



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

TESI DI LAUREA

SVILUPPO DI UN SISTEMA PER SMORZARE IN MODO PASSIVO
LA DINAMICA DI SATELLITI A FILO

(Development of a system for passive damping of tethered satellites dynamics)

RELATORE: PROF. ENRICO LORENZINI

CORRELATORE: ING. RICCARDO MANTELLATO

LAUREANDO: NICOLA SULLO

ANNO ACCADEMICO 2012 - 2013

Sommario

Nel presente lavoro di tesi è stato affrontato lo sviluppo concettuale di un sistema di smorzamento passivo per le librazioni del filo nei “Tethered Satellites”. La necessità di adottare un tale sistema nasce dal fatto che nella dinamica del filo possono verificarsi condizioni di equilibrio quasi-stabile o di instabilità tali da rendere inefficace in parte o totalmente l’azione del sistema a filo. Tale sistema dovrà essere preferibilmente passivo per garantire un’elevata affidabilità e bassi costi di missione. Il lavoro è stato affrontato effettuando dapprima un’analisi numerica su un “reference set” di variabili di sistema per caratterizzare il comportamento dinamico del filo e l’andamento di valori ottimi per il coefficiente di smorzamento. Il sistema smorzatore-filo è stato rappresentato matematicamente attraverso il modello a due barre (“two-bars model”). L’ottimizzazione numerica ha reso possibile l’individuazione di alcune peculiarità dinamiche comuni ai diversi casi analizzati, quale ad esempio la presenza di un minimo nell’energia cinetica del filo in funzione del coefficiente di smorzamento. Successivamente è stato compiuto uno studio sulle possibili tecnologie atte alla realizzazione dello smorzatore: la tecnologia ECD (Eddy Current Damping) è risultata essere la più idonea. Il risultato finale a cui si è giunti è stato quello di ottenere il dimensionamento preliminare di uno smorzatore ECD per satelliti a filo compatto e di massa contenuta.

Indice

Indice	3
1 INTRODUZIONE	5
1.1 Organizzazione della tesi	7
2 BACKGROUND SUI SATELLITI A FILO	9
2.1 Missioni svolte	9
2.2 Applicazioni	14
3 MODELLO FISICO-MATEMATICO	17
3.1 Descrizione del modello	17
3.1.1 Potenziale gravitazionale terrestre e energia cinetica	19
3.1.2 Forzante esterna, coppia di smorzamento ed energia dissipata	20
3.2 Equazioni del moto	26
3.2.1 Caso tridimensionale	26
3.2.2 Caso bidimensionale	29
3.2.3 Frequenze naturali del filo	32
4 ANALISI NUMERICA: FASI PRE-SIMULAZIONE	35
4.1 Pianificazione preliminare dell'analisi numerica	36
4.2 Illustrazione del codice Matlab	38
4.3 Dati in input e verifiche pre-simulazione	53
5 ANALISI NUMERICA: RISULTATI SIMULAZIO- NI	63

5.1	Moto in-plane	65
5.2	Moto out-plane	72
5.3	Scelta del valore del coefficiente di smorzamento	78
6	SCELTA DEL TIPO DI SMORZATORE	81
6.1	Tecnologie di smorzamento investigate	82
6.2	Smorzatore a correnti parassite (ECD)	93
7	DIMENSIONAMENTO ECD	101
7.1	Peculiarità e datasheet per la tipologia di smorzatori ECD selezionata	101
7.2	Dimensionamento smorzatore ECD	107
8	CONCLUSIONI	113
A	FUNZIONAMENTO DELLA ROUTINE “PLATEAU _DEFINE”	117
B	RISULTATI SIMULAZIONI (TABELLE E GRA- FICI)	121
C	DATASHEET “EDDY CURRENT DAMPER AP- PLICATION DATA”	143
	Bibliografia	149

Capitolo 1

INTRODUZIONE

Il satellite a filo (o “Tethered Satellite” in inglese) è un sistema dinamico che consiste di tre parti fondamentali: un satellite principale, un satellite secondario ed un cavo che unisce i due. Inizialmente il satellite secondario ed il cavo sono contenuti nel satellite principale: al momento dell’entrata in funzione del sistema il satellite principale rilascia il secondario fino al completo dispiegamento del cavo.

Il satellite a filo è soggetto a delle forzanti esterne le quali determinano oscillazioni del filo (dalla posizione di equilibrio) e vibrazioni trasversali del filo stesso. Le difficoltà nello studio di tale sistema sono date principalmente dalla complessità delle equazioni della dinamica che lo governano; inoltre vi è da considerare anche la difficoltà nel modellare con sufficiente accuratezza l’ambiente spaziale esterno che, interagendo col il satellite a filo, determina il complesso sistema di forzanti esterne a cui lo stesso satellite a filo è sottoposto.

Un filone di studio nell’ampio campo di ricerca sui Tethered Satellites consiste nell’analisi di possibili strategie di controllo delle oscillazioni del filo, sia in modo attivo che passivo. Infatti nella dinamica dei satelliti a filo si possono presentare particolari condizioni di equilibrio quasi-stabile o instabilità durante il moto. Risulta quindi possibile che i Tethered Satellites acquisiscano, in seguito all’aumentare dell’ampiezza delle oscillazioni del

cavo, configurazioni non idonee ad un loro corretto funzionamento che, nel caso più avverso, possono tramutarsi nell'avvolgimento del filo attorno al satellite provocando quindi il fallimento della missione per cui il sistema satellite a filo era stato concepito.

Risulta quindi di fondamentale importanza lo studio e lo sviluppo di strategie per il controllo delle oscillazioni del cavo nei Tethered Satellites.

Di particolare interesse è lo sviluppo di sistemi di smorzamento passivo della librazione del filo. Questo perché la presenza di un sistema di smorzamento attivo a bordo del satellite implicherebbe altresì la presenza di un apparato hardware per il suo controllo, aumentando in tal modo i costi complessivi di missione ed influenzando sfavorevolmente sull'affidabilità del sistema. Da tali ragioni appena esposte si evince che i sistemi passivi (di smorzamento) sono sempre da preferire a quelli attivi (a meno che non sussistano esigenze particolari che impongano obbligatoriamente l'impiego di sistemi di smorzamento attivo).

Un esempio di applicazione di tali sistemi passivi di smorzamento consiste nel loro impiego nei "Deorbiting-EDTs", ovvero negli "Electro-Dynamic Tethers" impiegati per ottenere un rapido decadimento orbitale di satelliti a fine vita operativa.

Oggetto del presente lavoro di tesi è stato lo sviluppo concettuale di un sistema di smorzamento passivo delle oscillazioni del cavo nei satelliti a filo. In particolare, gli obiettivi principali individuati in questo lavoro sono i seguenti:

1. inquadrare il comportamento dinamico del filo sottoposto a smorzamento e ricavare un valore ottimale per il coefficiente di smorzamento
2. individuare fra varie tecnologie quella più adatta, al momento, per essere impiegata nel sistema di smorzamento del filo
3. fornire le dimensioni (quindi gli ingombri) ed il peso di un possibile sistema di smorzamento passivo per le oscillazioni del filo

Si vuole infine menzionare che il lavoro svolto è stato di affiancamento all'attività di ricerca (ancora in corso d'opera) svolta nella tesi di dottorato di Rif. [4].

1.1 Organizzazione della tesi

La tesi è stata organizzata in sei capitoli (ai quali si aggiungono il presente capitolo introduttivo, le conclusioni finali e l'appendice):

- Capitolo 2: viene esposto un background sui satelliti a filo. E' presentata la storia dei satelliti a filo introducendo le principali missioni in cui questa tecnologia è stata utilizzata; vengono inoltre esposti i possibili utilizzi dei Tethered Satellites
- Capitolo 3: è descritto il modello fisico-matematico adottato per descrivere il moto del filo; vengono esposte le formulazioni delle equazioni della dinamica utilizzate
- Capitolo 4: è illustrato il funzionamento degli script e delle routine, scritti in codice Matlab, utilizzati nell'analisi numerica; sono in seguito illustrate le fasi preliminari alle simulazioni numeriche successivamente svolte

- Capitolo 5: sono presentati ed analizzati i risultati delle analisi numeriche, effettuate basandosi sul modello fisico-matematico descritto nel capitolo 2
- Capitolo 6: vengono analizzate le tecnologie in grado di garantire smorzamento ad un sistema dinamico, individuando quella più adatta per l'impiego nel sistema di smorzamento delle oscillazioni nei Tethered Satellites
- Capitolo 7: viene effettuato il dimensionamento di un possibile smorzatore funzionante con la tecnologia più idonea individuata nel capitolo 5.

Capitolo 2

BACKGROUND SUI SATELLITI A FILO

In questo capitolo è introdotta la tecnologia dei satelliti a filo, iniziando dalle sue origini storiche per poi illustrare le missioni svoltesi che hanno usato questa tecnologia e gli obiettivi ed i risultati principali che queste ultime hanno fornito^[1].

In seguito sono elencate le principali e possibili applicazioni che i satelliti a filo potrebbero avere in futuro^[1].

2.1 Missioni svolte

Il sistema satellite a filo fu proposto ad inizio anni settanta alla NASA e all'ASI da M. Grossi e G. Colombo; circa un decennio dopo la proposta d'uso di questa tecnologia fu valutata da un comitato scientifico il quale avvallò fortemente un primo sviluppo di un sistema a filo installato su uno Shuttle.

TSS-1

La Tethered Satellite System 1 (TSS-1) fu la prima missione scientifica tramite la quale, il 31 Luglio 1992, fu inviato in orbita un primo sistema di satellite a filo installato su uno Shuttle.

In questa missione la NASA sviluppò il filo ed il sistema di dispiegamento del filo, l'ASI invece produsse uno speciale satellite da essere dispiegato tramite il filo nel corso della missione.

La missione dimostrò chiaramente che un sistema dato da un satellite secondario legato tramite un filo ad un satellite primario (lo Shuttle in questo caso) poteva essere dispiegato in orbita anche su lunghe distanze. Ciò incentivò lo sviluppo di una seconda missione, la TSS-1R, focalizzata su obiettivi scientifici.

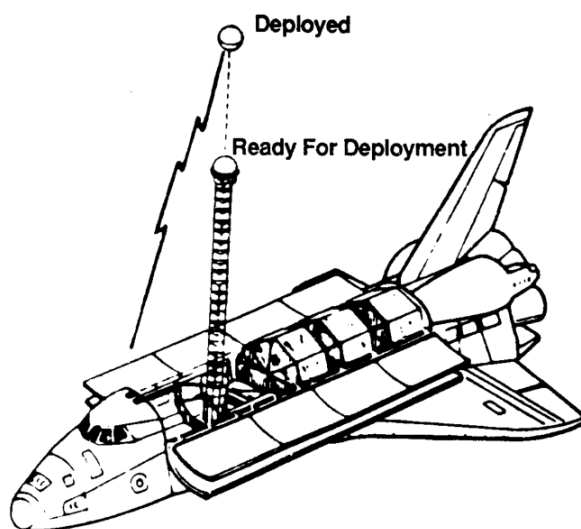


Figura 2.1.1: Schematizzazione del dispiegamento del satellite secondario nelle missioni TSS-1 e TSS-1R (da Rif. [1])

TSS-1R

La missione TSS-1R fu lanciata il 22 Febbraio 1996. Gli obiettivi principali di tale missione consistettero negli esperimenti condotti di natura elettrodinamica e sulla fisica del plasma in ambiente spaziale.

Benché la missione non riuscì ad essere completata come pianificato, diversi importanti risultati furono ottenuti. Uno dei risultati più importanti

fu quello di sfruttare la legge dell'elettrodinamica di Faraday (dovuta all'interazione con il campo magnetico terrestre del filo in moto lungo l'orbita) per ottenere una consistente forza elettromotrice indotta nel filo, quindi alti voltaggi ed ampie correnti elettriche attraverso il filo stesso.

Una serie di altri esperimenti e successive analisi furono condotte in seguito alle attrezzature di misurazione scientifica installate sul satellite secondario ed all'acquisizione di un consistente volume di dati da queste ultime.

E' da evidenziare che l'insieme dei risultati ottenuti ha contribuito ad un sostanziale avanzamento delle conoscenze nel campo scientifico della fisica spaziale, in particolar modo nel campo della fisica del plasma nello spazio.

SEDS-1 e SEDS-2

Le missioni SEDS (Small Expendable Deployer System) 1 e 2 furono lanciate rispettivamente il 29 Marzo 1993 ed il 9 Marzo 1994.

La prima missione, la SEDS-1, dimostrò la possibilità di dispiegare da un'orbita LEO un payload di 25 kg collegato con un filo di 20 km al satellite principale.

La missione SEDS-2 dimostrò invece la possibilità di dispiegare il filo, con un payload collegato alla sua estremità, e di controllare (con una legge di controllo a ciclo chiuso) le oscillazione del filo dalla verticale locale all'interno di un range massimo di $\pm 10^\circ$.

Esperimento PMG

L'esperimento Plasma Motor Generator (PMG) fu designato per testare l'abilità di un filo conduttore (a bassa impedenza) di 500 metri di lunghezza di produrre una corrente elettrica tra lo spacecraft (satellite primario) e la ionosfera.

In particolare si volle verificare che tale sistema potesse essere adibito sia come motore per fornire spinta in orbita, sia come generatore per convertire l'energia orbitale in corrente elettrica.

Il sistema di satellite a filo progettato per effettuare l'esperimento PMG fu lanciato il 26 Giugno 1993.

Nel corso dell'esperimento si dimostrò che effettivamente il sistema poteva comportarsi in modo alternativo come motore o come generatore.

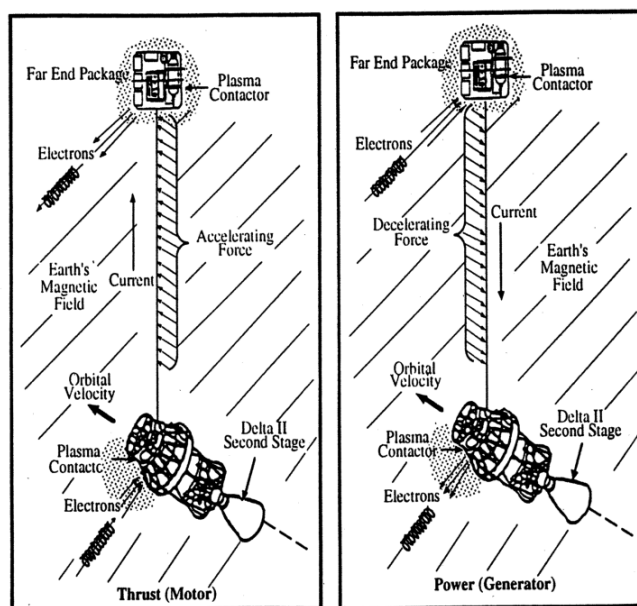


Figura 2.1.2: Schematizzazione del funzionamento del “Plasma Motor” e del “Plasma Generator” (da Rif. [1])

Esperimento TiPS

L'esperimento Tether Physics and Survivability (TiPS) fu concepito per studiare la dinamica a lungo termine e la “sopravvivenza” nel tempo di un sistema di satellite a filo.

Il sistema oggetto dell'esperimento consistette di due corpi (satelliti) connessi alle estremità di un filo non conduttore lungo 4 km.

Il sistema fu sganciato in orbita il 20 Giugno 1996.

I risultati dell'esperimento TiPS garantirono la “presa di confidenza” con la dinamica dei satelliti a filo e il fatto che fosse possibile costruire un

sistema di satellite a filo in grado di “sopravvivere” in orbita anche per lungo tempo.

OEDIPUS

La missione OEDIPUS sta per Observations of Electric-field Distribution in the Ionospheric Plasma - a Unique Strategy.

Una prima missione, OEDIPUS A, fu lanciata il 30 Gennaio 1989.

Questa missione consistette di due sonde, collegate da un filo, nelle quali erano contenute le strumentazioni di misura. L’obiettivo della missione fu quello di effettuare misurazioni e osservazioni di natura elettro-magnetica e riguardanti anche il plasma ionosferico.

Sfortunatamente la missione fallì ed il payload si disintegrò nell’atmosfera.

Una seconda missione, OEDIPUS C, fu lanciata il 6 Novembre 1995 e si svolse questa volta con successo. Gli obiettivi scientifici di questa missione furono simili a quella di OEDIPUS A, ma con l’aggiunta di ulteriori importanti esperimenti, per un totale di 13 esperimenti.

Un esperimento di notevole importanza per i risultati ottenuti fu il TDE (Tether Dynamics Experiment). Il TDE ebbe lo scopo di studiare la dinamica del sistema multi-corpo dato dall’OEDIPUS C, fornire competenza nel controllo del sistema stesso ed acquisire dati per la validazione dei modelli matematici sviluppati per la descrizione della dinamica del sistema.

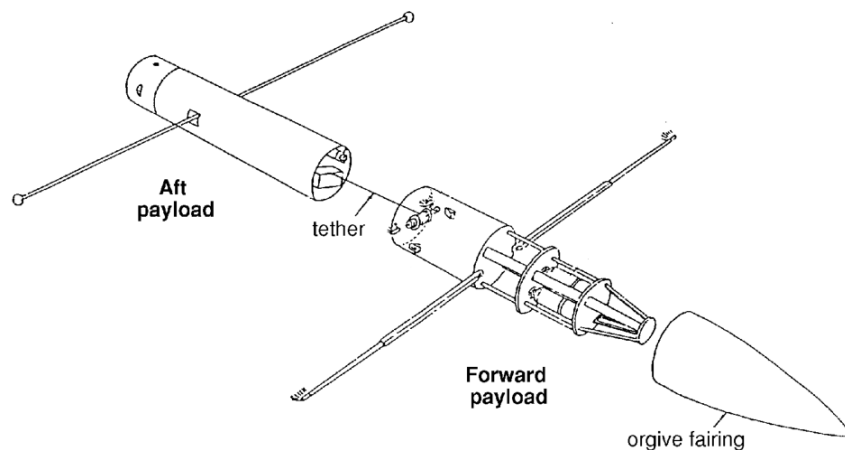


Figura 2.1.3: Schematizzazione OEDIPUS (da Rif. [1])

2.2 Applicazioni

Di seguito sono elencate, a titolo d'esempio, solamente le principali applicazioni che potrebbe in futuro avere la tecnologia dei satelliti a filo. L'elenco è suddiviso per categoria.

AERODINAMICA

- Sistema a filo per condurre in orbita di rientro a terra piccoli payload dalla ISS: il payload viene sganciato dalla ISS e condotto, tramite il cavo a cui esso è legato, verso un'orbita di rientro a terra.
- Sistema multi-sonda per studi atmosferici: al filo sono legate in successione un certo numero di sonde le quali vengono "immerse" negli strati più alti dell'atmosfera

GRAVITA' CONTROLLATA

- Modulo rotante a gravità controllata: sfruttando la rotazione del filo, vengono sviluppate sul modulo installato all'estremità del filo stesso delle forze centrifughe tali produrre una condizione di gravità artificiale e controllata
- Ascensore spaziale a filo: un modulo è fatto scorrere lungo il filo per il trasporto tra due stazioni in orbita a quote differenti

ELETTRODINAMICA

- Generatore di corrente elettrodinamico: si veda a proposito l'esperimento PMG di cui al § 2.1
- Sistema di propulsione elettrodinamico: si veda a proposito l'esperimento PMG di cui al § 2.1

PLANETARIA

- Cattura in orbita di uno spacecraft con sistema di satellite a filo: sono sfruttate le forze di drag aerodinamico ed elettrodinamico per imprimere allo spacecraft un delta-v negativo tale da causare la cattura in orbita attorno ad un pianeta
- Cattura di campioni da comete o asteroidi: una sonda è condotta tramite un sistema a filo da uno spacecraft alla superficie di una cometa o asteroide per effettuare rilevamenti e prelevare campioni;
- Sistema a filo per l'osservazione a basse altitudini orbitali: una sonda collegata tramite un cavo al satellite viene calata ad altitudini più basse per effettuare osservazioni particolari dall'orbita altrimenti difficilmente realizzabili

STAZIONE SPAZIALE

- Laboratorio a gravità variabile: come poco sopra spiegato, regolando la rotazione del filo è possibile realizzare condizioni di gravità artificiale controllata su un modulo legato all'estremità del filo e rotante con quest'ultimo
- Controllo e stabilizzazione d'assetto: tramite il dispiegamento di un filo (con una massa finale collegata all'estremità di quest'ultimo) è possibile ridistribuire il momento angolare in uno spacecraft intervenendo così nel suo controllo d'assetto

TRASPORTO

- Deorbiting di satelliti: sono sfruttate le forze di drag elettrodinamico (ma anche aerodinamico) agenti lungo un filo conduttore per accelerare il rientro a terra di satelliti a fine vita operativa
- Correzione orbitale di satelliti: sfruttando in modo alternativo il comportamento di un sistema a filo conduttore come Plasma Motor o Plasma Generator, è possibile imprimere ad un satellite delta-v positivi o negativi tali da correggere la sua posizione in orbita
- Sistema di rendezvous a filo: tramite un sistema a filo opportunamente guidato è possibile agganciare in orbita, dalla ISS, spacecraft o payload per poi condurli sulla stessa stazione spaziale internazionale

Capitolo 3

MODELLO FISICO-MATEMATICO

3.1 Descrizione del modello

Il sistema satellite-filo è modellato^[3] come una massa concentrata in O rappresentante il satellite; attaccato al satellite vi è il filo modellato come due barre rigide, OT e TB , ed una massa concentrata all'estremità B . Le barre OT e TB hanno lunghezze rispettivamente pari a L_1 e L_2 (lunghezza complessiva del filo pari a $L = L_1 + L_2$) e masse rispettivamente uguali a m_1 e m_2 (massa complessiva del filo pari a $m_T = m_1 + m_2$); la massa finale è invece uguale a m_B . Le masse delle due barre e quella all'estremità B sono trascurabili rispetto alla massa del satellite: in tal modo il baricentro del sistema satellite-filo è assunto coincidente nel punto O .

Il sistema, avente quindi baricentro in O , segue un'orbita circolare ad una quota H , raggio a ed inclinazione i . La velocità angolare dell'orbita è pari a $\omega = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$, indicando con μ il parametro gravitazionale terrestre ($\mu = 3.986 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$).

Il sistema di riferimento adottato è stato scelto in modo tale che: l'asse x abbia direzione coincidente con il raggio dell'orbita e verso zenith-pointing; l'asse z abbia direzione e verso coincidenti con quelli del vettore velocità dell'orbita; l'asse y completi la terna levogira. Tale sistema di riferimento è chiamato "sistema di riferimento orbitale" (per brevità verrà di seguito indicato come "s.d.r. orbitale").

La rotazione delle due barre OT e TB rispetto al s.d.r. orbitale può essere univocamente determinata tramite gli angoli θ_1 e θ_2 (rispettivamente per la barra OT e la barra TB) relativi al moto “in-plane” (ovvero nel piano dell’orbita), e tramite gli angoli φ_1 e φ_2 (rispettivamente per la barra OT e la barra TB) relativi al moto “out-plane” (ovvero fuori dal piano dell’orbita).

Una raffigurazione dettagliata del sistema satellite-filo così modellato, del s.d.r. orbitale e degli angoli in-plane e out-plane è fornita nella Fig. 3.1.1 seguente.

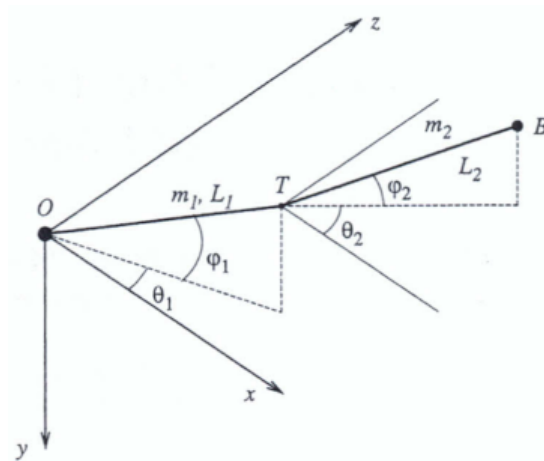


Figura 3.1.1: s.d.r. orbitale e schematizzazione modello satellite-filo (da Rif. [3])

Nel seguito di questo paragrafo sono esposte le formulazioni fisico-matematiche necessarie per giungere ad ottenere, infine, le equazioni del moto del filo relativo al s.d.r. orbitale.

3.1.1 Potenziale gravitazionale terrestre e energia cinetica

Per il campo gravitazionale terrestre è stato adottato il modello fisico-matematico più semplice, ovvero quello di un campo gravitazionale perfettamente sferico. Dovendo analizzare il moto del filo nel s.d.r. orbitale (che è un sistema di riferimento non inerziale), risulta necessario aggiungere alla formulazione ordinaria del potenziale gravitazionale terrestre (sferico)^[2], una seconda formulazione del potenziale (potenziale generalizzato)^[2] da cui derivano le forze apparenti.

Considerando la massa m di un generico punto materiale M , è possibile esprimere il potenziale gravitazionale ordinario come:

$$V_{1,M} = -\frac{m\mu}{r} = -\frac{m\mu}{a\sqrt{1 + 2\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{i}}{a} + \frac{\mathbf{x}^2}{a^2}}}$$

con $r = \|\mathbf{a} + \mathbf{x}\|$, $\mathbf{x} = \overrightarrow{OM}$ ed \mathbf{i} versore dell'asse x del s.d.r. orbitale.

Per semplificare la formulazione e senza perdere di accuratezza nella trattazione, è possibile linearizzare il potenziale ordinario trascurando i termini di ordine superiore a $\frac{\mathbf{x}^2}{a^2}$, ottenendo quindi:

$$V_{1,M} = -\frac{m\mu}{a\sqrt{1 + 2\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{i}}{a} + \frac{\mathbf{x}^2}{a^2}}} \approx -\frac{m\mu}{a} \left(1 - \frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{i}}{a} + \left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{i}}{a} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\mathbf{x}^2}{a^2} \right\} \right) \quad (3.1.1)$$

Il potenziale generalizzato da cui derivano le forze apparenti è dato dalla seguente relazione:

$$V_{2,M} = \frac{1}{2}m \left(2\boldsymbol{\gamma}_{01}^0 \cdot \mathbf{x} - (\boldsymbol{\omega}_{01} \times \mathbf{x})^2 \right) - m\boldsymbol{\omega}_{01} \cdot (\mathbf{x} \times \dot{\mathbf{x}}) \quad (3.1.2)$$

dove $\boldsymbol{\omega}_{01} = -\omega\mathbf{j}$ è il vettore velocità angolare dell'orbita, $\boldsymbol{\gamma}_{01} = -\omega^2 a\mathbf{i}$ è l'accelerazione dell'origine O del s.d.r. orbitale.

La raffigurazione del punto materiale M nei sistemi di riferimento inerziale e orbitale è fornita nella seguente Fig. 3.1.2.

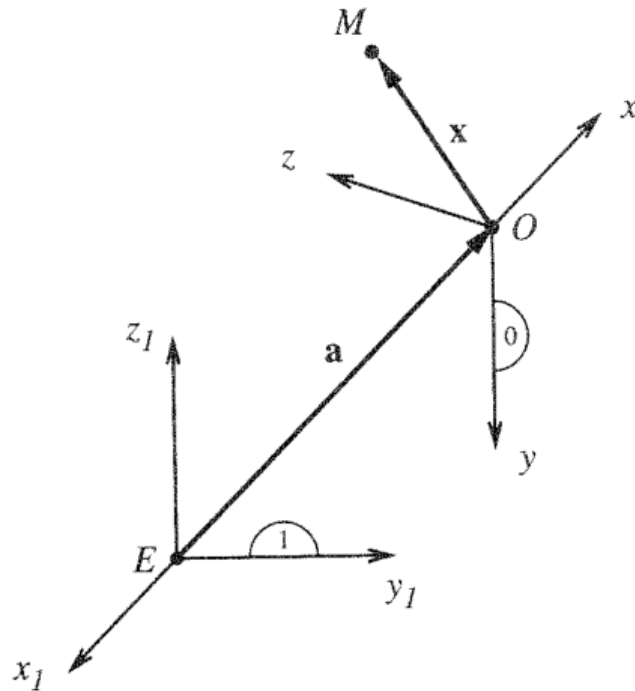


Figura 3.1.2: Rappresentazione di M nei s.d.r. inerziale (1) e orbitale (0) (da Rif. [2])

La formulazione dell'energia cinetica^[2] del punto materiale M relativa al s.d.r. orbitale è semplicemente data dalla ben nota relazione:

$$T_M = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{x}}^2 \quad (3.1.3)$$

3.1.2 Forzante esterna, coppia di smorzamento ed energia dissipata

La forzante esterna che agisce lungo il filo e che eccita il moto di quest'ultimo è generalmente di natura elettrodinamica ed eventualmente anche aerodinamica. Nella presente trattazione la forzante esterna viene generalizzata

e modellata come una forza sinusoidale applicata solo sulla seconda barra TB ^[4].

La forza agente sulla barra TB è data da:

$$\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_{\text{gen}} L_2$$

dove \mathbf{F}_{gen} è il vettore che rappresenta la forza agente lungo il filo per unità di lunghezza ed è dato da:

$$\mathbf{F}_{\text{gen}} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{\text{outp}} \sin(\omega_{\text{outp}} t) \\ F_{\text{inp}} \sin(\omega_{\text{inp}} t) \end{bmatrix}$$

con

F_{outp} e F_{inp} rispettivamente l'ampiezza della forza (per unità di lunghezza) agente fuori dal piano dell'orbita e l'ampiezza della forza (per unità di lunghezza) agente nel piano dell'orbita, entrambe in $\left[\frac{N}{m}\right]$;

ω_{outp} e ω_{inp} rispettivamente la pulsazione (in seguito semplicemente chiamata frequenza) della componente della forza agente fuori dal piano dell'orbita e la pulsazione della componente della forza agente nel piano dell'orbita, entrambe in $\left[\frac{rad}{s}\right]$.

Una rappresentazione del filo eccitato dalla forzante esterna è di seguito proposta in Fig. 3.1.3:

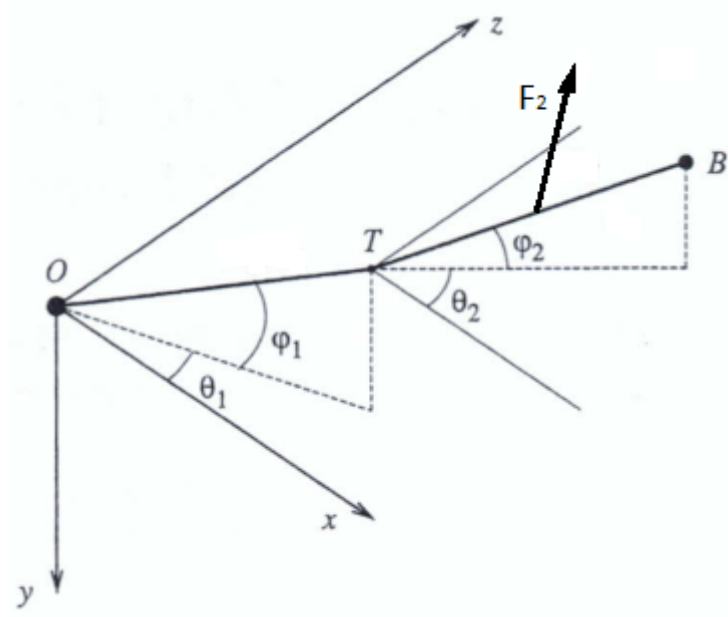


Figura 3.1.3: Rappresentazione del filo eccitato dalla forzante esterna generalizzata

La forza \mathbf{F}_2 è considerata applicata nel baricentro della barra TB , così come mostrato di seguito in Fig. 3.1.4:

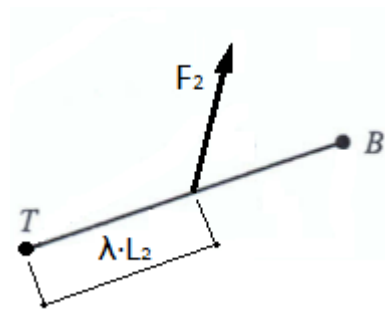


Figura 3.1.4: Forza F_2 applicata nel baricentro della barra TB

Avendo ipotizzato il filo costituito di materiale omogeneo, il baricentro della barra TB risulta pertanto situato proprio a metà della lunghezza della stessa barra TB : da ciò deriva $\lambda = 0.5$.

La coppia \mathbf{M}_2 esercitata attorno al punto T dalla forza \mathbf{F}_2 è data da:

$$\mathbf{M}_2 = (\lambda L_2 \mathbf{u}_2) \times \mathbf{F}_2 = \lambda L_2^2 \mathbf{u}_2 \times \mathbf{F}_{\text{gen}}$$

dove si indica con $\mathbf{u}_2 = \frac{\vec{TB}}{\|TB\|}$ il versore della barra TB , definibile analiticamente tramite la seguente espressione:

$$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_2) \cos(\theta_2) \\ -\sin(\varphi_2) \\ \cos(\varphi_2) \sin(\theta_2) \end{bmatrix}$$

E' quindi possibile trasformare il sistema raffigurato in Fig. 3.1.4 in quello equivalente raffigurato nella seguente Fig. 3.1.5:

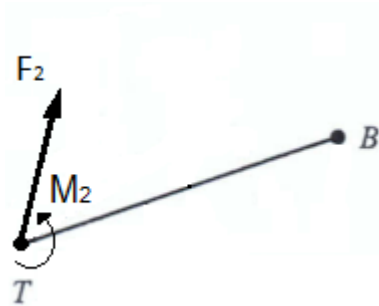


Figura 3.1.5: Sistema di carico equivalente di Fig. 3.1.4

Volendo trasferire sulla barra OT il sistema di forza e momento applicato alla barra di Fig. 3.1.5, la barra OT risulta caricata così come rappresentato di seguito in Fig. 3.1.6:

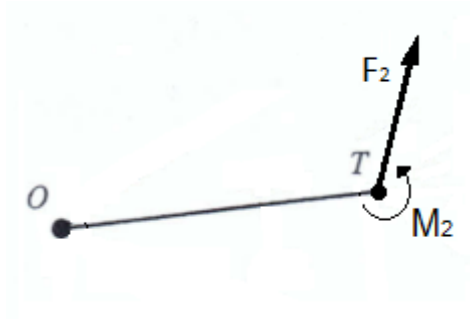


Figura 3.1.6: Carico applicato alla barra OT

In questo caso la coppia \mathbf{M}_2 trasferita alla barra OT è nulla poiché il punto T (di articolazione delle due barre) è ipotizzato essere una cerniera perfettamente liscia (che quindi non scambia momento). E' quindi possibile infine trasformare il sistema di carico raffigurato in Fig. 3.1.6 in quello equivalente rappresentato in Fig. 3.1.7:

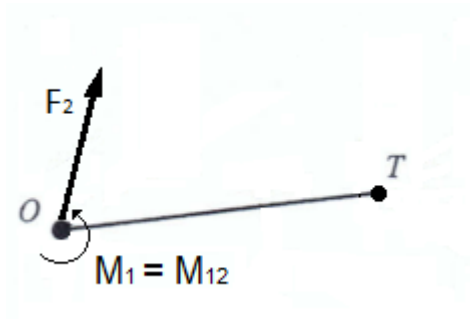


Figura 3.1.7: Sistema di carico equivalente di Fig. 3.1.6

La coppia \mathbf{M}_1 attorno al punto O è uguale alla coppia esercitata dalla forza \mathbf{F}_2 rispetto ad O :

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_{12} = L_1 \mathbf{u}_1 \times \mathbf{F}_2 = L_1 L_2 \mathbf{u}_1 \times \mathbf{F}_{\text{gen}}$$

dove si indica con $\mathbf{u}_1 = \frac{\vec{OT}}{\|\vec{OT}\|}$ il versore della barra OT , definibile analiticamente tramite la seguente espressione:

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) \cos(\theta_1) \\ -\sin(\varphi_1) \\ \cos(\varphi_1) \sin(\theta_1) \end{bmatrix}$$

Per quanto riguarda la coppia di smorzamento (applicata in O , punto dove è collocato il sistema di smorzamento del filo), quest'ultima è data da

$$\mathbf{M}_D = -k_D \boldsymbol{\Omega}_1$$

avendo indicato con:

k_D il coefficiente di smorzamento rotazionale, in $\left[\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}\right]$;

$\boldsymbol{\Omega}_1$ il vettore velocità angolare della prima barra, dato da:

$$\boldsymbol{\Omega}_1 = \mathbf{u}_1 \times \dot{\mathbf{u}}_1$$

(allo stesso modo si definisce il vettore velocità angolare della seconda barra come: $\boldsymbol{\Omega}_2 = \mathbf{u}_2 \times \dot{\mathbf{u}}_2$)

E' possibile indicare la quantità di energia dissipata, in modulo, nell'intervallo di tempo (infinitesimo) dt come:

$$dE_D = k_D (\boldsymbol{\Omega}_1)^2 dt$$

da cui deriva che in un intervallo di tempo finito t l'energia dissipata equivale a:

$$E_D = k_D \int_0^t (\boldsymbol{\Omega}_1)^2 dt$$

3.2 Equazioni del moto

Nel presente paragrafo sono ottenute le equazioni della dinamica (in forma lagrangiana), inizialmente per il moto tridimensionale del filo^{[3][2]}. Successivamente sono anche ricavate le equazioni per il moto bidimensionale del filo, per il caso in-plane e per il caso out-plane^[4]: tali equazioni risulteranno di fatto impiegate nella successiva analisi numerica, nei capitoli seguenti della presente trattazione. Infine vengono anche determinate le frequenze naturali d'oscillazione del filo nel caso di piccole oscillazioni attorno alla posizione d'equilibrio della verticale locale (ovvero filo giacente lungo l'asse x del s.d.r. orbitale).

