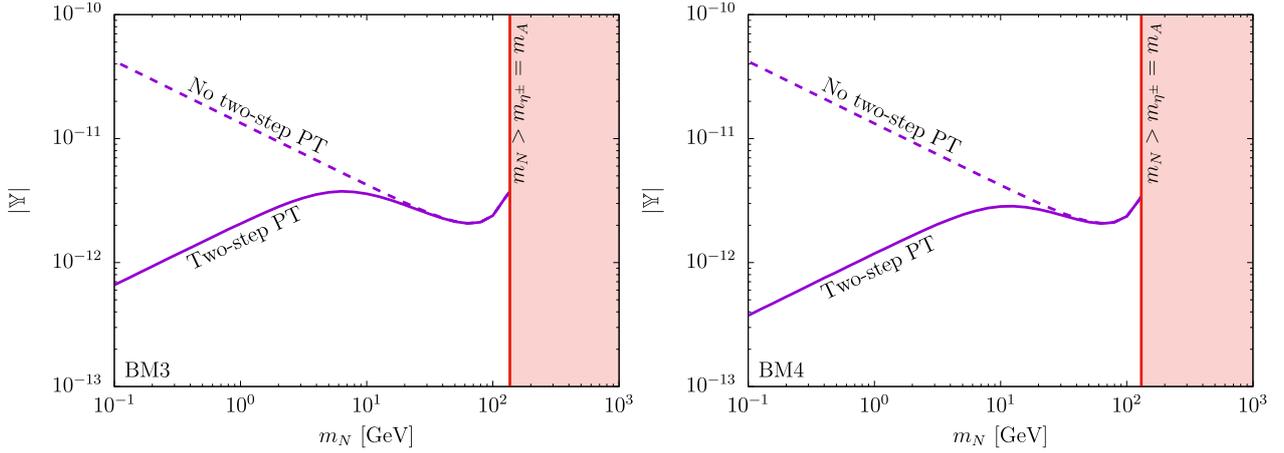


図 3.12 BM3 と BM4 における観測された暗黒物質の残存量を生成する領域。

Γ に含まれている). それぞれの崩壊幅は以下のように計算される

$$\langle \Gamma_{W_T} \rangle \approx \frac{2}{3} \frac{g^2 m_{W_T}}{32\pi} |\mathbb{Y}|^2 \frac{\phi_2^2}{m_N^2} \frac{K_1(m_{W_T}/T)}{K_2(m_{W_T}/T)} \theta(T_{n1} - T) \theta(T - T_{n2}), \quad (3.4.12)$$

$$\langle \Gamma_{W_L} \rangle \approx \frac{1}{3} \frac{g^2 m_{W_L}}{16\pi} |\mathbb{Y}|^2 \frac{\phi_2^2}{m_N^2} \frac{K_1(m_{W_L}/T)}{K_2(m_{W_L}/T)} \theta(T_{n1} - T) \theta(T - T_{n2}), \quad (3.4.13)$$

$$\langle \Gamma_{Z_T} \rangle \approx \frac{2}{3} \frac{g^2 m_{Z_T}}{32\pi \cos^2 \theta_W} |\mathbb{Y}|^2 \frac{\phi_2^2}{m_N^2} \frac{K_1(m_{Z_T}/T)}{K_2(m_{Z_T}/T)} \theta(T_{n1} - T) \theta(T - T_{n2}), \quad (3.4.14)$$

$$\langle \Gamma_{Z_L} \rangle \approx \frac{1}{3} \frac{g^2 m_{Z_L}}{16\pi \cos^2 \theta_W} |\mathbb{Y}|^2 \frac{\phi_2^2}{m_N^2} \frac{K_1(m_{Z_L}/T)}{K_2(m_{Z_L}/T)} \theta(T_{n1} - T) \theta(T - T_{n2}). \quad (3.4.15)$$

ここで、ゲージボソンの質量はレプトンや暗黒物質 N の質量よりもはるかに重いと仮定されている。式中の因子 ϕ_2^2/m_N^2 はニュートリノ混合行列の要素から来ている。この因子は ϕ_2 の VEV よりも暗黒物質の質量が小さいときにゲージボソンの崩壊幅を強める。また、式 (3.4.11) 右辺の第 2 項と第 3 項は 0 温度では 1 つにまとめることができる。なぜならその極限では横波と縦波成分は同じ質量を持っているからである。

BM3 (左) と BM4 (右) におけるボルツマン方程式の解と inert スカラーとゲージボソンの質量の温度発展を図 3.11 で表す。左側では暗黒物質の質量は $m_N = 1$ GeV, ニュートリノ湯川結合の大きさは $|\mathbb{Y}| = 2.1 \times 10^{-12}$ としており、右側では $m_N = 10$ GeV, $|\mathbb{Y}| = 2.8 \times 10^{-12}$ としている。上側の図において、実線が表すのはベンチマークポイントにおけるボルツマン方程式の解である。点線は two-step 相転移の影響、つまりゲージボソンの追加の崩壊過程を考慮しない場合の結果となっており、比較のために示している。水平な黒の点線は PLANCK により観測された暗黒物質の残存量を示している。垂直な赤の点線は 2 つの相転移温度 T_{n1}, T_{n2} を表している。図から分かるのが、 ϕ_2 が VEV を持つ $T_{n2} < T < T_{n1}$ 時に暗黒物質の数密度が急激に増加していることである。これは暗黒物質の生成率が因子 ϕ_2^2/m_N^2 により強められているからである。もう一度注意したいのは、我々が注目しているパラメータ領域は one-step 相転移の場合とは異なる。それは相転移による暗黒物質の残存量への影響を調べるためである。

図 3.12 が示すのは BM3 (左) と BM4 (右) における $(m_N, |\mathbb{Y}|)$ 平面での観測された暗黒物質の残存量を再現する領域である。図の右側の赤い領域は最も軽い inert スカラー粒子よりも暗黒物質 N が重くなる領域となっている。図から分かるのは $m_N \gtrsim \mathcal{O}(100)$ GeV の領域では two-step 相転移によるゲージボソン崩壊の影響は少なくなり、暗黒物質の残存量には何の影響も与えないということである。一方で $m_N \lesssim \mathcal{O}(10)$ GeV の領域では大きな影響がある。繰り返しになるが、これはゲージボソンの崩壊幅が因子 ϕ_2^2/m_N^2 に比

例しているからである。

また, 3.3.3 節で示した two-step* 相転移における条件 $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} > 1$ について述べる. このシナリオでは, 暗黒物質の残存量を大きく変化させるために最初と最後の相転移が起こる期間 $T_{n2}/m_N < T/m_N < T_{n1}/m_N$ が長いことが好まれる. これは 2 回目の相転移前の極小点における大きい $\phi_2(T_{n2})$ と低い相転移温度 T_{n2} が適していることを意味する. 高温では原点のみが最小点であり, 温度が下がることで ϕ_2 軸の極小点が生まれ極小点と原点との距離は段々遠くなっていく. 場の値 $\phi_2(T_{n2})$ はこの距離の最大値を表しており, これが大きいほど ϕ_2 が真空期待値を持つ 1 回目の相転移から 2 回目の相転移が起こるまでの温度差はナイーブに大きいと考えられる. しかし, この場合 2 回目の相転移温度が高いと ($T_{n1} > T_{n2}$ より) 期間 $T_{n2}/m_N - T_{n1}/m_N$ は短い. そのため, 低い T_{n2} が同時に求められる. この 2 つを考慮する条件として本章では $\phi_2(T_{n2})/T_{n2} > 1$ を考えた.

3.5 結論

宇宙の暗黒物質の性質はまだ分かっていない. 暗黒物質の生成機構はこの宇宙を理解するヒントになるかもしれない. Freeze-out 機構と freeze-in 機構は暗黒物質を生成する標準的な方法として知られている. 本章で我々は初期宇宙の相転移が scotogenic 模型における暗黒物質の生成にどのような影響を与えるか調べた. Scotogenic 模型とは標準模型に 1 つの inert スカラー doublet と 3 つの ($SU(2)$ singlet フェルミオンの) 右巻きニュートリノを加えた模型である. この模型の長所はシンプルな模型で小さい左巻きニュートリノ質量を one-loop で説明し, かつ暗黒物質の候補を同時に与えるからである. しかし, 知られているのは freeze-out 機構を介した熱的生成を仮定すると singlet fermionic 暗黒物質の候補は現在の制限 (charged lepton flavor process) から除外されてしまうということである.

まず初めに, 温度補正を加えた質量を伴う one-loop level の有限温度における有効ポテンシャルについて説明した. その後, この模型における相転移を調べ, パラメータサーチを実行した. ベンチマークとして one-step と two-step の 1 次相転移を起こす異なるパラメータセットを選んだ. それらの 1 次相転移は宇宙で建設される将来の重力波干渉計で調べられるような重力波を生む.

次に, 4 つのベンチマークセットにおいて one-step と two-step 相転移を暗黒物質の数密度の計算に組み込んだ. One-step 相転移の場合では, 相転移温度で瞬間的に暗黒物質の残存量が決まることが分かった. もし相転移温度が $T_n \approx 23 \sim 25$ GeV と低ければ観測された暗黒物質の残存量はニュートリノ湯川結合が $\mathcal{O}(10^{-7})$ から $\mathcal{O}(10^{-1})$ くらいの大きさで再現される. 加えて, そのような小さい相転移温度が理由で, 相転移はとても強い 1 次相転移となり将来の観測で調べられるほどの重力波を生み出す. 強調したいのは観測可能な重力波と暗黒物質の生成は one-step 相転移の場合において強く関係しているということである.

Two-step 相転移の場合には inert スカラー doublet が $T_{n2} < T < T_{n1}$ において一時的に VEV を持つ. この VEV がゲージボソンの質量を変え, 左巻きと右巻きニュートリノの混合を引き起こす. ニュートリノ混合を通じて暗黒物質の生成に関係する新しい崩壊過程が現れる. もし暗黒物質が inert スカラーの VEV よりもはるかに軽ければ, これらの新しい過程は暗黒物質を生成する freeze-in 機構を修正する. One-step 相転移の場合と同様に将来の重力波観測によりこの two-step シナリオの存在が明らかにされるかもしれない.

第 4 章

複数段階相転移によるバリオン数生成

4.1 導入

素粒子物理学における大きな問題の 1 つとして、宇宙のバリオン数非対称性がある。これは宇宙で反粒子はほとんど観測されず粒子のみが残っている、つまり粒子と反粒子の非対称性がどのように生まれたかという問題である。ビッグバン元素合成の観測からその非対称性は [21]

$$\eta_B^{\text{obs}} \equiv \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} = (8.2 - 9.2) \times 10^{-11} \text{ at } 95\% \text{ C.L.} \quad (4.1.1)$$

で与えられている。ここで n_B ($n_{\bar{B}}$) は (反) 粒子の密度を表し、 s は宇宙のエントロピー密度である。この結果は CMB 観測結果とも一致している [13]。現在の実験をよく説明している標準模型ではこのバリオン数非対称性を説明できない。なぜなら、この非対称性が生まれるためにサハロフの 3 条件 [17] を満たさないからである。サハロフの 3 条件とは

- バリオン数の破れ
- C と CP 対称性の破れ
- 熱平衡からのずれ

のことを指す。正味のバリオン数が生まれるにはこの 3 つの条件が同時に満たされる必要がある。しかし、標準模型では最初の条件以外を十分に満たすことができない。2 つ目の条件の C と CP 対称性の破れについては標準模型に含まれる CP 位相である Cabbibo–小林–益川行列の位相が小さ過ぎるために十分なバリオン数を生成できない [18–20]。一方で、最後の条件の熱平衡からのずれは電弱相転移が 1 次相転移であれば満たすことができる。しかし、格子計算からヒッグス質量の観測値 125 GeV [9–12] では相転移が cross-over と呼ばれる連続的で滑らかな相転移となってしまうことが示されている [24]。そのため、標準模型では電弱相転移は 1 次にはならない。以上のように標準模型ではサハロフの 3 条件のうち 2 つが十分に満たされていない。

その解決策の 1 つとして、標準模型のスカラー部分を拡張することが考えられる。例えば、標準模型に $SU(2)$ singlet スカラー場を加えた singlet extension や $SU(2)$ doublet を加えた 2HDM [177], triplet を加えた triplet extension などがある。他にも 2HDM に singlet を加えた next to two Higgs doublet model (N2HDM) や doublet を 2 つ加えた three Higgs doublet model (3HDM) がある。標準模型のスカラー部分は最も簡単な形であり指導原理がないために、このように数々のモデルが考えられている (それぞれのモデルについてのレビューは例えば文献 [178] を見よ)。これらのモデルではパラメータが増えるために比較的簡単に 1 次相転移を実現できる。さらに、標準模型では十分でなかった CP の破れも 2HDM ではスカラー部分

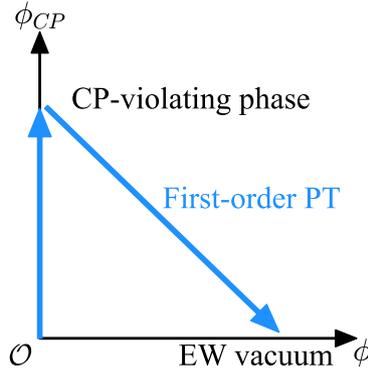


図 4.1 本章で考える複数段階相転移の経路.

における破れを考えることで解決することができる。しかしながら、電子の双極子モーメントの精密測定による制限から十分なバリオン数を作るような CP の破れをスカラー部分に埋め込むことが難しくなっている [26–28]。本章では電弱バリオン数生成の新たな可能性として複数段階相転移によるバリオン数生成を考える。複数段階相転移を考えることにより、相転移時における CP 位相の変化が大きくなりそしてバリオン数の生成が強められるかもしれない。

本章の構成は以下のようになっている。4.2 節ではまず想定する複数段階相転移の経路と 1 次相転移における bubble profile について記述する。4.3 節ではバリオン数生成の計算に必要な輸送方程式について述べる。その次に、バリオン数保存を破るスファレロン過程の遷移率とバリオン数生成について 4.4 節で議論する。4.5 節では前節までで示した式を用いて計算した結果を示す。4.6 節では本章で考えたような複数段階相転移が起こり得るモデルについて議論する。最後に 4.7 節で本章の結論を述べる。

4.2 複数段階相転移

本章では toy 模型としてトップクォークに

$$m_t = \frac{1}{\sqrt{2}} y_t (\phi + i\phi_{CP}) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} y_t \sqrt{\phi^2 + \phi_{CP}^2} e^{i\theta_{CP}}. \quad (4.2.1)$$

というように質量を与える湯川相互作用をする中性スカラー場 ϕ と ϕ_{CP} を考える。ここで y_t は標準模型でのトップクォークの湯川結合定数を表す。CP 対称性を破る CP 位相 θ_{CP} は $\phi + i\phi_{CP}$ に対する複素位相となっている。本章では複数段階相転移の例として図 4.1 で示されるような相転移を考える。まず最初の相転移で CP を破る場 ϕ_{CP} のみが真空期待値を持つ。この相転移は連続的・非連続的どちらでも良い。その後、2 回目の相転移で現在の真空である EW vacuum 近く ($\phi \simeq v \equiv 246 \text{ GeV}$) に遷移する。この相転移は 1 次であるとする。場 ϕ は CP 対称性を破らず現在の真空は CP が破れていないと考え、この 2 回目の相転移において (CP が大きく破れた相から破れていない相へ遷移するため、トップクォーク質量の) CP 位相が大きく変化する。このときにバリオン数生成が実現するシナリオを考える。このような相転移は例えば CP-violating 2HDM で実現できる可能性がある (4.6 節を参照のこと)。

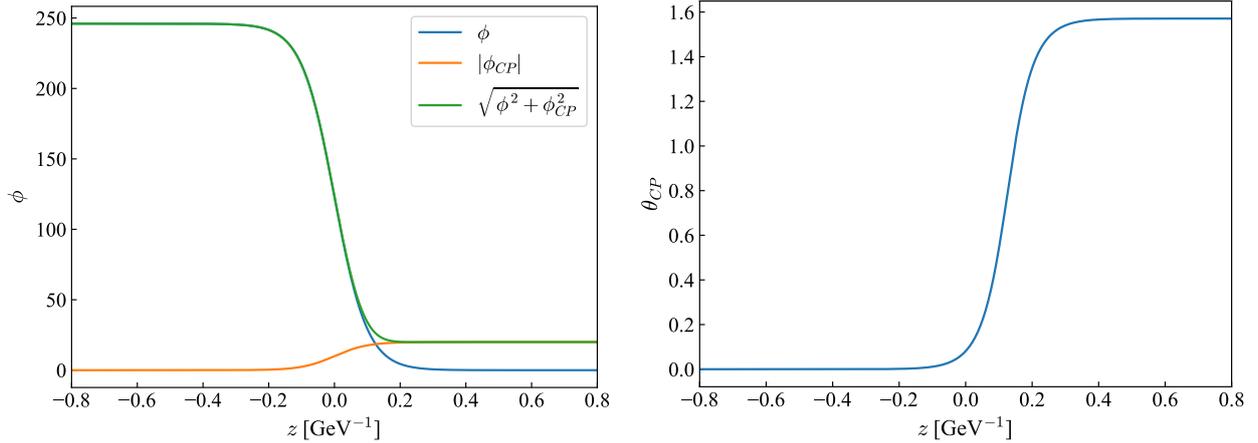


図 4.2 本章で考える bubble profile のベンチマーク. Bubble wall の厚さは $L_w = 0.1 \text{ GeV}^{-1}$ とした. CP 位相は $\theta_{CP} \equiv \text{args}(\phi + i\phi_{CP})$ で定義した.

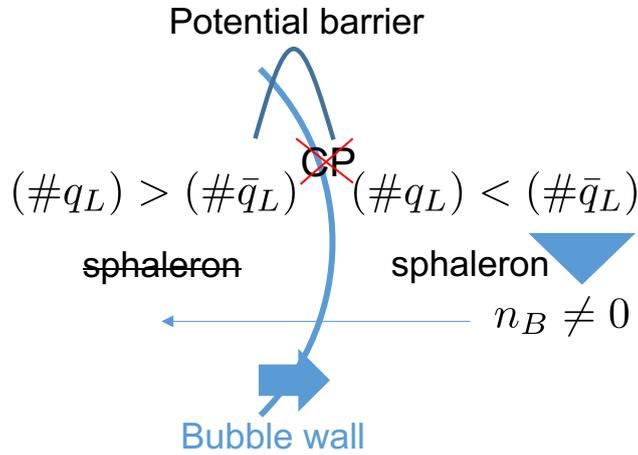


図 4.3 電弱相転移によるバリオン数生成の概念図. クォーク q は本章では特にトップクォークに対応する.

