



Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

Analisi e dimensionamento di amplificatori a retroazione multipla con controllo dell'impedenza d'uscita

Candidato:
Stefano Dalla Bontà
Matricola: 1041150

Relatore:
Chiar.mo Prof. Leopoldo Rossetto

Indice

1	Presentazione del problema	1
2	Modelli utilizzati	5
2.1	Amplificatore con prelievo e confronto di tensione	6
2.1.1	Osservazioni sull'approssimazione di A_{ol} con il guadagno in catena aperta e a vuoto dell'amplificatore utilizzato	8
2.2	Amplificatore con confronto di tensione e doppio prelievo	9
2.2.1	Schema a blocchi dell'amplificatore con retroazione sia di tensione sia di corrente	10
2.3	11
3	Calcolo dei parametri dei modelli	13
3.1	13
3.1.1	Esempio di un sistema con amplificatore e filtro passa banda	14
3.1.2	Calcolo del guadagno a vuoto A_o^F del filtro passa banda	15
3.1.3	Calcolo dell'impedenza d'uscita Z_o^F del filtro passa banda	16
3.1.4	Calcolo dei parametri A_f e Z_{out} del sistema con amplificatore e filtro passa banda	16
3.1.5	Calcolo del guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ con carico collegato	20
3.1.6	Calcolo del guadagno $G = \frac{I_i}{V_{in}}$	21
3.2	22
3.2.1	Relazione tra il guadagno a vuoto e β_v , β_i e W_{in}	22
3.2.2	Relazione tra l'impedenza d'uscita e β_v , β_i e W_{in}	23
3.2.3	Relazioni semplificate tra il guadagno a vuoto, l'impedenza d'uscita e β_v , β_i e W_{in}	24
3.3	Scelta di β_v , β_i e W_{in}	24
3.3.1	Considerazioni sulle reti passive	25
3.3.2	Analisi del caso con $W_{in}^N = 1$	26
3.3.3	Analisi del caso $\beta_v^N = 1$	28
3.3.4	Analisi del caso $\beta_i^N = -1$	30

3.3.5	Conclusioni sulla scelta delle funzioni di trasferimento β_v, β_i e W_{in}	31
4	Studio della stabilità del sistema	33
4.1	33
4.1.1	Significato della funzione di trasferimento W'_{in} nel caso $\beta'_v = 1$	34
4.1.2	Osservazioni	36
4.2	Calcolo del guadagno ad anello e analisi della stabilità	37
4.2.1	Definizione di un possibile A_{ol} per lo studio della stabilità del sistema	38
4.2.2	Calcolo del noise gain nel caso $R_L \rightarrow 0$	39
4.2.3	Calcolo del noise gain nel caso $R_L \rightarrow +\infty$	40
4.2.4	Guadagno ad anello per R_L generico	42
4.3	44
5	Collegamento di sistemi in parallelo	47
5.1	Collegamento di due sistemi ideali in parallelo	48
5.1.1	Definizione del secondo sistema	48
5.1.2	Guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in,1}} _{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore ideale	49
5.1.3	Guadagno G nel caso di amplificatore ideale	53
5.2	Collegamento di due sistemi non ideali in parallelo	54
5.2.1	Guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in,1}} _{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore non ideale	54
5.2.2	Guadagno $G_1 = -\frac{J_{out}}{V_{in,1}} _{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore non ideale	57
5.2.3	Confronto delle correnti ai morsetti d'uscita degli amplificatori del secondo sistema	58

Introduzione

Lo scopo di questa tesi di laurea è quello di analizzare gli amplificatori a retroazione multipla in modo da poterne definire l'impedenza d'uscita. La presentazione del problema che si vuole risolvere, la soluzione adottata e i risultati ottenuti verranno presentati in cinque capitoli suddivisi nella seguente maniera

- **Capitolo 1:** in questo capitolo verrà descritto il problema che si vuole risolvere, ovvero il poter collegare amplificatori che lavorano in bande differenti su un unico carico senza che il funzionamento di ognuno sia influenzato dagli altri, la soluzione attualmente in uso e il perché si cerchi una soluzione che preveda il controllo dell'impedenza d'uscita di un amplificatore tramite la doppia retroazione
- **Capitolo 2:** in questo capitolo verranno introdotti i modelli utilizzati per analizzare e risolvere il problema.
- **Capitolo 3:** in questo capitolo verranno utilizzati i modelli introdotti nel capitolo precedente col fine di emulare il sistema previsto dalla vecchia soluzione con un amplificatore a doppia retroazione. Per rendere più chiara la spiegazione e concreta l'analisi si lavorerà su un esempio.
- **Capitolo 4:** in questo capitolo verrà studiata la stabilità dell'amplificatore con doppia retroazione ottenuto. In particolar modo si farà attenzione al rapporto tra la resistenza d'uscita in catena aperta dell'amplificatore utilizzato e il carico.
- **Capitolo 5:** in questo capitolo verranno mostrate le prestazioni ottenute con la nuova soluzione e i vantaggi ottenuti.

Capitolo 1

Presentazione del problema

L'obiettivo di questa tesi è quello di verificare se e come sia possibile controllare l'impedenza d'uscita di un amplificatore, cioè avere la possibilità di definirne l'andamento in frequenza. Il problema che si vuole affrontare è quello di poter collegare in parallelo più amplificatori funzionanti in bande di frequenza diverse su un unico carico. Se supponiamo, per semplicità, di voler lavorare con due amplificatori in parallelo lo schema elettrico di una prima soluzione potrebbe essere quello mostrato in figura 1.1 dove $V_{in,1}$ e $V_{in,2}$ sono i due segnali di ingresso, i blocchi K_1 e K_2 sono due amplificatori la cui impedenza d'uscita non è controllata e Z_L è il carico.

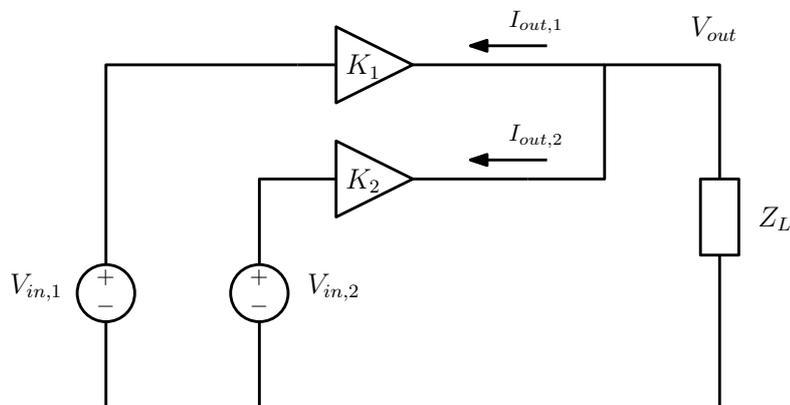


Figura 1.1: Collegamento di due amplificatori in parallelo su un carico Z_L .

Il problema di questa configurazione è proprio l'impedenza d'uscita dei due amplificatori e per comprenderlo meglio è possibile utilizzare, ipotizzando che il circuito sia lineare, la sovrapposizione degli effetti. Spegnendo il generatore $V_{in,2}$ otteniamo lo schema in figura 1.2 dove $Z_{out,2}$ è l'impedenza d'uscita del secondo amplificatore.

$Z_{out,2}$ risulta quindi in parallelo al carico Z_L e se, nella banda in cui lavora il primo amplificatore, ha un modulo comparabile con quest'ultima avremo che la potenza erogata sul carico è minore.

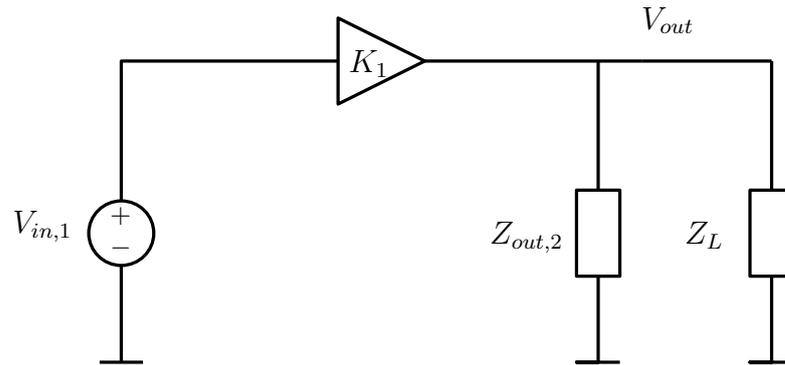


Figura 1.2: Effetto del secondo amplificatore quando il suo ingresso è spento: l'impedenza d'uscita $Z_{out,2}$ risulta in parallelo con il carico Z_L .

Inoltre il secondo amplificatore assorbe dai morsetti d'uscita una corrente non trascurabile e si ha quindi un'inutile dissipazione di potenza.

Da questo esempio si può capire che le richieste che si vogliono soddisfare sono le seguenti:

1. Il carico Z_L deve vedere per ogni amplificatore solo la componente di segnale nella banda passante del rispettivo filtro.
2. Nella banda di un amplificatore le impedenze d'uscita degli altri devono comportarsi idealmente come dei circuiti aperti. In realtà si comporteranno come delle impedenze con modulo molto maggiore di quello di Z_L e assorbiranno una corrente trascurabile in modo che sia erogata al carico la maggior potenza possibile.

Per risolvere il problema è possibile utilizzare dei filtri bidirezionali in cascata a ogni amplificatore in modo da filtrarne l'uscita, non attenuando solamente le componenti in frequenza appartenenti alla banda voluta, e da soddisfare contemporaneamente le richieste sull'impedenza d'uscita. Lo schema del circuito nel caso di due amplificatori con i filtri bidirezionali modellati come doppi bipoli è quello mostrato in figura 1.3 Spegnendo il generatore $V_{in,2}$ si ottiene nuovamente lo schema in figura 1.2 in cui però $Z_{out,2}$ questa volta dipende dal filtro passa banda del secondo amplificatore ed quindi possibile riuscire a soddisfare le richieste.