3.2.1 Caso tridimensionale

Per determinare le equazioni del moto è stata adottata la formulazione lagrangiana. Dalla teoria è noto che la lagrangiana è data dalla relazione

$$\mathcal{L} = T - V$$

dove in questo caso T e V rappresentano rispettivamente l'energia cinetica e l'energia potenziale (gravitazionale) del filo, entrambe riferite al s.d.r. orbitale.

Partendo dall'equazione (3.1.3) e considerando la massa infinitesima dm di un generico punto lungo il filo, è possibile scrivere:

$$dT = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^2 dm$$

Allo stesso modo per l'energia potenziale, partendo dalle equazioni (3.1.1) e (3.1.2) si ha rispettivamente:

$$dV_1 = -\frac{\mu}{a} \left(1 - \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{i}}{a} + \left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{i}}{a} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\mathbf{x}^2}{a^2} \right\} \right) dm$$

$$dV_2 = \left[\frac{1}{2} \left(2\boldsymbol{\gamma}_{01}^0 \cdot \mathbf{x} - (\boldsymbol{\omega}_{01} \times \mathbf{x})^2 \right) - \boldsymbol{\omega}_{01} \cdot (\mathbf{x} \times \dot{\mathbf{x}}) \right] dm$$

Quindi il differenziale della funzione lagrangiana è dato da:

$$d\mathcal{L} = dT - dV_1 - dV_2 \quad (3.2.1)$$

Nel prosieguo della trattazione, per ragioni di convenienza, si indicherà con il simbolo $(\dot{})$ la derivata temporale rispetto al tempo adimensionale τ (anziché rispetto al tempo t in secondi, come invece considerato prima), nel seguente modo:

$$\tau = \omega t \Rightarrow (\dot{}) = \frac{d(\cdot)}{d\tau} = \frac{1}{\omega} \frac{d(\cdot)}{dt}$$

Dall'integrazione della relazione (3.2.1) sull'intera lunghezza del filo, calcolando anche il contributo del potenziale gravitazionale dovuto alla massa m_B e trascurando invece l'energia cinetica della stessa massa m_B (il cui contributo è irrilevante), risulta^[3]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \int d\mathcal{L} = & \frac{1}{6} (m_2 + 3m_B) \omega^2 L_2^2 \left\{ \dot{\varphi}_2^2 + c^2 \varphi_2 \left[(1 + \dot{\theta}_2)^2 + 3c^2 \theta_2 \right] \right\} \\ & + \frac{1}{6} (m_1 + 3m_2 + 3m_B) \omega^2 L_1^2 \left\{ \dot{\varphi}_1^2 + c^2 \varphi_1 \left[(1 + \dot{\theta}_1)^2 + 3c^2 \theta_1 \right] \right\} \\ & + \frac{1}{2} (m_2 + 2m_B) \omega^2 L_1 L_2 \left\{ c\varphi_1 c\varphi_2 c (\theta_2 - \theta_1) (\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \right. \\ & - c\varphi_1 s\varphi_2 s (\theta_2 - \theta_1) \dot{\varphi}_2 (\dot{\theta}_1 + 1) + s\varphi_1 c\varphi_2 s (\theta_2 - \theta_1) \dot{\varphi}_1 (\dot{\theta}_2 + 1) \\ & \left. + [c\varphi_1 c\varphi_2 + s\varphi_1 s\varphi_2 c (\theta_2 - \theta_1)] \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \right. \\ & \left. + 3c\varphi_1 c\varphi_2 c\theta_1 c\theta_2 - s\varphi_1 s\varphi_2 \right\} \end{aligned}$$

dove si è indicato per brevità (e si indicherà allo stesso modo in seguito) con $c(\cdot)$ e $s(\cdot)$ rispettivamente le funzioni coseno e seno.

I termini non conservativi rientranti nelle equazioni della dinamica in forma lagrangiana sono espressi dalle "forze" generalizzate.

Si definiscono ora le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
Q_1 &= (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_D) \cdot \boldsymbol{\Omega}_1 = \omega F_{inp} L_1 L_2 c^3 \varphi_1 c \theta_1 \dot{\theta}_1 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - \omega F_{outp} L_1 L_2 c \varphi_1 c \theta_1 \left(\dot{\theta}_1 c \varphi_1 s \varphi_1 s \theta_1 + \dot{\varphi}_1 c \theta_1 \right) s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - \omega \left(F_{inp} L_1 L_2 s \varphi_1 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) + F_{outp} L_1 L_2 c \varphi_1 s \theta_1 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \right) \left(\dot{\varphi}_1 s \theta_1 - \dot{\theta}_1 c \varphi_1 \right. \\
&\quad \left. c \theta_1 s \varphi_1 \right) \\
&\quad - k_D \omega^2 \left[\left(\dot{\varphi}_1 c \theta_1 + \dot{\theta}_1 c \varphi_1 s \varphi_1 s \theta_1 \right)^2 + \left(\dot{\varphi}_1 s \theta_1 - \dot{\theta}_1 c \varphi_1 c \theta_1 s \varphi_1 \right)^2 + \left(\dot{\theta}_1 c^2 \varphi_1 \right)^2 \right]
\end{aligned}$$

per la prima barra, e:

$$\begin{aligned}
Q_2 &= \mathbf{M}_2 \cdot \boldsymbol{\Omega}_2 = \omega F_{inp} L_2^2 \lambda c^3 \varphi_2 c \theta_2 \dot{\theta}_2 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - \omega F_{outp} L_2^2 \lambda c \varphi_2 c \theta_2 \left(\dot{\theta}_2 c \varphi_2 s \varphi_2 s \theta_2 + \dot{\varphi}_2 c \theta_2 \right) s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - \omega \left(F_{inp} L_2^2 \lambda s \varphi_2 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) + F_{outp} L_2^2 \lambda c \varphi_2 s \theta_2 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \right) \left(\dot{\varphi}_2 s \theta_2 - \dot{\theta}_2 c \varphi_2 c \theta_2 \right. \\
&\quad \left. s \varphi_2 \right)
\end{aligned}$$

per la seconda barra.

Allora le forze generalizzate sono date da:

$$\begin{aligned}
Q_{\theta_1} &= \frac{1}{\omega} \frac{\partial Q_1}{\partial \dot{\theta}_1} = F_{inp} L_1 L_2 c^3 \varphi_1 c \theta_1 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - F_{outp} L_1 L_2 c^2 \varphi_1 c \theta_1 s \varphi_1 s \theta_1 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad + \left(F_{inp} L_1 L_2 s \varphi_1 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) + F_{outp} L_1 L_2 c \varphi_1 s \theta_1 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \right) c \varphi_1 c \theta_1 s \varphi_1 \\
&\quad - 2k_D \omega \left[\left(\dot{\varphi}_1 c \theta_1 + \dot{\theta}_1 c \varphi_1 s \varphi_1 s \theta_1 \right) c \varphi_1 s \varphi_1 s \theta_1 + \left(\dot{\varphi}_1 s \theta_1 - \dot{\theta}_1 c \varphi_1 c \theta_1 s \varphi_1 \right) c \varphi_1 c \theta_1 \right. \\
&\quad \left. s \varphi_1 + \left(\dot{\theta}_1 c^2 \varphi_1 \right) c^2 \varphi_1 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{\varphi_1} &= \frac{1}{\omega} \frac{\partial Q_1}{\partial \dot{\varphi}_1} = -F_{outp} L_1 L_2 c \varphi_1 c^2 \theta_1 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - \left(F_{inp} L_1 L_2 s \varphi_1 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) + F_{outp} L_1 L_2 c \varphi_1 s \theta_1 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \right) s \theta_1 \\
&\quad - 2k_D \omega \left[\left(\dot{\varphi}_1 c \theta_1 + \dot{\theta}_1 c \varphi_1 s \varphi_1 s \theta_1 \right) c \theta_1 + \left(\dot{\varphi}_1 s \theta_1 - \dot{\theta}_1 c \varphi_1 c \theta_1 s \varphi_1 \right) s \theta_1 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{\theta_2} &= \frac{1}{\omega} \frac{\partial Q_2}{\partial \dot{\theta}_2} = F_{inp} L_2^2 \lambda c^3 \varphi_2 c \theta_2 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad - F_{outp} L_2^2 \lambda c^2 \varphi_2 c \theta_2 s \varphi_2 s \theta_2 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\
&\quad + \left(F_{inp} L_2^2 \lambda s \varphi_2 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) + F_{outp} L_2^2 \lambda c \varphi_2 s \theta_2 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \right) c \varphi_2 c \theta_2 s \varphi_2
\end{aligned}$$

$$Q_{\varphi_2} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial Q_2}{\partial \dot{\varphi}_2} = -F_{outp} L_2^2 \lambda c \varphi_2 c^2 \theta_2 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) - \left(F_{inp} L_2^2 \lambda s \varphi_2 s \left(\omega_{inp} \frac{\tau}{\omega} \right) + F_{outp} L_2^2 \lambda c \varphi_2 s \theta_2 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \right) s \theta_2$$

Risulta finalmente possibile definire le quattro equazioni della dinamica che descrivono il moto tridimensionale del filo nella seguente forma^[2]:

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_i} = Q_{\theta_i} \quad (3.2.2)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_i} = Q_{\varphi_i} \quad (3.2.3)$$

per $i = 1, 2$.

L'espressione completa delle equazioni della dinamica sarà fornita direttamente nella successiva trattazione del caso bidimensionale, in quanto proprio tali equazioni semplificate sono state impiegate nell'analisi numerica del moto del filo.

3.2.2 Caso bidimensionale

Si è partiti dalle equazioni (3.2.2) per il caso in-plane e (3.2.3) per il caso out-plane, imponendo $\varphi_1 = \dot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_1 = 0$ e $\varphi_2 = \dot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_2 = 0$ per il moto nel piano dell'orbita, $\theta_1 = \dot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_1 = 0$ e $\theta_2 = \dot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_2 = 0$ per il moto fuori dal piano dell'orbita.

Per convenienza si è reso necessario adimensionalizzare le equazioni, giungendo a definire i seguenti parametri adimensionali^[3]

$$\Lambda = \frac{L_1}{L}$$

$$\delta_1 = \frac{m_1}{m_B}$$

$$\delta_2 = \frac{m_2}{m_B}$$

e i seguenti coefficienti adimensionali^{[3][4]} (per motivi di convenienza, le espressioni relative ai coefficienti A, B, C, D seguenti sono state indicate in un ordine differente rispetto a quanto riportato in Rif. [3])

$$A = (2 + \delta_2) (1 - \Lambda)$$

$$B = \Lambda (\delta_1 + 3\delta_2 + 3)$$

$$C = \Lambda (2 + \delta_2)$$

$$D = (3 + \delta_2) (\Lambda - 1)$$

$$f_{inp,1} = \frac{F_{inp} (1 - \Lambda)}{m_B \omega^2}$$

$$f_{inp,2} = \lambda f_{inp,1}$$

$$f_{outp,1} = \frac{F_{outp} (1 - \Lambda)}{m_B \omega^2}$$

$$f_{outp,2} = -\lambda f_{outp,1}$$

ai quali si aggiunge infine il coefficiente dimensionale^[4]

$$W = \frac{2a^3}{\mu m_B \Lambda L^2}$$

ed il coefficiente

$$k = \omega k_D$$

Le equazioni della dinamica sono di seguito proposte e già raggruppate in forma matriciale^[4].

Moto in-plane

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \frac{A}{B} (c\theta_1 c\theta_2 + s\theta_1 s\theta_2) \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} \frac{C}{D} (c\theta_1 c\theta_2 + s\theta_1 s\theta_2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3k\frac{W}{B} & \left[3\frac{A}{B}(s\theta_1c\theta_2 - c\theta_1s\theta_2)\left(1 + \frac{\dot{\theta}_2}{2}\right)\right] \\ 0 & 0 & \left[3\frac{C}{D}(s\theta_1c\theta_2 - c\theta_1s\theta_2)\left(1 + \frac{\dot{\theta}_1}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3\left(\frac{3}{2}\frac{A}{B}c\theta_2s\theta_1 + s\theta_1c\theta_1\right) \\ 3\left(c\theta_2s\theta_2 - \frac{3}{2}\frac{C}{D}c\theta_1s\theta_2\right) \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{B}f_{inp,1}c\theta_1s\left(\omega_{inp}\frac{\tau}{\omega}\right) \\ \frac{3}{D}f_{inp,2}c\theta_2s\left(\omega_{inp}\frac{\tau}{\omega}\right) \end{bmatrix} = \mathbf{0}
\end{aligned}$$

Moto out-plane

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2}\frac{A}{B}(c\varphi_1c\varphi_2 + s\varphi_1s\varphi_2) \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2}\frac{C}{D}(c\varphi_1c\varphi_2 + s\varphi_1s\varphi_2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3k\frac{W}{B} & \left[\frac{3}{2}\frac{A}{B}(s\varphi_1c\varphi_2 - c\varphi_1s\varphi_2)\dot{\varphi}_2\right] \\ 0 & 0 & \left[\frac{3}{2}\frac{C}{D}(s\varphi_1c\varphi_2 - c\varphi_1s\varphi_2)\dot{\varphi}_1\right] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \left[\frac{3}{2} \frac{A}{B} (3c\varphi_2 s\varphi_1 + s\varphi_2 c\varphi_1) + 4s\varphi_1 c\varphi_1 \right] \\ \left[-\frac{3}{2} \frac{C}{D} (c\varphi_2 s\varphi_1 + 3c\varphi_1 s\varphi_2) + 4s\varphi_2 c\varphi_2 \right] \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{B} f_{outp,1} c\varphi_1 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \\ \frac{3}{D} f_{outp,2} c\varphi_2 s \left(\omega_{outp} \frac{\tau}{\omega} \right) \end{bmatrix} = \mathbf{0}
\end{aligned}$$

3.2.3 Frequenze naturali del filo

Le equazioni del moto (3.2.2) e (3.2.3) vengono riscritte con i termini $Q_{\theta_i} = Q_{\varphi_i} = 0$, ovvero in mancanza di eccitazione esterna.

Si ha pertanto:

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_i} = 0 \quad (3.2.4)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_i} = 0 \quad (3.2.5)$$

Dalla linearizzazione delle equazioni (3.2.4) e (3.2.5) e da una successiva analisi del sistema lineare ottenuto, è possibile ricavare le frequenze naturali d'oscillazione libera del filo (normalizzate per ω)^[3] elencate di seguito:

$$\omega_1 = \sqrt{3} \quad (3.2.6)$$

$$\omega_2 = \sqrt{3 \frac{(6 + 2\delta_2 + \Lambda\delta_2) [(3\delta_2 + 2\delta_1)\Lambda + 3\delta_2 + 6]}{\Lambda(1 - \Lambda) [3\delta_2^2 + (12 + 4\delta_1)\delta_2 + 12\delta_1]}} \quad (3.2.7)$$

$$\omega_3 = 2 \tag{3.2.8}$$

$$\omega_4 = \sqrt{1 + \omega_2^2} \tag{3.2.9}$$

Le frequenze $\sqrt{3}\omega$ e 2ω , rispettivamente per il moto in-plane ed il moto out-plane, sono riferite al modo di oscillare del filo come un pendolo, ovvero come un'unica barra rigida. Le frequenze $\omega_2\omega$ e $\omega_4\omega$, rispettivamente per il moto in-plane ed il moto out-plane, sono riferite invece all'oscillazione laterale del filo.

Capitolo 4

ANALISI NUMERICA:

FASI PRE-SIMULAZIONE

Nel presente capitolo viene affrontata l'analisi numerica, effettuata in Matlab, delle equazioni del moto precedentemente illustrate, nel caso semplificato di moto bidimensionale. In particolare, la trattazione è stata articolata come segue.

Viene dapprima introdotta l'investigazione numerica, descrivendo: il tipo di analisi effettuata sul sistema dinamico (filo + massa finale); il campo di investigazione; come è stato concepito il codice ed in che modo esso funziona; gli obiettivi finali ricercati ed ottenuti dall'analisi.

In seguito viene descritto in dettaglio il codice Matlab, partendo dal "main-script" ed analizzando inoltre le singole routine, in particolar modo quelle fondamentali su cui si basa il funzionamento dell'intero codice.

Vengono infine presentati i dati in input per le simulazioni e descritte tutte le verifiche pre-simulazione effettuate.

Per chiarezza espositiva i risultati conclusivi delle simulazioni, con i relativi grafici, sono mostrati e commentati nel capitolo 5 successivo.

Il codice usato è stato in gran parte tratto dal lavoro di Rif. [4].

4.1 Pianificazione preliminare dell'analisi numerica

Si è voluto determinare il comportamento del filo soggetto ad una forzante esterna, studiando la risposta del sistema al variare della frequenza di oscillazione della forzante stessa.

Tuttavia il sistema dinamico oggetto dell'analisi, pur nelle semplificazioni adottate, si dimostra sempre come un sistema altamente non lineare: le equazioni che governano il moto sono equazioni differenziali ordinarie, del secondo ordine, non lineari.

Restano pertanto escluse le classiche strategie d'analisi modale di sistemi dinamici lineari (come ad esempio il semplice “massa-molla-smorzatore”) basate sulla trasformata di Laplace delle equazioni del moto e sull'estrazione di una opportuna funzione trasferimento di cui valutarne l'andamento nel dominio delle frequenze.

Da qui si è resa necessaria un'analisi modale del sistema dinamico ottenuta tramite integrazione numerica delle equazioni del moto, al variare ogni volta della frequenza della forzante esterna. La risposta del sistema è stata studiata in termini di: angoli (direttamente forniti dall'integrazione delle equazioni del moto), di energia cinetica ed energia dissipata dal sistema tramite lo smorzatore (entrambe valutate in opportune e distinte condizioni ottimali, meglio descritte nel prosieguo della trattazione); si sono inoltre studiati, per ciascuna simulazione, valori “ottimali” del coefficiente di smorzamento (anche questi descritto meglio in seguito).

Come già sopra accennato, per ciascun caso oggetto di simulazione numerica (ovvero sistema sollecitato con forzante esterna, oscillante a frequenza diversa di caso in caso) si è deciso di ricavare il vettore di stato (angoli e velocità) in due differenti condizioni ottimali:

- minima energia cinetica del sistema;
- massima energia dissipata dal sistema tramite lo smorzatore.

Allo scopo di ottenere ciò, per ogni caso di simulazione si è deciso di integrare le equazioni del moto un numero distinto di volte, facendo variare di volta in volta il coefficiente di smorzamento k (all'interno di un predefinito array in input) in modo da ricavare, in output da ciascuna simulazione, angoli e velocità

- per il valore k in corrispondenza del quale l'energia cinetica del sistema è minima

e

- per il valore di k in corrispondenza del quale l'energia dissipata dal sistema tramite lo smorzatore è massima.

La banda di frequenze all'interno della quale variare, per ciascuna simulazione, la frequenza d'oscillazione della forzante esterna è stata ottenuta tramite analisi FFT (Fast Fourier Transform) relativa alla dinamica laterale del filo. Lo spettro in frequenza (ottenuto da un simulatore fisico)^[4] è mostrato nella seguente Fig. 4.1.1

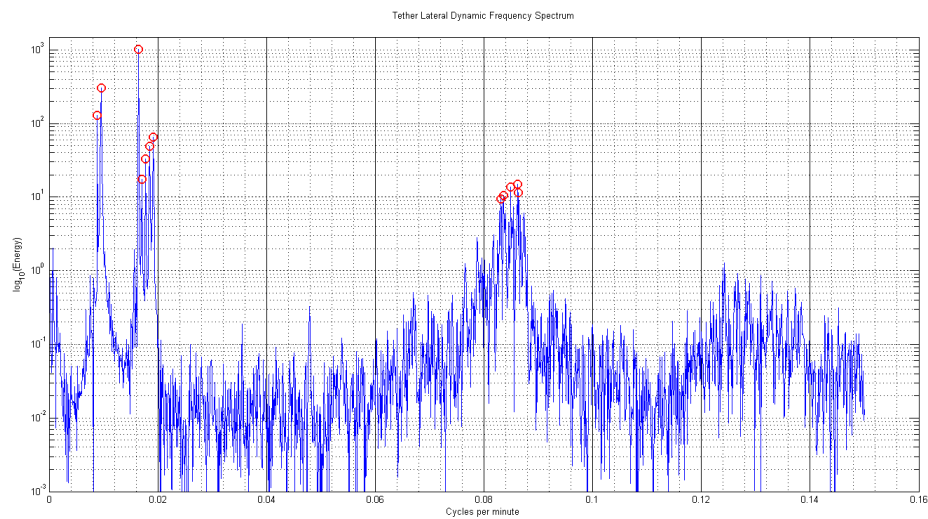


Figura 4.1.1: Spettro in frequenza relativo alla dinamica laterale del filo

Come è possibile osservare dal grafico in figura i picchi cerchiati con pallini rossi sono quelli a contenuto energetico maggiore (ovvero maggiore di 10^1). Tali picchi hanno un contenuto in frequenza inferiore a $f_l = 1.67 \cdot 10^{-3} [Hz]$.

Per rimanere in sicurezza si è deciso di scegliere un intervallo di frequenze pari a $[0 - 2f_l] = [0 - 3.34 \cdot 10^{-3}]$. Siccome nelle analisi si sono adottati per la frequenza della forzante valori multipli della frequenza orbitale ω , l'intervallo sopra definito equivale a $[0 - 20\omega]$.

Gli obiettivi finali dell'analisi modale non lineare sopra descritta sono stati quelli di:

- studiare il moto del sistema, al fine di individuare eventuali casi di instabilità e quindi capire se i valori ottimali dei coefficienti di smorzamento ottenuti per ciascuna simulazione fossero in grado o meno di garantire un moto “stabile” per il filo (ossia un moto in cui le oscillazioni siano “contenute”, e comunque minori di 90° , attorno alla posizione iniziale d'equilibrio data dalla verticale locale);
- ricavare un andamento, in funzione della frequenza della forzante, dei coefficienti di smorzamento ottimali (sia per il caso di energia cinetica minima che per il caso di energia dissipata massima)
- individuare, infine, un valore “equivalente” per il coefficiente di smorzamento, ovvero uguale sia per il caso in-plane che per il caso out-plane: questo perchè si fa l'ipotesi che la dinamica d'assetto del satellite non sia controllata e che, quindi, i casi in-plane ed out-plane possano essere reciprocamente interscambiati durante il moto rotazionale del satellite stesso.

4.2 Illustrazione del codice Matlab

Partendo dallo script principale (“main-script”), viene di seguito illustrato in dettaglio il funzionamento del codice Matlab utilizzato per l'analisi

numerica. E' anche illustrato in dettaglio il funzionamento delle routine principali.

Il main-script inizia definendo i parametri fisico-geometrici del filo:

- dimensioni della sezione di base delle due barre (spessore e larghezza)
- lunghezza delle due barre
- densità del materiale costituente il filo (alluminio)
- massa delle due barre e del corpo finale (zavorra)

In seguito sono definiti i parametri dell'orbita (solo quelli rientranti nelle equazioni del moto), ovvero:

- raggio terrestre (medio)
- quota
- semiasse maggiore dell'orbita (ovvero raggio dell'orbita, trattandosi di orbita circolare)
- velocità angolare dell'orbita

Il codice continua con la definizione dei parametri (adimensionali e non) già definiti in § 3.2.2 e con il numero di orbite (`n_exc`) su cui vengono integrate le equazioni del moto.

Prima dell'inizializzazione delle variabili calcolate nel successivo ciclo di integrazione, sono stati definiti i parametri di “scansione”, ovvero i parametri per ottenere un opportuno infittimento dei valori del coefficiente di smorzamento k al fine di garantire una definizione “ottimale” dei valori di minima energia cinetica e di massima energia dissipata (su i quali si basa la scelta dei valori ottimi di k per ciascuna simulazione, come descritto meglio nel prosieguo). In particolare si è definito:

- la variabile `mode` che può assumere due valori, 0 oppure 1, a seconda della routine scelta per l'infittimento dei valori di k (0 se “`local_densify`”, 1 se “`aurea_local_densify`”, in seguito descritte)

- il vettore `k_array`, che è il vettore di scansione iniziale per i k
- il vettore `k_interval`, che serve ad indicare alla routine “`aurea_local_densify`” gli intervalli di k dove infittire
- `densify_factor_1` e `densify_factor_2` che sono delle opportune tolleranze al di sotto delle quali la routine “`local_densify`” interrompe l’infittimento dei k
- `epsilon` che è la tolleranza al di sotto della quale la routine “`aurea_local_densify`” interrompe l’infittimento dei k
- contatori necessari per il funzionamento delle sopra citate routine

Nel prosieguo del codice vengono quindi inizializzate le variabili calcolate nel successivo ciclo di integrazione; inoltre sono definite le opzioni da attribuire alla routine di Matlab “`ode45`” utilizzata per l’integrazione delle equazioni del moto.

Il ciclo `while` di integrazione inizia: vengono integrate dapprima le equazioni del moto per ciascun valore di k indicato nel vettore `k_array` iniziale; successivamente, a seconda del valore imposto alla variabile `mode`, l’algoritmo procede a calcolare i nuovi valori di infittimento di k (con i quali viene aggiornato il vettore `k_array`) o con la routine “`local_densify`” o con la routine “`aurea_local_densify`”. Il ciclo `while` continua fino a che l’infittimento dei valori di k non è tale da rispettare le tolleranze precedentemente impostate.

Durante ciascun ciclo di integrazione (interno al ciclo `while`) non vengono solo calcolati i valori degli angoli e delle velocità angolari, ma anche al contempo (tramite la routine “`energy_store`”) il valore dell’energia cinetica del filo (prima barra + seconda barra + zavorra) e dell’incremento di energia dissipata dallo smorzatore (per ciascuno step di integrazione).

Sempre durante ciascun ciclo di integrazione (quindi di volta in volta al variare di k) i dati vengono salvati nelle seguenti matrici:

DATA_DYNAMIC:

TIME	Y
------	---

DATA_ENERGY:

TH_EN	ENERGY_VEC	ENERGY_VEC_DAMP
-------	------------	-----------------

POINTER_DYNAMIC:

numero simulazione	k	E_mean	row_init_a	row_end_a
--------------------	---	--------	------------	-----------

POINTER_ENERGY:

numero simulazione	k	E_mean	row_init_b	row_end_b
--------------------	---	--------	------------	-----------

POINTER_DAMP:

numero simulazione	k	D_max	row_init_b	row_end_b
--------------------	---	-------	------------	-----------

dove si è indicato con:

TIME il vettore di tutti gli istanti temporali di integrazione;

Y il vettore di stato dato da

$$Y = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

nel caso di moto in-plane e dato da

$$Y = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}$$

nel caso di moto out-plane;

TH_EN il vettore degli istanti temporali all'inizio di ogni step di integrazione;

ENERGY_VEC il vettore dei valori dell'energia cinetica del filo all'inizio di ogni step di integrazione;

ENERGY_VEC_DAMP il vettore dei valori degli incrementi di energia dissipata calcolati all'inizio di ogni step di integrazione;

row_init_a e row_end_a rispettivamente il numero della riga di inizio e della riga di fine degli elementi della matrice DATA_DYNAMIC relativi alla simulazione salvata alla riga della matrice POINTER_DYNAMIC;

row_init_b e row_end_b rispettivamente il numero della riga di inizio e di fine degli elementi della matrice DATA_ENERGY relativi alla simulazione salvata alla riga della matrice POINTER_ENERGY e POINTER_DAMP;

E_mean il valore medio dell'energia cinetica, ottenuto come media dei valori del vettore ENERGY_VEC nell'arco delle n_exc orbite di integrazione;

D_max il valore cumulativo dell'energia dissipata dallo smorzatore, ottenuto come somma dei valori del vettore ENERGY_VEC_DAMP nell'arco delle n_exc orbite di integrazione.

Terminato il ciclo di integrazione, l'algoritmo della main-function procede con la fase di post-elaborazione dei dati, il plottaggio e l'archiviazione dei risultati. In particolare:

- tramite la routine "min_ken" viene scansata la matrice di immagazzinamento dei dati POINTER_ENERGY alla ricerca del valore minimo dell'energia cinetica e del rispettivo indice di riga (entrambi forniti in output dalla routine)
- tramite la routine "max_damp" viene invece scansata la matrice di immagazzinamento dei dati POINTER_DAMP alla ricerca del valore di massima energia dissipata e del rispettivo indice di riga (entrambi forniti in output dalla routine)

- tramite la routine “plot_results_2_inp” o “plot_results_2_outp” (a seconda del caso di moto in-plane o out-plane) vengono plottati i seguenti grafici:
 1. **Kinetic Oscillation Energy (OKEN)**: il grafico di variazione dell’energia cinetica del filo nell’arco delle “n_exc” orbite, nel caso specifico di minima energia cinetica del sistema;
 2. **Kinetic Oscillation Energy (MDEN)**: il grafico di variazione dell’energia cinetica del filo nell’arco delle “n_exc” orbite, nel caso specifico di massima energia dissipata dallo smorzatore;
 3. **k VS Mean Kinetic Energy**: il grafico dove viene plottato per ogni valore di k il rispettivo valore di energia cinetica (media nell’arco delle “n_exc” orbite);
 4. **k VS Total dissipated energy**: il grafico dove viene plottato per ogni valore di k il rispettivo valore di energia dissipata (cumulativa nell’arco delle “n_exc” orbite)
 5. **Angles time profiles (OKEN)**: il grafico dove sono plottati gli angoli θ_1 e θ_2 oppure φ_1 e φ_2 (a seconda di moto in-plane o out-plane) in funzione del tempo, nel caso specifico di minima energia cinetica del sistema;
 6. **Angles time profiles (MDEN)**: il grafico dove sono plottati gli angoli θ_1 e θ_2 oppure φ_1 e φ_2 (a seconda di moto in-plane o out-plane) in funzione del tempo, nel caso specifico di massima energia dissipata dallo smorzatore;

7. **Angular velocities time profiles (OKEN)**: il grafico dove sono plottate le velocità angolari $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_2$ oppure $\dot{\varphi}_1$ e $\dot{\varphi}_2$ (a seconda di moto in-plane o out-plane) in funzione del tempo, nel caso specifico di minima energia cinetica del sistema;

8. **Angular velocities time profiles (MDEN)**: il grafico dove sono plottate le velocità angolari $\dot{\theta}_1$ e $\dot{\theta}_2$ oppure $\dot{\varphi}_1$ e $\dot{\varphi}_2$ (a seconda di moto in-plane o out-plane) in funzione del tempo, nel caso specifico di massima energia dissipata dallo smorzatore;

- tramite la routine “**write_files**” sono infine salvate sull’hard disk del computer le matrici di immagazzinamento dei dati sopra definite, i grafici plottati ed un file contenente i valori dei parametri di simulazione impiegati.

Di seguito è riportato il funzionamento dettagliato delle routine “**local_densify**” e “**aurea_local_densify**” le quali, da quanto si è già potuto evincere nel presente paragrafo, sono fondamentali per il funzionamento del main-script.

La routine “**local_densify**” esegue l’infittimento dei valori di k nel modo illustrato nel seguente diagramma di flusso di Fig. 4.2.1 - 4.2.2 - 4.2.3.