2 回目の相転移における bubble profile は kink 解で書かれるとする

$$\phi(z) = \frac{v}{2} \left(1 - \tanh \frac{z}{L_w} \right), \quad (4.2.2)$$

$$\phi_{CP}(z) = v_{CP} - \frac{v_{CP}}{2} \left(1 - \tanh \frac{z}{L_w} \right). \quad (4.2.3)$$

ここで, L_w は bubble wall の厚さを, 場の値 v_{CP} は 2 回目の相転移前の ϕ_{CP} の真空期待値を表す. 本章では, 具体的にバリオン数生成の計算を実行するためにベンチマークとして図 4.2 のような bubble profile を考える. Wall の厚さ L_w と v_{CP} はそれぞれ 0.1 GeV^{-1} と 20 GeV とした.

4.3 輸送方程式

Bubble の内側と外側の CP 位相の違いが bubble wall に対する粒子・反粒子 (特にトップと反トップクォーク) の相互作用に違いを生む. この違いが bubble の内側と外側における粒子と反粒子の数密度を異なるものにする. Bubble の外側では反粒子が粒子よりも多くなる [179]. この差を埋めるためにスファレロ

ン過程が起こることによってバリオン (とレプトン) 数生成が起こる (ただし, $SU(2)_L$ スファレロンのため左巻き粒子に対してのみ起こる). Bubble の内側ではスファレロン過程が抑制される場合を考えると逆過程が起こらず, 外側で作られたバリオン数が bubble 内に入ることで生成されたバリオン数が残る. これが図 4.3 で示すようにバリオン数生成の大まかなシナリオである. 本節では bubble wall に対する粒子・反粒子の相互作用の違いと bubble の内側と外側での粒子数の違いを評価するために必要な輸送方程式を導出する. これには 2 つの手法がある. 1 つ目は文献 [180] における手法 (本章では FH scheme と呼ぶ), 2 つ目は文献 [181] で示された手法 (CK scheme) である. 前者は wall の速さ v_w が遅いとした近似を使っているが, 後者はその近似を使っていない. そのため, 後者の計算手法ではより正確な結果が得られるとともに, 大きい v_w を考えることで観測可能な重力波を予言することができる場合がある. 本章では結果を検証するために両方の手法を用いてバリオン数生成の計算を行う.

FH scheme

以下では FH scheme に関連する文献 [180] に従い WKB 近似を用いた時に得られる粒子と反粒子それぞれに加わる準古典力を導出する. トップクォークのような single Dirac フェルミオンを考える. この質量は wall を通過することで変わる. Bubble は十分に大きくなると回転対称な球面に近似できるから, その profile は kink 方程式 (4.2.2) で近似できる. 簡単に問題を扱うため bubble wall の静止系を考える. CP の破れがあるときのフェルミオンの質量を $M = m(z)e^{i\theta_{CP}(z)}$ と書く. 粒子の運動量が L_w^{-1} よりもはるかに大きいとき, Dirac 方程式は WKB ansatz を使って解ける

$$\Psi \sim e^{-i\omega t + i \int^z p_{cz}(z') dz'}. \quad (4.3.1)$$

運動量 p_{cz} は z 方向の正準運動量である. ここで wall に垂直な運動量を 0 とする系に boost することで解を簡略化した. プラズマ中の典型的な粒子の運動量は温度 T のオーダーだから, この方法は厚い wall のとき, つまり $TL_w \gg 1$ のみ成り立つ. 1 次までの分散関係は [182]

$$\omega = \sqrt{(p_{cz} - \alpha_{CP})^2 + m^2} \mp \frac{s\theta'_{CP}}{2}, \quad (4.3.2)$$

であり, $\theta'_{CP} = \partial_z \theta_{CP}$, $\alpha_{CP} = \alpha' \pm \frac{\theta'_{CP}}{2}$, 上 (下) 向きの z スピンに対し $s = 1$ (-1) である. 符号の上下はそれぞれ粒子・反粒子に対応する. したがって, 粒子と反粒子で分散関係が異なる. 追加の位相 α_{CP} は $\Psi \rightarrow e^{i\alpha_{CP}(z)}\Psi$ と置き換えるときの正準運動量の定義からくる曖昧さに関連している. この α_{CP} は結果を正準運動量による記述から運動量に書き直すと消える [182, 183]. 分散関係は準古典力を求めるのに使われる. この力は wall に平行で有限な運動量となるローレンツ系へ一般化できる. ローレンツ不変性は wall に平行な方向では破れていないので, $\omega^2 \rightarrow \omega^2 + p_x^2 + p_y^2$ と置き換える. このとき, 分散関係 (4.3.2) は

$$\omega = \omega_0 \mp s \frac{\theta'_{CP}}{2} \frac{\omega_{0z}}{\omega_0}, \quad (4.3.3)$$

となる. ただし,

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{(p_{cz} - \alpha_{CP})^2 + p_x^2 + p_y^2 + m^2} \\ \omega_{0z} &= \sqrt{(p_{cz} - \alpha_{CP})^2 + m^2}, \end{aligned} \quad (4.3.4)$$

である. 動径 z 方向の物理的な運動量は $p_z = wv_{gz}$ で得られる. 速度 v_{gz} は WKB 波束の群速度で

$$v_{gz} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial p_{cz}} \right)_z = \frac{p_{cz} - \alpha_{CP}}{\omega_0} \left(1 \mp s \frac{\theta'_{CP}}{2} \frac{\omega_0^2 - \omega_{0z}^2}{\omega_0^2 \omega_{0z}} \right), \quad (4.3.5)$$

で与えられ、その運動量は以下のように書ける

$$p_z = (p_{cz} - \alpha_{CP}) \left(1 \mp s \frac{\theta'_{CP}}{2\omega_{0z}} \right). \quad (4.3.6)$$

この式 (4.3.6) は分散関係の中の正準運動量を運動量に変えるのに使える。正準運動量で書かれたエネルギー ω と区別するために、同じ量ではあるが運動量で表現されるエネルギーを E と書くと 1 次まで展開した式 (4.3.3) は

$$\begin{aligned} E &= E_0 \pm \Delta E = \\ &= E_0 \mp s \frac{\theta'_{CP} m^2}{2E_0 E_{0z}}. \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

と書き直せる。ただし、

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{p_z^2 + p_x^2 + p_y^2 + m^2} \\ E_{0z} &= \sqrt{p_z^2 + m^2}, \end{aligned} \quad (4.3.8)$$

である。このとき、前述のように α_{CP} は消える。群速度 (4.3.5) も式 (4.3.6) を用いて運動量で書き直すと

$$v_{gz} = \frac{p_z}{E_0} \left(1 \pm s \frac{\theta'_{CP}}{2} \frac{m^2}{E_0^2 E_{0z}} \right). \quad (4.3.9)$$

となる。正準運動方程式から粒子に加わる力は次のように計算できる

$$\begin{aligned} F_z &= \dot{p}_z = \omega \dot{v}_{gz} = \omega \left(\dot{z} \left(\frac{\partial v_{gz}}{\partial z} \right)_{p_{cz}} + \dot{p}_{cz} \left(\frac{\partial v_{gz}}{\partial p_{cz}} \right)_z \right), \\ &= \omega \left(v_{gz} \left(\frac{\partial v_{gz}}{\partial z} \right)_{p_{cz}} - \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)_{p_{cz}} \left(\frac{\partial v_{gz}}{\partial p_{cz}} \right)_z \right). \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

ここで、 ω が経路 z に沿って定数であることを用いている。式 (4.3.10) の変微分を実行して、正準運動量を運動量に変えると得られるのは

$$F_z = -\frac{(m^2)'}{2E_0} \pm s \frac{(m^2 \theta'_{CP})'}{2E_0 E_{0z}} \mp s \frac{\theta'_{CP} m^2 (m^2)'}{4E_0^3 E_{0z}}. \quad (4.3.11)$$

上下の符号はそれぞれ粒子と反粒子に対応しているので、式 (4.3.11) から粒子と反粒子で wall 通過するときを感じる力が異なることが分かる。微分の 1 次である第 1 項は θ'_{CP} に依存していないので CP を破らない。その他の微分の 2 次の項は θ'_{CP} を含むため CP-violating である。この加わる力の差が bubble の内側と外側における粒子と反粒子の数密度に違いを生む。以上の分散関係 (4.3.7)、群速度 (4.3.9)、準古典力 (4.3.11) はより厳密な扱いである Schwinger–Keldysh formalism (SKF) の結果と一致する。

以下の議論は [182] に従う。最も重要な仮定は運動量が WKB 粒子の散乱において保存することである。よって、その平衡下での運動量空間における分布関数は運動量で書かれるべきである。Wall の静止系でその分布関数は

$$f_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{1}{e^{\beta \gamma_w (E_i + v_w p_z)} \pm 1}, \quad (4.3.12)$$

で書ける。ただし、 $\beta = 1/T$ 、 $\gamma_w = 1/\sqrt{1 - v_w^2}$ であり、正 (負) の符号はフェルミオン (boson) の場合に対応している。添え字 i は粒子の種類を表す。Wall を通ることによる熱平衡からの摂動は fluid-type ansatz を使って

$$f_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{1}{e^{\beta[\gamma_w (E_i + v_w p_z) - \mu_i]} \pm 1} + \delta f_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}). \quad (4.3.13)$$

化学ポテンシャル $\mu_i(z)$ は平衡下における粒子密度からの局所的な脱却を表す. 摂動 δf_i は運動学的平衡からの脱出を表すもので, wall による力に反応して粒子が動くことを許す. ただしそれらは粒子密度には影響しない, $\int d^3p \delta f_i = 0$. 2 階微分まで考えると, 粒子と反粒子を区別する必要がある.

$$\mu_i = \mu_{i,1e} + \mu_{i,2o} + \mu_{i,2e}, \quad \delta f_i = \delta f_{i,1e} + \delta f_{i,2o} + \delta f_{i,2e}. \quad (4.3.14)$$

2 次の摂動において CP-even と CP-odd を分けて扱う. Dirac フェルミオンのみを考えるので, 添え字の i を省略する. Dirac フェルミオンの 2 次までの分布関数は

$$f \approx f_{0,v_w} + f'_{0,v_w}(\gamma_w \Delta E - \mu_{1e} - \mu_{2o} - \mu_{2e}) + \frac{1}{2} f''_{0,v_w}(\gamma_w^2 (\Delta E)^2 - 2\gamma_w \Delta E \mu_{1e} + \mu_{1e}^2) + \delta f_{1e} + \delta f_{2o} + \delta f_{2e}. \quad (4.3.15)$$

ここで, f_{0,v_w} は E を E_0 に置き換えた平衡分布 (4.3.12) を表し $f'_{0,v_w} = (d/dE_0)f_{0,v_w}$ である. 分布関数 f の発展はボルツマン方程式で記述される

$$\mathbf{L}[f] \equiv (\dot{z}\partial_z + \dot{p}_z\partial_{p_z})f = \mathbf{C}[f]. \quad (4.3.16)$$

明らかな時間微分を落とすように定常解を探す. Ansatz (4.3.15) をボルツマン方程式に入れ, (4.3.9) と (4.3.11) から得た \dot{z} と \dot{p}_z を粒子と反粒子の結果に代入すると, 左辺の Liouville 部分は以下のように導ける

$$\begin{aligned} \mathbf{L}[f]|_{\text{CP-odd}} &= -\frac{p_z}{E_0} f'_{0,v_w} \mu'_2 + \gamma_w v_w \frac{(m^2)'}{2E_0} f''_{0,v_w} \mu_2 \\ &\quad + \gamma_w v_w \text{sign}(p_z) \frac{(m^2 \theta'_{CP})'}{2E_0 E_{0z}} f'_{0,v_w} \\ &\quad + \gamma_w v_w \text{sign}(p_z) \frac{\theta'_{CP} m^2 (m^2)'}{4E_0^2 E_{0z}} \left(\gamma_w f''_{0,v_w} - \frac{f'_{0,v_w}}{E_0} \right) \\ &\quad + \frac{\theta'_{CP} m^2 |p_z|}{2E_0^2 E_{0z}} \left(\gamma_w f''_{0,v_w} - \frac{f'_{0,v_w}}{E_0} \right) \mu'_1 \\ &\quad - \gamma_w v_w \text{sign}(p_z) \frac{(m^2 \theta'_{CP})'}{2E_0 E_{0z}} f''_{0,v_w} \mu_1 \\ &\quad - \gamma_w v_w \text{sign}(p_z) \frac{\theta'_{CP} m^2 (m^2)'}{4E_0^2 E_{0z}} \left(\gamma_w f'''_{0,v_w} - \frac{f''_{0,v_w}}{E_0} \right) \mu_1 \\ &\quad + \frac{p_z}{E_0} \partial_z \delta f_2 - \frac{(m^2)'}{2E_0} \partial_{p_z} \delta f_2 \\ &\quad + \frac{\theta'_{CP} m^2 |p_z|}{2E_0^3 E_{0z}} \partial_z \delta f_1 + \text{sign}(p_z) \left[\frac{(m^2 \theta'_{CP})'}{2E_0 E_{0z}} - \frac{\theta'_{CP} m^2 (m^2)'}{4E_0^3 E_{0z}} \right] \partial_{p_z} \delta f_1. \quad (4.3.17) \end{aligned}$$

ただし, 2 次の摂動が表すのは δf_2 と同様に粒子と反粒子の違いである, $\mu_2 = \mu_{2o} - \bar{\mu}_{2o}$. 2 次の摂動の CP-even 部分は消えている. 1 次の摂動については例えば $\mu_1 = \mu_{1e} + \bar{\mu}_{1e}$ としている.

ボルツマン方程式を重みに 1 と p_z/E_0 を付け, 運動量について平均化する. Wall の速度を 1 次まで展開すると,

$$f_{0,v_w} \approx f_0 + v_w p_z f'_0$$

. このとき,

$$\begin{aligned} v_w K_1 \mu'_2 + v_w K_2 (m^2)' \mu_2 + u'_2 - \langle \mathbf{C}[f] \rangle &= S_\mu, \\ -K_4 \mu'_2 + v_w \tilde{K}_5 u'_2 + v_w \tilde{K}_6 (m^2)' u_2 - \left\langle \frac{p_z}{E_0} \mathbf{C}[f] \right\rangle &= S_\theta + S_u, \end{aligned} \quad (4.3.18)$$

このときのソース項は

$$\begin{aligned} S_\mu &= K_7 \theta'_{CP} m^2 \mu'_1 \\ S_\theta &= -v_w K_8 (m^2 \theta'_{CP})' + v_w K_9 \theta'_{CP} m^2 (m^2)' \\ S_u &= -\tilde{K}_{10} m^2 \theta'_{CP} u'_1. \end{aligned} \quad (4.3.19)$$

プライムは z に関する微分を表す. ソース項 $S_{\mu,u}$ は摂動の 1 次に対応し, 微分の次数が S_θ よりも 1 つ大きい. そのため, 寄与が小さく以下の計算では $S_{\mu,u}$ は考えない. これらのソース項 (4.3.19) も SKF で得られたものと一致する. 運動量積分の後, 得られた方程式を質量がない場合のフェルミ-ディラック分布の平均で規格化する

$$\langle X \rangle = \frac{\int d^3 p X(p)}{\int d^3 p f'_{0+}(m=0)}. \quad (4.3.20)$$

このとき, フェルミオンとボソンに対する相互作用が起こる確率 (interaction rate) は同じにしている. プラズマの速度は次のように定義する

$$u_2 = \left\langle \frac{p_z}{E_0} \delta f_2 \right\rangle. \quad (4.3.21)$$

Thermal average は

$$\begin{aligned} K_1 &= - \left\langle \frac{p_z^2}{E_0} f_0'' \right\rangle, & \tilde{K}_6 &= \left[\frac{1}{2E_0} f_0' \right], \\ K_2 &= \left\langle \frac{f_0''}{2E_0} \right\rangle, & K_7 &= \left\langle \frac{|p_z|}{2E_0^2 E_{0z}} \left(\frac{f_0'}{E_0} - f_0'' \right) \right\rangle, \\ K_3 &= \left\langle \frac{f_0'}{2E_0} \right\rangle, & K_8 &= \left\langle \frac{|p_z| f_0'}{2E_0^2 E_{0z}} \right\rangle, \\ K_4 &= \left\langle \frac{p_z^2}{E_0^2} f_0' \right\rangle, & K_9 &= \left\langle \frac{|p_z|}{4E_0^3 E_{0z}} \left(\frac{f_0'}{E_0} - f_0'' \right) \right\rangle, \\ \tilde{K}_5 &= \left[\frac{p_z^2}{E} f_0' \right], & \tilde{K}_{10} &= \left[\frac{|p_z| f_0}{2E_0^3 E_{0z}} \right]. \end{aligned} \quad (4.3.22)$$

Thermal average \tilde{K}_i は次のように計算する [184]

$$[X] \equiv \frac{\int d^3 p X(p)}{\int d^3 p f_0}. \quad (4.3.23)$$

文献 [181] で指摘されたように thermal average \tilde{K}_6 は間違っており文献 [180] から修正している.

衝突項の積分は

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{C}[f] \rangle &= \Gamma^{\text{inel}} \sum \mu_{i,2} \\ \left\langle \frac{p_z}{E_0} \mathbf{C}[f] \right\rangle &= -\Gamma^{\text{tot}} u_2, \end{aligned} \quad (4.3.24)$$

と書ける. ただし, Γ^{inel} と Γ^{tot} は非弾性率と全相互作用率 (total interaction rates) をそれぞれ表す. Γ^{tot} の前のマイナスはプラズマの速度 (4.3.21) に対する符号の設定から来ている.

