

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN
INGEGNERIA ELETTRONICA
TESI DI LAUREA

OFDM CON PREFISSO CICLICO PARZIALE

RELATORE: Prof. N. BENVENUTO

LAUREANDA: KH. MOHAMMAD ZADEH GODINI

Padova, 31 Marzo 2011

A una forza sconosciuta, sentimento non inteso e
voce inascoltata ...

Indice

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE	7
--------------------	---

CAPITOLO 2 OFDM

2.1 Principio di base	13
2.2 Principio di funzionamento	15
2.3 Tempo di guardia e Prefisso ciclico	17
2.4 Modello matematico del segnale OFDM.....	20
2.5 Vantaggi e Svantaggi.....	23
2.6 PARP e Probabilità di errore	24
2.7 Applicazione	25

CAPITOLO 3 TECNICHE DI EQUALIZZAZIONE

3.1 Modello matriciale.....	27
3.2 ZF-DFE.....	28
3.2.1 ZF-DFE- Tentative Decision (ZF-DFE-TD)	30
3.2.1.1 Modello del sistema	30
3.2.1.2 Analisi della complessità.....	31
3.2.1.3 Prestazioni	32
3.3 MMSE-DFE	33
3.3.1 Criterio MMSE e modello del sistema	34

3.3.2 Eliminazione dell'errore di reazione.....	35
3.3.3 Prestazioni.....	36
3.4 FEQ (Frequency Domain Equalizer).....	38
3.4.1 Modello del sistema e le prestazioni.....	39
3.5 ICI and ISI Cancellation.....	41
3.5.1 Modello del sistema.....	41
3.5.2 Analisi della complessità.....	44
3.5.3 Prestazioni.....	47
CAPITOLO 4	
CONCLUSIONE.....	51
Bibliografia.....	55

Capitolo 1

INTRODUZIONE

L'idea di trasmettere dati, suddividendoli in più flussi e utilizzando questi ultimi per modulare differenti portanti, è stata sviluppata più di quaranta anni fa per i sistemi militari ad elevata frequenza come Kineplex [1], Andeft [2] e Kathryn [3]. Tale approccio ha goduto per molti anni di un interesse piuttosto marginale, a causa dell'elevata complessità che non lo rendeva facilmente realizzabile. Nel 1971 Weinstein ed Ebert [4] proposero l'impiego della trasformata discreta di Fourier (DFT) per effettuare la modulazione e la demodulazione in banda base del segnale multiportante. Con la diffusione degli algoritmi numerici a bassa complessità di tipo FFT/IFFT (*Fast Fourier Transform/Inverse Fast Fourier Transform*), la modulazione multiportante ha acquistato una sempre maggiore popolarità, fino a candidarsi, intorno agli anni Novanta, per le comunicazioni dati a larga banda su canali radio FM (*Frequency Modulation*) mobili, HDSL (*High-bit-rate Digital Subscriber Lines*) a 1.6 Mbps, ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Lines*) fino a 6 Mbps, VDSL (*Very-high-speed Digital Subscriber Lines*) a 100 Mbps, DAB (*Digital Audio Broadcasting*) e DVB (*Digital Video Broadcasting*).

A causa della distorsione lineare introdotta dal canale, il segnale multiportante che giunge in ricezione è affetto sia da interferenza intersimbolica (ISI), la quale in ambito multiportante viene presentata come interferenza tra blocchi (IBI, *Interblock Interference*), sia da interferenza tra sottoportanti adiacenti (ICI, *Intercarrier Interference*). La prima consiste nel mascheramento dell'informazione relativa al simbolo trasmesso in un dato periodo di segnalazione ad opera dei simboli trasmessi nei periodi di segnalazione adiacenti. Il secondo tipo di interferenza, invece, è provocato dalla

perdita di ortogonalità tra i sottocanali del sistema multiportante conseguente alla natura distorcente del canale di comunicazione.

La presenza di ISI (o IBI) e ICI può ridurre significativamente le prestazioni in termini della probabilità di errore sul simbolo, pertanto è necessario che tali sistemi siano dotati in ricezione di un equalizzatore, dispositivo in grado di minimizzare congiuntamente gli effetti deleteri di queste interferenze.

Nei tradizionali sistemi multiportanti basati sull'impiego del prefisso ciclico (CP), la ridondanza aggiunta a ciascun blocco offre uno strumento molto potente per rimuovere l'ISI e consente di sviluppare algoritmi semplici per sopprimere l'ICI. Sotto l'ipotesi che la lunghezza del CP ecceda la dispersione temporale del canale, il ricevitore lineare convenzionale [5] consente di ricostruire i simboli trasmessi, a valle della rimozione dell'*intero* CP, attraverso un algoritmo di tipo FFT, seguito da una equalizzazione ad un coefficiente nel dominio della frequenza. L'introduzione del CP di lunghezza adeguata, se da un lato si riflette in una bassa complessità, comporta però un aggravio economico, poiché la lunghezza del CP non contiene alcuna informazione utile. Inoltre, nel caso la lunghezza del CP sia inferiore a quella della risposta impulsiva del canale (CIR), viene distrutta l'ortogonalità tra sottocanali, con il risultato di ottenere un'altra sorgente di interferenza intercanale (ICI).

Per ridurre l'ICI dovuta alla dispersione del canale, sono stati proposti diversi algoritmi alternativi all'introduzione del CP, come MMSE (*Minimum Mean-Square Error*) [6], [7], PCC (*Polynomial Cancellation Coding*) [8], *Matched Filtering* [9], *Time-Domain Filtering* [10] e *Taylor Series Expansion* [11]. La maggior parte di questi approcci soffre di una elevata complessità computazionale, maggiore di $O(N^2)$ (con N numero di sottocanali), che li rende praticamente inapplicabili quando N diventa grande.

In alcuni approcci, come ad esempio in [8], alcuni sottocanali vengono modulati con lo stesso "data symbol", utilizzando il PCC con moderata complessità. Benché questo metodo produca una notevole riduzione della BER (*Bit Error Rate*), esso comporta una sostanziale riduzione nell'efficienza spettrale. Inoltre, questa tecnica richiede alcune modifiche del classico trasmettitore multiportante, rendendolo inutilizzabile per i sistemi multiportanti usuali.

Un metodo che ha suscitato grande interesse negli ultimi anni per la sua bassa complessità, si basa sull'inserimento di un CP di lunghezza inferiore a quella della CIR e sulla modifica dell'equalizzatore per ottimizzare le prestazioni.

Un metodo comune è utilizzare un equalizzatore lineare nel dominio del tempo (TEQ), con la struttura di un filtro FIR. Per disegnare questo equalizzatore sono stati proposti due approcci:

- i) Ridurre la lunghezza effettiva della convoluzione tra CIR e la risposta impulsiva dell'equalizzatore o OIR (*Overall Impulse Response*). Ciò può essere ottenuto riducendo l'energia dell'OIR in una finestra adeguata [12], minimizzando per tutti i sottocanali, il valore medio del segnale rispetto all'interferenza più rumore, SINR, (*Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio*) [13] [14], oppure minimizzando la durata nel tempo dell'OIR [15] per ridurre ISI e ICI.
- ii) Definire una OIR della lunghezza corta desiderata e minimizzare il MSE (*Mean Square Error*) tra OIR reale e quella desiderata [16].

Questa tecnica ha una elevata complessità computazionale e può essere affetta da una convergenza lenta o da rumore. In [17] viene proposto un nuovo algoritmo per aumentare la velocità di *throughput* (bit/simbolo) in TEQ. Questo algoritmo è diviso in due parti principali: nella prima parte viene calcolato il massimo SINR nel dominio del tempo, nella seconda parte si determinano i coefficienti dell'equalizzatore nel dominio del tempo mediante un processo iterativo che minimizza una funzione costo legata al SINR. I risultati della simulazione mostrano che l'algoritmo proposto è in grado di produrre prestazioni migliori di quelle di altri algoritmi esistenti come quello in [18] con la stessa complessità.

Un altro metodo ampiamente utilizzato è il DFE (*Decision Feedback Equalizer*). Nella sua definizione vengono utilizzati diversi criteri, come ZF (*Zero-focusing*) [19] o MMSE, che verranno discussi nel Capitolo 3. Il metodo ZF-DFE, però, oltre ad avere una elevata complessità di implementazione di ordine $O(N^3)$, trascura il rumore additivo nel progetto del ricevitore, e questo lo rende instabile quando il canale è molto selettivo in frequenza.

Per ovviare a questi inconvenienti viene utilizzato il metodo MMSE, anche esso di elevata complessità. In [32] viene inoltre analizzata l'origine delle interferenze nei canali dispersi nello MMSE e viene poi proposto uno schema di trasmissione pari a quello convenzionale, ma che permette la stima di una completa CIR (anche oltre la lunghezza del CP). Viene successivamente definita una versione ottimale del metodo MMSE di ridotta complessità, basata su un equalizzatore lineare, in modo da ridurre le interferenze generate da insufficiente CP.

In [20], per evitare la perdita di efficienza spettrale dovuta all'uso di un insufficiente CP, è stato sviluppato un metodo di ricostruzione del CP, CPR (*Cyclic Prefix Reconstruction*), basato sulla cancellazione dell'interferenza residua intersimbolica (RISIC), in cui molte operazioni successive di tipo FFT/IFFT sono necessarie per trasformare i segnali dal dominio in tempo a quello in frequenza. Il lungo tempo di processamento rende il metodo RISIC non adatto per applicazioni in tempo reale.

In [21] viene applicato il metodo RISIC con CP codificato come *Alamouti*, STBC (*Space-Time Block Coded*). In questo metodo, la cancellazione delle code e il recupero ciclico dovrebbero essere ripetuti come in RISIC, quindi con la stessa complessità. I risultati della simulazione mostrano però che, per un CIR di lunghezza $L_h = 7$, la SER (*Symbol Error Rate*) del CPR con insufficiente CP è la stessa del caso in cui CP è sufficiente. Con l'applicazione del CPR e una nuova stima per canale, CE (*Canal Estimation*), si migliora l'efficienza dello spettro della banda rispetto al caso in cui CP è insufficiente.

Oltre alla lunghezza del CP, un altro problema che si manifesta nei sistemi multipor-
tanti è il grande rapporto tra la potenza di picco e quella media chiamata PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*) che diminuisce la potenza del segnale. Il *clipping* è un metodo semplice ed efficiente per ridurre il PAPR dei sistemi multipor-
tanti. Esso causa però una distorsione che degrada la prestazione del sistema.

In [22] viene proposta una tecnica iterativa, chiamata ICPAR (*iterative CP and amplitude reconstruction*) che consiste nel recuperare contemporaneamente l'insufficiente CP e i segnali tagliati del sistema con un ciclo di iterazione al ricevitore.

La simulazione mostra che il ricevitore proposto recupera i segnali trasmessi contaminati con solo due iterazioni, dove ogni iterazione si ottiene con un equalizzatore ad un coefficiente e un paio di operazioni IFFT/FFT, quindi con una complessità computazionale moderata.

Si deve sottolineare che gli algoritmi IFFT/FFT, anche se recentemente sono stati molto utilizzati nel progetto dei sistemi multiportanti, non sono gli unici disponibili. A titolo di esempio, in [23] viene proposto un nuovo metodo di equalizzazione cieca che, ottimizzando il vincolo di MOE (*Minimum-Output-Energy*), può essere utilizzato per derivare un insieme di equalizzatori senza l'aiuto di FFT/IFFT. In questo metodo vengono sviluppati degli algoritmi per la stima cieca dei vincoli e degli equalizzatori. Quando la lunghezza del CP è sufficiente, la complessità di questo metodo è confrontabile con quella dei ricevitori tradizionali basati sull'FFT. Una proprietà particolare è che le prestazioni di questo metodo restano invariate anche se la lunghezza del CP è inferiore a quella del CIR. Quindi, esso fornisce un metodo efficace per migliorare l'efficienza della larghezza dei canali con una lunghezza inferiore del CP.

In [24] viene creato un nuovo metodo di equalizzazione cieca con la stessa complessità dei metodi tradizionali. La stima cieca del canale è ottenuta con le proprietà di correlazione del CP, e quindi per l'equalizzazione viene utilizzato il metodo di ottimizzazione MOE. L'algoritmo fornisce un metodo efficace per ridurre il problema di insufficiente CP per migliorare l'efficienza di larghezza di banda.

Il metodo proposto in [25] evita l'ICI utilizzando la ridondanza nel dominio della frequenza al trasmettitore e rimuove l'ISI con un semplice metodo di cancellazione al ricevitore. Risultati analitici e di simulazione dimostrano che il numero di portatori ridondanti e l'efficienza spettrale del metodo sono quasi le stesse del metodo FEQ-DMT (*Frequency Equalizer - Discrete MultiTone*). Dal momento che la complessità relativa dei due metodi dipende dall'ambiente del sistema, la complessità computazionale può essere ridotta selezionando il metodo corretto per l'ambiente.

In questo lavoro, dopo una caratterizzazione matematica del funzionamento dei sistemi multiportanti, verrà presentato un modello di questi sistemi con CP di lun-

ghezza sufficiente. Verranno poi discusse le tecniche proposte per ridurre le interferenze dovute all'insufficienza del CP.

Gli argomenti sono organizzati nel modo seguente: Nel Capitolo 2 verrà presentato il principio di funzionamento dei sistemi multiportanti, il concetto di tempo di guardia e di CP. Nel Capitolo 3 verranno discusse le tecniche proposte per ridurre le interferenze, dovute sia al canale che a una insufficiente lunghezza del CP, e conseguentemente migliorare la prestazione dei sistemi multiportanti. E alle fine verranno confrontate queste tecniche in termine di prestazione e complessità dell'implementazione.

Capitolo 2

OFDM

La modulazione multiportante (*Multicarrier Modulation*) consiste nel trasportare un dato flusso di bit utilizzando segnali modulati a differenti frequenze portanti. Il segnale multiportante quindi, può essere considerato come la somma di N segnali indipendenti, tutti aventi la stessa banda. Ognuno dei segnali componenti (sottocanali) è generalmente modulato con tecniche di PSK o QAM. In questo capitolo viene presentato il funzionamento matematico dei sistemi multiportanti.

2.1 principio di base

Sia B_v la banda disponibile del canale e N il numero dei sottocanali, allora $B_v / N = B$ è la banda per ciascun sottocanale cioè:

$$\left(f_0 - \frac{1}{2}B, f_0 + \frac{1}{2}B\right), \dots, \left(f_m - \frac{1}{2}B, f_m + \frac{1}{2}B\right), \dots, \left(f_{N-1} - \frac{1}{2}B, f_{N-1} + \frac{1}{2}B\right) \quad (1)$$

con $m = 0, \dots, N - 1$, $f_0 = f_c + \frac{1}{2}B$ e f_c punto di partenza nella banda B_v [26].

Come viene indicato nella Figura 1, il canale non si comporta ugualmente per tutti i sottocanali, quindi la scelta di B e N dipende dall'andamento della distorsione del canale nei confronti dei vari sottocanali.