Dato che questa soluzione funziona ci si potrebbe chiedere per quale motivo si voglia studiare la possibilità di realizzarne una differente. L'aspetto negativo della soluzione che utilizza i filtri bidirezionali è che questi ultimi sono costosi in quanto devono processare potenza e non segnale. Si vuole invece utilizzare un amplificatore con una doppia retroazione che prevede sia il prelievo di corrente sia quello di tensione per ottenere un amplificatore con una impedenza d'uscita controllata. Dovendo le reti di retroazione processare segnali è possibile rendere il sistema più efficiente dissipando meno potenza.

Ora che il problema è stato presentato è necessario presentare il modello dell'amplificatore con doppia retroazione e successivamente portare quest'ultimo e il sistema amplificatore con il filtro

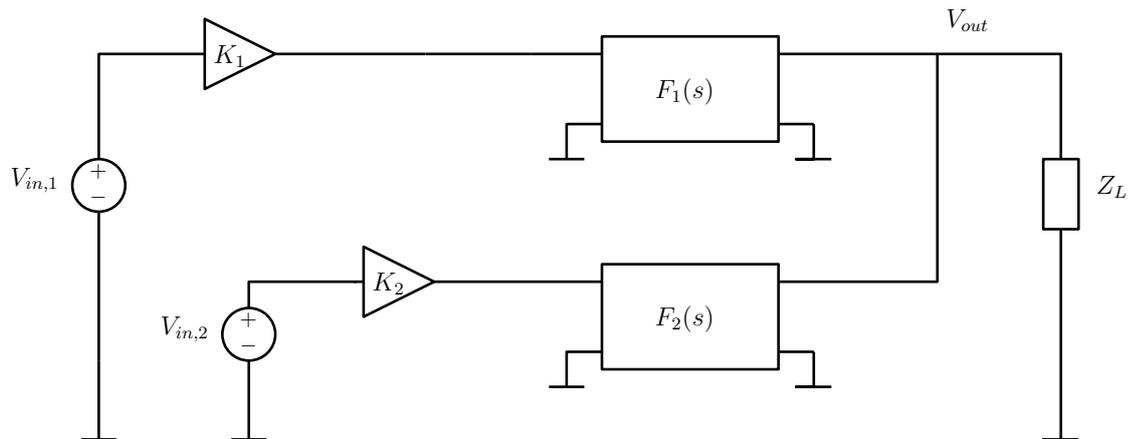


Figura 1.3: Collegamento di due amplificatori con filtro passa banda, modellati come doppi bipoli, in cascata collegati in parallelo su un carico Z_L .

passa banda in cascata ad un modello comune. Una volta modellati i due sistemi nella stessa maniera si potrà rendere facilmente i due modelli equivalenti ai morsetti d'uscita in modo che l'impedenza d'uscita sia, almeno idealmente, identica in entrambi i casi.

Capitolo 2

Modelli utilizzati

Nel capitolo precedente è stato introdotto il problema in cui è necessario avere un sistema con un'impedenza d'uscita definita e si è deciso di utilizzare un amplificatore con retroazione sia di corrente sia di tensione. Per questo motivo è importante introdurre il modello di un amplificatore in questa configurazione. Per rendere più semplice la spiegazione verrà prima introdotto il modello di un amplificatore con retroazione di una sola grandezza elettrica. Gli amplificatori a singola retroazione vengono solitamente modellati pensando ad un confronto tra una grandezza elettrica, tensione o corrente, che dipende dall'ingresso e una che dipende dall'uscita. In maniera analoga il modello prevede un prelievo di una grandezza fisica legata all'uscita, tensione o corrente, che verrà utilizzata per il feedback.

Combinando la tipologia di confronto e di prelievo si ottengono quattro modelli:

1. confronto di tensione e prelievo di tensione che nella letteratura inglese viene chiamato series-shunt
2. confronto di tensione e prelievo di corrente che nella letteratura inglese viene chiamato series-series
3. confronto di corrente e prelievo di tensione che nella letteratura inglese viene chiamato shunt-shunt
4. confronto di corrente e prelievo di corrente che nella letteratura inglese viene chiamato shunt-series

Nella nomenclatura inglese la prima parola è relativa al confronto ed è series per quella di tensione (il confronto viene fatto in una maglia dove i contributi sono in serie) e shunt per quella di corrente (i contributi vengono confrontati in un nodo) mentre la seconda parola è relativa al prelievo ed è shunt per quello di tensione (la tensione viene prelevata in parallelo all'uscita) e series per quella di corrente (il sensore per il prelievo della corrente è posto in serie all'uscita).

Il modello presentato di seguito è quello dell'amplificatore con prelievo e confronto di tensione o series-shunt.

2.1 Amplificatore con prelievo e confronto di tensione

Prima di affrontare l'amplificatore con entrambi i prelievi verrà presentata la modellizzazione di un amplificatore con solo il prelievo di tensione come introduzione all'argomento e per rendere più chiare alcune osservazioni. Nella figura 2.1 è presentato il modello generale di un amplificatore con prelievo e confronto di tensione sotto l'ipotesi che il blocco di amplificazione sia unidirezionale cioè che nel caso in cui venga applicata una variazione alla corrente o alla tensione della porta d'uscita non si abbiano variazioni alla porta d'ingresso. Il blocco di amplificazione è infatti visto come un doppio bipolo in cui nella porta di uscita è stata utilizzata la rappresentazione di Thevenin mentre nella porta di ingresso è presente solamente un'impedenza.

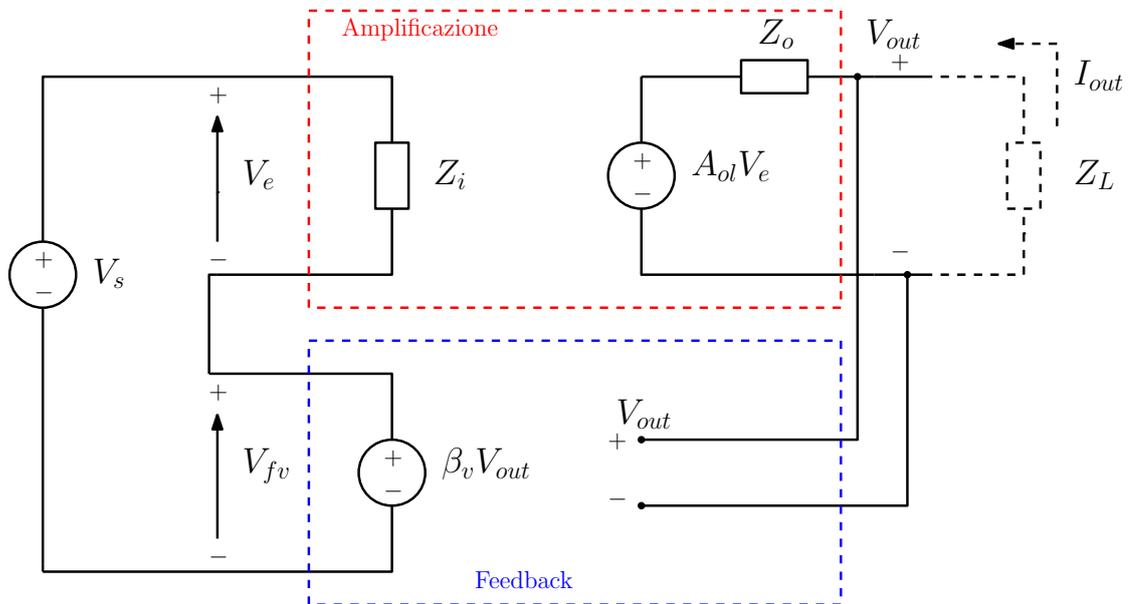


Figura 2.1: Schema generale di un amplificatore con prelievo e confronto di tensione.

Come è possibile osservare è presente una maglia dove la tensione V_s , che dipende dalla tensione d'ingresso, viene confrontata con la tensione $V_{fv} = \beta_v V_{out}$, che dipende dalla tensione d'uscita, ottenendo la tensione $V_e = V_s - V_{fv}$ in ingresso al blocco di amplificazione. E' possibile definire la funzione di trasferimento β_v come:

$$\beta_v = -\frac{V_e}{V_{out}} \Big|_{V_s=0} \quad (2.1)$$

L'impedenza Z_i è invece l'impedenza d'ingresso del blocco di amplificazione.

La differenza tra il contributo che dipende dall'ingresso e quello che dipende dall'uscita viene amplificato dal blocco di amplificazione e il generatore della rappresentazione di Thevenin della porta d'uscita è pari a $A_{ol}V_e$. Nel caso in cui il carico Z_L non sia collegato questa coinciderà con V_{out} . Infatti A_{ol} è il guadagno in catena aperta a vuoto del blocco di amplificazione ed è definito come

$$A_{ol} = \frac{V_{out}}{V_e} = \frac{V_{out}}{V_s} \Big|_{V_f=0} \quad (2.2)$$

Infine l'impedenza Z_o è l'impedenza d'uscita a catena aperta del blocco di amplificazione.

A questo punto vediamo l'esempio mostrato in figura 2.2, ovvero un amplificatore operativo (OPAMP) in configurazione non invertente con un blocco di preprocesso realizzato dalle impedenze Z_1 e Z_2 . In questo esempio si considera l'impedenza d'ingresso dell'OPAMP infinita. Il circuito mostrato in figura 2.3 è ottenuto partendo da quello in figura 2.2, sostituendo al simbolo dell'OPAMP il suo modello classico, e consente di ricavare i parametri del modello in figura 2.1. Infatti la tensione amplificata è la tensione V_d data dalla differenza di V_+ , tensione dovuta all'ingresso, e V_- , tensione dovuta al feedback, si ottiene che $V_e = V_d$, $V_s = V_+$, $V_f = V_-$.

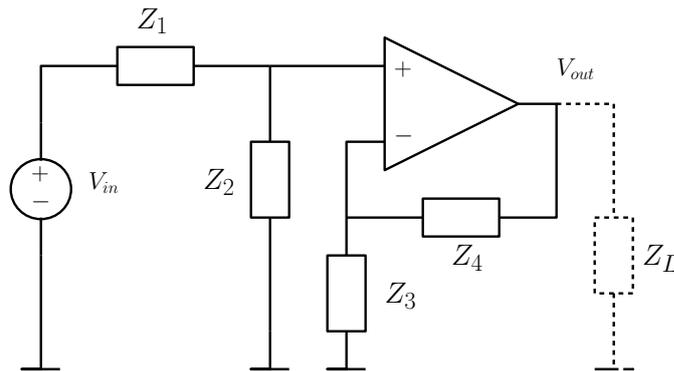


Figura 2.2: Amplificatore realizzato con un OPAMP in configurazione non invertente e un partitore di tensione di preprocesso utilizzato come esempio di amplificatore con confronto e prelievo di tensione.