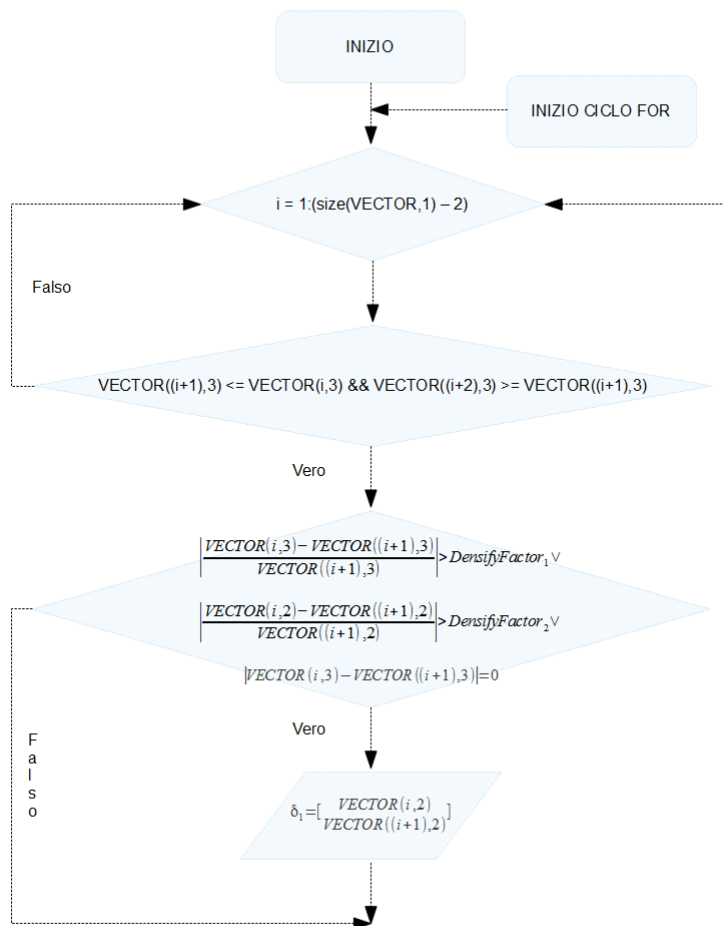


Figura 4.2.1: (continua alla Fig. 4.2.2)

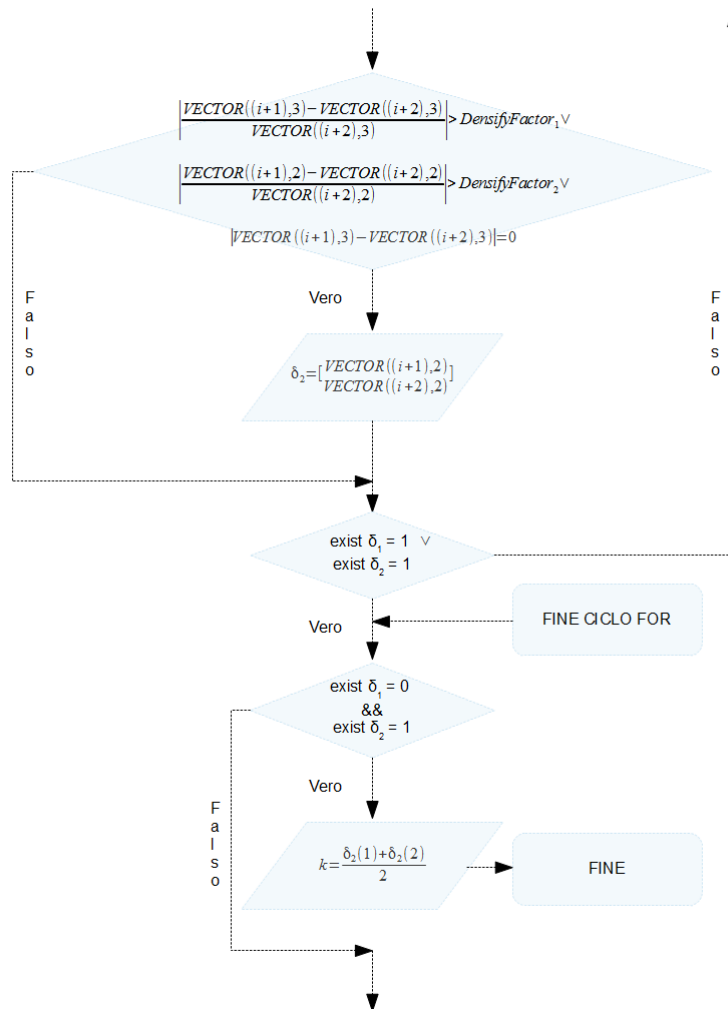


Figura 4.2.2: (continua alla Fig. 4.2.3)

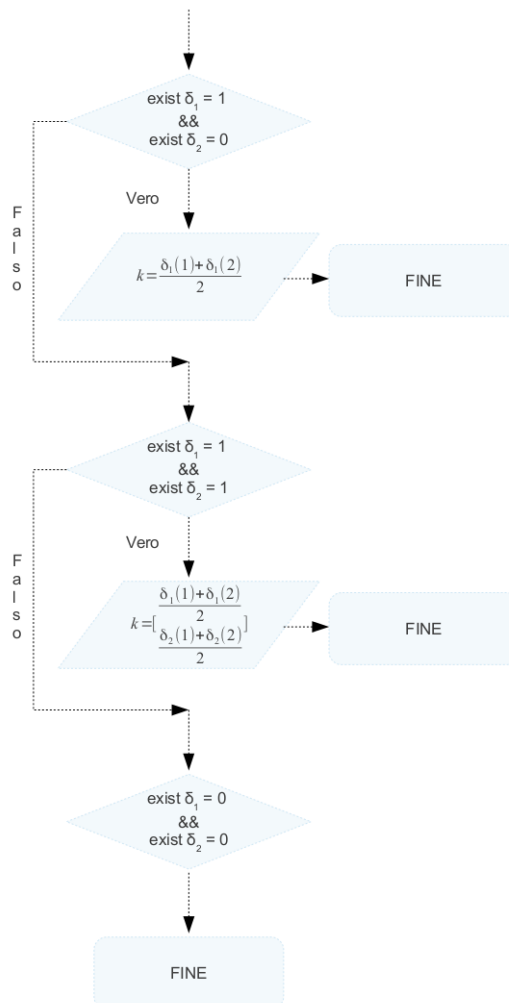


Figura 4.2.3: Diagramma di flusso del funzionamento della routine “local_densify”

Bisogna tuttavia precisare quanto segue:

- la routine “local_densify” non infittisce i k solo per cercare i valori (locali) di minima energia cinetica, ma anche per determinare i

valori (locali) di massima energia cinetica e di massima energia dissipata. Ciò è stato ottenuto nella routine semplicemente aggiungendo un'altra porzione di codice (formalmente identica a quella il cui funzionamento è mostrato nelle figure precedenti) dove è stata fatta la seguente modifica:

- la riga “`VECTOR((i+1),3) <= VECTOR(i,3) && VECTOR((i+2),3) >= VECTOR((i+1),3)`” è stata sostituita con la riga “`VECTOR((i+1),3) >= VECTOR(i,3) && VECTOR((i+2),3) <= VECTOR((i+1),3)`” ;
- con la generica matrice “`VECTOR`”, indicata nel diagramma di flusso, si indicano nella routine le matrici `POINTER_ENERGY` e `POINTER_DAMP` (a seconda che si stiano infittendo i valori di k per il grafico dell'energia cinetica, oppure per quello dell'energia dissipata).

Un esempio pratico del funzionamento della routine “`local_densify`”, su una generica funzione di cui si voglia numericamente trovare il punto di minimo, è mostrato di seguito in Fig. 4.2.4.

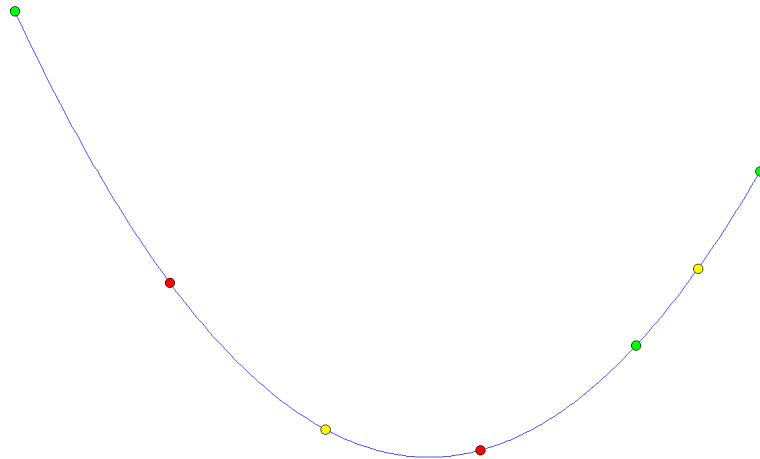


Figura 4.2.4: Esempio grafico di funzionamento della routine “`local_densify`”

Inizialmente si hanno i tre punti verdi che rispettano la condizione secondo cui il secondo (a partire da sinistra) è il minore degli altri due alle estremità. La routine allora divide a metà l'intervallo (di k) tra il primo e secondo punto verde ed il secondo e terzo punto verde, ottenendo pertanto i due punti gialli mostrati in Fig. 4.2.4.

A questo punto si considerano il primo ed il secondo punto verde ed il primo punto giallo (partendo sempre da sinistra): questi, infatti, rispecchiano ora la condizione secondo cui il punto di mezzo (il primo punto giallo) è il minore tra il primo punto immediatamente alla sua sinistra (ovvero il primo punto verde) ed il primo punto immediatamente alla sua destra (ovvero il secondo punto verde). La routine, quindi, divide a metà l'intervallo tra il primo punto verde ed il primo punto giallo e l'intervallo tra il primo punto giallo ed il secondo punto verde: in tal modo si ottengono i due punti rossi mostrati in figura.

L'algoritmo continua fino a che non verranno rispettate le tolleranze preimpostate: nel presente esempio l'algoritmo potrà continuare (se le tolleranze non sono rispettate) partendo questa volta dal primo punto giallo, dal secondo punto rosso e dal secondo punto verde.

La routine “`aurea_local_densify`” esegue invece l'infittimento dei valori di k nel modo illustrato^[12] nel seguente diagramma di flusso di Fig. 4.2.5 - 4.2.6 - 4.2.7.

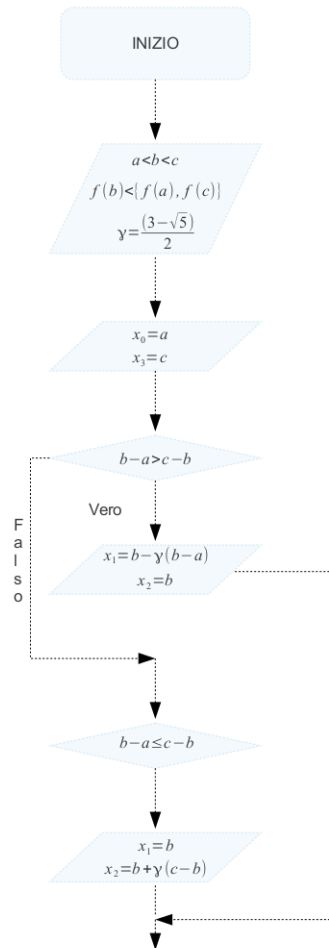


Figura 4.2.5: (continua alla Fig. 4.2.6)

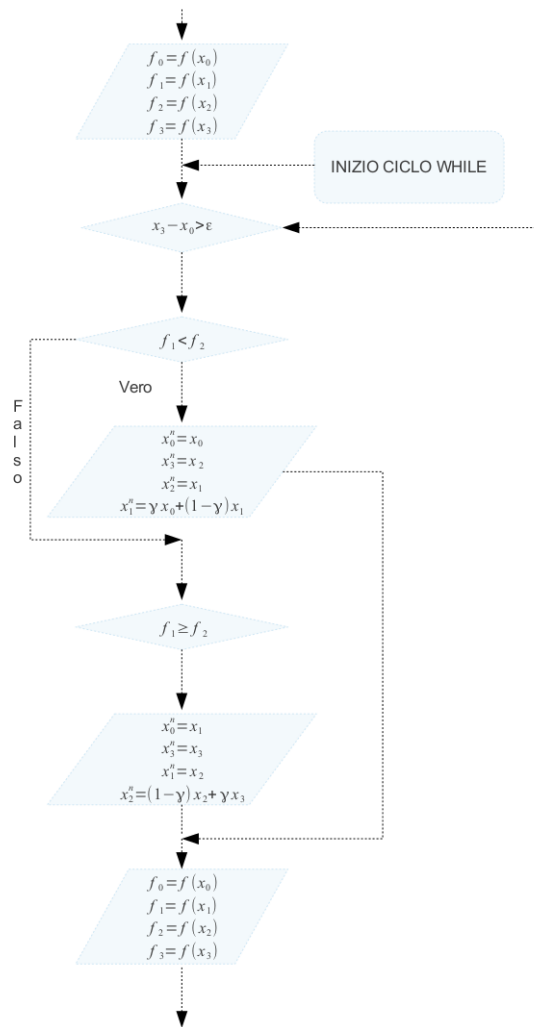


Figura 4.2.6: (continua alla Fig. 4.2.7)

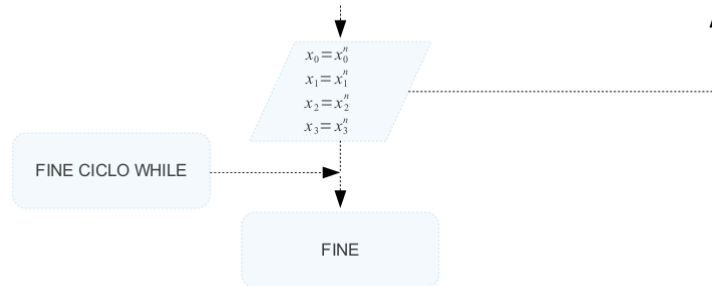


Figura 4.2.7: Diagramma di flusso del funzionamento della routine “aurea_local_densify”

Un esempio pratico del funzionamento della routine “aurea_local_densify”, su una generica funzione di cui si voglia numericamente trovare il punto di minimo, è mostrato di seguito in Fig. 4.2.8.

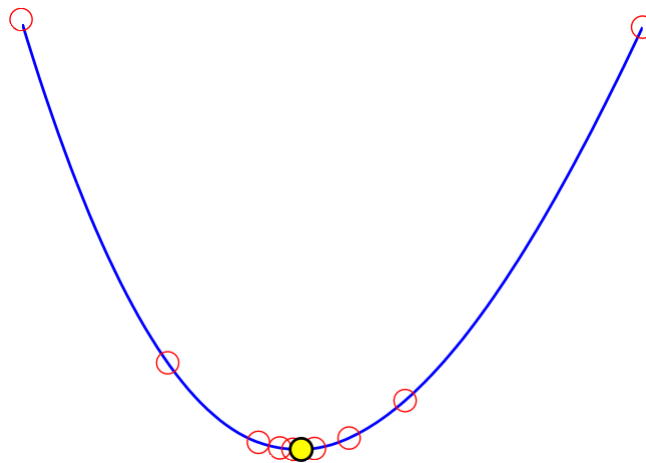


Figura 4.2.8: Esempio grafico di funzionamento della routine “aurea_local_densify”

Per concludere la descrizione del codice di calcolo per l'analisi numerica, si vuole fare una nota conclusiva in riguardo agli algoritmi di minimizzazione precedentemente esposti.

La routine “`local_densify`” può essere impiegata in qualsiasi condizione, anche nel caso di funzione presentante diversi punti di massimo o minimo locali sull'intero intervallo di infittimento. Tuttavia, proprio per la ragione appena esposta, può presentare tempi di calcolo anche notevolmente più lunghi di quelli impiegati invece dalla routine “`aurea_local_densify`”.

La routine “`aurea_local_densify`” può essere invece applicata (almeno in teoria) solo in intervalli in cui la funzione presenta un unico punto di stazionarietà (massimo o minimo locale).

Quindi nel corso delle simulazioni effettuate si è adoperata la routine “`local_densify`” per individuare tutti i i picchi di minimo e massimo locali presentati dal grafico “`k VS Mean Kinetic Energy`”, relativamente alle tolleranze preimpostate per la routine stessa (si veda più dettagliatamente in seguito in § 4.3); la routine “`aurea_local_densify`” è stata invece adoperata nella successiva fase di “filtraggio” dove cioè sono stati evidenziati solo i picchi principali di minimo e massimo locali nel grafico “`k VS Mean Kinetic Energy`” (si veda sempre in seguito in § 4.3).

4.3 Dati in input e verifiche pre-simulazione

I dati in input per ciascuna simulazione effettuata sono mostrati di seguito:

Filo			
Simbolo	Valore	Unità di misura	Commento
w1	1e-2	[m]	larghezza prima barra
h1	1e-2	[m]	spessore prima barra
w2	1e-2	[m]	larghezza seconda barra
h2	5e-5	[m]	spessore seconda barra

RHO_Al	2700	[kg/m ³]	densità alluminio
L1	10	[m]	lunghezza prima barra
L2	6000	[m]	lunghezza seconda barra
L = L1 + L2	6010	[m]	lunghezza totale del filo
M1 = w1 · h1 · L1 · RHO_Al	2.7	[kg]	massa prima barra
M2 = w2 · h2 · L2 · RHO_Al	8.1	[kg]	massa seconda barra
MB	20	[kg]	massa zavorra

Valori orbitali			
Simbolo	Valore	Unità di misura	Commento
Re	6378e3	[m]	raggio terrestre
H	500e3	[m]	quota
a = Re + H	6878e3	[m]	raggio dell'orbita
GRAV_E	398600e9	[m ³ /s ²]	parametro gravitazionale terrestre
w = sqrt(GRAV_E/a ³)	0.0011068	[rad/s]	velocità angolare dell'orbita

Forza esterna d'eccitazione			
Simbolo	Valore	Unità di misura	Commento
fnp1	1	[-]	[-]
foutp1	1	[-]	[-]
n_exc	10	[-]	numero di orbite eccitate

Per quanto riguarda il filo, sono stati scelti dati realistici per la sezione di base e le lunghezze delle due barre; inoltre la prima barra, responsabile dello smorzamento del filo (poiché ad essa direttamente applicato il sistema di smorzamento), è stata dimensionata con lunghezza inferiore, mentre la seconda barra è stata dimensionata in modo da avere una lunghezza corrispondente alla quasi totalità della lunghezza dell'intero filo. Si può infatti immaginare il sistema filo + massa finale come una canna da pesca: l'asta rappresenta l'elemento smorzante (prima barra), la lenza rappresenta il filo vero e proprio (seconda barra) libero di oscillare, l'amo con l'esca rappresenta invece la zavorra (massa finale). Per quanto riguarda il materiale di

cui è costituito il filo, è stato scelto verosimilmente, per impieghi spaziali, l'alluminio.

Come già citato in § 3, la Terra è stata ipotizzata come perfettamente sferica: quindi, nel definire il semiasse maggiore dell'orbita, si considera il raggio medio terrestre R_e . Inoltre è stata scelta come quota di riferimento dell'orbita circolare quella relativa a 500 [km].

Per quanto riguarda il valore assegnato alla forzante esterna, si è imposto $f_{inp,1} = \frac{F_{inp}(1-\Lambda)}{m_B\omega^2} = 1$, il che equivale ad ottenere per l'ampiezza della forzante il valore:

$$F_{inp} = f_{inp,1} \frac{m_B\omega^2}{1-\Lambda} = 2.4542 \cdot 10^{-5} \left[\frac{N}{m} \right]$$

Una simile considerazione vale anche per $f_{outp,1}$.

Per quanto riguarda la scelta del numero di orbite da integrare numericamente, si è inizialmente imposto tale valore pari a 10; in seguito sono state eseguite delle verifiche ottenute aumentando il numero delle orbite di integrazione e verificando se i risultati ottenuti variassero o meno all'aumentare del numero di orbite stesso. Tali verifiche sono descritte in modo più dettagliato nel seguito del presente paragrafo.

La prima verifica pre-simulazione effettuata è stata quella in cui si è adoperata la routine "local_densify" per comprendere meglio l'andamento dei grafici "k VS Mean Kinetic Energy" e "k VS Total dissipated energy". La verifica è stata effettuata sia per il caso in-plane che per il caso out-plane e rispettivamente con $\omega_{inp} = \omega$ e $\omega_{outp} = \omega$: i risultati sono tuttavia generalizzabili per tutte le altre frequenze di analisi, così come si può evincere nel prosieguo della trattazione.

Dalla suddetta verifica si è potuto constatare che il grafico di "k VS Mean Kinetic Energy" mostra, per bassi valori di k , delle rapide e ravvicinate oscillazioni tra le quali emerge il picco negativo di minima energia globale. Per valori di k più alti, compresi tra 1 e 3, il grafico presenta un altro valore di minimo locale (ma non globale): in questo caso, il grafico stesso non

sembra invece mostrare altri picchi nell'intorno di tale valore di minimo locale.

Tuttavia, già per frequenze della forzante superiori a 3ω il grafico di “**k VS Mean Kinetic Energy**” può cominciare a presentare delle micro-oscillazioni (più blande di quelle di Fig. 4.3.2 e dell'ordine approssimativamente di $10^{-4}[J]$ di ampiezza) anche attorno al valore di minimo locale interno all'intervallo $1 \div 3$ di k . Tali micro-oscillazioni locali, come viene spiegato meglio nel seguito in § 5, rendono difficile individuare l'esatta locazione del minimo dell'energia cinetica media relativo proprio all'intervallo $1 \div 3$ di k .

Da notare che, probabilmente, le micro-oscillazioni sopra menzionate sono presenti anche per frequenze inferiori a 3ω ; tuttavia non è stato possibile scorgerele perchè di ampiezza minore e quindi non “rintracciabili” dalla routine “`local_densify`” con i valori di tolleranze in precedenza definiti.

Di seguito è mostrato in Fig. 4.3.1 il grafico di “**k VS Mean Kinetic Energy**” (nel caso d'esempio relativo a $\omega_{inp} = \omega$) dove vengono evidenziati solo i picchi principali dell'energia cinetica media (epurati dalle micro-oscillazioni locali nei loro intorni); nel grafico di Fig. 4.3.2 sono invece evidenziate le oscillazioni locali sopra menzionate, sempre relative al grafico “**k VS Mean Kinetic Energy**” (nel caso d'esempio relativo a $\omega_{inp} = 2\omega$ dove tali oscillazioni risultano più evidenti).

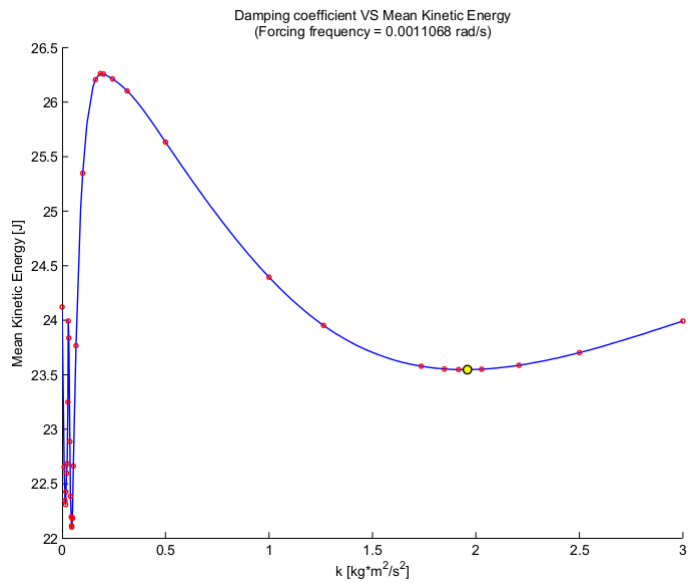


Figura 4.3.1: Grafico di “k VS Mean Kinetic Energy” per $\omega_{inp} = \omega$

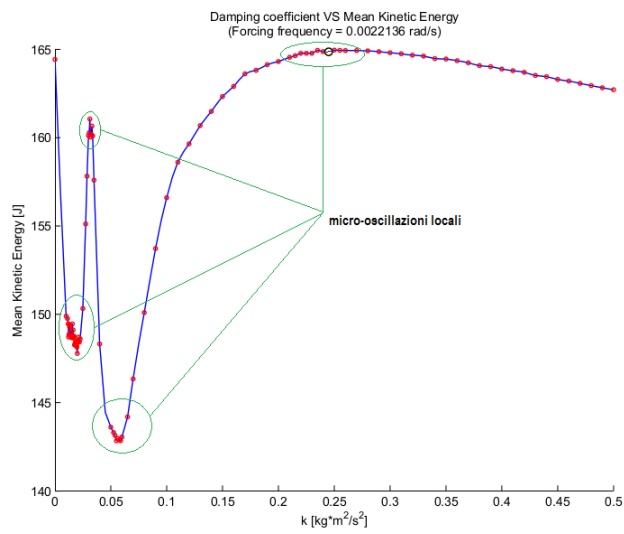


Figura 4.3.2: Micro-oscillazioni locali nel grafico di “k VS Mean Kinetic Energy” per $\omega_{inp} = 2\omega$

Tornando al grafico di Fig. 4.3.1, da questo si vede chiaramente che il minimo globale di energia cinetica media è assunto per valori di k troppo piccoli; inoltre per tali valori una minima variazione dello stesso k farebbe schizzare l'energia cinetica media in alto verso picchi di massimo relativi. Per tali ragioni è stato deciso di scegliere come valore ottimale di k per il grafico “**k VS Mean Kinetic Energy**” quello relativo al minimo locale nell'intervallo $1 \div 3$ di k (caso “OKEN” definito in § 4.2).

Per quanto riguarda il grafico di “**k VS Total dissipated energy**” (rappresentato in Fig. 4.3.3 nel caso d'esempio relativo a $\omega_{inp} = \omega$), quest'ultimo (sia per il moto in-plane che per il moto out-plane) presenta un unico punto di stazionarietà che corrisponde al massimo (quindi globale) di energia dissipata (caso “MDEN” definito in § 4.2); inoltre tale grafico non presenta in alcun modo micro-oscillazioni locali, probabilmente per il semplice fatto che il valore di energia dissipata calcolato per ciascun valore di k è un valore cumulativo sulle n_exc orbite di integrazione .

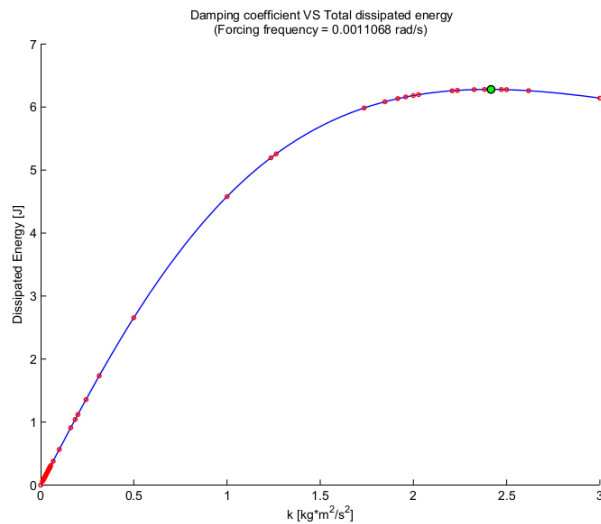


Figura 4.3.3: Grafico di “**k VS Total dissipated energy**” per $\omega_{inp} = \omega$

Per quanto riguarda il numero n_exc di orbite da integrare, come già sopra citato, si sono effettuate tre diverse verifiche pre-simulazione la prima per $n_exc = 10$, la seconda per $n_exc = 20$ e la terza per $n_exc = 30$. Da queste verifiche è stato possibile osservare come i valori dei k ottimi relativi ai grafici “ k VS Mean Kinetic Energy” e “ k VS Total dissipated energy” non variassero significativamente all’aumentare del numero n_exc di orbite di integrazione; inoltre neanche i valori massimi in modulo delle oscillazioni angolari (relativi ai due casi, di energia cinetica media minima e di energia dissipata massima) risultavano variare significativamente.

In seguito sono mostrati i grafici “ k VS Mean Kinetic Energy” (Fig. 4.3.4) e “ k VS Total dissipated energy” (Fig. 4.3.5) al variare di n_exc , nel caso dimostrativo di $\omega_{inp} = \omega$ (i risultati si possono generalizzare anche per il caso out-plane e per le altre frequenze d’analisi).

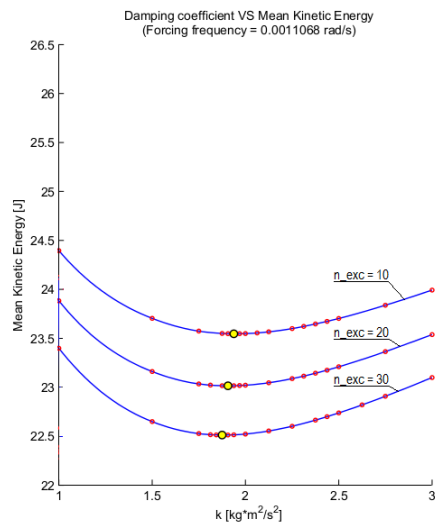


Figura 4.3.4: Grafico di “ k VS Mean Kinetic Energy” al variare di n_exc

In Fig. 4.3.4, benché l’energia cinetica media scenda anche di circa 0.5 [J] di curva in curva, il valore del minimo relativo risulta rimanere in

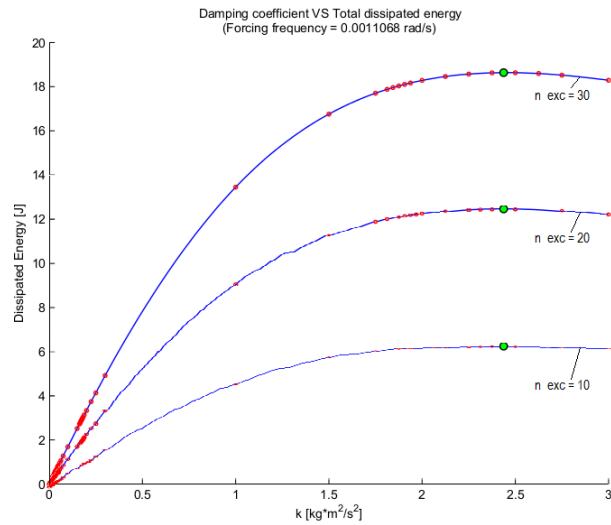


Figura 4.3.5: Grafico di “k VS Total dissipated energy” al variare di n_exc

prossimità di $k = 1.9$; in Fig. 4.3.5 invece la variazione massima, di curva in curva, di energia dissipata è di circa 6 [J] però il k ottimo rimane ancora più evidentemente stabile attorno al valore di $k = 2.4$ circa.

Per quanto riguarda i valori massimi in modulo delle oscillazioni angolari, si ha quanto segue (le sigle “OKEN” e “MDEN” sono come definito in § 4.2):

		Caso OKEN	Caso MDEN
$n_exc = 10$	θ_1 [°]	21.5815	19.6307
	θ_2 [°]	20.6898	20.6863
$n_exc = 20$	θ_1 [°]	21.7321	19.6307
	θ_2 [°]	20.6901	20.6863
$n_exc = 30$	θ_1 [°]	21.8630	19.6307
	θ_2 [°]	20.6904	20.6863

Anche da qui risulta più che evidente che le variazioni dei massimi valori in modulo delle oscillazioni angolari risulta minima o addirittura assente al variare di n_exc .

Infine è stato necessario chiarire quali delle frequenze di risonanza indicate in § 3.2.3 rientrassero all'interno della banda di frequenze considerate nell'analisi numerica del filo.

Partendo dai dati di input sopra mostrati in questo paragrafo e dalle espressioni (3.2.7) e (3.2.9) è possibile ricavare i seguenti valori per ω_2 e ω_4 :

$$\omega_2 = 111.1115$$

$$\omega_4 = 111.1160$$

Tali valori, relativi alle oscillazioni laterali del filo, risultano essere chiaramente fuori dalla banda di frequenze d'analisi: le uniche frequenze di risonanza a rientrare in tale banda sono dunque $\omega_1 = \sqrt{3}$ e $\omega_3 = 2$ (rispettivamente per in-plane ed out-plane), relative all'oscillazione "pendolare" del filo (ovvero filo che oscilla come un'unica barra rigida).

Capitolo 5

ANALISI NUMERICA:

RISULTATI SIMULAZIONI

Nel presente capitolo vengono mostrati (ed opportunamente commentati), sia per il moto in-plane che per il moto out-plane, i seguenti grafici:

- frequenza forzante (normalizzata per ω) vs k ottimo
- frequenza forzante (normalizzata per ω) vs energia
- frequenza forzante (normalizzata per ω) vs angoli

per i due casi di studio di energia cinetica media minima (indicato per brevità con la sigla “OKEN”) ed energia dissipata massima (indicato per brevità con la sigla “MDEN”).

Quindi per il primo caso di studio il k ottimo è quello calcolato nella condizione di energia cinetica media minima, l’energia è per l’appunto l’energia cinetica media minima e gli angoli sono θ_1, θ_2 per il moto in-plane e φ_1, φ_2 per il moto out-plane (ovviamente calcolati in OKEN); per il secondo caso di studio invece il k ottimo è quello calcolato nella condizione di massima energia dissipata, l’energia è quindi la massima energia dissipata e gli angoli restano definiti come prima (calcolati questa volta in MDEN).

Per non appesantire l’esposizione nel presente capitolo, è stato ritenuto opportuno mostrare in Appendice i risultati completi: questi sono esposti prima in forma tabulare; successivamente sono mostrati i grafici di cui al §

4.2 per le frequenze d'analisi (normalizzate per ω) $\omega_{inp} = 1, \sqrt{3}, 10, 20$ per il moto in-plane e $\omega_{outp} = 1, 2, 10, 20$ per il moto out-plane; in tal modo viene fornita una visuale globale delle simulazioni effettuate ed anche dei casi di particolare interesse dati dalle frequenze di risonanza del filo.

Prima di esporre i risultati è necessario introdurre un particolare fenomeno che si mostra nei grafici “*frequenza forzante vs k ottimo*”, nel caso di studio di energia cinetica media minima.

Tale fenomeno consiste in un progressivo appiattimento, all'aumentare della frequenza della forzante, dell'intorno del punto di minimo relativo del grafico “**k VS Mean Kinetic Energy**” presso cui viene calcolato il valore del k ottimo (così come indicato in § 4.3). Si assiste pertanto, a partire già da $\omega_{inp} = 3$ e $\omega_{outp} = 3$, al manifestarsi di una zona di “plateau” (sempre relativamente al grafico “**k VS Mean Kinetic Energy**”) via via sempre più larga all'aumentare della frequenza della forzante.

All'interno della zona di plateau le micro-oscillazioni locali influenzano fortemente il lavoro della routine “*aurea_local_densify*”. Piccole oscillazioni locali contribuiscono a spostare anche in modo abbastanza evidente il punto di minimo locale, a seconda del valore di tolleranza e dell'intervallo di minimizzazione iniziale dati in input alla routine. Quanto appena esposto determinerebbe un andamento irregolare del grafico “*frequenza forzante vs k ottimo*” (relativo sempre al caso di studio di energia cinetica media minima).

Tuttavia, proprio a causa del fenomeno di appiattimento sopra menzionato, si può ritenere “valido” ogni valore di k compreso nella zona di plateau: ovvero ogni valore di k all'interno di una certa banda definente la zona di plateau è accettabile come valore che minimizza l'energia cinetica media, in quanto ciascun punto del grafico interno a questa stessa banda possiede pressoché la stessa energia cinetica media.

Per ciascuna simulazione la zona di plateau è stata definita come la banda dei valori di k tale che ciascun punto interno possiede un valore di energia cinetica media che si discosta al massimo di 10^{-3} dalla media dei valori di energia cinetica (media) di tutti i punti interni alla banda stessa.

La zona di plateau è stata ricavata numericamente, per ciascuna simulazione, tramite una post-elaborazione dei risultati ottenuta con la routine “plateau_define”, il cui funzionamento è descritto in dettaglio in Appendice.

Le simulazioni sono state effettuate partendo da $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1$ e $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 1$, procedendo a passi (normalizzati per ω) di 0.5.

5.1 Moto in-plane

Si vuole introdurre i risultati per il moto in-plane evidenziando già da subito un comportamento instabile del sistema alla frequenza $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1.5$. Tale fenomeno accade subito prima della frequenza di risonanza del filo (per piccole oscillazioni) per il moto in-plane ($\frac{\omega_{inp}}{\omega} = \sqrt{3}$).