Con questa divisione, la rate di trasmissione dei simboli su ciascun sottocanale è soltanto una frazione di quella di un sistema a singola portante. In questo modo, come viene indicato nella Figura 2, è possibile progettare sistemi in grado di supportare elevate data rate mantenendo la durata del simbolo OFDM, T , più lunga della durata

del CIR (*delay spread*), irrobustendo quindi la trasmissione dei dati nei confronti dell'interferenza intersimbolica e, contemporaneamente, abbassando la complessità degli equalizzatori di canale.

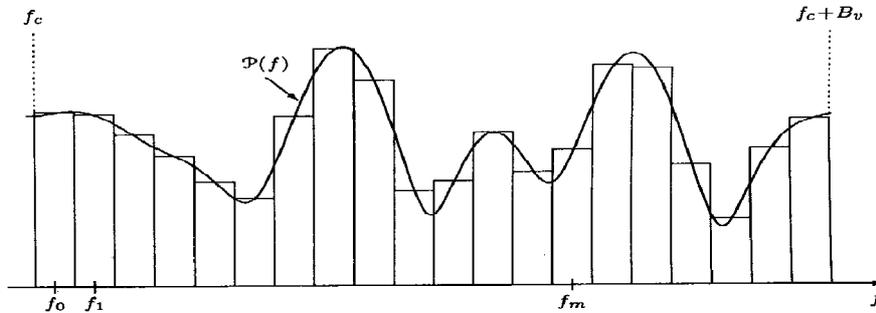


Fig.1 Distorsione del canale e' diversa per ogni sottocanale.

In pratica, si fa in modo che i sottocanali che incontrano una minore attenuazione da parte del canale e/o maggior rumore trasportino un minor numero di bit di informazione (*bit loading*), dando così la possibilità di raggiungere velocità di trasmissione prossime ai limiti superiori previsti dalla teoria dell'informazione.

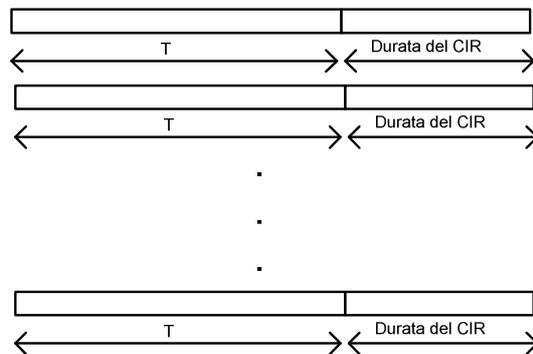


Fig.2 Parallelizzando i flussi informativi su N sottoportanti, la durata di simbolo rimane maggiore del delay spread senza ridurre la velocità di trasmissione.

In un classico sistema dati con più portanti in parallelo, FDM (*Frequency Division Multiplexing*), la banda complessiva del segnale è suddivisa in un certo numero N di sottocanali non sovrapposti in frequenza. Ciascun sottocanale è, quindi, modulato da un simbolo di informazione e successivamente gli N sottocanali sono multiplati in frequenza. Chiaramente la separazione in frequenza dei vari sottocanali elimina, in

condizioni ideali, l'insorgenza di interferenza intersimbolica. Tuttavia, è evidente che questa scelta comporta un uso piuttosto inefficiente dello spettro disponibile. Per far fronte a questa inefficienza, il sistema multiportante, utilizzando l'ortogonalità delle portanti, consente di garantire un'efficienza spettrale (in *bit/s* per unità di banda) comparabile con quella di una trasmissione su singola portante. Nel caso in cui si rispettino alcune condizioni, esso permette di sovrapporre parzialmente le bande delle varie componenti del *multiplex*, idealmente senza ICI e, nella pratica, con valori di ICI accettabili. Per questo motivo questi sistemi vengono nominati OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Nella Figura 3 sono mostrati gli spettri qualitativi rispettivamente di un convenzionale segnale multiportante FDM e di uno OFDM. Come si può notare, l'impiego di sottobande parzialmente sovrapposte consente di ottenere un guadagno in efficienza spettrale di circa il 50%.

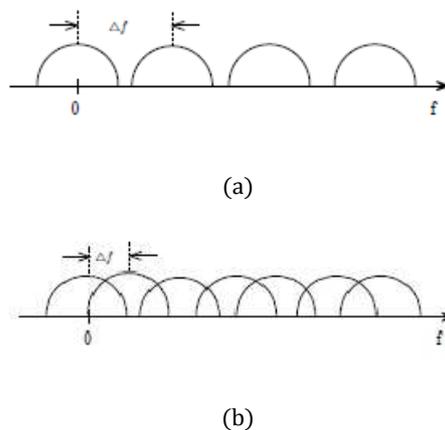


Fig.3 Spettro occupato dai sottocanali per (a) FDM e (b) OFDM.

2.2 Principio di funzionamento

Si voglia trasmettere un flusso di simboli $\{a(k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$, emessi da un sorgente di informazione, alla rate $1/T_a$, adoperando la tecnica di modulazione OFDM. Si cominci con il considerare il flusso dei dati a monte della conversione seriale/parallelo (S/P). Mediante un convertitore S/P, si costruisce il blocco $\mathbf{a}(n) = [a_0(n), a_1(n), \dots, a_{N-1}(n)]^T$ nel dominio della frequenza, dove $[\cdot]^T$ rappresenta il vettore trasposto, N il numero di sottocanali disponibili e i simboli $a_i(n) = a(nN + i)$ per $i = 0, \dots, N-1$ si ottengono dalla decomposizione polifase della sequenza $a(n)$.

Sia T la durata dell'intervallo del simbolo, pari a NT_a . La sequenza così ottenuta modula N esponenziali complessi, con spaziatura in frequenza $\Delta f = 1/T$, ottenendo, pertanto, nell' n -esimo intervallo di segnalazione, il segnale:

$$u(t) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) e^{j2\pi f_i t}, \quad t \in [nT, (n+1)T] \quad (2)$$

Pertanto, spaziando i sottocanali della quantità $1/T$, che rappresenta la minima spaziatura in frequenza tale da assicurare l'ortogonalità tra le sottoportanti, è possibile separare perfettamente i flussi in ricezione.

Volendo infatti, demodulare l' j -esima sottocanale di (2) si ottiene:

$$\int_0^T e^{-j2\pi \frac{j}{T} t} \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) e^{j2\pi i t/T} dt = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) \int_0^T e^{-j2\pi \frac{j}{T} t} e^{j2\pi i t/T} dt = a_j(n) \delta_{ij} \quad (3)$$

dove δ_{ij} è il simbolo di Kronecker.

Nella Figura 4 si può osservare come si presenta in frequenza, sottocanali adiacenti nel segnale OFDM.

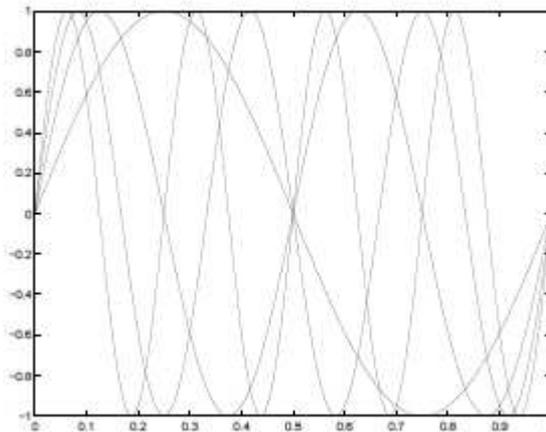


Fig.4 Quattro sottoportanti in un simbolo di OFDM

Per vedere come implementare il trasmettitore OFDM mediante la IFFT, si consideri la trasmissione dell' n -esima frame in (1). Assumendo che i simboli $a_i(n)$ siano quantità deterministiche, si può facilmente calcolare la trasformata di Fourier di $u(t)$:

$$U(f) = T \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) \text{sinc}(fT - i) e^{-j2\pi n(fT - i)} \quad (4)$$

Chiaramente questo segnale non ha una banda rigorosamente limitata, ma è ragionevole assumere che esso abbia in pratica una banda bilatera finita, pari a $2W = \frac{N}{T}$ per $N \gg 1$. Applicando il teorema del campionamento, si può affermare che il segnale (2) è ben rappresentato dagli N campioni presi a passo $T_a = \frac{1}{2W} = \frac{T}{N}$:

$$u_p(n) = u(nT + pT_a) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) e^{j2\pi n \frac{ip}{N}}, \quad p = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

che, a meno di un fattore moltiplicativo, rappresentano proprio la IDFT su N punti del blocco $\mathbf{a}(n)$. È possibile, dunque, generare una versione ben approssimata del segnale multiportante effettuando la IDFT dei simboli $a_i(n)$, $i = 0, \dots, N-1$, ed inviando la sequenza ottenuta a valle di una successiva conversione parallelo/seriale ad un convertitore digitale/analogico operante a passo T_a : in questo modo, l'uso della IDFT/DFT consente di eliminare completamente il banco di oscillatori in trasmissione ed in ricezione, mantenendo comunque la possibilità di separare perfettamente i flussi in ricezione.

La trasformata IDFT può essere implementata in maniera molto efficiente ricorrendo all'algoritmo IFFT, che consente di passare da un valore di complessità computazionale N^2 per la IDFT ad uno pari $N = N/2 \log_2(N)$ per un algoritmo FFT radice-2 [27].

2.3 Tempo di guardia e Prefisso ciclico

Si consideri, adesso, la distorsione introdotta sul segnale OFDM da un canale selettivo in frequenza, caratterizzato da una risposta impulsiva con un *delay spread* nel dominio del tempo non trascurabile rispetto al periodo di simbolo. Senza un intervallo di guardia tra simboli OFDM successivi, l'interferenza intersimbolica dell' $(n-1)$ esimo simbolo indurrebbe distorsione sul simbolo n -esimo. Quindi, per eliminare l'ISI quasi completamente, si introduce un intervallo di guardia maggiore del massimo ritardo, dovuto all'ultimo cammino del canale, per ciascun simbolo OFDM. Tale tempo di

guardia deve risultare maggiore del *delay spread* del canale, in modo che le repliche del segnale dovute ai cammini multipli (*multipath*) non interferiscano tra loro.

Se indichiamo il tempo di guardia ed il tempo destinato alla trasmissione di segnale utile rispettivamente con T_g e T_u , chiaramente il tempo del simbolo di OFDM, T , viene diviso e risulta: $T = T_g + T_u$. Ciò comporta alcune importanti conseguenze. Innanzitutto, l'ortogonalità tra le sottoportanti è garantita con una spaziatura in frequenza $1/T_u$ maggiore di $1/T$ e, di conseguenza, aumenta la banda occupata dal segnale OFDM, con una conseguente perdita in efficienza spettrale pari a $(T - T_u)/T$. Inoltre, l'energia a disposizione per la rivelazione diminuisce, perché una parte viene spesa per la trasmissione durante il tempo di guardia.

In linea di principio si potrebbe non trasmettere segnale durante l'intervallo di guardia ma, oltre ad incorrere in seri problemi di compatibilità elettromagnetica, le elevate componenti spettrali generate dalle discontinuità della trasmissione indurrebbero interferenza tra sottoportanti adiacenti.

Nella Figura 5 [28] sono mostrati due sottocanali, uno dei quali, a causa degli effetti del canale, giunge al ricevitore ritardato. Il demodulatore OFDM, quando demodula il primo sottocanale, incontra una certa interferenza provocata dal secondo sottocanale, perché all'interno della finestra di FFT non cade un numero intero di cicli. Per eliminare il contributo dell'ICI, allora, il simbolo OFDM deve essere esteso ciclicamente nel tempo di guardia. Questo assicura che le repliche ritardate del simbolo OFDM abbiano sempre un numero intero di cicli all'interno dell'intervallo di FFT, e che canali con un *multipath delay spread* minori del tempo di guardia non provochino l'insorgere di ICI. Vedi la Figura 6.

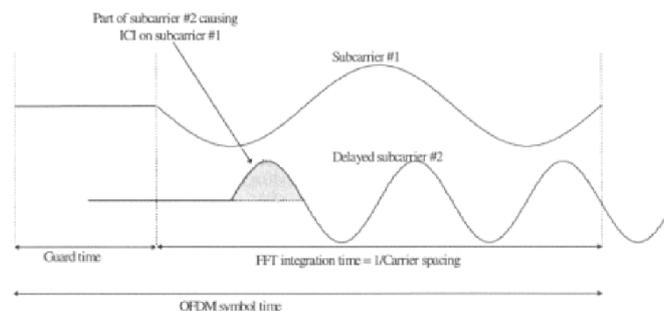


Fig.5 Effetto di multipath con segnale zero nel tempo di guardia

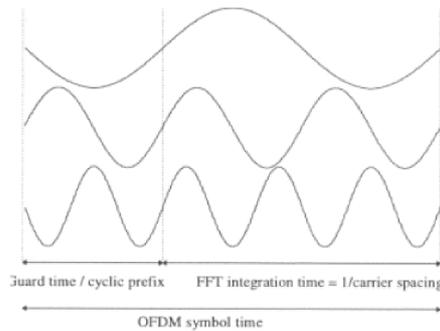


Fig.6 Simbolo di OFDM con estensione ciclico nel tempo di guardia

Per dare un'idea del livello di interferenza introdotta quando il *multipath delay spread* del canale eccede il tempo di guardia, si osservino le tre costellazioni presentate nella Figura 7 per un sistema OFDM che impiega una segnalazione 16-QAM. La prima figura si riferisce al caso in cui il *delay spread* è inferiore al tempo di guardia, per cui i simboli QAM vengono demodulati perfettamente in ricezione. La seconda e la terza figura, invece, si riferiscono al caso in cui il *delay spread* è superiore al tempo di guardia rispettivamente del 3% e del 10% della durata della finestra FFT [28].

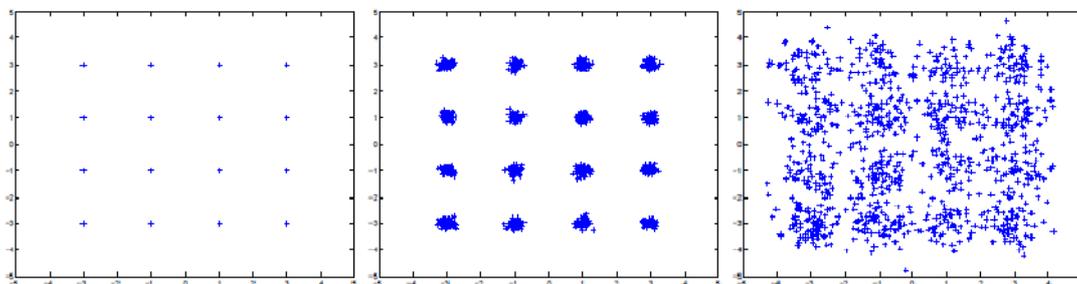


Fig. 7 Costellazione 16-QAM per un sistema OFDM in presenza di un canale con *multipath*.

Da queste figure si evince chiaramente che i sottocanali non sono più ortogonali ma, mentre nel secondo caso l'interferenza è ancora tale da consentire l'individuazione dei punti della costellazione, nel terzo caso la costellazione è completamente sfuocata.

Per un sistema multiportante implementato mediante IFFT/FFT, l'introduzione del tempo di guardia si effettua praticamente utilizzando il cosiddetto *prefisso ciclico* (CP).