Per quanto riguarda gli altri parametri del modello dell'amplificatore con confronto e prelievo di tensione introdotto in figura 2.1 si ha che

- l'impedenza d'ingresso del blocco di amplificazione, cioè Z_i , è pari all'impedenza d'ingresso dell'opamp $Z_{i,op}$ che per ipotesi è infinita
- l'impedenza d'uscita a catena aperta del blocco di amplificazione, ovvero Z_o è pari alla resistenza d'uscita dell'amplificatore operativo $R_{o,op}$. Visto che ciò è vero anche nel modello con entrambi i prelievi sarà utilizzato direttamente il simbolo R_o invece che Z_o per ricordare che si tratta di una resistenza

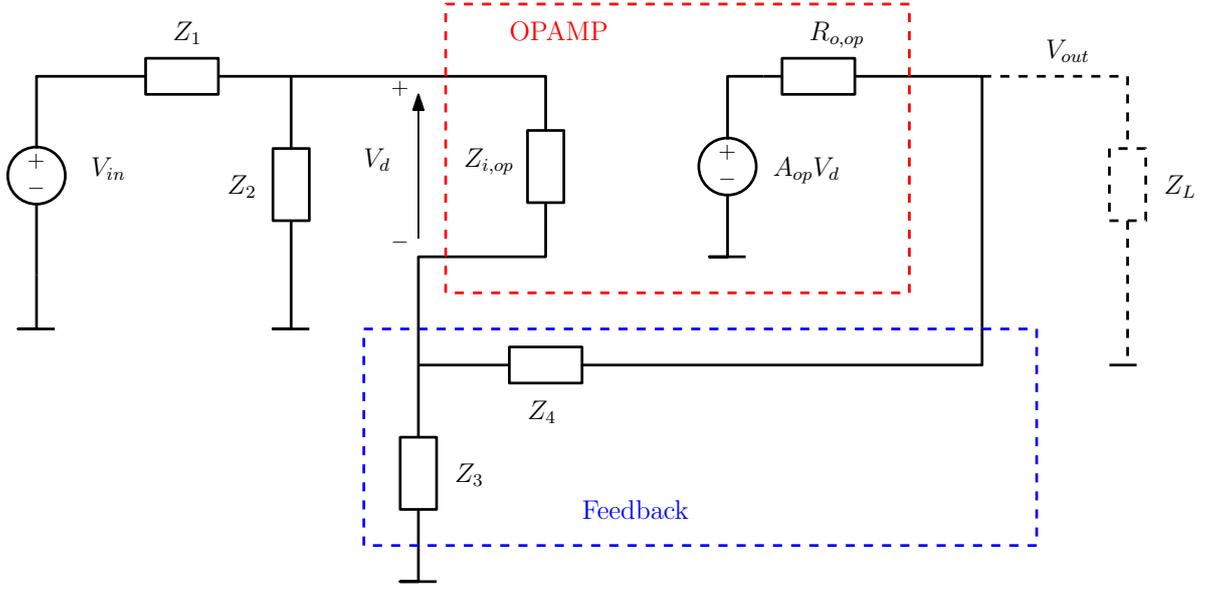


Figura 2.3: Schema elettrico dell'esempio di amplificatore con confronto e prelievo di tensione, mostrato figura 2.2, ottenuto sostituendo all'OPAMP il suo modello che prevede la presenza di un'impedenza ($Z_{i,op}$) nella porta d'ingresso e una rappresentazione di Thevenin nella porta d'uscita con il generatore di tensione di valore $A_{op}V_e$ e resistenza $R_{o,op}$.

- essendo $V_- = \frac{Z_3}{Z_3+Z_4}V_{out}$ si ha $\beta_v = \frac{Z_3}{Z_3+Z_4}$
- essendo $A_{ol}V_e$ la tensione d'uscita a vuoto che nel circuito è pari a $V_d A_{op} \frac{Z_3+Z_4}{Z_3+Z_4+R_{o,op}}$ si ha che $A_{ol} = A_{op} \frac{Z_3+Z_4}{Z_3+Z_4+R_{o,op}}$ che nel caso in cui $|Z_3+Z_4| \gg R_{o,op}$ diventa $A_{ol} = A_{op}$.
- essendo V_s la tensione all'ingresso del blocco di amplificazione valutato quando V_{out} è nullo questo risulta essere, nell'esempio preso in considerazione, pari a $V_s = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}V_{in}$

2.1.1 Osservazioni sull'approssimazione di A_{ol} con il guadagno in catena aperta e a vuoto dell'amplificatore utilizzato

Nei parametri del modello dell'amplificatore con confronto e prelievo di tensione appena calcolati si è visto come se siamo nel caso in cui $|Z_3+Z_4| \gg R_{o,op}$ allora è possibile approssimare A_{ol} con A_{op} . Nel caso generale si ha che la resistenza d'uscita dell'amplificatore a catena aperta deve essere molto minore in modulo dell'impedenza d'ingresso della rete che realizza la funzione di trasferimento β_v . Questa considerazione varrà anche per l'amplificatore con retroazione sia di tensione sia di corrente e si ipotizzerà di essere sempre nelle condizioni che consentono l'approssimazione. Si considererà quindi come A_{ol} del modello il guadagno in catena aperta e a vuoto dell'amplificatore utilizzato.

2.2 Amplificatore con confronto di tensione e doppio prelievo

È ora possibile introdurre il modello dell'amplificatore con confronto di tensione e prelievo sia di tensione sia di corrente. A differenza del caso in cui è presente un solo prelievo ora si hanno solo due combinazioni che corrispondono a due modelli ovvero quella con il confronto di tensione e quella col confronto di corrente, la prima delle quali è mostrata in figura 2.4. Naturalmente questo modello è più generale rispetto al precedente proprio perché questo ha una retroazione composta da una combinazione dei due tipi di prelievo. In questo modo è possibile tornare al modello precedente spegnendo il prelievo di corrente ovvero ponendo $\beta_i = 0$. In maniera analoga è possibile ottenere il modello con solo il prelievo di corrente ponendo $\beta_v = 0$.

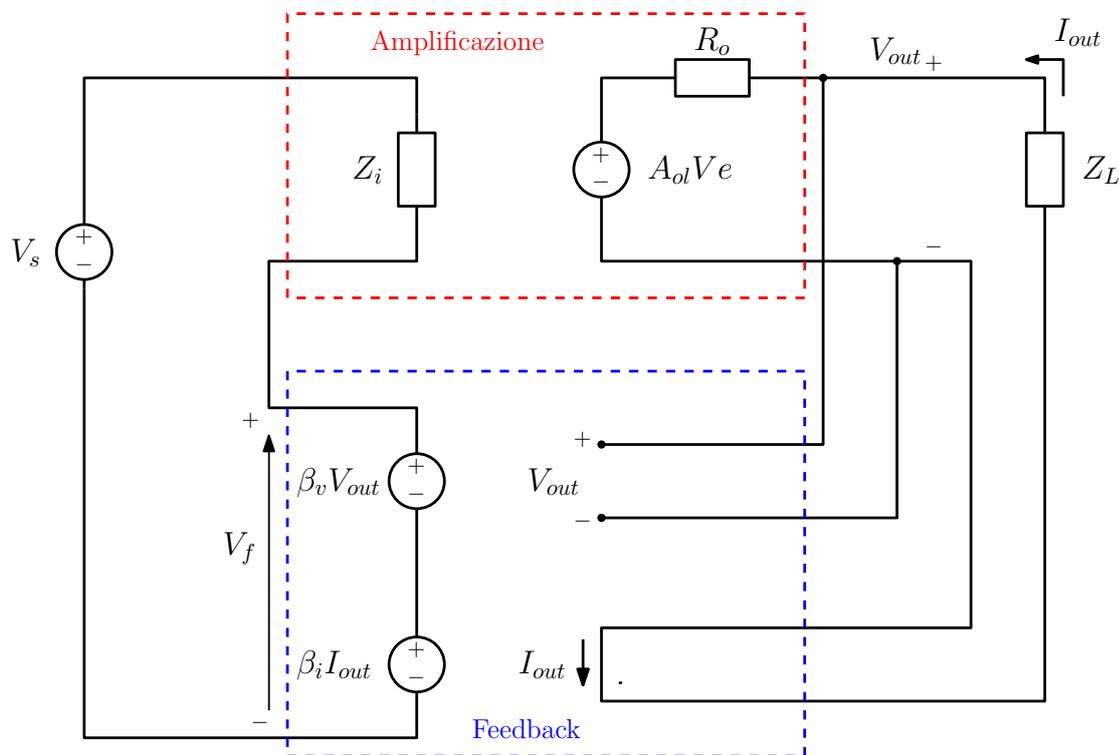


Figura 2.4: Schema generale di un amplificatore con confronto di tensione e con prelievo sia di tensione che di corrente.

La maglia di ingresso prevede ora un confronto non solo tra contributi che dipendono dalla tensione d'ingresso, cioè V_s , e da quella d'uscita, ovvero $V_{fv} = \beta_v V_{out}$, ma anche da $V_{fi} = \beta_i I_{out}$ ossia da una tensione che dipende dalla corrente d'uscita. In questo caso le funzioni V_s , β_v e β_i sono definite nella seguente maniera:

- V_s è ancora il contributo del confronto che dipende dalla tensione d'ingresso ma essendoci ora una doppia retroazione è definito come $V_s = \frac{V_e}{V_{in}} \Big|_{\beta_v=0, \beta_i=0} = W_{in} V_{in}$

- per la stessa ragione del punto precedente anche la funzione β_v è ora definita come $\beta_v = -\frac{V_e}{V_{out}} \Big|_{V_{in}=0, \beta_i=0}$
- β_i è invece definita come $\beta_i = -\frac{V_e}{I_{out}} \Big|_{V_{in}=0, \beta_v=0}$

Si noti che a differenza di $W_{in} = \frac{V_s}{V_{in}}$ e β_v la funzione di trasferimento β_i non è un rapporto tra tensioni ma un rapporto tra una tensione e una corrente e quindi non è adimensionale ma ha le dimensioni di un'impedenza.