化学ポテンシャルに対する拡散方程式を得るために, 連立方程式 (4.3.18) から近似的にプラズマの速度を消すことができる. 拡散係数は μ'' 項の係数から得られる

$$D = \frac{K_4}{K_1 \Gamma^{\text{tot}}}. \quad (4.3.25)$$

バリオン非対称性を作るのに, 最も重要な粒子は左巻きと右巻きのトップクォークとヒッグス粒子である. レプトンは小さい湯川結合しか持たず寄与が小さいため無視する. 考慮する相互作用は湯川相互作用 Γ_y と弱いスファレロン Γ_{sph} , 強いスファレロン Γ_{ss} , トップクォークのヘリシティの反転 Γ_m , ヒッグス数の破れ Γ_h である. 最後の 2 つ $\Gamma_{m,h}$ は破れ相にしか存在しない. まず, 輸送方程式を解くことで得られる左手型のクォーク密度を計算する. このとき, バリオン数保存を仮定する. それぞれの粒子についての化学ポテンシャル, 左巻き $SU(2)$ doublet トップクォーク $\mu_{t,2}$ と left-handed $SU(2)$ doublet ボトムクォーク $\mu_{b,2}$, 左巻き $SU(2)$ singlet トップクォーク $\mu_{tc,2}$, ヒッグスボソン $\mu_{h,2}$ とそれぞれに対応するプラズマ速度に対する輸送方程式は次のように求められる [67]

$$\begin{aligned} 0 &= 3v_w K_{1,t} \mu'_{t,2} + 3v_w K_{2,t} (m_t^2)' \mu_{t,2} + 3u'_{t,2} \\ &\quad - 3\Gamma_y (\mu_{t,2} + \mu_{tc,2} + \mu_{h,2}) - 6\Gamma_m (\mu_{t,2} + \mu_{tc,2}) - 3\Gamma_W (\mu_{t,2} - \mu_{b,2}) \\ &\quad - 3\Gamma_{ss} [(1 + 9K_{1,t}) \mu_{t,2} + (1 + 9K_{1,b}) \mu_{b,2} + (1 - 9K_{1,t}) \mu_{tc,2}], \\ 0 &= 3v_w K_{1,b} \mu'_{b,2} + 3u'_{b,2} \\ &\quad - 3\Gamma_y (\mu_{b,2} + \mu_{tc,2} + \mu_{h,2}) - 3\Gamma_W (\mu_{b,2} - \mu_{t,2}) \\ &\quad - 3\Gamma_{ss} [(1 + 9K_{1,t}) \mu_{t,2} + (1 + 9K_{1,b}) \mu_{b,2} + (1 - 9K_{1,t}) \mu_{tc,2}], \\ 0 &= 3v_w K_{1,t} \mu'_{tc,2} + 3v_w K_{2,t} (m_t^2)' \mu_{tc,2} + 3u'_{tc,2} \\ &\quad - 3\Gamma_y (\mu_{t,2} + \mu_{b,2} + 2\mu_{tc,2} + 2\mu_{h,2}) - 6\Gamma_m (\mu_{t,2} + \mu_{tc,2}) \\ &\quad - 3\Gamma_{ss} [(1 + 9K_{1,t}) \mu_{t,2} + (1 + 9K_{1,b}) \mu_{b,2} + (1 - 9K_{1,t}) \mu_{tc,2}], \\ 0 &= 4v_w K_{1,h} \mu'_{h,2} + 4u'_{h,2} - 3\Gamma_y (\mu_{t,2} + \mu_{b,2} + 2\mu_{tc,2} + 2\mu_{h,2}) - 4\Gamma_h \mu_{h,2}, \end{aligned} \quad (4.3.26)$$

$$\begin{aligned} -S_t &= -3K_{4,t} \mu'_{t,2} + 3v_w \tilde{K}_{5,t} u'_{t,2} + 3v_w \tilde{K}_{6,t} (m_t^2)' u_{t,2} + 3\Gamma_t^{\text{tot}} u_{t,2}, \\ 0 &= -3K_{4,b} \mu'_{b,2} + 3v_w \tilde{K}_{5,b} u'_{b,2} + 3\Gamma_b^{\text{tot}} u_{b,2}, \\ -S_t &= -3K_{4,t} \mu'_{tc,2} + 3v_w \tilde{K}_{5,t} u'_{tc,2} + 3v_w \tilde{K}_{6,t} (m_t^2)' u_{tc,2} + 3\Gamma_t^{\text{tot}} u_{tc,2}, \\ 0 &= -4K_{4,h} \mu'_{h,2} + 4v_w \tilde{K}_{5,h} u'_{h,2} + 4\Gamma_h^{\text{tot}} u_{h,2}. \end{aligned} \quad (4.3.27)$$

ただし

$$S_t = -v_w K_8 (m_t^2 \theta'_{CP})' + v_w K_9 \theta'_{CP} m_t^2 (m_t^2)', \quad (4.3.28)$$

であり, 式 (4.3.19) における S_θ に対応する. 反応率は

$$\Gamma_{ws} = 1.0 \times 10^{-6}, \quad (4.3.29)$$

$$\Gamma_{ss} = 4.9 \times 10^{-4} T, \quad (4.3.30)$$

$$\Gamma_y = 4.2 \times 10^{-3} T, \quad (4.3.31)$$

$$\Gamma_m = m_t^2(z)/(63T), \quad (4.3.32)$$

$$\Gamma_h = m_W^2(z)/(50T), \quad (4.3.33)$$

ゲージボソンの質量は $m_W = g\sqrt{\phi^2 + \phi_{CP}^2}/2$ としている. 加えて, 全反応率 Γ_i^{tot} は式 (4.3.25) から拡散係数 D_i で書ける

$$\Gamma_i^{\text{tot}} = (D_i K_{1,i})/K_{4,i}. \quad (4.3.34)$$

ただし, クォークとヒッグスの拡散係数はそれぞれ $D_q = 6/T$ と $D_h = 20/T$ である. W ボソンの散乱率 Γ_W は $\Gamma_W = \Gamma_h^{\text{tot}}$ と近似する. 文献 [67] ではヒッグスボソンとボトムクォークの質量を無視しているが, 本章では考慮している. ヒッグスボソンの質量は $m_h = \sqrt{2\lambda_{\text{SM}}}\sqrt{\phi^2 + \phi_{CP}^2}$, ボトムクォークは $m_b = y_b\sqrt{\phi^2 + \phi_{CP}^2}/\sqrt{2}$ としている. 結合定数 λ_{SM} と y_b はそれぞれスカラー 4 点結合定数とボトムクォークの湯川結合定数の標準模型における値を表す. ただし, それらの寄与は限定的である [67]. ボトムクォーク質量の複素位相による寄与はトップクォークの寄与よりもはるかに小さいので無視している. 輸送方程式 (4.3.26), (4.3.27) におけるソース項 S_t の符号が文献 [67, 180] とは異なるが, これは後で述べる CKT 処方を用いると計算されるバリオン数生成の符号が逆転してしまうからである. 輸送方程式を解いて得られた解を使って, 左巻きバリオンの化学ポテンシャルは以下のように計算される

$$\mu_{BL} = \mu_{q1,2} + \mu_{q2,2} + \frac{1}{2}(\mu_{t,2} + \mu_{b,2}) \quad (4.3.35)$$

$$= \frac{1}{2}(1 + 4K_{1,t})\mu_{t,2} + \frac{1}{2}(1 + 4K_{1,b})\mu_{b,2} - 2K_{1,t}\mu_{t^c,2}. \quad (4.3.36)$$

CK scheme

ここまで FH scheme における輸送方程式について見てきた. 以下では CK scheme での輸送方程式を紹介する. FH scheme での輸送方程式 (4.3.26), (4.3.27) に対応する CK scheme における輸送方程式は以下で与えられる [29, 181]

$$\begin{aligned} -S_{1,t} &= -D_{1,t}\mu'_t + u'_t + \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{1,t}\mu_t - K_{0,t}\bar{\Gamma}_t, \\ 0 &= -D_{1,b}\mu'_b + u'_b - K_{0,b}\bar{\Gamma}_b, \\ -S_{1,t} &= -D_{1,t}\mu'_{t^c} + u'_{t^c} + \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{1,t}\mu_{t^c} - K_{0,t}\bar{\Gamma}_{t^c}, \\ 0 &= -D_{1,h}\mu'_h + u'_h - K_{0,h}\bar{\Gamma}_h, \end{aligned} \quad (4.3.37)$$

$$\begin{aligned} -S_{2,t} &= -D_{2,t}\mu'_t - v_w u'_t + \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{2,t}\mu_t + (m_t^2)' \bar{R}_t u_t + \Gamma_{t,\text{tot}} u_t + v_w K_{0,t}\bar{\Gamma}_t, \\ 0 &= -D_{2,b}\mu'_b - v_w u'_b + \Gamma_{b,\text{tot}} u_b + v_w K_{0,b}\bar{\Gamma}_b, \\ -S_{2,t} &= -D_{2,t}\mu'_{t^c} - v_w u'_{t^c} + \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{2,t}\mu_{t^c} + (m_t^2)' \bar{R}_t u_{t^c} + \Gamma_{t,\text{tot}} u_{t^c} + v_w K_{0,t}\bar{\Gamma}_{t^c}, \\ 0 &= -D_{2,h}\mu'_h - v_w u'_h + \Gamma_{h,\text{tot}} u_h + v_w K_{0,h}\bar{\Gamma}_h. \end{aligned} \quad (4.3.38)$$

ここで、それぞれの粒子に対する非弾性反応率は [181]

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}_t &= \Gamma_{ss} \left((1 + 9D_{0t})\mu_t + 10\mu_b + (1 - 9D_{0t})\mu_{t^c} \right) \\ &\quad + \Gamma_W(\mu_t - \mu_b) + \Gamma_y(\mu_t + \mu_{t^c} + \mu_h) + 2\Gamma_m(\mu_t + \mu_{t^c}),\end{aligned}\quad (4.3.39)$$

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}_b &= \Gamma_{ss} \left((1 + 9D_{0t})\mu_t + 10\mu_b + (1 + 9D_{0t})\mu_{t^c} \right) \\ &\quad + \Gamma_W(\mu_b - \mu_t) + \Gamma_y(\mu_b + \mu_{t^c} + \mu_h),\end{aligned}\quad (4.3.40)$$

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}_{t^c} &= \Gamma_{ss} \left((1 + 9D_{0t})\mu_t + 10\mu_b + (1 - 9D_{0t})\mu_{t^c} \right) \\ &\quad + 2\Gamma_m(\mu_{t^c} + \mu_t) + \Gamma_y(2\mu_{t^c} + \mu_t + \mu_b + 2\mu_h),\end{aligned}\quad (4.3.41)$$

$$\bar{\Gamma}_h = \frac{3}{4}\Gamma_y(2\mu_h + \mu_t + \mu_b + 2\mu_{t^c}) + \Gamma_h\mu_h,\quad (4.3.42)$$

ソース項は

$$S_{l,t} = -\gamma_w v_w (m_t^2 \theta'_{CP})' Q_{l,t}^8 + \gamma_w v_w m_t^2 \theta'_{CP} (m_t^2)' Q_{l,t}^9 \quad (l = 1, 2),\quad (4.3.43)$$

関数 D と Q , \bar{R} は文献 [181] で与えられている. 関数 K_0 も同様だが, 文献 [181] では記述間違いがあり, 温度の逆数 $1/T$ をかける必要がある [185]. 左巻きバリオンの化学ポテンシャルは

$$\mu_{BL} = \frac{1}{2}(1 + 4D_{0,t})\mu_{t,2} + \frac{1}{2}(1 + 4D_{0,b})\mu_{b,2} - 2D_{0,t}\mu_{t^c,2},\quad (4.3.44)$$

となる.

4.4 スファレロン過程とバリオン数生成

4.4.1 スファレロン過程

$SU(2)_L$ 対称相 $((\phi, \phi_{CP}) = (0, 0))$ では赤外発散のためにスファレロン過程によるバリオン数の破れ率の計算で摂動論が使えない [97]. 次元換算から単位時間単位体積あたりのバリオン数の破れ率 Γ は指数関数的ボルツマン因子を含まずに次のように表される [186, 187]

$$\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}} = k\alpha_W^4 T \sim 10^{-6} T.\quad (4.4.1)$$

ただし, $\alpha_W = g^2/(4\pi) \simeq 0.034$ ($g = 2m_W/v \simeq 0.65$) であり, k は数値的に評価されていて $0.1 \lesssim k \lesssim 1.0$ である [97, 188]. ここで熱浴中の粒子が占める平均的な体積である thermal volume $1/T^3$ を用いている [179].

$SU(2)_L$ 破れ相におけるバリオン数の破れ率は半古典近似を用いて計算できる. スファレロン過程によるバリオン数の破れ率にはボルツマン抑制因子 $\exp(-E_{\text{sph}}(T)/T)$ が含まれる. ここで E_{sph} は [97]

$$E_{\text{sph}}(T) = \frac{2m_W(T)}{\alpha_W} B(m_h/m_W) = \frac{g\phi(T)}{\alpha_W} B(m_h/m_W).\quad (4.4.2)$$

で与えられる. 関数 B は $x = m_h/m_W$ として次のように表される

$$B(x) = 1.58 + 0.32x - 0.05x^2.\quad (4.4.3)$$

標準模型における値は $B \simeq 1.96$ である [189]. スファレロン過程による破れ相におけるバリオン数の破れ率は先行研究 [186] から次のように計算されている

$$\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}} \sim 2.8 \times 10^5 T \left(\frac{\alpha_W}{4\pi} \right)^4 \kappa \left(\frac{\xi}{B} \right)^7 e^{-\xi}.\quad (4.4.4)$$

ここで, $\xi(T) = E_{\text{sph}}(T)/T$ としており, また κ の範囲は $10^{-4} \lesssim \kappa \lesssim 10^{-1}$ [190] である.

4.4.2 バリオン数生成

結局、バリオン数生成量 $\eta_B \equiv n_B/s$ は 2 つの scheme でそれぞれ以下のように得られる [67, 181]

$$\text{FH scheme : } \quad \eta_B = \frac{405\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}}{4\pi^2 v_w g_* T} \int_0^\infty dz \mu_{B_L}(z) \exp\left(-\frac{45\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}} z}{4v_w}\right), \quad (4.4.5)$$

$$\text{CK scheme : } \quad \eta_B = \frac{405\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}}{4\pi^2 \gamma_w v_w g_* T} \int_0^\infty dz \mu_{B_L}(z) \exp\left(-\frac{45\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}} z}{4\gamma_w v_w}\right). \quad (4.4.6)$$

文字 g_* はプラズマのエントロピー密度に対する有効自由度を表し、標準模型と同じ値 $g_* = 106.75$ としている。文献 [98] では上記に Γ_{sph} における破れ相での抑制を考慮するために被積分関数に以下のような関数をかける処方 (本章ではこれを CKT 処方と呼ぶ) が使われている

$$f_{\text{sph}}(z) = \min \left[1, \frac{2.4T}{\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}} \exp\left(\frac{-40\sqrt{\phi^2(z) + \phi_{CP}^2(z)}}{T}\right) \right]. \quad (4.4.7)$$

図 4.4 で横軸を ϕ/T としたときの対称相と破れ相における Γ_{sph}/T (青色の線), $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}/T$ (緑, 紫, 茶色の線) と上の関数を使った $\Gamma_{\text{sph}} f_{\text{sph}}/T$ (オレンジ色の線) を示す ($T=100$ GeV). 図から $\kappa = 0.1$ としたときの緑色の線 $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ が青色の線 $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}$ と同じになる, $\phi/T \simeq 0.4$ 程度からオレンジ色の線 $\Gamma_{\text{sph}} f_{\text{sph}}$ では破れ相における抑制を取り入れていることが分かる。本章では $SU(2)$ 破れ相から破れ相への相転移を考えるので、より厳密に計算するために被積分関数の \exp 中の Γ_{sph} にも f_{sph} を掛ける。結局、用いる式はそれぞれの scheme において

$$\eta_B^{\text{FH}} = \frac{405\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}}{4\pi^2 v_w g_* T} \int_0^\infty dz \mu_{B_L} f_{\text{sph}} \exp\left(-\frac{45\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}} f_{\text{sph}} z}{4v_w}\right), \quad (4.4.8)$$

$$\eta_B^{\text{CK}} = \frac{405\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}}{4\pi^2 \gamma_w v_w g_* T} \int_0^\infty dz \mu_{B_L} f_{\text{sph}} \exp\left(-\frac{45\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}} f_{\text{sph}} z}{4\gamma_w v_w}\right). \quad (4.4.9)$$

となる。

図 4.4 における $\kappa = 0.1$ の場合の $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ は $0.1 \lesssim \phi/T \lesssim 0.4$ で対称相における $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}$ よりも大きくなっていることが見て取れる。文献 [186] ではこれは $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ の導出時に結合定数 $\alpha_3 \equiv gT/(4\pi v)$ に課した近似条件 $\alpha_3 \ll 1$ が成り立たなくなっていることが原因だろうと主張されている。実際の値は $\phi/T = 0.2$ で $\alpha_3 \simeq 0.26$, $\phi/T = 0.5$ で $\alpha_3 \simeq 0.1$ である。文献 [186] では Γ_{sph} の反転を理由に $\alpha_3 \leq 0.1$ が有効であると考えられている (ただし $\kappa \simeq \mathcal{O}(1)$ のとき)。しかし、実際には格子計算による非摂動的な計算によって確かめる必要がある。本章では式 (4.4.8) で示した処方の他に、 $\phi/T \geq 0.1$ の領域における $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を考慮した計算も行う。^{*1} つまり、以下のような式でバリオン数の生成量を計算する

$$\eta_{B,\text{br}}^{\text{FH}} = \frac{405\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}}{4\pi^2 v_w g_* T} \int_0^\infty dz \mu_{B_L}(z) \exp\left(-\frac{45\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}} z}{4v_w}\right), \quad (4.4.10)$$

$$\eta_{B,\text{br}}^{\text{CK}} = \frac{405\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}}{4\pi^2 \gamma_w v_w g_* T} \int_0^\infty dz \mu_{B_L}(z) \exp\left(-\frac{45\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}} z}{4\gamma_w v_w}\right). \quad (4.4.11)$$

次節では CKT 処方を使って計算した場合と $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合、両方の結果を議論する。

^{*1} 文献 [186] では式 (4.4.4) が有効なのは α_3 が十分小さいとき $2m_W \ll T \ll 2M_w \alpha_w$ と仮定されている。領域 $\phi/T \geq 0.1$ で温度 T は $(2m_W, 2M_w \alpha_w)$ の範囲に含まれる。ただし、この領域の中でも $M_w/\alpha_w \leq T$ となる温度では α_3 の結合が強いいため計算は有効でないと考えられており、 $\phi/T \geq 0.104$ の制限がつく。

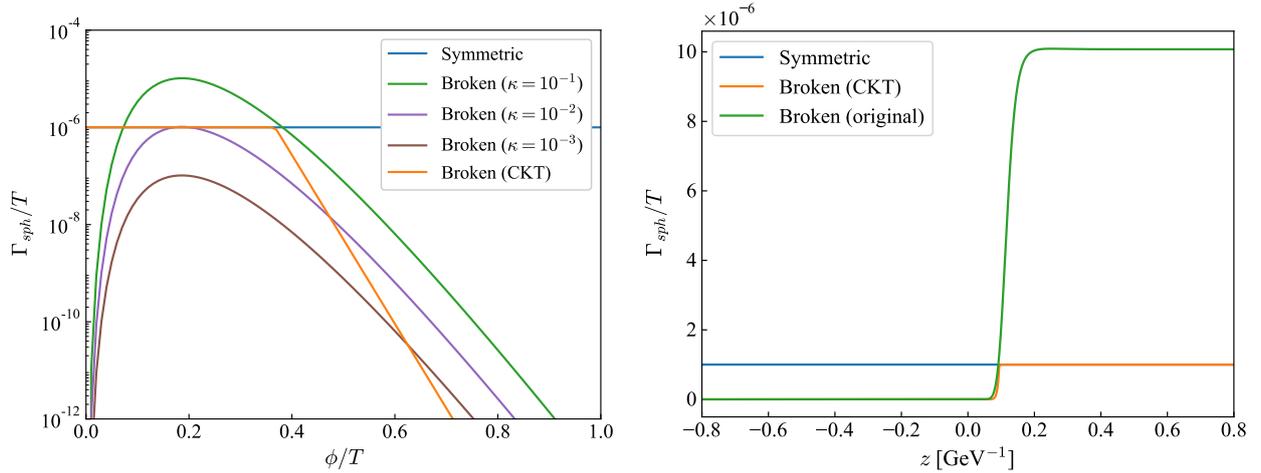


図 4.4 左: ϕ/T を変数としたときのスファレロン過程の遷移確率 Γ_{sph}/T の変化. $\kappa = 0.1$ の場合は $\phi/T \simeq 0.2$ で対称相よりも 1 オーダーほど遷移が起こりやすくなる. 右: ベンチマーク相転移におけるスファレロン遷移率の比較.