Caso di energia cinetica media minima

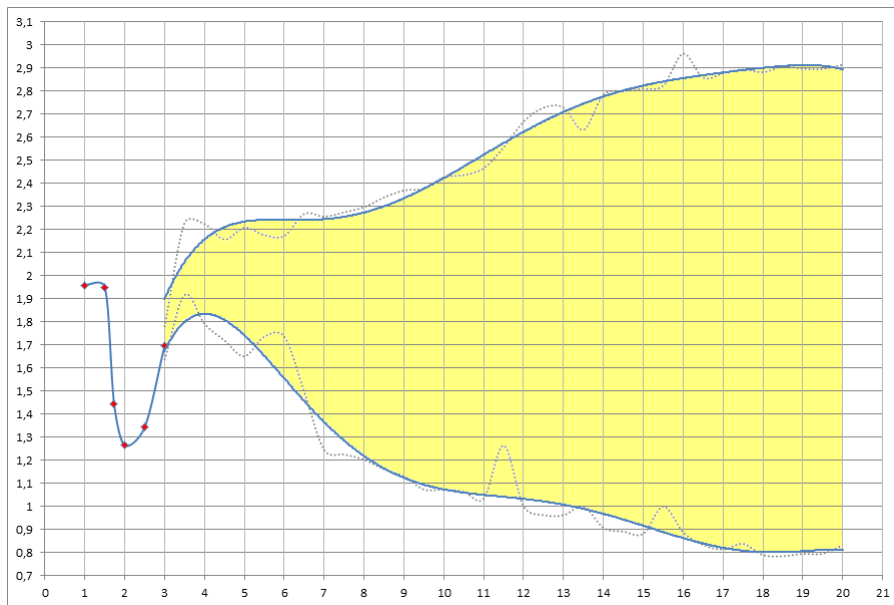


Figura 5.1.1: Grafico “frequenza forzante vs k ottimo - caso di energia cinetica media minima”. In ascissa $\frac{\omega_{inp}}{\omega}$, in ordinata k in $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$

Dal grafico di Fig. 5.1.1 è possibile subito notare come a partire da $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 3$ inizi a comparire il plateau nei grafici di “k VS Mean Kinetic Energy”. A partire da tale frequenza è infatti possibile osservare nel grafico una fascia (evidenziata in giallo chiaro) che raffigura, per ciascuna frequenza d’analisi da $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 3$ a $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 20$, l’intervallo dei valori di k che minimizzano l’energia cinetica media.

In particolare, le curve raffigurate con linea punteggiata in grigio chiaro sono quelle determinate numericamente dalla routine “plateau_define”; le curve in linea blu continua, che delimitano la fascia di plateau, sono invece delle polinomiali che meglio approssimano i risultati numerici.

Per frequenze $\frac{\omega_{inp}}{\omega} < 3$ il plateau non compare nei grafici di “k VS Mean Kinetic Energy” e i punti raffigurati in rosso sono gli *unic* punti che minimizzano l’energia cinetica media per tali frequenze della forzante.

Per frequenze $1 \leq \frac{\omega_{inp}}{\omega} < 3$ è da notare l’andamento decrescente del grafico fino ad un minimo per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 2$, che compare dopo aver ormai superato la frequenza di risonanza del filo (per piccole oscillazioni) per il moto in-plane. Non si notano invece comportamenti anomali per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1.5$, frequenza per cui il moto in-plane diventa instabile.

In ultimo è possibile osservare dal grafico come la fascia di plateau si allarghi man mano all’aumentare della frequenza della forzante, fino ad inglobare un’ampia banda di valori di k alle ultime frequenze di analisi.

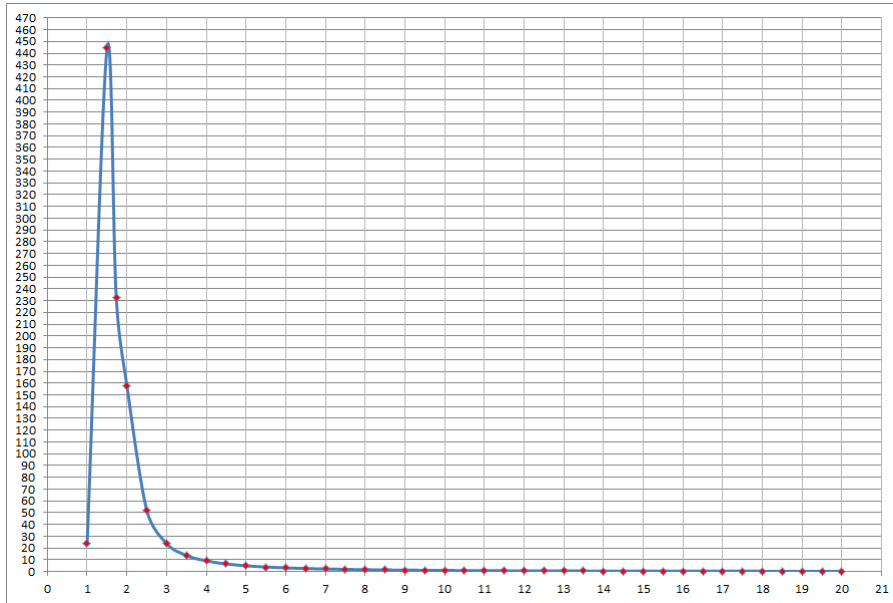


Figura 5.1.2: Grafico “frequenza forzante vs energia cinetica media minima”.
 In ascissa $\frac{\omega_{inp}}{\omega}$, in ordinata E in [J]

Nel grafico di Fig. 5.1.2 è immediatamente possibile osservare l’effetto dell’instabilità per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1.5$: a tale frequenza infatti il grafico raggiunge un picco per valori molto elevati dell’energia cinetica media minima, quasi due volte il valore di E ottenuto per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = \sqrt{3}$.

Dopo il brusco picco iniziale, il grafico mostra un andamento rapidamente decrescente, fino ad ottenere un suo appiattimento su valori di E prossimi allo zero, già a partire da frequenze della forzante relativamente basse.

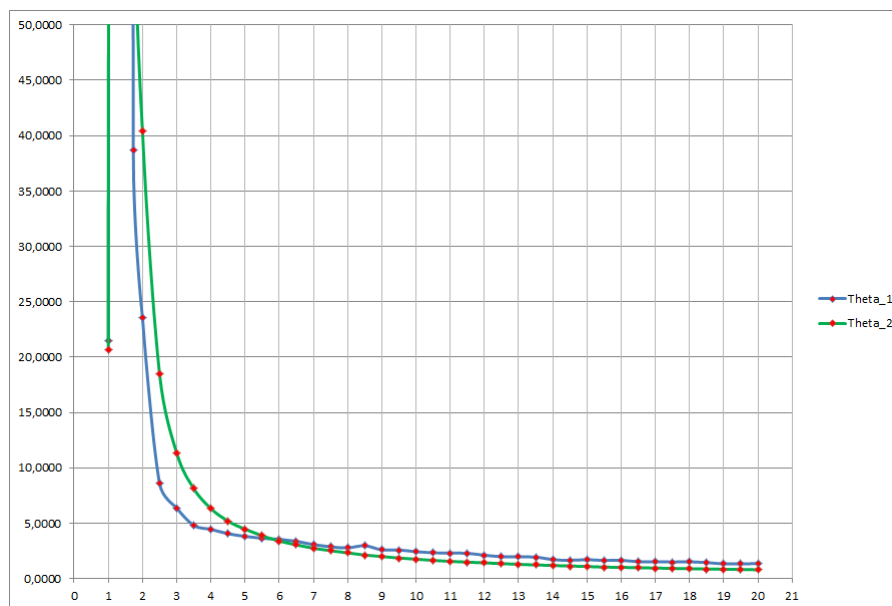


Figura 5.1.3: Grafico “frequenza forzante vs angoli in-plane - caso di energia cinetica media minima”. In ascissa $\frac{\omega_{inp}}{\omega}$, in ordinata θ_1, θ_2 in [°]

In Fig. 5.1.3 è raffigurato il grafico, in funzione della frequenza della forzante, del modulo massimo degli angoli θ_1 e θ_2 ottenuti per ciascuna frequenza d’analisi in condizioni di energia cinetica media minima.

Anche qui si nota subito il picco per l’instabilità ad $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1.5$: tale picco è stato tagliato fuori dalla Fig. 5.1.3 in modo tale da rendere leggibile il grafico per tutte le altre frequenze d’analisi.

Si può notare che se inizialmente per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1$ θ_1 risulta essere maggiore di θ_2 , successivamente θ_1 si mantiene invece inferiore a θ_2 fino ad $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 6$: a partire da questa frequenza in poi θ_1 ritorna nuovamente maggiore di θ_2 (seppur ambedue rimanendo molto vicini) ed entrambi gli angoli tendono ad appiattirsi su bassi valori angolari.

Caso di energia dissipata massima

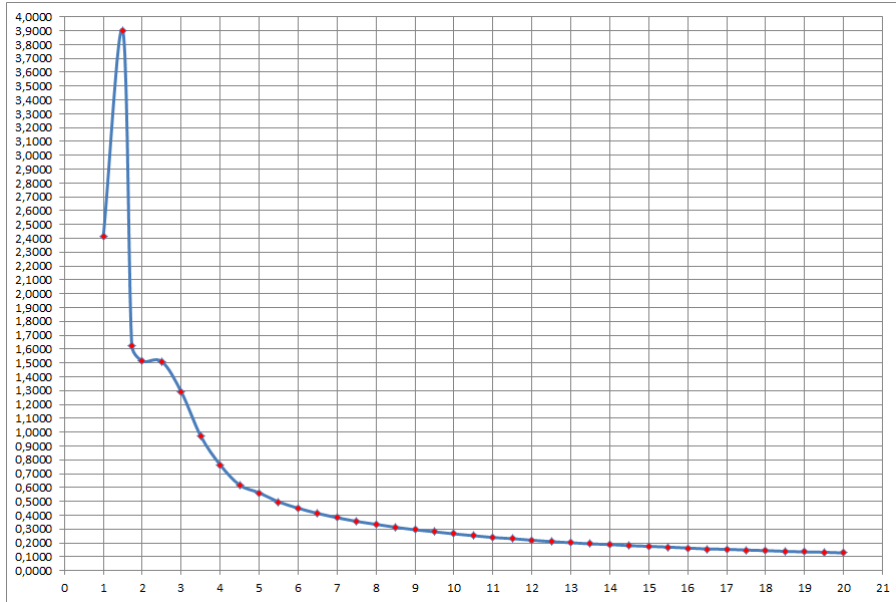


Figura 5.1.4: Grafico “frequenza forzante vs k ottimo - caso di energia dissipata massima”. In ascissa $\frac{\omega_{inp}}{\omega}$, in ordinata k in $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$

L'andamento del k , questa volta per la condizione di massima energia dissipata, presenta ora un comportamento completamente differente, così come si può notare in Fig. 5.1.4.

La presenza dell'instabilità risulta qui evidenziata dal picco del grafico per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1.5$; al di là di questo picco il comportamento del grafico risulta essere sempre decrescente, seppur mostrando una zona di quasi stazionarietà per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 2,25$ (in realtà anche qui il grafico risulta decrescente, anche se in Fig. 5.1.4 possa non sembrarlo).

Per frequenze della forzante via via crescenti i valori di k tendono ad assestarsi sul valore di $k \approx 0.1$.

E' da notare infine che in questo caso non compaiono fasce di valori di k interessate dal fenomeno del plateau all'aumentare della frequenza: an-

zi, all'aumentare della frequenza della forzante i grafici di “k VS Total dissipated energy” presentano un picco di massima energia dissipata sempre meno piatto e quindi più definito (come è possibile osservare dai grafici in Appendice).

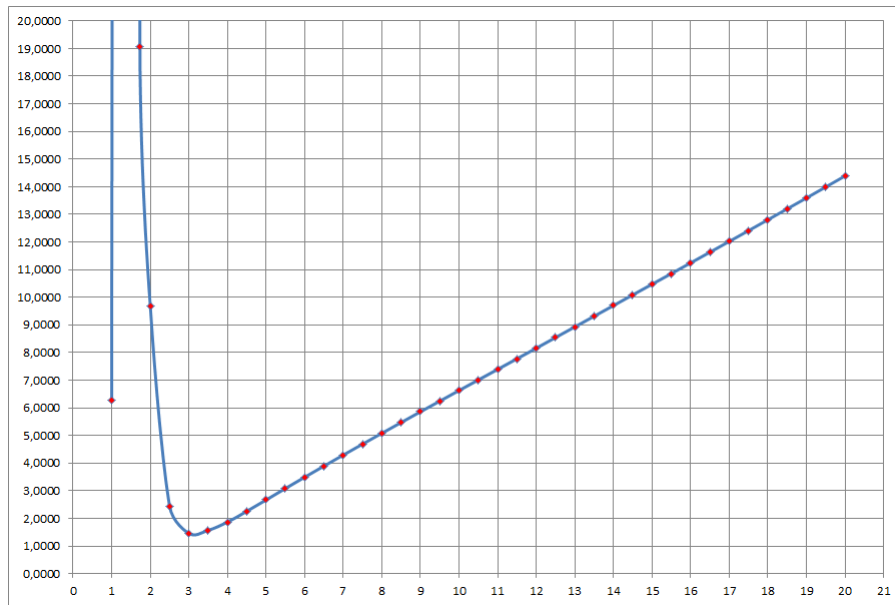


Figura 5.1.5: Grafico “frequenza forzante vs energia dissipata massima”. In ascissa $\frac{\omega_{imp}}{\omega}$, in ordinata D in [J]

In Fig. 5.1.5 risulta di particolare interesse l’andamento del grafico dell’energia dissipata massima in funzione della frequenza della forzante. Nel grafico in figura è stato tagliato il picco in corrispondenza della frequenza in cui il sistema risulta instabile, in modo da rendere il grafico leggibile per le altre frequenze di analisi.

Al di là del comportamento rapidamente crescente del grafico vicino alla frequenza in cui il sistema è instabile, salta immediatamente alla vista come

il grafico stesso, dopo aver raggiunto un minimo per $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 3$, continui in seguito a crescere mantenendo però un andamento perfettamente rettilineo.

L'equazione di questa retta, ottenuta tramite approssimazione lineare ai minimi quadrati, è:

$$D = 0.7773 \left(\frac{\omega_{inp}}{\omega} \right) - 1.1725$$

Di quest'ultimo particolare comportamento del grafico di Fig. 5.1.5 non si è tuttavia riusciti a trovare un'interpretazione fisica.

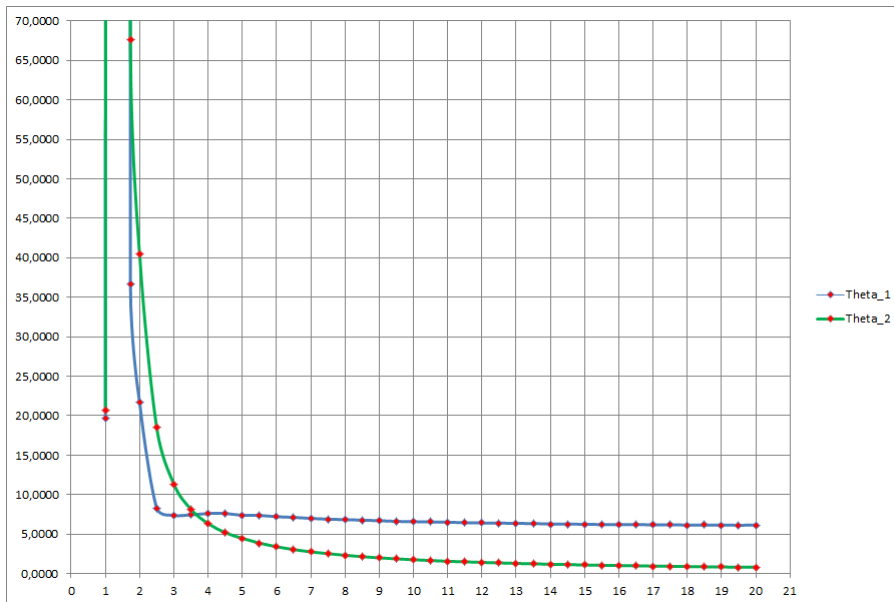


Figura 5.1.6: Grafico “frequenza forzante vs angoli in-plane - caso di energia dissipata massima”. In ascissa $\frac{\omega_{inp}}{\omega}$, in ordinata θ_1, θ_2 in [°]

Infine in Fig. 5.1.6 è raffigurato il grafico, in funzione della frequenza della forzante, del modulo massimo degli angoli θ_1 e θ_2 ottenuti per ciascuna frequenza d'analisi in condizioni di massima energia dissipata.

Il picco (tagliato in figura per garantire leggibilità al grafico) relativo all'instabilità ad $\frac{\omega_{inp}}{\omega} = 1.5$ è anche qui evidente.

Differentemente dal grafico di Fig. 5.1.3, qui θ_2 si mantiene sempre superiore a θ_1 fino a $\frac{\omega_{inp}}{\omega} \approx 3.5$: a partire da questa frequenza in poi θ_1 si mantiene maggiore di θ_2 , mantenendo entrambi gli angoli un gap maggiore rispetto a quello di Fig. 5.1.3, e appiattendosi su bassi valori angolari.

5.2 Moto out-plane

Per il moto out-plane si vuole introdurre i risultati precisando prima quanto segue.

- In seguito al lavoro fatto per le simulazioni in-plane si è potuto comprendere come all'interno della fascia di plateau l'andamento dei k calcolati con le routine di minimizzazione risulta irregolare (per i motivi in precedenza esposti). Considerando inoltre lo scopo più che altro indicativo delle presenti analisi ed anche il fatto che l'intervallo di frequenze è stato scelto doppio rispetto a quello effettivamente necessario (§ 4.1), è apparso di scarsa utilità proseguire l'analisi completa (ovvero ogni $0.5 \cdot \frac{\omega_{outp}}{\omega}$) nell'intervallo di frequenze $[10\omega - 20\omega]$. Si è pertanto deciso di “coprire” quest'ultimo intervallo effettuando solo una simulazione per $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 15$ ed un'altra per $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 20$.
- Per le simulazioni out-plane è stato inizialmente deciso di modificare i dati geometrici del filo, cambiando i valori geometrici delle sezioni delle due barre con:

$$\begin{aligned} w1 &= 5e-3 && \%[m] \\ h1 &= 5e-3 && \%[m] \\ w2 &= 2e-2 && \%[m] \\ h2 &= 2.5e-5 && \%[m] \end{aligned}$$

Ciò è stato fatto perchè si riteneva che questa modifica (effettuata al fine di aumentare il rapporto tra la massa della seconda barra e la

massa della prima barra) avrebbe eliminato il fenomeno delle micro-oscillazioni locali. Tuttavia gli esiti delle simulazioni per l'out-plane hanno in seguito mostrato come nulla fosse in realtà cambiato nei risultati: il fenomeno delle micro-oscillazioni locali continuava infatti a permanere ed i risultati per l'out-plane presentavano comunque un comportamento pienamente compatibile con i rispettivi risultati per l'in-plane. Anche qui, dato il carattere soprattutto indicativo delle presenti analisi, si è deciso di mantenere i risultati così ottenuti e mostrarli nelle figure di seguito.

Caso di energia cinetica media minima

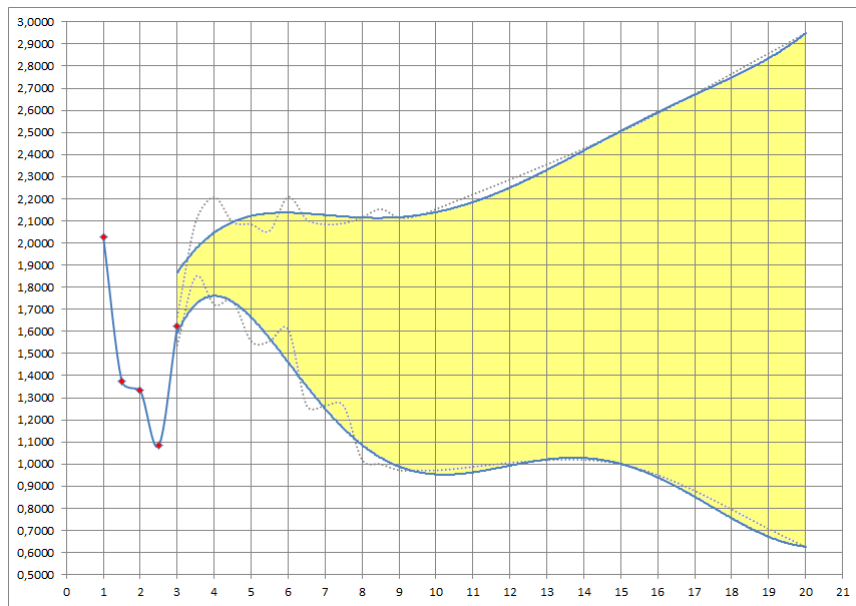


Figura 5.2.1: Grafico “frequenza forzante vs k ottimo - caso di energia cinetica media minima”. In ascissa $\frac{\omega_{outp}}{\omega}$, in ordinata k in $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$

Per quanto riguarda il grafico di Fig. 5.2.1 valgono le stesse identiche considerazioni fatte per il grafico di Fig. 5.1.1.

In questo caso però la differenza principale col rispettivo grafico per il moto in-plane sta nel diverso punto di minimo assunto tra $1 \leq \frac{\omega_{outp}}{\omega} < 3$: questo minimo viene ora raggiunto per $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 2.5$, valore comunque maggiore della frequenza di risonanza del filo (per piccole oscillazioni) per il moto out-plane (ovvero $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 2$).

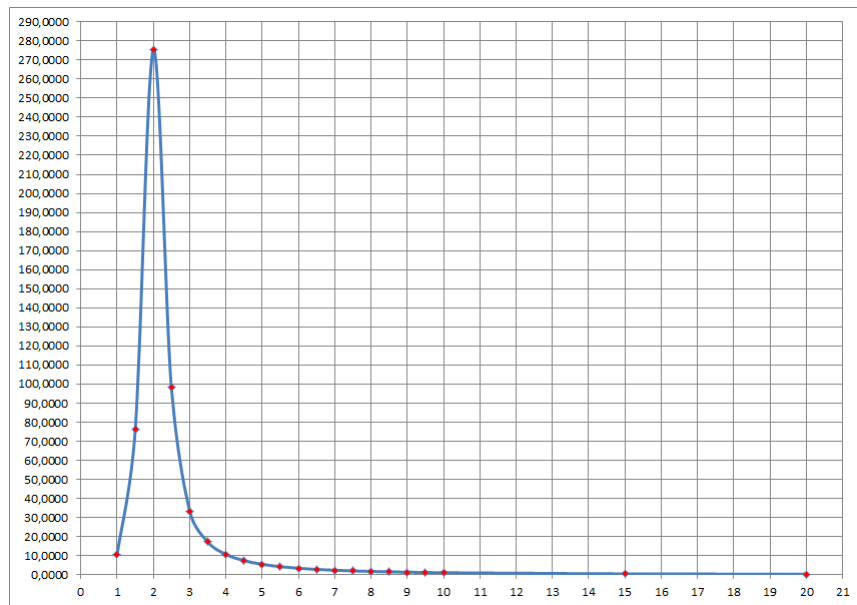


Figura 5.2.2: Grafico “frequenza forzante vs energia cinetica media minima”. In ascissa $\frac{\omega_{outp}}{\omega}$, in ordinata E in $[J]$

Anche l’andamento del grafico di Fig. 5.2.2 si dimostra molto simile al rispettivo grafico per il moto in-plane. Qui però il picco relativo all’energia cinetica media minima è raggiunto in corrispondenza della frequenza naturale del filo relativa al moto out-plane.

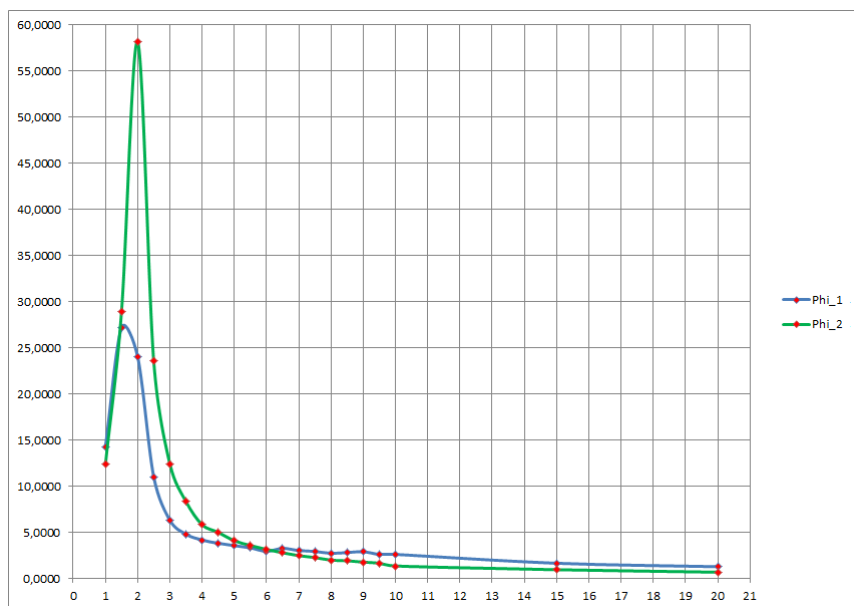


Figura 5.2.3: Grafico “frequenza forzante vs angoli in-plane - caso di energia cinetica media minima”. In ascissa $\frac{\omega_{outp}}{\omega}$, in ordinata φ_1, φ_2 in $[\circ]$

Il comportamento del grafico di Fig. 5.2.3 rispecchia quello del corrispettivo grafico per il moto in-plane, quindi anche qui valgono considerazioni simili a quelle di Fig. 5.1.3.

Da notare però che il picco per l'angolo θ_2 è raggiunto in corrispondenza della frequenza di risonanza del filo (sempre per il moto out-plane), mentre il picco per l'angolo θ_1 è raggiunto un po' prima, per $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 1.5$.

Caso di energia dissipata massima

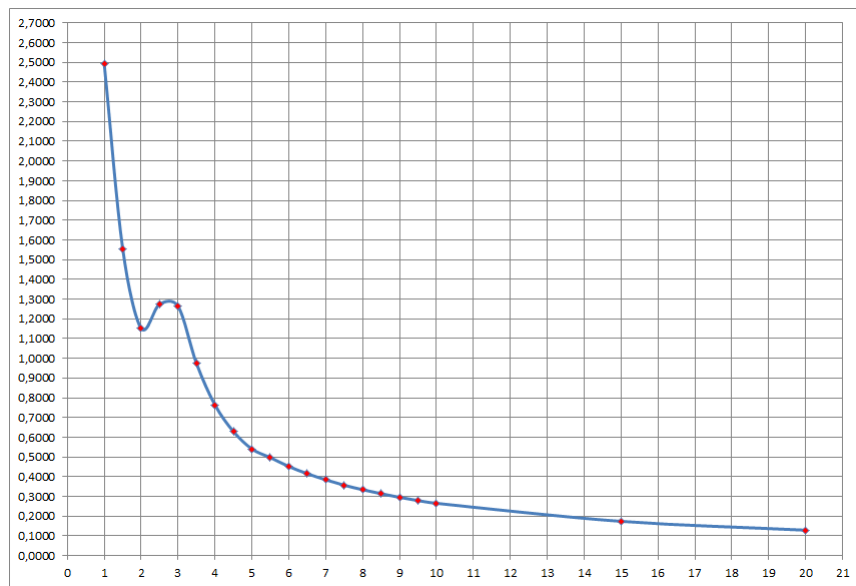


Figura 5.2.4: Grafico “frequenza forzante vs k ottimo - caso di energia dissipata massima”. In ascissa $\frac{\omega_{outp}}{\omega}$, in ordinata k in $\left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$

La prima cosa che è possibile osservare dal grafico di Fig. 5.2.4 è che manca il picco positivo dovuto all'assenza, nel moto out-plane, del comportamento instabile invece presente nel moto in-plane.

E' invece possibile riscontrare in Fig. 5.2.4 un minimo relativo in corrispondenza della frequenza naturale $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 2$. L'andamento del grafico per frequenze maggiori rispecchia invece il comportamento del grafico di Fig. 5.1.4.

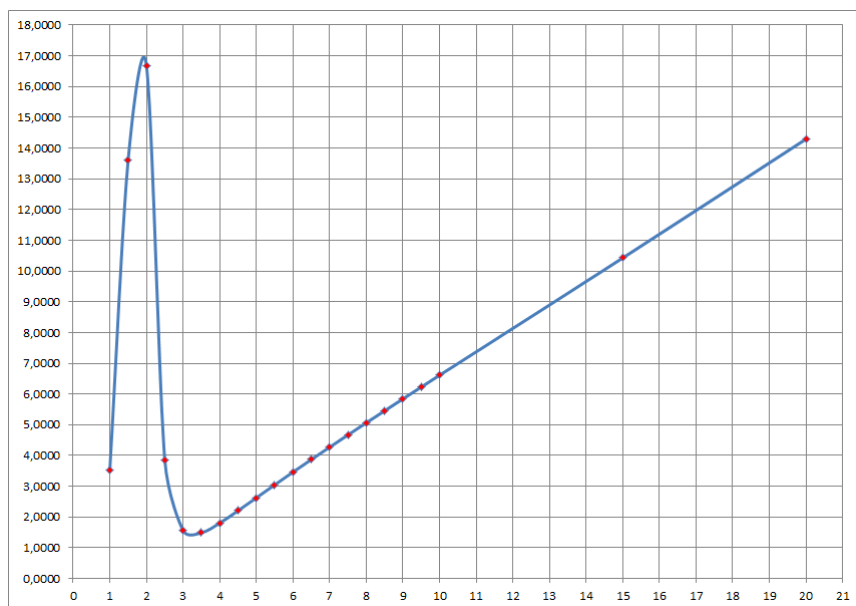


Figura 5.2.5: Grafico “frequenza forzante vs energia dissipata massima”. In ascissa $\frac{\omega_{outp}}{\omega}$, in ordinata D in [J]

Nel grafico di Fig. 5.2.5 il picco per D è in corrispondenza della frequenza naturale $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 2$. Anche qui, così come nel moto in-plane, per $\frac{\omega_{outp}}{\omega} > 3$ si assiste ad un andamento perfettamente lineare del grafico.

L’equazione di questa retta, ottenuta tramite approssimazione lineare ai minimi quadrati, è:

$$D = 0.7786 \cdot \left(\frac{\omega_{outp}}{\omega} \right) - 1.2150$$

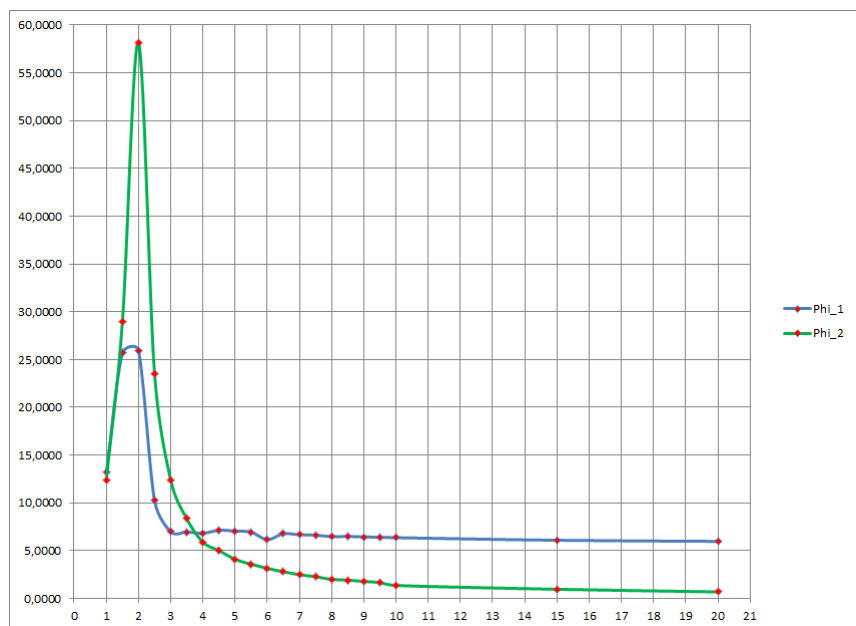


Figura 5.2.6: Grafico “frequenza forzante vs angoli in-plane - caso di energia dissipata massima”. In ascissa $\frac{\omega_{outp}}{\omega}$, in ordinata φ_1, φ_2 in $[\circ]$

Per il grafico di Fig. 5.2.6, infine, sono assunte considerazioni simili a quelle del rispettivo grafico di Fig. 5.1.6. Qui i picchi per gli angoli φ_1 e φ_2 sono entrambi assunti in corrispondenza della frequenza di risonanza del filo $\frac{\omega_{outp}}{\omega} = 2$.

5.3 Scelta del valore del coefficiente di smorzamento

Le analisi numeriche svolte hanno il carattere di essere mono-frequenza, ovvero per ciascuna simulazione il sistema dinamico viene eccitato da una forzante avente una sola armonica con una determinata frequenza.

Essendo fuori dagli obiettivi della presente trattazione uno studio multi-frequenza (forzante esterna composta da più armoniche) per la determina-

zione di un singolo valore di k ottimo, valido per tutte le frequenze di analisi, si è allora deciso di procedere come segue.

Si sono valutati i valori di k in corrispondenza delle frequenze di risonanza, ovvero nel caso critico, nei grafici di Fig. 5.1.1, 5.1.4, 5.2.1, 5.2.4. Tali valori sono rispettivamente dati da:

$$k_{oe,inp} = 1.4443 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

$$k_{od,inp} = 1.6246 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

$$k_{oe,outp} = 1.3328 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

$$k_{od,outp} = 1.1525 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

Partendo dai valori sopra elencati, si è considerato un intorno opportuno di tali stessi valori: l'intorno dato da $\Delta k = \pm 0.25 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$ è risultato essere il primo che consentisse una sovrapposibilità degli intervalli aventi come valore centrale i valori di k sopra mostrati ed ampiezza pari a Δk . Si sono quindi ottenuti gli intervalli seguenti:

$$\Delta k_{oe,inp} = [1.1943 - 1.6943] \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

$$\Delta k_{od,inp} = [1.3746 - 1.8746] \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

$$\Delta k_{oe,outp} = [1.0828 - 1.5828] \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

$$\Delta k_{od, outp} = [0.9025 - 1.4025] \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$$

Tali intervalli risultano essere sovrapponibili (ovvero presentano ciascuno una fascia di valori comune) attorno al valore $k_{opt} = 1.4 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$ che è quindi stato scelto come valore di k equivalente, uguale sia per il moto in-plane che per il moto out-plane.

Per ottenere il valore effettivo del coefficiente di smorzamento bisogna ricordarsi che $k_D = \frac{k}{\omega}$. Quindi in definitiva si ha:

$$k_{D,opt} = \frac{k_{opt}}{\omega} \cong 1265 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}]$$

Capitolo 6

SCELTA DEL TIPO DI SMORZATORE

In questo capitolo sono investigate le principali tecnologie sfruttabili per ottenere la dissipazione di parte dell'energia posseduta da un sistema dinamico, ovvero per attuare uno smorzamento delle sue oscillazioni.

Fra le tecnologie di seguito esposte solo una è stata ritenuta, al momento, la migliore candidata per l'utilizzo nel sistema di smorzamento del satellite a filo: ovvero la tecnologia "Eddy Current Damping" (ossia smorzamento tramite correnti parassite, brevemente definita in seguito come ECD).