Per ottenere un numero intero di cicli nell'intervallo di guardia si procede come segue. Ricordiamo che al prodotto delle FFT nel dominio del tempo corrisponde la convoluzione circolare. Poiché invece il canale effettua una convoluzione lineare, bisogna fare

in modo che al ricevitore tale convoluzione appaia a tutti gli effetti come circolare. A tal fine è sufficiente attaccare ai simboli in uscita dalla IFFT la copia degli ultimi $L \leq N$ simboli che costituiscono il CP con la lunghezza L . Tale prefisso fa sì che il canale “veda” come periodica la sequenza trasmessa, cosicché la convoluzione lineare coincida con la convoluzione circolare.

2.4 Modello matematico del segnale OFDM

In questa sezione introduciamo un modello matematico per il segnale OFDM e uno schema dei sistemi OFDM utilizzato ampiamente nel progettare l’equalizzatore.

Lo schema viene modellato per un canale solo selettivo nella frequenza e si assume di avere un CP con la lunghezza adeguata.

Si consideri un sistema OFDM con N sottocanali. Il flusso di dati in ingresso $\{\acute{a}(k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ viene convertito in V sottoflussi paralleli che contengono le informazioni utili. A questi ultimi vengono aggiunti $N - V$ sottocanali nulli, ottenendo i flussi paralleli $a_i(n) = a(nN + i)$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$, dove $a(k)$ rappresenta il flusso dati da trasmettere nel dominio della frequenza e $a_i(n)$ è l’ i -esimo simbolo all’interno dell’ n -esimo blocco di lunghezza N . L’inserzione dei sottocanali nulli impedisce l’interferenza tra i sistemi adiacenti generando la banda di guardia.

La sequenza $\{a_i(n)\}_{i=0}^{N-1}$ viene successivamente sottoposta ad IDFT (rispetto alla variabile i), ottenendo la nuova sequenza nel dominio del tempo:

$$u_p(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) e^{\frac{j2\pi ip}{N}}, \quad p = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (6)$$

La Figura 8 riporta lo schema generale dell’OFDM.

La (6) può essere convenientemente espressa in termini matriciali. Introducendo il vettore colonna $\mathbf{u}(n) = [u_0(n), u_1(n), \dots, u_{N-1}(n)]^T$, se \mathbf{W} indica la matrice DFT calcolata per N punti con elementi:

$$w_{rt} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j\frac{2\pi rt}{N}}, \quad \text{per } r, t = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (7)$$

Vale la relazione:

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{W}^H \mathbf{a}(n) \quad (8)$$

dove $[\cdot]^H$ rappresenta la matrice hermitiana. La matrice \mathbf{W}^H è unitaria e la sua inversa è la matrice di DFT, ovvero $(\mathbf{W}^H)^{-1} = \mathbf{W}$.

Per consentire una semplice eliminazione in ricezione degli effetti della dispersione temporale del canale ed effettuare una ricezione semplificata, si aggiunge al vettore $\mathbf{u}(n)$ un prefisso ciclico, ottenuto replicando gli ultimi L campioni di $\mathbf{u}(n)$. Questa tecnica è quella più comunemente adoperata nei sistemi OFDM convenzionali.

Indicando con \mathbf{I}_L la matrice ottenuta dalla matrice identica \mathbf{I}_N , prelevando le ultime L righe, si definisce un nuovo vettore colonna $\tilde{\mathbf{u}}(n)$ di dimensione $P = N + L$, come:

$$\tilde{\mathbf{u}}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{cp} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{u}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{cp} \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \mathbf{W}^H \mathbf{a}(n) \quad (9)$$

Questo vettore viene sottoposto ad una conversione P/S e la sequenza risultante viene inviata ad un convertitore digitale/analogico (D/A) con risposta impulsiva, $\varphi_c(\cdot)$, che opera con passo $T_c = T/P$, dove T denota il periodo di simbolo del sistema e T_c è il periodo di campionamento del sistema.

Il segnale trasmesso si propaga attraverso un canale radio modellato come un sistema lineare tempo-invariante (LTI) con risposta impulsiva $g_c(\cdot)$ e viene successivamente inviato al convertitore A/D con risposta impulsiva $\phi_c(\cdot)$.

Indichiamo con $h_c(\cdot) = g_c(\cdot) * \phi_c(\cdot) * \varphi_c(\cdot)$ la risposta impulsiva del canale complessivo, composto dalla cascata del filtro D/A in trasmissione, del canale fisico e del filtro A/D in ricezione. Assumendo che il ricevitore sia perfettamente sincronizzato in tempo, frequenza e fase con il trasmettitore, il segnale ricevuto risulta:

$$\tilde{r}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=0}^{P-1} \tilde{u}_p(k) h_c(t - pT_c - kT) + n(t) \quad (10)$$

dove $n(t)$ indica il rumore aggiuntivo al segnale.

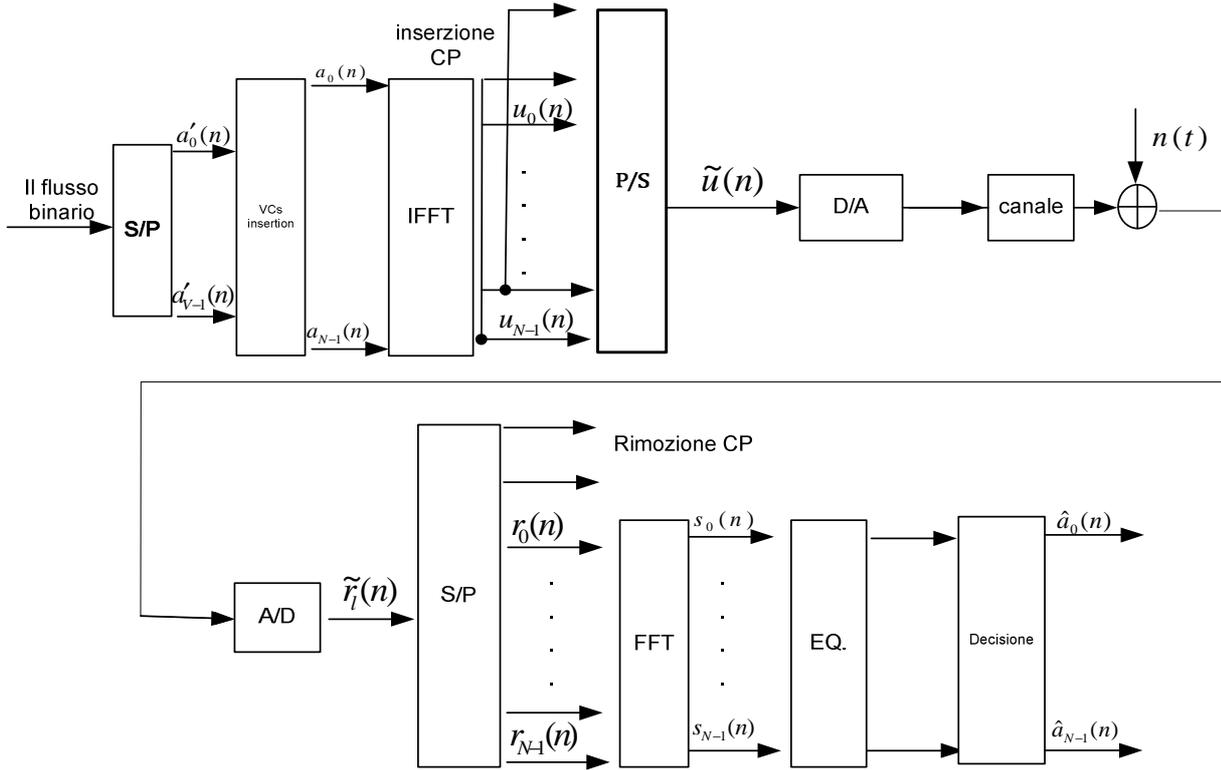


Fig. 8 Schema generale di OFDM

Si soffermi ora l'attenzione sulla rivelazione dell' n -esimo vettore dei simboli. Il segnale ricevuto $\tilde{r}(t)$ e' campionato negli istanti di tempo $t_{n,l} = nT + lT_c$ con $n \in \mathbb{Z}$ ed $l \in \{0, 1, \dots, P - 1\}$, ottenendo cosi la sequenza $\{\tilde{r}_l(n)\}_{l=0}^{P-1}$ data da

$$\tilde{r}_l(n) = \tilde{r}(t_{n,l}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{P-1} \tilde{u}_p(k) h[(n - k)P + (l - p)] + n(t_{n,l}) \quad (11)$$

dove $h(i) = h_c(iT_c)$.

Se $h(i) = 0$ per $i \neq 0, 1, \dots, L_{h-1}$, con $L_{h-1} \leq L$, solo i termini per $k \in \{n - 1, n\}$ contribuiscono alla sommatoria, ossia la (11) si semplifica nella seguente espressione:

$$\tilde{r}_l(n) = \sum_{k=n-1}^n \sum_{p=0}^{P-1} \tilde{u}_p(k) h[(n - k)P + (l - p)] + n(nT + lT_c) \quad (12)$$

Le sequenze (12) vengono mandate al convertitore S/P e vengono quindi rimossi L campioni del CP. Sia ora \mathbf{H} la matrice del canale complesso (matrice circolare) come:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & 0 & h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & h(1) \\ h(1) & h(0) & \dots & \dots & 0 & h(L_h) & \dots & h(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & h(0) & 0 & \dots & \dots & h(L_h) \\ 0 & h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & h(0) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & \dots & h(0) \end{bmatrix} \quad (13)$$

si ottiene:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{H}\mathbf{u}(n) + \mathbf{n}(n) = \mathbf{H}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (14)$$

dove $\mathbf{r}(n) = [r_0(n), r_1(n), \dots, r_{N-1}(n)]^T$.

Per ricostruire i simboli trasmessi occorre utilizzare le DFT da:

$$\mathbf{S}(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}(n) = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) + \mathbf{W}\mathbf{n}(n) = \mathbb{Y}\mathbf{a}(n) + \mathbf{N}(n) \quad (15)$$

Dove $\mathbb{Y} = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{W}^H$ e' una matrice diagonale.

Per minimizzare la probabilità di errore nella decisione, la sequenza (15) viene equalizzata prima della decisione stessa.

Le (14) e (15) rappresentano le forme generalizzate del segnale OFDM al ricevitore con un CP adeguato, e verranno utilizzate nel capitolo seguente [28].

2.5 Vantaggi e Svantaggi

In sintesi, gli schemi di trasmissione OFDM presentano i seguenti principali vantaggi:

- Tolleranza nei confronti del fenomeno dei cammini multipli (*multipath*). Per un fissato *delay-spread*, la complessità implementativa degli equalizzatori di canale è significativamente più bassa di quella di un sistema a singola portante;
- Possibilità di incremento della capacità grazie alla possibilità di effettuare il *bit loading*;
- Possibilità di realizzare reti a frequenza singola. Questa è un'esigenza particolarmente sentita in Europa per incrementare il numero di canali TV nella banda di frequenza allocata.

Tra gli svantaggi della modulazione multiportante si possono indicare:

- Elevato rapporto tra potenza di picco e potenza media (PAPR), definito in seguito;
- Sensibilità agli errori di sincronizzazione nel tempo e in frequenza. Eventuali asincronismi di simbolo e offset di frequenza (dovuti anche ad effetti Doppler)

compromettono la possibilità di separare le sottoportanti, introducendo sia ISI che ICI.

2.6 PAPR e Probabilità di errore

In questo paragrafo si accenna brevemente ad un altro problema che si manifesta nei sistemi OFDM, ossia il picco della potenza. Un segnale OFDM è composto da un numero di sottoportanti modulate indipendentemente. Questa sovrapposizione può dare luogo ad un elevato rapporto potenza di picco-potenza media o *PAPR* (*Peak to Average Power Ratio*) definito come:

$$PAPR = \frac{\max_t |x(t)|^2}{E|x(t)|^2} \quad (16)$$

Quando, infatti, gli N segnali si sommano in fase, producono una potenza di picco che è N volte maggiore della potenza media. Un elevato *PAPR* provoca innanzitutto l'aumento della complessità computazionale dei convertitori A/D e D/A, ma anche la riduzione dell'efficienza degli amplificatori a radio-frequenza.

Ritornando al segnale OFDM in (6), con un calcolo approssimato nel dominio discreto, se N è grande, si può applicare il teorema del limite centrale e il segnale si può approssimare come variabile aleatoria Gaussiana complessa a media nulla e il massimo *PAPR* è pari al numero di sottoportanti. La somma coerente è però, poco probabile, quindi il *PAPR* è minore di N , ma cresce linearmente con N . Questo è un ulteriore limite al valore di N , che non può essere quindi molto elevato, per quanto ciò sia desiderabile per aumentare l'efficienza dello spettro.

Per affrontare il problema del *PAPR*, i picchi del segnale vengono tagliati (Clipping). In questo caso i simboli ricevuti possono risultare notevolmente distorti.

Consideriamo ora la probabilità di errore. Supponendo che i flussi di dati siano indipendenti da canale a canale, la probabilità d'errore per bit totale è:

$$P_b = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P_{bi} \quad (17)$$

dove P_{bi} è la probabilità di errore per ogni sottocanale. Dalla (17) si osserva che la prestazione, in termini di probabilità d'errore, risulta pari a quella che si avrebbe con una trasmissione mono-canale che utilizzi ovviamente la stessa banda B_v . Quindi, anche se gli spettri dei vari canali si sovrappongono, sfruttando la loro ortogonalità, le prestazioni non vengono peggiorate.

2.7 Applicazione

Facendo una considerazione complessiva di vantaggi e svantaggi, l'OFDM è una modulazione adatta a trasmettere, in maniera efficiente, elevati flussi informativi in canali con cammini multipli, come il canale radiomobile a larga banda. Per questo ha trovato applicazione nei seguenti campi:

1) Sistemi di radiofonia e televisione numerica da rete terrestri quali ad esempio gli standard europei di radio e televisione digitale :

DAB (*Digital Audio Broadcasting*);

DRM (*Digital Radio Mondiale*);

DVB-T /DVB-T2 (*Digital Video Broadcasting – Terrestrial*);

DVB-H (*Digital Video Broadcasting – Handheld*);

ma anche giapponese, cinese, nord-coreano e brasiliano:

ISDB -T (*Integrated Services Digital Broadcasting Terrestrial*);

DTMB (*Digital Television Multimedia Broadcasting*);

DMB-T /H (*Digital Multimedia Broadcasting-Terrestrial/Handheld*);

ISDTV (*International System for Digital TeleVision*).

2) Reti *Wireless* LAN/MAN a larga banda , come ad esempio negli standard:

HIPERLAN2;

IEEE802.11a, 11n, 15a, 16 (Es. WiMAX).

3) Applicazioni su portante fisica, quali ad esempio:

ADSL, VDSL, dove più frequentemente viene usata con l'acronimo DMT (*Discrete Multi Tone*).

Capitolo 3

TECNICHE DI EQUALIZZAZIONE

In questo capitolo, dopo aver introdotto una rappresentazione matriciale generale per il segnale OFDM, si presentano quattro metodi per migliorare le prestazioni di questi sistemi in presenza di CP con lunghezza inferiore a quella del canale.