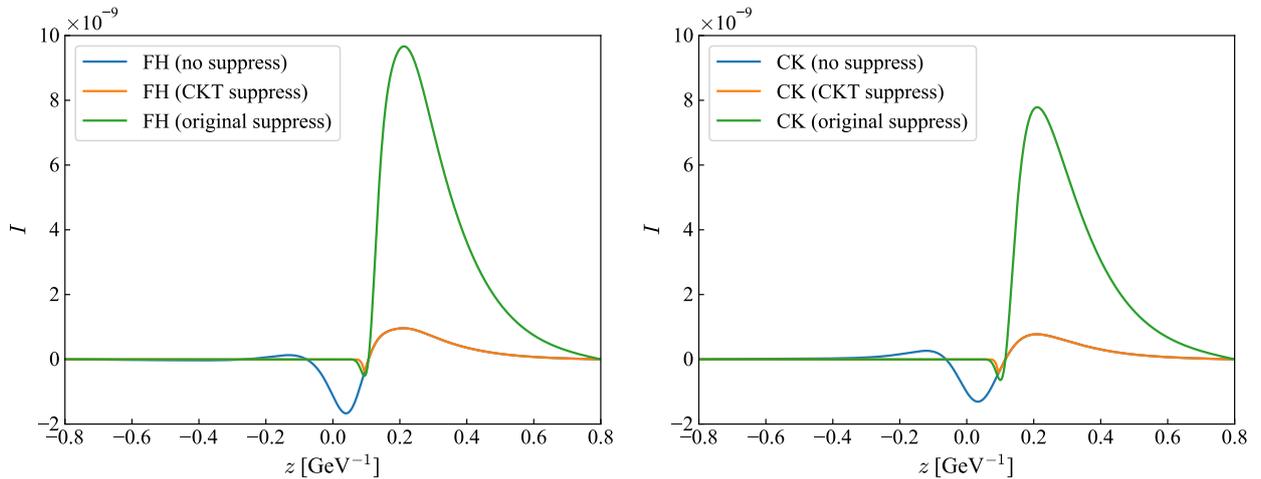


図 4.5 被積分関数 I ($\eta_B = \int_0^\infty dz I(z)$) の比較. 左右の図はそれぞれ FH scheme と CK scheme における結果.

4.5 計算結果

本節ではこれまで紹介した計算を計算を元に実際にどの程度のバリオン数が生成されるかを見ていく. バリオン数が生まれる 2 回目の相転移が起こる温度を 100 GeV とする. まず図 4.5 で本章におけるベンチマークの相転移 (図 4.2) で作られるバリオン数を示す. 横軸 z は bubble の中心を $z = 0$ とした bubble の半径方向の座標である. 縦軸はバリオン数計算時の被積分関数 I であり $\eta_B = \int_0^\infty dz I(z)$ によって定義される. 図 4.5 において青色の線は破れ相におけるスファレロン遷移率 Γ_{sph} の抑制を考慮しない場合の結果である. Suppression を CKT 処方で考慮した場合がオレンジ色の線, $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いて評価した場合は緑色の線となっている. 左右の図はそれぞれ FH と CK scheme における結果を表している. どちらの場合でも, 図 4.4 の右図で示した Γ_{sph} が抑制される領域 ($z \lesssim 0.1$ GeV $^{-1}$) で被積分関数が抑制されていることが分かる. この領域では CKT 処方を用いた場合と $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合の差はほとんどない. しかし, Γ_{sph} が抑

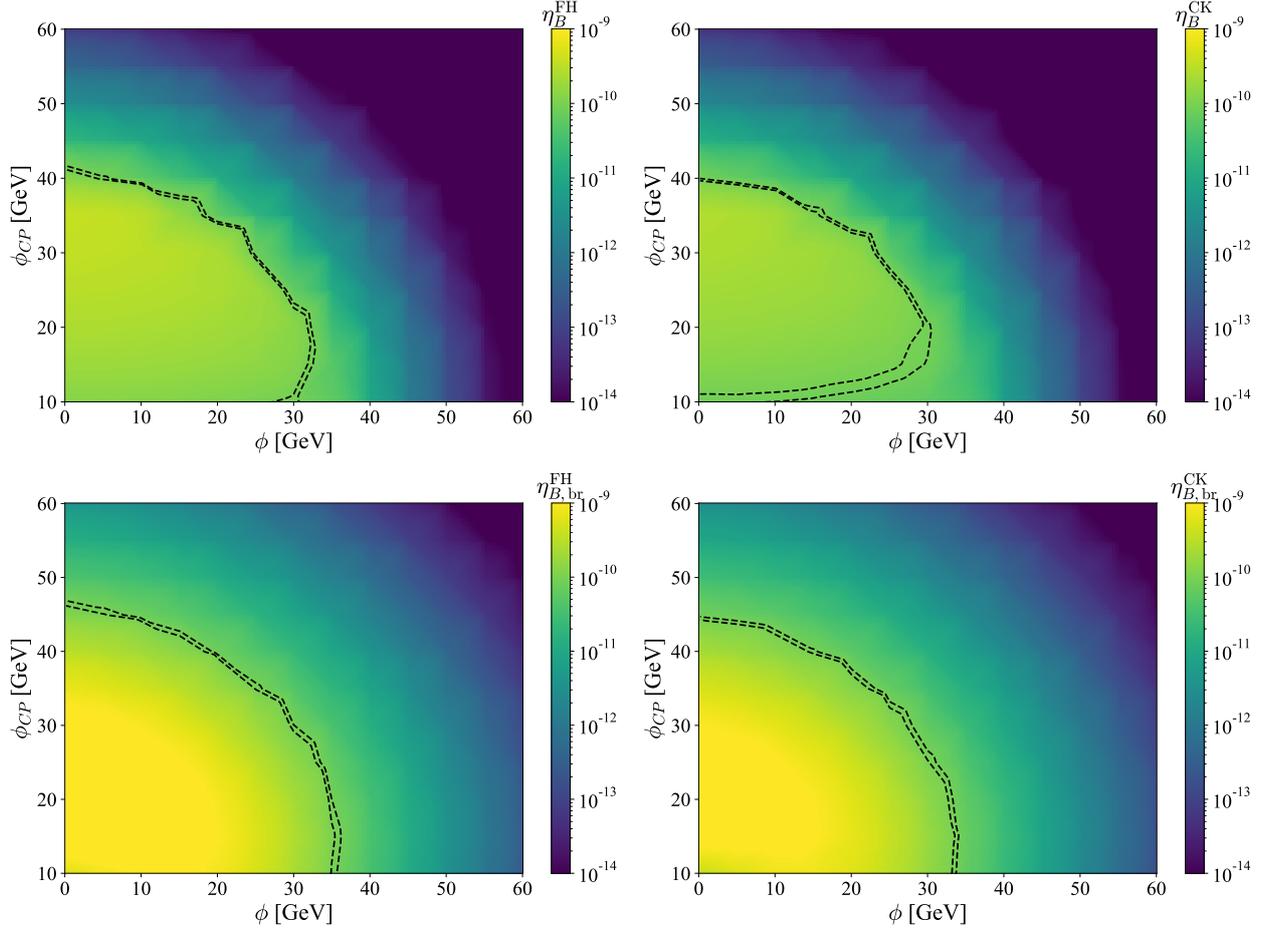


図 4.6 ϕ vs. ϕ_{CP} 平面における生成されるバリオン数密度. 上(下)段が CKT 処方 ($\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$) を用いた場合の結果, 左(右)側は FH (CK) scheme での結果となっている.

制されない領域では $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ が対称相におけるスファレロン遷移率 $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{sym}}$ よりも大きくなるため, $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合 (緑色の線) では被積分関数が強められている. 被積分関数を積分し生成されるバリオン数を計算すると CKT 処方を用いた場合 (式 (4.4.8), (4.4.9)) では

$$\eta_B^{\text{FH}} \simeq 2.4 \times 10^{-10}, \quad \eta_B^{\text{CK}} \simeq 1.9 \times 10^{-10}, \quad (4.5.1)$$

となり, $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合 (式 (4.4.10), (4.4.11)) では

$$\eta_{B,\text{br}}^{\text{FH}} \simeq 2.3 \times 10^{-9}, \quad \eta_{B,\text{br}}^{\text{CK}} \simeq 1.8 \times 10^{-9}, \quad (4.5.2)$$

が得られた. 図 4.5 から明らかなように $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合では生成されるバリオン数量が強められる. FH と CK scheme で被積分関数 I は似たような振る舞いをしている. 値が違うのは FH scheme では $v_w \ll 1$ の近似を使っているためであり, 図 4.5 における差の傾向は文献 [181] の結果と一致している.

次に, 図 4.6 において, これまで $(\phi, \phi_{CP}) = (0, 20 \text{ GeV})$ としてきた 2 回目の相転移前の真空の座標を変化させたときに得られるバリオン数生成量を示す. 色の濃淡は各座標から EW vacuum (246 GeV, 0) へ相転移が起こったときに生成されるバリオン数を表している. 左右の図はそれぞれ FH と CK scheme における結果を示しており, 上下はそれぞれ CK 処方を使って計算した場合と $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合の結果となっている. 2 つの点線は観測されたバリオン数 η_B^{obs} の下限と上限 (4.1.1) を表している. どの図も似たような振る舞いが見られるが, 図 4.6 の右上図では ϕ_{CP} が小さい領域で生成されるバリオン数が減っていること

が分かる. これは ϕ_{CP} が小さいと相転移中の CP 位相 θ_{CP} の変化が小さくなり, 生成されるバリオン数量が減るからである. また, 原点から離れた座標 (特に $\phi/T \geq 0.4$) では ϕ/T が大きくなり破れ相における Γ_{sph} への抑制がより強くなる. そのため, 原点から離れるほどバリオン数が作られる量は少なくなっていく. これらの傾向は全ての図で当てはまるものだが, $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いた場合には $\phi/T \simeq 0.2$ の場合にスファロン遷移率が強められるため, その周りが最もバリオン数が生成される (図 4.6 の下段). ただ, 図 4.6 で示した全ての結果において, $\sqrt{\phi^2 + \phi_{CP}^2} \simeq 40\text{--}50$ GeV の領域で観測されたバリオン数生成量を再現することが分かった (2 つの点線の内側の領域). よって, 今回想定したシナリオにおいて, 破れ相の抑制を取り入れた CKT 処方と $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ を用いるどちらの場合でも十分なバリオン数を生成できることが示された.

4.6 考えられる模型

本章におけるこれまでの議論は $SU(2)_L$ 電荷を持つ追加のスカラー場が存在し新たな CP の破れを生むソースを持つ模型で用いることができる. 特に CP-violating 2HDM のような, 追加の $SU(2)$ 電荷を持つスカラー場が真空期待値を持ち, スカラーポテンシャルに CP を破る項を含む模型で実現できる可能性がある. CP-violating 2HDM において真空期待値を持つことができる場として特に 2 つの中性 CP-even スカラー場 $\phi_{1,2}$ と 1 つの中性 CP-odd スカラー場 ϕ_{CP} を考える. 2HDM における 2 つの doublet の混合角 β が $\tan \beta = 1$ とすると, 湯川結合は ϕ_2 と ϕ_{CP} を含む片方のスカラー doublet としか持たないため複素数のトップクォーク質量は [67, 191]

$$m_t = y_t(\phi_2 + i\phi_{CP}) \equiv y_t \sqrt{\phi_2^2 + \phi_{CP}^2} e^{i\theta_{CP}}, \quad (4.6.1)$$

と書ける. ここで 0 温度で $m_t = 173$ GeV を再現するために式 (4.2.1) 中の因子 $1/\sqrt{2}$ を落としている. また, 図 4.2 で示した ϕ と θ_{CP} は次のようになる

$$\phi \rightarrow \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2}, \quad \theta_{CP} \rightarrow \arg(\phi_2 + i\phi_{CP}). \quad (4.6.2)$$

この場合, 式 (4.5.1) と (4.5.2) に対応するバリオン数は次のように得られた

$$\eta_B^{\text{FH}} \simeq 3.2 \times 10^{-10}, \quad \eta_B^{\text{CK}} \simeq 2.4 \times 10^{-10}, \quad (4.6.3)$$

$$\eta_{B,\text{br}}^{\text{FH}} \simeq 3.1 \times 10^{-9}, \quad \eta_{B,\text{br}}^{\text{CK}} \simeq 2.4 \times 10^{-9}. \quad (4.6.4)$$

ヒッグスとゲージボソンの質量はベンチマークと同様に全ての VEV の和 $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_{CP}^2}$ から与えられる.*2

スカラーポテンシャルに新たな CP の破れを含まない模型として, 例えば CP を破る高次元演算子を伴う inert 2HDM が考えられる. この模型では 3 章で考えたように, 真空期待値を持つことができる場として特に 2 つの中性 CP-even スカラー場 $\phi_{1,2}$ のみを考える. そのため, スカラー部分に CP を破る項は存在しない. そのため新たな CP を破る項として以下のような 6 次元演算子が考えられてきた [66, 192]

$$\frac{1}{\Lambda^2} (C_1 \Phi^\dagger \Phi + C_2 \eta^\dagger \eta) \text{tr} (W_{\mu\nu} \overline{W}^{\mu\nu}). \quad (4.6.5)$$

ここで, Λ は cut-off, Φ, η は 2 つのスカラー doublet, $W_{\mu\nu}, \overline{W}^{\mu\nu}$ は $SU(2)_L$ 場の強さを表す. 係数 C_i は定数であるので, この大きさが CP の破れの大きさが決まる. 係数 C_1 は電子の EDM に大きく寄与し実

*2 ヒッグスボソンの質量は標準模型よりも複雑な形で与えられるが, 本章では簡単のために標準模型と同様の式 $m_h = \sqrt{2\lambda_{\text{SM}}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_{CP}^2)}$ を用いている. ただし, ヒッグスボソンによるバリオン数生成への寄与は限定的であるため, 無視したとしても大きな変化はない [67].

験から制限されるため, C_1 は非常に小さく, C_2 は十分な大きさがある場合を考える. このとき, 有限温度で ϕ_2 のみが真空期待値を持ち, 2 回目の相転移で ϕ_1 のみが真空期待値を持つような相転移 (図 3.1 における two-step 相転移) が起これば CP 位相が大きく変化し十分なバリオン数生成が可能かもしれない. 文献 [31] では 2 つの 2 重項が混合する項が $\lambda_3|\Phi|^2|\eta|^2$ しかない単純な 2HDM において, m_i^2 の 2 次の項にのみ温度補正を加えた簡単なポテンシャルを使い, 上記のような相転移におけるスファレロン遷移率が調べられた. 結果, そのような相転移が起こるときは 2 回目の相転移が起こる前の極小点で既に $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ が抑制されており十分なバリオン数生成は行えないということが示されている. これに対し我々は 3 章で示した, 繰り込み可能性から許される全ての混合項考慮し one-loop と daisy diagram からの寄与を考慮したポテンシャルを用いてより正確な調査を行った. その結果, 文献 [31] の結果とは異なり, Γ_{sph} が 2 回目の相転移前に抑制されない領域で上記のような相転移が起こるパラメータセットを発見した. 具体的には, 例えば

$$\begin{aligned} \text{BM5)} \quad & m_{\eta^\pm} = m_A \simeq 437 \text{ GeV}, \quad m_H \simeq 65.7 \text{ GeV}, \quad \lambda_2 \simeq 2.00, \quad m_2^2 \simeq -5.31 \times 10^3, \\ \text{BM6)} \quad & m_{\eta^\pm} = m_A \simeq 398 \text{ GeV}, \quad m_H \simeq 513 \text{ GeV}, \quad \lambda_2 \simeq 3.31, \quad m_2^2 \simeq 2.19 \times 10^4, \end{aligned}$$

において 2 回目の相転移は次のような経路で起こった

$$\begin{aligned} \text{BM5)} \quad & (\phi_1, \phi_2) = (0, 13.0) \rightarrow (240, 0) \quad \text{at } T_n = 46.8 \text{ GeV}, \\ \text{BM6)} \quad & (\phi_1, \phi_2) = (0, 19.1) \rightarrow (222, 0) \quad \text{at } T_n = 67.2 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

ここで, T_n はハッブル半径内に 1 つの bubble ができる温度であり, これをここでは相転移が起こる温度と近似している. それぞれのベンチマークにおける 2 回目の相転移前の ϕ/T は 0.278, 0.285 である. どちらにおいても図 4.4 の左図から, CKT 処方と $\kappa = 0.1$ とした $\Gamma_{\text{sph}}^{\text{br}}$ 両方の場合において Γ_{sph} は抑制されていないことが分かる. つまり, バリオン数生成に適した 2 回目の相転移前の真空でスファレロン過程の遷移率が抑制されていないような相転移が起こることを発見した. バリオン数生成量の評価は, CP を破るソースがスカラーポテンシャル由来でなく本章で行ってきた計算と異なるため, 将来研究とする. どちらの場合においても wall の厚さ L_w は図 4.2 で仮定したものとほぼ 0.1 程度であり, また 3 章で考慮した制限を全て満たしている.