Prima di passare, a fine capitolo, ad una descrizione più dettagliata della tecnologia ECD, viene di seguito esposto il principio fisico di funzionamento delle altre tecnologie utilizzabili per ottenere smorzamento, inquadrando per ciascuna anche il modo operativo attraverso cui funziona ed esponendo i pro ed i contro per cui viene scartata nella presente trattazione.

I cardini attraverso cui sono state valute le tecnologie di seguito esposte sono stati:

- funzionamento a bassissime frequenze, dell'ordine di $10^{-3} \div 10^{-4}$ [Hz]
- alta affidabilità, in modo tale da garantire il corretto funzionamento anche a fine vita del satellite
- funzionamento a basse temperature, approssimativamente attorno a 200 K (da Rif. [5], pag. 8)

- possibilità di ottenere un coefficiente di smorzamento pari a $k_{D,opt} \cong 1265 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}]$

Ai punti di sopra si aggiunge, anche se in modo non vincolante nella scelta, la possibilità di reperire già in commercio la tecnologia opportunamente adattata per essere impiegata nel meccanismo di smorzamento del filo.

6.1 Tecnologie di smorzamento investigate

Smorzatore viscoso a fluido

Il principio fisico su cui si basa lo smorzatore viscoso a fluido è basato sulla dissipazione di energia sotto forma di calore dovuta al lavoro delle forze viscosse interne al fluido stesso.

Se si definisce con \mathbf{v} il vettore della velocità di un fluido reale, allora dalla teoria fluidodinamica si ha che il tensore delle deformazioni $[s]$ ed il tensore delle tensioni $[\sigma]$ sono dati rispettivamente da:

$$[s] = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)$$

$$[\sigma] = 2\mu \left([s] - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) [I] \right)$$

La potenza dissipata per unità di volume dalle forze viscosse è data dal prodotto tensoriale:

$$\mathcal{P}_{d,v} = [\sigma] : [s]$$

ed è quindi direttamente legata ai gradienti di velocità.

Lo smorzatore viscoso è progettato apposta per sfruttare i gradienti di velocità nel fluido, accrescendoli opportunamente in determinate zone al fine di incrementare $\mathcal{P}_{d,v}$.

Si può schematizzare uno smorzatore viscoso così come in Fig. 6.1.1:

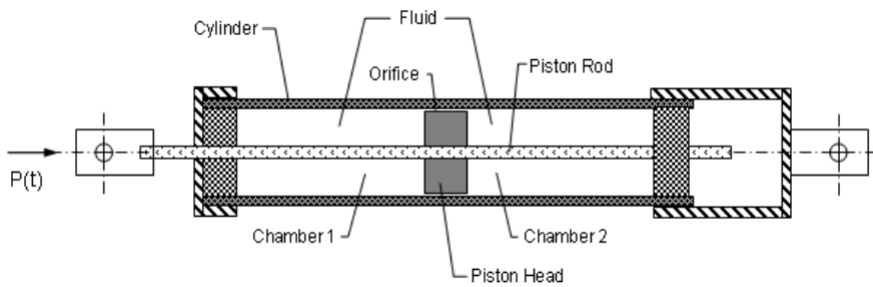


Figura 6.1.1: Schematizzazione smorzatore viscoso a fluido (da Rif. [11])

Il pistone è libero di muoversi in modo alternato lungo la camera interna contenente fluido viscoso. Il fluido viscoso può fluire da un lato all'altro del pistone attraverso un sottile canale anulare posto fra la testa del pistone e la parete interna del cilindro contenente il fluido ed il pistone stesso^[11].

Si può ipotizzare, per semplicità, che gli sforzi viscosi siano concentrati in un sottile strato a parete, così come riportato in Fig. 6.1.2 per il caso di moto bidimensionale del fluido (ma simili considerazioni possono essere anche fatte per il caso tridimensionale). Il moto che quindi si genera in prossimità delle pareti del canale sopra descritto è quello di seguito schematizzato:

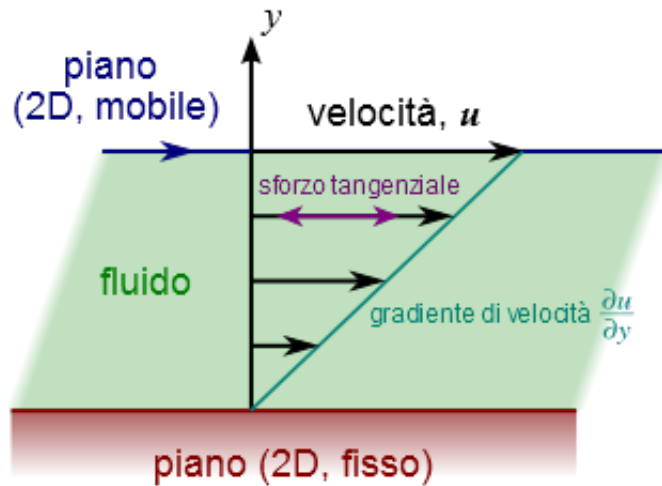


Figura 6.1.2: Strato a parete per fluido viscoso newtoniano (fonte: it.wikipedia.org)

In figura è rappresentato lo strato a parete per un fluido viscoso newtoniano: al di sopra di questo strato il fluido raggiunge e mantiene la velocità u di flusso attraverso il canale; partendo invece dall'estremo superiore dello strato e procedendo verso la parete, il fluido, a causa del gradiente $\frac{du}{dy}$ dovuto alla viscosità, tende a diminuire la sua velocità fino ad avere la condizione $u_{parete} = 0$ (nell'ipotesi di no-slipping). Nella Fig. 6.1.2 si è considerato un fluido newtoniano che ha una viscosità dinamica μ costante e quindi gradienti di velocità a parete lineari: si vuol però evidenziare che per altri tipi di fluidi, non newtoniani, μ risulta variabile ed i gradienti di velocità a parete non sono più lineari.

Ritornando allo smorzatore viscoso, a parità di portata di fluido viscoso fluente per il canale, minore è la sezione dello stesso canale (quindi realizzando canali sottili) maggiore è la velocità di flusso u del fluido e quindi, in definitiva, maggiore è il gradiente di velocità $\frac{du}{dy}$.

Nel caso semplificato di Fig. 6.1.2 risulta che la potenza dissipata per unità di volume è:

$$\mathcal{P}_{d,v} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

e quindi discende immediatamente che $\mathcal{P}_{d,v}$ aumenta all'aumentare del gradiente di velocità.

La forza smorzante, che si oppone al moto del pistone, risulta essere direttamente proporzionale (tramite il coefficiente di smorzamento) alla velocità del pistone stesso.

In commercio è possibile trovare vari tipi di smorzatori viscosi (a fluido), funzionanti concettualmente come sopra descritto, ma adattati di volta in volta alle specifiche esigenze di impiego: è possibile ad esempio trovare anche smorzatori a fluido viscoso sferici, ovvero adatti per smorzare oscillazioni rotazionali di un sistema dinamico.

Tuttavia questa tecnologia presenta il solo vantaggio dato dalla sua grande diffusione; gli svantaggi per l'impiego nel sistema di smorzamento del satellite a filo sono molteplici:

- non può essere adottata per lavorare a bassissime frequenze (e probabilmente neanche a temperature molto basse);
- il sistema di tenute per il fluido risulta essere abbastanza complesso e non garantirebbe un'elevata affidabilità nel tempo;
- il sistema, a causa di una maggiore complessità strutturale ed alla presenza del fluido viscoso, sarebbe inoltre alquanto pesante per un utilizzo spaziale.

Smorzatore ad attrito

Il principio di funzionamento dello smorzatore ad attrito è invece basato sulla dissipazione di energia sotto forma di calore in seguito al moto reciproco di due corpi a contatto.

Esistono differenti modelli che descrivono, più o meno accuratamente, il fenomeno dell'attrito^[6].

Il più semplice è il modello di Coulomb, secondo cui la forza di attrito che si oppone al moto dei due corpi a contatto è dovuta all'interazione fra le asperità delle superfici degli stessi due corpi in moto reciproco uno sull'altro.

Altri modelli più complessi si basano ad esempio sul fenomeno del legame adesivo tra le asperità delle due superfici a contatto, oppure sul fenomeno dell'abrasione della superficie meno dura a contatto.

In ogni caso viene comunque dissipata energia sotto forma di calore all'interfaccia fra le due superfici in attrito, sia che fenomenologicamente vengano rotti i legami adesivi fra le asperità in contatto oppure che venga "solcata" la superficie meno dura.

Se il carico normale agente all'interfaccia fra le due superfici in attrito non è troppo elevato, vale matematicamente la relazione di proporzionalità diretta tra la forza di attrito ed il carico normale stesso, secondo la relazione:

$$F_a = \mu_a N$$

dove μ_a rappresenta il coefficiente di attrito. L'entità di μ_a dipende dalla natura (chimica e fisica) delle due superfici a contatto, dall'eventuale presenza di impurità tra le superfici e dalla temperatura.

E' necessario tuttavia precisare la modalità attraverso cui avviene il moto reciproco fra le superfici dei due corpi a contatto.

Se i due corpi *strisciano* l'uno sull'altro si parla allora di attrito radente: in questo caso si distingue tra la forza di attrito statico e la forza di attrito dinamico.

La forza di attrito statico è la forza massima (opposta alla direzione del moto) che si esercita all'interfaccia dei due corpi subito prima che questi ultimi entrino in moto relativo l'uno sull'altro; la forza di attrito dinamico è invece la forza (sempre opposta alla direzione del moto) che si esercita all'interfaccia dei due corpi quando questi sono già in moto relativo l'uno sull'altro.

Quindi, per l'attrito statico si ha:

$$F_{a,s} = \mu_{a,s}N$$

mentre per l'attrito dinamico si ha invece

$$F_{a,d} = \mu_{a,d}N$$

e risultando sempre $\mu_{a,d} \leq \mu_{a,s}$.

Quando invece uno dei due corpi a contatto *rotola* sull'altro, si parla allora di attrito volvente. Vale allora la relazione:

$$F_{a,v} = \frac{\mu_{a,v}N}{R}$$

dove R è il raggio del corpo circolare che rotola.

L'energia dissipata per attrito è semplicemente data da

$$\mathcal{P}_{d,a} = \int_l \mu_a N dx$$

dove per μ_a si intende $\mu_{a,d}$ nel caso di attrito radente dinamico, o $\frac{\mu_{a,v}}{R}$ nel caso di attrito volvente; l rappresenta invece il percorso compiuto da uno dei due corpi in moto relativo sull'altro.

In commercio è possibile trovare smorzatori per attrito di varia forma e dimensioni ed adatti a diversi scopi di utilizzo.

Questa tecnologia ha i vantaggi di essere semplice, in grado di entrare in funzione anche dopo diversi anni, adattabile a funzionare a basse temperature, leggera per essere facilmente impiegata in ambito spaziale.

Tuttavia gli svantaggi che hanno portato ad escludere tale tecnologia da una possibile applicabilità nel sistema di smorzamento del filo sono stati dati dal fatto che:

- la forza d'attrito (come è stato sopra mostrato) non risulta essere proporzionale alla velocità dell'oscillazione da smorzare: pertanto servirebbe un sistema di controllo attivo (che agisca ad esempio sulla forza normale) per garantire tale proporzionalità;
- nel caso del satellite a filo, la coppia motrice applicata allo smorzatore può essere spesso inferiore alla coppia resistente dovuta all'attrito statico, rendendo pertanto impossibile l'instaurarsi del moto relativo fra i due corpi in attrito costituenti lo smorzatore (e rendendo quindi impossibile la comparsa della forza d'attrito dinamico che andrebbe a dissipare energia).

Smorzatore isteretico meccanico

La tecnologia dello smorzatore isteretico meccanico è basata sul particolare comportamento posseduto da un materiale sottoposto ad un ciclo di trazione-compressione, così come è possibile osservare in Fig. 6.1.3:

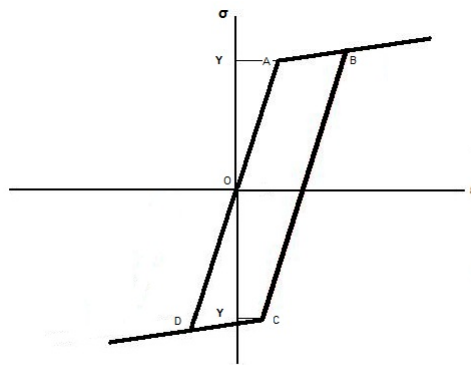


Figura 6.1.3: Isteresi meccanica nel ciclo trazione-compressione

In figura si è ipotizzato per semplicità un materiale elastico linearmente incrudente, con valore della tensione di snervamento (Y) a trazione uguale a quella di compressione.

Se il materiale, inizialmente in O, viene sottoposto ad uno stato di tensione mono-assiale di trazione con valore finale della tensione superiore a quella di snervamento, allora nella curva sforzo-deformazione di Fig. 6.1.3 il materiale passando per A supera il campo di deformazioni elastiche per giungere in B, in campo di deformazioni plastiche. Se il carico di trazione viene rilasciato il materiale mostrerà una deformazione residua per tensioni applicate nulle. Sottoponendo in seguito il materiale ad uno stato di compressione mono-assiale con valore finale della tensione di compressione superiore a quella di snervamento, il materiale, passando per C, supererà il tratto lineare di deformazione elastica per giungere infine in D, in campo plastico. Al rilascio del carico di compressione il materiale tornerà in O oppure, a seconda della tensione ultima di compressione precedentemente applicata (quindi a seconda della posizione del punto D), in un punto diverso da O avente una deformazione residua per tensioni applicate nulle.

Durante il ciclo di trazione-compressione il materiale ha quindi compiuto il tratto OABCD della curva sforzo-deformazione, mostrando quindi un comportamento isteretico.

L'area racchiusa nel tratto OABCD rappresenta l'energia (per unità di volume) dissipata sotto forma di calore durante il ciclo d'isteresi meccanica; tale energia è data da:

$$\mathcal{E}_{d,imec} = \int_{OABCD} \sigma d\varepsilon$$

Da notare che il comportamento isteretico sopra descritto è presente anche applicando un momento torcente, anziché una tensione mono-assiale.

L'impiego del fenomeno di dissipazione energetica per isteresi meccanica potrebbe rappresentare una soluzione interessante da applicare nel sistema di smorzamento del filo: si potrebbe infatti immaginare di realizzare la prima barra in un materiale (ad esempio un'opportuna lega metallica) tale da dissipare energia in seguito alle deformazioni flessionali dovute all'oscillazione del filo (ovvero la seconda barra).

Si può anche immaginare, invece, di coprire soltanto la prima barra di un opportuno rivestimento che fungerebbe da materiale smorzante.

I vantaggi dell'uso di tale tecnologia sarebbero dati dalla semplicità ed affidabilità di quest'ultima e dal fatto che non sarebbe necessario dotare il satellite di un ulteriore meccanismo atto a smorzare le oscillazioni del filo (basterebbe infatti solo la prima barra come elemento smorzante).

In seguito a ricerche fatte anche in letteratura, si è potuto constatare che al momento gli svantaggi di un possibile impiego di tale tecnologia sono dati dal fatto che:

- non risultano ancora disponibili materiali tali da garantire un opportuno smorzamento (di natura meccanica) a bassissime frequenze e che allo stesso tempo
- possano garantire tale smorzamento anche a basse temperature

Al momento risulta, pertanto, da escludere l'impiego di tale tecnologia per il sistema di smorzamento di satelliti a filo.

Smorzatore isteretico magnetico

Un'ulteriore tecnologia impiegabile per la realizzazione di sistemi di smorzamento è quella che sfrutta il fenomeno dell'isteresi magnetica per la dissipazione di energia.

Dalla teoria relativa all'elettromagnetismo è noto che per materiali ferromagnetici non esiste una funzione univoca che lega il vettore campo magnetico \mathbf{H} con il vettore induzione magnetica \mathbf{B} : la curva $(\mathbf{H}-\mathbf{B})$ presenta infatti il ciclo di isteresi come quello mostrato in Fig. 6.1.4.

Seguendo le frecce in figura, si parte dall'origine fino a giungere, per $\mathbf{H} = \mathbf{H}_m$, al punto di saturazione dove il vettore induzione magnetica raggiunge il valore \mathbf{B}_m : il tratto così percorso si definisce curva di prima

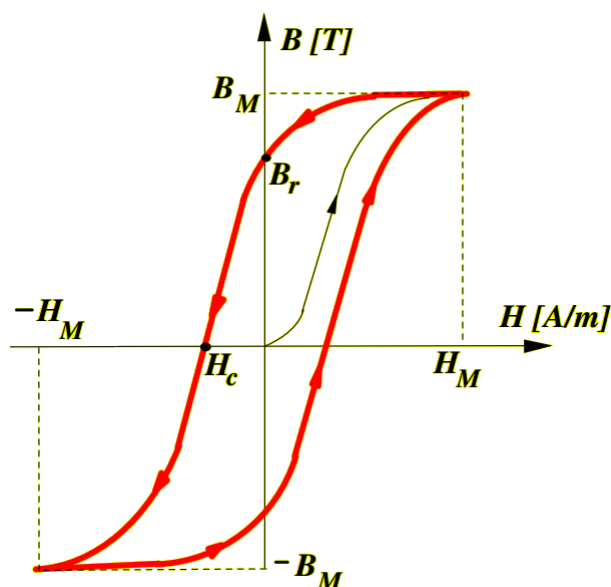


Figura 6.1.4: Curva di isteresi magnetica (da Rif. [9])

magnetizzazione. Al diminuire di \mathbf{H} , come è possibile osservare dalla figura, non viene più ripercorsa a ritroso la curva di prima magnetizzazione, ma si procede invece, seguendo il senso delle frecce, fino al valore di induzione magnetica $\mathbf{B} = \mathbf{B}_r$ (magnetizzazione residua) per $\mathbf{H} = 0$. Per portare il vettore induzione magnetica a zero è necessario diminuire ancora il vettore campo magnetico fino al valore $\mathbf{H} = \mathbf{H}_c$ (campo magnetico coercitivo). Se si continua a diminuire \mathbf{H} fino a $-\mathbf{H}_m$ e poi si aumenta nuovamente il vettore campo magnetico fino ad \mathbf{H}_m , si compie il ciclo di isteresi (nell'esempio simmetrico) mostrato in figura.

L'area interna al ciclo rappresenta l'energia per unità di volume dissipata sotto forma di calore. Tale energia dissipata può essere espressa tramite la seguente relazione empirica di Steinmetz^[9]:

$$\mathcal{E}_{d,imag} = \eta B_m^{1.6 \div 2}$$

dove η è una costante di proporzionalità dipendente dal materiale, l'esponente di B_m varia da 1.6 per $B_m < 1.2 \cdot T$ fino a 2 per $B_m > 1.2 \cdot T$

Se il ciclo di isteresi viene ripetuto per un certo numero di volte ad una frequenza f , allora può essere introdotta la potenza dissipata (per unità di volume) per isteresi magnetica^[9]:

$$\mathcal{P}_{d,imag} = f \cdot \mathcal{E}_{d,imag} = f\eta B_m^{1.6\div 2}$$

Se la tecnologia dello smorzamento isteretico magnetico può da un lato presentare il vantaggio di essere affidabile e probabilmente di funzionare anche a basse temperature e pesare poco, dall'altro lato ci sono degli svantaggi che portano tale tecnologia a non essere preferibile per l'impiego nel sistema di smorzamento del filo.

Tali svantaggi sono dati dal fatto che:

- è verosimilmente necessario l'impiego di un sistema di controllo attivo per garantire che il vettore campo magnetico venga periodicamente alternato tra $-\mathbf{H}_m$ e \mathbf{H}_m , in modo da garantire la corretta esecuzione del ciclo isteretico;
- la potenza dissipata per isteresi magnetica è una funzione lineare della frequenza e, per le bassissime frequenze di impiego, potrebbe risultare abbastanza bassa, ammesso di non utilizzare un particolare materiale ferromagnetico in grado di garantire η e \mathbf{B}_m sufficientemente elevati.

Inoltre, dalle ricerche effettuate, non sono stati trovati dati sperimentali o sistemi di smorzamento (ad isteresi magnetica) già in commercio che validassero la possibilità di un eventuale impiego di questa tecnologia in ambito spaziale.

Resta comunque aperto un possibile campo di investigazione per scoprire se l'uso di tale tecnologia sia realmente fattibile e conveniente per poter essere applicato nel sistema di smorzamento dei satelliti a filo.

6.2 Smorzatore a correnti parassite (ECD)

Di seguito è analizzato in dettaglio il funzionamento fisico degli smorzatori ECD, mostrando anche possibili modalità di realizzazione di tali smorzatori; vengono inoltre mostrati i motivi e i dati sperimentali (ritrovati in letteratura) a sostegno del fatto per cui tale tecnologia soddisfa i requisiti necessari per poter essere applicata nel sistema di smorzamento di satelliti a filo.

Come da titolo il fenomeno fisico su cui si basa tale tecnologia è quello delle correnti parassite (o di Foucault): tuttavia per poter prima comprendere come queste correnti insorgano all'interno di un materiale conduttore, è necessario introdurre la teoria fisica che sta alla base di questo fenomeno.

Si consideri un campo magnetico \mathbf{B} che attraversi una generica superficie \mathcal{S} , così come mostrato di seguito in Fig. 6.2.1:

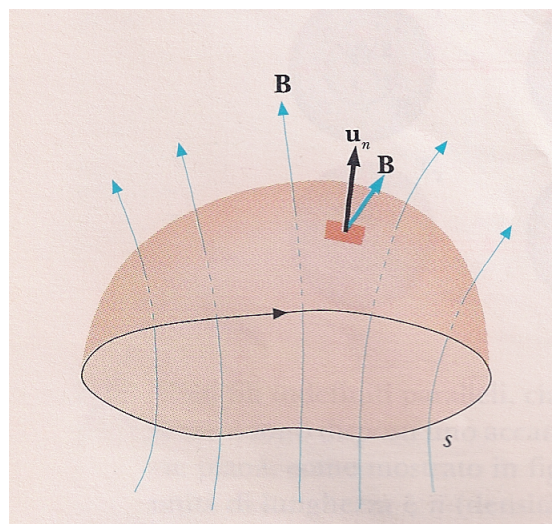


Figura 6.2.1: Flusso del campo magnetico \mathbf{B} attraverso la superficie \mathcal{S} (da Rif. [7])

dove \mathbf{u}_n è il versore normale alla superficie e diretto secondo il verso di rotazione (destrogiro) della linea chiusa s costituente il perimetro di base della superficie \mathcal{S} .

Si definisce flusso del campo magnetico \mathbf{B} attraverso la superficie \mathcal{S} l'integrale^[7]:

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_n d\mathcal{S}$$

In realtà esistono infinite superfici \mathcal{S} che si appoggiano sulla medesima linea chiusa s : dalla teoria è possibile dimostrare che il flusso $\Phi(\mathbf{B})$ del campo magnetico \mathbf{B} è uguale per qualunque superficie che si appoggi sulla linea s .

E' possibile ora introdurre la legge di Faraday^[7] secondo cui “ogni volta che il flusso del campo magnetico $\Phi(\mathbf{B})$ concatenato con un circuito chiuso varia nel tempo, si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta opposta alla derivata temporale del flusso nel tempo”. Quindi matematicamente si ha:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Un esempio grafico di tale fenomeno fisico descritto dalla legge di Faraday è rappresentato di seguito in Fig. 6.2.2:

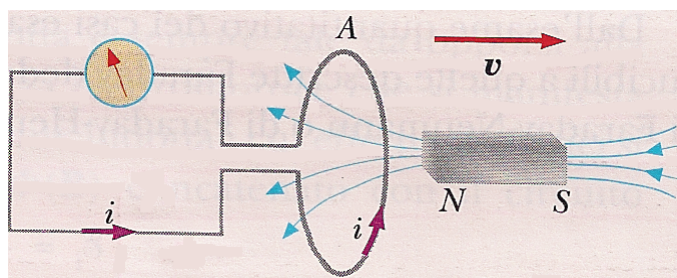


Figura 6.2.2: Rappresentazione grafica della legge di Faraday (da Rif. [7])

Le linee di campo del magnete NS inducono una variazione del flusso $\Phi(\mathbf{B})$, concatenato al circuito A, quando il magnete stesso si allontana dal circuito (un esempio analogo è possibile farlo se il magnete si avvicina al circuito): in tal modo si genera una forza elettromotrice indotta \mathcal{E}_i tale da generare nel circuito A una corrente i che si oppone (i cui effetti magnetici si oppongono) alla variazione di flusso $\Phi(\mathbf{B})$ (legge di Lenz).

La corrente i è semplicemente data dalla nota relazione:

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$$

dove R rappresenta la resistenza del circuito.

Le correnti parassite nascono proprio in seguito al fenomeno fisico descritto dalla legge di Faraday.

Esse dissipano energia sotto forma di calore in seguito all'effetto Joule, dovuto al fluire delle stesse correnti parassite attraverso un materiale conduttore.

La potenza specifica (per unità di volume) persa sotto forma di calore a causa delle correnti parassite può essere calcolata dalla seguente relazione^[9]:

$$\mathcal{P}_{d,ec} = \beta d^2 B_p^2 f^2 \quad (6.2.1)$$

dove:

β è una proprietà del materiale,

d è lo spessore del materiale conduttore,

B_p è l'intensità del campo magnetico di picco,

f è la frequenza di variazione del campo magnetico \mathbf{B} .

Nell'ipotesi in cui la variazione del flusso $\Phi(\mathbf{B})$ sia dovuta ad una sola variazione spaziale (e non temporale) del campo magnetico \mathbf{B} (così come accade negli smorzatori ECD passivi), la forza di smorzamento dovuta all'insorgere delle correnti parassite e che si oppone alla variazione del flusso $\Phi(\mathbf{B})$ è fornita da^[8]:

$$F_{d,ec} = \int_{\Gamma} \mathbf{J} \times \mathbf{B} d\Gamma$$

dove:

Γ rappresenta il volume del materiale conduttore,

\mathbf{J} è il vettore densità di corrente.

Come è possibile osservare dalla relazione 6.2.1, la potenza $\mathcal{P}_{d,ec}$ risulta essere proporzionale al quadrato della frequenza f (come era logico aspettarsi): tuttavia la relazione 6.2.1 è valida solo in assenza dell'effetto pelle.

L'effetto pelle è il fenomeno di natura elettro-magnetica per cui quando un materiale conduttore è attraversato da campi magnetici variabili nel tempo in maniera *sufficientemente veloce* (ed in relazione anche alle proprietà elettro-magnetiche del materiale stesso), il campo magnetico non riesce a penetrare completamente all'interno dell'intero spessore del materiale conduttore.

Ciò causa un addensamento delle cariche elettriche (dovute alle correnti indotte) alla superficie (la "pelle") del conduttore: il risultato è quello di avere una resistenza "effettiva" del conduttore che aumenta all'aumentare della frequenza^[8].

Matematicamente si ha che la densità di corrente elettrica varia, all'aumentare della profondità d_s dalla superficie del conduttore, tramite la relazione^[8]:

$$J = J_s e^{-\frac{d_s}{\delta_p}}$$

dove J_s è la densità di corrente elettrica in superficie.

Il termine δ_p è la profondità di penetrazione, fornita dalla relazione:

$$\delta_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu_a \sigma f}}$$

dove:

μ_a è la permeabilità magnetica (assoluta) del conduttore,

σ è la conduttanza elettrica del materiale conduttore.

In definitiva si ha che in un generico conduttore attraversato da correnti parassite la potenza dissipata $\mathcal{P}_{d,ec}$ inizialmente cresce con il quadrato della frequenza f ; quando la frequenza inizia invece ad assumere un valore sufficientemente elevato (in relazione alle proprietà elettro-magnetiche del materiale conduttore) la $\mathcal{P}_{d,ec}$ inizia a diminuire all'aumentare della frequenza stessa.

In modo analogo a $\mathcal{P}_{d,ec}$ si comporta anche il coefficiente di smorzamento, direttamente legato all'energia dissipata dallo smorzatore.

In commercio è possibile trovare smorzatori ECD che sfruttano il fenomeno delle correnti parassite applicando, di volta in volta, soluzioni tecnologiche costruttive anche differenti, a seconda delle specifiche esigenze di impiego. Inoltre è possibile ritrovare sia smorzatori adatti per oscillazioni longitudinali, oppure per oscillazioni rotazionali.

A titolo d'esempio, si riporta il dettaglio costruttivo e di funzionamento di uno smorzatore ECD passivo (per lo smorzamento di oscillazioni longitudinali) dovuto al lavoro di ricerca di Rif. [8] .

Nella seguente Fig. 6.2.3 è possibile osservare uno schizzo della sezione longitudinale dello smorzatore portato in esempio:

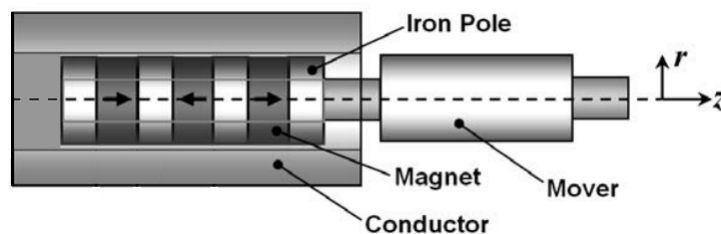


Figura 6.2.3: Sezione longitudinale smorzatore ECD (da Rif. [8])

In figura, all'interno del conduttore di forma tubolare magneti permanenti (PM) di forma anulare sono supportati da una asta non ferromagnetica e saldamente fissati tra una barra in ferro (non magnetico).

I magneti permanenti hanno una magnetizzazione assiale (con verso indicato dalle freccette in figura), che garantisce la generazione di una forza di smorzamento maggiore.

L'array di PM mostrato in figura è quindi mosso longitudinalmente all'interno del conduttore tubolare (lungo l'asse z di figura) con andamento alternato: in tal modo il flusso delle linee di campo magnetico \mathbf{B} (generate dai magneti permanenti) all'interno del conduttore tubolare risulta variabile nel tempo a causa del moto dell'asta su cui sono montati gli stessi PM.

Una raffigurazione schematica dell'andamento delle linee di flusso del campo magnetico è mostrato nella seguente Fig. 6.2.4:

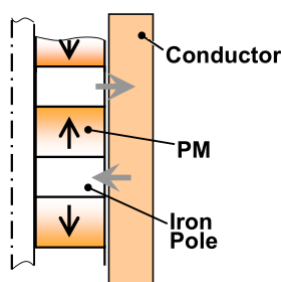


Figura 6.2.4: Distribuzione linee di flusso del campo magnetico dei PM (da Rif. [8])

Con questo esempio si è voluto mostrare non solo una delle possibili tecniche realizzative e di funzionamento degli smorzatori ECD, ma anche validare il comportamento teorico sopra descritto (in particolare l'aspetto riguardante l'effetto pelle), mostrando nella figura seguente l'andamento del coefficiente di smorzamento (dello smorzatore ECD portato in esempio) in funzione della frequenza.

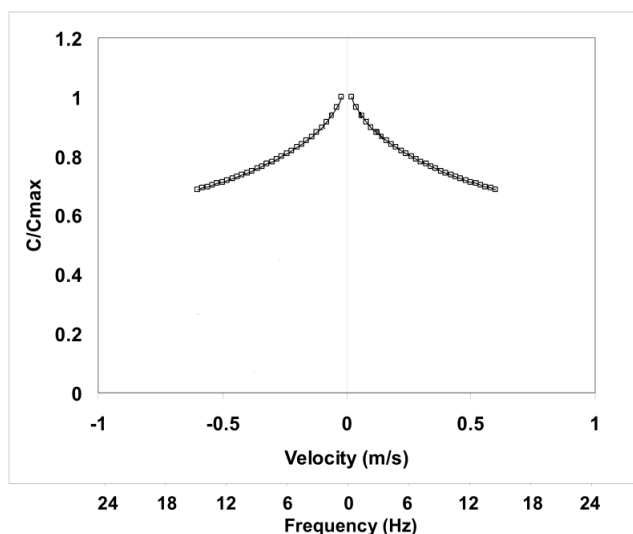


Figura 6.2.5: Andamento del coefficiente di smorzamento in funzione della frequenza (da Rif. [8])

Come è possibile vedere da Fig. 6.2.5 il valore massimo del coefficiente di smorzamento è assunto (estrapolando ragionevolmente i risultati sperimentali di figura) per frequenze prossime allo zero. A causa dell'effetto pelle, all'aumentare della frequenza (di variazione del flusso del campo magnetico) al di sopra di un certo valore limite, si ha una decrescita del coefficiente di smorzamento e quindi una diminuzione delle performance dello smorzatore.

Infine è opportuno evidenziare come, con la tipologia di smorzatore ECD portata in esempio, il coefficiente di smorzamento può raggiungere valori massimi^[8] anche dell'ordine di 3600 [kg/s], adatti addirittura per l'impiego in ambito automobilistico.

Dall'esempio appena mostrato è stato possibile capire come la tecnologia ECD riesca a soddisfare i requisiti richiesti per un eventuale impiego nel sistema di smorzamento dei satelliti a filo.

Infatti:

- intervenendo opportunamente sui tipi di materiali costituenti lo smorzatore e/o sulle dimensioni geometriche di quest'ultimo è possibile riuscire ad ottenere un picco di massimo per il coefficiente di smorzamento a basse frequenze (o perlomeno fare in modo che un opportuno intorno di questo massimo ricada nelle basse frequenze di requisito);
- gli smorzatori ECD garantiscono elevata affidabilità, anche dopo un lungo tempo, e un corretto funzionamento anche a bassissime temperature;
- è possibile ottenere coefficienti di smorzamento anche elevati (si veda a riguardo anche nella continuazione della trattazione in § 7);
- gli smorzatori ECD sono (generalmente) relativamente leggeri e possono arrivare a pesare anche, in casi limite, poche decine di grammi;
- è possibile ritrovare già in commercio tale tecnologia anche se diffusa principalmente per impieghi specifici (come in ambito spaziale).

Capitolo 7

DIMENSIONAMENTO ECD

In questo capitolo è esposta la tipologia di smorzatori ECD selezionata, in seguito a ricerche effettuate fra diversi fornitori, e che potrebbe essere eventualmente impiegata nel sistema di smorzamento delle oscillazioni del filo nei “Tethered Satellites”.

In particolare, sono dapprima esposte le principali caratteristiche distintive di tale tipologia di smorzatori ECD e quindi mostrati i modelli forniti; in seguito sono esposti ed illustrati i datasheet reperiti da catalogo del produttore e, tramite questi ultimi e con utilizzo di opportune relazioni semi-empiriche fornite dal produttore stesso, si è giunti infine ad ottenere un dimensionamento per un plausibile smorzatore ECD da impiegare nel sistema di smorzamento dei satelliti a filo.

7.1 Peculiarità e datasheet per la tipologia di smorzatori ECD selezionata

Il produttore degli smorzatori ECD selezionati è l’azienda americana CDA InterCorp.

L’azienda introduce il datasheet^[10] degli smorzatori ECD da essa prodotti elencando le caratteristiche peculiari che tali smorzatori posseggono: di seguito si espone un breve riepilogo di tali proprietà.