3.1 Modello Matriciale

Con riferimento al formalismo matriciale del segnale OFDM, presentato nel capitolo precedente, ricordiamo che il vettore $\mathbf{a}(n)$ rappresenta l' n -esimo blocco di simboli da trasmettere nel dominio della frequenza e, $\mathbf{u}(n)$, la IFFT calcolata per N punti di $\mathbf{a}(n)$. Indicando rispettivamente con \mathbf{W} e \mathbf{W}^H le matrici DFT e IDFT, si ha quindi:

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{W}^H \mathbf{a}(n) \quad (18)$$

Al vettore $\mathbf{u}(n)$ vengono successivamente aggiunti gli ultimi L campioni del vettore stesso e la sequenza ottenuta viene filtrata da un canale con risposta impulsiva complessiva $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L_h-1}]^T$, dove L_h e' la lunghezza del CIR.

In generale, al ricevitore, il canale può essere stimato utilizzando *pilot tones* oppure un algoritmo cieco.

Nel resto di questo capitolo si assume che canale e' selettivo solo nella frequenza e \mathbf{h} sia nota al ricevitore. Assumiamo inoltre che la lunghezza della CIR non superi quella della FFT, ovvero: $L_h \leq N$.

Se con \mathbf{H} , \mathbf{A} e \mathbf{B} si indicano le seguenti matrici $N \times N$:

$$\begin{aligned}
\text{a) } \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & 0 & h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & h(1) \\ h(1) & h(0) & 0 & \dots & 0 & h(L_h) & \dots & h(2) \\ \vdots & \vdots \\ h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & h(0) & 0 & \dots & \dots & h(L_h) \\ 0 & h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & h(0) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h(L_h) & h(L_h-1) & \dots & \dots & h(0) \end{bmatrix} \\
\text{b) } \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & \dots & h(L_h) & \dots & \dots & h(L+1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h(L_h) & \dots & h(L+2) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & h(L_h) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & h(L_h) & \dots & \dots & h(L+1) \\ 0 & \dots & 0 & 0 & h(L_h) & \dots & h(L+2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & h(L_h) \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{19}$$

in ricezione, dopo avere rimossi L campioni, si ottiene il vettore colonna $\mathbf{r}(n) = [r_0(n), r_1(n), \dots, r_{N-1}(n)]^T$, definito come:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \mathbf{H}\mathbf{u}(n) - \mathbf{A}\mathbf{u}(n) + \mathbf{B}\mathbf{u}(n-1) + \mathbf{n}(n) \\
&= \mathbf{H}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) - \mathbf{A}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) + \mathbf{B}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n-1) + \mathbf{n}(n) \tag{20}
\end{aligned}$$

Il primo termine a destra dell'equazione (20) rappresenta le componenti del segnale ricevuto, non affette da ISI e ICI, mentre il secondo e il terzo termine sono rispettivamente l'ISI e l'ICI non volute. Se la lunghezza del CP fosse più lunga della CIR, le matrici \mathbf{A} e \mathbf{B} sarebbero entrambe nulle. In questo caso, essendo \mathbf{H} una matrice circolare, per l'equalizzazione del dominio dopo l'FFT sarebbe sufficiente un equalizzatore convenzionale ad un coefficiente (vedi (15)). Al contrario, quando il CP è più corto della lunghezza della CIR, l'ICI nel simbolo corrente e l'ISI dal simbolo precedente degradano le prestazioni del sistema.

3.2 ZF-DFE

Come si è accennato nell'introduzione, il ZF-DFE (*Zero-Forcing Decision Feedback Equalizer*) è uno dei metodi usati comunemente per ridurre la potenza di ICI e ISI prima della decisione. La Figura 9 mostra il diagramma generalizzato del blocco di un ricevitore OFDM con ZF-DFE dove z^{-1} rappresenta il ritardo di un periodo del simbolo e $\tilde{\mathbf{a}}(n)$ e $\hat{\mathbf{a}}(n)$ sono, rispettivamente, una stima rumorosa e non rumorosa di $\mathbf{a}(n)$.

Si assume che $\hat{\mathbf{a}}(n) = \mathbf{a}(n)$. Per quanto riguarda la struttura del ricevitore abbiamo:

$$\tilde{\mathbf{a}}(n) = \mathbf{P}[\mathbf{r}(n) - \mathbf{Q}\hat{\mathbf{a}}(n-1)] \quad (21)$$

Trascurando il rumore, si può scrivere la (20) come:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(n) &= \mathbf{H}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) - \mathbf{A}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) + \mathbf{B}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n-1) \\ &= [\mathbf{H} - \mathbf{A}]\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) + \mathbf{B}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n-1) \end{aligned} \quad (22)$$

Definiamo ora $\mathbf{C} = \mathbf{H} - \mathbf{A}$. Secondo il criterio ZF, per diminuire la potenza dell'ICI alla decisione, viene utilizzata la matrice inversa della \mathbf{C} .

Ponendo $\mathbf{P} = \mathbf{W}\mathbf{C}^{-1}$ e $\mathbf{Q} = \mathbf{B}\mathbf{W}^H$, la (21) viene riscritta come:

$$\tilde{\mathbf{a}}(n) = \mathbf{W}\mathbf{C}^{-1}[\mathbf{r}(n) - \mathbf{B}\mathbf{W}^H\hat{\mathbf{a}}(n-1)] \quad (23)$$

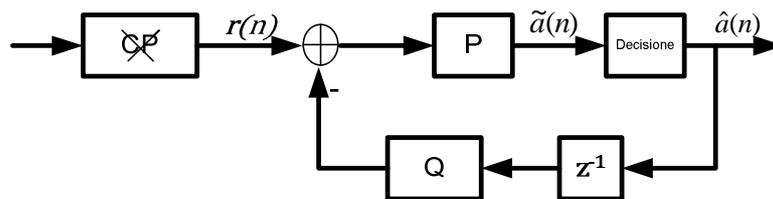


Fig9 ZF-DFE

In questo approccio, l'uscita del filtro di reazione e' uguale all'ISI dovuta al simbolo OFDM precedente, che viene sottratto dal segnale corrente. Il percorso successivo e' responsabile della riduzione dell'ICI.

Anche se questo metodo sembra molto semplice ed efficace, nella pratica si manifestano seri problemi. Quello più importante e' che non esiste nessuna garanzia che la matrice \mathbf{C} sia invertibile. Infatti e' possibile che \mathbf{C} , sia nei canali wireless che wireline, diventi singolare o quasi singolare. In questo caso, la matrice \mathbf{P} non può essere calcolata con precisione, quindi il filtro in avanti può avere caratteristiche non desiderate e degradare le prestazioni del sistema, anziché migliorarle. Simulazioni al computer mostrano che questo problema appare più frequentemente quando il CP e' molto più

corto della CIR. Inoltre, per invertire la \mathbf{C} , che e' una matrice non diagonale, e' richiesta una complessità di ordine $O(N^3)$, che e' proibitiva nelle applicazioni pratiche.

3.2.1 ZF-DFE- Tentative Decision (ZF-DFE-TD)

Nei casi in cui la potenza dell'ICI sia minore della potenza del segnale, un metodo che riduce la complessità dell'equalizzatore ZF-DFE, e' eliminare la matrice di riduzione dell'ICI. Dopo la cancellazione *decision-feedback* dell'ISI, questo schema riduce l'ICI nel dominio della frequenza evitando l'inversione della matrice non diagonale. In questo modo si mantiene la stessa prestazione che avrebbe il metodo ZF-DFE normale. Questo metodo e' stato proposto in [29].

3.2.1.1 Modello del sistema

Nel ricevitore, dopo l'FFT, il simbolo ricevuto nel dominio della frequenza e' dato dalla:

$$\mathbf{S}(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}(n) \quad (24)$$

Se assumiamo $\mathbb{Y} = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{W}^H$ e sostituiamo (22) nella (24), si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(n) &= \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{u}(n) - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{u}(n) + \mathbf{W}\mathbf{B}\mathbf{u}(n-1) \\ &= \mathbb{Y}\mathbf{a}(n) - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n) + \mathbf{W}\mathbf{B}\mathbf{W}^H\mathbf{a}(n-1) \end{aligned} \quad (25)$$

Essendo \mathbf{H} una matrice circolare, segue che \mathbb{Y} e' una matrice diagonale.

Da (25) la stima ZF di $\mathbf{a}(n)$ può essere riscritta come:

$$\tilde{\mathbf{a}}(n) = (\mathbb{Y} - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H)^{-1}(\mathbf{S}(n) - \mathbf{W}\mathbf{B}\mathbf{W}^H\hat{\mathbf{a}}(n-1)) \quad (26)$$

Nell'espressione (26), l'alta complessità deriva dalla riduzione dell'ICI, che necessita dell'inversione della matrice non diagonale $\mathbb{Y} - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H$. Poiché \mathbb{Y} e' una matrice diagonale, la sua inversione e' molto semplice. A questo punto, se possiamo rimuovere il termine $\mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H$, che rappresenta il contributo dell'ICI, dall'inversione della matrice, l'algoritmo di stima verrà notevolmente semplificato. Dal momento che la potenza dell'ICI e' minore di quella del segnale, alcune decisioni provvisorie possono essere ottenute senza considerare il termine $\mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H$ in (26).

Come viene indicato nella Figura 10, indichiamo con $\Gamma(n)$ il segnale nel dominio della frequenza senza ISI, cioè:

$$\Gamma(n) = \mathbf{W}(\mathbf{r}(n) - \mathbf{B}\mathbf{W}^H \hat{\mathbf{a}}''(n-1)) \quad (27)$$

Otteniamo così il risultato provvisorio $\tilde{\mathbf{a}}'(n)$ per l' n -esimo simbolo:

$$\tilde{\mathbf{a}}'(n) = \mathbb{F}^{-1}\Gamma(n) \quad (28)$$

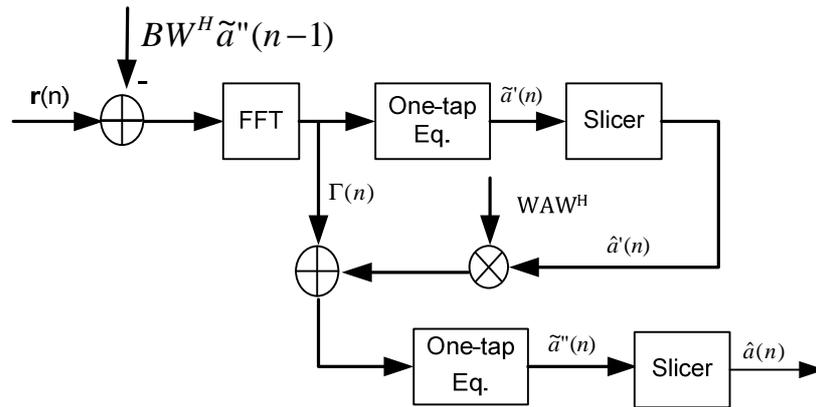


Fig.10 ZF-DFE-TD

Successivamente, i risultati provvisori sono passati attraverso lo “*slicer*” per ottenere una prima decisione. Ovviamente, dal momento che le decisioni provvisorie sono caratterizzate dall’ICI, alcune possono essere sbagliate. Le decisioni provvisorie dello *slicer* sono usate per ricostruire l’ICI. I risultati stimati dopo il secondo equalizzatore sono:

$$\tilde{\mathbf{a}}''(n) = \mathbb{F}^{-1}(\Gamma(n) + \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H \hat{\mathbf{a}}'(n)) \quad (29)$$

che verrà inviato ad un secondo *slicer* per la decisione finale.

3.2.1.2 Analisi della complessità

Nello schema proposto, \mathbf{A} e \mathbf{B} sono facilmente calcolabili dalla matrice del canale \mathbf{H} . $\mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{W}^H$ deve essere calcolato solo una volta (per il canale quasi-statico) e la complessità è relativamente bassa perché \mathbf{A} è generalmente una matrice molto sparsa. La cancellazione dell’ISI è basata sul metodo di decisione a reazione, che necessita di solo

una IFFT. In questo approccio, la parte che necessita di maggiore calcolo è il calcolo dell'ICI in (29) che abbisogna di moltiplicazione tra matrici e vettori con complessità $O(N^2)$. La complessità può essere comunque ridotta senza perdita di prestazioni. Per prima cosa, per gli schemi di modulazione più usati, come QPSK e QAM, le moltiplicazioni possono essere eseguite come operazioni di addizione e "bit" (spostamento) usando le proprietà di *hard decision* [30]. Inoltre, nelle applicazioni pratiche, generalmente non vengono usati tutti i sottocanali per trasmettere i dati, quindi solo quelli utilizzati sono coinvolti nella cancellazione dell'ICI. Per esempio, negli standard wireless LAN, come IEEE 802.11a, con $N = 64$, vengono usati solo 48 sottocanali per i dati e 4 per i toni pilota.

ZF-DFE-TD può lavorare in modo iterativo sostituendo le soluzioni provvisorie in (29) con quelle definitive, in modo da ottenere delle migliori stime come in RISIC [20]. In confronto con il RISIC, questo metodo necessita di poco calcolo aggiuntivo, perché, ad ogni iterazione per migliorare la cancellazione dell'ICI, per un dato sottocanale viene considerata solamente la differenza tra le decisioni contigue.

3.2.1.3 Prestazioni

Per esaminare le prestazioni di ZF-DFE-TD, confrontiamo l'andamento della BER vs SNR (Signal To Noise Rate) di questo metodo con quello dell'equalizzatore ad un coefficiente di ZF-DFE nelle stesse condizioni per la modulazione 64-QAM. Prendiamo inoltre, come limite inferiore della curva di BER, il caso in cui $L_h \leq L$ per $L = 8$.

Dal momento che lo schema proposto per ZF-DFE-TD, lavorando in modo iterativo, ottiene uno scarso aumento delle prestazioni a fronte di un grande aumento della complessità, la simulazione viene eseguita solo per un ciclo di iterazione. Lo stesso andamento è stato osservato per entrambi i metodi di modulazione.

Come viene indicato nella Figura 11, i metodi ZF-DFE e ZF-DFE-TD, per basso valore di SNR , non possono migliorare la BER, essendo dominante il rumore del canale. Viceversa, per $SNR > 15dB$, l'effetto di ISI e ICI diventa importante. Il ricevitore convenzionale con CP insufficiente raggiunge presto il livello di errore di base, a causa dell'ICI e dell'ISI, mentre sia lo ZF-DFE che ZF-DFE-TD hanno un evidente miglioramento della

BER. Il miglioramento del ZF-DFE-TD diminuisce un po' a confronto con lo ZF-DFE quando $SNR > 30dB$. Questo comportamento dipende dal fatto che quando l'ICI e l'ISI sono i fattori dominanti nelle prestazioni del sistema ad alto SNR , nella generazione della decisione di prova, che si ottiene trascurando l'ICI, possono verificarsi alcuni errori. Al contrario, lo ZF-DFE non è affetto da questo problema. Ad ogni modo, ad alto SNR , lo schema di equalizzazione ZF-DFE-TD può anche offrire una BER sufficientemente bassa per la successiva demodulazione.