4.7 結論

$SU(2)_L$ 電荷を持つスカラー場が有限温度で一時的に真空期待値を持つ場合の複数段階相転移におけるバリオン数生成はこれまで詳しく計算されてこなかった. 本章では簡単な模型を使って実際にどの程度バリオン数生成が行われるのか評価した. そのため, 本章における議論は $SU(2)_L$ 電荷を持つ追加のスカラー場がありその真空期待値に関連する新たな CP の破れを持つ模型において広く応用することができるはずである. バリオン数保存を破るスファレロン過程の遷移率に対する破れ相での抑制は, これまで使われてきた CKT 処方と破れ相における遷移率の計算をそのまま用いた 2 つの場合を考慮した. また, WKB 近似を用いたバリオン数生成の計算手法として FH scheme と CK scheme 両方において計算を行った. その結果, 全ての場合において複数段階相転移による十分なバリオン数生成が可能かもしれないことを示した. また, 実際の模型の候補として CP-violating 2HDM と inert 2HDM を挙げ議論した. 特に inert 2HDM では簡単な toy 模型で評価した先行研究 [31] の結果とは異なり, 2 回目の相転移前でもスファレロン効果が抑制されないような相転移を発見した. よって, 複数段階相転移を介した電弱バリオン数生成は実現可能かもしれない. ただし, 本章で示した $SU(2)_L$ 破れ相におけるスファレロン過程の遷移率が抑制されない ϕ/T が小さい領域では, 厳密には非摂動計算を用いて遷移率を調べる必要がある. 非摂動計算の進展は複数段階相転移における電弱バリオン数生成にとって本質的な問題であり, 必要不可欠である.

第 5 章

結論

これまでの章で複数段階の特徴とその実験での検証性 (第 2 章), 暗黒物質 (第 3 章) やバリオン数非対称性 (第 4 章) など標準模型で説明できない問題に対する影響などを議論してきた。標準模型のスカラー部分には指導原理がなく, 未だ拡張の可能性を秘めている。今後の観測でどのような相転移が宇宙で起きたのか, どのようなスカラー場が存在しているのかが解明されていけば, 標準模型を超える新たな模型への大きな足がかりになるだろう。そして, どのような標準模型からのずれがそれぞれの模型・シナリオで起こるか予測することは将来実験に対する大きな動機になると考える。本論文ではそのような可能性として, ヒッグス 3 点結合定数や 1 次相転移由来の重力波を通して, 特に複数段階相転移における検証性を議論した。今後本論文で示したずれが実際に測定された場合, 本論文の研究が物理学の進展の一助になるはずである。また, 暗黒物質の生成過程やバリオン数生成への (複数段階) 電弱相転移の影響を調べることで, 従来考えられていなかった新たな補正の可能性を示すことができた。標準模型からの明確なずれがほとんど見つからない今, 考えられる可能性を全て考え模型やシナリオを検証していくことが物理学の進展を促すと考える。

付録 A

第 1 章の付録

A.1 数的解析の表

表 A.1 数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ が最大値を取るインプットパラメータの値と範囲. 左端列の括弧内の文字は荷電スカラー場 H^\pm と質量が縮退する場を表している. 括弧内の値は $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ の最大値を表している.

	m_A	m_H	$m_A - m_H$	$\tan \beta$	$\cos(\beta - \alpha)$	m_3
Type-I (A)	130–550 (~7%)	390 (47%)	–250 (100%)	2 (11%)	–0.25 (9%)	0 (48%)
Type-I (H)	650 (100%)	360 (35%)	–210 (21%)	2 (13%)	–0.25 (9%)	0 (60%)
Type-X (A)	310 (11%)	350 (36%)	–130 (21%)	2 (13%)	-	0 (49%)
Type-X (H)	130–350 (~14%)	350 (38%)	–210 (50%)	2 (18%)	-	0 (60%)

表 A.2 数比 \mathcal{R}_{st2} が最大値を取るインプットパラメータの値と範囲. 左端列の括弧内の文字は荷電スカラー場 H^\pm と質量が縮退する場を表している. 括弧内の値は \mathcal{R}_{st2} の最大値を表している. Type-X 2HDM の結果は強い 2-step 相転移が起こるパラメータ点の数が少なく, 数比のインプットパラメータに対する依存性を議論することが難しいため省略する.

	m_A	m_H	$m_A - m_H$	$\tan \beta$	$\cos(\beta - \alpha)$	m_3
Type-I (A)	470 (41%)	280 (12%)	210 (100%)	2.5–4.5 (~ 10%)	–0.25 (11%)	20 (7%)
Type-I (H)	580 (50%)	280 (8%)	310 (100%)	2.5–4 (~ 11%)	–0.25 (9%)	10 (5%)

Type-I と Type-X 2HDM における数比 $\mathcal{R}_{\text{multi}}$ (2.5.3) と \mathcal{R}_{st2} (2.5.4) が最大値をとるインプットパラメータの値または範囲を Tab. A.2 それぞれ Tabs. A.1 と A.2 で示す. Tab. A.2 において, Type-X 2HDM の結果は強い 2-step 相転移が起こるパラメータ点の数が少なく数比のインプットパラメータに対する依存性を議論することが難しいため省略している. 例えば Tab. A.1 を見ると 4 つ全ての場合で複数段階相転移が質量階層性を $m_A < m_H$ を好んでいることが分かる. 表 A.1, A.2 において $B \rightarrow \mu^+ \mu^-$ の制限を考慮した場合でも同様の傾向が見られた.

2.5 節において強い 1-step 相転移については議論しなかったが, それらの数的解析はバリオン数生成の文脈で未だ重要である. 図 A.1 で $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step (黄色) と強い 1-step (オレンジ色) 相転移が起こるパラメータ点の数を m_A (上段), m_H (中段), $m_A - m_H$ (下段) の関数として示す. 赤い点線が示すのは 1-step 相転移が起こるパラメータ点の数に対する強い 1-step 相転移の数比 R_{st1}

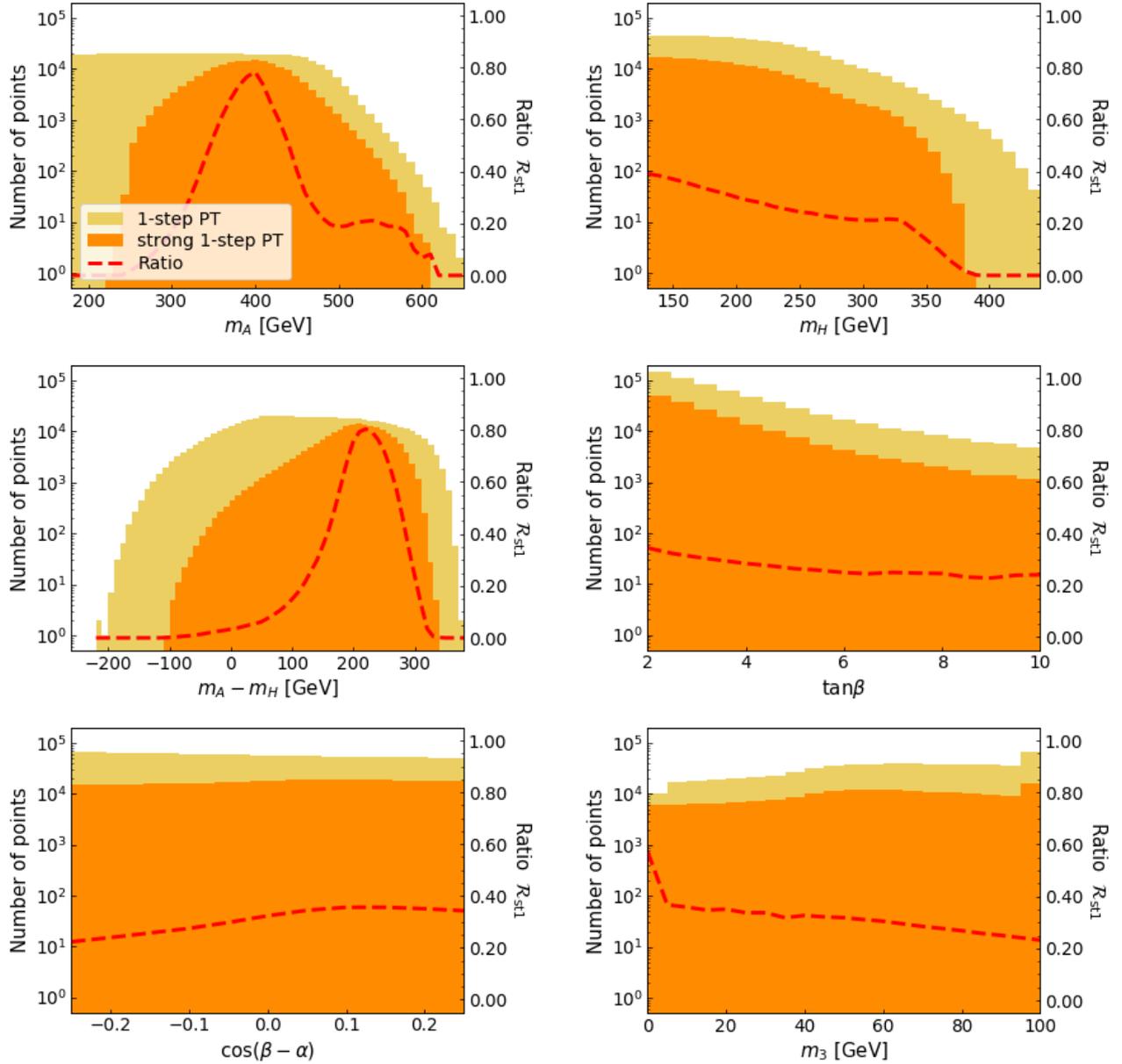


図 A.1 $m_A = m_{H^\pm}$ とした Type-I 2HDM における 1-step (黄色) と強い 1-step (オレンジ色) 相転移が起こるパラメータ点の数を m_A , m_H , $m_A - m_H$, $\tan\beta$, $\cos(\beta - \alpha)$, m_3 の関数として示す. 赤い点線が示すのは 1-step 相転移が起こるパラメータ点の数に対する強い 1-step 相転移の数比 R_{st1} である.

である

$$\mathcal{R}_{st1} = \frac{\text{強い 1-step 相転移が起こるパラメータ点の数}}{\text{1-step 相転移が起こるパラメータ点の数}}. \quad (\text{A.1.1})$$

中段の左図から \mathcal{R}_{st1} は $m_A - m_H \simeq 220$ GeV でピークを持ち、1 近くまで達している. したがって、強い 1-step 相転移は質量階層性 $m_A > m_H$ を好んでいることが分かる. これは文献 [32] の結果と一致している. Fig. 2.3 の上段右図から、強い 2-step 相転移においても同様の傾向が見られることが分かる.

Tab. A.3 では、Type-I と Type-X 2HDM における数比 \mathcal{R}_{st1} (A.1.1) が最大値を取る入力パラメータの値と範囲がそれぞれ示されている. 表 A.1, A.2, A.3 において $B \rightarrow \mu^+\mu^-$ の制限を考慮した場合でも同様の傾向が見られた.

表 A.3 数比 \mathcal{R}_{st1} が最大値を取るインプットパラメータの値と範囲. 左端列の括弧内の文字は荷電スカラー場 H^\pm と質量が縮退する場を表している. 括弧内の値は \mathcal{R}_{st1} の最大値を表している. 質量 $m_{A,H}$ とパラメータ m_3 の単位は GeV である.

	m_A	m_H	$m_A - m_H$	$\tan \beta$	$\cos(\beta - \alpha)$	m_3
Type-I (A)	400 (78%)	130 (39%)	220 (80%)	2 (34%)	0.05–0.25 (~36%)	0 (57%)
Type-I (H)	530 (83%)	130–340 (33%)	340 (91%)	2 (35%)	0.05–0.25 (~38%)	0 (66%)
Type-X (A)	400 (91%)	130 (39%)	210 (83%)	2 (40%)	-	0 (59%)
Type-X (H)	630 (100%)	360 (43%)	300 (85%)	2 (41%)	-	0 (64%)

A.2 Alignment limit における比較

Type-I と Type-X 2HDM における結果を比較するために例として, $m_A = m_{H^\pm}$ とした場合に alignment limit ($\cos(\beta - \alpha) = 0$) をとった Type-I 2HDM の結果を図 A.2 で示す. Type-X の結果である図 2.9 と比較すると, 似た振る舞いをしていることが見て取れる. よって, 2.5.2 節で述べたように Type ごとの湯川相互作用の違いによる結果への影響は限定的であると考えられる.

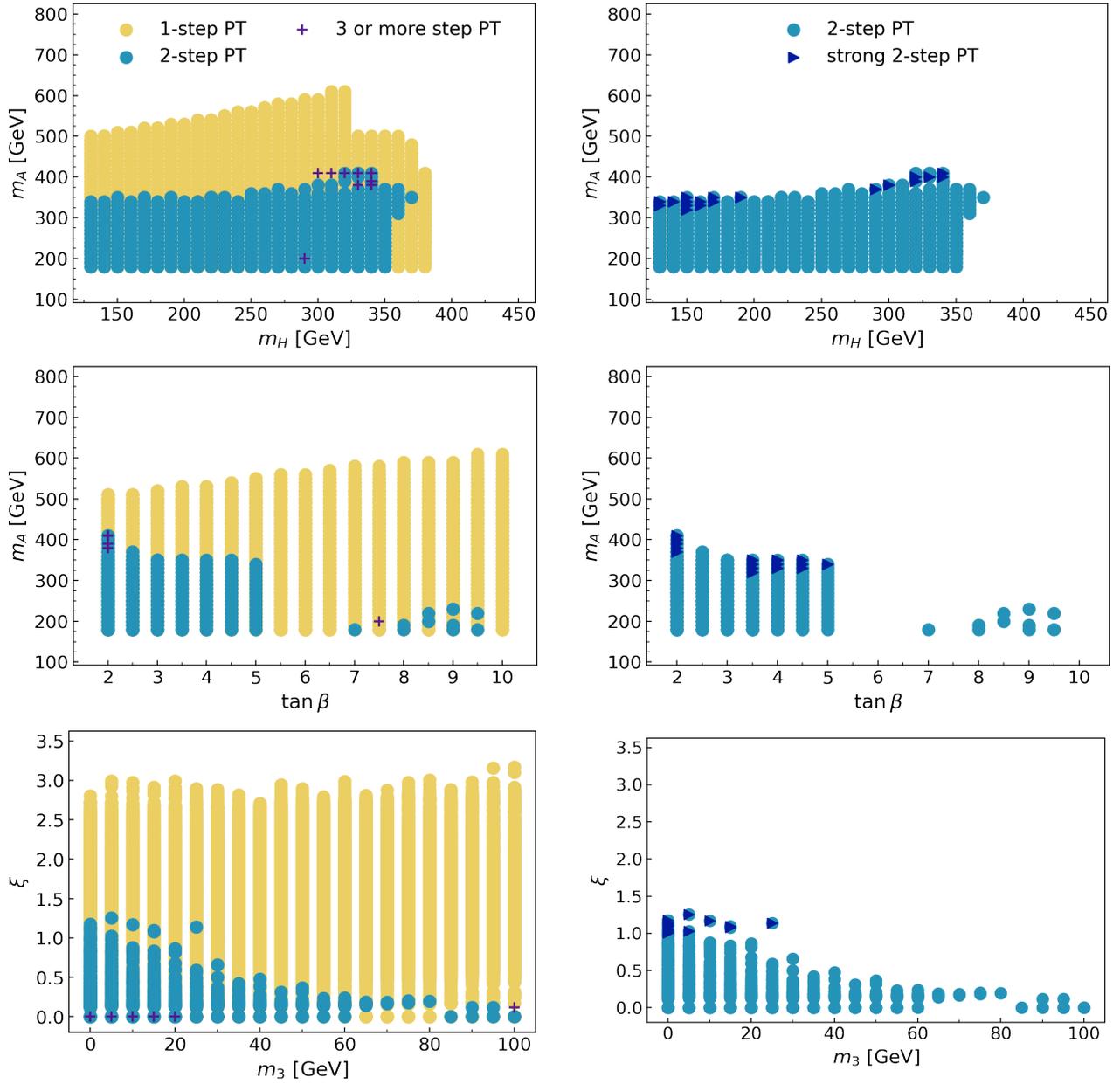


図 A.2 $m_A = m_{H^\pm}$ とし alignment limit ($\cos(\beta - \alpha) = 0$) をとった Type-I 2HDM における m_A vs. m_H (上段) と m_A vs. $\tan \beta$ (中段), ξ vs. m_3 (下段) 平面での 1-step と複数段階相転移 (左), と強い 2-step 相転移 (右) が起こる点. 色付けの仕方は図 2.2 と同じである.