Nella maglia d'uscita si vede invece che la convenzione usata per la corrente I_{out} è entrante nei morsetti d'uscita dell'amplificatore: questa convenzione è stata scelta perché più comoda per definire l'impedenza d'uscita che risulta così essere

$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} \Big|_{V_{in}=0} \quad (2.3)$$

2.2.1 Schema a blocchi dell'amplificatore con retroazione sia di tensione sia di corrente

Dal modello mostrato in figura 2.4 è possibile ricavare uno schema a blocchi che risulterà utile per approfondire la conoscenza del sistema e facilitare lo studio della sua stabilità.

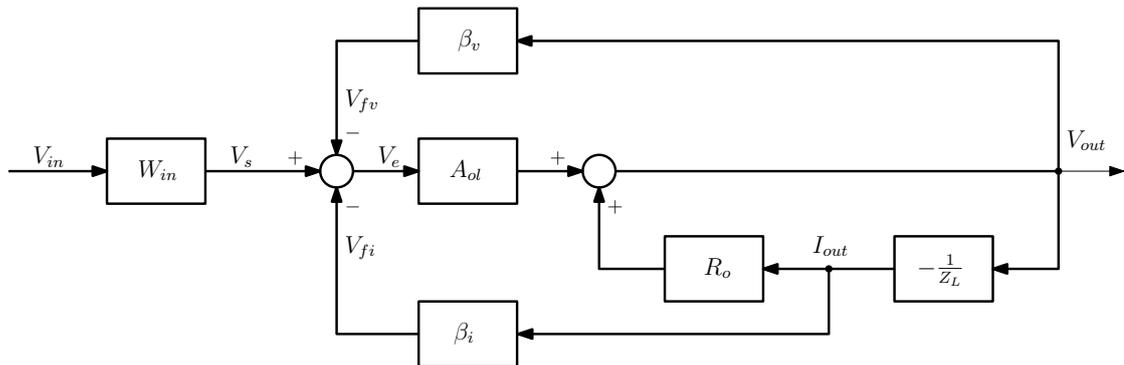


Figura 2.5: Schema a blocchi del modello di un amplificatore con prelievo sia di tensione sia di corrente e con confronto di tensione.

Utilizzando le equazioni seguenti è possibile ottenere lo schema a blocchi di figura 2.5:

$$V_e = V_s - V_{fv} - V_{fi} = W_{in}V_s - \beta_v V_{out} - \beta_i I_{out} \quad (2.4)$$

$$V_{out} = A_{ol}V_e + R_o I_{out} \quad (2.5)$$

$$I_{out} = -\frac{V_{out}}{Z_L} \quad (2.6)$$

Ora che è stato presentato il modello dell'amplificatore a retroazione sia di tensione sia di corrente verrà presentato il modello che permetterà di renderlo equivalente, ai morsetti d'uscita, al sistema costituito dalla cascata di un amplificatore e di un filtro passa banda mostrato nel precedente capitolo.

2.3 Modello utilizzato per rendere i due sistemi equivalenti ai morsetti d'uscita

L'obiettivo di questa sezione è quello di presentare un modello che permetta di rappresentare entrambi i sistemi in analisi ovvero l'amplificatore con retroazione sia di tensione sia di corrente e l'amplificatore con il filtro in cascata. In particolar modo il modello deve mettere in risalto l'impedenza d'uscita del sistema e deve poter permettere il calcolo della funzione di trasferimento $\frac{V_{out}}{V_{in}}$.

Pensando all'uscita dell'amplificatore e alla massa come a due morsetti di un bipolo è possibile utilizzare, il teorema di Thevenin per modellare i due sistemi con un generatore e un'impedenza equivalente come mostrato in figura 2.6 Dato che V_{eq} , definita come $V_{eq} = V_{out}|_{Z_L \rightarrow +\infty}$, dipende dalla tensione d'ingresso e se si ipotizza che i due sistemi siano lineari è possibile porre $V_{eq} = A_f V_{in}$. L'impedenza Z_{eq} è definita, sostituendo al carico Z_L un generatore di corrente per poter effettuare la misura, come $Z_{eq} = \frac{V_{out}}{I_{out}}|_{V_{eq}=0}$ e coincide dunque con Z_{out} . In questo modo il modello permette con i seguenti due parametri, strettamente legati alle richieste che l'amplificatore con doppia retroazione deve soddisfare, di caratterizzare i due sistemi ai morsetti d'uscita:

1. l'impedenza d'uscita del sistema modellato con il teorema di Thevenin Z_{out}
2. A_f ovvero il guadagno a vuoto del sistema modellato.

Da questi due parametri è possibile, facendo riferimento alla figura 2.6, calcolare facilmente il guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ con il carico Z_L collegato nella seguente maniera:

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = A_f \frac{Z_L}{Z_{out} + Z_L} \quad (2.7)$$

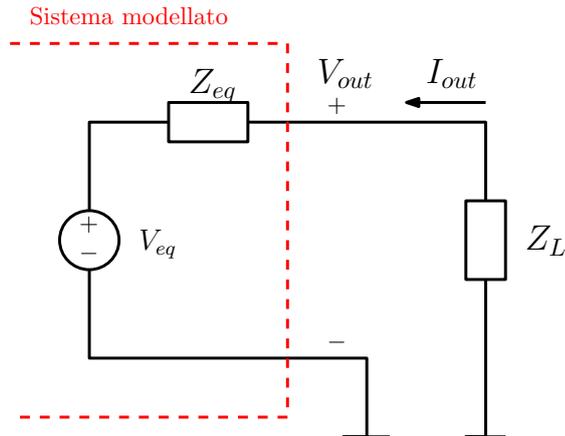


Figura 2.6: Modellizzazione di un sistema con il teorema di Thevenin applicato ai morsetti d'uscita. In questo modo è possibile descrivere sia il sistema con filtro e amplificatore sia il sistema con un amplificatore a doppia retroazione con due parametri utili per l'obiettivo del problema in esame. Il primo è $Z_{eq} = Z_{out}$, ovvero l'impedenza d'uscita, il secondo si ottiene da V_{eq} che sotto l'ipotesi di sistema lineare è possibile porre pari a $A_f V_{in}$. In questo caso il secondo parametro è A_f che è il guadagno del sistema a vuoto.

Si noti che quando sono presenti altri amplificatori in parallelo è possibile calcolare la funzione di trasferimento H sostituendo a Z_L il parallelo del carico e di tutte le impedenza d'uscita degli altri amplificatori.

A questo punto per raggiungere l'obiettivo prefissato è necessario applicare il teorema di Thevenin sia al sistema formato da un amplificatore con in cascata il filtro passa banda sia al sistema dell'amplificatore con doppia retroazione in modo da ottenere i parametri Z_{out} e A_f di entrambi i sistemi e renderli uguali. Nel prossimo capitolo saranno infatti presentati una possibile Z_{out} e un possibile A_f , ricavati da un esempio, che diventeranno gli obiettivi per il sistema con amplificatore a doppia retroazione. Successivamente saranno calcolati i legami tra i parametri Z_{out} e A_f e le funzioni di trasferimento mostrate nel modello di figura 2.4 ed equivalentemente nello schema a blocchi di figura 2.5. In questo modo sarà possibile ottenere delle regole su come fissare le reti di retroazione, legate a β_v , β_i , al blocco di preprocesso del segnale, legato a W_{in} , e sull'influenza dell'amplificatore scelto, legato alle funzioni di trasferimento A_{ol} e R_o , in modo da ottenere un sistema che soddisfi le richieste su Z_{out} e A_f .

Capitolo 3

Calcolo dei parametri dei modelli

Nel capitolo precedente sono stati descritti i modelli che verranno utilizzati per la soluzione del problema. Il primo modello introdotto è quello dell'amplificatore retroazionato con confronto di tensione e prelievo sia di tensione sia di corrente che prevede le funzioni di trasferimento β_v e β_i legate alle due retroazioni, W_{in} legata al blocco di preprocesso, A_{ol} e R_o legate all'amplificatore utilizzato. Inoltre è stato presentato il modello che utilizza il teorema di Thevenin per esprimere con i parametri A_f e Z_{out} , rispettivamente il guadagno a vuoto e l'impedenza d'uscita, entrambi i sistemi ai morsetti d'uscita. In questo capitolo si utilizzeranno questi modelli per mostrare tramite un esempio come sia possibile ricavare i parametri A_f e Z_{out} di un sistema con amplificatore e filtro passa banda e come si possa ottenere le relazioni tra i parametri del modello ottenuto col teorema di Thevenin e le funzioni di trasferimento del modello dell'amplificatore con retroazione con prelievo sia di tensione sia di corrente. Infine una volta ottenuti le relazioni tra i parametri e le funzioni di trasferimento si scoprirà che la soluzione non è unica ma ne esistano infinite e saranno discussi alcuni casi particolari che permetteranno di ottenere una soluzione che preveda delle funzioni di trasferimento adatte alla realizzazione pratica.

3.1 Calcolo dei parametri Z_{out} e A_f del modello di Thevenin con amplificatore e filtro passa banda

Il primo passo è quello di ottenere i parametri Z_{out} e A_f del sistema con l'amplificatore con il filtro passa banda in cascata tramite un esempio. Verrà quindi presentato il filtro tramite il suo schema elettrico e i valori dei suoi componenti passivi e successivamente verranno calcolati i due parametri e presentati i rispettivi diagrammi di Bode.

