

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

*SVILUPPO DI UN SISTEMA DI VISIONE
PER LA STIMA DEL MOTO PLANARE
DI UN SIMULATORE SATELLITARE*

RELATORE: PROF. ENRICO LORENZINI
CORRELATORI: ING. ANDREA VALMORBIDA
ING. MATTIA MAZZUCATO
ING. SERGIO TRONCO

LAUREANDO: MARCO COSTANTINI
MATRICOLA: 1058628

Anno Accademico 2015-2016

Abstract

Il lavoro svolto in questa tesi ha permesso di verificare la fattibilità un sistema di navigazione per il Modulo di Traslazione del simulatore SPARTANS basato su differenti sistemi di visione. Il moto viene monitorato grazie all'utilizzo di due sistemi di visione, ovvero un set di 3 *Optical Flow Sensors* (OFS) ed una fotocamera esterna. Ciascun sensore ottico OFS fornisce una misura dello spostamento lineare effettuato in un sistema di riferimento solidale al sensore stesso; in seguito ad una procedura di calibrazione, dalla quale si ricavano la risoluzione spaziale e la distanza dal centro di rotazione di ciascun OFS, è possibile fondere i dati forniti dai 3 sensori ottici per ricavare lo spostamento e la rotazione effettuati dal Modulo di Traslazione, a partire dalla posizione e dall'orientazione nell'istante iniziale.

Gli obiettivi del progetto SPARTANS prevedono però la possibilità di effettuare manovre di volo in formazione, rendez-vous e docking utilizzando due o più mini-satelliti, portando così alla necessità di ricostruire il moto e l'assetto dei mini-satelliti all'interno di un sistema di riferimento fisso e inerziale, ovvero il sistema di riferimento Globale. Per questo motivo si utilizza un secondo sistema di visione basato su di una fotocamera esterna, la quale acquisisce delle immagini che, una volta processate, consentono di ricavare la posizione e l'orientazione del Modulo di Traslazione nel sistema di riferimento Globale. La procedura di ricostruzione del moto mediante l'analisi delle immagini acquisite dalla fotocamera si basa sulla risoluzione del cosiddetto problema PnP (Perspective- n -Point), ovvero il problema di ricavare la posizione e l'orientazione di una fotocamera rispetto ad un sistema di riferimento fisso, una volta che nell'immagine 2D viene identificata la posizione di alcuni punti le cui coordinate 3D sono note nel sistema di riferimento fisso.

In tal modo, posizionando degli appositi markers sulla superficie del Modulo

di Traslazione e altri sulla superficie del piano di supporto, è possibile ricavare la posizione e l'orientazione della fotocamera rispetto al sistema di riferimento Body, solidale al TM, e rispetto al sistema di riferimento Globale; a questo punto è sufficiente effettuare una semplice trasformazione di coordinate per ricavare la posizione e l'orientazione del Modulo di Traslazione nel sistema di riferimento Globale. Effettuando questa procedura per ogni fotogramma acquisito dalla fotocamera mentre il TM effettua delle manovre, è possibile monitorarne il moto come richiesto dagli obiettivi del progetto.

Indice

1	Introduzione	7
1.1	Obiettivo della tesi	8
1.2	Outline della tesi	8
2	Il progetto SPARTANS	11
2.1	Il modulo di assetto	12
2.2	Il Modulo di Traslazione	13
2.2.1	Sottosistema strutturale	14
2.2.2	Sottosistema elettrico e di potenza	15
2.2.3	Sottosistema di determinazione di posizione e d'assetto	16
2.2.4	Sottosistema di comunicazione e gestione dati	16
2.2.5	Sottosistema pneumatico	17
2.3	<i>Control station</i> e superficie di supporto	18
3	Sistemi di visione	21
3.1	Sistemi di riferimento	22
3.2	Modello pinhole della fotocamera	23
3.3	Modello di fotocamera più realistico	26
3.3.1	Digitalizzazione dell'immagine	26
3.3.2	Trasformazione rigida tra la fotocamera e la scena	28
3.3.3	Fenomeni di distorsione dovuti alle lenti	29
3.4	La calibrazione della fotocamera	31
3.5	Optical Flow Sensor	34

4	Il filtro di Kalman	37
4.1	Rappresentazione in spazio di stato di un sistema	38
4.1.1	L'equazione di stato	38
4.1.2	Output ed equazione di misura	39
4.1.3	Esempio: sistema massa-molla-smorzatore	40
4.2	Filtro di Kalman lineare	41
5	Attività sperimentale	45
5.1	Finalità dell'attività sperimentale	45
5.2	Setup sperimentale	46
5.2.1	Setup sperimentale della prima fase di test	46
5.2.2	Setup sperimentale della seconda fase di test	48
5.3	Esecuzione test	48
5.3.1	Raccolta dei dati sperimentali	49
5.4	Elaborazione dei dati	50
5.4.1	Ricostruzione del moto mediante gli OFS	50
5.4.2	Calibrazione dei sensori OFS	51
5.4.3	Ricostruzione del moto mediante fotocamera	53
5.4.4	Filtraggio delle misure degli OFS	57
5.4.4.1	Ricostruzione del moto nel sistema di riferimento Glo- bale	57
5.4.4.2	Filtraggio delle misure degli OFS	58
5.4.5	Rimozione del bias degli OFS	60
5.5	Risultati ottenuti	61
5.5.1	Prestazioni fotocamera	61
5.5.2	Prestazioni OFS	64
5.5.3	Risultati seconda fase di test	71
6	Conclusioni	73
	Bibliografia	76

Elenco delle figure

2.1	<i>Rappresentazione grafica del AM</i>	13
2.2	<i>Rappresentazione grafica del TM</i>	14
2.3	<i>Disegno piastra centrale</i>	15
2.4	<i>Piastra di supporto con sensore OFS e marker per il sistema di visione</i>	16
2.5	<i>Rappresentazione schematica del circuito pneumatico</i>	17
2.6	<i>Schema link satelliti-control station</i>	18
3.1	<i>Sistemi di riferimento utilizzati</i>	23
3.2	<i>Modello pinhole della fotocamera</i>	24
3.3	<i>Triangoli simili nel modello pinhole</i>	24
3.4	<i>Effetti della digitalizzazione dell'immagine</i>	27
3.5	<i>Distorsione "a barile" e "a cuscino"</i>	30
3.6	<i>Pattern a scacchiera utilizzato per la calibrazione</i>	34
3.7	<i>Componenti di un sensore OFS</i>	35
3.8	<i>Rappresentazione schematica di un OFS</i>	35
3.9	<i>Esempio di due immagini acquisite successivamente. Il tratto rosso rappresenta lo spostamento con cui si ottiene una sovrapposizione delle due immagini.</i>	36
4.1	<i>Algoritmo del filtro di Kalman (fonte [8])</i>	44
5.1	<i>Risoluzione e FOV della fotocamera</i>	47
5.2	<i>Immagine acquisita dalla fotocamera. Sono evidenziati i 3 markers sul TM ed i 4 markers a terra.</i>	54
5.3	<i>Markers utilizzati</i>	56

5.4	<i>Ricostruzione del moto nel s.d.r Globale mediante la fotocamera . . .</i>	62
5.5	<i>Errore ed RMSe della fotocamera</i>	63
5.6	<i>Posizioni misurate lungo gli assi X e Y (test 1)</i>	64
5.7	<i>Rotazione attorno all'asse di Yaw (test 1)</i>	65
5.8	<i>Posizione nel piano XY (test 1)</i>	65
5.9	<i>Posizioni misurate lungo gli assi X e Y (test 2)</i>	66
5.10	<i>Rotazione attorno all'asse di Yaw (test 2)</i>	66
5.11	<i>Posizione nel piano XY (test 2)</i>	67
5.12	<i>Errori OFS e Filtro di Kalman</i>	68
5.13	<i>Errore e drift OFS (test 1)</i>	69
5.14	<i>Errore e drift OFS (test 2)</i>	69
5.15	<i>Esempio di rimozione del bias</i>	70
5.16	<i>Filtraggio delle misure mediante filtro di Kalman</i>	71
5.17	<i>Errore OFS, test 1 seconda fase</i>	72
5.18	<i>Errore OFS, test 2 seconda fase</i>	72

Capitolo 1

Introduzione

La costruzione di satelliti artificiali per missioni spaziali è sempre stata soggetta a dei vincoli, in termini di massa e di dimensioni, dettati dai limiti tecnologici dei lanciatori a disposizione. La massima spinta ottenibile con i razzi chimici attualmente impiegati pone dei limiti di massa al payload inviabile in orbita, che per i lanciatori europei variano tra le 2 e le 7 tonnellate. Il volume a disposizione per l'alloggiamento del payload pone invece dei limiti in termini di dimensione, che variano tra i 5 e i 7.5 metri di altezza e i 4 metri di diametro. A partire dagli anni 2000 si è molto diffusa nel settore spaziale l'idea di sostituire i satelliti di grosse dimensioni con una formazione di satelliti più piccoli in grado di cooperare tra loro. In questo modo, distribuendo su più mini-satelliti la strumentazione che solitamente viene installata su di un unico veicolo spaziale, è possibile ottenere un sistema più flessibile e più robusto di fronte alle possibili cause di fallimento della missione, oltre a superare i limiti di massa e di dimensioni per il payload inviabile in orbita e a ridurre i costi complessivi per la costruzione. Questa soluzione permette ad esempio di sostituire un elemento danneggiato del sistema senza compromettere la riuscita della missione, oppure permette di modificare la configurazione della formazione di satelliti in base alle esigenze della missione. L'affermarsi di questo approccio richiede però lo sviluppo di nuove tecnologie per quel che riguarda sensori ed attuatori necessari alla navigazione relativa tra i mini-satelliti che compongono la formazione, oltre a imporre dei requisiti stringenti in termini di autonomia, comunicazione tra i satelliti, algoritmi di navigazione e controllo, il tutto con limitate risorse disponibili a bordo

di ogni singolo mini-satellite.

In quest'ottica, il Centro di Ateneo di Studi e Attività Spaziali "Giuseppe Colombo" (CISAS) e il Dipartimento di Ingegneria Industriale (DII) dell'Università degli Studi di Padova stanno sviluppando il progetto SPARTANS, ovvero SPACecRaft Testbed for Autonomous proximity operatioNs experimentS. La finalità del progetto è quella di costruire un simulatore hardware rappresentativo di una formazione di due o più mini-satelliti, operanti a basso attrito in modo da riprodurre per quanto possibile le condizioni di un ambiente spaziale, ciascuno dotato di tre gradi di libertà rotazionale e due gradi di libertà traslazionale per effettuare manovre di volo in formazione, rendez-vous e docking. Il simulatore, oltre ad avere utili applicazioni a livello didattico, permetterà a ricercatori e studenti di progettare e testare le strategie per la navigazione e il controllo della formazione di mini-satelliti.

1.1 Obiettivo della tesi

Il lavoro svolto nell'ambito di questa tesi ha avuto innanzitutto lo scopo di contribuire allo sviluppo del progetto SPARTANS. In particolare, si è prefissato di raggiungere i seguenti obiettivi:

- proporre una strategia per sviluppare un sistema di navigazione basato su diversi sistemi di visione, in modo da monitorare il moto del mini-satellite sul piano di supporto;
- testare la strategia proposta mediante un'attività sperimentale in laboratorio.

1.2 Outline della tesi

Il presente elaborato è organizzato nel modo seguente:

- Capitolo 1: introduzione al lavoro svolto e dichiarazione degli obiettivi;
- Capitolo 2: descrizione del simulatore satellitare SPARTANS, in particolare per quel che riguarda i sottosistemi che costituiscono il Modulo di Traslazione;

- Capitolo 3: descrizione dei principi di funzionamento dei sistemi di visione utilizzati per la stima del moto, ovvero una fotocamera e un sistema di *Optical Flow Sensors*;
- Capitolo 4: introduzione teorica al filtro di Kalman utilizzato per la stima del moto;
- Capitolo 5: descrizione del setup sperimentale, della metodologia utilizzata per la raccolta e l'elaborazione dei dati, esposizione dei risultati sperimentali ottenuti;
- Capitolo 6: conclusioni sul lavoro svolto e possibili sviluppi futuri.

Capitolo 2

Il progetto SPARTANS

Il progetto SPARTANS ha l'obiettivo di costruire un simulatore hardware che sia rappresentativo di una formazione di mini-satelliti operanti in ambiente spaziale. Esso si può suddividere in 4 sezioni principali:

- Modulo di Assetto (o *Attitude Module*, AM)
- Modulo di Traslazione (o *Translation Module*, TM)
- Control Station
- Superficie di supporto

La configurazione finale prevede la presenza di due mini-satelliti, ciascuno costituito da Modulo di Assetto e Modulo di Traslazione, operanti nello stesso ambiente in modo da poter simulare manovre di volo in formazione, rendez-vous e docking. Nel presente capitolo verranno illustrate le principali caratteristiche delle varie sezioni che compongono il sistema e ci si soffermerà principalmente sulla descrizione del modulo di traslazione, in quanto il lavoro svolto per questa tesi è stato mirato allo sviluppo di un sistema di navigazione per il moto planare a cui sarà sottoposto il simulatore satellitare.

2.1 Il modulo di assetto

Il Modulo di Assetto (AM) rappresenta il vero e proprio mini-satellite, il quale è in grado di effettuare manovre di assetto a 3 assi grazie ad un giunto cardanico a basso attrito avente il centro di rotazione coincidente con il centro di massa del mini-satellite. Esso può inoltre effettuare spostamenti planari grazie al supporto fornito dal Modulo di Traslazione sul quale è montato. Da un punto di vista strutturale il modulo di assetto è costituito da un telaio a forma di parallelepipedo all'interno del quale sono montati i sottosistemi che ne permettono il funzionamento, in particolare:

- **SOTTOSISTEMA ELETTRICO E DI POTENZA:** il modulo è dotato di due circuiti elettrici separati che forniscono la potenza necessaria al funzionamento degli altri sottosistemi. Il primo circuito è alimentato da 2 batterie Li-Po (Litio-Polimeri) da 14 VDC collegate in parallelo, aventi una capacità di 5 Ah ciascuna, le quali forniscono la potenza necessaria al funzionamento dei thrusters. Il secondo circuito presenta invece 2 batterie Li-Po da 25.9 VDC, collegate in parallelo e aventi una capacità di 5 Ah ciascuna, e dei convertitori DC/DC per fornire la potenza necessaria agli altri sottosistemi.
- **SOTTOSISTEMA DI DETERMINAZIONE E CONTROLLO D'ASSETTO:** la determinazione dell'assetto viene effettuata mediante 3 encoder incrementali HEDM 5500-B13 della Avago Technologies posizionati in corrispondenza degli snodi del giunto cardanico, unitamente ad una piattaforma inerziale 3DM-GX1 della Microstrain dotata di 3 accelerometri e 3 giroscopi MEMS. Un algoritmo di controllo elabora i comandi da inviare alle elettrovalvole per attuare l'azione di controllo.
- **SOTTOSISTEMA PROPULSIVO:** l'azione di controllo viene svolta mediante 6 coppie di thrusters ad aria compressa. La pressione operativa dei thrusters è di 10 bar, alla quale possono erogare una spinta massima pari a

$$S = (0.389 \pm 0.007) N \quad (2.1)$$

e, avendo un braccio pari a $b = 30 \text{ cm}$, una coppia massima di

$$\tau_{max} = 0.1167 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (2.2)$$

L'aria compressa viene immagazzinata da due serbatoi a 200 bar, e distribuita mediante degli opportuni regolatori che ne riducono la pressione al valore operativo.

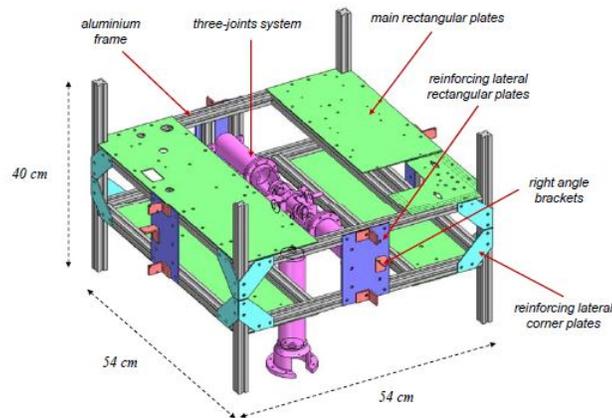


Figura 2.1: *Rappresentazione grafica del AM*

2.2 Il Modulo di Traslazione

Il Modulo di Traslazione può compiere manovre di traslazione a basso attrito sul piano x-y del sistema di riferimento inerziale, e permette quindi al Modulo di Assetto di variare la sua posizione in tale sistema di riferimento. Il moto a basso attrito è necessario per simulare, per quanto possibile, le condizioni operative in ambiente spaziale dove l'attrito è quasi nullo. Esso è reso possibile dalla presenza dei pattini a cuscinetto d'aria, i quali espellono dell'aria compressa immagazzinata in appositi serbatoi, creando un cuscinetto d'aria sul quale il modulo è libero di muoversi con attrito ridotto. Il corretto funzionamento è permesso da 5 sottosistemi che verranno ora illustrati, ovvero:

- Sottosistema strutturale

- Sottosistema elettrico e di potenza
- Sottosistema di determinazione di posizione e d'assetto
- Sottosistema di comunicazione e gestione dati
- Sottosistema pneumatico

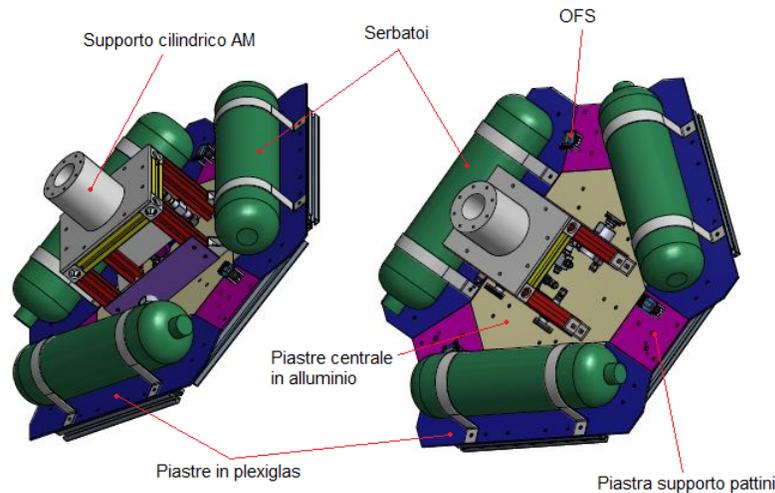
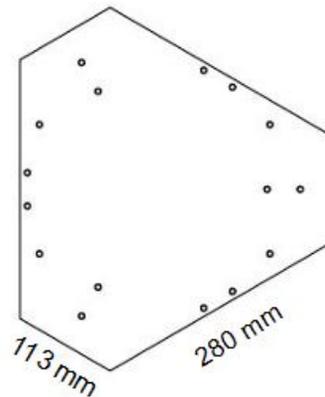


Figura 2.2: *Rappresentazione grafica del TM*

2.2.1 Sottosistema strutturale

La funzione principale della struttura del modulo di traslazione è quella di sorreggere il modulo di assetto e di permetterne il moto di traslazione sulla superficie di supporto, lasciandolo libero di effettuare in maniera indipendente le manovre di assetto. I componenti che costituiscono la struttura del TM sono:

- 3 profilati centrali più 3 laterali, in alluminio, che costituiscono lo scheletro del TM;
- una piastra centrale in alluminio a forma di esagono irregolare, con 3 lati aventi una lunghezza di 280 mm e altri 3 con una lunghezza pari a 113 mm;

Figura 2.3: *Disegno piastra centrale*

- un telaio di supporto per lo stelo cilindrico a cui sarà collegato il modulo di assetto;
- 3 piastre in plexiglas per il supporto dei serbatoi ad aria compressa, collegate al lato più lungo della piastra centrale;
- 3 piastre in Alluminio per il supporto dei pattini a cuscinetto d'aria, collegate al lato più corto della piastra centrale. Su queste piastre sono montati anche i sensori ottici tipo mouse per la navigazione planare, i LED per l'illuminazione della superficie ripresa dai sensori ottici, ed i markers necessari per la stima del moto mediante il sistema di visione esterno;
- 3 pattini a cuscinetto d'aria per permettere il moto a basso attrito lungo la superficie di supporto.