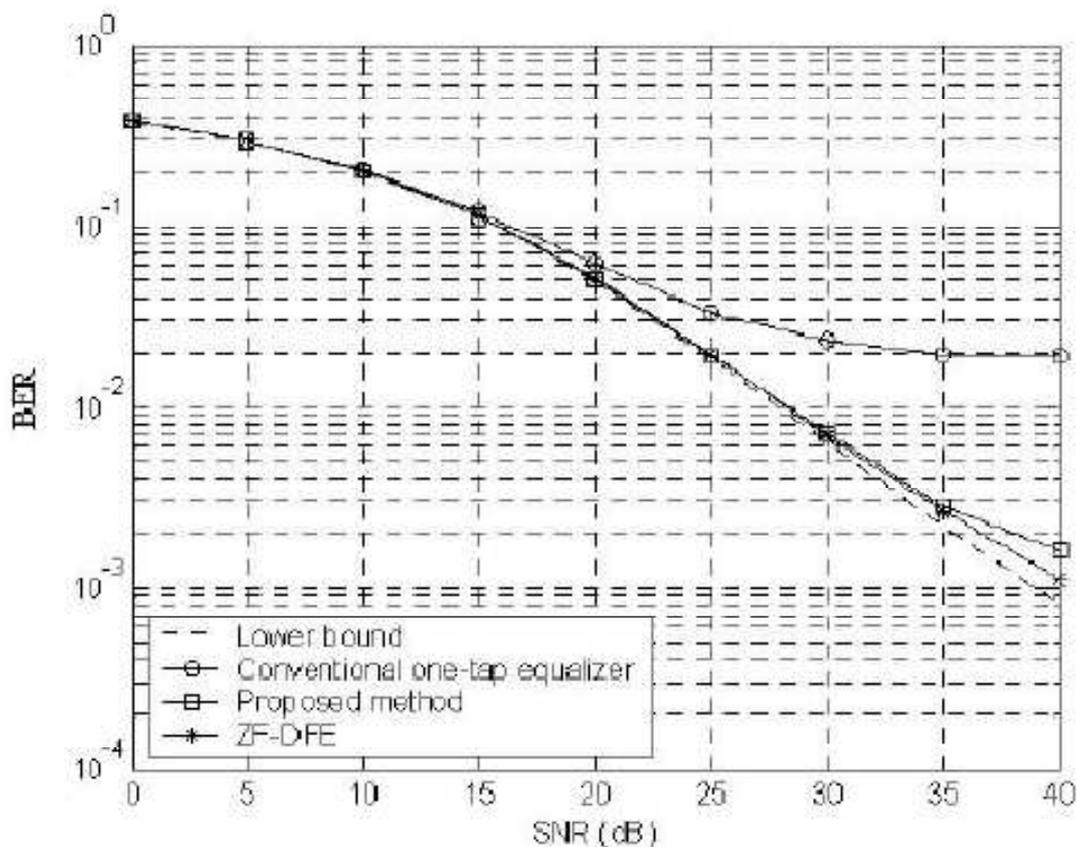


Fig.11 BER vs SNR con 64 QAM per ZF-DFE-TD.

3.3 MMSE-DFE

Questo metodo [31] utilizza la stessa struttura dello ZF-DFE, ma ottimizza l'equalizzatore utilizzando il criterio MMSE. Inoltre, propone un'idea piuttosto semplice che aiuta a sopprimere la distribuzione dell'errore nel ricevitore DFE. Ciò può essere ottenuto mettendo un codice di controllo degli errori nel ciclo di reazione.

3.3.1 Criterio MMSE e modello del sistema

In questo metodo viene utilizzata l'indipendenza tra i simboli di OFDM all'ingresso del trasmettitore. Se indichiamo con σ_a^2 la potenza del segnale da trasmettere, e \mathbf{I} e' la matrice identità con dimensione $N \times N$, si ha:

$$E[\mathbf{a}(n)\mathbf{a}^H(m)] = \sigma_a^2 \mathbf{I} \delta_{nm} \quad (30)$$

Assumiamo che i simboli trasmessi siano noti e $\hat{\mathbf{a}}(n) = \mathbf{a}(n)$. Questa scelta e' molto comune per disegnare il DFE. Quindi la (21) può essere riscritta:

$$\tilde{\mathbf{a}}(n) = \mathbf{P}[\mathbf{r}(n) - \mathbf{Q}\mathbf{a}(n-1)] \quad (31)$$

Viene definito l'errore come:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(n) = \mathbf{a}(n) - \tilde{\mathbf{a}}(n) \quad (32)$$

Definiamo la l'errore quadratico medio, MSE , per M blocchi dei simboli come:

$$MSE = \sqrt{\sum_{n=0}^{M-1} \frac{(\boldsymbol{\varepsilon}(n))^2}{M-1}} \quad (33)$$

Senza dimostrare si assume che la (33) e' minima se e solo se l'errore e' statisticamente ortogonale al simbolo ovvero:

$$E[\boldsymbol{\varepsilon}^H(n)\tilde{\mathbf{a}}(n)] = 0 \quad (34)$$

Sostituendo (31) e (32) in (34) si ottiene:

$$E[\mathbf{a}^H(n)\mathbf{P}(\mathbf{r}(n) - \mathbf{Q}\mathbf{a}(n-1)) - (\mathbf{r}^H(n) - \mathbf{a}^H(n-1)\mathbf{Q}^H)\mathbf{P}^H\mathbf{P}(\mathbf{r}(n) - \mathbf{Q}\mathbf{a}(n-1))] = 0 \quad (35)$$

Dopo avere sostituito $\mathbf{r}(n)$ da (20), e considerando la (30), la (35) e' equivalente all'espressione:

$$\begin{aligned} & trace[\mathbf{P}\mathbf{C}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{C}^H\mathbf{P}^H\mathbf{P}\mathbf{C}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{B}^H\mathbf{P}^H\mathbf{B}\mathbf{P}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{B}^H\mathbf{P}^H\mathbf{P}\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^H\mathbf{P}^H\mathbf{B}\mathbf{P}\mathbf{W}^H \\ & + \mathbf{Q}^H\mathbf{P}^H\mathbf{P}\mathbf{Q} - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_q^2}\mathbf{P}^H\mathbf{P}] = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Il problema e' trovare \mathbf{P} e \mathbf{Q} tale da soddisfare la condizione (36). Si può vedere che con la scelta $\mathbf{Q} = \mathbf{B}\mathbf{W}^H$ tutti i termini che contengono \mathbf{Q} e \mathbf{B} vengono eliminati dalla (36). Questa scelta e' ragionevole perché il percorso di reazione ha la funzione di rimuovere la parte del segnale ricevuto che contiene l'ISI. In questo modo la (36) diventa:

$$\text{trace}[\mathbf{P}\mathbf{C}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{C}^H\mathbf{P}^H\mathbf{P}\mathbf{C}\mathbf{W}^H - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_q^2}\mathbf{P}^H\mathbf{P}] = 0 \quad (37)$$

Dalle proprietà della funzione $\text{trace}(\cdot)$, ovvero $\text{trace}(AB) = \text{trace}(BA)$ abbiamo:

$$\text{trace}[\mathbf{C}\mathbf{W}^H\mathbf{P} - (\mathbf{C}\mathbf{W}^H\mathbf{W}\mathbf{C}^H - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_q^2})\mathbf{P}^H\mathbf{P}] = 0 \quad (38)$$

Se $\mathbf{W}^H\mathbf{W} = \mathbf{I}$, e ponendo $\mathbf{G} = (\mathbf{C}\mathbf{C}^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_q^2})\mathbf{I}$, la (39) porge:

$$\text{trace}((\mathbf{C}\mathbf{W}^H - \mathbf{G}\mathbf{P}^H)\mathbf{P}) = 0 \quad (39)$$

Chiaramente la (39) viene soddisfatta con $\mathbf{C}\mathbf{W}^H = \mathbf{G}\mathbf{P}^H$ e si ottiene:

$$\mathbf{P} = \mathbf{W}\mathbf{C}^H\mathbf{G}^H \quad (40)$$

Si sottolinea che la (40) non e' l'unica soluzione del problema, ma ci sono altre soluzioni che danno le stesse prestazioni nella pratica.

Si può dimostrare che ZF-DFE e' un caso particolare di MMSE-DFE in cui il rumore e' zero. Quindi le prestazioni di MMSE-DFE e ZF-DFE tendono a convergere quando la potenza di rumore e' piccola.

Nel [31] non si viene data la complessità computazionale del metodo.

3.3.2 Eliminazione dell'errore di reazione

L'assunzione preliminare nel disegno di un DFE e' che i simboli rivelati, $\hat{\mathbf{a}}(n)$, siano corretti, per cui sottraendo il loro effetto si cancella completamente l'ISI. E' chiaro che questa assunzione non e' sempre vera. Se il simbolo rilevato precedentemente contiene errori, il valore che viene sottratto dal simbolo attuale e' a sua volta errato e quindi l'errore viene distribuito da un simbolo OFDM agli altri. D'altra parte, le tecniche di

correzione degli errori in avanti (FEC) sono utilizzate in quasi tutti i sistemi di comunicazione. Se il decodificatore viene messo subito dopo il rivelatore e si aggiunge un codificatore al cammino di a reazione, i simboli usati per generare lo schema dell'ISI contengono meno errori. Quindi, facendo un piccolo cambiamento e aggiungendo un codificatore di canale, il numero degli errori nel ricevitore può essere fortemente ridotto. La Figura 12 mostra il diagramma del blocco proposto per il ricevitore DFE, che evita la distribuzione degli errori.

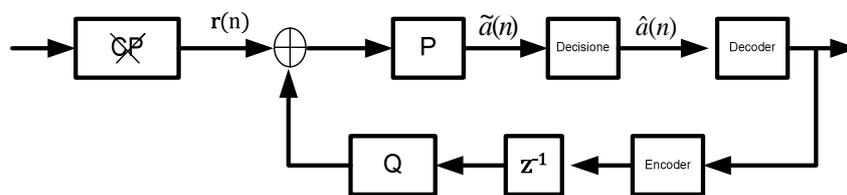


Fig.12 MMSE preceduto da decodificatore / codificatore

3.3.3 Prestazioni

Sono state condotte delle simulazioni per valutare le prestazioni dell'equalizzatore MMSE-DF proposto e per confrontarle con quelle dello ZF-DFE. Viene anche analizzato l'effetto di inserire un codificatore/decodificatore nel loop di a reazione.

Consideriamo $N=64$, $L=12$ e $L_h = 24$ e lavoriamo tra due limiti inferiore e superiore, rappresentati, rispettivamente, dalla BER del sistema vs SNR con CP sufficiente e dalla BER del sistema vs SNR senza equalizzatore. La Figura 13 mostra i risultati ottenuti usando i ricevitori ZF- e MMSE-DFE. Possiamo vedere che per $SNR < 18 \text{ dB}$, ZF-DFE rende la BER più elevata, invece di ridurla. Questo è dovuto al fatto di avere trascurato il rumore nel progetto di questo equalizzatore. Quando la risposta in frequenza del canale presenta valli profonde (zeri), lo ZF-DFE cerca di migliorare le prestazioni del sistema amplificando il segnale ricevuto a queste frequenze ridotte. Ciò si riflette anche in una amplificazione del rumore, ma dal momento che l'equalizzatore trascura completamente il rumore, esso non ha controllo sulla potenza di rumore in uscita e ciò comporta una BER più alta. Al contrario, l'equalizzatore MMSE proposto, ha prestazioni migliori sia del sistema senza equalizzatore che del ZF-DFE, per tutti i valori di SNR.

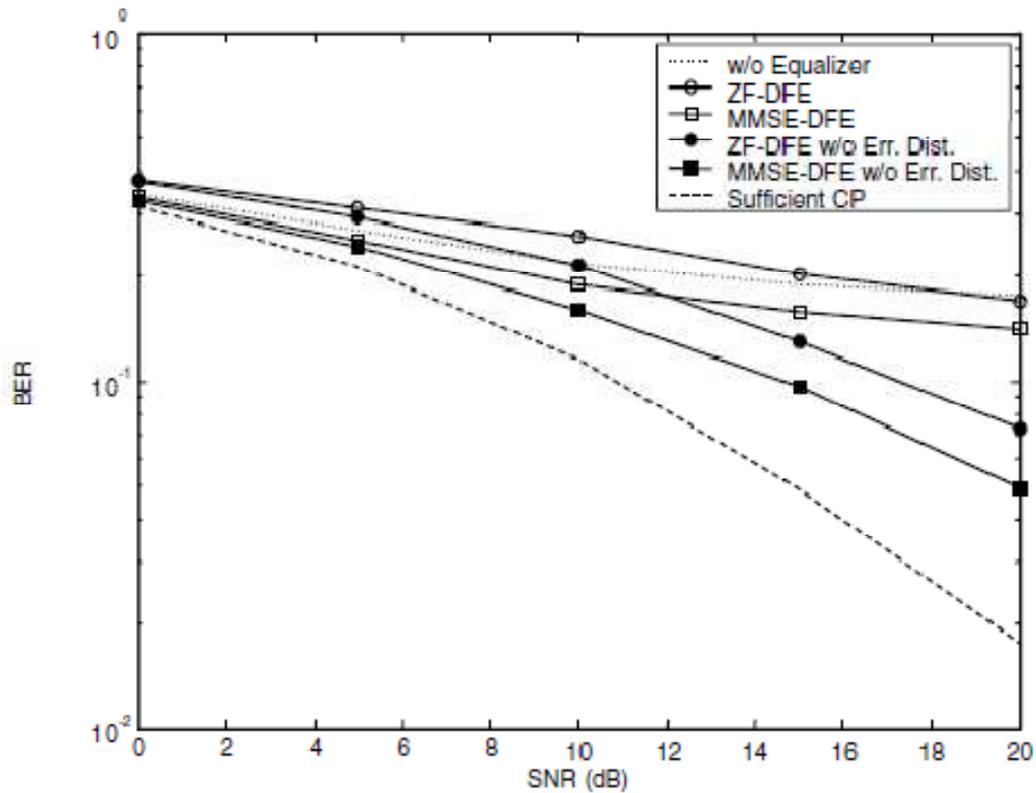


Fig.13 BER vs SNR del sistema OFDM per ZF-DFE e MMSE-DFE per $L=12$

Come si vede le prestazioni dei ricevitori ZF- e MMSE-DFE migliorano per alti valori di SNR .

Per modellare l'eliminazione dell'errore di a reazione, assumiamo semplicemente che il decodificatore FEC sia in grado di correggere tutti gli errori, in modo che non ci sia alcun errore di bit nel cammino di a reazione. Basandoci su questa assunzione, poniamo $\mathbf{a}(n)$ al posto di $\hat{\mathbf{a}}(n)$. La Figura 13 mostra anche come usando la strategia di eliminazione dell'errore di a reazione, la BER si riduce significativamente per entrambi i ricevitore ZF- e MMSE-DFE.