3.1.1 Esempio di un sistema con amplificatore e filtro passa banda

Vediamo ora un esempio di un amplificatore con un filtro passa banda che nella figura 1.3 corrisponde ad uno dei due sistemi messi in parallelo. In figura 3.1 vediamo lo schema elettrico di questo sistema dove l'amplificatore è stato modellato utilizzando il teorema di Thevenin. Il carico è di tipo resistivo e la resistenza d'uscita dell'amplificatore viene posta dello stesso valore cioè si avrà $R_g = R_L$. Inoltre si supporrà l'amplificatore, collegato al filtro, con guadagno unitario cioè si pone $V_g = V_{in}$. Si noti che questo amplificatore ha una impedenza d'uscita controllata per fare in modo che risulti appunto uguale al carico R_L . In questo caso però l'impedenza ha valore reale e costante e quindi molto più semplice da realizzare mentre il problema che si vuole risolvere prevede un'impedenza d'uscita che abbia modulo e fase che variano con la frequenza e che abbia un andamento di tipo elimina banda.

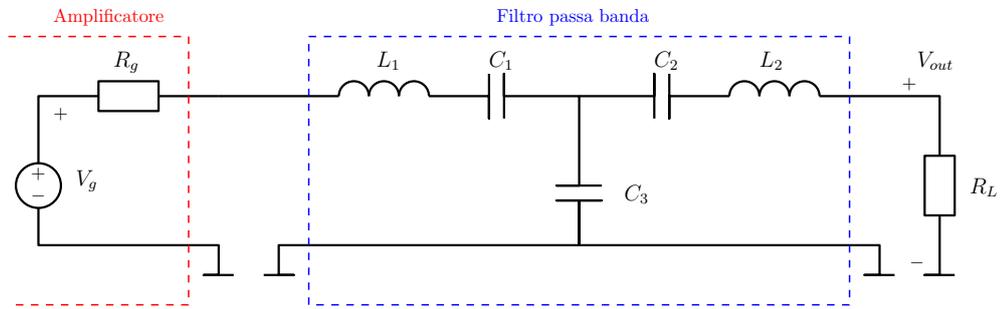


Figura 3.1: Schema elettrico dell'amplificatore con filtro passa banda presi come esempio, dove l'amplificatore è stato modellato usando il teorema di Thevenin. La resistenza R_g ha lo stesso valore di R_L e la tensione V_g è pari a V_{in} .

I valori dei componenti passivi del filtro sono i seguenti:

- $R_g = R_L = 50 \Omega$
- $C_1 = C_2 = 22.216 \text{ nF}$
- $L_1 = L_2 = 47.173 \text{ mH}$
- $C_3 = 636.54 \text{ nF}$

Si noti che data la struttura del filtro e l'uguaglianza tra i valori di L_1 e L_2 e di C_1 e C_2 questo è simmetrico.

Per calcolare i due parametri A_f e Z_{out} verrà utilizzato il modello a doppio bipolo equivalente sul filtro passa banda in cui entrambe le porte sono rappresentate secondo Thevenin come mostrato in figura 3.2. Essendo il filtro simmetrico si ha che $Z_i^F = Z_o^F$ e $A_i^F = A_o^F$.

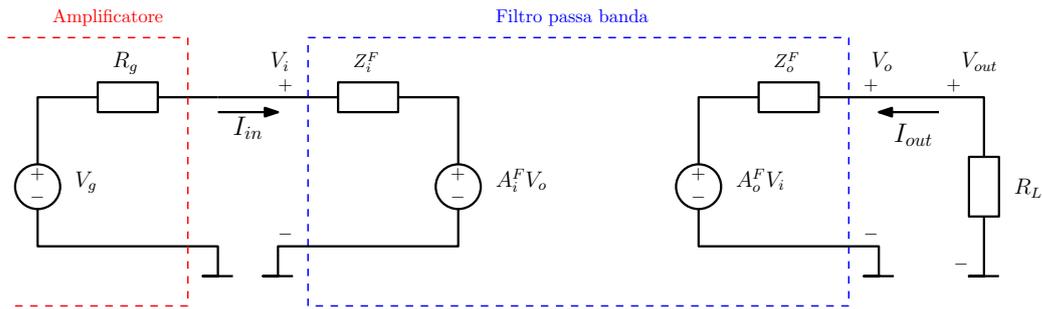


Figura 3.2: Schema elettrico dell'amplificatore con filtro passa banda con quest'ultimo modellato come un doppio bipolo con rappresentazione di Thevenin per entrambe le porte.

3.1.2 Calcolo del guadagno a vuoto A_o^F del filtro passa banda

Per calcolare il guadagno a vuoto del filtro passa banda è utile definire le impedenze Z_1 , Z_2 e Z_3 nel seguente modo

$$Z_1 = \frac{1}{sC_1} + sL_1 \quad (3.1)$$

$$Z_2 = \frac{1}{sC_2} + sL_2 \quad (3.2)$$

$$Z_3 = \frac{1}{sC_3} \quad (3.3)$$

dove per la simmetria del filtro si ha che $Z_1 = Z_2$. In questo modo è possibile calcolare il guadagno a vuoto del filtro sfruttando il circuito mostrato in figura 3.3.

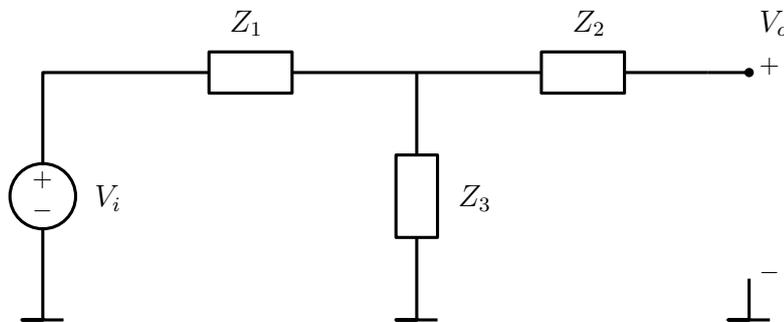


Figura 3.3: Schema elettrico utilizzato per calcolare il guadagno a vuoto A_o^F del filtro.

La tensione nella porta d'uscita del doppio bipolo a vuoto risulta infatti essere

$$V_o = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} V_i \quad \Rightarrow \quad A_o^F = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \quad (3.4)$$

in quanto la differenza di potenziale ai capi dell'impedenza Z_3 è nulla dato che non è percorsa da corrente. Si ricorda che il guadagno A_i^F è uguale a A_o^F per la simmetria del filtro.

3.1.3 Calcolo dell'impedenza d'uscita Z_o^F del filtro passa banda

Calcolato il guadagno a vuoto del filtro vediamo come è possibile calcolare la sua impedenza d'uscita. Utilizzando le stesse definizioni di Z_1 , Z_2 e Z_3 si può utilizzare lo schema elettrico mostrato in figura 3.4 per ricavare l'impedenza d'uscita Z_o^F .

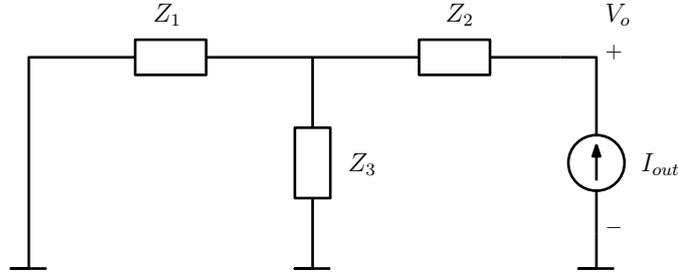


Figura 3.4: Schema elettrico utilizzato per calcolare l'impedenza d'uscita Z_o^F del filtro passa banda .

L'impedenza d'uscita è infatti

$$Z_o^F = \left. \frac{V_o}{I_{out}} \right|_{V_i=0} = Z_2 + (Z_1 // Z_3) \quad (3.5)$$

Si ricorda che essendo il filtro simmetrico l'impedenza d'ingresso coincide con l'impedenza d'uscita ovvero $Z_i^F = Z_o^F$.

3.1.4 Calcolo dei parametri A_f e Z_{out} del sistema con amplificatore e filtro passa banda

Ora che sono stati ottenuti tutti e quattro i parametri del modello a doppio bipolo del filtro passa banda è possibile calcolare il guadagno a vuoto e l'impedenza d'uscita dell'intero sistema.

Facendo riferimento allo schema in figura 3.2 è possibile sostituire il carico R_L con un circuito aperto per calcolare il guadagno a vuoto. Ricordando che si è posto $V_{in} = V_g$ è possibile ricavare quindi le seguenti equazioni

$$V_{out} = A_o^F V_i \quad V_i = Z_i^F \frac{V_{in} - A_i^F V_{out}}{R_g + Z_i^F} + A_i^F V_{out} \quad (3.6)$$

Mettendole a sistema è possibile calcolare, dato che si sta lavorando a vuoto, A_f dal rapporto $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ ottenendo

$$A_f = \frac{A_o^F Z_i^F}{Z_i^F + R_g(1 - A_i^F A_o^F)} \quad (3.7)$$

Sostituendo ai parametri generici del modello a doppio bipolo del filtro passa banda i rispettivi valori il guadagno a vuoto A_f diventa

$$A_f = \frac{C_1}{C_1 + C_3} \frac{1}{1 + sR_g(C_1//C_3) + s^2L_1(C_1//C_3)} = \frac{k_A}{\left(1 + 2\xi_p \frac{s}{\omega_p} + \frac{s^2}{\omega_p^2}\right)} \quad (3.8)$$

cioè una funzione di trasferimento di ordine due con i poli che risultano essere complessi coniugati, con la frequenza naturale $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 5 \text{ kHz}$, il fattore di smorzamento $\xi_p = 0.017$ e un guadagno in continua pari a $k_A = 0.0337 \rightarrow -29.4 \text{ dB}$. I due poli complessi coniugati sono posizionati nel piano complesso nei punti $p_{1,2} = (-0.053 \pm j3.142) \cdot 10^4$. In figura 3.5 si vede l'andamento della risposta in frequenza del guadagno a vuoto ovvero $|A(j2\pi f)| \text{ dB}$, realizzata utilizzando l'ambiente MATLAB, in cui è possibile vedere la sovralongazione in frequenza del modulo dovuta appunto ai poli complessi coniugati.