2.2.2 Sottosistema elettrico e di potenza

La potenza elettrica necessaria al funzionamento del TM è fornita da delle batterie Li-Po (Litio-polimeri) operanti a 12 VDC. Mediante degli appositi convertitori DC/DC la tensione viene regolata al valore operativo richiesto per il funzionamento degli OFS (5 VDC) e del microcontrollore (9 VDC) presente a bordo del TM.

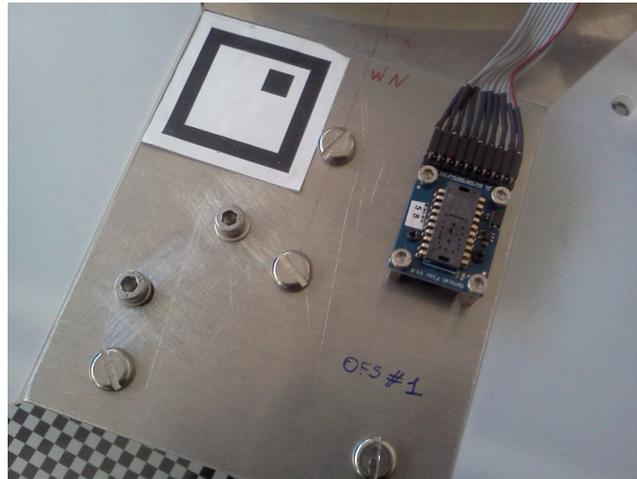


Figura 2.4: Piastra di supporto con sensore OFS e marker per il sistema di visione

2.2.3 Sottosistema di determinazione di posizione e d'assetto

I sensori per la determinazione dell'assetto e della posizione a bordo del TM sono rappresentati da 3 unità OFS (*Optical Flow Sensor*), ciascuna costituita da un chip ADNS3080 della Avago Technologies e da un sistema di lenti. La navigazione si basa dunque su di un sistema ottico di tipo mouse, che sarà assistito da un sistema di visione esterno basato su di una fotocamera USB. L'integrazione dei sensori OFS con il sistema di visione esterno ha costituito il nucleo del lavoro sperimentale svolto per questa tesi e verrà discusso nel dettaglio nei capitoli successivi.

2.2.4 Sottosistema di comunicazione e gestione dati

Gli unici dati trasmessi dal TM sono quelli relativi alle stima di posizione ed azimuth effettuate dai sensori OFS. I dati grezzi forniti dagli OFS vengono elaborati dal microcontrollore presente a bordo del TM, il quale effettua una ricostruzione del moto ed invia i risultati al Modulo di Assetto. I principali compiti di comunicazione e gestione dei dati vengono infatti svolti dal AM, il quale si interfaccia con la control station e con gli altri mini-satelliti che compongono il sistema. Il software di bordo è scritto in C++ ed è suddiviso in sei moduli corrispondenti ai principali processi che devono essere gestiti dal microcontrollore, ovvero funzionamento dei

sensori, determinazione dell'assetto e della posizione, calcolo dell'azione di controllo, funzionamento del sistema di propulsione, comunicazione dei dati ed house keeping.

2.2.5 Sottosistema pneumatico

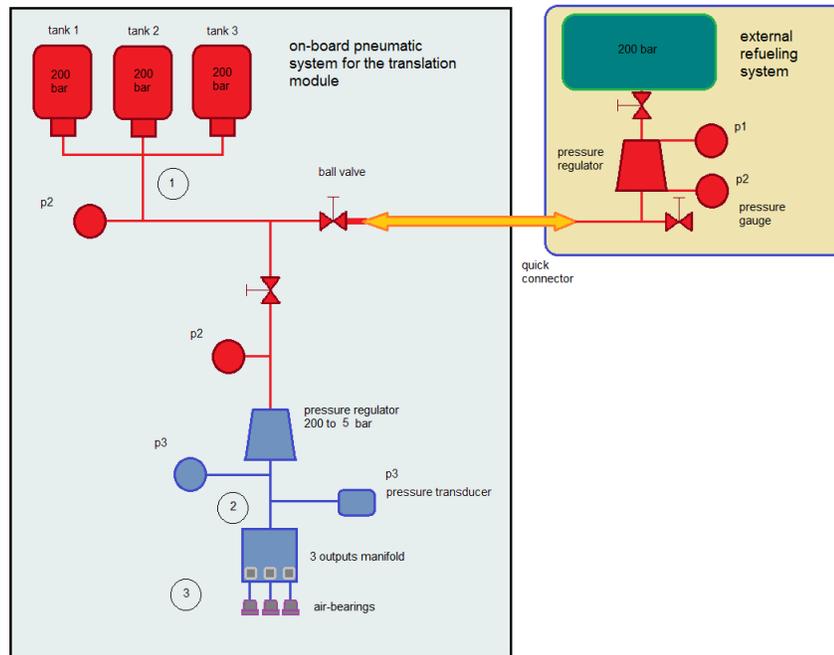


Figura 2.5: Rappresentazione schematica del circuito pneumatico

Il Modulo di Traslazione non è dotato di un sottosistema di propulsione in quanto la variazione di posizione viene eseguita mediante i thrusters presenti sul Modulo di Assetto. Esso è comunque dotato di un circuito pneumatico il cui compito è quello di alimentare i pattini a cuscinetto d'aria che permettono al modulo di spostarsi sul piano di supporto con minimo attrito. Il circuito pneumatico è composto da tre sezioni principali, ovvero:

- Una sezione ad altra pressione, costituita da 3 serbatoi dove l'aria compressa è immagazzinata ad una pressione di 200 bar;

- Un riduttore di pressione per adattare la pressione dell'aria al valore di pressione operativo dei pattini;
- Una sezione a bassa pressione costituita dai 3 pattini a cuscinetto d'aria, operanti ad una pressione di 5 bar.

2.3 *Control station* e superficie di supporto

La *control station* è costituita da un laptop esterno al satellite. La sua funzione è quella di elaborare i dati telemetrici in ingresso provenienti dal sottosistema di determinazione e controllo d'assetto dei due simulatori satellitari, e di inviare i comandi necessari a svolgere la manovra voluta, che potrà essere una manovra di rendez-vous o di docking, oppure manovre di volo in formazione.

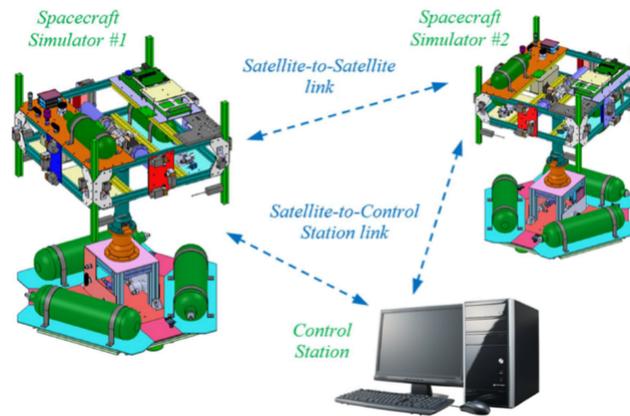


Figura 2.6: *Schema link satelliti-control station*

Per quel che riguarda il piano di supporto sul quale i mini-satelliti svolgeranno le manovre, esso avrà una dimensione di $3m \times 2m$. La struttura è ancora in fase di progettazione ma sarà costituita dai seguenti componenti:

- Una struttura principale che sorregge il piano di supporto;
- Un sottile strato di gomma sul quale poggeranno due lastre di vetro dello spessore di 1 cm ciascuna;

- Un foglio su cui sarà stampata una trama a scacchiera e che verrà interposto alle due lastre di vetro.

La trama a scacchiera sarà la superficie direttamente ripresa dalla fotocamera dei sensori OFS, ed è stata scelta in quanto è la superficie che ha dato dei risultati migliori per quel che riguarda la perdita di conteggi tipica degli OFS. Tali sensori infatti sono soggetti talvolta a una mancata lettura dello spostamento effettuato, il che genera un errore che accumulandosi col tempo porta ad avere delle stime di posizione contenenti un certo bias rispetto al valore reale. Le problematiche relative a questo fenomeno verranno comunque discusse più nel dettaglio nei capitoli seguenti.

Le lastre sono in vetro per via della buona finitura superficiale di questo materiale e per la sua trasparenza, necessaria affinché la trama a scacchiera sia visibile dagli OFS.

Capitolo 3

Sistemi di visione

La ricostruzione del moto sul piano di supporto viene effettuata inizialmente mediante i sensori OFS presenti a bordo del Modulo di Traslazione. Si ricava così lo spostamento compiuto dal TM a partire dalla posizione iniziale, mediante misure di tipo incrementale ed espresse nel sistema di riferimento Body solidale al TM. Il nostro interesse però è quello di sviluppare un sistema di navigazione che consenta di controllare il moto di uno o più mini-satelliti in un sistema di riferimento Globale, così che sia possibile effettuare le manovre di docking, rendez-vous e volo in formazione per i quali è stato sviluppato il progetto SPARTANS. Per questo motivo si è reso necessario affiancare ai sensori OFS una sistema di misurazione che consenta di stimare la posizione e l'orientamento del TM nel sistema di riferimento Globale, fornendo così una stima del moto assoluto.

La tecnica scelta è stata quella di utilizzare un sistema di visione basato su di una fotocamera, la quale acquisisce dei fotogrammi che vengono poi elaborati al fine di stimare la posizione del TM mediante l'identificazione di appositi markers posizionati sia a terra che sul modulo stesso. Così facendo è possibile innanzitutto ricavare la matrice di trasformazione tra il s.d.r. Body e il s.d.r. Globale e quindi trasformare le misure incrementali degli OFS in misure assolute. In secondo luogo, è possibile utilizzare le stime fornite dal sistema di visione per avere una ridondanza sulle misure di posizione e assetto e per rimuovere il bias a cui sono soggetti gli OFS.

Per ottenere delle informazioni dalle immagini acquisite è necessario innanzitutto conoscere il processo con cui l'immagine stessa si forma, così da poter creare una

corrispondenza tra un punto 3D osservato nello spazio e un punto 2D sull'immagine. Tale processo di formazione dell'immagine all'interno della fotocamera può però portare a dover analizzare operazioni complesse, il che rende necessario l'utilizzo di un modello semplificato. Si ricorre dunque al cosiddetto modello *pinhole*, o modello di *camera oscura*, che rappresenta un buon compromesso tra accuratezza descrittiva del funzionamento reale della fotocamera e complessità del modello.

In questo capitolo, dopo aver definito i diversi sistemi di riferimento utilizzati nella trattazione delle problematiche affrontate, verrà illustrato il funzionamento dei sistemi visione impiegati nell'attività sperimentale, ovvero una fotocamera ed un sistema ottico di tipo mouse.

3.1 Sistemi di riferimento

Prima di procedere alla trattazione del lavoro svolto per questa tesi è necessario definire i sistemi di riferimento (s.d.r.) a cui si sono riferite le misure dei sensori, le stime di ricostruzione del moto e varie considerazioni di carattere teorico necessarie a comprendere le procedure implementate in questa tesi.

- **s.d.r. Globale:** o "sistema di riferimento esterno", è un sistema di riferimento inerziale e fisso nello spazio, e la sua origine è scelta arbitrariamente in base alla convenienza. Questo s.d.r. è quello più adatto per stabilire la posizione e l'assetto dei mini-satelliti del progetto SPARTANS, ai fini di controllarne il moto ed effettuare le manovre per i quali sono stati progettati. Nelle formule ci si è riferiti a questo s.d.r. con la lettera G.
- **s.d.r. Body:** è un sistema di riferimento non inerziale, solidale al corpo del Modulo di Traslazione, la cui origine è posta al centro della piastra esagonale centrale, sulla superficie superiore. Il s.d.r. Body non è quindi fisso nello spazio ma subisce una traslazione piana o una rotazione ogni volta che il TM effettua una variazione di posizione o di assetto. Nelle formule ci si è riferiti a questo s.d.r. con la lettera B.
- **s.d.r. Fotocamera:** è un sistema di riferimento inerziale, solidale alla fotocamera utilizzata come sistema di visione esterno, e la cui origine è situata nel

centro ottico della fotocamera. Questo s.d.r. è fisso nello spazio fintanto che la fotocamera non viene spostata dalla sua posizione. Nelle formule ci si è riferiti a questo s.d.r. con la lettera C.

- **s.d.r. OFS:** sono 3 sistemi di riferimento non inerziali, ciascuno solidale a uno dei 3 sensori OFS. Le rispettive origini sono situate nel centro ottico di ciascun sensore. Questi sistemi di riferimento non sono fissi nello spazio ma sono fissi nel s.d.r. Body, essendo i sensori OFS rigidamente montati sul TM.

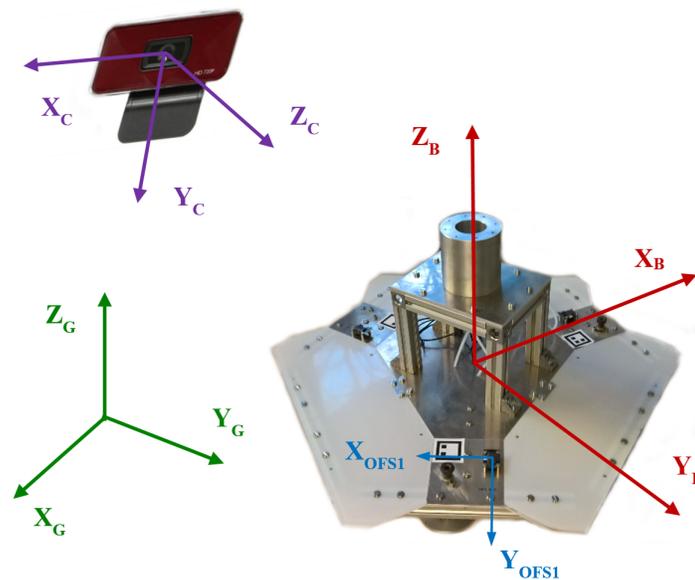


Figura 3.1: *Sistemi di riferimento utilizzati*

3.2 Modello pinhole della fotocamera

Esistono diversi metodi per modellizzare il funzionamento di una fotocamera, ma il modello pinhole è il più utilizzato in quanto fornisce un'approssimazione abbastanza accurata del processo di formazione dell'immagine pur essendo conveniente da un punto di vista matematico e computazionale.

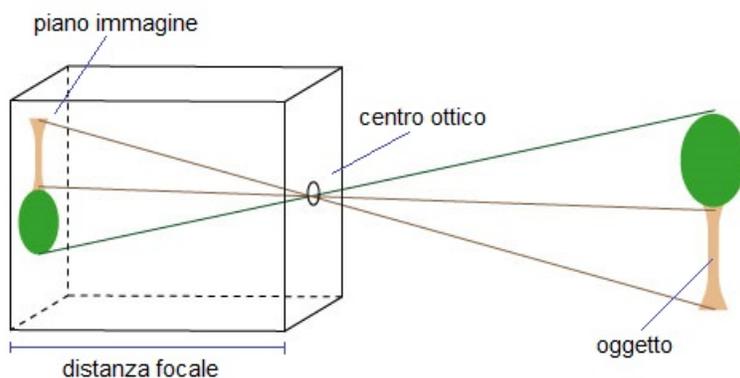


Figura 3.2: *Modello pinhole della fotocamera*

Il modello proposto si basa essenzialmente sul principio della camera oscura: la fotocamera viene rappresentata come una scatola chiusa, una camera oscura appunto, che presenta un foro infinitesimo, detto *centro ottico*, su una parete. Attraverso questo foro penetrano i raggi luminosi provenienti dal mondo esterno, i quali vanno a creare un'immagine rovesciata della scena esterna sulla parete opposta al foro, ovvero sul *piano immagine*. La distanza tra il centro ottico e il piano focale è detta *distanza focale*, mentre la retta normale al piano immagine passante per il centro ottico è detta *asse ottico*.