Gli smorzatori sono descritti come altamente affidabili, con caratteristiche di smorzamento ripetibili e lineari sopra un ampio range di temperature; inoltre esistono modelli provvisti anche di riduttori di velocità. Si hanno quindi a disposizione ampi intervalli di scelta per la selezione dello smorzatore più opportuno alle specifiche esigenze di impiego: tali intervalli riguardano i coefficienti di smorzamento, le velocità angolari, le coppie al carico e le temperature di funzionamento.

Per quanto riguarda le dimensioni gli smorzatori, questi sono realizzati apposta per essere compatti e per minimizzare i pesi, ma è comunque possibile sceglierli in un ampio intervallo di dimensioni geometriche.

Inoltre il produttore specifica in particolar modo come i coefficienti (ed in generale le performance) di smorzamento siano estremamente lineari e molto stabili in un esteso range di temperature, per via di bassissimi coefficienti di temperatura.

Gli smorzatori, in aggiunta, sono descritti tali che le loro performance non variano nel vuoto (quindi pienamente adatti ad usi in ambito spaziale) e da avere valori di attrito statico (nei componenti interni) molto bassi.

Infine viene rimarcato come gli smorzatori ECD prodotti dalla CDA InterCorp siano realizzati con tecnologie e secondo procedure tali da garantire livelli di affidabilità estremamente elevati, pienamente compatibili con i livelli di affidabilità “mission-critical” in ambito spaziale.

Gli smorzatori ECD prodotti dalla CDA InterCorp sono proposti in tre versioni.

La prima versione è quella senza riduttore di velocità, raffigurata nella seguente Fig. 7.1.1

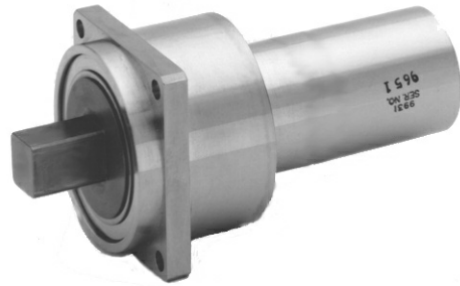


Figura 7.1.1: Smorzatore ECD: versione senza riduttore di velocità (da Rif. [10])

La seconda versione è data dallo smorzatore ECD a cui è assemblato il riduttore di velocità, come mostrato in Fig. 7.1.2.



Figura 7.1.2: Smorzatore ECD: versione con riduttore di velocità (da Rif. [10])

La terza ed ultima versione è costituita dallo smorzatore ECD a cui è assemblato un “right angle gearhead”, ovvero un riduttore di velocità che riesce a trasferire il moto rotatorio dall’asse di rotazione dell’ECD ad un altro asse ad esso ortogonale, così come mostrato in Fig. 7.1.3

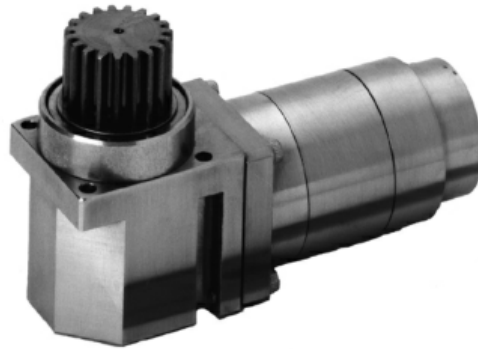
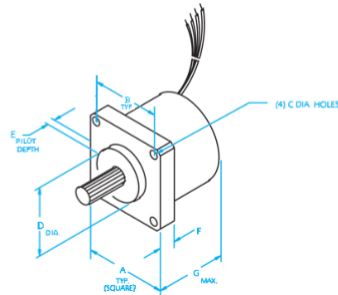


Figura 7.1.3: Smorzatore ECD: versione con “right angle gearhead” (da Rif. [10])

Il datasheet proposto dalla CDA InterCorp è organizzato come segue.

E’ dapprima introdotta la seguente tabella di Fig. 7.1.4, dove per ciascuna riga sono mostrate le caratteristiche meccaniche e prestazionali per un differente tipo di smorzatore ECD (il tipo è evidenziato dai numeri presenti nella prima colonna “Damper Type”).

ECD Mechanical Data



SYSTEM INTERNATIONAL (mm)											
DAMPER TYPE	A	B	C	D	E	F	G	WEIGHT (kg)	INERTIA (kg·m ²)	Coulomb Friction (Nmm)	Damping Rate (Nm·sec/rad)
12	19.05	15.75	2.06	12.700	1.02	3.18	19.81	0.037	6.71 E-08	3.4 E-04	2.91 E-05
16	25.40	21.03	2.79	15.875	3.18	4.75	25.27	0.078	2.61 E-07	8.3 E-04	1.30 E-04
20	31.75	26.16	3.28	19.050	3.18	6.35	32.51	0.142	7.06 E-07	1.5 E-03	4.18 E-04
24	38.10	31.75	3.78	22.225	3.18	6.35	39.37	0.241	1.69 E-06	2.9 E-03	1.05 E-03
32	50.80	42.42	4.50	28.575	3.18	9.53	48.54	0.540	7.06 E-06	5.6 E-03	5.63 E-03
40	63.50	52.83	6.76	38.100	3.18	12.70	55.00	0.91	2.39 E-05	1.1 E-02	1.16 E-02
48	76.20	63.50	6.76	44.450	3.18	12.70	63.50	1.80	5.49 E-05	2.3 E-02	2.87 E-02

Figura 7.1.4: Tabella delle caratteristiche meccaniche e prestazionali dello smorzatore ECD (da Rif. [10])

In particolare si ha che:

- nelle colonne numerate da A a G sono presenti le dimensioni (in [mm]) dello smorzatore, relative al disegno in alto in Fig. 7.1.4;
- nelle altre colonne, come è possibile osservare, sono riportati in ordine: il peso in [kg], il momento di inerzia in [kg · m²] riferito all'asse di rotazione dello smorzatore, la coppia di attrito statico in [N · mm], il coefficiente di smorzamento in [N·m·s/rad].

Il datasheet prosegue proponendo i tabulati riferiti uno all'assemblaggio smorzatore ECD + riduttore di velocità, l'altro all'assemblaggio smorzatore ECD + "right angle gearhead". Tali tabulati sono riportati in dettaglio in

Appendice per una migliore chiarezza espositiva: nel prosieguo vengono mostrate solo le righe dei tabulati necessarie per il successivo dimensionamento dello smorzatore.

In particolare i suddetti tabulati, relativi ai due assemblaggi dello smorzatore con i riduttori di velocità, sono organizzati come segue:

- ciascuna riga dei tabulati è riferita ad un diverso assemblaggio smorzatore ECD + riduttore;
- nella prima colonna è indicata, tramite una sigla, il tipo di riduttore impiegato; nella seconda colonna è invece indicato il tipo di smorzatore;
- nelle successive tre colonne sono indicati, in ordine, il coefficiente di smorzamento, la coppia al carico ed il rapporto di velocità: è da sottolineare che questi rappresentano i valori massimi ottenibili per il determinato assemblaggio smorzatore + riduttore considerato;
- nelle successive otto colonne, numerate dalla A alla H, sono indicate le dimensioni dell'assemblaggio (raffigurato assieme al relativo tabulato);
- nell'ultima colonna è infine indicato il peso dell'assemblaggio considerato.

Nelle pagine conclusive del datasheet sono riportate le relazioni semi-empiriche necessarie per il dimensionamento e la scelta dello smorzatore (oppure dell'assemblaggio smorzatore + riduttore di velocità) più adatto alle specifiche esigenze di utilizzo.

Tali relazioni sono introdotte e spiegate più in dettaglio nel paragrafo seguente, per poter quindi procedere al dimensionamento dello smorzatore ECD.

7.2 Dimensionamento smorzatore ECD

Per procedere al dimensionamento dello smorzatore è necessario introdurre preliminarmente le relazioni, riportate nel datasheet, necessarie per la corretta selezione dello smorzatore stesso.

I dati richiesti in partenza sono quelli relativi alla velocità angolare del carico (ovvero della prima barra) e della coppia di smorzamento da applicare al carico.

Per quanto riguarda la velocità angolare del carico ω_L , è stata presa in riferimento quella massima in modulo nelle condizioni critiche di risonanza per il moto in-plane ed out-plane; per entrambi i casi tale velocità assume un valore approssimativamente pari a:

$$\omega_L \cong 0.08 \text{ [°/s]} = 1.40 \cdot 10^{-3} \text{ [rad/s]}$$

La coppia (massima) di smorzamento da applicare al carico vale dunque:

$$T_L = k_D \omega_L \cong 1.77 \text{ [Nm]}$$

Tali valori non rientrano in quelli dispensabili dal solo smorzatore ECD, così come si può osservare da Fig. 7.1.4: è necessario pertanto un assemblaggio smorzatore ECD + riduttore di velocità.

Quindi il terzo parametro necessario da considerare è il rapporto di velocità N dato dal riduttore; dalle relazioni fornite nel datasheet si ha che

$$N = \frac{1}{2B_T \omega_L} \sqrt{4B_T \omega_L T_L - F_T^2} \quad (7.2.1)$$

dove:

- $B_T = B_D \{1 + 0.25 [1 - 0.004 (t - 25)]\}$, con B_D il coefficiente di smorzamento preso dalla tabella di Fig. 7.1.4 per il tipo di smorzatore ECD considerato, la temperatura d'esercizio $t = -73 \text{ [°C]} (\cong 200 \text{ [K]})$

- $F_T = 1.12 \cdot 10^{-3} + F_D$, con F_D la coppia di attrito statico (considerata in $[Nm]$) presa dalla tabella di Fig. 7.1.4 per il tipo di smorzatore ECD considerato.

Dalle relazioni sopra esposte bisogna tuttavia notare quanto segue.

Il radicando dell'equazione 7.2.1 può assumere valori minori o uguali a zero per ω_L sufficientemente basse: ciò significa che, in queste condizioni, la coppia di attrito statico data da F_T risulta tale da bloccare internamente il moto dell'assemblaggio smorzatore + riduttore (infatti, se ad esempio il radicando fosse uguale a zero il rapporto di velocità sarebbe nullo).

Si è quindi introdotto il problema tipico della presente tipologia di smorzatori scelta: resterebbe pertanto aperto un campo di investigazione per la ricerca del modo (teoricamente possibile) attraverso cui eliminare gli attriti statici.

Nell'ipotesi che si possano eliminare completamente le coppie d'attrito statico, ad esempio tramite l'impiego di dispositivi magnetici per la trasmissione del moto e per il sostenimento dei componenti interni a contatto fisico, si ricava l'espressione del rapporto di velocità considerando nulla F_T :

$$N = \frac{1}{2B_T\omega_L} \sqrt{4B_T\omega_L T_L} = \sqrt{\frac{k_D}{B_T}}$$

E' quindi ora possibile procedere ad individuare, nelle tabelle mostrate nel datasheet, l'assemblaggio smorzatore ECD + riduttore compatibile con i k_D , T_L , N calcolati ed avente inoltre il minor peso possibile. Si parte considerando dapprima le tabelle relative al primo assemblaggio smorzatore + riduttore di velocità semplice (che è possibile osservare in Fig. 7.1.2), perchè tale assemblaggio ha un peso mediamente inferiore rispetto all'assemblaggio smorzatore + "right angle gearhead".

Considerando dapprima lo smorzatore del tipo 12 dalla tabella di Fig. 7.1.4, per questo si ha $B_D = 2.91 \cdot 10^{-5} [N \cdot m \cdot s / rad]$ da cui discende che

- $B_T = 3.92 \cdot 10^{-5} [N \cdot m \cdot s / rad]$
- $N = 5679$

Si passa quindi a confrontare tali valori con quelli della tabella in Fig. 7.2.1 (ovviamente in questo caso si considerano solo gli assemblaggi relativi allo smorzatore di tipo 12):

TYPE		MAXIMUM RATINGS			SYSTEM INTERNATIONAL (mm)								WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING RATE	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	kg
		Nm-sec/rad	Nm	-									
AA	12	3.68 E-01	2.0	100	19.05	15.75	2.06	17.463	3.96	4.78	44.30	19.05	0.085
AAA	12	3.68 E+01	2.0	1000	19.05	15.75	2.06	17.463	3.96	4.78	58.52	19.05	0.113
CAA	12	3.68 E+01	9.5	1000	25.40	21.03	2.80	23.813	4.78	6.35	60.48	19.05	0.142

Figura 7.2.1: Dati assemblaggio smorzatore ECD tipo 12 + riduttore di velocità semplice (da Rif. [10])

Come è possibile osservare dalla tabella in figura, nessuno dei tre assemblaggi soddisfa i valori del coefficiente di smorzamento, della coppia e del rapporto di velocità sopra calcolati.

Si passa allora a considerare lo smorzatore di tipo 16 in Fig. 7.1.4; per quest'ultimo si ha $B_D = 1.30 \cdot 10^{-4}$ [N·m·s/rad], quindi:

- $B_T = 1.75 \cdot 10^{-4}$ [N·m·s/rad]
- $N = 2687$

Seguendo lo stesso procedimento di prima si può osservare, dalla tabella di Fig. 7.2.2, che neanche in questo caso c'è compatibilità tra i valori mostrati in tabella e quelli appena calcolati:

TYPE		MAXIMUM RATINGS			SYSTEM INTERNATIONAL (mm)								WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING RATE	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	kg
		Nm-sec/rad	Nm	-									
CA	16	1.38 E+00	9.5	100	25.40	21.03	2.80	23.813	4.78	6.35	51.72	25.40	0.185
CCS	16	2.26 E+02	9.5	1280	25.40	21.03	2.80	23.813	4.78	6.35	50.17	25.40	0.185
DCA	16	1.38 E+02	19	1000	31.75	26.26	3.30	30.163	6.35	6.35	68.22	25.40	0.298

Figura 7.2.2: Dati assemblaggio smorzatore ECD tipo 16 + riduttore di velocità semplice (da Rif. [10])

Allo stesso modo non risulta neanche accettabile l'assemblaggio con lo smorzatore di tipo 20; infatti per quest'ultimo si ha $B_D = 4.18 \cdot 10^{-4}$ [N·m·s/rad], da cui:

- $B_T = 5.63 \cdot 10^{-4}$ [N·m·s/rad]
- $N = 1498$

mentre i valori mostrati nella seguente tabella di Fig. 7.2.3 non risultano ancora soddisfacenti.

TYPE		MAXIMUM RATINGS			SYSTEM INTERNATIONAL (mm)								WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING RATE	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	kg
		Nm-sec/rad	Nm	-									
DC	20	6.32 E+00	19	107	31.75	26.16	3.30	30.163	6.35	6.35	61.14	31.75	0.341
DCA	20	6.32 E+02	19	1070	31.75	26.16	3.30	30.163	6.35	6.35	75.36	31.75	0.426
FDC	20	5.77 E+02	52	1140	38.10	31.75	3.80	36.513	7.95	7.95	81.28	31.75	0.511

Figura 7.2.3: Dati assemblaggio smorzatore ECD tipo 20 + riduttore di velocità semplice (da Rif. [10])

L'assemblaggio smorzatore ECD tipo 24 + riduttore di velocità semplice risulta però accettabile; infatti da Fig. 7.1.4 per lo smorzatore tipo 24 si ha $B_D = 1.05 \cdot 10^{-3}$ [N·m·s/rad], da cui:

- $B_T = 1.40 \cdot 10^{-3}$ [N·m·s/rad]
- $N = 945$

e nella tabella di Fig. 7.2.4 è evidenziato l'assemblaggio scelto.

In realtà l'assemblaggio "Gearhead FDC + Damper 24" evidenziato mostra che il valore massimo del coefficiente di smorzamento risulta leggermente inferiore a quello determinato in § 5.3: data però la modalità di scelta dello stesso k_D ma, soprattutto, il fine solo indicativo che si pone la presente

TYPE		MAXIMUM RATINGS			SYSTEM INTERNATIONAL (mm)								WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING RATE	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	kg
		Nm-sec/rad	Nm	-									
DC	24	1.36 E+01	19	107	38.10	31.75	3.80	30.163	6.35	7.95	68.78	38.10	0.423
FDC	24	1.24 E+03	52	1140	38.10	31.75	3.80	36.513	7.95	7.95	88.67	38.10	0.710
HDC	24	1.36 E+03	84	1060	50.80	42.42	4.50	49.213	9.53	9.53	93.31	38.10	1.02

Figura 7.2.4: Dati assemblaggio smorzatore ECD tipo 24 + riduttore di velocità semplice (da Rif. [10])

trattazione, si è comunque scelto di mantenere il valore evidenziato in Fig. 7.2.4 per il coefficiente di smorzamento. Inoltre è da notare che, se si fosse scelto l'assemblaggio "Gearhead HDC + Damper 24", si sarebbe ottenuto un incremento della massa dell'assemblaggio stesso di circa 300 grammi.

Ricapitolando infine, si è ottenuto quanto segue:

SMORZATORE ECD

Tipo smorzatore: 24

Tipo riduttore di velocità: FDC (semplice)

Valori:

- Coefficiente di smorzamento: $1.24 \cdot 10^3$ [N·m·s/rad]
- Coppia (massima): 1.77 [N · m]
- Rapporto di velocità: 945

Peso: 0.710 [kg]

Di seguito è mostrato il disegno quotato dello smorzatore scelto:

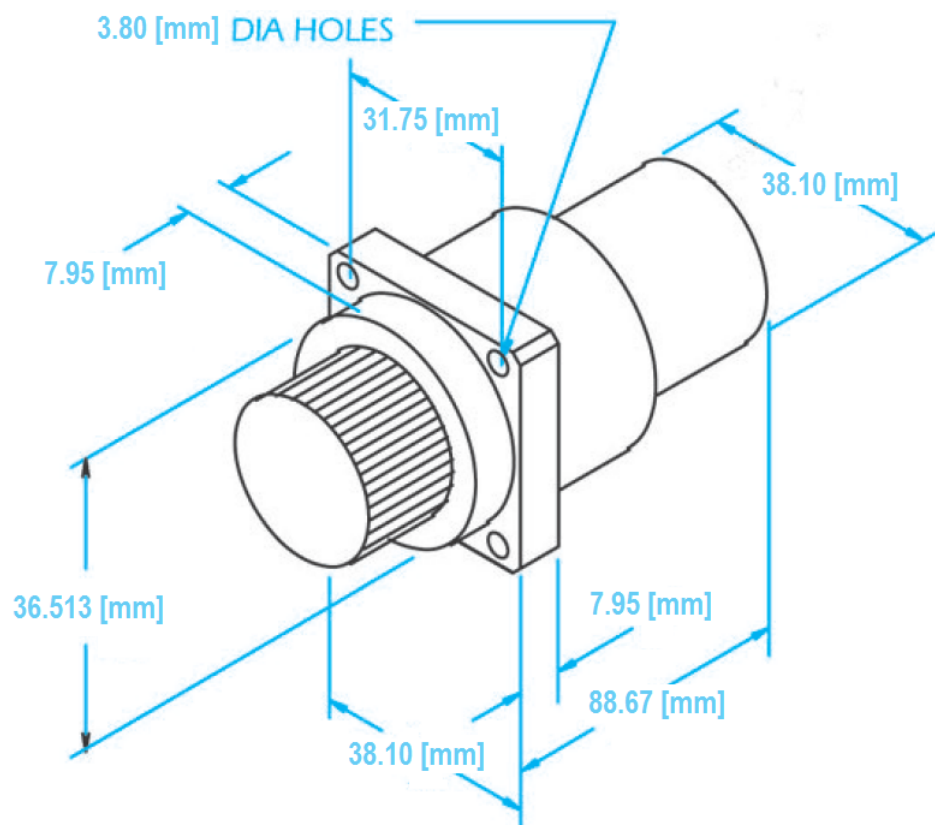


Figura 7.2.5: Disegno quotato “Gearhead FDC + Damper 24” (ricavato da Rif. [10])

Capitolo 8

CONCLUSIONI

Il lavoro svolto nella presente trattazione ha avuto come fine principale quello di dare delle indicazioni fondate e precise per una successiva fase di studio e sviluppo di un sistema atto a smorzare in modo passivo le oscillazioni del filo nei Tethered Satellites.

Infatti sia i risultati provenienti dalle simulazioni numeriche effettuate che quelli delle ricerche condotte per individuare la tecnologia più adatta da impiegare nel sistema di smorzamento, hanno potuto fornire informazioni interessanti ed utili per successivi più approfonditi studi che già al momento sono in corso.

In particolare gli esiti delle simulazioni numeriche hanno inizialmente portato a scoprire la presenza (comune per ciascun caso analizzato) di un valore “ottimo” per il coefficiente di smorzamento che minimizza l’energia cinetica del filo, e di un altro differente valore “ottimo” che invece massimizza l’energia dissipata dallo smorzatore. In seguito, i risultati delle simulazioni hanno inquadrato:

- la risposta dinamica del filo in funzione della frequenza d’eccitazione di quest’ultimo da parte della forzante esterna
- il campo di variazione e l’andamento dei coefficienti di smorzamento ottimi, anche qui in funzione della frequenza d’eccitazione della forzante esterna per un dato “reference set” di variabili di sistema

Si vuol però precisare che la parte del lavoro inerente le simulazioni numeriche svolte ha tuttavia necessitato dell'applicazione di alcune semplificazioni. Tali semplificazioni hanno riguardato:

- il modello fisico-matematico descrivente il comportamento dinamico del filo e della forzante esterna a quest'ultimo applicata
- la trattazione del moto del filo come bidimensionale (analizzando dapprima il moto “in-plane” e in seguito il moto “out-plane”), trascurando quindi gli accoppiamenti fra questi due moti nelle equazioni della dinamica.

Le ricerche condotte volte a comprendere quale possa essere la tecnologia più opportuna da adottare per ottenere uno smorzamento passivo delle oscillazioni del filo hanno in seguito chiarito:

- quali tecnologie sono assolutamente da scartare
- quali altre tecnologie, invece, hanno le potenzialità per essere realizzabili per il sistema di smorzamento ma che, al momento, necessitano di ulteriori e più approfonditi studi e ricerche
- quale tecnologia si dimostra attualmente già idonea per essere impiegata nel sistema di smorzamento del filo (ovvero la tecnologia ECD)
- quali ingombri potrebbe avere un eventuale smorzatore ECD e quanto pesante potrebbe essere.

In particolare si è potuto appurare che la tecnologia al momento più idonea per la realizzazione del dispositivo di smorzamento per il filo è quella degli “Eddy Current Dampers”: rimane però aperto un problema di natura pratica riguardante il funzionamento dei dispositivi funzionanti con tecnologia ECD, ovvero il problema degli attriti statici interni tipici di tali dispositivi che, per certe condizioni d'utilizzo, potrebbero provocare il loro bloccaggio

durante la fase operativa. Un settore per successivi studi è quindi quello di individuare tecnologie volte a eliminare gli attriti statici interni ai dispositivi di smorzamento ECD .

Il lavoro rimanente da svolgere è ancora piuttosto lungo e complesso.

Per quanto riguarda lo studio della dinamica del filo smorzato è necessario proseguire il lavoro svolto nella presente trattazione analizzando in dettaglio il moto tridimensionale, alquanto più complicato del bidimensionale. Tale lavoro è inquadrato nel più ampio campo di ricerca riguardante il progetto BETs (Rif. [13]) ed è già in corso, presso il Centro Interdipartimentale Studi Attività Spaziali (CISAS) dell'Università di Padova, in collaborazione con DLR-Bremen, la Universidad Politécnica de Madrid (UMP), O.N.E.R.A. Toulouse e la Colorado State University.

In seguito sarebbe opportuno “complicare” ulteriormente le equazioni descrittive la dinamica del filo smorzato, in modo tale da studiare congiuntamente, tramite un simulatore fisico, la dinamica del filo e la dinamica del dispositivo di smorzamento nelle condizioni ambientali (ovvero quelle dell'ambiente spaziale) più vicine possibile al reale.

Infine, per quanto riguarda le tecnologie per la realizzazione del sistema di smorzamento del filo, potrebbero essere intrapresi (come già prima esposto) successivi studi per l'eliminazione degli attriti statici interni ai dispositivi di smorzamento ECD; ulteriori studi potrebbero invece essere intrapresi, ad esempio, per la tecnologia di smorzamento per isteresi meccanica, potenzialmente molto promettente.

Appendice A

FUNZIONAMENTO DELLA ROUTINE

“PLATEAU__DEFINE”

Il funzionamento della routine “plateau_define” menzionata in § 5 è illustrato di seguito. Per semplicità espositiva si è adottata una spiegazione basata sul commento di opportune figure che semplificano visivamente il funzionamento della routine.

Si immagini di avere un intorno di un minimo relativo di una funzione (ma lo stesso ragionamento potrebbe essere applicato per punti di massimo); in questo intorno la funzione è stata calcolata numericamente in diversi punti. Questi punti presentano valori (relativo all’asse delle ordinate) molto vicini tra loro, tanto che la funzione, nell’intorno considerato, potrebbe essere definita come un plateau.

Si è definito l’intervallo di plateau quello in cui il valore di ciascun punto interno all’intervallo si discosti da quello medio (di tutti i punti interni all’intervallo) di un valore minore o uguale a 10^{-3} . Pertanto tutti i punti interni all’intervallo di plateau possono essere ragionevolmente approssimati (con un errore al più di 10^{-3}) con una retta orizzontale data dal valore medio degli stessi punti interni all’intervallo.

Ora si consideri la seguente Fig. A.0.1:

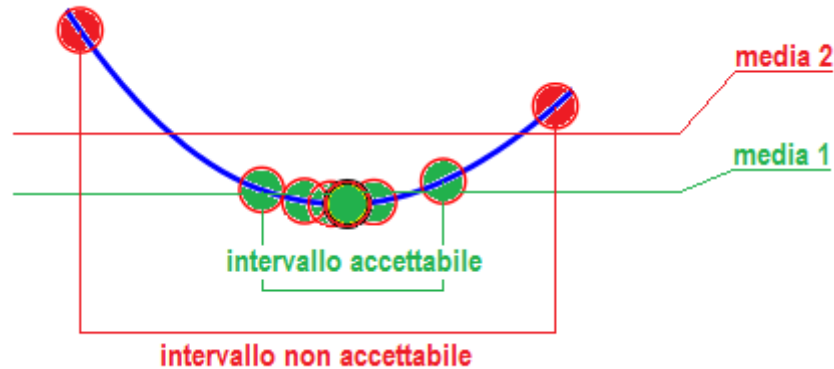


Figura A.0.1: Distinzione tra intervallo accettabile e non accettabile per definire la zona di plateau

nella figura i punti verdi sono quelli che rispettano la definizione di intervallo di plateau data poco sopra; se invece, assieme ai punti verdi, l'intervallo viene esteso anche ai due punti rossi di estremità allora la zona di plateau non è più accettabile perchè esiste qualche punto che si scosta dal valore “media 2” di più di 10^{-3} .

L'algoritmo nella routine procede considerando inizialmente “l'intervallo non accettabile”: viene quindi eseguita un'interpolazione lineare tra il primo punto rosso ed il primo punto verde ed un'altra interpolazione lineare tra l'ultimo punto verde ed il secondo punto rosso; è inoltre definito un intervallo Δk sufficientemente piccolo (con k la coordinata dell'asse delle ascisse).

Si procede quindi partendo prima da sinistra, come mostrato di seguito in Fig. A.0.2:

viene considerato come nuova estremità di sinistra il puntino di colore grigio mostrato in figura, in modo tale da ottenere “l'intervallo 1”. Si procede quindi ad un ricalcolo della media dei valori formanti il nuovo intervallo: se tutti i punti (interni al nuovo intervallo) rispettano la condizione di pla-

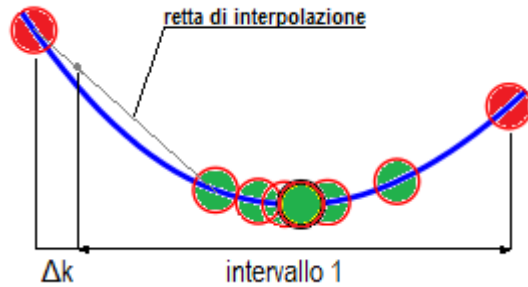


Figura A.0.2: Interpolazione lineare e restringimento dell'intervallo da sinistra

teau sopra definita, allora “l'intervallo 1” così trovato è quello che definisce la zona di plateau.

Se invece non è rispettata la condizione di plateau, si procede eseguendo lo stesso procedimento, però a partire da destra, come mostrato in Fig. A.0.3.

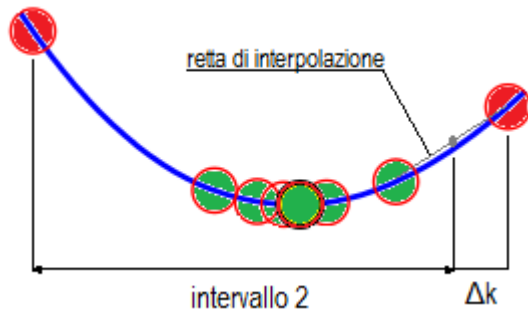


Figura A.0.3: Interpolazione lineare e restringimento dell'intervallo da destra

Se i punti interni all'intervallo formato, considerando come estremità di destra il puntino grigio mostrato in figura, rispettano la condizione di plateau allora “l'intervallo 2” così trovato è quello che definisce la zona di plateau.

Se per caso sia “l’intervallo 1” che “l’intervallo 2” rispettano la condizione di plateau, allora fra i due viene scelto l’intervallo più ampio.

Se né “l’intervallo 1”, né “l’intervallo 2” rispettano la condizione di plateau, allora è considerato l’intervallo mostrato di seguito in Fig. A.0.4:

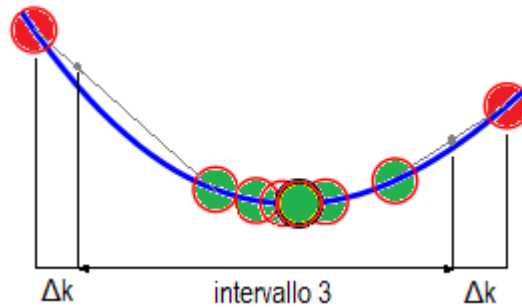


Figura A.0.4: Restringimento dell’intervallo da destra e da sinistra

se “l’intervallo 3” rispetta la definizione di plateau data, allora quest’ultimo viene preso come l’intervallo definente la zona di plateau; se neanche in questo caso viene rispettata la condizione di plateau, si continua reiterando il procedimento a partire da quello mostrato in Fig. A.0.2.