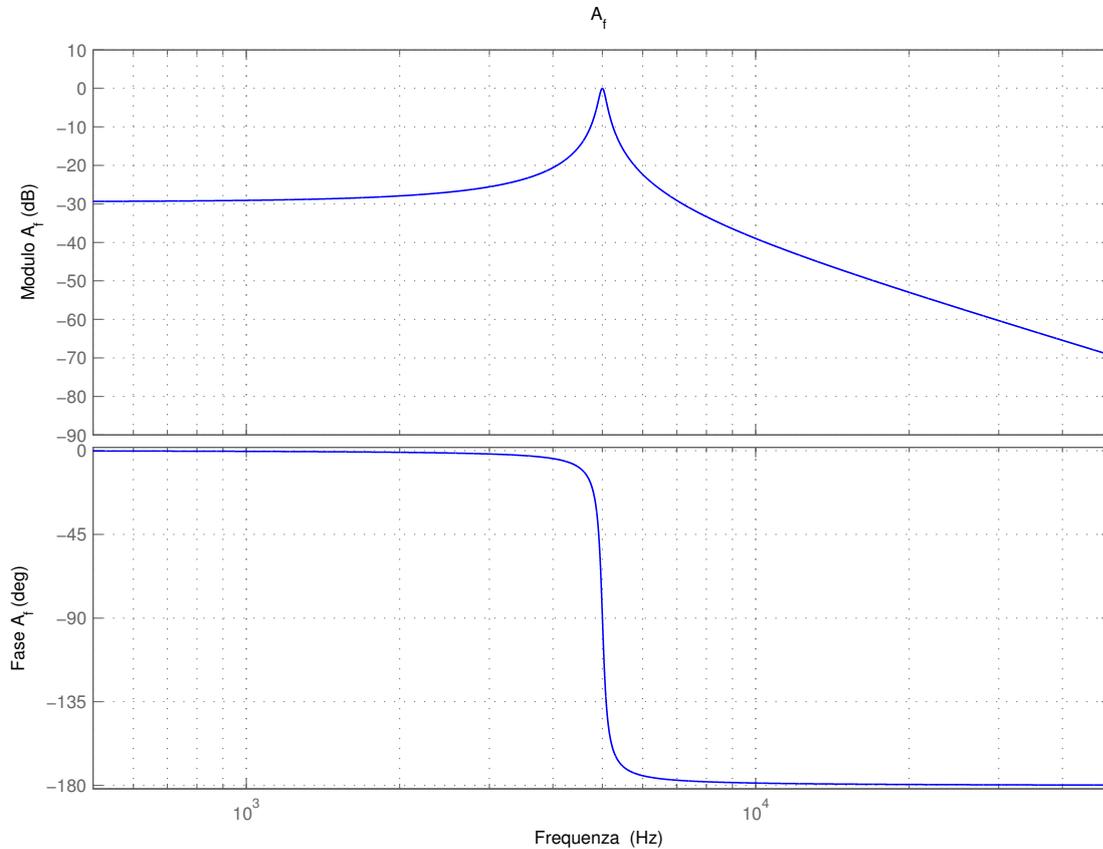


Figura 3.5: Diagramma di Bode del guadagno a vuoto A_f del sistema con amplificatore e filtro passa banda.

Per quanto riguarda l'impedenza d'uscita Z_{out} è possibile fare nuovamente riferimento allo schema elettrico di figura 3.2. È possibile infatti calcolare l'impedenza d'uscita dell'intero sistema

sostituendo al carico un generatore di corrente che generi I_{out} e spegnendo $V_g = V_{in}$ ottenendo lo schema di figura 3.6.

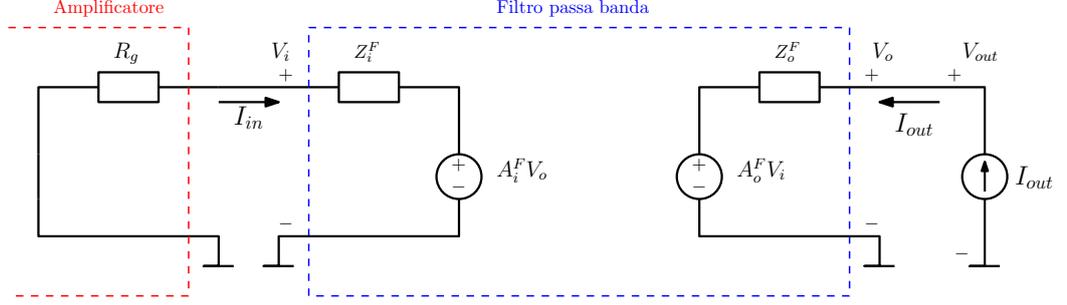


Figura 3.6: Schema elettrico utilizzato per calcolare l'impedenza d'uscita Z_{out} del sistema composto dall'amplificatore con in cascata il filtro passa banda.

Dalle due maglie si ottengono le seguenti equazioni

$$V_i = A_i^F V_{out} \frac{R_g}{R_g + Z_i^F} \quad V_{out} = I_{out} Z_o^F + A_o^F V_i \quad (3.9)$$

con cui è possibile calcolare $Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}}$ che risulta essere

$$Z_{out} = \frac{Z_o^F (R_g + Z_i^F)}{Z_i^F + R_g (1 - A_i^F A_o^F)} \quad (3.10)$$

Sostituendo ai parametri generici del modello a doppio bipolo con i valori calcolati si ottiene che

$$Z_{out} = \frac{k_Z}{s} \cdot \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4}{1 + b_1 s + b_2 s^2} = \frac{k_Z}{s} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2\xi_{z1}}{\omega_{z1}} s + \frac{s^2}{\omega_{z1}^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_{z2}}{\omega_{z2}} s + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2}\right)}{\left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} s + \frac{s^2}{\omega_p^2}\right)} \quad (3.11)$$

i cui coefficienti sono

$$k_Z = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2(C_1 + C_3)} \quad a_1 = \frac{R_g C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} \quad (3.12)$$

$$a_2 = \frac{L_1 C_1 (C_2 + C_3) + L_2 C_2 (C_1 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} \quad a_3 = \frac{R_g L_2 C_1 C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \quad (3.13)$$

$$a_4 = \frac{L_1 L_2 C_1 C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \quad b_1 = R_g (C_1 // C_3) \quad (3.14)$$

$$b_2 = L_1 (C_1 // C_3) \quad (3.15)$$

La funzione di trasferimento ha quindi tre poli di cui uno nell'origine e due posizionati nel piano complesso nei punti $p_{1,2} = (-0.053 \pm j3.142) \cdot 10^4$ che sono gli stessi dei poli della funzione di trasferimento A_f . Ci sono inoltre quattro zeri che risultano essere a coppie complessi coniugati e sono posizionati nei punti $z_{1,2} = (-0.0266 \pm j3.0959) \cdot 10^4$ e $z_{3,4} = (-0.0264 \pm j3.1877) \cdot 10^4$ da cui si ottengono $f_{z_1} = \frac{\omega_{z_1}}{2\pi} = 4927 \text{ Hz}$ e $\xi_{z_1} = 0.0086$ per la prima coppia di zeri e $f_{z_2} = \frac{\omega_{z_2}}{2\pi} = 5073 \text{ Hz}$ e $\xi_{z_2} = 0.0083$ per la seconda.

In figura 3.7 è mostrato il diagramma di Bode dell'impedenza d'uscita in cui è possibile notare il polo nell'origine e il comportamento elimina banda.

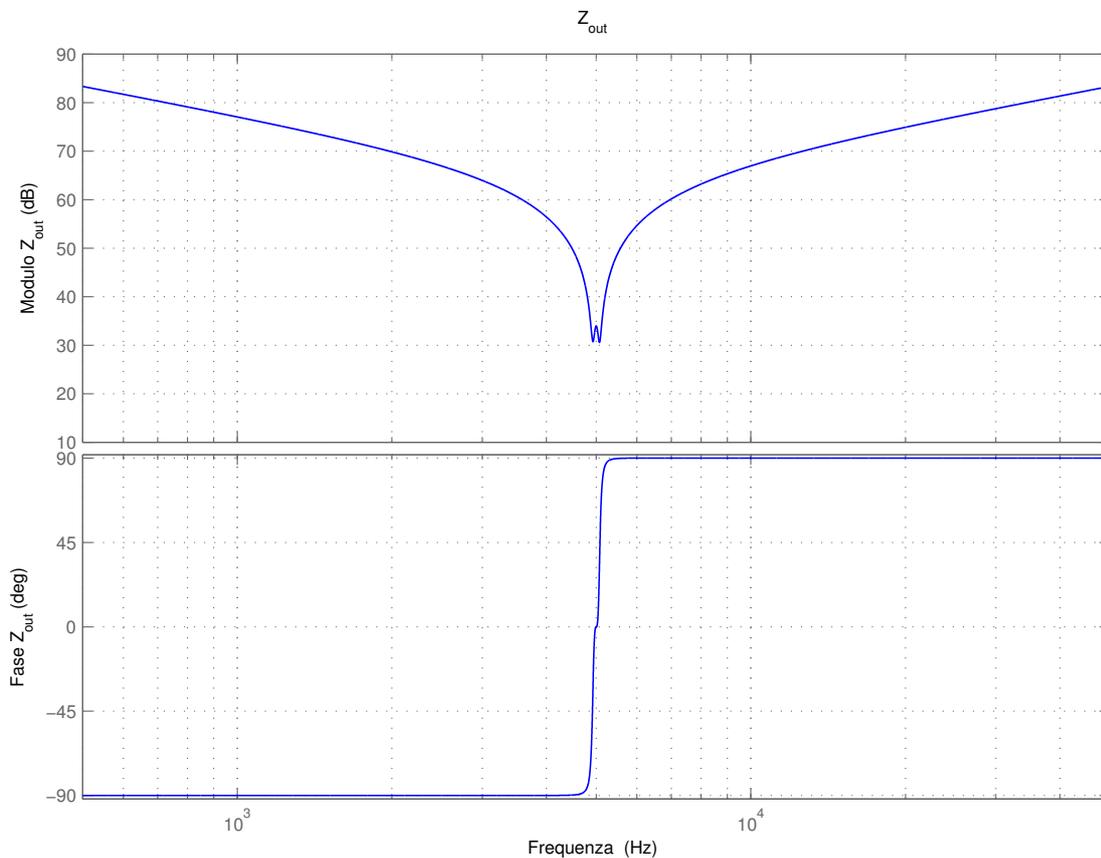


Figura 3.7: Diagramma di Bode dell'impedenza d'uscita Z_{out} del sistema con amplificatore con in cascata il filtro passa banda .