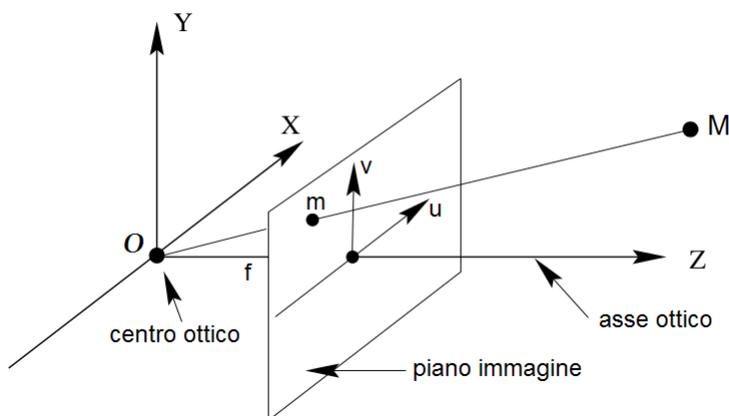


Figura 3.3: *Triangoli simili nel modello pinhole*

Consideriamo ora un sistema di riferimento XYZ con origine O nel centro ottico come in figura 3.3. Consideriamo un punto M dello spazio 3D di coordinate $M =$

$[x, y, z]^T$ espresse nel sistema di riferimento appena individuato. Tale punto avrà una proiezione m sul piano immagine di coordinate $m = [u, v]^T$, che possono essere espresse in funzione delle coordinate 3D mediante le seguenti relazioni non lineari:

$$\begin{cases} u = \frac{f}{z}x \\ v = \frac{f}{z}y \end{cases} \quad (3.1)$$

Ricorrendo alla rappresentazione in coordinate omogenee, i due punti si possono esprimere come:

$$\tilde{m} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{M} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ciò permette di scrivere la seguente relazione lineare tra le coordinate del punto nello spazio 3D e la sua proiezione 2D:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \frac{x}{z} \\ f \frac{y}{z} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fx \\ fy \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

oppure, in forma matriciale:

$$\tilde{m} = \mathbf{P}\tilde{M} \quad (3.3)$$

La matrice \mathbf{P} è detta *matrice di proiezione prospettica* e stabilisce dunque una relazione lineare tra due punti presi in considerazione mediante il modello pinhole.

3.3 Modello di fotocamera più realistico

Non si può trascurare il fatto che il modello pinhole resta comunque un'approssimazione del reale funzionamento della fotocamera. E' possibile tuttavia rendere il modello più realistico considerando alcuni fattori come:

- la digitalizzazione dell'immagine;
- la trasformazione rigida di roto-traslazione tra la fotocamera e la scena da essa ripresa;
- fenomeni distorsivi dovuti alle lenti.

3.3.1 Digitalizzazione dell'immagine

La digitalizzazione è la discretizzazione dell'immagine dovuta al sensore CCD, che rivela la scena e la identifica come una matrice bidimensionale di pixel. Da un punto di vista matematico questo processo viene rappresentato inserendo, nelle formule di proiezione, lo scaling lungo i due assi dovuto appunto alla discretizzazione del piano immagine, e la traslazione del punto principale (ovvero il punto di intersezione tra l'asse ottico e il piano immagine) dovuta alla scelta del sistema di riferimento pixel, che presenta l'origine nell'angolo in alto a sinistra dell'immagine e l'asse y orientato verso il basso.

Come si nota, i parametri intrinseci sono dunque 4. Si può estendere il modello a un caso più generale considerando un quinto parametro, detto *skew factor*, che occupa la posizione A(1,2) e rappresenta la cotangente dell'angolo tra gli assi di riferimento del sensore. In pratica questo fattore è quasi sempre nullo, ma nel caso di difetti costruttivi del sensore esso deve essere considerato.

3.3.2 Trasformazione rigida tra la fotocamera e la scena

Le considerazioni fatte finora si sono basate sull'assunzione che il sistema di riferimento della scena coincida con quello solidale alla fotocamera. In realtà tra i due sistemi di riferimento sussistono una rotazione attorno al centro ottico, rappresentabile mediante una matrice ortogonale \mathbf{R} , e una traslazione rappresentabile mediante un vettore t . La relazione tra le coordinate di uno stesso punto nei due sistemi di riferimento è quindi:

$$M = \mathbf{R}W + t \quad (3.7)$$

dove M rappresenta le coordinate del punto nel sistema di riferimento solidale alla fotocamera, mentre W rappresenta il medesimo punto espresso nel sistema di riferimento esterno. In coordinate omogenee questa relazione si esprime come:

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{W} = \mathbf{G}\tilde{W} \quad (3.8)$$

In seguito a queste considerazioni possiamo riscrivere la relazione che lega il punto 3D alla sua proiezione 2D sull'immagine. Dalla formula 3.3 si avrà dunque:

$$\tilde{m} = \mathbf{P}\tilde{M} = \mathbf{A}[\mathbf{I}|\mathbf{0}]\tilde{M}$$

in cui, inserendo la relazione 3.8, si ottiene:

$$\tilde{m} = \mathbf{A}[\mathbf{I}|\mathbf{0}]\mathbf{G}\tilde{W} \quad (3.9)$$

Si nota che in questa formulazione generale la matrice di proiezione prospettica assume la forma:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A} [\mathbf{I}|0] \mathbf{G} \quad (3.10)$$

La matrice \mathbf{G} , che modella la posizione della telecamera rispetto alla scena, è detta *matrice dei parametri estrinseci*. Una generica matrice di rotazione è definita da 3 parametri indipendenti, che corrispondono ai valori degli angoli di rotazione rispetto agli assi del sistema di riferimento. I parametri estrinseci sono quindi $3+3 = 6$. La matrice di proiezione più generale tiene quindi conto degli effetti del sensore, tramite \mathbf{A} , della posizione del sistema di riferimento esterno grazie a \mathbf{G} e della proiezione prospettica rappresentata da $[\mathbf{I}|0]$.

3.3.3 Fenomeni di distorsione dovuti alle lenti

Il modello pinhole della fotocamera descritto sinora non è ancora sufficiente a descrivere in maniera completa la trasformazione geometrica che subiscono le immagini acquisite. Infatti, le considerazioni fatte riguardo al modello pinhole della fotocamera si sono basate sul cosiddetto modello delle lenti sottili, che rappresenta però un caso idealizzato. Per quanto i progressi compiuti dall'ottica abbiano portato alla costruzione di lenti sempre più prossime a queste ipotesi di idealità, in esse è sempre presente una certa componente dominante di distorsione radiale, dovuta alle dimensioni reali della lente, ed una secondaria distorsione tangenziale, causata dal decentramento dell'asse della lente causata da un cattivo allineamento della componentistica della lente.

Gli effetti distorsivi vengono modellati matematicamente mediante una relazione non lineare tra i punti effettivamente osservati sul piano immagine $(u, v)^T$ e dipendente dalla distanza r dal centro di distorsione:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ v_d \end{pmatrix} = L(r) \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

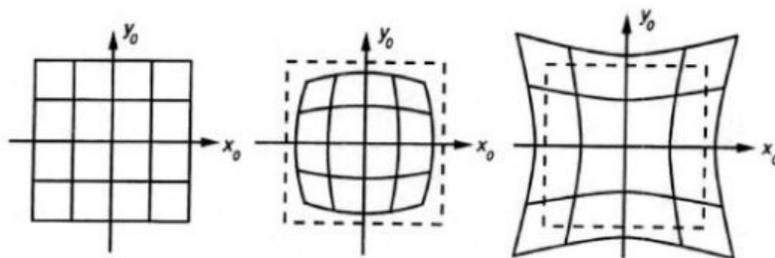


Figura 3.5: *Distorsione "a barile" e "a cuscino"*

$L(r)$ è la funzione di distorsione radiale ed è definita solamente per r positivi. Tipicamente essa viene approssimata tramite il suo sviluppo di Taylor, fino ad un ordine n dipendentemente dalla precisione voluta:

$$L(r) = 1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots \quad (3.12)$$

Il vettore di distorsione tangenziale $(du, dv)^T$ è invece approssimato nel modo seguente:

$$\begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2p_1 uv + p_2(r^2 + 2u^2) \\ 2p_2 uv + p_1(r^2 + 2v^2) \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

I coefficienti per la correzione della distorsione radiale k_1, k_2, \dots, k_n insieme al centro di distorsione radiale e i due coefficienti di distorsione tangenziale p_1 e p_2 si aggiungono all'insieme dei parametri intrinseci del modello standard di una telecamera. Tipicamente si assume, per semplicità, che il centro di distorsione radiale coincida con il centro dell'immagine.

Il parametro più importante è k_1 in quanto è quello che influenza maggiormente l'entità della distorsione: se $k_1 < 0$ si ha una cosiddetta "distorsione a barile", se invece $k_1 > 0$ si ottiene una "distorsione a cuscino". Le due tipologie di distorsione sono illustrate in figura 3.5:

La prima è causata da un effetto di ingrandimento dell'immagine nella parte centrale che diminuisce man mano che ci si allontana dall'asse ottico. L'effetto ottico che ne deriva è di un'immagine che sembra avvolta attorno ad una sfera o un barile. La seconda è l'opposto della prima: l'ingrandimento dell'immagine cresce all'aumen-

tare della distanza dall'asse ottico. L'effetto ottico causa la tendenza delle linee non passanti per il centro ottico ad essere inclinate verso lo stesso, creando, appunto, una forma simile ad un cuscino.

3.4 La calibrazione della fotocamera

Riepilogando quanto descritto nei paragrafi precedenti, il processo di formazione dell'immagine è modellizzato con le seguenti 4 fasi:

1. Trasformazione delle coordinate dal sistema di riferimento esterno al sistema solidale alla fotocamera, mediante la matrice dei parametri estrinseci:

$$M = \mathbf{R}W + t$$

2. Proiezione prospettica sul piano dell'immagine:

$$\begin{cases} u = \frac{f}{z}x \\ v = \frac{f}{z}y \end{cases}$$

3. Inserimento nel modello delle deformazioni dovute alle lenti:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ v_d \end{pmatrix} = L(r) \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

4. Passaggio dal sistema di riferimento standard 2D a quello in coordinate pixel mediante la matrice dei parametri intrinseci:

$$m = \mathbf{A} \begin{pmatrix} u_d \\ v_d \end{pmatrix}$$

Per conoscere la matrice di proiezione prospettica P è necessario valutare i parametri intrinseci che costituiscono la matrice A e quelli estrinseci relativi alla matrice

G. I parametri intrinseci rappresentano la geometria interna della fotocamera e le caratteristiche ottiche, mentre quelli estrinseci fanno riferimento alla posizione e all'orientazione del sistema di riferimento solidale alla fotocamera rispetto al sistema di riferimento esterno. Il processo di stima di tali parametri è detto *calibrazione* e si basa sul presupposto che si conoscano le proiezioni di alcuni punti 3D, detti *punti di calibrazione*, le cui coordinate sono note. Il processo di calibrazione andrà dunque a suddividersi in due fasi separate, una detta calibrazione interna e l'altra calibrazione esterna.

La *calibrazione interna* consente di determinare la lunghezza focale f_0 , le coordinate (u_0, v_0) del centro immagine espresse nel sistema di riferimento pixel dell'immagine, le dimensioni Δu e Δv dei pixel che costituiscono i fattori di scala che tengono conto della discretizzazione dell'immagine, e infine i parametri che caratterizzano la distorsione radiale e tangenziale delle lenti. Questa fase di calibrazione è necessaria una sola volta in quanti i parametri intrinseci dipendono dall'hardware della fotocamera, e restano pertanto invariati finché la fotocamera utilizzata resta la stessa.

La *calibrazione esterna* consente di determinare la matrice di rotazione R ed il vettore di traslazione t che definiscono le trasformazioni necessarie al passaggio dal sistema di riferimento della fotocamera a quello esterno e viceversa. Per tale motivo, ogniqualvolta la fotocamera viene spostata anche solo accidentalmente si rende necessario ripetere la procedura di calibrazione esterna.

Esistono diversi metodi di calibrazione per la stima dei parametri intrinseci ed estrinseci di una fotocamera. Tra i più utilizzati possiamo menzionare il metodo di Tsai [5] nel quale i parametri k_u , k_v , u_0 , v_0 non sono soggetti a calibrazione ma vengono considerati come dati noti forniti dal costruttore della fotocamera. La calibrazione è dunque mirata alla stima dei rimanenti parametri e dei coefficienti di distorsione radiale delle lenti. In particolare, in prima approssimazione si assume che il punto principale si trovi al centro del piano immagine. Se i punti di calibrazione non sono coplanari, il metodo può stimare in più il fattore di scala.

Un metodo alternativo è quello di Caprile e Torre [1]. Questo metodo si discosta da quelli più comunemente utilizzati poichè non necessita delle coordinate assolute di punti della scena, ma sfrutta le proprietà di punti speciali per la trasformazione

proiettiva, ovvero i punti di fuga. È noto che, dato un fascio di rette parallele nello spazio, le corrispondenti proiezioni prospettiche sul piano immagine appaiono convergere ad un punto, chiamato punto di fuga. Questo metodo calcola i parametri intrinseci a partire da un'immagine di un opportuno pattern di calibrazione, ed il moto rigido della fotocamera a partire da una coppia di immagini dello stesso pattern. Se il riferimento assoluto viene considerato coincidente con il riferimento standard della fotocamera nella posizione della prima immagine, questo equivale invece al calcolo dei parametri estrinseci.

Il metodo utilizzato per la calibrazione della fotocamera usata in questo lavoro di tesi è il metodo di Zhang [9] la cui idea di base consiste nel ricavare i parametri della fotocamera risolvendo un sistema lineare di equazioni che mette in relazioni un insieme di punti 3D di coordinate note alle loro proiezioni sull'immagine. Ciò consente, pertanto, di calcolare la matrice di proiezione prospettica e la sua decomposizione in parametri intrinseci ed estrinseci. Le coordinate dei punti 3D vengono solitamente fissate su un oggetto, detto *pattern di calibrazione*, i cui punti interni (punti di calibrazione) hanno coordinate note. Tali punti sono costituiti dai vertici di elementi che nell'immagine devono essere riconoscibili senza ambiguità ed avere coordinate note con buona accuratezza. Nel metodo sviluppato da Zhang gli elementi sono quadrati disposti a scacchiera, solitamente di colore nero su sfondo bianco. L'acquisizione di tali pattern in diverse posizioni e orientazioni, utilizzando procedure ripetute fino a convergenza, consente di stimare i parametri intrinseci ed estrinseci che caratterizzano il sistema.

Volendo fare un riepilogo senza entrare nel dettaglio, la procedura raccomandata da Zhang per effettuare la calibrazione segue i seguenti step:

1. Stampare un pattern a forma di scacchiera. La lunghezza dei lati dei quadrati che formano la scacchiere e il numero di vertici interni devono essere noti.
2. Acquisire un numero sufficiente di immagini da diverse posizioni, muovendo la scacchiera o la fotocamera.
3. Identificare le features caratteristiche all'interno dell'immagine, ovvero i nodi tra i quadrati della scacchiera. Per ogni nodo identificato nell'immagine viene stabilita una corrispondenza con un punto 3D la cui posizione è nota.

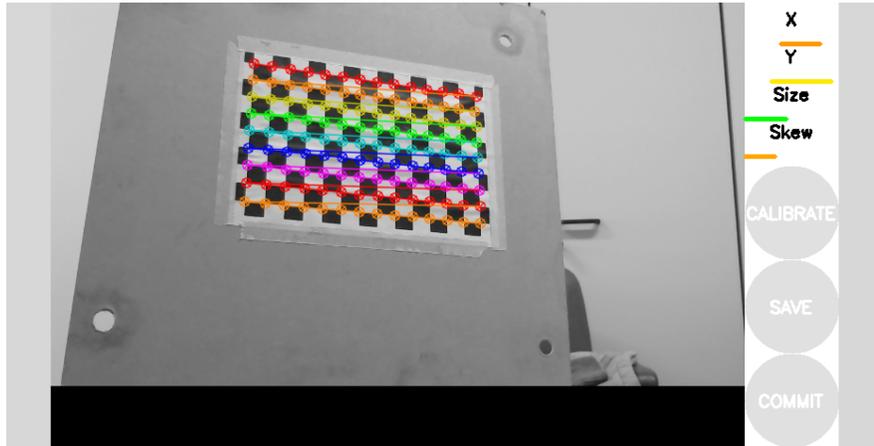


Figura 3.6: *Pattern a scacchiera utilizzato per la calibrazione*

4. Ricavare con metodo analitico la matrice dei parametri intrinseci \mathbf{A} e la matrice dei parametri estrinseci \mathbf{G} a partire dalla stima della matrice \mathbf{H} , nota come *omografia*. L'omografia rappresenta la forma più generale di trasformazione lineare tra due piani e può essere pensata come una semplificazione della matrice di proiezione prospettica \mathbf{P} nel caso piano. Essa infatti si ottiene riscrivendo l'equazione di proiezione prospettica nel caso in cui la scelta del sistema di riferimento esterno porti ad avere tutti i punti della scacchiera situati su di un piano con coordinate $z = 0$.
5. Stimare i coefficienti di distorsione radiale k_1 e k_2 .
6. Rifornire i risultati ottenuti mediante un'ottimizzazione non-lineare.

3.5 Optical Flow Sensor

Il principale sistema di visione utilizzato per la navigazione del Modulo di Traslazione è un sistema ottico di tipo mouse, che effettua l'analisi dell'*optical flow* per ricostruire il moto percorso in un sistema di riferimento solidale al sensore ottico. Possiamo definire l'*optical flow* come la traiettoria seguita dal moto apparente di un oggetto.