付録 B

第 2 章の付録

B.1 Casas-Ibarra parameterization

ここでは Casas-Ibarra parametrization [167] を用いた式 (eq:casas-ibarra) の導出を行う。まず、フレーバー基底におけるニュートリノ質量行列 m_ν を湯川行列 y と対称行列 Λ を用いて

$$m_\nu \equiv y^T \Lambda y, \quad (\text{B.1.1})$$

と定義する。ここで PMNS 行列を使って m_ν を対角化した行列を \hat{m}_ν とする

$$U_{\text{PMNS}}^T m_\nu U_{\text{PMNS}} = \hat{m}_\nu \quad \Rightarrow \quad m_\nu = U_{\text{PMNS}}^* \hat{m}_\nu U_{\text{PMNS}}^\dagger. \quad (\text{B.1.2})$$

これに式 (B.1.1) を代入すると

$$y^T \Lambda y = U_{\text{PMNS}}^* \hat{m}_\nu U_{\text{PMNS}}^\dagger. \quad (\text{B.1.3})$$

Λ は対称行列だから $\Lambda = \sqrt{\Lambda} \sqrt{\Lambda}$ と書くことができる。 \hat{m}_ν も同様にできるから

$$y^T \sqrt{\Lambda} \sqrt{\Lambda} y = U_{\text{PMNS}}^* \sqrt{\hat{m}_\nu} \sqrt{\hat{m}_\nu} U_{\text{PMNS}}^\dagger, \quad (\text{B.1.4})$$

$$= U_{\text{PMNS}}^* \sqrt{\hat{m}_\nu} (C^T C) \sqrt{\hat{m}_\nu} U_{\text{PMNS}}^\dagger. \quad (\text{B.1.5})$$

C は直交行列で $C^T C = 1$ である。 C が実だとニュートリノの混合角しか調節できないが、複素数だと質量の大きさも変えることができる (図 3.10 では実と考え $m_\nu = \mathcal{O}(0.05)$ eV となる領域をプロットしている)。両辺の後ろ半分に注目すると

$$\sqrt{\Lambda} y = C \sqrt{\hat{m}_\nu} U_{\text{PMNS}}^\dagger, \quad (\text{B.1.6})$$

$$y = \sqrt{\Lambda}^{-1} C \sqrt{\hat{m}_\nu} U_{\text{PMNS}}^\dagger \quad (\text{B.1.7})$$

と表せる。よって、直交行列 C を使って混合角と質量の大きさを自由に調節できる。これで式 (3.2.12) が導出出来た。

B.2 ボルツマン方程式の導出

本節ではボルツマン方程式 (3.4.2) を導出する。

B.2.1 Liouville 方程式

まず、ボルツマン方程式の左辺について求めていく。ボルツマン方程式は Liouville の定理から得られる Liouville の方程式から導出される。その方程式は

$$L[f] \equiv P^\mu \frac{\partial f}{\partial x^\mu} - \Gamma_{\nu\lambda}^\mu P^\nu P^\lambda \frac{\partial f}{\partial P^\mu} = 0. \quad (\text{B.2.1})$$

ただし、 f は分布関数、 P^μ は 4 次元運動量、 x^μ は 4 次元座標を表す。この方程式は測地線方程式に沿って運動する粒子の数密度を計算することで得られる。この右辺を 0 ではなく、重力以外の直接相互作用がある場合の粒子数変化 \mathcal{C} としたものがボルツマン方程式と呼ばれるものである。

ボルツマン方程式を一様等方時空に適用することを考える。対称性から 8 次元関数である $f(x, P)$ は空間座標にも 3 次元運動量にも依存しない。つまり、時刻 t と運動量の絶対値 $|\mathbf{P}|$ の 2 変数の影響しか受けない。3 次元運動量とエネルギーについて以下のように書く

$$|\mathbf{P}| = \sqrt{g_{ij} P^i P^j} = a \sqrt{\gamma_{ij} P^i P^j}, \quad (\text{B.2.2})$$

$$E^2 = |\mathbf{P}|^2 + m^2. \quad (\text{B.2.3})$$

質量は定数だから、変数 $|\mathbf{P}|$ を E に置き換えることが出来る。一様等方宇宙におけるクリストッフエル記号から

$$L[f] = P^0 \frac{\partial f}{\partial x^0} - \Gamma_{\nu\lambda}^0 P^\nu P^\lambda \frac{\partial f}{\partial P^0} \quad (\text{B.2.4})$$

$$= E \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} g_{ij} P^i P^j \frac{\partial f}{\partial E} \quad (\text{B.2.5})$$

$$= E \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} |\mathbf{P}|^2 \frac{\partial f}{\partial E} \quad (\text{B.2.6})$$

$$= E \left(\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} \frac{E^2 - m^2}{E} \frac{\partial f}{\partial E} \right) \quad (\text{B.2.7})$$

一様等方宇宙では、衝突項 $\mathcal{C}[f]$ も同様にエネルギーと時間の関数と見做せるから、一様等方宇宙におけるボルツマン方程式は

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} \frac{E^2 - m^2}{E} \frac{\partial f}{\partial E} = \frac{1}{E} \mathcal{C}[f]. \quad (\text{B.2.8})$$

このボルツマン方程式を分布関数ではなく、粒子数密度 n に関する方程式に書き換えることを考える。一様等方宇宙における n と f の関係式は

$$n(t) = \int d\Pi E f. \quad (\text{B.2.9})$$

一様等方宇宙において、3 次元不変体積要素 $d\Pi$ を通る粒子 4 元流速 N^μ は空間成分が 0 になるから、 $N^\mu = (n, 0)$ となる。 N^μ の発散について

$$N_{;\mu}^\mu = 2 \int d\Pi L[f] = 2 \int d\Pi \mathcal{C}[f], \quad (\text{B.2.10})$$

が成り立つから、

$$N_{;\mu}^\mu = N_{,\mu}^\mu + \Gamma_{\mu\nu}^\mu N^\nu = \partial_\mu N^\mu + \Gamma_{\mu\nu}^\mu N^\nu = \partial_0 N^0 + \Gamma_{\mu 0}^\mu N^0 = \partial_0 n + \frac{\dot{a}}{a} \delta_i^i n = \frac{\partial}{\partial t} n + 3 \frac{\dot{a}}{a} n \quad (\text{B.2.11})$$

より,

$$\frac{dn}{dt} + 3\frac{\dot{a}}{a}n = 2 \int d\Pi C[f]. \quad (\text{B.2.12})$$

これでボルツマン方程式の左辺を導出出来た. 左辺第 2 項は物理的体積あたりの粒子数密度が宇宙膨張により減少することを表す. ただし, 宇宙膨張により共動体積あたりの粒子数 na^3 は薄まらない. これは上式を式変形すると示せる

$$2a^3 \int d\Pi C[f] = a^3 \frac{dn}{dt} + 3a^2 \dot{a}n = \frac{d(na^3)}{dt}. \quad (\text{B.2.13})$$

つまり, 相互作用による衝突項によってしか共動体積あたりの粒子数は変化しない.

B.2.2 衝突項

ボルツマン方程式の右辺 (3.4.2) を求めていく. まずは右巻きニュートリノ N のボルツマン方程式について, 消滅過程 $N_1 N_1 \rightarrow l \bar{l}$ (l は標準模型レプトン) に対する衝突項は

$$\begin{aligned} & - \int \frac{g_N d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{g_N d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{g_l}{d^3 k_l} (2\pi)^3 2E_l \frac{g_{\bar{l}} d^3 k_{\bar{l}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{l}}} (2\pi)^4 |M_{NN}|^2 \delta^4(p_1 + p_2 - k_l - k_{\bar{l}}) [f_1 f_2 - f_l^{eq} f_{\bar{l}}^{eq}], \\ &= - \int \frac{g_N}{(2\pi)^3} d^3 p_1 \int \frac{g_N}{(2\pi)^3} d^3 p_2 (\sigma_{NNv}) [f_1 f_2 - f_l^{eq} f_{\bar{l}}^{eq}], \\ &= - \int \frac{g_N}{(2\pi)^3} d^3 p_1 \int \frac{g_N}{(2\pi)^3} d^3 p_2 (\sigma_{NNv}) \left[\frac{n_1}{n_1^{eq}} f_1^{eq} \frac{n_2}{n_2^{eq}} f_2^{eq} - f_1^{eq} f_2^{eq} \right], \\ &\simeq - \int \frac{g_N}{(2\pi)^3} d^3 p_1 \int \frac{g_N}{(2\pi)^3} d^3 p_2 (\sigma_{NNv}) f_1^{eq} f_2^{eq} \left[\frac{n_N^2}{n_N^{eq2}} - 1 \right], \\ &\equiv - \langle \sigma_{NNv} \rangle (n_N^2 - n_N^{eq2}). \end{aligned} \quad (\text{B.2.14})$$

N と η の Yukawa coupling がとても小さいため, 上記の項は無視できる ($\sigma v \ll 1$). ここで, $f_l^{eq} f_{\bar{l}}^{eq} = e^{-(E_l^1 + E_l^2)} = e^{-(E_N^1 + E_N^2)} = f_1^{eq} f_2^{eq}$ を用いた. 崩壊過程 $\eta \rightarrow N_1 \bar{l}$ に対する衝突項は

$$\begin{aligned} & - \int \frac{g_\eta d^3 p_\eta}{(2\pi)^3 2E_\eta} \frac{g_N d^3 k_N}{(2\pi)^3 2E_N} \frac{g_{\bar{l}} d^3 k_{\bar{l}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{l}}} (2\pi)^4 |M_\eta|^2 \delta^4(p_\eta - k_N - k_{\bar{l}}) [f_\eta^{eq} - f_N f_{\bar{l}}^{eq}], \\ &= \int \frac{g_\eta d^3 p_\eta}{(2\pi)^3 2E_\eta} (2m_\eta) \Gamma_\eta [f_\eta^{eq} - f_N f_{\bar{l}}^{eq}], \\ &= \int \frac{g_\eta d^3 p_\eta}{(2\pi)^3 2E_\eta} (2m_\eta) \Gamma_\eta [f_\eta^{eq} - f_N], \\ &\simeq \int \frac{g_\eta d^3 p_\eta}{(2\pi)^3 2E_\eta} (2m_\eta) \Gamma_\eta f_\eta^{eq} \left[1 - \frac{n_N}{n_N^{eq}} \right], \\ &= \Gamma_\eta \int \frac{g_\eta d^3 p_\eta}{(2\pi)^3 2E_\eta} (2m_\eta) f_\eta^{eq} \frac{1}{n_\eta^{eq}} \left[n_\eta^{eq} - \frac{n_N}{n_N^{eq}} n_\eta^{eq} \right], \\ &= \Gamma_\eta \frac{K_1(m_\eta/T)}{K_2(m_\eta/T)} \left[n_\eta^{eq} - \frac{n_N}{n_N^{eq}} n_\eta^{eq} \right], \\ &\equiv - \langle \Gamma_\eta \rangle \frac{n_\eta^{eq}}{n_N^{eq}} [n_N - n_N^{eq}], \\ &= \langle \Gamma_\eta \rangle \left[n_\eta^{eq} - n_\eta^{eq} \frac{n_N}{n_N^{eq}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.2.15})$$

崩壊過程 $N_1 \rightarrow \eta l$ に対する衝突項は

$$\begin{aligned}
& - \int \frac{g_N d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} \frac{g_N d^3 k_\eta}{(2\pi)^3 2E_\eta} \frac{g_l d^3 k_l}{(2\pi)^3 2E_l} (2\pi)^4 \overline{|M_N|^2} \delta^4(p_N - k_\eta - k_l) [f_N^{eq} - f_\eta f_l^{eq}], \\
& = - \int \frac{g_N d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} (2m_N) \Gamma_N [f_N^{eq} - f_\eta f_l^{eq}], \\
& = - \int \frac{g_N d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} (2m_N) \Gamma_N [f_N^{eq} - f_N], \\
& \simeq - \int \frac{g_N d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} (2m_N) \Gamma_N f_N^{eq} \left[1 - \frac{n_N}{n_N^{eq}} \right], \\
& = - \int \frac{g_N d^3 p_N}{(2\pi)^3 2E_N} (2m_N) \Gamma_N f_N^{eq} \frac{1}{n_N^{eq}} \left[n_N^{eq} - \frac{N_\eta}{N_\eta^{eq}} n_N^{eq} \right], \\
& = - \Gamma_N \frac{K_1(m_N/T)}{K_2(m_N/T)} \left[n_N^{eq} - n_N^{eq} \frac{N_\eta}{N_\eta^{eq}} \right], \\
& \equiv - \langle \Gamma_N \rangle \left[n_N^{eq} - n_N^{eq} \frac{N_\eta}{N_\eta^{eq}} \right]. \tag{B.2.16}
\end{aligned}$$

最も軽いスカラーボソン η のボルツマン方程式についても同様に、消滅過程 $\eta\eta \rightarrow l\bar{l}$ に対する衝突項は

$$\begin{aligned}
& - \int \frac{g_\eta d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{g_\eta d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{g_l d^3 k_l}{(2\pi)^3 2E_l} \frac{g_{\bar{l}} d^3 k_{\bar{l}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{l}}} (2\pi)^4 \overline{|M_{\eta\eta}|^2} \delta^4(p_1 + p_2 - k_l - k_{\bar{l}}) [f_1 f_2 - f_l^{eq} f_{\bar{l}}^{eq}], \\
& = - \int \frac{g_\eta}{(2\pi)^3} d^3 p_1 \int \frac{g_\eta}{(2\pi)^3} d^3 p_2 (\sigma_{\eta\eta v}) [f_1 f_2 - f_l^{eq} f_{\bar{l}}^{eq}], \\
& \simeq - \int \frac{g_\eta}{(2\pi)^3} d^3 p_1 \int \frac{g_\eta}{(2\pi)^3} d^3 p_2 (\sigma_{\eta\eta v}) f_1^{eq} f_2^{eq} \left[\frac{n_\eta^2}{n_\eta^{eq2}} - 1 \right], \\
& \equiv - \langle \sigma_{\eta\eta v} \rangle (n_\eta^2 - n_\eta^{eq2}). \tag{B.2.17}
\end{aligned}$$

以上より、ボルツマン方程式の右辺である衝突項 \mathcal{C} は以下のように与えられる

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_N & = g_\eta \langle \Gamma_\eta \rangle \left(n_\eta - n_\eta^{eq} \frac{n_N}{n_N^{eq}} \right) - g_\eta \langle \Gamma_N \rangle \left(n_N - n_N^{eq} \frac{n_\eta}{n_\eta^{eq}} \right), \\
\mathcal{C}_\eta & = - g_\eta \langle \sigma_{\eta\eta v_{rel}} \rangle \left(n_\eta^2 - n_\eta^{eq2} \right) - \langle \Gamma_\eta \rangle \left(n_\eta - n_\eta^{eq} \frac{n_N}{n_N^{eq}} \right) + \langle \Gamma_N \rangle \left(n_N - n_N^{eq} \frac{n_\eta}{n_\eta^{eq}} \right). \tag{B.2.18}
\end{aligned}$$

付録 C

第 3 章の付録

C.1 Thermal averages

FH scheme における thermal average で用いる分布関数とその微分は

$$f_0 = \frac{1}{e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1}, \quad f'_0 = \frac{\partial f_0}{\partial(\gamma E_0)} = -\frac{\beta e^{\beta\gamma_w E_0}}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^2}, \quad (\text{C.1.1})$$

$$\begin{aligned} f''_0 &= \frac{\partial^2 f_0}{\partial(\gamma E_0)^2} = 2 \frac{(\beta e^{\beta\gamma_w E_0})^2}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^3} - \frac{\beta^2 e^{\beta\gamma_w E_0}}{e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1} = \frac{\beta^2 e^{\beta\gamma_w E_0}}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^2} \left[2 \frac{e^{\beta\gamma_w E_0}}{e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1} - 1 \right] \\ &= \beta^2 e^{\beta\gamma_w E_0} \frac{e^{\beta\gamma_w E_0} \mp 1}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^3}. \end{aligned} \quad (\text{C.1.2})$$

これらを踏まえて thermal average は

$$K_1 = -\left\langle \frac{p_z^2}{E_0} f''_0 \right\rangle = -\frac{2\pi}{N_F} \int_0^\infty dp_{xy} \int_{-\infty}^\infty dp_z \frac{p_z^2}{E_0} \left[\frac{\beta^2 e^{\beta\gamma_w E_0} (e^{\beta\gamma_w E_0} \mp 1)}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^3} \right] p_{xy}, \quad (\text{C.1.3})$$

$$K_2 = \left\langle \frac{1}{2E_0} f''_0 \right\rangle = \frac{4\pi}{N_F} \int_0^\infty dp_{xyz} \frac{1}{2E_0} \left[\frac{\beta^2 e^{\beta\gamma_w E_0} (e^{\beta\gamma_w E_0} \mp 1)}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^3} \right] p_{xyz}^2, \quad (\text{C.1.4})$$

$$K_4 = \left\langle \frac{p_z^2}{E_0^2} f'_0 \right\rangle = \frac{2\pi}{N_F} \int_0^\infty dp_{xy} \int_{-\infty}^\infty dp_z \frac{p_z^2}{E_0^2} \left[-\frac{\beta e^{\beta\gamma_w E_0}}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^2} \right] p_{xy}, \quad (\text{C.1.5})$$

$$\tilde{K}_5 = \left[\frac{p_z^2}{E_0^2} f'_0 \right] = \frac{2\pi}{\tilde{N}_F} \int_0^\infty dp_{xy} \int_{-\infty}^\infty dp_z \frac{p_z^2}{E_0} \left[-\frac{\beta e^{\beta\gamma_w E_0}}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^2} \right] p_{xy}, \quad (\text{C.1.6})$$

$$\tilde{K}_6 = \left[\frac{1}{2E_0} f'_0 \right] = \frac{2\pi}{\tilde{N}_F} \int_0^\infty dp_{xy} \int_{-\infty}^\infty dp_z \frac{1}{2E_0} \left[-\frac{\beta e^{\beta E_0}}{(e^{\beta E_0} \pm 1)^2} \right] p_{xy}, \quad (\text{C.1.7})$$

$$K_8 = \left\langle \frac{|p_z|}{2E_0^2 E_{0z}} f'_0 \right\rangle = \frac{2\pi}{N_F} \int_0^\infty dp_{xy} \int_{-\infty}^\infty dp_z \frac{|p_z|}{2E_0^2 E_{0z}} \left[-\frac{\beta e^{\beta\gamma_w E_0}}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^2} \right] p_{xy}, \quad (\text{C.1.8})$$

$$\begin{aligned} K_9 &= \left\langle \frac{|p_z|}{4E_0^3 E_{0z}} \left(\frac{1}{E_0} f'_0 - f''_0 \right) \right\rangle \\ &= \frac{2\pi}{N_F} \int_0^\infty dp_{xy} \int_{-\infty}^\infty dp_z \frac{|p_z|}{4E_0^3 E_{0z}} \left[-\frac{1}{E_0} \frac{\beta e^{\beta\gamma_w E_0}}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^2} - \frac{\beta^2 e^{\beta\gamma_w E_0} (e^{\beta\gamma_w E_0} \mp 1)}{(e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1)^3} \right] p_{xy}. \end{aligned} \quad (\text{C.1.9})$$