3.1.5 Calcolo del guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ con carico collegato

Ottenuti il guadagno a vuoto A_f e l'impedenza d'uscita Z_{out} è possibile utilizzare la formula 2.7 per calcolare il guadagno quando il carico R_L è collegato. Si ha quindi che

$$H = \frac{V_{out}}{V_{in}} = A_f \frac{R_L}{R_L + Z_{out}} \quad (3.16)$$

che è possibile, svolgendo alcuni conti, portare nella seguente forma:

$$H = k_H \frac{s}{\left(1 + \frac{2\xi_{p_{H,1}}}{\omega_{p_{H,1}}} s + \frac{s^2}{\omega_{p_{H,1}}^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_{p_{H,2}}}{\omega_{p_{H,2}}} s + \frac{s^2}{\omega_{p_{H,2}}^2}\right)} \quad (3.17)$$

in cui risulta chiara la presenza di uno zero nell'origine e di due coppie di poli complessi coniugati.

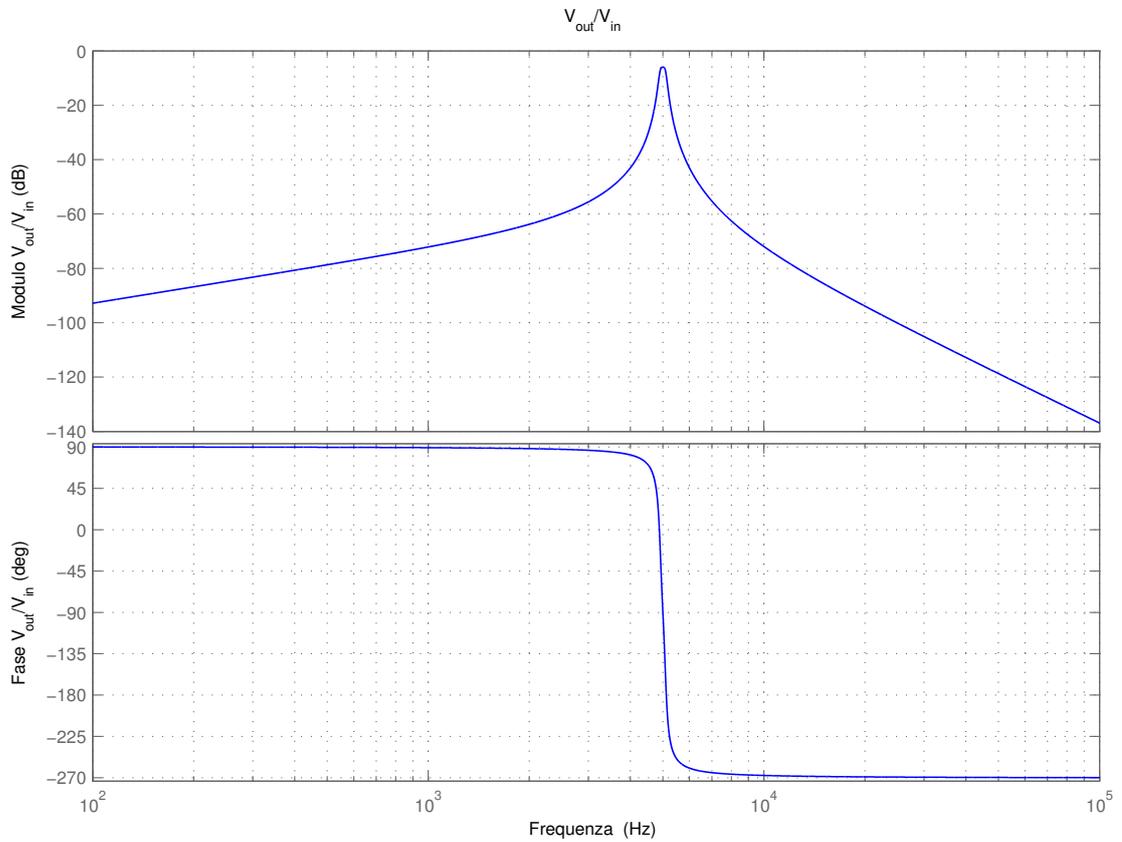


Figura 3.8: Diagramma di Bode del guadagno H ovvero $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ con il carico R_L collegato.

I quattro poli sono posizionati nel piano complesso nei punti $p_{1,2} = (-0.0530 \pm j3.0885) \cdot 10^4$ e $p_{3,4} = (-0.0530 \pm j3.1945) \cdot 10^4$ da cui si ottengono:

- $f_{p_{H,1}} = \frac{\omega_{p_{H,1}}}{2\pi} = 4916 \text{ Hz}$ e $\xi_{p_{H,1}} = 0.0172$

- $f_{pH,2} = \frac{\omega_{pH,2}}{2\pi} = 5084 \text{ Hz}$ e $\xi_{pH,1} = 0.0166$
- $k_H = 3.62 \cdot 10^{-8}$

È quindi possibile tracciare il diagramma di Bode del guadagno con il carico R_L collegato che è riportato in figura 3.8

3.1.6 Calcolo del guadagno $G = \frac{I_i}{V_{in}}$

In questa sottosezione sarà calcolata un'altra funzione di trasferimento interessante ovvero , facendo riferimento alla figura 3.2, il guadagno $G = \frac{I_i}{V_{in}}$ cioè il rapporto tra la corrente erogata dall'amplificatore con in cascata il filtro passa banda a cui è collegato il carico e la tensione d'ingresso.

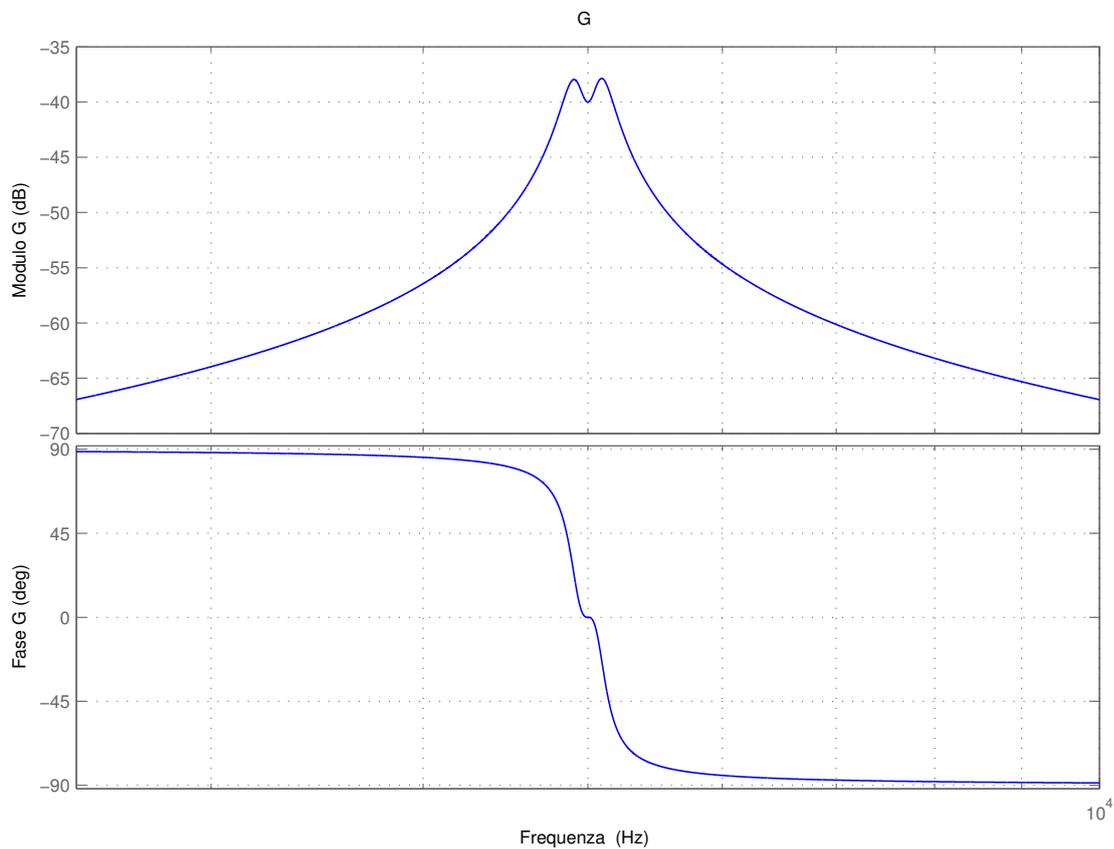


Figura 3.9: Diagramma di Bode del guadagno G ovvero $\frac{I_i}{V_{in}}$ normalizzata ad 1 Siemens.

Dalla figura, ricordando che si è posto $V_g = V_{in}$, si possono scrivere le equazioni

$$V_{in} - (R_g + Z_i^F)I_i = A_i^F V_o = A_i^F A_o^F V_i \frac{R_L}{Z_o^F + R_L} = A_i^F A_o^F \frac{R_L}{Z_o^F + R_L} (V_{in} - R_g I_i) \quad (3.18)$$

da cui si ottiene

$$G = \frac{(R_g + Z_i^F)(R_L + Z_o^F) - A_i^F A_o^F R_L R_g}{Z_o^F + R_L(1 - A_i^F A_o^F)} \quad (3.19)$$

Sostituendo i parametri generici del modello a doppio bipolo con i valori utilizzati come esempio si ottiene

$$G = \left(R_g + Z_1 + Z_3 / (Z_1 + R_L) \right)^{-1} \quad (3.20)$$

Visto che questa funzione di trasferimento dimensionalmente è un'ammettenza per poter essere rappresentata correttamente in un diagramma di Bode deve essere normalizzata. In figura 3.9 è riportata normalizzata rispetto ad 1 Siemens.

Nella prossima sezione sarà presentata l'analisi per ottenere le relazioni tra le funzioni di trasferimento del modello dell'amplificatore con doppia retroazione e i parametri A_f e Z_{out} . Inoltre verrà discussa la scelta di "buone" funzioni β_v , β_i e W_{in} che permetteranno al sistema di soddisfare le richieste.