Appendice B

RISULTATI SIMULAZIONI (TABELLE E GRAFICI)

Tabelle risultati per moto in-plane

OPTIMAL KINETIC ENERGY CASE				
ω_{inp} [-]	k [kg·m ² /s ²]	E [J]	$ \theta_1 _{max}$ [°]	$ \theta_2 _{max}$ [°]
1	1.9590	23.5471	21.4890	20.6897
1.5	1.9500	444.3302	1657.3257	1678.2972
$\sqrt{3}$	1.4443	233.0289	38.7174	67.6072
2	1.2639	157.9296	23.5859	40.4642
2.5	1.3435	52.0360	8.5889	18.4747
3	1.6976	23.8605	6.3801	11.3588
3.5	2.0967	13.7484	4.8095	8.1340
4	1.9787	9.0856	4.4523	6.3358
4.5	1.9613	6.5162	4.0623	5.1936
5	1.8475	4.9141	3.8165	4.4625
5.5	1.8475	3.9148	3.6407	3.8658
6	1.8050	3.1660	3.5549	3.3983
6.5	1.8050	2.6232	3.3743	3.0461
7	1.9164	2.2130	3.0678	2.7388
7.5	1.9164	1.8948	2.8697	2.5277

8	1.8050	1.6421	2.7795	2.3225
8.5	1.4443	1.4378	2.9737	2.1319
9	1.6246	1.2703	2.5995	1.9950
9.5	1.4787	1.1306	2.5898	1.8649
10	1.4868	1.0132	2.4326	1.7585
10.5	1.4868	0.9136	2.3349	1.6509
11	1.4443	0.8282	2.3025	1.5589
11.5	1.3754	0.7543	2.2899	1.4895
12	1.4868	0.6899	2.1134	1.4207
12.5	1.5557	0.6336	1.9820	1.3538
13	1.4868	0.5840	1.9593	1.2893
13.5	1.4098	0.5401	1.9468	1.2370
14	1.6246	0.5011	1.7170	1.1818
14.5	1.6246	0.4661	1.6513	1.1412
15	1.4443	0.4346	1.7111	1.0959
15.5	1.4590	0.4062	1.6388	1.0391
16	1.3754	0.3806	1.6556	1.0175
16.5	1.5132	0.3574	1.5277	0.9846
17	1.4443	0.3363	1.5296	0.9527
17.5	1.4271	0.3169	1.5000	0.9206
18	1.3328	0.2992	1.5213	0.8934
18.5	1.3754	0.2829	1.4528	0.8691
19	1.5132	0.2680	1.3332	0.8447
19.5	1.4590	0.2542	1.3263	0.8205
20	1.3328	0.2414	1.3652	0.7968

MAX DISSIPATED ENERGY CASE				
ω_{inp} [-]	k [kg·m ² /s ²]	D [J]	$ \theta_1 _{max}$ [°]	$ \theta_2 _{max}$ [°]
1	2.4164	6.2804	19.7101	20.6864
1.5	3.900	606.527	4638.2068	4705.9685
$\sqrt{3}$	1.6246	19.0596	36.6562	67.6104
2	1.5132	9.6886	21.7199	40.4676
2.5	1.5106	2.4465	8.3102	18.4737
3	1.2918	1.4561	7.3867	11.3593
3.5	0.9721	1.5704	7.4651	8.1456
4	0.7639	1.8662	7.6194	6.3552
4.5	0.6180	2.2592	7.6354	5.1997
5	0.5623	2.6681	7.3869	4.4690
5.5	0.4965	3.0829	7.3769	3.8729
6	0.4509	3.4904	7.2122	3.4109
6.5	0.4133	3.8940	7.1302	3.0565
7	0.3820	4.2934	6.9982	2.7621
7.5	0.3557	4.6891	6.8962	2.5361
8	0.3344	5.0815	6.8442	2.3325
8.5	0.3131	5.4714	6.7779	2.1533
9	0.2949	5.8588	6.7101	2.0090
9.5	0.2806	6.2444	6.6190	1.8757
10	0.2655	6.6284	6.5907	1.7679
10.5	0.2523	7.0117	6.5479	1.6663
11	0.2392	7.3944	6.5219	1.5735
11.5	0.2310	7.7772	6.4447	1.4984
12	0.2198	8.1606	6.4247	1.4281
12.5	0.2098	8.5450	6.4044	1.3615
13	0.2016	8.9306	6.3648	1.2972
13.5	0.1935	9.3160	6.3499	1.2465
14	0.1885	9.7012	6.2892	1.1947
14.5	0.1803	10.0866	6.2891	1.1497

15	0.1753	10.4720	6.2504	1.1054
15.5	0.1697	10.8580	6.2250	1.0618
16	0.1631	11.2451	6.2221	1.0288
16.5	0.1565	11.6335	6.2306	0.9936
17	0.1540	12.0228	6.1761	0.9611
17.5	0.1484	12.4134	6.1812	0.9318
18	0.1444	12.8064	6.1638	0.9030
18.5	0.1393	13.2004	6.1688	0.8766
19	0.1353	13.5950	6.1601	0.8525
19.5	0.1327	13.9934	6.1307	0.8284
20	0.1277	14.3912	6.1547	0.8054

Tabelle risultati per moto out-plane

OPTIMAL KINETIC ENERGY CASE				
ω_{outp} [–]	k [kg·m ² /s ²]	E [J]	$ \varphi_1 _{max}$ [°]	$ \varphi_2 _{max}$ [°]
1	2.0279	10.4484	14.3085	12.3567
1.5	1.3754	76.2653	27.2148	28.9516
2	1.3328	275.3922	24.0798	58.1515
2.5	1.0836	98.0961	11.0230	23.5568
3	1.6246	33.3972	6.3358	12.4292
3.5	1.9853	17.1596	4.8181	8.3564
4	1.9590	10.6550	4.1835	5.8537
4.5	1.8475	7.3615	3.8318	5.0136
5	1.7786	5.4401	3.5726	4.1077
5.5	1.7361	4.2075	3.3323	3.5916
6	1.9590	3.3803	2.9657	3.1598
6.5	1.5557	2.7747	3.2766	2.7972
7	1.6672	2.3222	3.0446	2.4897
7.5	1.6246	1.9762	2.9478	2.2868
8	1.6780	1.7045	2.7443	2.0038
8.5	1.4551	1.4866	2.8287	1.9376
9	1.2639	1.3089	2.9167	1.7866
9.5	1.3754	1.1621	2.6262	1.6774
10	1.2639	1.0389	2.6252	1.3692
15	1.4098	0.4407	1.6647	0.9678
20	1.3435	0.2438	1.2920	0.6946

MAX DISSIPATED ENERGY CASE				
ω_{outp} [-]	k [kg·m ² /s ²]	D [J]	$ \varphi_1 _{max}$ [°]	$ \varphi_2 _{max}$ [°]
1	2.4921	3.5309	13.2075	12.3653
1.5	1.5557	13.6067	25.6692	28.9454
2	1.1525	16.6754	25.9398	58.1430
2.5	1.2748	3.8651	10.2576	23.5585
3	1.2639	1.5682	6.9984	12.4291
3.5	0.9738	1.4932	6.9725	8.3599
4	0.7639	1.8060	6.8395	5.9123
4.5	0.6292	2.2084	7.1497	5.0233
5	0.5410	2.6278	7.0620	4.1222
5.5	0.4970	3.0481	6.9573	3.5977
6	0.4520	3.4637	6.1732	3.1666
6.5	0.4157	3.8709	6.7903	2.8040
7	0.3846	4.2733	6.6864	2.4971
7.5	0.3568	4.6709	6.6401	2.2950
8	0.3344	5.0646	6.4848	2.0117
8.5	0.3143	5.4550	6.5109	1.9447
9	0.2956	5.8429	6.4564	1.7938
9.5	0.2794	6.2283	6.4210	1.6864
10	0.2655	6.6121	6.3725	1.3772
15	0.1741	10.4264	6.1047	0.9755
20	0.1292	14.2907	5.9864	0.7027

Grafici per moto in-plane

Frequenza forzante: $\omega_{inp} = \omega$

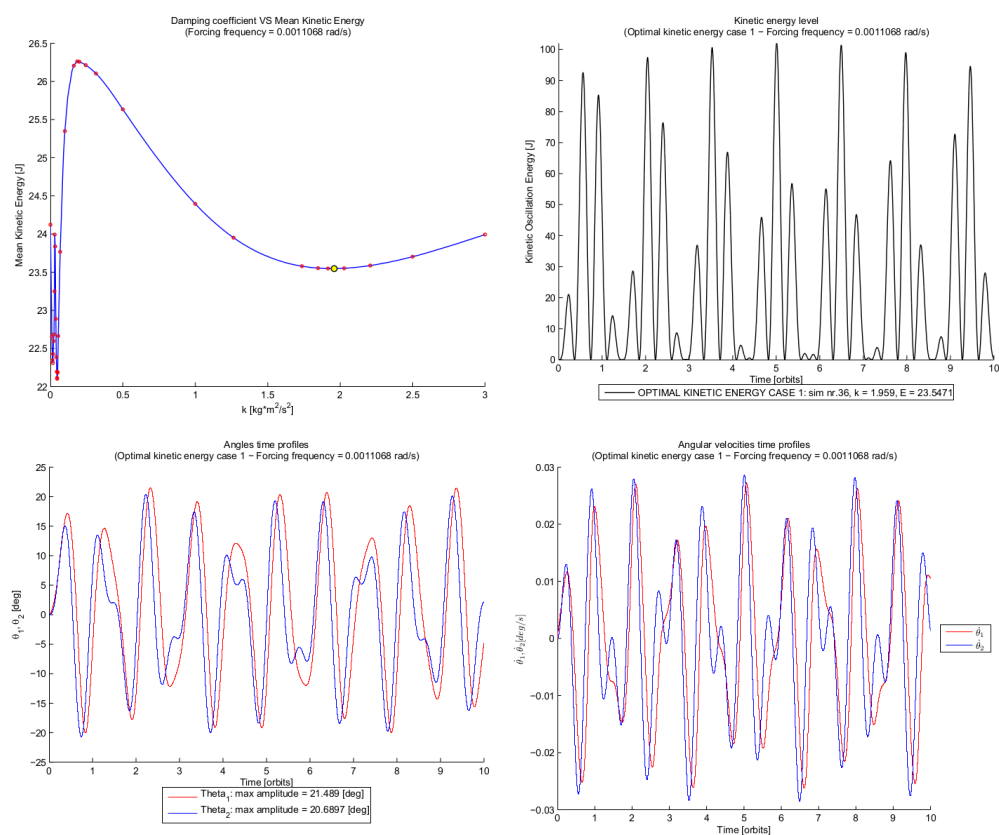


Figura B.0.1: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = \omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

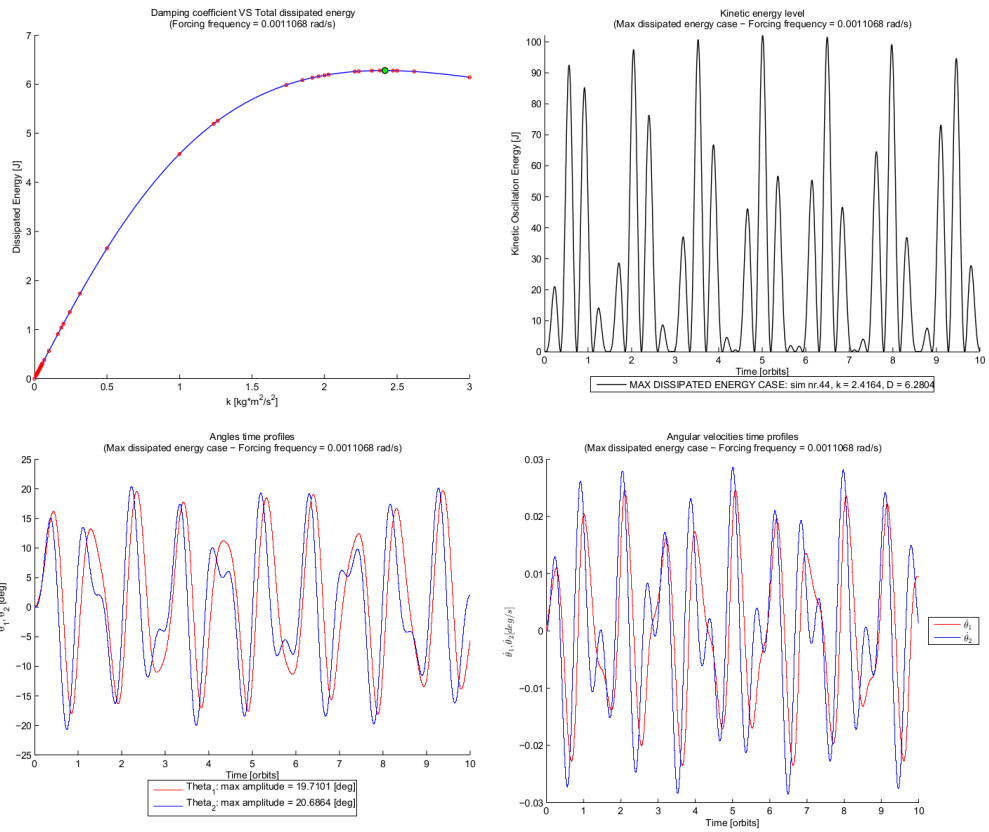


Figura B.0.2: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = \omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Frequenza forzante: $\omega_{inp} = \sqrt{3}\omega$

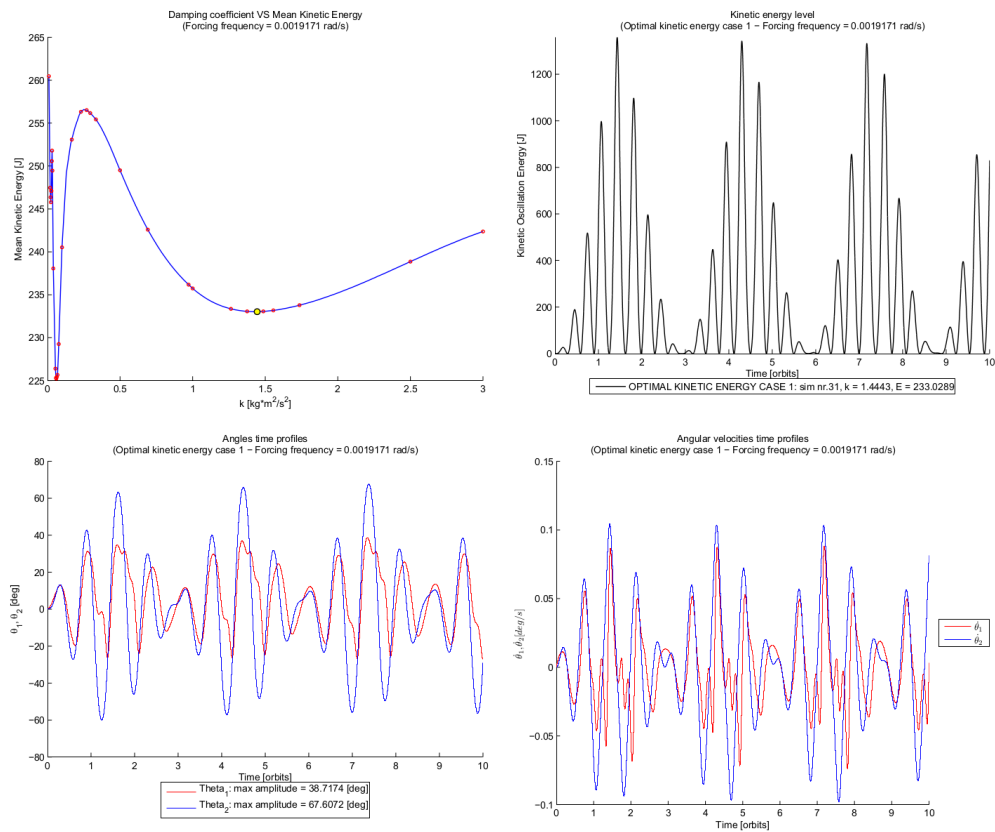


Figura B.0.3: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = \sqrt{3}\omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

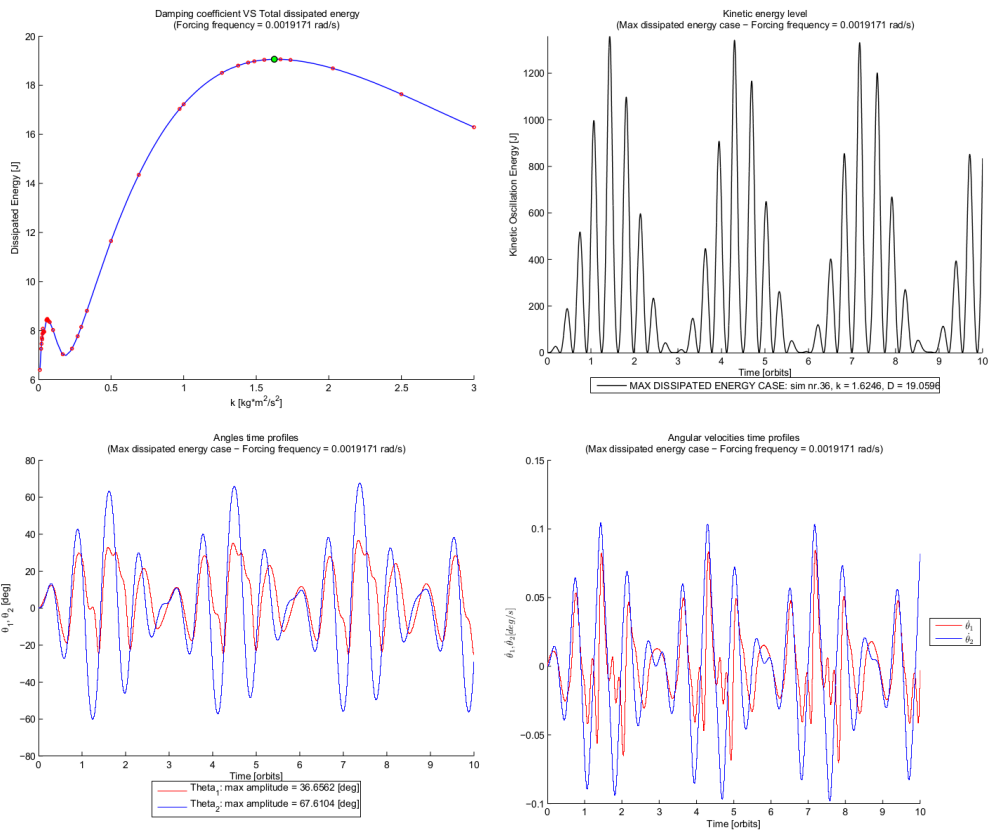


Figura B.0.4: Grafici simulazioni per $\omega_{imp} = \sqrt{3}\omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Frequenza forzante: $\omega_{inp} = 10\omega$

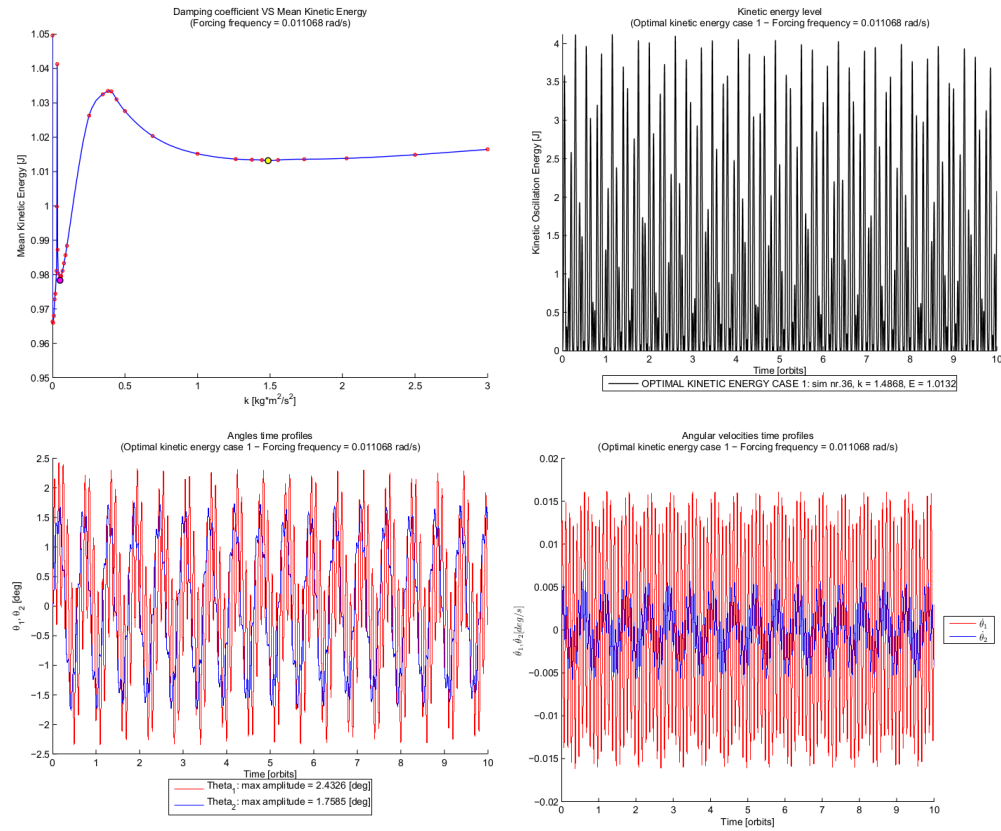


Figura B.0.5: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = 10\omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

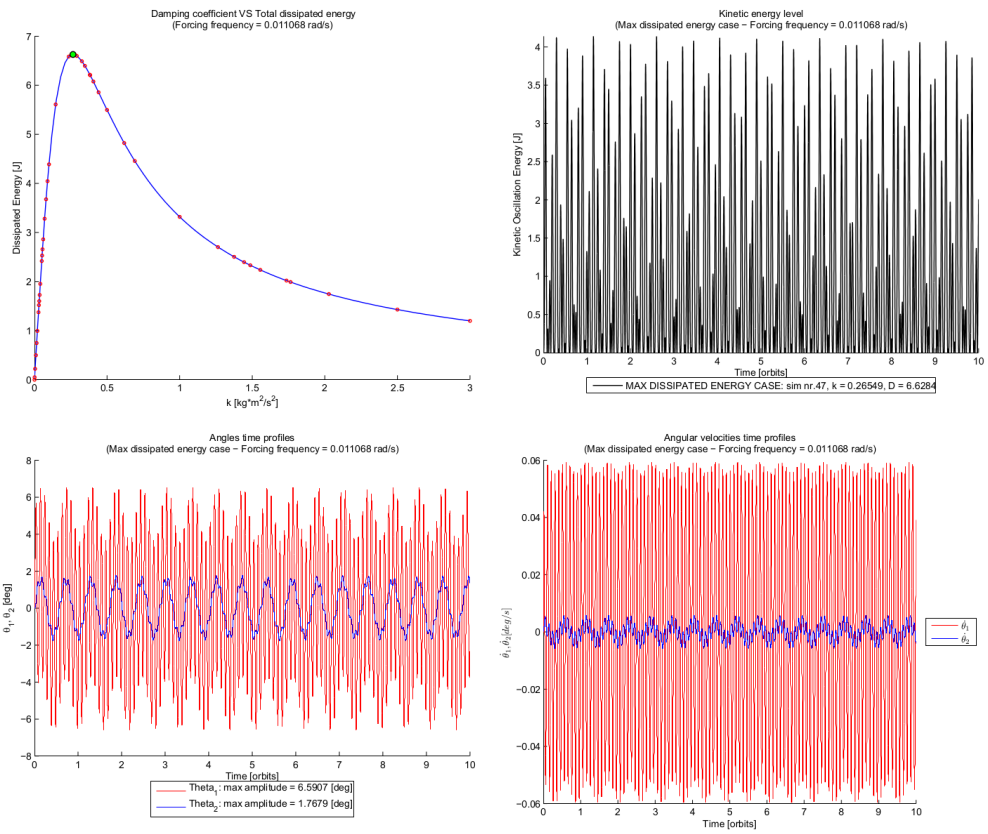


Figura B.0.6: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = 10\omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Frequenza forzante: $\omega_{inp} = 20\omega$

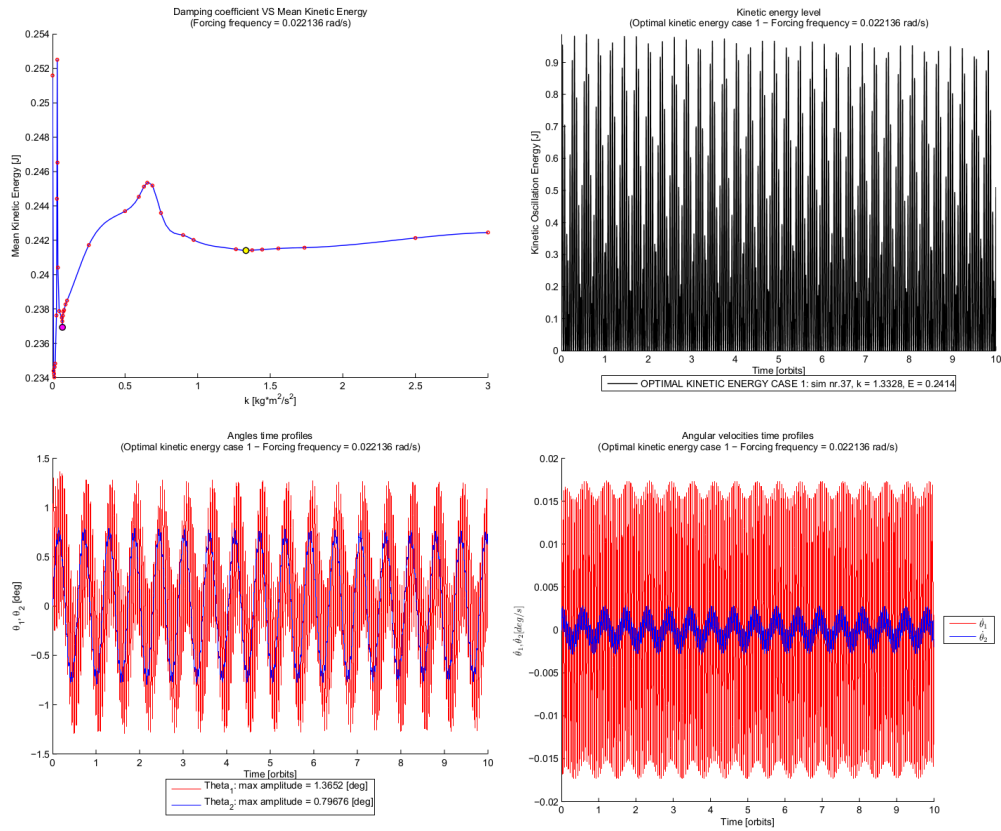


Figura B.0.7: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = 20\omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

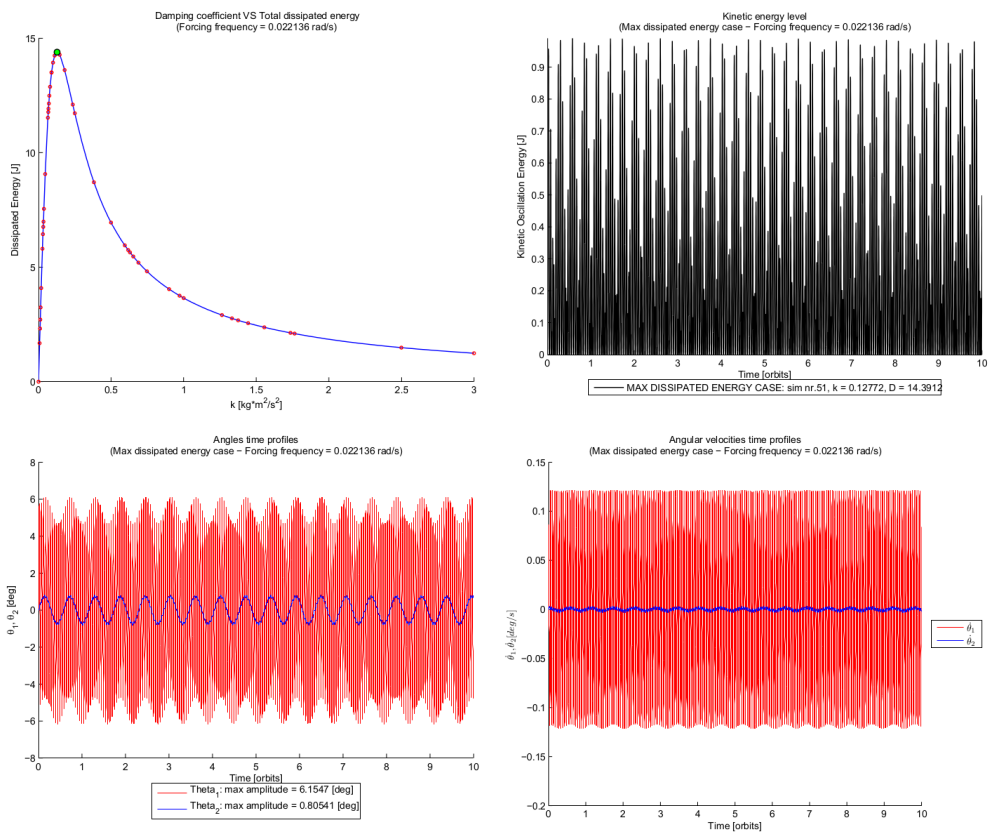


Figura B.0.8: Grafici simulazioni per $\omega_{inp} = 20\omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Grafici per moto out-plane

Frequenza forzante: $\omega_{outp} = \omega$

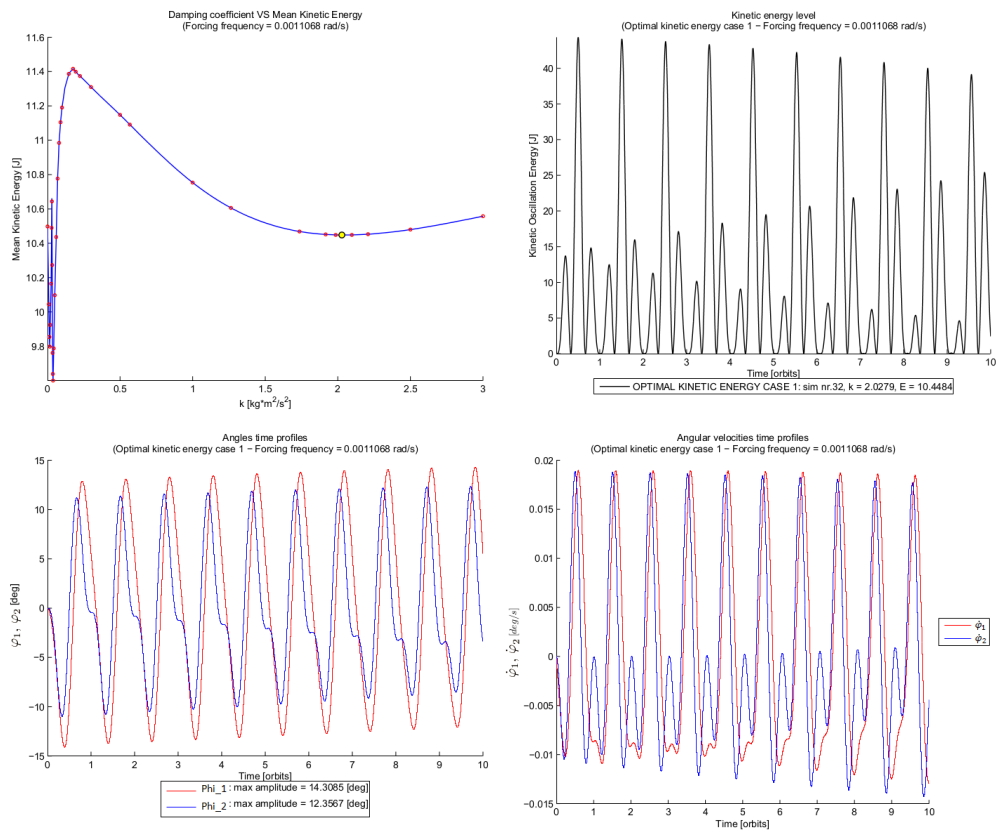


Figura B.0.9: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = \omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

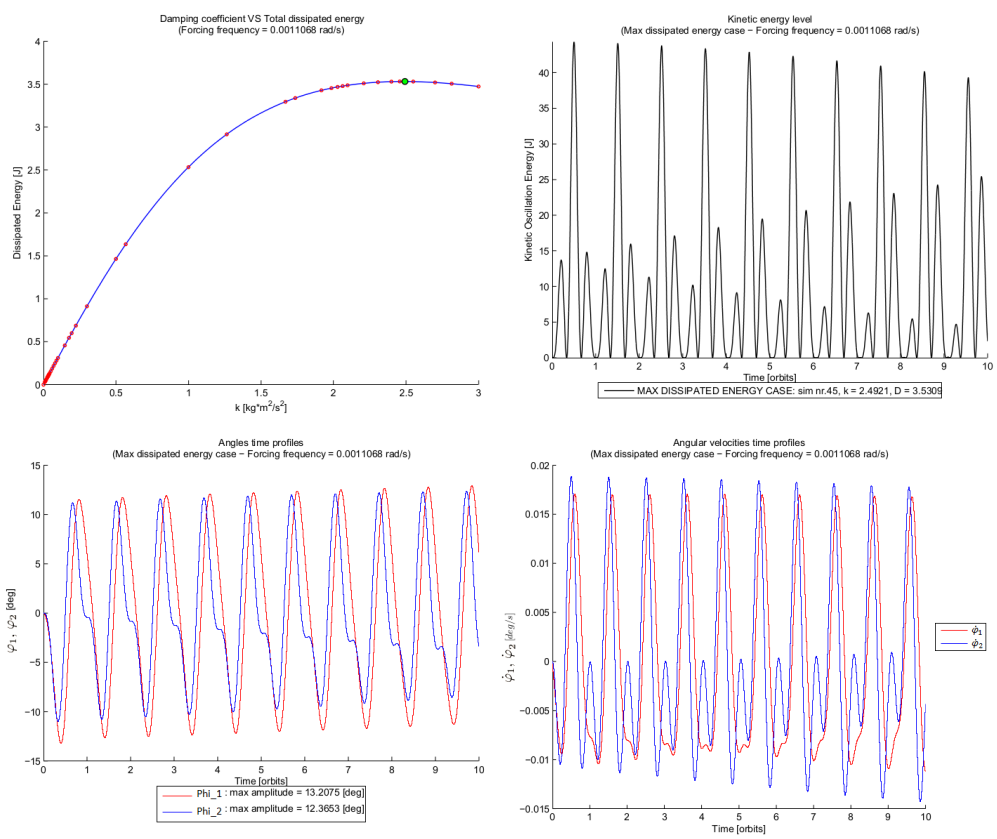


Figura B.0.10: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = \omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Frequenza forzante: $\omega_{outp} = 2\omega$

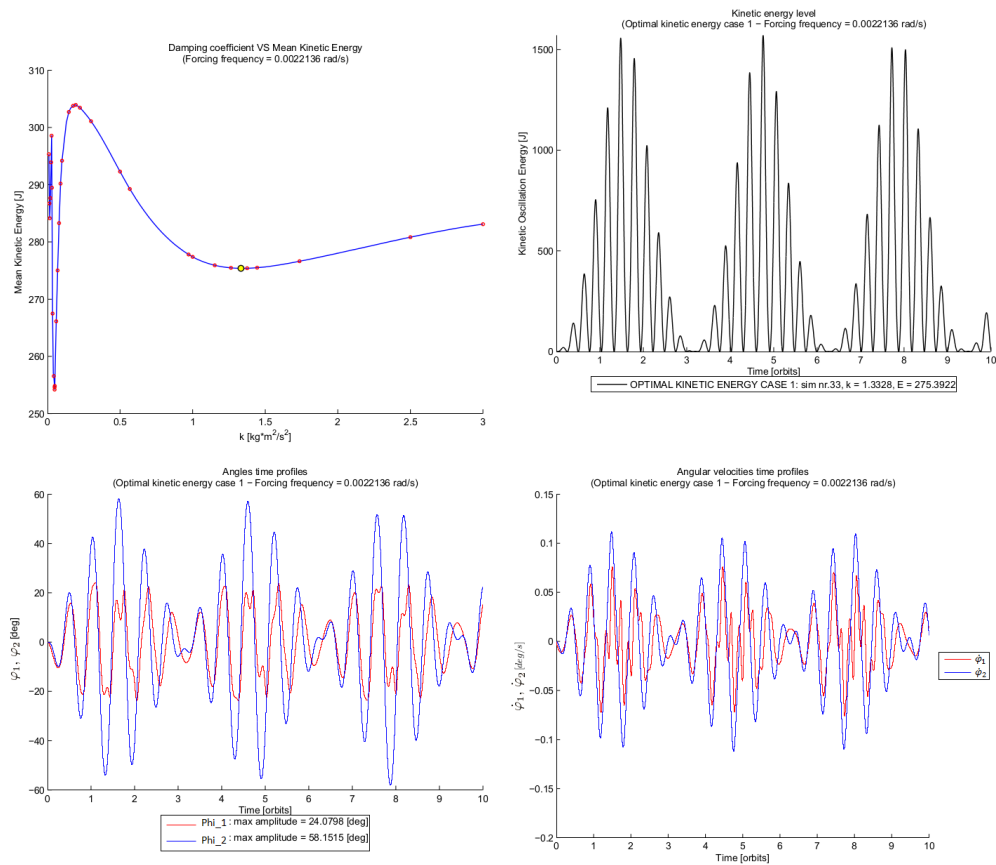


Figura B.0.11: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = 2\omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

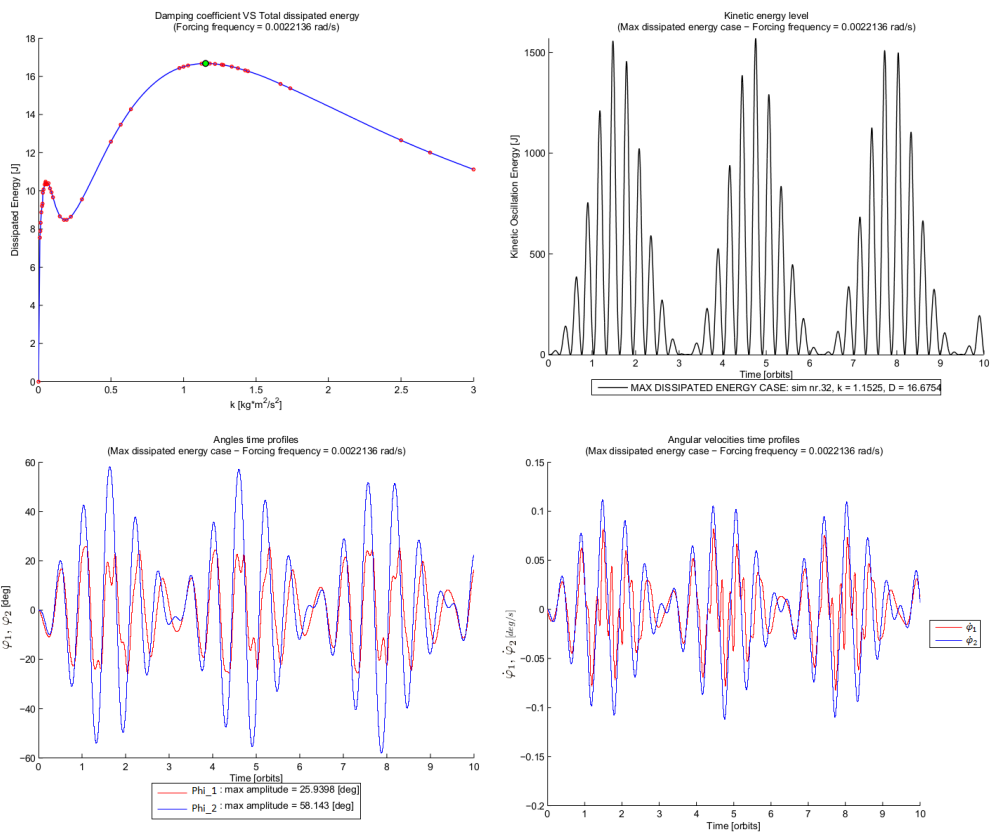


Figura B.0.12: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = 2\omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Frequenza forzante: $\omega_{outp} = 10\omega$