ここで、運動量 $p_{xy} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$, $p_{xyz} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}$ であり、

$$N_F = \int d^3p f'_{0+}(m=0) = \int d^3p \left[-\frac{\beta e^{\beta\gamma_w |\mathbf{p}|}}{(e^{\beta\gamma_w |\mathbf{p}|} + 1)^2} \right] = 4\pi \int_0^\infty dp_{xyz} \left[-\frac{\beta e^{\beta\gamma_w p_{xyz}}}{(e^{\beta\gamma_w p_{xyz}} + 1)^2} \right] p_{xyz}^2, \quad (\text{C.1.10})$$

$$\tilde{N}_F = \int d^3p f_0 = \int d^3p \left(\frac{1}{e^{\beta\gamma_w E_0} \pm 1} \right). \quad (\text{C.1.11})$$

ただし、積分変数を減らす方法として 3 次元極座標を用いた方が計算速度が速い。

C.2 輸送方程式の数値計算

輸送方程式 (4.3.26), (4.3.27) は 8 つの方程式から成るが、数値的に解くときには 4 つにまとめて計算する [184]. プラズマの速度に関連する 4 つの輸送方程式 (4.3.27) は以下のように変形出来る

$$u'_{t,2} = \frac{S'_t + 3K_{4,t}\mu''_{t,2}}{3(\Gamma_t^{\text{tot}} + K_{6,t}v_w(m_t^2)')}, \quad (\text{C.2.1a})$$

$$u'_{tc,2} = \frac{S'_t + 3K_{4,t}\mu''_{tc,2}}{3(\Gamma_t^{\text{tot}} + K_{6,t}v_w(m_t^2)')}, \quad (\text{C.2.1b})$$

$$u'_{b,2} = \frac{K_{4,b}}{\Gamma_b^{\text{tot}}} \mu''_{b,2}, \quad (\text{C.2.1c})$$

$$u'_{h,2} = \frac{K_{4,h}}{\Gamma_h^{\text{tot}}} \mu''_{h,2}. \quad (\text{C.2.1d})$$

前述のようにプライムは z での微分を表している. これらを化学ポテンシャルに関連する 4 つの輸送方程式 (4.3.26) にそれぞれ代入すると、輸送方程式は 4 つの連立方程式にまとめられる

$$\begin{aligned} \mu''_{t,2} = & \frac{1}{3K_{4,t}} (-S'_t - (\Gamma_t^{\text{tot}} + K_{6,t}v_w(m_t^2)') [3v_w K_{1,t}(\mu'_{t,2}) + 3v_w K_{2,t}(m_t^2)'\mu_{t,2} \\ & - 3\Gamma_y(\mu_{t,2} + \mu_{tc,2} + \mu_{h,2}) - 6\Gamma_M(\mu_{t,2} + \mu_{tc,2}) - 3\Gamma_W(\mu_{t,2} - \mu_{b,2}) \\ & - 3\Gamma_{ss}\{(1 + 9K_{1,t})\mu_{t,2} + (1 + 9K_{1,b})\mu_{b,2} + (1 - 9K_{1,t})\mu_{tc,2}\}]), \end{aligned} \quad (\text{C.2.2a})$$

$$\begin{aligned} \mu''_{b,2} = & -\frac{\Gamma_b^{\text{tot}}}{3K_{4,b}} \times [3v_w K_{1,b}(\mu'_{b,2}) - 3\Gamma_y(\mu_{b,2} + \mu_{tc,2} + \mu_{h,2}) \\ & - 3\Gamma_W(\mu_{b,2} - \mu_{t,2}) - 3\Gamma_{ss}[(1 + 9K_{1,t})\mu_{t,2} + (1 + 9K_{1,b})\mu_{b,2} + (1 - 9K_{1,t})\mu_{tc,2}]] \end{aligned} \quad (\text{C.2.2b})$$

$$\begin{aligned} \mu''_{tc,2} = & \frac{1}{3K_{4,t}} [-S'_t - (\Gamma_t^{\text{tot}} + K_{6,t}v_w(m_t^2)') \times [3v_w K_{1,t}(\mu'_{tc,2}) + 3v_w K_{2,t}(m_t^2)'\mu_{tc,2} \\ & - 3\Gamma_y(\mu_{t,2} + \mu_{b,2} + 2\mu_{tc,2} + 2\mu_{h,2}) - 6\Gamma_M(\mu_{t,2} + \mu_{tc,2}) \\ & - 3\Gamma_{ss}[(1 + 9K_{1,t})\mu_{t,2} + (1 + 9K_{1,b})\mu_{b,2} + (1 - 9K_{1,t})\mu_{tc,2}]]] \end{aligned} \quad (\text{C.2.2c})$$

$$\mu''_{h,2} = -\frac{\Gamma_h^{\text{tot}}}{4K_{4,h}} \times [4v_w K_{1,h}(\mu'_{h,2}) - 3\Gamma_y(\mu_{t,2} + \mu_{b,2} + 2\mu_{tc,2} + 2\mu_{h,2}) - 4\Gamma_h\mu_{h,2}]. \quad (\text{C.2.2d})$$

また、CK scheme では次のようにまとめられる

$$\mu''_t = \frac{1}{D_{2,t}} [-((m_t^2)'\bar{R}_t + \Gamma_{t,\text{tot}}) R_t + L_t], \quad (\text{C.2.3})$$

$$\mu''_b = \frac{1}{D_{2,b}} [-\Gamma_{b,\text{tot}} R_b + v_w K_{0,b} \bar{\Gamma}'_b], \quad (\text{C.2.4})$$

$$\mu''_{tc} = \frac{1}{D_{2,tc}} [-((m_t^2)'\bar{R}_{tc} + \Gamma_{tc,\text{tot}}) R_{tc} + L_t], \quad (\text{C.2.5})$$

$$\mu''_h = \frac{1}{D_{2,h}} [-\Gamma_{h,\text{tot}} R_h + v_w K_{0,h} \bar{\Gamma}'_h]. \quad (\text{C.2.6})$$

ただし,

$$L_t \equiv \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{2,t} \mu_t' + v_w K_{0,t} \bar{\Gamma}_t' + S_{2,t}' \quad (\text{C.2.7})$$

$$R_t \equiv -D_{1,t} \mu_t' + \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{1,t} \mu_t - K_{0,t} \bar{\Gamma}_t + S_{1,t} \quad (\text{C.2.8})$$

$$R_b \equiv -(D_{1,b} \mu_b' + K_{0,b} \bar{\Gamma}_b) \quad (\text{C.2.9})$$

$$L_{t^c} \equiv \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{2,t} \mu_{t^c}' + v_w K_{0,t^c} \bar{\Gamma}_{t^c}' + S_{2,t}' \quad (\text{C.2.10})$$

$$R_{t^c} \equiv -D_{1,t} \mu_{t^c}' + \gamma_w v_w (m_t^2)' Q_{1,t} \mu_{t^c} - K_{0,t} \bar{\Gamma}_{t^c} + S_{1,t} \quad (\text{C.2.11})$$

$$R_h \equiv -(D_{1,h} \mu_h' + K_{0,h} \bar{\Gamma}_h). \quad (\text{C.2.12})$$

これらを数値的に計算し解を求める. その計算手法は複数あるが, 本論文の解析では主に Python ライブラリ SciPy 内の関数 `integrate.solve_bvp` を用いた. この FH scheme において計算結果は文献 [181] で言及されているリラクゼーション法を使って得た結果と一致することを確認している.

謝辞

本研究を取り組むにあたって、指導・助言してくださった方々に心より感謝申し上げます。特に、指導教員の青木真由美教授には格別の指導を賜りました。私が最初に取り組んだテーマは自身で選んだものだったために論文に至るまで大変苦労しました。その中で青木真由美教授は真摯に議論をし研究の方向性を導いてくださいました。また、藤間崇助教授とは活発に議論をし共同研究をさせていただきました。最初のテーマとは違う分野に研究を広げられたことでより素粒子物理学を楽しむことが出来ました。お二方には大変感謝しております。また、研究室のスタッフの方々には研究者としての姿勢をお教え頂きました。石渡弘治准教授からは論理を突き詰めて考える重要性や奥深さ、また固定観念に囚われない姿勢を教えてくださいました。齋川賢一助教授にはドメインウォールに関する内容を丁寧に教えてくださいました。また、世界で一番自分の研究を知れという言葉は今でも肝に銘じています。武田真滋教授には研究室に関わることで大変お世話になりました。特に私の研究は計算サーバーを扱うことが多かったので、武田真滋教授とSUの方々には大変感謝しております。また、退官された久保治輔さん、青木健一さん、末松大二郎さんには様々なお話をお聞かせ頂き自身の世界が広がりました。お三方に教えて頂いた授業やゼミは今でも忘れません。ありがとうございました。秘書の西川涼子さんにはことあるごとに大変お世話になりました。快適な研究生生活を送れたのは西川涼子さんのお陰と言っても過言ではありません。大変ありがとうございました。研究室の同期である軍司啓宏さんとは大学入学から9年過ごしました。特に研究が始まってからは多大な影響を受け、視野を広げることが出来ました。ありがとうございます。卒業した研究室の同期の方々にも多くの影響を受け楽しい日々を過ごすことが出来ました。また、共同研究者となった小松嵩宗さんには研究初期でプログラムのエラーが出たときに共に問題解決に当たってくださいました。共に研究することができ大変楽しかったです。研究室の皆様にはあらゆる面でお世話になりました。快適に研究ができたのもひとえに皆様のおかげです。

他大学の方では、特に船久保公一さん、瀬名波栄間さん、出川智香子さん、村勇志さんに大変お世話になりました。船久保公一さんと瀬名波栄間さんには研究について多くのご助言頂きました。出川智香子さんはバリオン数生成の議論を活発にさせていただきました。村勇志さんにも研究会でお会いするたびに楽しい議論をさせた頂きました。感謝申し上げます。何度も参加させて頂いた新ヒッグス勉強会の方々、特に兼村晋哉教授と柳生慶助教授には大変お世話になりました。ありがとうございました。また、私の研究者としてのルーツは2008年にノーベル賞を受賞された南部陽一郎さん、益川敏英さん、小林誠さんです。ノーベル賞受賞のニュースを見たときの光景を今でも忘れられません。彼らの研究の延長線上の研究を行えたことは望外の喜びでした。このお三方にも感謝したいです。

最後に中学の頃から夢を見ていた物理学者としての道を応援してくれた家族、特に両親には感謝してもしきれません。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes and R. P. Hudson, *Phys. Rev.* **105** (1957) 1413–1414.
- [2] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Phys. Rev. D* **2** (1970) 1285–1292.
- [3] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652–657.
- [4] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **122** (1961) 345–358.
- [5] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **124** (1961) 246–254.
- [6] P. W. Higgs *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 508–509.
- [7] F. Englert and R. Brout, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321–323.
- [8] G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 585–587.
- [9] ATLAS Collaboration, G. Aad et. al., *Phys. Lett. B* **716** (2012) 1–29 [[1207.7214](#)].
- [10] ATLAS Collaboration Tech. Rep. ATLAS-CONF-2012-162, CERN, Geneva, Nov, 2012.
- [11] CMS Collaboration, S. Chatrchyan et. al., *Phys. Lett. B* **716** (2012) 30–61 [[1207.7235](#)].
- [12] CMS Collaboration Tech. Rep. CMS-PAS-HIG-12-045, CERN, Geneva, 2012.
- [13] Planck Collaboration, N. Aghanim et. al., *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A6 [[1807.06209](#)].
[Erratum: *Astron.Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- [14] K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **249** (1991) 523.
- [15] R. Massey et. al., *Nature* **445** (2007) 286 [[astro-ph/0701594](#)].
- [16] Super-Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda et. al., *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562–1567 [[hep-ex/9807003](#)].
- [17] A. Sakharov *Sov. Phys. Usp.* **34** (1991), no. 5 392–393.
- [18] M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff and O. Pene, *Mod. Phys. Lett. A* **9** (1994) 795–810 [[hep-ph/9312215](#)].
- [19] P. Huet and E. Sather, *Phys. Rev. D* **51** (1995) 379–394 [[hep-ph/9404302](#)].
- [20] M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff, O. Pene and C. Quimbay, *Nucl. Phys. B* **430** (1994) 382–426 [[hep-ph/9406289](#)].
- [21] Particle Data Group Collaboration, P. A. Zyla et. al., *PTEP* **2020** (2020), no. 8 083C01.
- [22] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen and M. E. Shaposhnikov, *Nucl. Phys. B* **466** (1996) 189–258 [[hep-lat/9510020](#)].
- [23] F. Csikor, Z. Fodor and J. Heitger, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 21–24 [[hep-ph/9809291](#)].
- [24] M. D’Onofrio, K. Rummukainen and A. Tranberg, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014), no. 14 141602 [[1404.3565](#)].
- [25] A. Mazumdar and G. White, *Rept. Prog. Phys.* **82** (2019), no. 7 076901 [[1811.01948](#)].
- [26] A. Haarr, A. Kvellestad and T. C. Petersen, [1611.05757](#).

- [27] G. C. Dorsch, S. J. Huber, T. Konstandin and J. M. No, JCAP **05** (2017) 052 [[1611.05874](#)].
- [28] C.-Y. Chen, H.-L. Li and M. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **97** (2018), no. 1 015020 [[1708.00435](#)].
- [29] K. Enomoto, S. Kanemura and Y. Mura, JHEP **09** (2022) 121 [[2207.00060](#)].
- [30] D. Land and E. D. Carlson, Phys. Lett. B **292** (1992) 107–112 [[hep-ph/9208227](#)].
- [31] A. Hammerschmitt, J. Kripfganz and M. Schmidt, Z. Phys. C **64** (1994) 105–110 [[hep-ph/9404272](#)].
- [32] G. Dorsch, S. Huber and J. No, JHEP **10** (2013) 029 [[1305.6610](#)].
- [33] P. Basler, M. Krause, M. Muhlleitner, J. Wittbrodt and A. Wlotzka, JHEP **02** (2017) 121 [[1612.04086](#)].
- [34] E. Ma Phys. Rev. D **73** (2006) 077301 [[hep-ph/0601225](#)].
- [35] M. Aoki, T. Komatsu and H. Shibuya, PTEP **2022** (2022), no. 6 063B05 [[2106.03439](#)].
- [36] H. Shibuya and T. Toma, JHEP **11** (2022) 064 [[2207.14662](#)].
- [37] Planck Collaboration, N. Aghanim et. al., Astron. Astrophys. **641** (2020) A6 [[1807.06209](#)].
- [38] V. Kuzmin, V. Rubakov and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **155** (1985) 36.
- [39] J. Bernon, L. Bian and Y. Jiang, JHEP **05** (2018) 151 [[1712.08430](#)].
- [40] L. Wang, J. M. Yang, M. Zhang and Y. Zhang, Phys. Lett. B **788** (2019) 519–529 [[1809.05857](#)].
- [41] W. Su, A. G. Williams and M. Zhang, JHEP **04** (2021) 219 [[2011.04540](#)].
- [42] J. O. Andersen, T. Gorda, A. Helset, L. Niemi, T. V. I. Tenkanen, A. Tranberg, A. Vuorinen and D. J. Weir, Phys. Rev. Lett. **121** (2018), no. 19 191802 [[1711.09849](#)].
- [43] K. Kainulainen, V. Keus, L. Niemi, K. Rummukainen, T. V. I. Tenkanen and V. Vaskonen, JHEP **06** (2019) 075 [[1904.01329](#)].
- [44] N. Blinov, J. Kozaczuk, D. E. Morrissey and C. Tamarit, Phys. Rev. D **92** (2015), no. 3 035012 [[1504.05195](#)].
- [45] E. Witten Phys. Rev. D **30** (1984) 272–285.
- [46] C. Hogan Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **218** (1986) 629–636.
- [47] C. Caprini et. al., JCAP **04** (2016) 001 [[1512.06239](#)].
- [48] LISA Collaboration, P. Amaro-Seoane et. al., [1702.00786](#).
- [49] C. Caprini et. al., JCAP **03** (2020) 024 [[1910.13125](#)].
- [50] S. Profumo, M. J. Ramsey-Musolf and G. Shaughnessy, JHEP **08** (2007) 010 [[0705.2425](#)].
- [51] J. R. Espinosa, T. Konstandin and F. Riva, Nucl. Phys. B **854** (2012) 592–630 [[1107.5441](#)].
- [52] D. Curtin, P. Meade and C.-T. Yu, JHEP **11** (2014) 127 [[1409.0005](#)].
- [53] M. Jiang, L. Bian, W. Huang and J. Shu, Phys. Rev. D **93** (2016), no. 6 065032 [[1502.07574](#)].
- [54] F. P. Huang and C. S. Li, Phys. Rev. D **92** (2015), no. 7 075014 [[1507.08168](#)].
- [55] G. Kurup and M. Perelstein, Phys. Rev. D **96** (2017), no. 1 015036 [[1704.03381](#)].
- [56] Z. Kang, P. Ko and T. Matsui, JHEP **02** (2018) 115 [[1706.09721](#)].
- [57] T. Matsui EPJ Web Conf. **168** (2018) 05001 [[1709.05900](#)].
- [58] C.-W. Chiang, M. J. Ramsey-Musolf and E. Senaha, Phys. Rev. D **97** (2018), no. 1 015005 [[1707.09960](#)].
- [59] K. Hashino, M. Kakizaki, S. Kanemura, P. Ko and T. Matsui, JHEP **06** (2018) 088