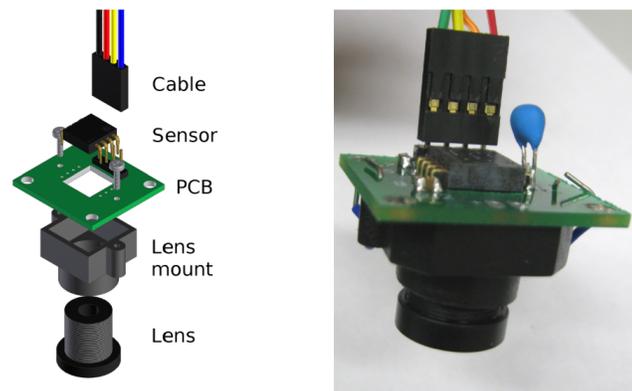


Figura 3.7: *Componenti di un sensore OFS*

I componenti di un OFS, o *Optical Flow Sensor*, sono essenzialmente un sensore ottico che cattura delle immagini del piano di supporto su cui si compie il moto, il quale è collegato ad un chip programmato con un algoritmo per processare le immagini acquisite. Il sistema è completato da un LED che illumina la superficie ripresa dal sensore ottico.

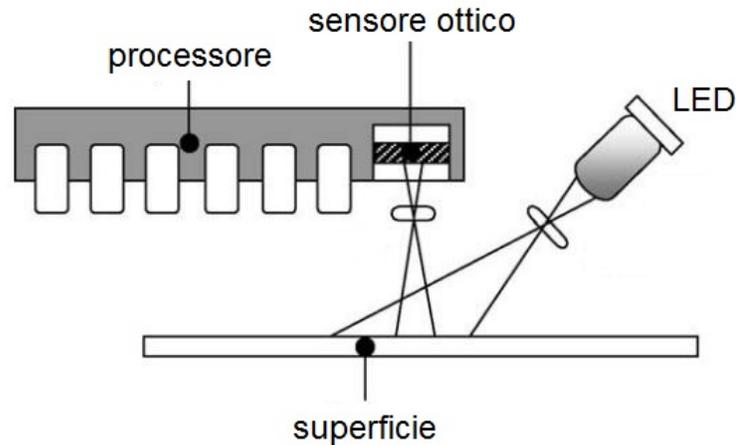


Figura 3.8: *Rappresentazione schematica di un OFS*

Le immagini vengono elaborate per coppie ed acquisite in scala di grigi. Ogni immagine viene dunque rappresentata come una matrice di pixel, a ciascuno dei quali viene associato un valore che ne indica l'intensità del colore. L'algoritmo di elaborazione valuta la *funzione di correlazione* tra due fotogrammi successivi, otte-

nuta sovrapponendo le due immagini secondo le possibili direzioni di spostamento relativo tra di esse, e calcolando la somma totale dei prodotti delle intensità dei pixel sovrapposti. Essa si può esprimere come:

$$\Phi(m, n) = \sum_{i,j} I_A(i, j)I_B(i + m, j + n) \quad (3.14)$$

dove I_A e I_B rappresentano l'intensità del pixel, (i, j) sono le coordinate del pixel in esame, mentre m e n rappresentano lo spostamento in pixel in direzione rispettivamente orizzontale e verticale.

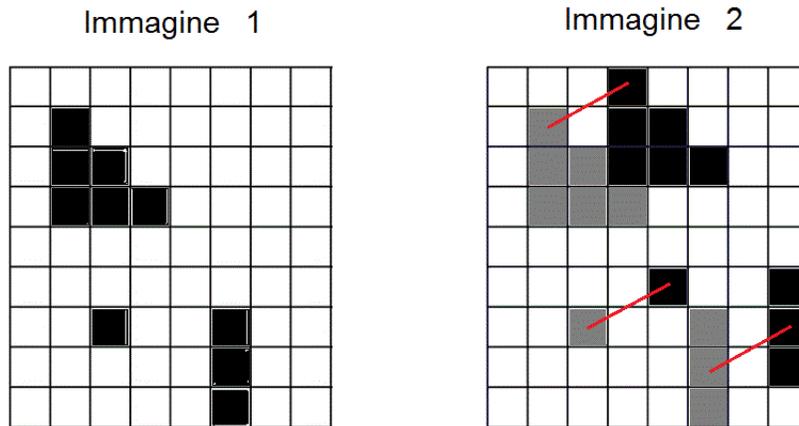


Figura 3.9: Esempio di due immagini acquisite successivamente. Il tratto rosso rappresenta lo spostamento con cui si ottiene una sovrapposizione delle due immagini.

Quando due immagini sono sovrapposte, la funzione di correlazione presenta un picco. Lo spostamento che ha portato le due immagini a fornire questo picco nella funzione di correlazione è quello che più probabilmente si è effettivamente verificato, e il vettore di spostamento così ottenuto viene fornito come output dal processore.

Capitolo 4

Il filtro di Kalman

Il filtro di Kalman è un algoritmo di tipo ricorsivo utilizzato per stimare lo stato di un sistema dinamico lineare, a partire da misure soggette a rumore e linearmente dipendenti dallo stato in esame. Si struttura come uno stimatore di tipo *predictor-corrector*, ed è ottimizzato minimizzando la stima della covarianza dell'errore. Uno dei principali vantaggi nell'utilizzo del filtro di Kalman è il fatto che si adatta particolarmente bene a essere utilizzato in situazioni dove il sistema in esame viene osservato mediante differenti tipi di sensori, e dove nuove misure vengono continuamente fornite al filtro. Esso infatti è in grado di processare ogni nuovo input che gli viene fornito una volta che siano note:

- le leggi fisiche che modellano il sistema dinamico osservato
- la dinamica di funzionamento dei sensori utilizzati
- la descrizione statistica del rumore dei sensori e l'incertezza sul modello descrittivo del sistema
- qualsiasi informazione sulle condizioni iniziali delle variabili che descrivono lo stato del sistema

Inoltre non è necessario che il filtro memorizzi e riproccesi i dati precedenti ogniqualvolta gli viene fornita una nuova misura, ma è in grado di funzionare memorizzando solamente la stima calcolata all'ultimo step, la quale viene utilizzata come condizione iniziale. Tutte queste caratteristiche lo rendono adatto all'implementazione

per la stima in tempo reale dello stato di un sistema, con importanti applicazioni, ad esempio, nel settore della navigazione autonoma o assistita. Come si vedrà più avanti, è sufficiente intervenire sulle matrici utilizzate nelle equazioni del filtro e sulla stima iniziale della covarianza dell'errore, per adattare l'algoritmo a diverse condizioni di utilizzo e verificare, ad esempio, quali e quante tipologie di sensori convenga utilizzare nello sviluppo di un sistema di navigazione.

4.1 Rappresentazione in spazio di stato di un sistema

La rappresentazione in spazio di stato (*state-space model*) è una convenzione matematica che si rende necessaria per modellare il comportamento di un sistema fisico mediante un sistema di equazioni differenziali del I ordine.

4.1.1 L'equazione di stato

Lo *stato* di un sistema dinamico si può definire come un insieme costituito dal minor numero di variabili necessarie per descrivere il sistema ed il suo comportamento sotto l'influenza di qualunque input. Tali variabili sono dette *variabili di stato* e possono essere utilizzate per esprimere lo stato del sistema in forma vettoriale mediante un *vettore di stato* $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$. Se consideriamo un sistema di input u_1, u_2, \dots, u_r possiamo descrivere il sistema mediante un set di n equazioni differenziali del primo ordine, dove la derivata prima di ognuna delle n variabili di stato viene espressa come funzione delle variabili di stato e dell'input fornito. Tali equazioni descrittive del sistema sono dette *equazioni di stato* e possono essere espresse nel seguente modo per ogni i -esima variabile di stato:

$$\dot{x}_i = f_i(x, u, t) \quad (4.1)$$

Supponiamo ora che il nostro sistema sia lineare e tempo-invariante (LTI). In tal caso è possibile descrivere il sistema mediante delle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1r}u_r \\
 \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2r}u_r \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nr}u_r
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Risulta ora possibile esprimere l'equazione di stato in forma matriciale come:

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \tag{4.3}$$

dove il vettore di stato x è un vettore colonna di lunghezza n , il vettore di input u è un vettore colonna di lunghezza r , \mathbf{A} è una matrice quadrata di dimensione $n \times n$ composta dai coefficienti costanti nel tempo a_{ij} , mentre \mathbf{B} è la matrice $n \times r$ dei coefficienti b_{ij} che pesa gli input nell'equazione di stato.

4.1.2 Output ed equazione di misura

Allo stesso modo è possibile definire gli output forniti dal sistema come un insieme di variabili di interesse, rappresentabili come combinazione lineare delle variabili di stato e degli input. Se definiamo m variabili come output in un sistema di ordine n , esse sono descrivibili mediante un sistema di m equazioni:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n + d_{11}u_1 + \dots + d_{1r}u_r \\
 y_2 &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n + d_{21}u_1 + \dots + d_{2r}u_r \\
 &\vdots \\
 y_m &= c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + \dots + c_{mn}x_n + d_{m1}u_1 + \dots + d_{mr}u_r
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

o in forma matriciale:

$$y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u \tag{4.5}$$

dove \mathbf{C} è una matrice $m \times r$ e \mathbf{D} è una matrice $m \times r$, entrambe a coefficienti costanti, che pesano rispettivamente le variabili di stato e gli input nell'equazione (5), a cui più avanti ci riferiremo come *equazione di misura*. Per molti sistemi fisici la matrice \mathbf{D} risulta nulla e quindi la (5) si può semplificare come:

$$y = \mathbf{C}x \quad (4.6)$$

La trattazione eseguita finora fa riferimento ad equazioni espresse in tempo continuo. Da un punto di vista computazionale risulta più comodo operare a tempo discreto, ottenendo la seguente forma per l'equazione di stato e per l'equazione di misura:

$$x_{k+1} = \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}u_k \quad (4.7)$$

$$y_k = \mathbf{C}x_k + \mathbf{D}u_k \quad (4.8)$$

4.1.3 Esempio: sistema massa-molla-smorzatore

Consideriamo il sistema del secondo ordine massa-molla-smorzatore, la cui dinamica è governata dall'equazione:

$$m\ddot{p} + c\dot{p} + kp = F \quad (4.9)$$

Chiamiamo $x_1 = p$ e $x_2 = \dot{p} = \dot{x}_1$; esplicitando \ddot{p} nell'equazione (9) ed esprimendosi in funzione di x_1 e x_2 si ottiene la relazione $\ddot{p} = \dot{x}_2 = (F - cx_2 - kx_1)/m$. In seguito a queste considerazioni si può scrivere l'equazione di stato del sistema in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \ddot{p} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ \dot{p} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} F \quad (4.10)$$

Se si indica con $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ \dot{p} \end{pmatrix}$ il vettore di stato del sistema e con $u = F$ l'input fornito, si ottiene che l'equazione (10) è espressa nella forma canonica descritta dall'equazione (3). Consideriamo ora che l'output del sistema che vogliamo misurare sia la posizione p della massa m . Si ottiene la seguente relazione:

$$y = p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

che rappresenta l'equazione di misura espressa nella forma (6).

4.2 Filtro di Kalman lineare

La formulazione originale del filtro prevede che esista una relazione lineare che lega le misure allo stato del sistema, il quale evolve e viene osservato a tempo discreto. Sotto queste ipotesi, il filtro prende il nome di *filtro di Kalman lineare*, differente dal *filtro di Kalman esteso* la cui formulazione prevede invece una dipendenza non-lineare delle misure dallo stato del sistema.

L'equazione lineare stocastica che rappresenta la dinamica del sistema è generalmente indicata come:

$$x_k = \mathbf{A}x_{k-1} + \mathbf{B}u_k + w_{k-1} \quad (4.12)$$

dove $x \in \mathfrak{R}^n$ è il vettore di stato che contiene le variabili di interesse per la descrizione del sistema. L'obiettivo del filtro di Kalman è appunto quello di stimare le componenti di questo vettore.

Sul sistema viene effettuata una misura $z \in \mathfrak{R}^n$, rappresentata mediante l'equazione di misura:

$$z_k = \mathbf{H}x_k + v_k \quad (4.13)$$

Per quel che riguarda gli altri termini presenti nelle equazioni (1) e (2):

- $u \in \mathfrak{R}^l$ è un vettore che rappresenta un eventuale input di controllo imposto al sistema
- \mathbf{A} è una matrice $n \times n$ che lega lo stato del sistema allo step k con lo stato del sistema allo step precedente $k-1$
- \mathbf{B} è una matrice $n \times l$ che lega l'eventuale parametro di controllo u_k allo stato del sistema x_k
- w_k e v_k sono delle variabili aleatorie che rappresentano rispettivamente il rumore di processo dovuto all'incertezza sul modello descrittivo del sistema, e il rumore presente sulle misure effettuate dai sensori

Le variabili w_k e v_k rappresentano un rumore bianco, sono indipendenti tra loro e hanno una distribuzione di probabilità normale pari a:

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (4.14)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (4.15)$$

Le matrici \mathbf{Q} ed \mathbf{R} rappresentano rispettivamente la *covarianza del rumore di processo* e la *covarianza del rumore di misura*. Sebbene teoricamente possano variare ad ogni step, in questa trattazione esse sono assunte come costanti.

Per l'applicazione computazionale del filtro dobbiamo definire come \hat{x}_k^- lo stato *a priori* del sistema allo step k , mentre con \hat{x}_k indichiamo lo stato *a posteriori* allo step k stimato in seguito alla misura z_k . A questo punto è possibile definire:

- la stima dell'errore *a priori*: $e_k^- = x_k - \hat{x}_k^-$
- la stima dell'errore *a posteriori*: $e_k = x_k - \hat{x}_k$
- la stima della covarianza dell'errore *a priori*: $\mathbf{P}_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}]$
- la stima della covarianza dell'errore *a posteriori*: $\mathbf{P}_k = E[e_k e_k^T]$

Il filtro andrà dunque ad effettuare una stima dello stato del sistema *a posteriori* \hat{x}_k , che sarà una combinazione lineare tra lo stato *a priori* \hat{x}_k^- e la cosiddetta *innovazione di misura*, $(z_k - \mathbf{H}\hat{x}_k^-)$, pesata per un guadagno \mathbf{K} :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \mathbf{K}(z_k - \mathbf{H}\hat{x}_k^-) \quad (4.16)$$

Il guadagno \mathbf{K} è una matrice $n \times m$ e viene scelto in modo tale da minimizzare la covarianza dell'errore *a posteriori*, $\mathbf{P}_k = E[e_k e_k^T]$. In seguito a procedimenti matematici che non vengono qui illustrati (per una trattazione più approfondita si veda [8]) si ottiene il seguente risultato:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (4.17)$$

Si vuole evidenziare come al tendere a zero della matrice \mathbf{R} , il guadagno \mathbf{K} tenda verso il suo valore massimo pari a \mathbf{H}^{-1} , e quindi l'innovazione di misura assume un peso maggiore nella stima dello stato *a posteriori*. Questo significa che quando le misure vengono ritenute molto affidabili e poco soggette a rumore, è possibile fare in modo che il filtro dia ad esse un peso maggiore per aggiornare quella che era la stima *a priori* dello stato del sistema. Viceversa al tendere a zero della matrice \mathbf{P}^- , ovvero nel caso in cui la stima *a priori* tenda a coincidere con lo stato reale del sistema, il guadagno \mathbf{K} tende anch'esso a zero e la misura dei sensori viene quindi trascurata.

L'algoritmo del filtro di Kalman si può dividere dunque in due fasi principali:

1. una fase di predizione, detta *time update*, nella quale lo stato attuale del sistema e la covarianza dell'errore vengono proiettate all'istante di tempo successivo, dove andranno a rappresentare la stima *a priori* del sistema. Le equazioni che rappresentano questa fase sono quindi:

$$\hat{x}_k^- = \mathbf{A}\hat{x}_{k-1} + \mathbf{B}u_k \quad (4.18)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (4.19)$$

2. una fase di correzione, detta *measurement update*, nella quale lo stato del sistema viene corretto sulla base delle misure fornite in input. Le equazioni utilizzate in questa fase sono:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (4.20)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \mathbf{K}_k(z_k - \mathbf{H}\hat{x}_k^-) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H})\mathbf{P}_k^- \quad (4.22)$$

Come si è visto, il filtro di Kalman si comporta come un algoritmo di tipo *predictor-corrector* dove l'evoluzione del sistema viene stimata mediante una forma di controllo in feedback, costruito a partire dalle misure fornite dai sensori. Ad ogni step viene eseguita per prima cosa una stima dello stato *a priori*, che verrà poi corretto in uno stato *a posteriori* mediante la misura ottenuta in quello step. Questo stato *a posteriori* andrà poi a costituire lo stato *a priori* dello step successivo, e la procedura viene ripetuta in maniera ricorsiva step dopo step senza necessità di memorizzare tutti i dati utilizzati in precedenza. Questo è uno dei principali punti di forza che rendono il filtro di Kalman uno strumento molto flessibile. In figura 4.1 è riportato uno schema riassuntivo dell'algoritmo.