La Figura 14 riporta invece la BER per il sistema OFDM quando si usa un CP di lunghezza $L = 16$. In questo caso, il ricevitore ZF-DFE mostra migliori prestazioni del sistema con $L = 12$ e la BER del sistema equalizzato e' inferiore a quella del sistema non equalizzato per $SNR > 12.5dB$.

Anche qui usando il ricevitore MMSE-DFE si ottiene una BER inferiore rispetto all'utilizzo dello ZF-DEF, per tutti i valori di SNR . Si vede che le prestazioni di entrambi gli equalizzatori convergono per grandi valori di SNR . Nella questa Figura viene indicato

anche l'effetto dell'eliminazione degli errori di a reazione. Come visto, le prestazioni del sistema, in questo caso, diventano molto simili a quelle del sistema con CP sufficiente. In altre parole, se si evita la distribuzione degli errore, il ricevitore DFE (sia ZF che MMSE) e` in grado di rimuovere sia l'ISI che l'ICI, e l'unico fattore limitante per le prestazioni del sistema e` rappresentato dal rumore additivo.

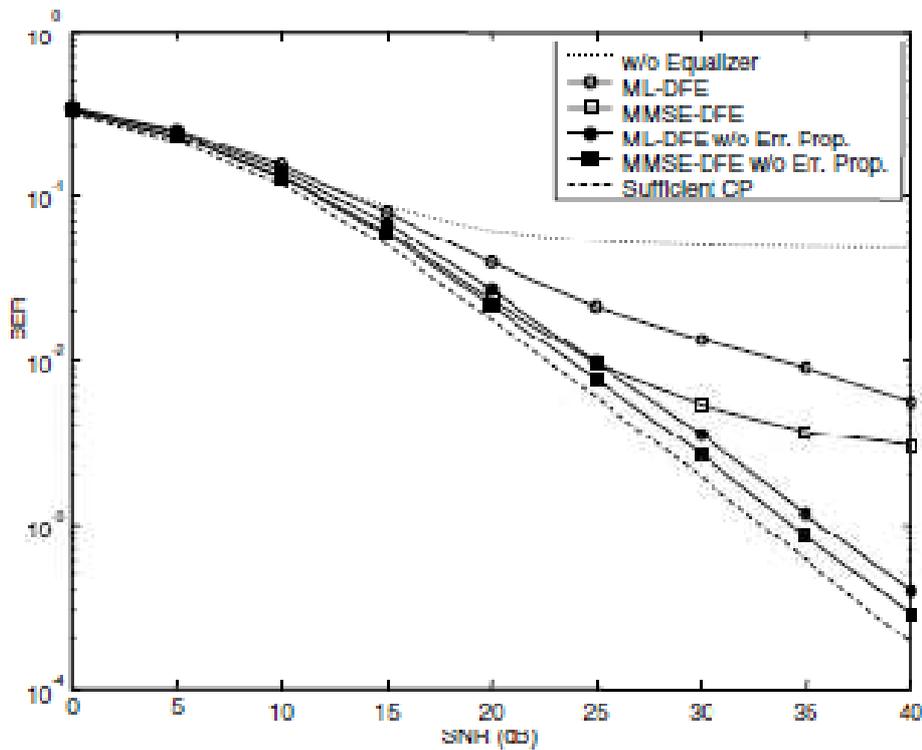


Fig.14 BER vs SNR del sistema OFDM per ZF-DFE e MMSE-DFE per $L=16$.

3.4 Frequency domain equalizer (FEQ)

Questo metodo [33] propone un nuovo equalizzatore nel dominio della frequenza che utilizza la presenza di sottocanali nulli nel modulatore. Esso assume che la somma della lunghezza del CP e di questi sottocanali non superi la lunghezza della CIR. La riduzione del CP nel dominio del tempo viene compensata dai sottocanali nulli nel dominio della frequenza. Di conseguenza il ricevitore si realizza con un equalizzatore dalla struttura matriciale sparsa e quindi con una bassa complessità.

3.4.1 Modello del sistema e le prestazioni

In tutti i sistemi OFDM standard vengono inseriti alcuni sottocanali nulli (virtual subchannels) in un parte o in entrambe le parti del simbolo OFDM. Ad esempio lo standard IEEE 802.11a specifica che sono lasciati inutilizzati 12 sottocanali su un totale di 64. Questi sottocanali forniscono la banda di guardia in frequenza per evitare l'interferenza tra sistemi adiacenti. Questo particolare viene spesso ignorato in letteratura. In [33], utilizzando questo particolare, viene proposto un equalizzatore matriciale con la seguente struttura: i coefficienti corrispondenti alle colonne dei sottocanali utili hanno gli stessi valori di quelli che avrebbe l'equalizzatore dei sistemi OFDM con CP sufficiente, le righe corrispondenti ai sottocanali nulli hanno valore zero, mentre le colonne ad essi corrispondenti hanno valori diverso da zero.

Facendo riferimento alla Figura 8, se K e' il numero dei sottocanali che contengono le informazioni utili, $2R = N - K$ e' il numero di quelli che hanno valore zero.

Indicando con $\hat{\mathbf{a}}(n) = [\hat{a}_0(n), \hat{a}_1(n), \dots, \hat{a}_{K-1}(n)]^T$ il vettore che contiene i simboli da trasmettere, una delle possibile configurazioni si ha :

$$\mathbf{a}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{R \times K} \\ \mathbf{I}_K \\ \mathbf{0}_{R \times K} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}(n) \quad (41)$$

Generalizzando ora, la (15) abbiamo:

$$\mathbf{S}(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}(n) = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{u}(n) - \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{u}(n) + \mathbf{W}\mathbf{B}\mathbf{u}(n - 1) \quad (42)$$

il metodo FEQ progetta un equalizzatore con matrice \mathbf{E} , in grado di ridurre la potenza del secondo e terzo termine della (43) che sono, rispettivamente, l'effetto di ICI e ISI dovute sia al canale che all'insufficienza del CP. Questa matrice, quindi, deve soddisfare le seguente condizioni:

$$\mathbf{E}\mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{u}(n) = \mathbf{a}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{R \times K} \\ \mathbf{I}_K \\ \mathbf{0}_{R \times K} \end{bmatrix} \mathbf{l}(n) \quad (43)$$

$$\mathbf{E}\mathbf{W}\mathbf{B}\mathbf{u}(n - 1) = \mathbf{0}_{N \times 1} \quad (44)$$

$$EWAu(n) = 0_{N \times 1} \quad (45)$$

La matrice \mathbf{E} esiste se e solo se $2R + L \geq L_h$, ovvero se la combinazione della lunghezza del CP e dei sottocanali nulli è maggiore della lunghezza del canale. Tale matrice è mostrata nella Figura 15.

I termini nell'area nera sono non nulli mentre i termini corrispondenti ai sottocanali utili sono uguali a quelli dell'OFDM con CP sufficiente. Le righe corrispondenti ai sottocanali nulli sono nulle, mentre le colonne corrispondenti agli stessi non lo sono. Da momento che il numero dei sottocanali utili è maggiore di quello dei non utili, la matrice dell'equalizzatore ha una struttura sparsa.

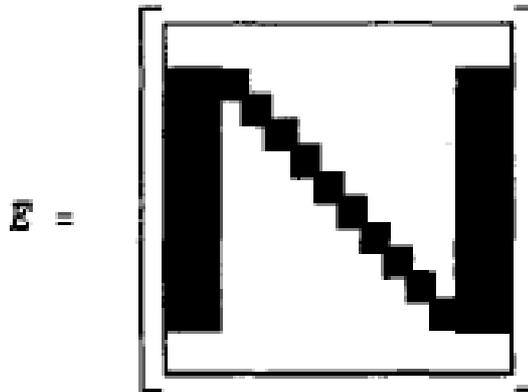


Fig. 15 Matrice \mathbf{E} proposta per l'equalizzatore FEQ.

Nella Figura 16 viene illustrata la Packet Error Rate (PER) per valori diversi di SNR per l'equalizzatore FEQ nel contesto specifico di IEEE802.11a. Consideriamo $N = 64$ sottocanali, dei quali $2R = 12$ sono nulli, con modulazione a 16 QAM, $L = 10$ e $L_h = 15$.

Come si vede per i valori di $SNR \geq 24 \text{ dB}$ la prestazione del FEQ è molto vicina a quella del sistema con sufficiente CP (limite inferiore).

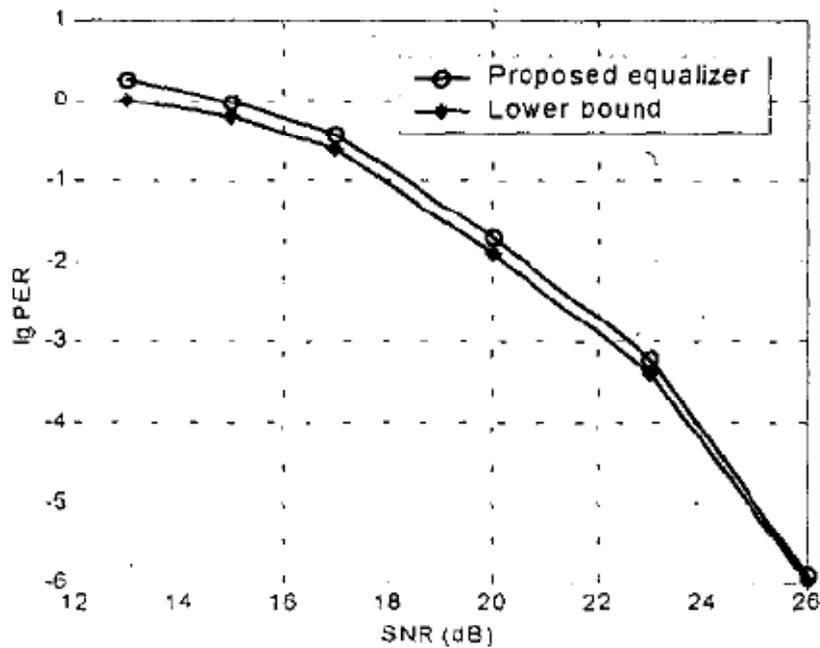


Fig 16 PER vs SNR per l'equalizzatore FEQ.

3.5 ICI and ISI Cancellation

Questo metodo, proposto in [34], riporta una analisi dell'ISI e dell'ICI nel dominio del tempo e della frequenza. Basandosi su questa analisi, propone un metodo alternativo per la cancellazione congiunta dell'ICI e dell'ISI, la cui complessità è proporzionale alla lunghezza del simbolo OFDM. Risultati di analisi teoriche e simulazioni indicano che il metodo proposto può effettivamente ridurre l'ICI e l'ISI introdotte dal variazione del canale e insufficiente CP. Il seguente metodo viene previsto per un canale doppio selettivo (tempo e frequenza) e può essere facilmente esteso anche a canali tempo invariante con selettività solo in frequenza.

3.5.1 Modello del sistema

Le ICI introdotte da insufficiente CP e da variazione dei canali sono differenti. La letteratura esistente le analizza separatamente e utilizza differenti metodi per ridurle [6]-[12]. In [34] si analizzano assieme gli effetti di ICI e ISI introdotte da insufficiente CP e canale selettivo nel dominio del tempo e frequenza e si propone, poi, un metodo nel dominio del tempo con una complessità di ordine $O(N)$ che offre buone prestazioni.

Il metodo propone una strategia efficiente di cancellazione dell'eco, utilizzata in [35], migliorandone le prestazioni e ottenendo una alta efficienza spettrale del sistema.

Assumendo che il canale sia doppiamente selettivo, dalla (21), senza rumore aggiuntivo, abbiamo:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{H}(n)\mathbf{u}(n) - \mathbf{A}(n)\mathbf{u}(n) + \mathbf{B}(n)\mathbf{u}(n-1) \quad (46)$$

Se $h^{(i,k)}(n)$ e' la risposta impulsiva del canale durante l' n -esimo blocco per l'istante i e l'intervallo k , definiamo $h_{ave}^{(k)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} h^{(i,k)}(n)$ come il valore medio nel tempo di $h^{(i,k)}(n)$ e $\Delta h^{(i,k)}(n) = h^{(i,k)}(n) - h_{ave}^{(k)}(n)$ come lo spostamento dal valore medio con $i, k = 0, 1, \dots, N-1$.

Definiamo poi $\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}_{ave}(n) + \mathbf{H}_{var}(n)$, dove $\mathbf{H}_{ave}(n)$ e' una matrice $N \times N$, circolare e invariante nel tempo, di elementi:

$$H_{ave}^{(i,k)} = h_{ave}^{(i-k)}(n), \quad (47)$$

e $\mathbf{H}_{var}(n)$ una matrice $N \times N$, circolare e variante nel tempo, di elementi:

$$H_{var}^{(i,k)} = \Delta h^{(i,(i-k))}(n) \quad (48)$$

Assumendo:

$$\mathbf{r}_1(n) = \mathbf{H}_{ave}(n)\mathbf{u}(n)$$

$$\mathbf{r}_2(n) = \mathbf{H}_{var}(n)\mathbf{u}(n)$$

$$\mathbf{r}_3(n) = \mathbf{B}(n)\mathbf{u}(n-1)$$

$$\mathbf{r}_4(n) = -\mathbf{A}(n)\mathbf{u}(n)$$

si può riscrivere la (46) come:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{r}_1(n) + \mathbf{r}_2(n) + \mathbf{r}_3(n) + \mathbf{r}_4(n) \quad (49)$$

Lemma: $\mathbf{r}_1(n)$ e' il termine desiderato nel dominio del tempo, libero da ICI e ISI, $\mathbf{r}_2(n)$ e' il termine di ICI nel dominio del tempo, dovuto solo alla variazione del canale. $\mathbf{r}_3(n)$ e $\mathbf{r}_4(n)$ sono i contributi di ISI e ICI nel dominio del tempo, dovuti all'introduzione di un CP insufficiente. Per semplicità la dimostrazione viene omessa.

Lo scopo e' cancellare i termini $\mathbf{r}_2(n)$, $\mathbf{r}_3(n)$ e $\mathbf{r}_4(n)$. Un metodo efficiente per la cancellazione dell'eco e` stato utilizzato in [35], ma esso richiede la conoscenza esatta dei dati trasmessi che, però, tipicamente non e` nota al ricevitore. Il metodo seguente non richiede la conoscenza a priori dei simboli trasmessi, ma assume che la CIR sia nota al ricevitore.

Il metodo si articola in più passi:

Passo 1: Una stima dell' $n - 1$ esimo blocco trasmesso $\hat{\mathbf{a}}(n - 1)$ e` inizialmente ottenuta usando equalizzatori ad un coefficiente (che non considerano l'influenza di ICI e ISI) e successivamente convertita in $\hat{\mathbf{u}}(n - 1)$ mediante IFFT. Dal momento che i risultati sono affetti da ICI e ISI, alcuni possono essere errati.