- [1802.02947].
- [60] F. P. Huang, Z. Qian and M. Zhang, Phys. Rev. D **98** (2018), no. 1 015014 [1804.06813].
- [61] C.-W. Chiang and B.-Q. Lu, JHEP **07** (2020) 082 [1912.12634].
- [62] M. Carena, Z. Liu and Y. Wang, JHEP **08** (2020) 107 [1911.10206].
- [63] P. Ghorbani 2010.15708.
- [64] L. Niemi, P. Schicho and T. V. I. Tenkanen, 2103.07467.
- [65] A. Friedlander, I. Banta, J. M. Cline and D. Tucker-Smith, Phys. Rev. D **103** (2021), no. 5 055020 [2009.14295].
- [66] S. Fabian, F. Goertz and Y. Jiang, 2012.12847.
- [67] L. Fromme, S. J. Huber and M. Seniuch, JHEP **11** (2006) 038 [hep-ph/0605242].
- [68] X. Wang, F. P. Huang and X. Zhang, Phys. Rev. D **101** (2020), no. 1 015015 [1909.02978].
- [69] H. H. Patel and M. J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **88** (2013) 035013 [1212.5652].
- [70] M. Chala, M. Ramos and M. Spannowsky, Eur. Phys. J. C **79** (2019), no. 2 156 [1812.01901].
- [71] N. F. Bell, M. J. Dolan, L. S. Friedrich, M. J. Ramsey-Musolf and R. R. Volkas, JHEP **05** (2020) 050 [2001.05335].
- [72] L. Niemi, M. Ramsey-Musolf, T. V. Tenkanen and D. J. Weir, 2005.11332.
- [73] H. H. Patel, M. J. Ramsey-Musolf and M. B. Wise, Phys. Rev. D **88** (2013), no. 1 015003 [1303.1140].
- [74] S. Inoue, G. Ovanesyan and M. J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **93** (2016) 015013 [1508.05404].
- [75] F. P. Huang and X. Zhang, Phys. Lett. B **788** (2019) 288–294 [1701.04338].
- [76] W. Chao, H.-K. Guo and J. Shu, JCAP **09** (2017) 009 [1702.02698].
- [77] M. J. Ramsey-Musolf, P. Winslow and G. White, Phys. Rev. D **97** (2018), no. 12 123509 [1708.07511].
- [78] T. Vieu, A. P. Morais and R. Pasechnik, JCAP **07** (2018) 014 [1801.02670].
- [79] A. P. Morais, R. Pasechnik and T. Vieu, 1802.10109.
- [80] L. Bian and X. Liu, Phys. Rev. D **99** (2019), no. 5 055003 [1811.03279].
- [81] R. Zhou, W. Cheng, X. Deng, L. Bian and Y. Wu, JHEP **01** (2019) 216 [1812.06217].
- [82] N. F. Bell, M. J. Dolan, L. S. Friedrich, M. J. Ramsey-Musolf and R. R. Volkas, JHEP **19** (2020) 012 [1903.11255].
- [83] A. P. Morais and R. Pasechnik, JCAP **04** (2020) 036 [1910.00717].
- [84] L. Bian, H.-K. Guo, Y. Wu and R. Zhou, Phys. Rev. D **101** (2020), no. 3 035011 [1906.11664].
- [85] S. Baum, M. Carena, N. R. Shah, C. E. M. Wagner and Y. Wang, 2009.10743.
- [86] T. Ghosh, H.-K. Guo, T. Han and H. Liu, 2012.09758.
- [87] T. Matsui, T. Nomura and K. Yagyu, 2102.09247.
- [88] S. Kanemura, S. Kiyoura, Y. Okada, E. Senaha and C. Yuan, Phys. Lett. B **558** (2003) 157–164 [hep-ph/0211308].
- [89] S. Kanemura, Y. Okada and E. Senaha, Phys. Lett. B **606** (2005) 361–366 [hep-ph/0411354].
- [90] M. Cepeda et. al., CERN Yellow Rep. Monogr. **7** (2019) 221–584 [1902.00134].
- [91] K. Fujii et. al., 1506.05992.
- [92] V. Corbin and N. J. Cornish, Class. Quant. Grav. **23** (2006) 2435–2446 [gr-qc/0512039].

- [93] H. Kudoh, A. Taruya, T. Hiramatsu and Y. Himemoto, Phys. Rev. D **73** (2006) 064006 [[gr-qc/0511145](#)].
- [94] V. D. Barger, J. L. Hewett and R. J. N. Phillips, Phys. Rev. D **41** (1990) 3421–3441.
- [95] Y. Grossman Nucl. Phys. B **426** (1994) 355–384 [[hep-ph/9401311](#)].
- [96] M. Aoki, S. Kanemura, K. Tsumura and K. Yagyu, Phys. Rev. D **80** (2009) 015017 [[0902.4665](#)].
- [97] M. Quiros pp. 187–259, 1, 1999. [hep-ph/9901312](#).
- [98] J. M. Cline, K. Kainulainen and M. Trott, JHEP **11** (2011) 089 [[1107.3559](#)].
- [99] L. Dolan and R. Jackiw, Phys. Rev. D **9** (1974) 3320–3341.
- [100] C. L. Wainwright Comput. Phys. Commun. **183** (2012) 2006–2013 [[1109.4189](#)].
- [101] R. R. Parwani Phys. Rev. D **45** (1992) 4695 [[hep-ph/9204216](#)]. [Erratum: Phys.Rev.D 48, 5965 (1993)].
- [102] P. B. Arnold and O. Espinosa, Phys. Rev. D **47** (1993) 3546 [[hep-ph/9212235](#)]. [Erratum: Phys.Rev.D 50, 6662 (1994)].
- [103] M. Laine, M. Meyer and G. Nardini, Nucl. Phys. B **920** (2017) 565–600 [[1702.07479](#)].
- [104] M. E. Carrington Phys. Rev. D **45** (1992) 2933–2944.
- [105] N. Blinov, S. Profumo and T. Stefaniak, JCAP **07** (2015) 028 [[1504.05949](#)].
- [106] N. G. Deshpande and E. Ma, Phys. Rev. D **18** (1978) 2574.
- [107] M. Sher Phys. Rept. **179** (1989) 273–418.
- [108] S. Nie and M. Sher, Phys. Lett. B **449** (1999) 89–92 [[hep-ph/9811234](#)].
- [109] S. Kanemura, T. Kasai and Y. Okada, Phys. Lett. B **471** (1999) 182–190 [[hep-ph/9903289](#)].
- [110] S. Kanemura, T. Kubota and E. Takasugi, Phys. Lett. B **313** (1993) 155–160 [[hep-ph/9303263](#)].
- [111] A. G. Akeroyd, A. Arhrib and E.-M. Naimi, Phys. Lett. B **490** (2000) 119–124 [[hep-ph/0006035](#)].
- [112] A. Barroso, P. Ferreira, I. Ivanov and R. Santos, JHEP **06** (2013) 045 [[1303.5098](#)].
- [113] I. Ivanov and J. P. Silva, Phys. Rev. D **92** (2015), no. 5 055017 [[1507.05100](#)].
- [114] H. E. Haber and D. O’Neil, Phys. Rev. D **83** (2011) 055017 [[1011.6188](#)].
- [115] J. Haller, A. Hoecker, R. Kogler, K. Mönig, T. Peiffer and J. Stelzer, Eur. Phys. J. C **78** (2018), no. 8 675 [[1803.01853](#)].
- [116] A. Arhrib, R. Benbrik, H. Harouiz, S. Moretti and A. Rouchad, [1810.09106](#).
- [117] ATLAS Collaboration, G. Aad et. al., Phys. Rev. D **101** (2020), no. 1 012002 [[1909.02845](#)].
- [118] J. F. Gunion and H. E. Haber, Phys. Rev. D **67** (2003) 075019 [[hep-ph/0207010](#)].
- [119] CMS Collaboration, V. Khachatryan et. al., Phys. Lett. B **759** (2016) 369–394 [[1603.02991](#)].
- [120] ATLAS Collaboration, M. Aaboud et. al., Phys. Lett. B **783** (2018) 392–414 [[1804.01126](#)].
- [121] CMS Collaboration, A. M. Sirunyan et. al., JHEP **03** (2020) 055 [[1911.03781](#)].
- [122] F. Kling, S. Su and W. Su, JHEP **06** (2020) 163 [[2004.04172](#)].
- [123] S. Semlali, H. Day-Hall, S. Moretti and R. Benbrik, Phys. Lett. B **810** (2020) 135819 [[2006.05177](#)].
- [124] ATLAS Collaboration Tech. Rep. ATLAS-CONF-2019-049, CERN, Geneva, Oct, 2019.
- [125] A. Kosowsky, M. S. Turner and R. Watkins, Phys. Rev. D **45** (1992) 4514–4535.

- [126] A. Kosowsky, M. S. Turner and R. Watkins, Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 2026–2029.
- [127] A. Kosowsky and M. S. Turner, Phys. Rev. D **47** (1993) 4372–4391 [[astro-ph/9211004](#)].
- [128] M. Kamionkowski, A. Kosowsky and M. S. Turner, Phys. Rev. D **49** (1994) 2837–2851 [[astro-ph/9310044](#)].
- [129] C. Caprini, R. Durrer and G. Servant, Phys. Rev. D **77** (2008) 124015 [[0711.2593](#)].
- [130] S. J. Huber and T. Konstandin, JCAP **09** (2008) 022 [[0806.1828](#)].
- [131] M. Hindmarsh, S. J. Huber, K. Rummukainen and D. J. Weir, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 041301 [[1304.2433](#)].
- [132] J. T. Giblin, J and J. B. Mertens, JHEP **12** (2013) 042 [[1310.2948](#)].
- [133] J. T. Giblin and J. B. Mertens, Phys. Rev. D **90** (2014), no. 2 023532 [[1405.4005](#)].
- [134] M. Hindmarsh, S. J. Huber, K. Rummukainen and D. J. Weir, Phys. Rev. D **92** (2015), no. 12 123009 [[1504.03291](#)].
- [135] C. Caprini and R. Durrer, Phys. Rev. D **74** (2006) 063521 [[astro-ph/0603476](#)].
- [136] T. Kahniashvili, A. Kosowsky, G. Gogoberidze and Y. Maravin, Phys. Rev. D **78** (2008) 043003 [[0806.0293](#)].
- [137] T. Kahniashvili, L. Campanelli, G. Gogoberidze, Y. Maravin and B. Ratra, Phys. Rev. D **78** (2008) 123006 [[0809.1899](#)]. [Erratum: Phys.Rev.D 79, 109901 (2009)].
- [138] T. Kahniashvili, L. Kisslinger and T. Stevens, Phys. Rev. D **81** (2010) 023004 [[0905.0643](#)].
- [139] C. Caprini, R. Durrer and G. Servant, JCAP **12** (2009) 024 [[0909.0622](#)].
- [140] P. Binetruy, A. Bohe, C. Caprini and J.-F. Dufaux, JCAP **06** (2012) 027 [[1201.0983](#)].
- [141] J. R. Espinosa, T. Konstandin, J. M. No and G. Servant, JCAP **06** (2010) 028 [[1004.4187](#)].
- [142] N. Seto, S. Kawamura and T. Nakamura, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 221103 [[astro-ph/0108011](#)].
- [143] S. Kawamura et. al., Class. Quant. Grav. **28** (2011) 094011.
- [144] W.-R. Hu and Y.-L. Wu, Natl. Sci. Rev. **4** (2017), no. 5 685–686.
- [145] W.-H. Ruan, Z.-K. Guo, R.-G. Cai and Y.-Z. Zhang, Int. J. Mod. Phys. A **35** (2020), no. 17 2050075 [[1807.09495](#)].
- [146] TianQin Collaboration, J. Luo et. al., Class. Quant. Grav. **33** (2016), no. 3 035010 [[1512.02076](#)].
- [147] X.-C. Hu, X.-H. Li, Y. Wang, W.-F. Feng, M.-Y. Zhou, Y.-M. Hu, S.-C. Hu, J.-W. Mei and C.-G. Shao, Class. Quant. Grav. **35** (2018), no. 9 095008 [[1803.03368](#)].
- [148] E. W. Kolb and M. S. Turner, , The Early Universe, vol. 69. 1990.
- [149] L. J. Hall, K. Jedamzik, J. March-Russell and S. M. West, JHEP **03** (2010) 080 [[0911.1120](#)].
- [150] T. Asaka, K. Ishiwata and T. Moroi, Phys. Rev. D **73** (2006) 051301 [[hep-ph/0512118](#)].
- [151] T. Asaka, K. Ishiwata and T. Moroi, Phys. Rev. D **75** (2007) 065001 [[hep-ph/0612211](#)].
- [152] M. J. Baker and J. Kopp, Phys. Rev. Lett. **119** (2017), no. 6 061801 [[1608.07578](#)].
- [153] M. J. Baker, M. Breitbach, J. Kopp and L. Mittnacht, JHEP **03** (2018) 114 [[1712.03962](#)].
- [154] M. J. Baker and L. Mittnacht, JHEP **05** (2019) 070 [[1811.03101](#)].
- [155] S. Kawamura et. al., PTEP **2021** (2021), no. 5 05A105 [[2006.13545](#)].
- [156] N. Benincasa, L. Delle Rose, K. Kannike and L. Marzola, JCAP **12** (2022) 025 [[2205.06669](#)].
- [157] P. F. d Salas, D. V. Forero, S. Gariazzo, P. Martínez-Miravé, O. Mena, C. A. Ternes,

- M. Tórtola and J. W. F. Valle, JHEP **02** (2021) 071 [[2006.11237](#)].
- [158] J. R. Ellis, T. Falk, K. A. Olive and M. Srednicki, Astropart. Phys. **13** (2000) 181–213 [[hep-ph/9905481](#)]. [Erratum: Astropart.Phys. 15, 413–414 (2001)].
- [159] N. Arkani-Hamed, A. Delgado and G. F. Giudice, Nucl. Phys. B **741** (2006) 108–130 [[hep-ph/0601041](#)].
- [160] J. Kubo, E. Ma and D. Suematsu, Phys. Lett. B **642** (2006) 18–23 [[hep-ph/0604114](#)].
- [161] D. Suematsu, T. Toma and T. Yoshida, Phys. Rev. D **79** (2009) 093004 [[0903.0287](#)].
- [162] D. Schmidt, T. Schwetz and T. Toma, Phys. Rev. D **85** (2012) 073009 [[1201.0906](#)].
- [163] T. Toma and A. Vicente, JHEP **01** (2014) 160 [[1312.2840](#)].
- [164] E. Molinaro, C. E. Yaguna and O. Zapata, JCAP **07** (2014) 015 [[1405.1259](#)].
- [165] A. G. Hessler, A. Ibarra, E. Molinaro and S. Vogl, JHEP **01** (2017) 100 [[1611.09540](#)].
- [166] L. Bian and Y.-L. Tang, JHEP **12** (2018) 006 [[1810.03172](#)].
- [167] J. A. Casas and A. Ibarra, Nucl. Phys. B **618** (2001) 171–204 [[hep-ph/0103065](#)].
- [168] A. Arhrib, R. Benbrik and N. Gaur, Phys. Rev. D **85** (2012) 095021 [[1201.2644](#)].
- [169] Q.-H. Cao, E. Ma and G. Rajasekaran, Phys. Rev. D **76** (2007) 095011 [[0708.2939](#)].
- [170] E. Lundstrom, M. Gustafsson and J. Edsjo, Phys. Rev. D **79** (2009) 035013 [[0810.3924](#)].
- [171] A. Pierce and J. Thaler, JHEP **08** (2007) 026 [[hep-ph/0703056](#)].
- [172] H.-K. Guo, K. Sinha, D. Vagie and G. White, JCAP **01** (2021) 001 [[2007.08537](#)].
- [173] G. Bélanger, F. Boudjema, A. Goudelis, A. Pukhov and B. Zaldivar, Comput. Phys. Commun. **231** (2018) 173–186 [[1801.03509](#)].
- [174] A. Abada and T. Toma, JHEP **04** (2018) 030 [[1802.00007](#)]. [Erratum: JHEP 04, 060 (2021)].
- [175] M. Fujiwara, J. Hisano, C. Kanai and T. Toma, JHEP **04** (2021) 114 [[2012.14585](#)].
- [176] M. Fujiwara, J. Hisano and T. Toma, JHEP **10** (2021) 237 [[2106.03384](#)].
- [177] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, M. Sher and J. P. Silva, Phys. Rept. **516** (2012) 1–102 [[1106.0034](#)].
- [178] I. P. Ivanov Prog. Part. Nucl. Phys. **95** (2017) 160–208 [[1702.03776](#)].
- [179] J. M. Cline 9, 2006. [hep-ph/0609145](#).
- [180] L. Fromme and S. J. Huber, JHEP **03** (2007) 049 [[hep-ph/0604159](#)].
- [181] J. M. Cline and K. Kainulainen, Phys. Rev. D **101** (2020), no. 6 063525 [[2001.00568](#)].
- [182] J. M. Cline, M. Joyce and K. Kainulainen, JHEP **07** (2000) 018 [[hep-ph/0006119](#)].
- [183] J. M. Cline and K. Kainulainen, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 5519–5522 [[hep-ph/0002272](#)].
- [184] P. Basler, M. Mühlleitner and J. Müller, Comput. Phys. Commun. **269** (2021) 108124 [[2007.01725](#)].
- [185] M. Lewicki, M. Merchand and M. Zych, JHEP **02** (2022) 017 [[2111.02393](#)].
- [186] P. B. Arnold and L. D. McLerran, Phys. Rev. D **36** (1987) 581.
- [187] S. Y. Khlebnikov and M. E. Shaposhnikov, Nucl. Phys. B **308** (1988) 885–912.
- [188] J. Ambjorn and A. Krasnitz, Phys. Lett. B **362** (1995) 97–104 [[hep-ph/9508202](#)].
- [189] M. Carena, M. Quirós and Y. Zhang, Phys. Rev. D **101** (2020), no. 5 055014 [[1908.04818](#)].
- [190] M. Dine, P. Huet and R. L. Singleton, J, Nucl. Phys. B **375** (1992) 625–648.
- [191] P. Basler, M. Mühlleitner and J. Müller, [2108.03580](#).
- [192] M. Dine, P. Huet, R. L. Singleton, J and L. Susskind, Phys. Lett. B **257** (1991) 351–356.