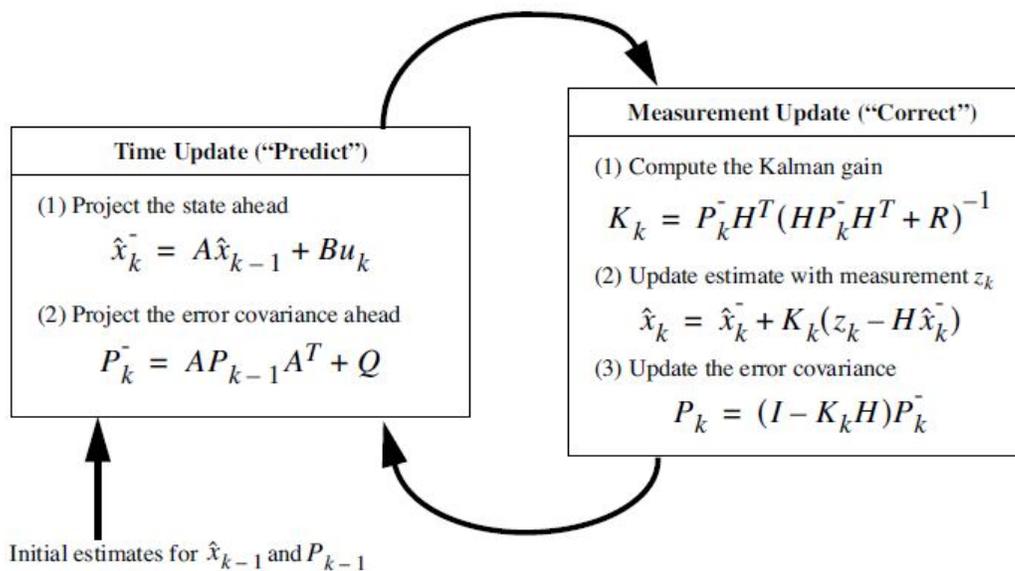


Figura 4.1: *Algoritmo del filtro di Kalman (fonte [8])*

Capitolo 5

Attività sperimentale

In questo capitolo verrà descritta nei dettagli l'attività sperimentale svolta in laboratorio. Per prima cosa verranno definiti gli obiettivi verso cui sono stati indirizzati i test in laboratorio, dopodiché si procederà a descrivere il setup sperimentale con le attrezzature e gli strumenti utilizzati, le modalità con le quali sono stati svolti i test, le modalità e le procedure di raccolta ed elaborazione dei dati, e infine verranno esposti e commentati i risultati ottenuti.

5.1 Finalità dell'attività sperimentale

Nell'ambito di questo lavoro di tesi, è stata svolta un'attività sperimentale volta a testare e validare la tecnologia impiegata nello sviluppo del sistema di navigazione per il Modulo di Traslazione, sia da un punto di vista dell'hardware che da un punto di vista del software. I test sono stati svolti in due fasi distinte, in quanto gli obiettivi che ci si è preposti di raggiungere hanno richiesto l'utilizzo di due setup sperimentali differenti. In particolare la prima fase di test è stata mirata a :

- verificare l'accuratezza della ricostruzione del moto tramite gli OFS;
- verificare l'accuratezza della ricostruzione del moto tramite la fotocamera e ricavarne un modello di errore;
- verificare l'accuratezza nel riferire le misure degli OFS a un sistema di riferimento Globale mediante le stime della fotocamera;

- valutare l'efficienza nell'utilizzo di un filtro di Kalman per eliminare il rumore dalle misure degli OFS.

Gli obiettivi della seconda fase di test invece sono stati i seguenti:

- testare il comportamento del rumore negli OFS durante manovre combinate di roto-traslazione;
- valutare l'entità del drift degli OFS durante manovre che prevedano movimenti più ampi rispetto a quelli imponibili con le slitte meccaniche;
- confrontare la ricostruzione del moto mediante OFS e quella mediante fotocamera in queste condizioni di moto.

5.2 Setup sperimentale

5.2.1 Setup sperimentale della prima fase di test

La prima fase di test è stata effettuata utilizzando il solo Modulo di Traslazione (TM) del simulatore, parzialmente completo. Non erano infatti montati alcuni componenti come i serbatoi e gli ugelli per l'aria compressa e il supporto per il modulo d'assetto. Tuttavia la mancanza di questi componenti non è stata rilevante ai fini dell'attività sperimentale svolta per questa tesi.

Il TM presentava dunque 3 unità OFS montate sulle rispettive piastre di supporto come previsto nella configurazione finale, a una distanza il più possibile maggiore dall'asse di rotazione così da migliorare l'accuratezza nella misura dei moti puramente rotazionali. Ciascun sensore ottico è inoltre affiancato da un LED per l'illuminazione della scena ripresa dagli OFS. A una distanza di 7 cm al di sotto degli OFS sono stati posti dei fogli su cui era stampata la trama a scacchiera, costituita da quadrati con un lato di 5 mm, scelta dopo alcuni test perché garantisce il raggiungimento di parametri ottimali per la qualità dell'immagine acquisita dagli OFS, riducendo così la perdita di conteggi. Il TM è stato inoltre montato su due slitte traslazionali per imporre il moto lungo due direzioni ortogonali. Il sistema così composto da TM e slitte è stato a sua volta montato su di una slitta rotazionale per imporre il moto di rotazione attorno ad un asse perpendicolare al piano di traslazione.

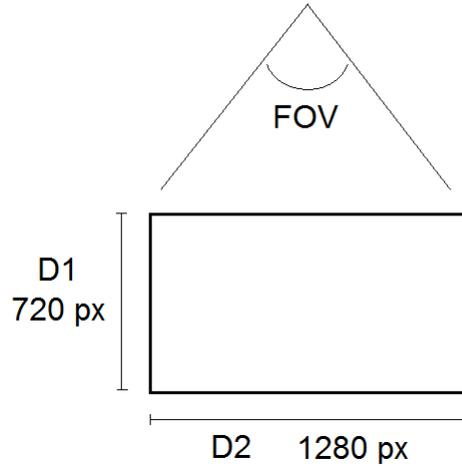


Figura 5.1: Risoluzione e FOV della fotocamera

Per il sistema di visione esterno è stata utilizzata una fotocamera ODROID USB, montata su di un treppiede ad una distanza di 95 cm dal piano di riferimento a cui sono posti i markers sul TM. L'altezza di posizionamento della fotocamera è stata scelta in modo da avere una risoluzione spaziale pari a 1 mm/pixel. Imponendo tale valore per la risoluzione spaziale, e sapendo che le immagini vengono acquisite con una risoluzione pari a 720x1280 pixel, vale la seguente relazione:

$$res = \frac{D_1}{720} = 1 \text{ mm} \quad (5.1)$$

dove res indica la risoluzione spaziale. Da questa relazione si ricava che il lato più corto dell'immagine corrisponde a una lunghezza pari a 0,72 mm sul piano in cui giacciono le piastre di supporto degli OFS ed i markers incollati sul TM. Sapendo che il campo di vista della fotocamera è $FOV = 68^\circ$ sul lato maggiore dell'immagine, possiamo scrivere la seguente relazione:

$$\tan\left(\frac{FOV}{2}\right) = \frac{D_2/2}{h} \quad (5.2)$$

dove D_2 è la lunghezza in [mm] corrispondente al lato più lungo dell'immagine. Dalla relazione si ricava che l'altezza a cui deve essere posta la fotocamera per ottenere una risoluzione spaziale di 1 mm/pixel è pari a $h = 0.95 \text{ m}$.

Infine sono stati usati dei markers per la ricostruzione del moto mediante l'elabo-

razione delle immagini acquisite dalla fotocamera. Tre di questi sono stati posti sulla superficie del modulo di traslazione, sulla piastra di supporto degli OFS, mentre altri 4 sono stati posti a terra, al fine di determinare la posizione della fotocamera rispetto al sistema di riferimento Globale. La forma scelta per i markers verrà discussa nel paragrafo relativo all'elaborazione dei dati.

5.2.2 Setup sperimentale della seconda fase di test

La seconda fase di test è stata mirata a testare il comportamento dei sensori di navigazione quando il TM si muove sui pattini ad aria compressa. Ci sono alcune importanti differenze dal caso in cui il moto viene imposto con le slitte meccaniche, ovvero:

- In questa seconda fase di test non si conosceva con precisione il moto imposto e quindi si sono utilizzate solo le stime fornite dalla fotocamera come riferimento per valutare il funzionamento degli OFS.
- Il piano di supporto era costituito dal tavolo in granito mentre precedentemente il TM era montato sulle slitte poste a terra.
- Sul TM erano montati tutti i componenti che saranno presenti nella sua configurazione finale eccetto il Modulo di Assetto e i serbatoi per l'aria compressa. Rispetto al caso precedente sono stati aggiunti i pattini ad aria compressa, i supporti per i serbatoi e per l'AM, mentre il circuito pneumatico è stato alimentato da un compressore esterno.
- Il posizionamento della fotocamera è differente, questa volta infatti è posta ad un'altezza di 116 cm dal piano di moto, ottenendo così una risoluzione spaziale di 1.2 mm/pixel.

5.3 Esecuzione test

Per quel che riguarda la prima fase, i test sono stati effettuati utilizzando le tre slitte per imporre al TM di seguire una traiettoria prestabilita. Per testare il funzionamento dei sensori in maniera più completa sono state imposte traiettorie differenti, alcune

contenenti solo manovre di traslazione, alcune di sola rotazione e altre contenenti manovre combinate di rotazione e traslazione. Le manovre sono state necessariamente suddivise in step, in quanto non era possibile sincronizzare le slitte e farle funzionare contemporaneamente per generare moti combinati. Nella seconda fase di test il moto è stato imposto manualmente, facendo in modo che il TM effettuasse moti combinati di roto-traslazione.

5.3.1 Raccolta dei dati sperimentali

I dati degli OFS sono stati acquisiti mediante un microcontrollore Arduino UNO. I parametri forniti dagli OFS sono stati registrati senza interruzioni dall'istante iniziale all'istante finale del test, con una frequenza di acquisizione di 10 Hz, pari ad un'acquisizione ogni 100 ms. Ciascun sensore OFS fornisce 4 parametri, ovvero:

1. Conteggi lungo l'asse x
2. Conteggi lungo l'asse y
3. Surface Quality - SQUAL
4. *Brightness* (luminosità)

I valori del parametro SQUAL sono stati controllati in fase di test per verificare che garantissero delle letture affidabili dei dati provenienti dagli OFS. Ogni sensore OFS inoltre comunica con il microcontrollore ArduinoUNO mediante un protocollo SPI.

Per quel che riguarda la fotocamera, durante la prima fase di test i dati sono stati acquisiti manualmente all'istante iniziale del test e alla fine di ogni step in cui è stata suddivisa la manovra, così da poter avere un riferimento preciso della posizione del TM in quell'istante. Ciò che si ottiene mediante la fotocamera sono dei fotogrammi raffiguranti la scena nell'istante dell'acquisizione, e per ricavare la posizione e l'assetto del TM è necessario effettuare un'elaborazione dell'immagine offline mediante un codice Matlab. Ciascun fotogramma acquisito presenta una dimensione di 2,764 MB e una risoluzione pari a 720x1280 pixels.

Durante la seconda fase di test è stato implementato un algoritmo che permette di sincronizzare le acquisizioni della fotocamera con quelle degli OFS. In questo modo è stato possibile imporre una frequenza di acquisizione delle immagini pari a 0.2 Hz.

5.4 Elaborazione dei dati

L'elaborazione dei dati raccolti è stata effettuata offline mediante MATLAB ed è finalizzata a ricostruire il moto del TM nel sistema di riferimento globale. Si possono individuare 4 fasi principali nella procedura di elaborazione dei dati:

1. Ricostruzione del moto nel sistema di riferimento Body mediante gli OFS.
2. Ricostruzione del moto nel sistema di riferimento Globale mediante la fotocamera.
3. Trasformazione del moto ricostruito mediante OFS dal sistema Body al sistema Globale.
4. Rimozione del bias accumulato dagli OFS mediante le misure effettuate dalla fotocamera.
5. Rimozione del rumore dalle misure degli OFS mediante il filtro di Kalman.

5.4.1 Ricostruzione del moto mediante gli OFS

Come già discusso in precedenza, come prima cosa risulta fondamentale tenere conto dei sistemi di riferimento in cui vengono espresse le grandezze utilizzate. Abbiamo quindi il sistema di riferimento Body, solidale con il modulo di traslazione, i 3 sistemi di riferimento solidali con ciascuno degli OFS, e il sistema di riferimento Globale.

Ogni i -esimo sensore OFS misura, nel proprio sistema di riferimento, il movimento effettuato dal TM durante ogni intervallo di campionamento Δt_k in base ai conteggi misurati lungo le direzioni di spostamento $x_{OFS,i}$ e $y_{OFS,i}$. Le misure sono incrementali a partire dalla posizione iniziale, e quello che si ottiene dai 3 sensori OFS alla fine della manovra è un vettore di spostamento definito come:

$$\Delta z = [\delta x_1, \delta y_1, \delta x_2, \delta y_2, \delta x_3, \delta y_3]^T \quad (5.3)$$

Ciò che però ci interessa ottenere è il vettore che esprime la variazione di posizione e di assetto del modulo di traslazione rispetto allo stato iniziale, che possiamo definire come:

$$\Delta S = A^+ \Delta z \quad (5.4)$$

dove A^+ è la pseudo-inversa della matrice A , a sua volta definita come:

$$A = \begin{bmatrix} c\sigma_1 & -s\sigma_1 & -r_1 s\tau_1 \\ s\sigma_1 & c\sigma_1 & r_1 c\tau_1 \\ c\sigma_2 & -s\sigma_2 & -r_2 s\tau_2 \\ s\sigma_2 & c\sigma_2 & r_2 c\tau_2 \\ c\sigma_3 & -s\sigma_3 & -r_3 s\tau_3 \\ s\sigma_3 & c\sigma_3 & r_3 c\tau_3 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

e le lettere s e c stanno ad indicare rispettivamente *sin* e *cos*. Si ricorda inoltre che σ indica l'angolo tra gli assi del sistema Body e del sistema OFS, τ rappresenta l'angolo tra l'asse Y del sistema OFS e il vettore perpendicolare alla congiungente tra il sensore e il centro del sistema Body, mentre r è la distanza tra il centro del sistema OFS e il centro del sistema Body.

In tal modo abbiamo ottenuto una misura dello spostamento e della variazione di assetto effettuati dal modulo di traslazione a partire dallo stato iniziale, nel sistema di riferimento Body. Il sistema di riferimento Body, essendo solidale al corpo del TM, subirà anch'esso una roto-traslazione. Per tal motivo, quando si andrà a ricostruire il moto nel sistema di riferimento Globale, sarà necessario conoscere la posizione e l'orientazione del sistema Body rispetto al sistema Globale in quello che è l'istante iniziale della manovra. Questa problematica verrà discussa dettagliatamente nei prossimi paragrafi.

5.4.2 Calibrazione dei sensori OFS

Per poter costruire la matrice A necessaria nelle formule di ricostruzione del moto è necessario stimare la posizione e l'orientazione di ciascun OFS rispetto al sistema Body solidale al modulo di traslazione, ovvero è necessario stimare il valore dei

parametri intrinseci $[r_i, \theta_i]$ e τ_i mediante una procedura di calibrazione. Questa procedura si può suddividere in due fasi, una iniziale e una di affinamento, come descritto in [7]:

FASE DI CALIBRAZIONE INIZIALE: mediante le slitte meccaniche descritte al paragrafo 5.2.1 si impone un moto prestabilito al modulo di traslazione. Gli spostamenti ΔX e ΔY del TM sono dunque noti, mentre da ciascun OFS si ricavano i vettori rappresentanti il numero di conteggi misurati lungo x e y , ovvero δx_i e δy_i . Con questi dati possiamo ottenere il valore della risoluzione k_i e l'orientazione σ_i di ciascun sensore OFS, mediante le seguenti formule:

$$k_i = \frac{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}}{\sqrt{\delta x_i^2 + \delta y_i^2}} \quad (5.6)$$

$$\sigma_i = \arctan\left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right) - \arctan\left(\frac{\delta x_i}{\delta y_i}\right)$$

Conoscendo la rotazione $\Delta\theta$ imposta attorno all'asse z del modulo di traslazione si possono invece ottenere la distanza r_i di ciascun OFS dal centro del TM e l'orientazione τ_i :

$$r_i = \bar{k}_i \frac{\sum_j \sqrt{\delta x_{i,j}^2 + \delta y_{i,j}^2}}{\Delta\theta} \quad (5.7)$$

$$\tau_i = \arctan\left(\frac{\delta x_i}{\delta y_i}\right) \quad (5.8)$$

La tabella illustra i risultati ottenuti dalla calibrazione:

[tabella]

FASE DI AFFINAMENTO DELLA CALIBRAZIONE: l'obiettivo di questa fase di affinamento è quello di determinare i parametri intrinseci al fine di minimizzare l'errore quadratico medio tra le misure effettuate degli OFS durante le manovre di calibrazione, Δz_k e le misure ricostruite a partire dallo spostamento imposto ΔS_k . Il vettore delle misure ricostruite dal moto imposto si esprime come:

$$\Delta\zeta_k = \tilde{A}(x)\Delta S_k \quad (5.9)$$

dove la matrice $\tilde{A}(x)$ è:

$$A = \begin{bmatrix} c\sigma_1/k_1 & -s\sigma_1/k_1 & -r_1s\tau_1/k_1 \\ s\sigma_1/k_1 & c\sigma_1/k_1 & r_1c\tau_1/k_1 \\ c\sigma_2/k_2 & -s\sigma_2/k_2 & -r_2s\tau_2/k_2 \\ s\sigma_2/k_2 & c\sigma_2/k_2 & r_2c\tau_2/k_2 \\ c\sigma_3/k_3 & -s\sigma_3/k_3 & -r_3s\tau_3/k_3 \\ s\sigma_3/k_3 & c\sigma_3/k_3 & r_3c\tau_3/k_3 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

La funzione da minimizzare sarà dunque:

$$f(x) = \sum_k \|\Delta\zeta_k - \Delta z_k\|^2 \quad (5.11)$$

I risultati ottenuti dalla calibrazione sono riportanti nella tabella 5.1.

	k [mm/ct.]	r [mm]
OFS 1	5.8	259
OFS 2	5.5	261
OFS 3	5.6	257

Tabella 5.1: *Risultati calibrazione OFS*

5.4.3 Ricostruzione del moto mediante fotocamera

L'approccio utilizzato per ricavare il moto del modulo di traslazione mediante un *vision based system* è quello impiegato in [2]. Ciò equivale a risolvere il cosiddetto problema PnP (Perspective- n -Point), ovvero quello di ricavare la posizione e l'orientazione di una fotocamera in un sistema di riferimento fisso, a partire dalle corrispondenze tra alcuni punti 3D le cui posizioni sono note nel sistema di riferimento Globale, e le rispettive proiezioni 2D sul piano dell'immagine. Il numero minimo di punti 3D che è necessario conoscere per ottenere un numero finito di soluzioni è $n=3$, nel cui caso si ottiene un problema di tipo P3P (Perspective-Three-Point

Problem). Un quarto punto è tuttavia necessario per eliminare le ambiguità e ottenere una soluzione univoca. Il tutto cade comunque sotto l'ipotesi che si conoscano i parametri intrinseci della fotocamera utilizzata, ricavati mediante una procedura di calibrazione come descritto al capitolo 3.