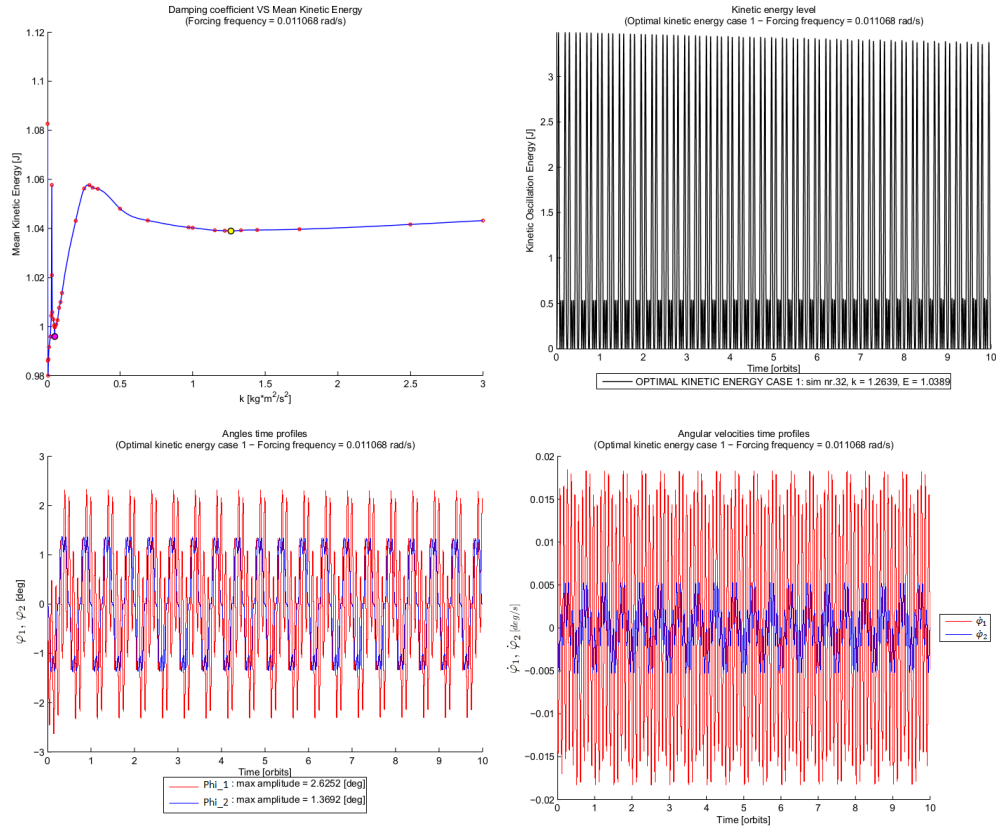


Figura B.0.13: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = 10\omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

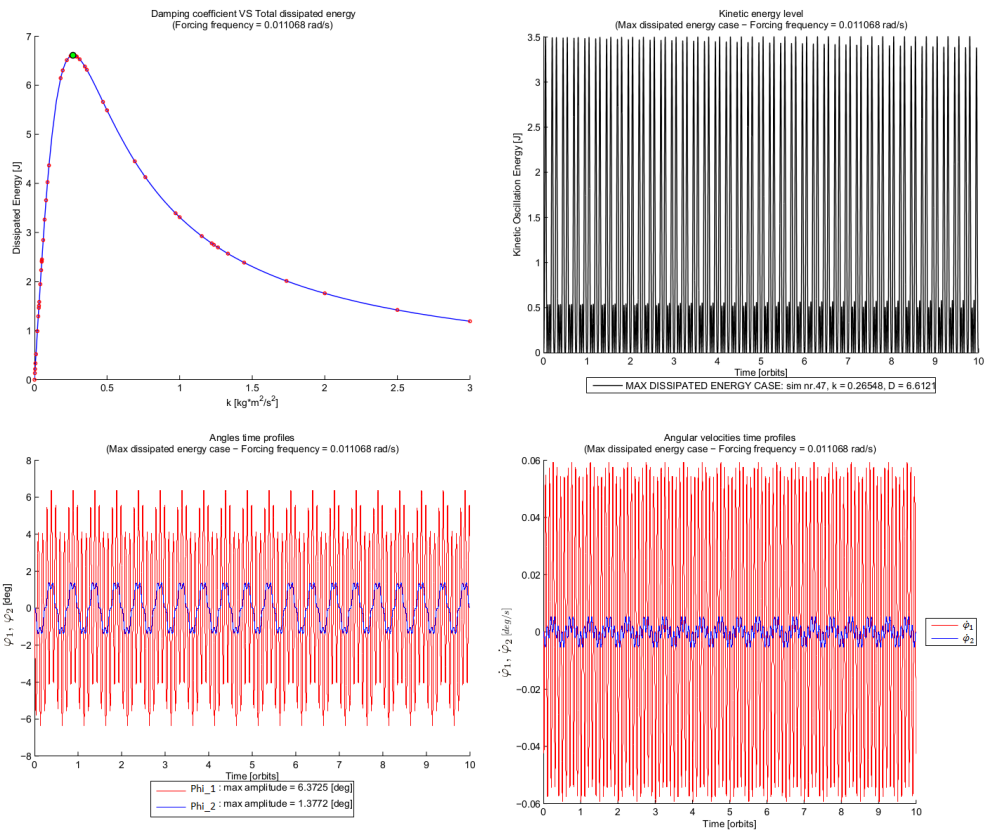


Figura B.0.14: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = 10\omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Frequenza forzante: $\omega_{outp} = 20\omega$

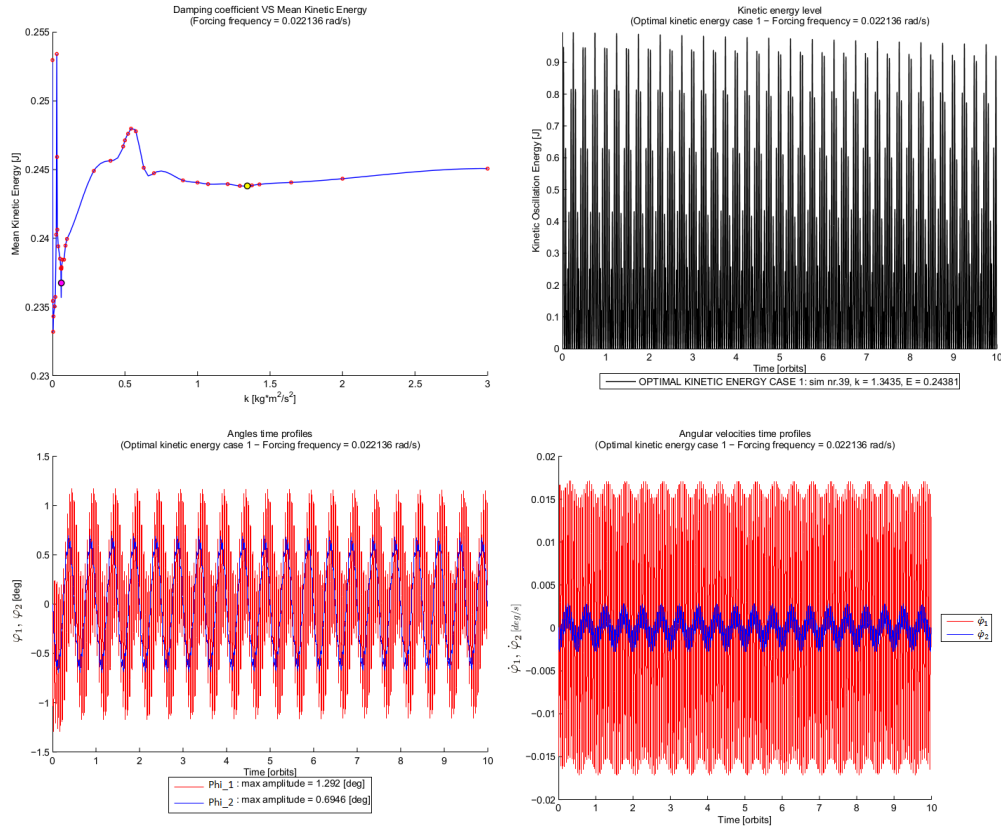


Figura B.0.15: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = 20\omega$ - Caso di energia cinetica media minima (OKEN)

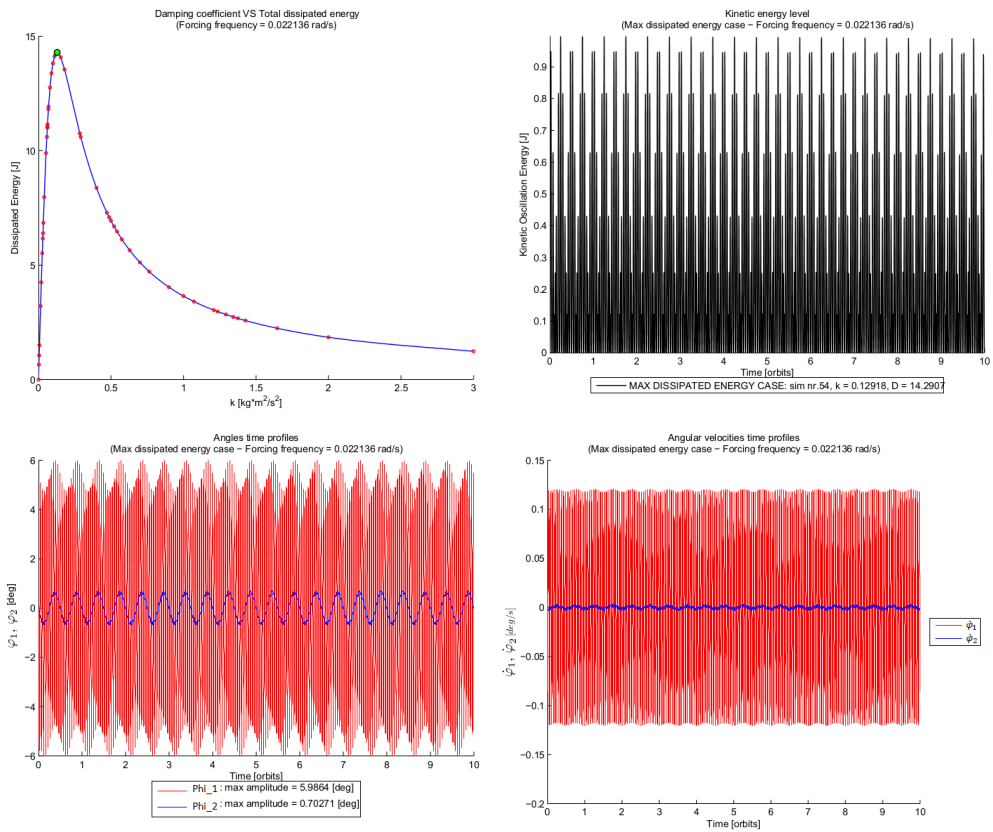
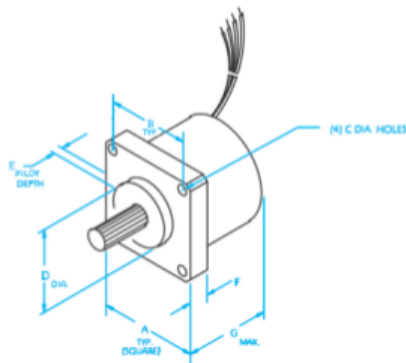


Figura B.0.16: Grafici simulazioni per $\omega_{outp} = 20\omega$ - Caso di energia dissipata massima (MDEN)

Appendice C

DATASHEET^[10] “EDDY CURRENT DAMPER APPLICATION DATA”

ECD Mechanical Data



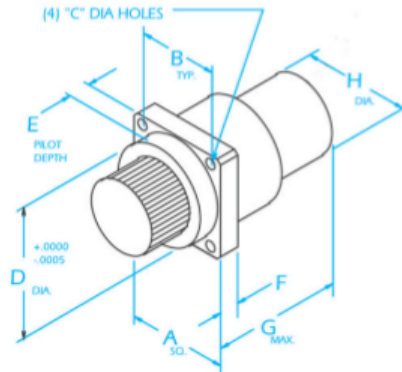
IMPERIAL DIMENSIONS (Inches)											
DAMPER TYPE	A	B	C	D	E	F	G	WEIGHT (Oz.)	INERTIA (Oz-In-s ²)	Coulomb Friction (Lb-In)	Damping Rate (Lb-In-sec/rad)
12	0.750	0.620	0.081	0.5000	0.040	0.125	0.780	1.2	9.50 E-06	3.0 E-03	2.58 E-04
16	1.000	0.828	0.110	0.6250	0.125	0.187	0.995	2.8	3.70 E-05	7.3 E-03	1.15 E-03
20	1.250	1.030	0.129	0.7500	0.125	0.250	1.280	5.0	1.00 E-04	1.3 E-02	3.70 E-03
24	1.500	1.250	0.149	0.8750	0.125	0.250	1.550	8.5	2.40 E-04	2.6 E-02	9.30 E-03
32	2.000	1.670	0.177	1.1250	0.125	0.375	1.911	19	1.00 E-03	5.0 E-02	4.98 E-02
40	2.500	2.080	0.266	1.5000	0.125	0.500	2.170	32	3.38 E-03	1.0 E-01	1.03 E-01
48	3.000	2.500	0.266	1.7500	0.125	0.500	2.500	64	7.78 E-03	2.0 E-01	2.54 E-01

SYSTEM INTERNATIONAL (mm)											
DAMPER TYPE	A	B	C	D	E	F	G	WEIGHT (kg)	INERTIA (kg-m ²)	Coulomb Friction (Nmm)	Damping Rate [Nm-sec/rad]
12	19.05	15.75	2.06	12.700	1.02	3.18	19.81	0.037	6.71 E-08	3.4 E-04	2.91 E-05
16	25.40	21.03	2.79	15.875	3.18	4.75	25.27	0.078	2.61 E-07	8.3 E-04	1.30 E-04
20	31.75	26.16	3.28	19.050	3.18	6.35	32.51	0.142	7.06 E-07	1.5 E-03	4.18 E-04
24	38.10	31.75	3.78	22.225	3.18	6.35	39.37	0.241	1.69 E-06	2.9 E-03	1.05 E-03
32	50.80	42.42	4.50	28.575	3.18	9.53	48.54	0.540	7.06 E-06	5.6 E-03	5.63 E-03
40	63.50	52.83	6.76	38.100	3.18	12.70	55.00	0.91	2.39 E-05	1.1 E-02	1.16 E-02
48	76.20	63.50	6.76	44.450	3.18	12.70	63.50	1.80	5.49 E-05	2.3 E-02	2.87 E-02

Notes:

1. Pilot to pinion concentricity = 0.0007 inches [0.018 mm] TIR.
2. Flange to pinion perpendicularity = 0.0007 inches [0.018 mm] TIR.
3. Composite error of assembled pinion = 0.011 inches [0.028 mm] TIR.
4. Other mounting configurations are available on request.
5. Damping rates tabulated at +25° C.

Damper - Gearhead Composite Dimensions and Performance



TYPE		MAXIMUM RATINGS			IMPERIAL DIMENSIONS (Inches)								WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING RATE	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	Oz
		Lb-in-sec/rad	Lb-in	-									
AA	12	3.26 E+00	18	100	0.750	0.620	0.081	0.6875	0.156	0.188	1.744	0.750	3.0
AAA	12	3.26 E+02	18	1000	0.750	0.620	0.081	0.6875	0.156	0.188	2.304	0.750	4.0
CAA	12	3.26 E+02	84	1000	1.000	0.828	0.110	0.9375	0.188	0.250	2.381	0.750	5.0
CA	16	1.22 E+01	84	100	1.000	0.828	0.110	0.9375	0.188	0.250	2.036	1.000	6.5
CCS	16	2.00 E+03	84	1280	1.000	0.828	0.110	0.9375	0.188	0.250	1.975	1.000	6.5
DCA	16	1.22 E+03	168	1000	1.250	1.030	0.129	1.1875	0.250	0.250	2.686	1.000	10.5
DC	20	5.59 E+01	168	107	1.250	1.030	0.129	1.1875	0.250	0.250	2.407	1.250	12
DCA	20	5.59 E+03	168	1070	1.250	1.030	0.129	1.1875	0.250	0.250	2.967	1.250	15
FDC	20	5.11 E+03	456	1140	1.500	1.250	0.149	1.4375	0.313	0.313	3.200	1.250	18
DC	24	1.20 E+02	168	107	1.500	1.250	0.149	1.1875	0.250	0.313	2.696	1.500	17
FDC	24	1.10 E+04	456	1140	1.500	1.250	0.149	1.4375	0.313	0.313	3.491	1.500	25
HDC	24	1.20 E+04	744	1060	2.000	1.670	0.177	1.8750	0.375	0.375	3.674	1.500	36
FD	32	5.00 E+02	456	114	2.000	1.670	0.177	1.4375	0.313	0.375	3.162	2.000	31
HDC	32	5.84 E+04	744	1070	2.000	1.670	0.177	1.8750	0.375	0.375	4.109	2.000	56
JFCC	32	2.26 E+06	1500	6440	2.500	2.062	0.206	2.4375	0.437	0.500	4.990	2.000	74
FD	40	1.05 E+03	456	102	2.500	2.062	0.206	1.4375	0.313	0.500	3.500	2.500	43
JFC	40	4.61 E+04	1500	664	2.500	2.062	0.206	2.4375	0.437	0.500	4.550	2.500	74
MHDC	40	3.94 E+06	3000	6140	3.000	2.500	0.266	2.9687	0.500	0.500	6.590	2.500	100
HD	48	2.35 E+03	744	96	3.000	2.500	0.266	1.8750	0.313	0.750	3.950	3.000	90
JFC	48	1.30 E+05	1500	664	3.000	2.500	0.266	2.4375	0.437	0.750	4.920	3.000	105
NJFD	48	3.10 E+06	7000	3500	4.000	3.332	0.375	3.9689	0.562	0.750	6.990	3.000	220

Notes:

1. These tabulations DO NOT reflect all of the possible Damper / Gearbox assembly possibilities. Higher gear ratios, damping rates, and torque capacities are available on request.
2. Rate gearhead performance by the first letter of the gearhead type tabulated.

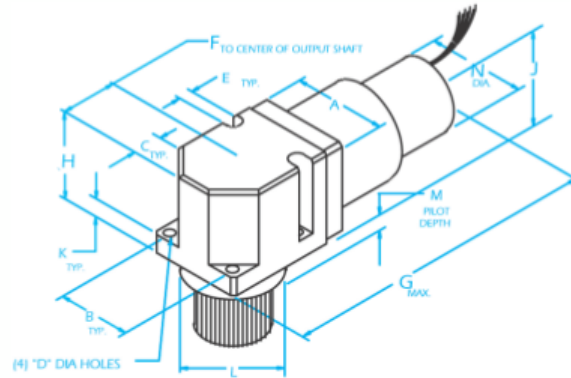
TYPE		MAXIMUM RATINGS			SYSTEM INTERNATIONAL (mm)								WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING RATE	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	kg
		Nm-sec/rad	Nm	-									
AA	12	3.68 E+01	2.0	100	19.05	15.75	2.06	17.463	3.96	4.78	44.30	19.05	0.085
AAA	12	3.68 E+01	2.0	1000	19.05	15.75	2.06	17.463	3.96	4.78	58.52	19.05	0.113
CAA	12	3.68 E+01	9.5	1000	25.40	21.03	2.80	23.813	4.78	6.35	60.48	19.05	0.142
CA	16	1.38 E+00	9.5	100	25.40	21.03	2.80	23.813	4.78	6.35	51.72	25.40	0.185
CCS	16	2.26 E+02	9.5	1280	25.40	21.03	2.80	23.813	4.78	6.35	50.17	25.40	0.185
DCA	16	1.38 E+02	19	1000	31.75	26.26	3.30	30.163	6.35	6.35	68.22	25.40	0.298
DC	20	6.32 E+00	19	107	31.75	26.16	3.30	30.163	6.35	6.35	61.14	31.75	0.341
DCA	20	6.32 E+02	19	1070	31.75	26.16	3.30	30.163	6.35	6.35	75.36	31.75	0.426
FDC	20	5.77 E+02	52	1140	38.10	31.75	3.80	36.513	7.95	7.95	81.28	31.75	0.511
DC	24	1.36 E+01	19	107	38.10	31.75	3.80	30.163	6.35	7.95	68.78	38.10	0.423
FDC	24	1.24 E+03	52	1140	38.10	31.75	3.80	36.513	7.95	7.95	88.67	38.10	0.710
HDC	24	1.36 E+03	84	1060	50.80	42.42	4.50	49.213	9.53	9.53	93.31	38.10	1.02
FD	32	5.56 E+01	52	114	50.80	42.42	4.50	36.513	7.95	9.53	80.32	50.80	0.881
HDC	32	6.60 E+03	84	1070	50.80	42.42	4.50	49.213	9.53	9.53	104.4	50.80	1.59
JFCC	32	2.55 E+05	170	6440	63.50	52.37	5.23	61.913	11.10	12.70	127.0	50.80	2.10
FD	40	1.19 E+02	52	102	63.50	52.37	5.23	36.513	7.95	12.70	88.90	63.50	1.22
JFC	40	5.24 E+03	170	664	63.50	52.37	5.23	61.913	11.10	12.70	115.6	63.50	2.10
MHDC	40	4.45 E+05	340	6140	76.20	63.50	6.76	75.405	12.70	12.70	167.4	63.50	2.84
HD	48	2.66 E+02	84	96	76.20	63.50	6.76	49.213	7.95	19.05	100.3	76.20	2.55
JFC	48	1.47 E+04	170	664	76.20	63.50	6.76	61.913	11.10	19.05	125.0	76.20	2.98
NJFD	48	3.50 E+05	780	3500	101.6	84.63	9.53	100.8	14.27	19.05	178.0	76.20	6.25

Notes:

1. These tabulations DO NOT reflect all of the possible Damper / Gearbox assembly possibilities. Higher gear ratios, damping rates, and torque capacities are available on request.
2. Rate gearhead performance by the first letter of the gearhead type tabulated.

GEARHEAD RATINGS								
Gearhead Type	"A" Basic Size		Torque Capacity				Torsional Spring Constant	
	Inches	mm	Continuous		Intermittent		Lb-In/Rad	Nm/Rad
			Lb-In	Nm	Lb-In	Nm		
A	0.750	19.05	7.2	0.81	18	2.03	6.0 E+03	6.8 E+02
C	1.000	25.40	48	5.4	84	9.5	1.6 E+04	1.8 E+03
D	1.250	31.75	84	9.5	168	19	2.5 E+04	2.8 E+03
F	1.500	38.10	168	19	456	52	4.2 E+04	4.7 E+03
H	2.000	50.80	300	34	744	84	7.4 E+04	8.4 E+03
J	2.500	63.50	744	84	1500	170	1.8 E+05	2.0 E+04
M	3.000	76.20	1200	136	3000	340	6.0 E+05	6.8 E+04
N	4.000	101.60	3600	407	6900	780	3.6 E+06	4.1 E+05

Damper / Right Angle Gearhead Composite Dimensions and Performance



TYPE		MAXIMUM RATINGS			IMPERIAL DIMENSIONS (Inches)													WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N	oz.
		Lb-In-sec/rad	Lb-In	-														
ARA	12	2.36 E+00	18	187	0.750	0.620	0.229	0.081	0.140	0.375	2.130	0.833	0.436	0.188	0.7350	0.250	0.750	4.3
CRAA	12	2.36 E+02	84	1870	1.000	0.828	0.300	0.110	0.194	0.500	3.050	1.170	0.594	0.250	0.9750	0.313	0.750	8.0
DRCA	12	2.68 E+02	168	1991	1.275	1.030	0.400	0.129	0.219	0.637	3.315	1.287	0.622	0.250	1.2500	0.313	0.750	14
CRA	16	4.26 E+01	84	187	1.000	0.828	0.300	0.110	0.194	0.500	2.680	1.170	0.594	0.250	0.9750	0.313	1.000	10
DRCA	16	4.83 E+03	168	1991	1.275	1.030	0.400	0.129	0.219	0.637	3.530	1.287	0.622	0.250	1.2500	0.313	1.000	16
FRDC	16	8.58 E+03	456	1911	1.525	1.250	0.440	0.149	0.272	0.763	3.950	1.540	0.790	0.375	1.5000	0.375	1.000	23
DRC	20	1.93 E+02	168	199	1.275	1.030	0.400	0.129	0.219	0.637	3.232	1.287	0.622	0.250	1.2500	0.313	1.250	17
FRDC	20	1.78 E+04	456	1911	1.525	1.250	0.440	0.149	0.272	0.763	4.260	1.540	0.790	0.375	1.5000	0.375	1.250	25
HRDC	20	1.78 E+04	744	1911	2.000	1.670	0.585	0.177	0.316	1.000	4.629	2.062	1.062	0.375	1.9750	0.475	1.250	40
FRD	24	1.83 E+02	456	191	1.525	1.250	0.440	0.149	0.272	0.763	3.855	1.540	0.790	0.375	1.5000	0.375	1.500	28
HRDC	24	3.88 E+04	744	1911	2.000	1.670	0.585	0.177	0.316	1.000	4.292	2.062	1.062	0.375	1.9750	0.475	1.500	43
JRFD	24	2.02 E+04	1500	1387	2.500	2.060	0.750	0.206	0.430	1.250	5.700	2.562	1.312	0.500	2.4750	0.562	1.500	72
HRD	32	1.86 E+03	744	191	2.000	1.670	0.585	0.177	0.316	1.000	4.572	2.062	1.062	0.375	1.9750	0.475	2.000	52
JRFD	32	8.93 E+04	1500	1323	2.500	2.060	0.750	0.206	0.430	1.250	6.061	2.562	1.312	0.500	2.4750	0.562	2.000	85
MRFD	32	6.70 E+04	3000	1146	3.500	2.750	1.250	0.266	0.600	1.750	6.950	3.313	1.813	0.625	3.2500	0.625	2.000	160
JRF	40	1.61 E+03	1500	124	2.500	2.060	0.750	0.206	0.430	1.250	5.610	2.562	1.312	0.500	2.4750	0.562	2.500	95
JRFD	40	1.84 E+05	1500	1323	2.500	2.060	0.750	0.206	0.430	1.250	6.240	2.562	1.312	0.500	2.4750	0.562	2.500	110
MRFD	40	1.38 E+05	3000	1146	3.500	2.750	1.250	0.266	0.600	1.750	7.230	3.313	1.813	0.625	3.2500	0.625	2.500	210
MRF	48	2.92 E+03	3000	107	3.500	2.750	1.250	0.266	0.600	1.750	6.910	3.313	1.813	0.625	3.2500	0.625	3.000	225
MRFD	48	3.35 E+05	3000	1146	3.500	2.750	1.250	0.266	0.600	1.750	7.530	3.313	1.813	0.625	3.2500	0.625	3.000	250

Notes:

1. These tabulations DO NOT reflect all of the possible Damper / Gearbox assembly possibilities. Higher gear ratios, damping rates, and torque capacities are available on request.
2. "J" dimension is from the mounting surface to the centerline of the damper body diameter.
3. Rate gearhead performance by the first letter of the gearhead type tabulated.

TYPE		MAXIMUM RATINGS			SYSTEM INTERNATIONAL - (mm)														WEIGHT
GEARHEAD	DAMPER	DAMPING	TORQUE	GEAR RATIO	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N	kg	
		Nm-sec/rad	Nm	-															
ARA	12	2.67 E-01	2.0	187	19.05	15.75	5.82	2.06	3.56	9.35	54.10	21.16	11.07	4.78	18.669	6.35	19.05	0.122	
CRAA	12	2.67 E+01	9.5	1870	25.4	21.03	7.62	2.79	4.93	12.70	77.47	29.72	15.09	6.35	24.765	7.95	19.05	0.227	
DRCA	12	3.03 E+01	19	1991	32.39	26.16	10.16	3.28	5.56	16.18	84.20	32.69	16.81	6.35	31.750	7.95	19.05	0.398	
CRA	16	4.81 E+00	9.5	187	25.4	21.03	7.62	2.79	4.93	12.70	68.07	29.72	15.09	6.35	24.765	7.95	25.40	0.284	
DRCA	16	5.46 E+02	19	1991	32.39	26.16	10.16	3.28	5.56	16.18	89.66	32.69	16.81	6.35	31.750	7.95	25.40	0.454	
FRDC	16	9.69 E+02	52	1911	38.73	31.75	11.18	3.78	6.91	19.38	100.3	39.12	20.07	9.53	38.100	9.53	25.4	0.653	
DRC	20	2.18 E+01	19	199	32.39	26.16	10.16	3.28	5.56	16.18	82.09	32.69	16.81	6.35	31.750	7.95	31.75	0.483	
FRDC	20	2.01 E+03	52	1911	38.73	31.75	11.18	3.78	6.91	19.38	108.2	39.12	20.07	9.53	38.100	9.53	31.75	0.710	
HRDC	20	2.01 E+03	84	1911	50.80	42.42	14.86	4.50	8.03	25.40	117.6	52.37	26.97	9.53	50.165	12.07	31.75	1.14	
FRD	24	2.07 E+01	52	191	38.73	31.75	11.18	3.78	6.91	19.38	97.92	39.12	20.07	9.53	38.100	9.53	38.10	0.795	
HRDC	24	4.38 E+03	84	1911	50.80	42.42	14.86	4.50	8.03	25.40	109.0	52.37	26.97	9.53	50.165	12.07	38.10	1.22	
JRFD	24	2.28 E+03	170	1387	63.50	52.32	19.05	5.23	10.92	31.75	144.8	65.07	33.32	12.70	62.865	14.27	38.10	2.05	
HRD	32	2.10 E+02	84	191	50.80	42.42	14.86	4.50	8.03	25.40	116.1	52.37	26.97	9.53	50.165	12.07	50.80	1.48	
JRFD	32	1.01 E+04	170	1323	63.50	52.32	19.05	5.23	10.92	31.75	154.0	65.07	33.32	12.70	62.865	14.27	50.80	2.41	
MRFD	32	7.57 E+03	340	1146	88.9	69.85	31.75	6.75	15.24	44.45	176.5	84.15	46.05	15.88	82.55	15.88	50.80	4.54	
JRF	40	1.82 E+02	170	124	63.50	52.32	19.05	5.23	10.92	31.75	142.5	65.07	33.32	12.70	62.865	14.27	63.50	2.70	
JRFD	40	2.08 E+04	170	1323	63.50	52.32	19.05	5.23	10.92	31.75	158.5	65.07	33.32	12.70	62.865	14.27	63.50	3.13	
MRFD	40	1.56 E+04	340	1146	88.9	69.85	31.75	6.75	15.24	44.45	183.6	84.15	46.05	15.88	82.55	15.88	63.50	5.96	
MRF	48	3.30 E+02	340	107	88.9	69.85	31.75	6.75	15.24	44.45	175.5	84.15	46.05	15.88	82.55	15.88	76.20	6.40	
MRFD	48	3.78 E+04	340	1146	88.9	69.85	31.75	6.75	15.24	44.45	191.3	84.15	46.05	15.88	82.55	15.88	76.20	7.10	

Notes:

1. These tabulations DO NOT reflect all of the possible Damper / Gearbox assembly possibilities. Higher gear ratios, damping rates, and torque capacities are available on request.
2. "J" dimension is from the mounting surface to the centerline of the damper body diameter.
3. Rate gearhead performance by the first letter of the gearhead type tabulated

RIGHT ANGLE GEARHEAD RATINGS								
Gearhead Type	"A" Basic Size		Torque Capacity				Torsional Spring Constant	
			Continuous		Intermittent		Lb-In/Rad	Nm/Rad
	Inches	mm	Lb-In	Nm	Lb-In	Nm		
AR_	0.750	19.05	7.2	0.81	18	2.03	6.0 E+03	6.8 E+02
CR_	1.000	25.40	48	5.4	84	9.5	1.6 E+04	1.8 E+03
DR_	1.275	32.39	84	9.5	168	19	2.5 E+04	2.8 E+03
FR_	1.525	38.73	168	19	456	52	4.2 E+04	4.7 E+03
HR_	2.000	50.80	300	34	744	84	7.4 E+04	8.4 E+03
JR_	2.500	63.50	744	84	1500	170	1.8 E+05	2.0 E+04
MR_	3.500	88.90	1200	136	3000	340	6.0 E+05	6.8 E+04

Bibliografia

- [1] M.L. Cosmo, E.C. Lorenzini. Tethers In Space Handbook - Third Edition. Preparato per NASA Marshall Space Flight Center (December 1997).
- [2] J. Peláez, E.C. Lorenzini, O. López-Rebollal, M. Ruiz. A New Kind of Dynamic Instability in Electrodynamic Tethers. The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 48, No. 4, October-December 2000, pp. 449-476.
- [3] J. Peláez, M. Ruiz, O. López-Rebollal, E.C. Lorenzini, M.L. Cosmo. Two-Bar Model for the Dynamics and Stability of Electrodynamic Tethers. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 25, No. 6, November-December 2002.
- [4] R. Mantellato. Investigation of deorbiting systems using passive electrodynamic propulsion. Ph.D. Thesis, supervisore E.C. Lorenzini, Centro Interdipartimentale Studi Attività Spaziali (CISAS) - Università degli Studi di Padova, co-supervisore J. Sanmartin, Universidad Politécnica de Madrid (UPM).
- [5] D. Zanutto, G. Colombatti, E.C. Lorenzini. Electrodynamic Tethers for Deorbiting Maneuvers. Presentato a 3rd CEAS Air&Space Conference, 21st AIDAA Congress (2011)
- [6] S. Kalpakjian, S.R. Schmid. Tecnologia Meccanica - Quinta Edizione. PEARSON Prentice Hall (2008).

- [7] P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci. Elementi di Fisica - Elettromagnetismo, Seconda Edizione. EdiSES (2008).
- [8] B. Ebrahimi. Development of Hybrid Electromagnetic Dampers for Vehicle Suspension Systems. Ph.D. Thesis (2009), University of Waterloo (Canada).
- [9] P. Sonato. Lezioni di Elettrotecnica - Capitolo 9c. Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Università di Padova. Disponibile al sito web: <http://www.die.unipd.it/files/lezione-cap-9c-IEN.PDF>
- [10] CDA InterCorp. Eddy Current Damper Application Data. Disponibile al sito web: <http://www.cda-intercorp.com/PDF/Eddy%20Current%20Damper%20Application%20Data.pdf>
- [11] Fluid Damper. Disponibile al sito web: http://www.comsol.com/shared/downloads/models/cfd_fluid_damper.pdf?utm_source=us_ews_dec10+link+2&utm_campaign=us_ews_dec10&utm_medium=e-News&utm_content=2
- [12] Metodo della sezione aurea per la minimizzazione di funzioni. Disponibile al sito web: <http://www.na.iac.cnr.it/~bdv/sezioneaurea.pdf>
- [13] BETs Project. Sito web: <http://www.thebetsproject.com/>