Passo 2: si calcola $\hat{\mathbf{r}}_3(n) = \mathbf{B}(n)\hat{\mathbf{u}}(n - 1)$ e si sottrae da $\mathbf{r}(n)$ come:

$$\hat{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{r}(n) - \mathbf{B}(n)\hat{\mathbf{u}}(n - 1) \quad (50)$$

Passo 3: $\hat{\mathbf{r}}(n)$ e` convertito nel dominio della frequenza, equalizzato usando l'equalizzatore a un tappo (non considerando l'influenza dell'ICI) e le decisioni vengono prese ottenendo $\hat{\mathbf{a}}(n) = [\hat{a}_0(n), \dots, \hat{a}_{N-1}(n)]^T$. Successivamente $\hat{\mathbf{a}}(n)$ viene convertito in $\hat{\mathbf{u}}(n)$ attraverso l'IFFT. Poiché i risultati sono affetti da ICI residua, alcune stime possono essere errate.

Passo 4: La cancellazione dell'ICI dall' n -esimo blocco si ottiene calcolando il termine dell'ICI e sottraendolo da $\hat{\mathbf{r}}(n)$ in modo iterativo, con indice $I \geq 1$:

$$\mathbf{r}^I(n) = \hat{\mathbf{r}}(n) - \mathbf{H}_{var}^I(n)\hat{\mathbf{u}}^{I-1} + \mathbf{A}(n)\hat{\mathbf{u}}^{I-1} \quad (51)$$

Passo 5: $\mathbf{r}^I(n)$ e` convertito nel dominio della frequenza e le decisioni vengono prese ottenendo $\hat{\mathbf{a}}^I(n) = [\hat{a}_0^I(n), \dots, \hat{a}_{N-1}^I(n)]^T$. Successivamente $\hat{\mathbf{a}}^I(n)$ viene convertito in $\hat{\mathbf{u}}^I$ mediante IFFT. Questo passo completa l'iterazione I -esima.

Passo 6: Si ripetono i passi 4 e 5 scambiando $I \leftarrow I+1$ fino ad un numero massimo di iterazioni.

Passo 7: Il completamento della cancellazione di ICI e ISI per il blocco n .

Passo 8: Si ripetono i passi 2-7 per il blocco $n + 1$ scambiando n con $n + 1$.

3.5.2 Analisi della complessità

Il costo computazionale di FFT, IFFT e dell'equalizzazione ad un coefficiente è di ordine $O(N)$. Troviamo come prima cosa la complessità di implementazione dei passi 2 e 4. $\mathbf{A}(n)$ e $\mathbf{B}(n)$ sono matrici sparse, dove al massimo $L_h - L$ elementi sono non nulli in ogni riga, come mostrato nell'equazione (19). $\mathbf{H}_{var}(n)$ è una matrice circolare con struttura mostrata in Figura 17, dove solamente $L_h + 1$ elementi sono non nulli in ogni riga.

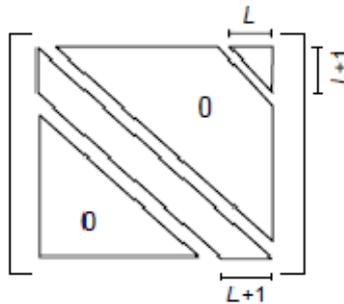


Fig. 17 Struttura di matrice $\mathbf{H}_{var}(n)$

Riscrivendo le (50) e (51) per $i, k = 0, 1, \dots, N - 1$, come:

$$\hat{r}(n, i) = r(n, i) - \sum_{k=\text{Max}\{L+1, K+L+1\}}^{L_h} h^{(i,k)}(n) \hat{u}_{n-1, (i-k+L)} \quad (52)$$

$$r^I(n) = \hat{r}(n, i) + \sum_{k=\text{Max}\{L+1, K+L+1\}}^{L_h} h^{(i,k)}(n) \hat{u}_{n, (i-k)}^{(I-1)} - \sum_{i=0}^{L_h} \Delta h^{(i,k)}(n) \hat{u}_{i, (i-k)}^{(I-1)} \quad (53)$$

le complessità dei passi 2 e 4 sono, rispettivamente, $(L_h - L) \times N$ e $(2L_h - L) \times N$. Nella pratica L_h è molto più piccolo di N , quindi la complessità computazionale del metodo è $O(N)$.

Per $i, k = 0, 1, \dots, N - 1$, definiamo ora le matrici $N \times N$:

$\mathbf{G}_1(n) = \mathbf{W}\mathbf{H}_{ave}(n)\mathbf{W}^H$ (diagonale) con elementi:

$$G_1^{(i,i)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{L_h} h_{ave}^{(i)}(n) e^{-j2\pi ik/N} \quad (54)$$

$\mathbf{G}_2(n) = \mathbf{W}\mathbf{H}_{var}(n)\mathbf{W}^H$, con:

$$G_2^{(i,k)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{L_h} \sum_{r=0}^{N-1} \Delta h^{(r,m)}(n) e^{-j2\pi r(i-k)/N} e^{-j2\pi m/N} \quad (55)$$

$\mathbf{G}_3(n) = \mathbf{W}\mathbf{B}(n)\mathbf{W}^H$ (diagonale) con:

$$G_3^{(i,k)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=L+1}^{L_h} \sum_{r=0}^{m-L-1} h^{(r,m)}(n) e^{-j2\pi ir(n-k)/N} e^{-j2\pi n(m-L)/N} \quad (56)$$

$\mathbf{G}_4(n) = -\mathbf{W}\mathbf{A}(n)\mathbf{W}^H$ (diagonale) con:

$$G_4^{(i,k)}(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{m=L+1}^{L_h} \sum_{r=0}^{m-L-1} h^{(r,m)}(n) e^{-j2\pi km/N} = 0 & \text{per } L_h - L \ll N, k = i \\ \frac{1}{N} \sum_{m=L+1}^{L_h} \sum_{r=0}^{m-L-1} h^{(r,m)}(n) e^{-j2\pi ir(n-k)/N} e^{-j2\pi im/N}, & k \neq i \end{cases} \quad (57)$$

Passando alle FFT dei vari segnali e posto:

$$\mathbf{S}_1(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}_1(n) = \mathbf{G}_1(n)\mathbf{a}(n)$$

$$\mathbf{S}_2(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}_2(n) = \mathbf{G}_2(n)\mathbf{a}(n)$$

$$\mathbf{S}_3(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}_3(n) = \mathbf{G}_3(n)\mathbf{a}(n-1)$$

$$\mathbf{S}_4(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}_4(n) = \mathbf{G}_4(n)\mathbf{a}(n)$$

abbiamo:

$$\mathbf{S}(n) = \mathbf{W}\mathbf{r}(n) = \mathbf{S}_1(n) + \mathbf{S}_2(n) + \mathbf{S}_3(n) + \mathbf{S}_4(n) \quad (58)$$

Per valutare l'effetto di ICI e ISI definiamo *SIR* (*Signal-to-Interference Ratio*) per l'*i*-esimo sottocanale come:

$$SIR^{(i)} = \frac{E\left(|G_1^{(i,i)}(n)|^2\right)}{E\left(\sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} |G_2^{(i,k)}(n) + G_4^{(i,k)}(n)|^2\right) + E\left(\sum_{i=0}^{N-1} |G_3^{(i,k)}(n)|^2\right)} \quad (59)$$

La media del SIR su tutti i sottocanali prima della cancellazione di ICI e ISI e'

$$SIR = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} SIR^{(i)} \quad (60)$$

Per verificare gli effetti di mitigazione di ICI e ISI, ora valutiamo il SIR dopo la loro cancellazione. Sostituendo (50) in (51) otteniamo:

$$\mathbf{r}^I(n) = \mathbf{r}_1(n) + (\mathbf{H}_{var}(n) - \mathbf{A}(n))(\mathbf{u}(n) - \hat{\mathbf{u}}^{I-1}(n)) + \mathbf{B}(n)(\mathbf{u}^{I-1}(n) - \hat{\mathbf{u}}^{I-1}(n-1)) \quad (61)$$

$\mathbf{r}^I(n)$ e' demodulato prendendo N punti dell'FFT con output

$\mathbf{S}^I(n) = [\hat{s}_0^I(n), \dots, \hat{s}_{N-1}^I(n)]^T$ dove

$$s_i^I(n) = G_1^{(i,i)}(n)a_i(n) + \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} \{G_2^{(i,k)}(n) + G_4^{(i,k)}(n)\} \{a^k(n) - \hat{a}^{I-1}(n)\} \quad (62)$$

$$+ \sum_{i=0,}^{N-1} \{G_3^{(i,k)}(n) \{a^k(n-1) - \hat{a}^{I-1}(n-1)\}\}$$

In (62) il primo termine e' il segnale desiderato, il secondo e' il termine residuo dell'ICI e il terzo e' il termine residuo dell'ISI. Il SIR per l' i -esimo sottocanale dopo I iterazioni e' dato da:

$$SIR^{(I,i)} = \frac{\sigma_s E(|G_1^{(i,i)}(n)|^2)}{E(\sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} |G_2^{(i,k)}(n) + G_4^{(i,k)}(n)|^2 |a^k(n) - \hat{a}^{I-1}(n)|^2) + E(\sum_{i=0,}^{N-1} |G_3^{(i,k)}(n)|^2 |a^k(n-1) - \hat{a}^{I-1}(n-1)|^2)} \quad (63)$$

Il SIR medio su tutti i sottocanali dopo l'iterazione I -esima e' dato da:

$$SIR^I = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} SIR^{(I,i)} \quad (64)$$

3.5.3 Prestazioni

Per valutare le prestazioni del metodo, consideriamo $N=256$, una modulazione QPSK e un canale con $L_h = 4$. Definiamo E_b (input bit Energy), E_s (input symbol Energy), con $E_b = E_s/2$, e N_0 come la densità spettrale del rumore. Per prima cosa valutiamo il metodo con sufficiente CP ($L = 5$) per un canale che varia nel tempo (Doppler Frequency). Come indicato nella Figura 18, dopo tre iterazioni il metodo offre un buon aumento del SIR , che va da 25 a 9 dB quando la Doppler Frequency normalizzata aumenta da 0.05 a 0.5.

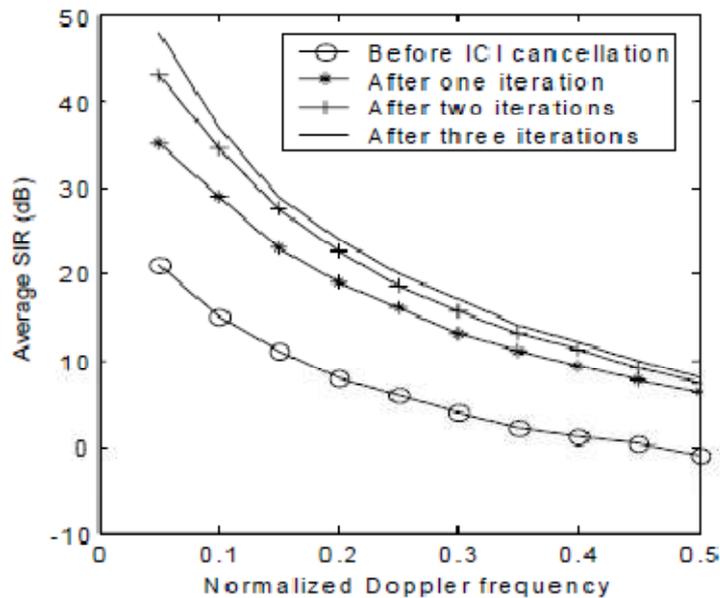


Fig. 18 Average SIR vs Doppler frequency normalizzata con sufficiente CP

Proviamo ora il metodo con insufficiente CP per un canale invariante nel tempo (Doppler Frequency nulla). La Figura 19 mostra il valore del SIR prima e dopo la cancellazione di ICI e ISI. Come si vede, il metodo offre un grande aumento del SIR già dopo la prima iterazione. Dopo la terza iterazione si ottiene un aumento che va da 20 a 5 dB per una lunghezza del CP che varia da 0 a 3.

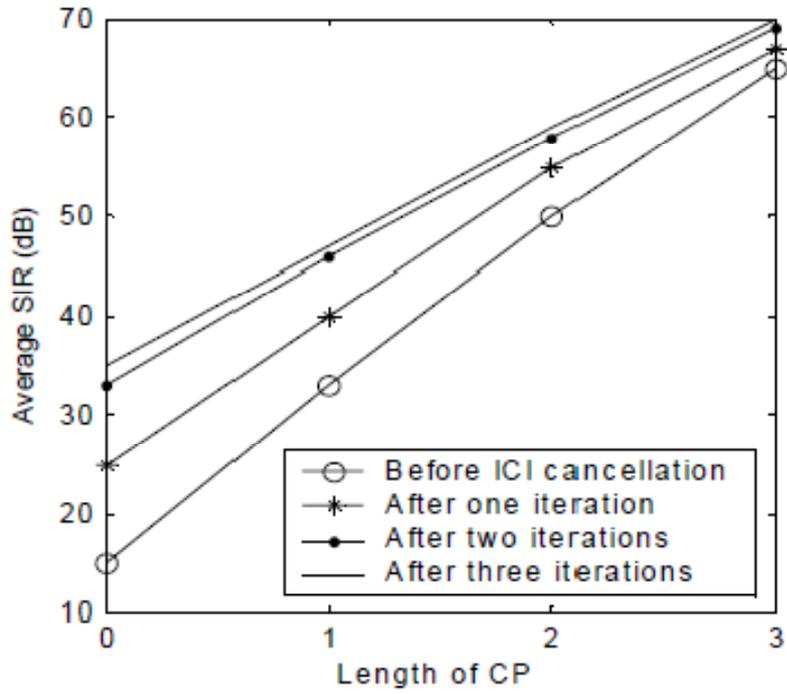


Fig. 19 Average SIR vs lunghezza del CP con Doppler Frequency nulla

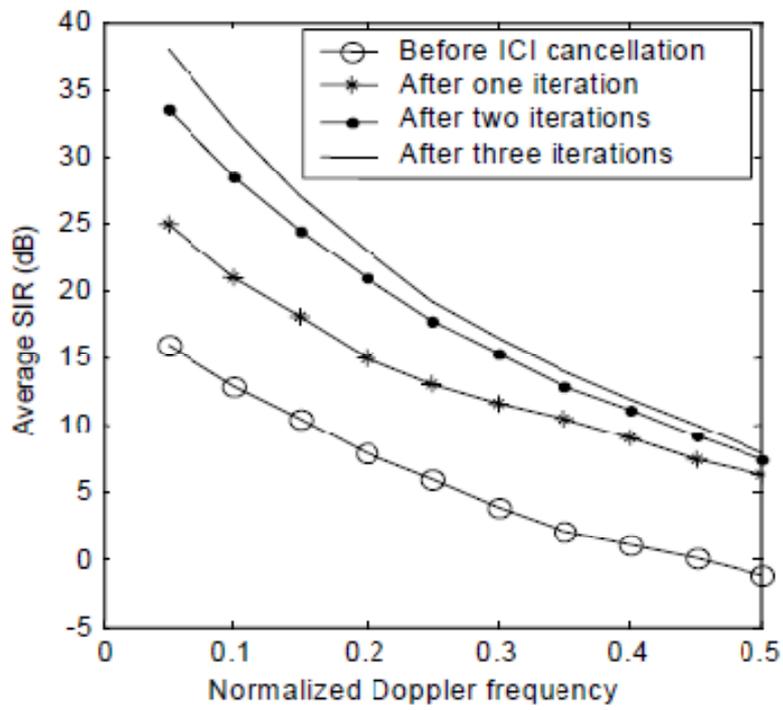
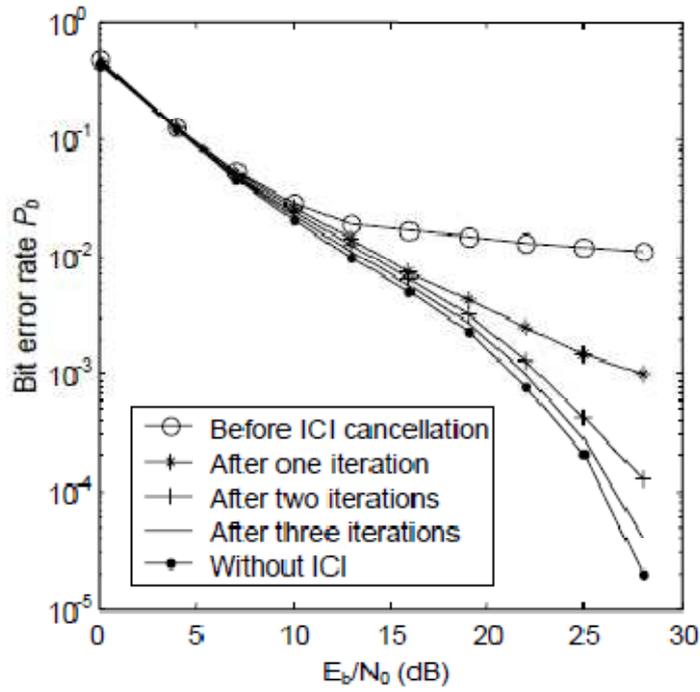