Consideriamo innanzitutto il problema di determinare la posizione del TM rispetto alla fotocamera. Sono stati utilizzati 3 markers incollati sulla superficie del TM come indicato in figura 5.2, con coordinate ${}^B X_i$ note nel sistema di riferimento Body solidale al TM.

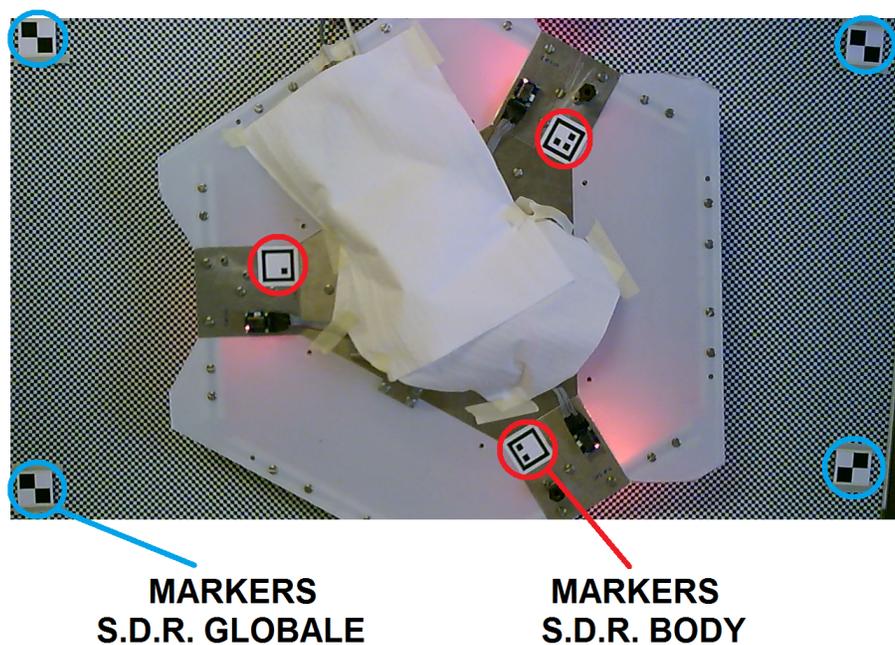


Figura 5.2: Immagine acquisita dalla fotocamera. Sono evidenziati i 3 markers sul TM ed i 4 markers a terra.

L'algoritmo di rilevazione dei markers è progettato in modo da ricercare, all'interno dell'immagine dopo essere stata opportunamente elaborata, degli oggetti di forma quadrata con bordo nero e area interna bianca, e di individuarne la posizione dei vertici interni. Inoltre, l'algoritmo è in grado di contare il numero di *holes* presenti all'interno del bordo nero e di numerare in maniera univoca i 4 vertici individuati. In tal modo è possibile distinguere i 3 markers tra di loro e stabilirne l'orientazione, oltre a determinare in maniera univoca la corrispondenza tra i punti 3D noti nel

sistema di riferimento Body e le rispettive proiezioni che verranno individuate sul piano dell'immagine.

La procedura di misurazione segue i seguenti step:

1. Una volta identificati i vertici dei markers si procede a calcolarne il centroide, così da ottenere le coordinate dei markers nel sistema di riferimento della fotocamera, espresse come ${}^C x_i = [{}^C x_i \ {}^C y_i \ 1]$.
2. A questo punto si risolve il problema P3P per i punti trovati. I risultati così ottenuti vengono elaborati mediante una procedura RANSAC in modo da eliminare le corrispondenze più inaccurate come illustrato in [3].
3. I risultati forniti dalla procedura RANSAC vengono ulteriormente rifiniti mediante una procedura di ottimizzazione non-lineare. Questa viene effettuata tramite un algoritmo di Levenberg-Marquardt, che mira a minimizzare l'errore di riproiezione tra i punti 2D identificati dal RANSAC e la rispettiva riproiezione sul piano immagine dei punti 3D noti.
4. La matrice di trasformazione che sovrappone i punti scelti nel sistema Camera a quelli nel sistema Globale ci fornisce la posizione e l'orientazione del modulo di traslazione rispetto alla fotocamera. Tale matrice può essere espressa come:

$${}^C_B \mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^C_B \mathbf{R} & {}^C_B t \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Dove ${}^C_B \mathbf{R}$ è la matrice di rotazione tra il sistema Body e il sistema Camera, e da essa è possibile ricavare gli angoli di Eulero che rappresentano l'orientazione del TM rispetto alla fotocamera. Il termine ${}^C_B t$ rappresenta invece la posizione del TM rispetto alla fotocamera nel sistema di riferimento Camera. La procedura viene ripetuta per ogni fotogramma acquisito dalla fotocamera e per ognuno di essi fornisce la posizione del TM nel sistema di riferimento solidale alla fotocamera.

Lo stesso approccio è stato utilizzato per ricavare la posizione della fotocamera nel sistema di riferimento globale. Mediante 4 markers posti a terra si sono individuati quattro punti utilizzati per risolvere in maniera univoca il problema P3P e ricavare la

matrice che esprime la posizione della fotocamera nel sistema di riferimento Globale, espressa come:

$${}^G_C\mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^G_C\mathbf{R} & {}^G_Ct \\ \mathbf{0}(1x3) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

I markers utilizzati in questo caso sono differenti in quanto la loro rilevazione all'interno dell'immagine è stata effettuata manualmente. L'algoritmo ha proceduto solamente a identificarne i 4 centri utilizzati come punti per risolvere il problema P3P. Ciò è stato possibile in quanto la posizione relativa tra fotocamera e terreno resta invariata durante tutta la durata del test, e quindi è sufficiente effettuare il calcolo della posizione e dell'orientazione una volta soltanto e non per ogni singolo fotogramma.

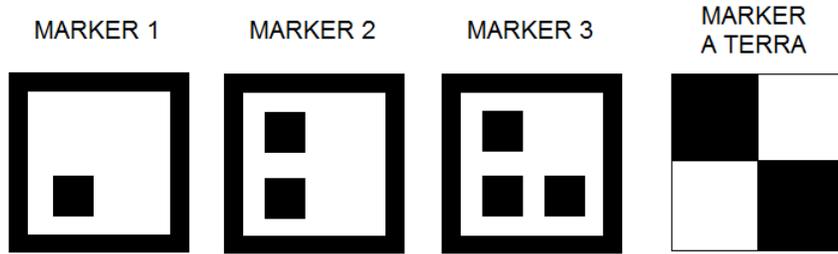


Figura 5.3: *Markers utilizzati*

Dopo che si sono ricavate le matrici di trasformazione come appena illustrato, è infine possibile ricostruire il moto del TM nel sistema di riferimento globale. Si avrà infatti che la matrice di trasformazione dal sistema Body al sistema Globale, ad ogni istante k in cui viene acquisita un'immagine dalla fotocamera sarà data da:

$${}^G_B\mathbf{T}(k) = {}^G_C\mathbf{T} \cdot {}^C_B\mathbf{T}(k) \quad (5.14)$$

dove:

$${}^C_B\mathbf{T}(k) = \begin{bmatrix} {}^C_B\mathbf{R}(k) & {}^C_Bt(k) \\ \mathbf{0}_{1x3} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Il termine ${}^G t(k)$ rappresenta la posizione del TM nel sistema di riferimento Globale all'istante k , mentre la matrice ${}^G \mathbf{R}(k)$ ne rappresenta l'assetto. Da quest'ultima è possibile ricavare l'assetto del TM espresso in termini di angoli di Eulero.

5.4.4 Filtraggio delle misure degli OFS

L'ultima procedura di elaborazione dei dati riguarda il filtraggio delle misure degli OFS al fine di rimuoverne il rumore, e l'utilizzo delle stime ricavate dall'elaborazione delle immagini per migliorare la precisione della ricostruzione del moto ottenuta mediante gli OFS. In particolare si sono seguiti i seguenti step:

1. Trasformazione del moto ricostruito mediante gli OFS dal sistema di riferimento Body al sistema di riferimento Globale, mediante la stima della posizione e dell'assetto all'istante iniziale della manovra, ottenuti dalla risoluzione del problema PnP ;
2. Filtraggio delle misure degli OFS mediante un filtro di Kalman lineare discreto;
3. Rimozione del bias accumulato dagli OFS mediante le stime ottenute dall'elaborazione dei fotogrammi acquisiti dalla fotocamera.

Vediamo ora nel dettaglio come si sono affrontate le suddette problematiche.

5.4.4.1 Ricostruzione del moto nel sistema di riferimento Globale

Come già detto, le misure ottenute dai sensori OFS sono incrementali e riferite al sistema di riferimento Body, con posizione e assetto fissati all'istante iniziale della manovra. Per ottenere delle misure di tipo assoluto e ricostruire il moto compiuto dal TM nel sistema di riferimento Globale, è dunque necessario conoscere la posizione e l'assetto del sistema di riferimento Body rispetto al sistema di riferimento Globale, nell'istante iniziale della manovra. Ciò è possibile grazie alla stima ottenuta mediante la fotocamera, in seguito alla ricerca dei markers e alla ricostruzione della posizione e dell'assetto del TM nel sistema di riferimento Globale, come descritto nei paragrafi precedenti. Una volta nota la matrice di trasformazione dal sistema Body al sistema Globale all'istante iniziale, ovvero ${}^G \mathbf{T}(0)$, si possono riferire le misure degli OFS al sistema di riferimento Globale nel modo seguente:

$${}^G S_{OFS}(k) = {}^G_B \mathbf{T}(0) \cdot {}^B S_{OFS}(k) \quad (5.16)$$

$${}^G \Theta_{OFS}(k) = {}^G \Theta_{CAM}(0) + {}^G_B \mathbf{R}(0) \cdot {}^B \Theta_{OFS}(k) \quad (5.17)$$

dove:

- $S_{OFS}(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ y(k) \\ z(k) \end{pmatrix}_{OFS}$ è la posizione del TM misurata dagli OFS
- $\Theta_{OFS}(k) = \begin{pmatrix} roll(k) \\ pitch(k) \\ yaw(k) \end{pmatrix}_{OFS}$ è l'assetto del TM misurato dagli OFS
- $\Theta_{CAM}(0) = \begin{pmatrix} roll(0) \\ pitch(0) \\ yaw(0) \end{pmatrix}_{CAM}$ è l'assetto del TM misurato dalla fotocamera all'istante iniziale
- gli indici B e G si riferiscono rispettivamente al sistema di riferimento Body e al sistema di riferimento Globale

5.4.4.2 Filtraggio delle misure degli OFS

Una volta che le misure sono state riferite al sistema di riferimento Globale vi è stato applicato il filtro di Kalman per rimuovere il rumore e per stimare le componenti di velocità lineare ed angolare del modulo di traslazione. L'equazione di stato e l'equazione di misura utilizzate nel filtro sono rispettivamente:

$$\dot{X} = \mathbf{A}X + w \quad (5.18)$$

$$z = \mathbf{H}X + v \quad (5.19)$$

dove:

• il vettore di stato del sistema è $X =$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \psi \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

• il vettore delle misure è $z =$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \psi \end{pmatrix}$$

• $\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• $\mathbf{H} =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $w = N(0, \mathbf{Q})$ è il rumore di processo
- $v = N(0, \mathbf{R})$ è il rumore di misura

La matrice di covarianza del rumore di processo \mathbf{Q} è stata ricavata in seguito ad un tuning, mirato a minimizzare l'errore tra lo stato stimato dal filtro e lo stato reale imposto mediante il movimento delle slitte meccaniche. La matrice di covarianza del rumore di misura \mathbf{R} è invece una caratteristica intrinseca dei sensori ed è stata ricavata effettuando un'analisi della covarianze degli errori di misura.

5.4.5 Rimozione del bias degli OFS

Durante i test è emerso che talvolta i sensori OFS perdono un conteggio lungo la direzione x o lungo la direzione y. Quando questa perdita di conteggi si accumula, le misure degli OFS risultano avere un bias rispetto a quello che è stato lo spostamento effettivo compiuto dal TM. Per stimare la quantità del bias accumulato si sono utilizzate le stime ricavate mediante la fotocamera come indicato di seguito:

$$bias_{XY}(j) = [S_{OFS}(j) - S_{CAM}(j)] \quad (5.20)$$

$$bias_{YAW}(j) = [\Theta_{OFS}(j) - \Theta_{CAM}(j)] \quad (5.21)$$

dove j è l'istante di tempo corrispondente all'acquisizione di un'immagine da parte della fotocamera. Una volta stimato il bias accumulato, le misure degli OFS vengono corrette eliminando il bias e il filtro di Kalman viene reinizializzato a partire dalla nuova stima di posizione e di assetto. In tal senso, si è ricavato un modello di errore per le stime degli OFS e per le stime ricavate mediante la fotocamera, in modo da ricavare un'indicazione sulla frequenza di acquisizione delle immagini necessaria per ottenere un effettivo miglioramento delle stime fornite dagli OFS.

5.5 Risultati ottenuti

5.5.1 Prestazioni fotocamera

In questa sezione si esporranno i risultati ottenuti dall'elaborazione dei dati sperimentali acquisiti durante i test in laboratorio. Per prima cosa si illustra il procedimento di ricostruzione del moto nel sistema di riferimento Globale mediante l'utilizzo della fotocamera. Le manovre imposte durante la prima fase di test sono state molteplici, in questo paragrafo si fa riferimento a quelle che hanno dato risultati più significativi ovvero:

TEST 1
traslazione 20 cm lungo l'asse Y nel s.d.r Body
traslazione -20 cm lungo l'asse Y nel s.d.r Body
traslazione +10 cm lungo l'asse X nel s.d.r Body
ripetizione degli step precedenti per un totale di 3 volte

Tabella 5.2: *Manovre imposte mediante slitte meccaniche, test 1*

TEST 2
rotazione di $+4^\circ$
traslazione di +2 cm lungo l'asse X nel s.d.r Body
rotazione di -4°
traslazione di -2 cm lungo l'asse X nel s.d.r Body

Tabella 5.3: *Manovre imposte mediante slitte meccaniche, test 1*

La figura 5.4 riporta a sinistra la stima dell'angolo di yaw nel sistema di riferimento solidale alla fotocamera, ottenuta dall'analisi dei 3 markers posti sulla superficie del TM per quel che riguarda il test 2. Dall'analisi dei 4 markers posti a terra è possibile, mediante l'equazione 5.14, ottenere la stima dell'angolo di yaw nel sistema di riferimento Globale. Sono inoltre riportare le diverse stime ottenute prima e dopo la procedura di ottimizzazione non lineare.

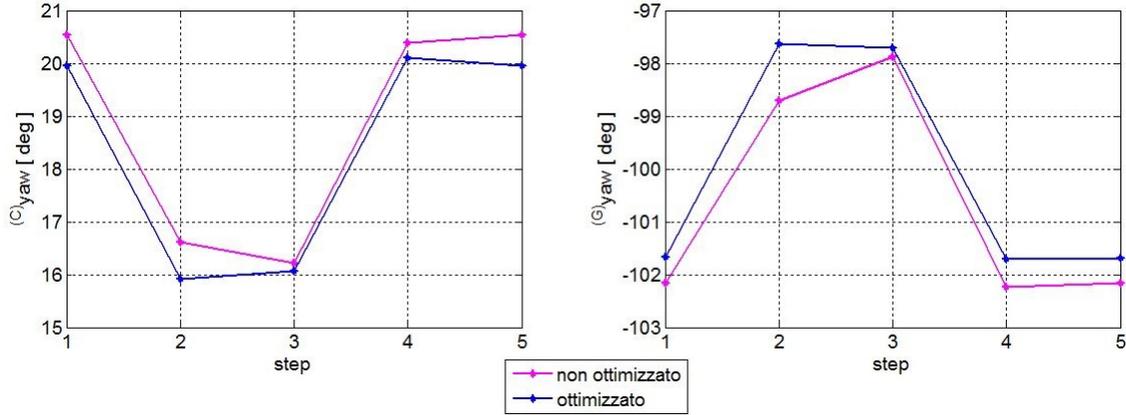


Figura 5.4: Ricostruzione del moto nel s.d.r Globale mediante la fotocamera

Effettuando un'analisi completa di tutte le acquisizioni effettuate mediante la fotocamera durante la prima fase di test, è stato possibile ricavare il valore del *Root Mean Square error* (RMSe) delle stime fornite dalla fotocamera. Denominando con x , y , e ψ i valori teorici attesi per la posizione lungo gli assi x e y e per il valore dell'angolo di yaw, e con x_{cam} , y_{cam} , ψ_{cam} i valori misurati mediante la fotocamera, l'RMSe si calcola come:

$$RMSe_x = \sqrt{\frac{(x - x_{cam})^2}{n}} \quad (5.22)$$

$$RMSe_y = \sqrt{\frac{(y - y_{cam})^2}{n}} \quad (5.23)$$

$$RMSe_\psi = \sqrt{\frac{(\psi - \psi_{cam})^2}{n}} \quad (5.24)$$

dove n è il numero di misure effettuate. I valori ottenuti sono:

$RMSe_x$	2.4704 [mm]
$RMSe_y$	0.9824 [mm]
$RMSe_\psi$	0.3529 [deg]

Tabella 5.4: Valori RMSe fotocamera

La figura 5.5 illustra gli errori e la RMS errore delle stime fornite dalla fotocamera per quel che riguarda le grandezze di riferimento del moto planare del TM, ovvero posizione lungo l'asse x, posizione lungo l'asse y e rotazione attorno all'asse z, nel sistema di riferimento Globale:

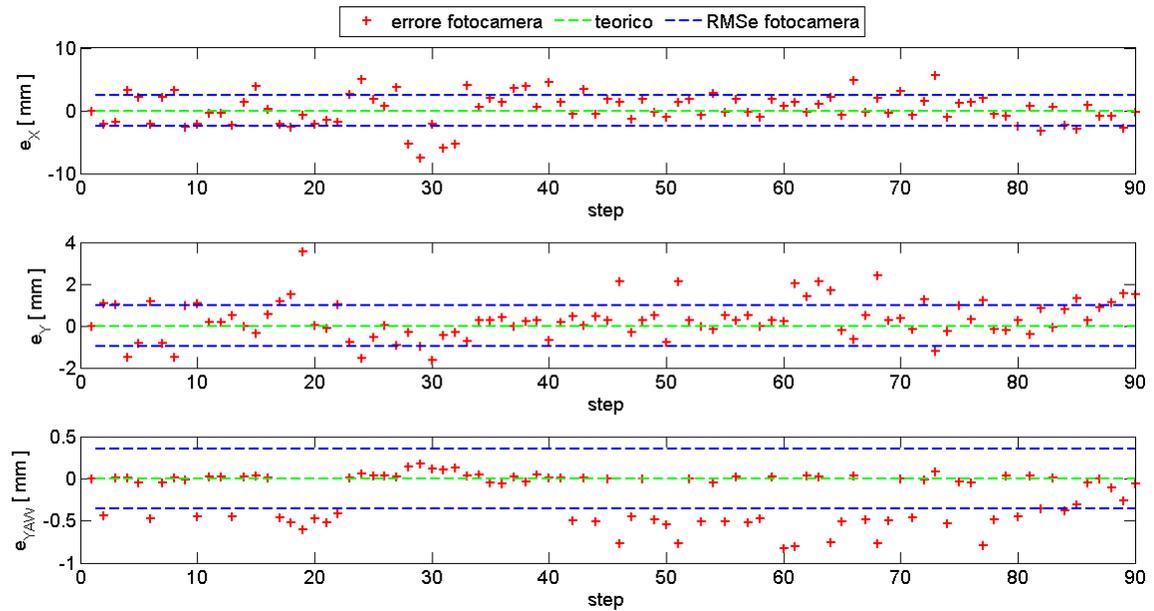


Figura 5.5: *Errore ed RMSe della fotocamera*

5.5.2 Prestazioni OFS

In questo paragrafo sono esposti i risultati ottenuti dalla ricostruzione del moto mediante gli *Optical Flow Sensors* assistiti dalla fotocamera. Per le stesse manovre descritte nella tabella 5.2 sono illustrati i grafici relativi alla trasformazione delle misure effettuate dagli OFS dal s.d.r. Body al s.d.r. Globale, per quel che riguarda il moto lungo gli assi X e Y, la rotazione attorno all'asse Z e la ricostruzione del moto sul piano XY.

Relativamente al TEST 1 si sono ottenuti i seguenti risultati:

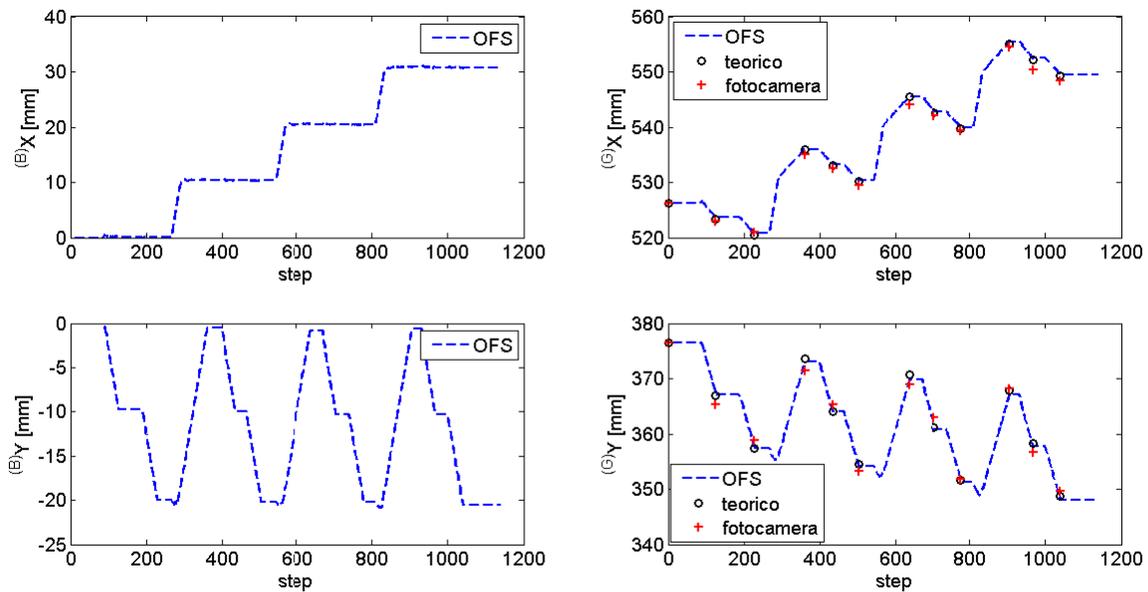


Figura 5.6: Posizioni misurate lungo gli assi X e Y (test 1)

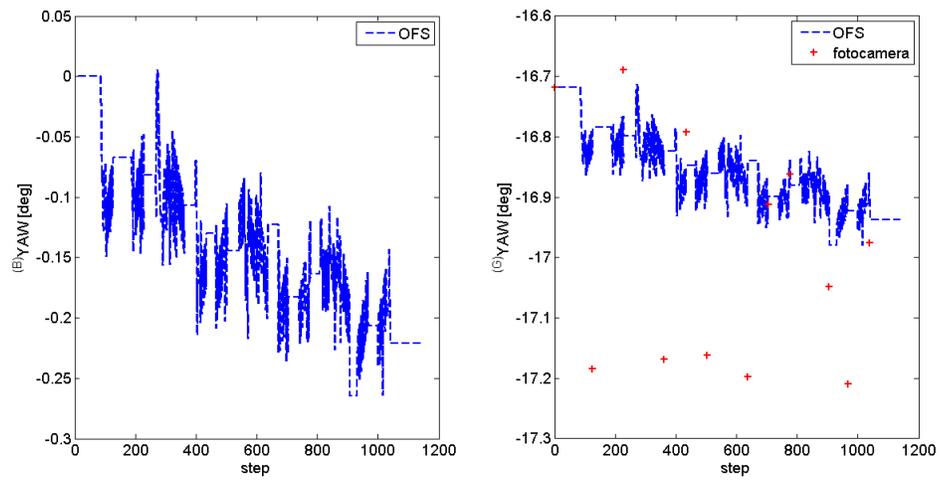


Figura 5.7: Rotazione attorno all'asse di Yaw (test 1)

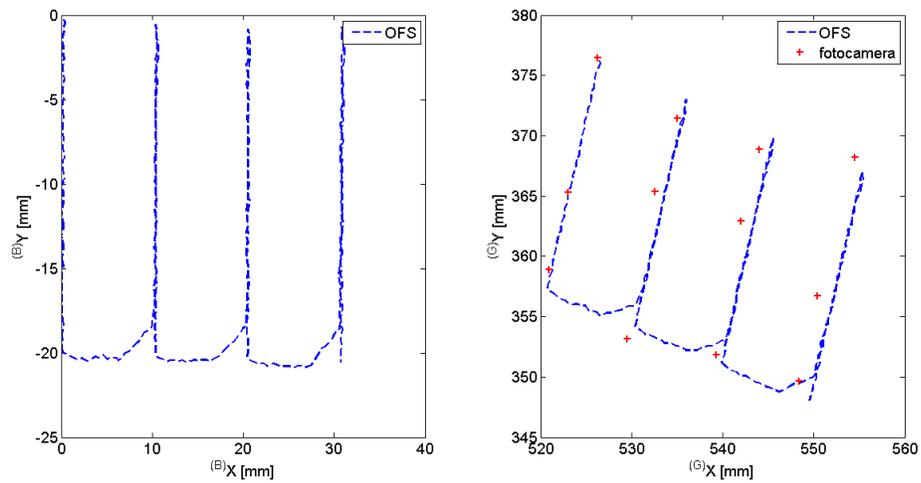


Figura 5.8: Posizione nel piano XY (test 1)

Relativamente al TEST 2 si sono ottenuti i seguenti risultati:

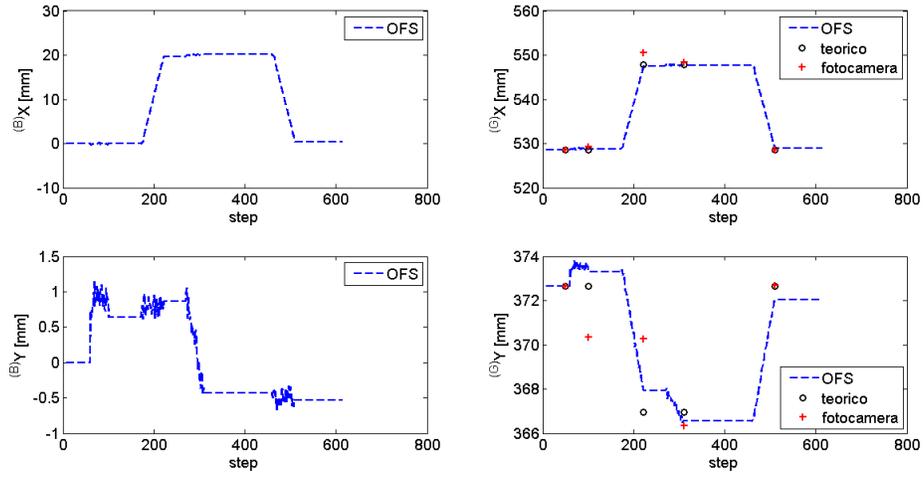


Figura 5.9: Posizioni misurate lungo gli assi X e Y (test 2)

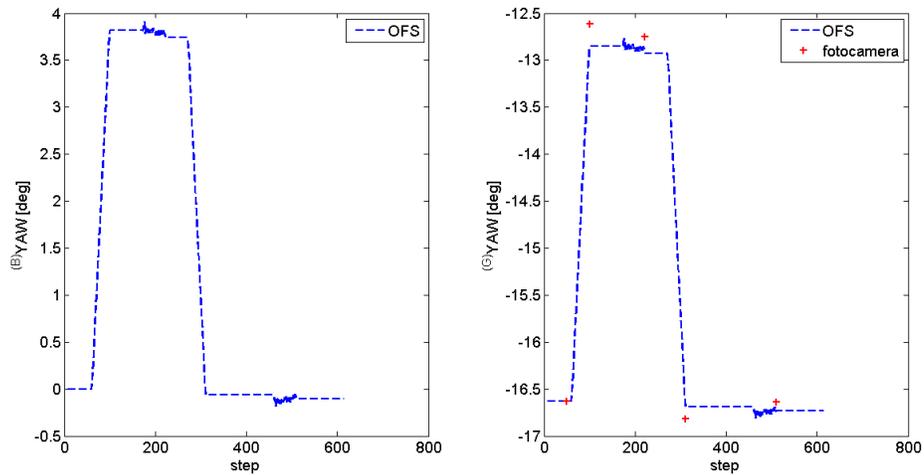
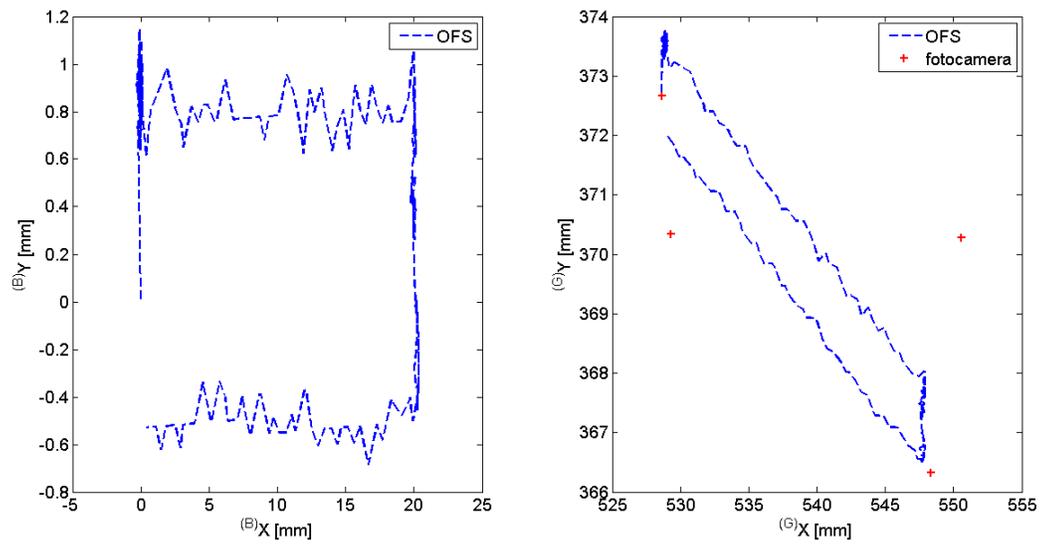


Figura 5.10: Rotazione attorno all'asse di Yaw (test 2)

Figura 5.11: Posizione nel piano XY (test 2)

In figura 5.12 sono riportati gli errori rilevati sulle stime degli OFS e del filtro di Kalman rispetto alla traiettoria di riferimento con un campione di dati che unisce tutte le acquisizioni effettuate durante le manovre imposte per la prima fase di test. Come illustrato in figura 5.15, le stime fornite dalla fotocamera sono state utilizzate per reinizializzare il filtro di Kalman e rimuovere così il bias accumulato dagli OFS. Si nota che in questo modo è possibile contenere gli errori di posizione sugli assi X e Y al di sotto dei 5 mm, e gli errori sulla stima dell'angolo di yaw al di sotto di 0.5° .

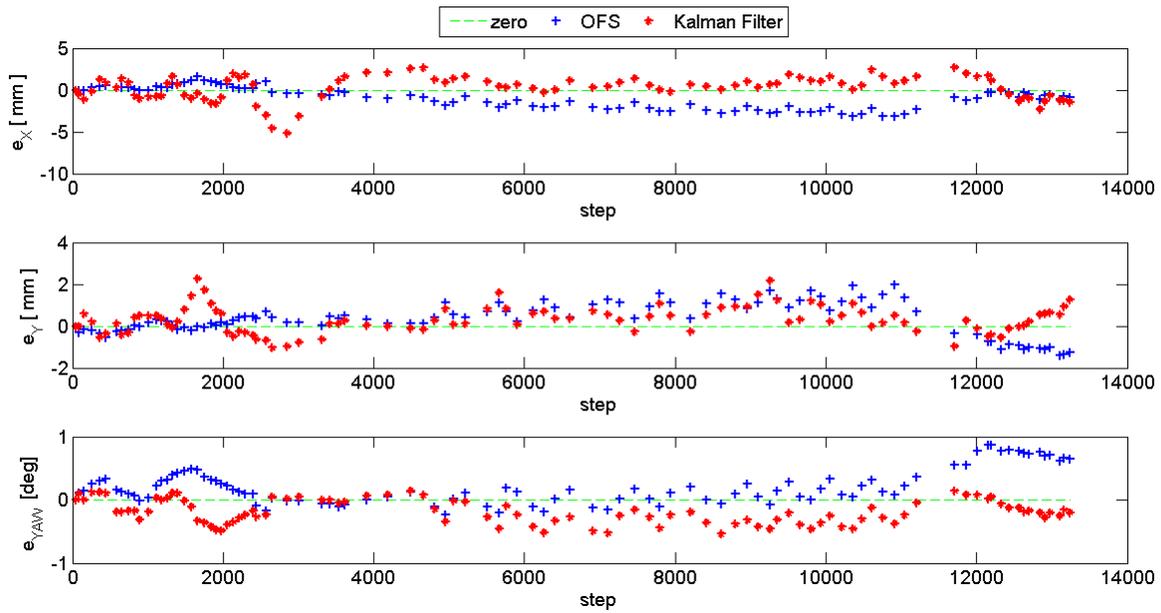


Figura 5.12: Errori OFS e Filtro di Kalman

Dall'analisi dei dati acquisiti è emerso che il valore del drift degli OFS non è costante, bensì dipende dalla tipologia di manovra imposta, come si può notare dalle figure 5.13 e 5.14.

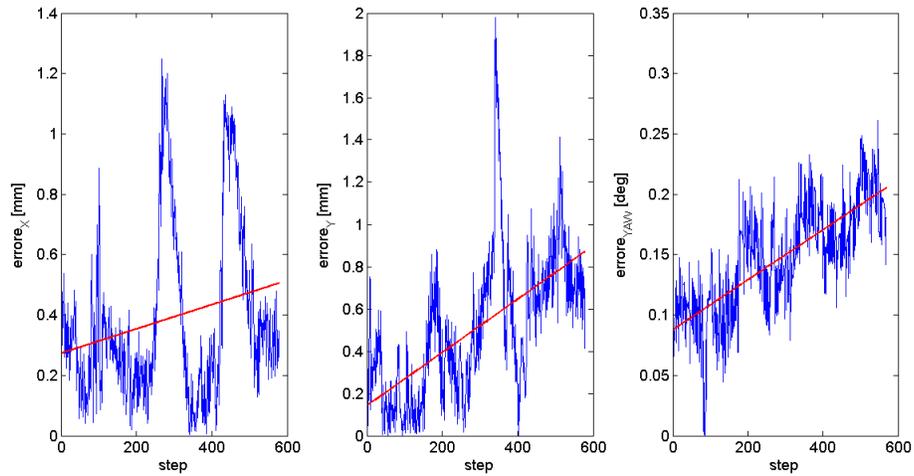


Figura 5.13: *Errore e drift OFS (test 1)*

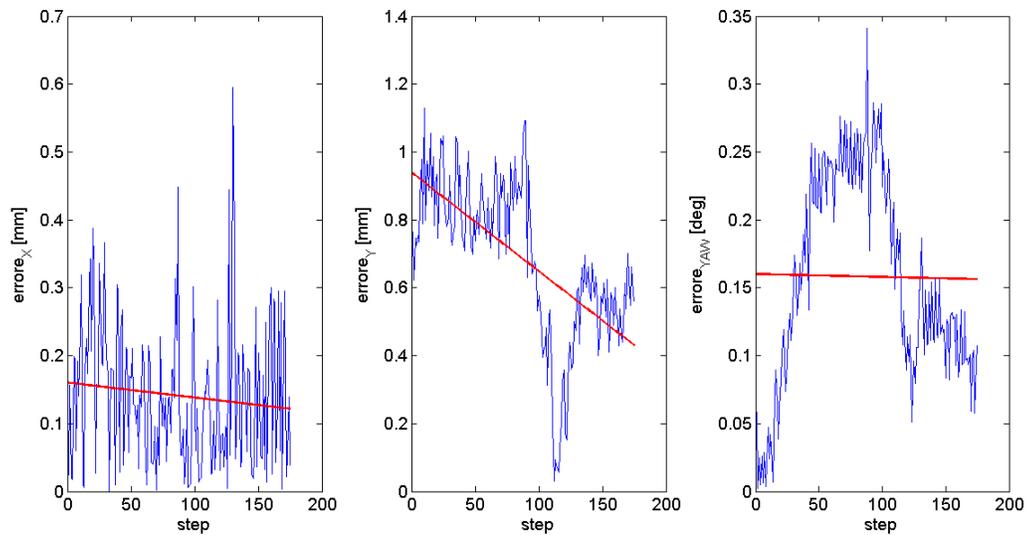


Figura 5.14: *Errore e drift OFS (test 2)*

La figura 5.15 illustra un esempio della procedura implementata per la rimozione del bias. In corrispondenza degli istanti di acquisizione della fotocamera, il filtro di Kalman utilizzato per stimare lo stato del sistema viene reinizializzato mediante le stime ottenute dall'elaborazione delle immagini, e il vettore di misure incrementali fornito dagli OFS viene corretto in seguito al calcolo del bias rilevato rispetto alle misure della fotocamera.