Fig. 20 Average SIR vs Doppler frequency normalizzata senza CP

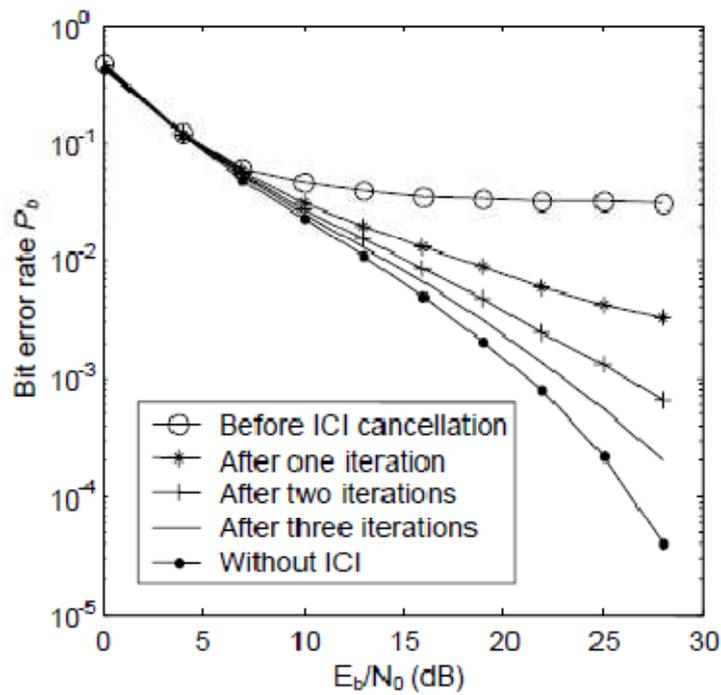
La Figura 20 mostra anche il caso di Doppler Frequency non nulla con CP insufficiente ($L = 0$). Si vede che, per un aumento della Doppler Frequency normalizzata da 0.05 a 0.1, abbiamo un grande guadagno del *SIR* dopo due o tre iterazioni.

La Figure 21 mostra le prestazioni di BER vs E_b/N_0 con insufficiente CP ($L = 3$) quando la Doppler Frequency normalizzata vale, rispettivamente, 0.05 o 0.1.

Il metodo offre un grande miglioramento della BER già dopo la prima iterazione e particolarmente per valori altri di *SNR*. Dopo tre iterazioni si ottiene un grande guadagno del *SIR*, che diminuisce da 20 a 4 dB se la lunghezza del CP aumenta da 0 a 3.



(a)



(b)

Fig. 21 BER vs E_b/N_0 con $L = 3$ a) $f_D = 0.05$ b) $f_D = 0.1$

Capitolo 4

CONCLUSIONE

Nel Capitolo 3 sono stati esaminati alcuni algoritmi per progettare un equalizzatore per sistemi OFDM con insufficiente CP. In questa sezione si intende confrontare questi metodi in termini di prestazioni e di complessità computazionale.

Nel metodo ZF-DFE, per ridurre la potenza dell'ICI nel punto di decisione, si utilizza l'inversione di una matrice non diagonale con una complessità computazionale di ordine $O(N^3)$, proibitiva nelle applicazioni pratiche. Inoltre, nel metodo ZF, il procedimento adottato per determinare i coefficienti dell'equalizzatore non tiene conto del rumore introdotto dal mezzo di trasmissione, e questo rende il sistema instabile quando il canale è molto selettivo in frequenza.

Per ridurre l'elevata complessità del metodo ZF-DFE, è stato proposto il metodo ZF-DFE-TD. Questo, nel caso in cui la potenza dell'ICI sia minore di quella del segnale, trascura il contributo dell'ICI nel segnale ricevuto. La massima complessità offerta da questo metodo è $O(N^2)$. Il metodo ZF-DFE-TD trascura quindi sia il rumore che il contributo dell'ICI, per cui non migliora la BER per valori alti di SNR . Esso offre però un miglioramento della complessità, mantenendo le stesse prestazioni del metodo ZF-DFE per valori medi di SNR .

Per rendere il metodo ZF-DFE più robusto nei confronti del rumore, viene applicato il criterio MMSE, in cui l'equalizzatore è determinato imponendo che il valore quadratico medio dell'errore sulla stima del segnale in uscita risulti minimo. I ricevitori DFE sono, in generale, affetti da errore nel percorso a reazione. Per ridurre questo tipo di

errore, nel metodo MMSE-DFE, oltre ad applicare il criterio MMSE, si può utilizzare un codificatore/decodificatore. I risultati della simulazione mostrano che questo metodo offre prestazioni migliori in termini di BER per tutti valori di SNR . Utilizzando un codificatore/decodificatore le prestazioni migliorano ulteriormente, avvicinandosi al limite inferiore della BER caratteristico di un sistema con un sufficiente CP. Purtroppo il costo dell'implementazione non è stato determinato. Il metodo MMSE-DFE, tuttavia, non elimina completamente il rumore e quest'ultimo rimane un limite sia per MMSE che per ZF-DFE.

Nel metodo FEQ vengono usati i sottocanali nulli per compensare l'insufficienza del CP, e viene progettato un equalizzatore con una struttura matriciale sparsa, quindi con una bassa complessità. Questo metodo offre prestazioni di PER vs SNR molto vicine a quelle che il sistema otterrebbe con un sufficiente CP. Il metodo FEQ presenta quindi prestazioni migliori rispetto ai metodi ZF-DFE, ZF-DFE-TD e MMSE-DFE. Questo richiede, però, che la CIR non sia troppo lunga. Inoltre sappiamo che i sottocanali non possono essere troppo numerosi, dal momento che ciò comporta una complessità elevata. Di conseguenza, il numero dei sottocanali virtuali è limitato da questo vincolo. Per una CIR lunga, quindi, la condizione $2R + L \geq L_h$ non è più soddisfatta e ciò limita l'applicazione del metodo FEQ.

Il metodo *ICI and ISI Cancellation* offre un grande miglioramento in termini di BER vs SNR . In questo metodo la cancellazione dell'ISI e dell'ICI viene ottenuta in modo iterativo e ogni ciclo comporta una complessità di ordine $O(N)$. Le prestazioni in termini di BER mostrano un miglioramento elevato già dopo la prima iterazione e, dopo la terza iterazione, si avvicinano al limite inferiore, ovvero a quelle che avrebbe un sistema con sufficiente CP.

Confrontando queste tecniche si evince che, per una CIR non troppo lunga, il metodo FEQ è il migliore, mentre negli altri casi il metodo *ICI and ISI Cancellation* è quello più conveniente.

Bibliografia

- [1] M.L. Doelz, E.T. Heald, and D.L. Martin, "Binary Data transmission techniques for linear systems", *Proc. IRE*, vol. 45, pp. 656–661, May 1957.
- [2] G.C. Porter, "Error distribution and diversity performance of a frequency differential PSK HF modem", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 16, pp. 567–575, Aug. 1968.
- [3] M.S. Zimmerman, and A.L. Kirsch, "The AN/GSC-10 (Kathryn) variable rate data modem for HF radio", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 15, pp. 197–205, Apr. 1967.
- [4] S.B. Weinstein, and P.M. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 19, pp. 628–634, Oct. 1971.
- [5] Z. Wang and G. B. Giannakis, "Wireless multicarrier communications—Where Fourier meets Shannon", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 17, no. 3, pp. 29–48, May 2000.
- [6] W. G. Jeon, K H. Chuang and Y. S. Cho, "An equalization technique for orthogonal frequency division multiplexing systems in time-variant multipath channels", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 49, pp. 1185–1191, January 1999.
- [7] X. Cai and G. B. Giannakis, "Low-complexity ICI suppression for OFDM over time- and frequency-selective Rayleigh fading channels", in *Proc. Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers*, Nov. 2002.
- [8] J. Armstrong, P. M. Grant, and G. Povey, "Polynomial cancellation coding of OFDM to reduce intercarrier interference due to doppler spread", in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf.*, vol. 5, pp. 2771–2776, 1998.
- [9] Y. S. Choi, P. J. Voltz, and F. A. Cassara, "On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 49, pp. 1375–1387, Aug. 2001.
- [10] Stamoulis, S. N. Diggavi, and N. Al-Dhahir, "Intercarrier interference in MIMO OFDM", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, pp. 2451–2464, Oct. 2002.

- [11] J. P. M. G. Linnartz and A. Gorokhov, "New equalization approach for OFDM over dispersive and rapidly time varying channel", in Proc. IEEE Int. Symposium Personal Indoor Mobile Radio Commun., vol. 2, pp. 1375–1379, 2000.
- [12] P. J. W. Melsa, R. C. Younce, and C. E. Rohrs, "Impulse response shortening for discrete multitone transceivers," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 44, pp. 1662-1672, Dec. 1996.
- [13] H. Zamiri-Jafarian, G. R. Parsaee, H. Khoshbin-Ghomash and S. Pasupathy, "SINR maximizing equalizer design for OFDM systems", in Proc. IEEE International Conference on Acoustic, Sound and Signal Processing, 2004.
- [14] G. R. Parsaee, H. Zamiri and H. Khoshbin, "Extended time domain SINR maximizing equalizer design for OFDM systems", in Proc. 14th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), pp. 249-254, 2004.
- [15] R. Schuer and J. Speidel, "An effective equalization method to minimize delay spread in OFDM/DMT systems", in Proc. IEEE Conference on Communications, vol. 5, pp. 1481-1484, June 2001.
- [16] J. Chow and J. M. Cioffi, "A cost effective maximum likelihood receiver for multicarrier systems", in Proc. International Conference on Communications, Chicago, pp. 948-952, June 1992
- [17] J. Zhang and W. Ser, "A New Algorithm For Time domain Equalization In OFDM System", Center for Signal Processing, School of IEEE Nanyang Technological University Singapore, pp. 904-907, 2002.
- [18] J. Zhang, W. Ser and J. Zhu, "Blind equalization and detection for OFDM systems with insufficient cyclic prefix", in Proc. Int. Conf. on 3rd Generation Wireless and Beyond, pp. 416-420, 2001.
- [19] J. Zhu, W. Ser and A. Nehorai, "Channel equalization for DMT with insufficient cyclic prefix", in Proc. IEEE 34th Asimolar Conference on Signals, Systems and Computers, vol. 2, pp. 951-955, Oct. 2000.
- [20] D. Kim and G. L. Stuber, "Residual ISI cancellation for OFDM with application to HDTV broadcasting", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1590-1599, 1998.
- [21] H.Ch. Won and G.H. Im, "Iterative Cyclic Prefix Reconstruction and Channel Estimation for a STBC OFDM System", *IEEE Communications Letters*, vol. 9, no. 4, April 2005.

- [22] U.K. Kwon, G.H. Im. And E. S. Kim, “ An Iteration Technique for Recovering Insufficient Cyclic Prefix and Clipped OFDM Signals”, *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 5, May 2007.
- [23] T. Han and X. Li., “Minimum-Output-Energy method for blind equalization of OFDM and systems with sufficient or insufficient cyclic prefix”, in Proc. IEEE ICASSP 2003.
- [24] T. Han and X. Li., “Blind Adaptive Equalization of OFDM 1L Transmission with Insufficient Cyclic Prefix”, in Proc. IEEE TCSET, February 2004.
- [25] Cheol-Jin Park and Gi-Hong Im., “ Efficient DMT/OFDM Transmission With Insufficient Cyclic Prefix”, *IEEE Communications Letters*, vol. 8, no. 9, September 2004.
- [26] G. Cariolaro, “Modulazione Analogica, Discreto e Numerica” Biblioteca circolante ESU di Padova, pp. 280-282, 1996.
- [27] R. E. Blahut , “ *Fast Algorithms for digital signal processing*”, Addison-Wesley, 1985.
- [28] D. Darsena “ Tecniche di equalizzazione e soppressione dell’interferenza a banda stretta per i sistemi multiportanti” ,Tesi di dottorato, Università di Napoli, Google, pp. 20-26, 2003–2004.
- [29] W. Zhong and Zhigang Mao “Tentative Decision Based Low Complexity Equalization for OFDM Systems with Insufficient Cyclic Prefix”, in Proc. IEEE ICICS, pp. 116-119, 2005.
- [30] M. Rupp and H. Lou, "On efficient multiplier-free implementation of channel estimation and equalization," in Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, San Francisco, USA, 2000.
- [31] Gh. R. Parsaee, Ab. Yarali and H. Ebrahimzad,“ MMSE-DFE Equalizer Design for OFDM Systems with Insufficient Cyclic Prefix”, in Proc. IEEEEXPLORE, pp. 3828-3832, June 2004.
- [32] M. D. Nisar, W. Utschickand, Th. Hindelang and H. Nottensteiner,“ On Channel Estimation and Equalization of OFDM Systems with Insufficient Cyclic Prefix”, in Proc. IEEEEXPLORE, pp. 1445-1449, 2007.
- [33] Sh. Chen, T. Yao, “FEQ for OFDM Systems with Insufficient CP”, in Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication, pp. 550-553, 2003.
- [34] Sh. Chen, Cu. Zhu, “ICI and ISI Analysis and Mitigation for OFDM Systems with Insufficient Cyclic Prefix in Time-Varying Channels”, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 50, no. 1, pp. 78-83, Feb. 2004.

[35] J. M. Cioffi and A. C. Bingham, "A data-driven multitone echo canceller," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 42. pp. 2853–2869, Oct. 1994.

Ringraziamento

Alle fine di questo lavoro vorrei ringraziare mio marito Martino, che in questi anni mi e` stato sempre vicino e mi ha aiutato tanto.