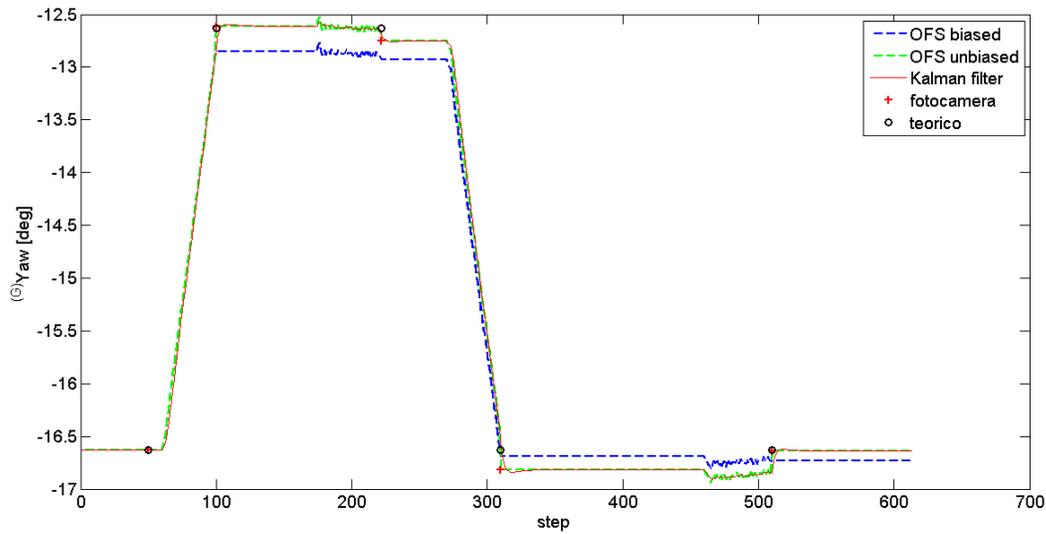


Figura 5.15: *Esempio di rimozione del bias*

Durante questa prima fase di test è osservato come si generasse del rumore nelle stime di posizione quando il TM subiva delle rotazioni, restando fermo in un punto del piano di moto, e viceversa si è osservato del rumore nelle stime dell'angolo di yaw quando il TM effettuava moti di pura traslazione. In figura 5.16 viene illustrato come il filtro di Kalman effettui un filtraggio dei dati acquisiti rimuovendo il rumore.

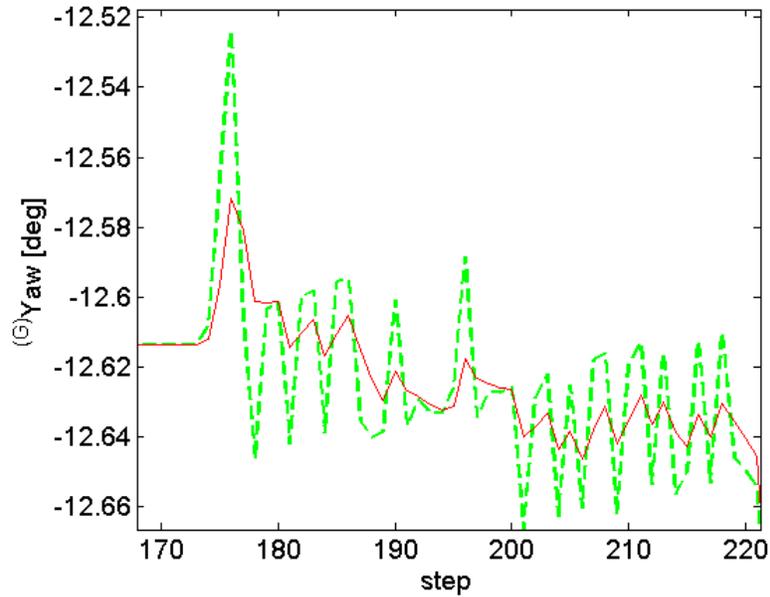


Figura 5.16: *Filtraggio delle misure mediante filtro di Kalman*

5.5.3 Risultati seconda fase di test

Si riportano qui i risultati ottenuti dalla seconda fase di test. Non avendo a disposizione una traiettoria di riferimento, sono stati calcolati gli errori degli OFS rispetto alle misure ricavate dall'elaborazione delle immagini. I risultati ottenuti hanno messo in evidenza la presenza del drift negli OFS che, in base alla tipologia di manovre effettuate, ha portato le misure degli OFS ad avere un bias massimo di 10 cm sulla posizione e di 20° sulla rotazione attorno all'asse di yaw, mentre gli errori del filtro di Kalman restano all'interno dei 2.5 cm sulla posizione e 4° sulla rotazione. Il valore del drift rilevato nel caso di manovre combinate di rototraslazione è risultato maggiore rispetto a quello rilevato durante la prima fase di test, tanto che l'intervallo

di tempo scelto per effettuare l'acquisizione delle immagini non è stato sufficiente a mantenere l'errore del filtro di Kalman al di sotto del RMSe della fotocamera.

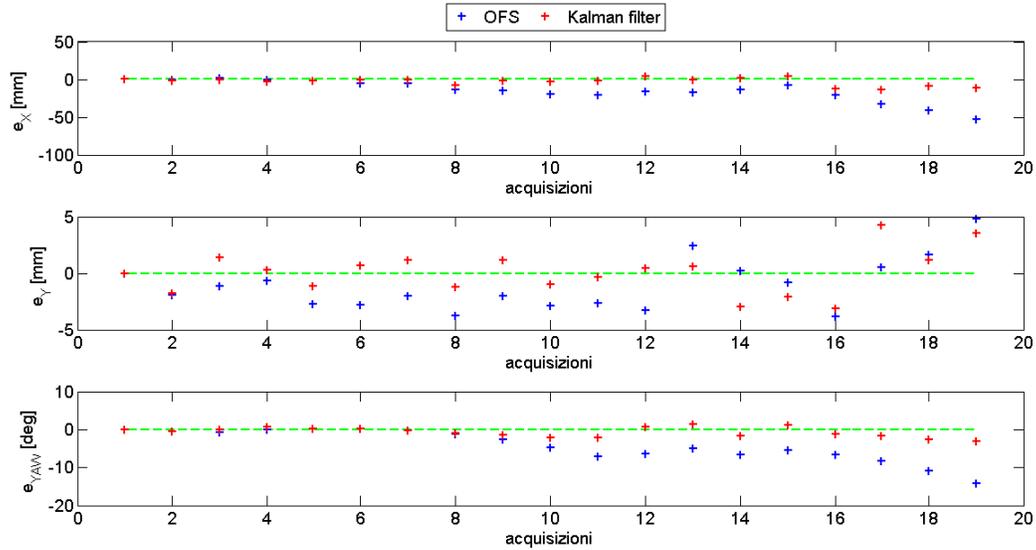


Figura 5.17: *Errore OFS, test 1 seconda fase*

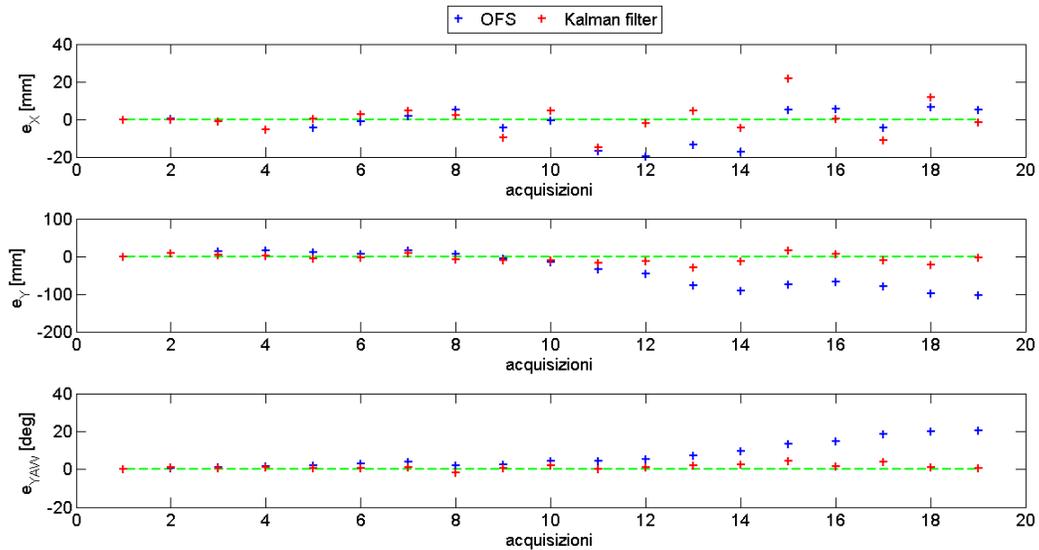


Figura 5.18: *Errore OFS, test 2 seconda fase*

Capitolo 6

Conclusioni

Il lavoro svolto in questa tesi ha permesso di confermare la fattibilità un sistema di navigazione per il Modulo di Traslazione del simulatore SPARTANS basato su due tipologie di sistemi di visione, ovvero un set di 3 *Optical Flow Sensors* (OFS) presenti a bordo del modulo stesso ed una fotocamera esterna. Utilizzando i 3 OFS, la cui posizione e orientazione è nota nel s.d.r. Body solidale al TM, è stato infatti possibile ricostruire il moto del Modulo di Traslazione a partire dalla posizione iniziale. I sensori OFS permettono di acquisire dati ad alta frequenza e quindi, anche per il fatto che l'algoritmo di ricostruzione del moto è piuttosto semplice, consentono di ottenere un'alta frequenza di aggiornamento delle stime di posizione e azimuth. Gli OFS utilizzati sono inoltre sensori a basso costo e di dimensioni ridotte, consentendo così un ingombro ridotto. Per contro, essi possono fornire solamente misure di tipo incrementale a partire dalla posizione iniziale, e sono inoltre soggetti ad un fenomeno di drift che per manovre prolungate compromette le misure effettuate.

Per questo motivo i sensori OFS sono stati affiancati da una fotocamera esterna, la quale permette di stimare posizione e azimuth del Modulo di Traslazione nel s.d.r. Globale in seguito all'analisi delle immagini acquisite. La procedura di ricostruzione del moto mediante l'analisi delle immagini si basa sulla risoluzione del cosiddetto problema PnP (Perspective- n -Point); in tal modo, posizionando degli appositi markers sulla superficie del Modulo di Traslazione e altri sulla superficie del piano di supporto è possibile ricavare la posizione e l'orientazione della fotocamera sia rispetto al sistema di riferimento Body che rispetto al sistema di riferimento Globale e, di

conseguenza, è possibile ricavare la posizione e l'orientazione del TM nel s.d.r. Globale senza che le misure siano soggette a fenomeni di drift. Lo svantaggio principale nell'utilizzo di questo sistema è tuttavia la bassa frequenza di aggiornamento delle stime di moto, inferiore alla frequenza ottenibile con gli OFS e comunque troppo bassa per quelli che sono i requisiti di 50-100 Hz imposti dal sistema di controllo.

In conclusione si possono fare le seguenti osservazioni sui risultati ottenuti da questo lavoro:

- se gli spostamenti sono brevi gli OFS risultano più precisi della fotocamera, mentre se gli spostamenti sono lunghi, gli OFS sono soggetti a un drift che per essere compensato richiede le misure di posizione e assetto ottenute mediante la fotocamera;
- dalla prima fase di test è emerso che il drift degli OFS ha valori molto variabili in base alla tipologia di manovra che viene effettuata dal Modulo di Traslazione. Tuttavia in questo caso, utilizzando le stime fornite dall'elaborazione delle immagini acquisite dalla fotocamera, è stato possibile limitare gli errori a 0.5 cm sulla stima della posizione e 0.5° sulla rotazione attorno all'asse di yaw.
- dalla seconda fase di test, dove si sono effettuate manovre combinate di roto-traslazione, è emerso che il drift assume valori più alti rispetto a quelli misurati con manovre di pura rotazione o pura traslazione. L'acquisizione delle immagini con una frequenza di 0.2 Hz non è infatti stata sufficiente a compensare il drift in quanto l'intervallo di tempo tra due acquisizioni è stato abbastanza ampio da permettere al bias degli OFS di superare il valore di RMSE della fotocamera.
- il filtro di Kalman è stato utilizzato principalmente come mezzo per rimuovere il rumore nelle misure degli OFS. Esso infatti presenta dei limiti in quanto durante i test effettuati non era nota l'azione di controllo imposta sul Modulo di Traslazione. Per questo motivo il filtro è stato formulato come se il moto effettuato dal TM si evolvesse come un moto libero e non come un moto forzato.

Questo porta ad affermare che gli *Optical Flow Sensors* e la fotocamera esterna sono in grado di compensare le problematiche che sorgono dall'utilizzo di una sola

tipologia di sensori, e permettono di costituire un sistema di navigazione adatto a raggiungere gli obiettivi preposti.

Possibili sviluppi futuri per questa attività riguardano lo studio più accurato del fenomeno di drift a cui sono sottoposti gli OFS e lo sviluppo di una strategia più robusta per compensare il bias accumulato, prevedendo eventualmente anche l'utilizzo di una piattaforma inerziale da integrare con i sensori OFS. Si potrà inoltre estendere la procedura di ricostruzione del moto mediante la fotocamera anche al Modulo di Assetto, in modo da utilizzare la fotocamera per stimarne l'assetto iniziale e fornire un valore di zero per gli encoder e la piattaforma inerziale.

Bibliografia

- [1] B. Caprile and V. Torre. Using vanishing points for camera calibration. *Int. J. Comput. Vision*, 4(2):127–140, May 1990.
- [2] L. Kneip, D. Scaramuzza, and R. Siegwart. A novel parametrization of the perspective-three-point problem for a direct computation of absolute camera position and orientation. In *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011 IEEE Conference on*, pages 2969–2976, June 2011.
- [3] M. Pertile, M. Mazzucato, L. Bottaro, S. Chiodini, S. Debei, and E. Lorenzini. Uncertainty evaluation of a vision system for pose measurement of a spacecraft with fiducial markers. In *Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), 2015 IEEE*, pages 283–288, June 2015.
- [4] S. Salti and L. DiStefano. Modello della telecamera, calibrazione e rettificazione, 2010. [Online; accessed 21-February-2016].
- [5] R.Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 3(4):323–344, August 1987.
- [6] A. Valmorbida, F. Scarpa, M. Mazzucato, S. Tronco, S. Debei, and E.C. Lorenzini. Attitude module characterization of the satellite formation flight testbed. In *Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), 2014 IEEE*, pages 73–78, May 2014.
- [7] A. Valmorbida, S. Tronco, M. Mazzucato, S. Debei, and E.C. Lorenzini. Optical flow sensor based localization system for a cooperating spacecraft testbed. In *Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), 2015 IEEE*, pages 568–573, June 2015.

- [8] Greg Welch and Gary Bishop. An introduction to the kalman filter. Technical report, Chapel Hill, NC, USA, 1995.
- [9] Zhengyou Zhang. A flexible new technique for camera calibration. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 22(11):1330–1334, Nov 2000.

Ringraziamenti

Gli anni che si concludono con questa laurea sono stati per me, senza ombra di dubbio, i più ricchi di difficoltà e soddisfazioni, scoramento ed entusiasmo, debolezza e forza. In poche parole, i più ricchi di vita. Per questo motivo devo ringraziare le persone che mi sono state sempre vicine, in particolare i miei genitori Luisa e Paolo, mia sorella Sabrina, mia nonna Elena e tutti i miei parenti più stretti.

Desidero ringraziare il prof. Enrico Lorenzini per avermi dato la possibilità di partecipare a questo bellissimo progetto, e allo stesso modo l'Ing. Andrea Valmorbida, l'Ing. Mattia Mazzucato e l'Ing. Sergio Tronco. Con loro ho collaborato durante lo svolgimento di questa tesi e mi hanno fornito un aiuto veramente prezioso con la loro disponibilità ed i loro consigli.

Ringrazio infine i miei amici del college e tutti quelli con i quali ho potuto condividere esperienze ed emozioni, la loro compagnia ha reso speciali ed indimenticabili gli anni trascorsi in questa città.

” Fiorire e dar frutti in qualunque terreno si è piantati. Non potrebbe essere questa l'idea? E non dobbiamo forse collaborare alla sua realizzazione? ” -Etty Hillesum-