3.2 Analisi delle relazioni tra A_f , Z_{out} e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in}

Nella precedente sezione sono stati ottenuti i parametri del modello ottenuto con il teorema di Thevenin del sistema costituito dall'amplificatore con in cascata il filtro passa banda. Si devono ora ricavare le relazioni tra A_f , Z_{out} e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} .

3.2.1 Relazione tra il guadagno a vuoto e β_v , β_i e W_{in}

Per calcolare la relazione tra il guadagno a vuoto A_f e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} è possibile utilizzare lo schema a blocchi dell'amplificatore con doppia retroazione visto in figura 2.5 ponendo però $R_L \rightarrow +\infty$. In questo caso lo schema a blocchi si semplifica e diventa quello mostrato in figura 3.10

Il guadagno A_f è quindi pari a $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ calcolato nello schema a blocchi appena presentato e quindi è

$$A_f = W_{in} \frac{A_{ol}}{1 + A_{ol}\beta_v} \quad (3.21)$$

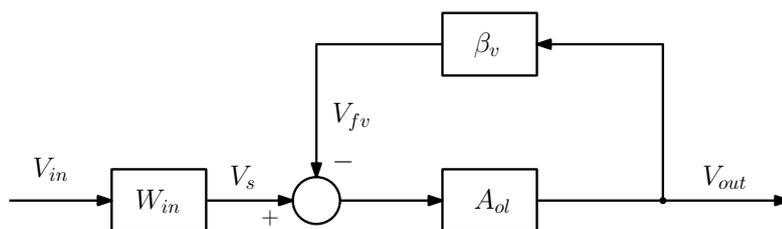


Figura 3.10: Schema a blocchi utilizzato per il calcolo delle relazioni tra il guadagno a vuoto A_f e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} .

Si noti che una volta scelto l'amplificatore, e quindi fissato A_{ol} , il guadagno a vuoto dipende solo da W_{in} e β_v e non da β_i dato che essendo la corrente d'uscita nulla il contributo V_{fi} nella maglia di confronto sarà nullo e il sistema non verrà quindi influenzato da β_i .

3.2.2 Relazione tra l'impedenza d'uscita e β_v , β_i e W_{in}

Per il calcolo delle relazioni tra l'impedenza d'uscita Z_{out} e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} si procederà come nel caso precedente ovvero si modificherà lo schema a blocchi dell'amplificatore a doppia retroazione di figura 2.5. In questo caso visto che V_{in} è spento mentre I_{out} è il nuovo ingresso si ottiene lo schema a blocchi di figura 3.11

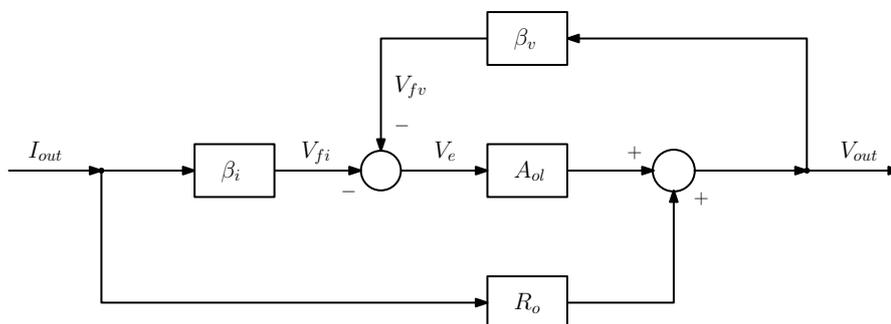


Figura 3.11: Schema a blocchi utilizzato per il calcolo delle relazioni tra l'impedenza d'uscita Z_{out} e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} .

Utilizzando questo schema si può calcolare facilmente l'impedenza d'uscita che risulta essere

$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = \frac{R_o}{1 + A_{ol}\beta_v} - \frac{A_{ol}\beta_i}{1 + A_{ol}\beta_v} = -A_{ol}\beta_i \frac{1 - \frac{R_o}{A_{ol}\beta_i}}{1 + A_{ol}\beta_v} \quad (3.22)$$

In questo caso una volta scelto l'amplificatore e quindi aver fissato A_{ol} e R_o si ha che l'impedenza d'uscita dipende da β_v e β_i e non da W_{in} . Questo risultato era facilmente prevedibile dato che l'ingresso V_{in} è spento.

3.2.3 Relazioni semplificate tra il guadagno a vuoto, l'impedenza d'uscita e β_v , β_i e W_{in}

Ora che sono state ottenute le relazioni tra A_f e Z_{out} e le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} vediamo se è possibile ricavare delle relazioni semplificate che permettano di facilitare la progettazione del sistema. Le relazioni appena trovate sono

$$A_f = W_{in} \frac{A_{ol}}{1 + A_{ol}\beta_v} \qquad Z_{out} = -A_{ol}\beta_i \frac{1 - \frac{R_o}{A_{ol}\beta_i}}{1 + A_{ol}\beta_v} \qquad (3.23)$$

Nel caso in cui valgano le ipotesi $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|\beta_i|}$ le relazioni appena riportate si semplificano rispettivamente in

$$A_f = \frac{W_{in}}{\beta_v} \qquad Z_{out} = -\frac{\beta_i}{\beta_v} \qquad (3.24)$$

Le ipotesi $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|\beta_i|}$ sono sempre soddisfatte nel caso in cui si consideri l'amplificatore ideale, ovvero con guadagno A_{ol} infinito e resistenza d'uscita a catena aperta R_o nulla, e rendono le relazioni molto più facili da trattare. Per questo motivo, per il momento, l'amplificatore sarà considerato ideale e verranno utilizzate le relazioni semplificate per cercare una soluzione ovvero delle funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} che permettano all'amplificatore con doppia retroazione di soddisfare le specifiche sul guadagno a vuoto e sull'impedenza d'uscita. Dalle equazioni si può vedere che la scelta di β_v , β_i e W_{in} non è unica ma ne sono possibili infinite: l'obiettivo della prossima sezione è quello di studiare dei casi particolari che permettano di effettuare una scelta ottimale.

3.3 Scelta di β_v , β_i e W_{in}

Per scegliere le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} in grado di soddisfare le richieste sull'impedenza d'uscita e il guadagno a vuoto si utilizzano le formule semplificate

$$A_f = W_{in} \frac{1}{\beta_v} \qquad (3.25)$$

$$Z_{out} = -\frac{\beta_i}{\beta_v} \qquad (3.26)$$

Visto che le funzioni di trasferimento β_i e Z_{out} hanno la dimensione di una impedenza è preferibile normalizzarle dividendole per una resistenza di normalizzazione R_N che verrà posta pari al valore

del carico $R_L = 50\Omega$. In questo caso si ottengono le funzioni di trasferimento normalizzate

$$\beta_i^N = \frac{\beta_i}{R_N} \quad (3.27)$$

$$Z_{out}^N = \frac{Z_{out}}{R_N} \quad (3.28)$$

Le altre funzioni di trasferimento presenti nelle formule 3.25 e 3.26 sono invece adimensionali ma nel resto della trattazione di questo paragrafo saranno comunque utilizzate con l'apice N per uniformità di notazione.

3.3.1 Considerazioni sulle reti passive

Prendiamo come esempio la funzione di trasferimento β_v che è definita come rapporto tra tensioni. In questo caso per realizzarla con una rete passiva è necessario utilizzare un partitore di tensione che però ha la seguente limitazione: la risposta in frequenza ha, ad eccezione delle sovraelongazioni in frequenza dovute a poli complessi coniugati, il modulo al più unitario. Utilizzando il diagramma di Bode asintotico, in cui le sovraelongazioni sono trascurate, si ha direttamente che il modulo della risposta in frequenza è sempre minore o uguale ad uno.

Questa limitazione ci permette di fare le seguenti osservazioni:

- le funzioni di trasferimento con partitori di tensione non possono avere più zeri che poli altrimenti per pulsazioni sufficientemente grandi il modulo della risposta in frequenza continuerebbe a crescere di $M \cdot 20 \frac{dB}{dec}$ dove M è la differenza tra zeri e poli. Questa crescita violerebbe la limitazione presentata precedentemente
- non ci possono essere poli nell'origine

La funzione β_i invece è definita come rapporto tra una tensione e una corrente e quindi dimensionalmente è un'impedenza. In generale non ha quindi le limitazioni descritte per β_v , tuttavia per realizzare il prelievo di corrente, quando si preleva anche la tensione, si cerca di ottenere una tensione V_I proporzionale alla corrente d'uscita, ad esempio con una resistenza di shunt o con un sensore, che viene successivamente processata con un partitore di tensione esattamente come nel caso di β_v .

Definendo $r_I = \frac{V_I}{I_{out}}$ si può scrivere β_i come $\beta_i = r_I W_I$ dove W_I è una funzione di trasferimento che se realizzata con un partitore presenta le stesse limitazioni di β_v . In quest'ultimo caso si ha quindi che β_i non può avere modulo maggiore di r_I , se si escludono le sovraelongazioni in frequenza, e quindi valgono anche le due osservazioni fatte precedentemente ovvero che non si possono avere poli sull'origine e non si possono avere un numero di zeri strettamente maggiore del numero di poli.

Il motivo per cui vengono fatte questo tipo di osservazioni è che nella realizzazione di un amplificatore retroazionato è preferibile avere reti di feedback passive per ridurre i problemi di banda e

di stabilità. Inoltre essendo la sensibilità alle variazioni parametriche alta per le variazioni delle funzioni di trasferimento β_i e β_v queste devono essere precise. Come si vedrà successivamente questo sarà un fattore determinante per la scelta delle funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} .

3.3.2 Analisi del caso con $W_{in}^N = 1$

Il primo caso è quello in cui il blocco che preprocessa il segnale in ingresso all'amplificatore è unitario. La funzione di trasferimento β_v^N risulta uguale all'inverso del guadagno a vuoto, presentato nell'equazione 3.8, infatti

$$\beta_v^N = \frac{W_{in}^N}{A_f^N} = \frac{1}{A_f^N} = \frac{1}{k_A} \left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} s + \frac{s^2}{\omega_p^2} \right) \quad (3.29)$$

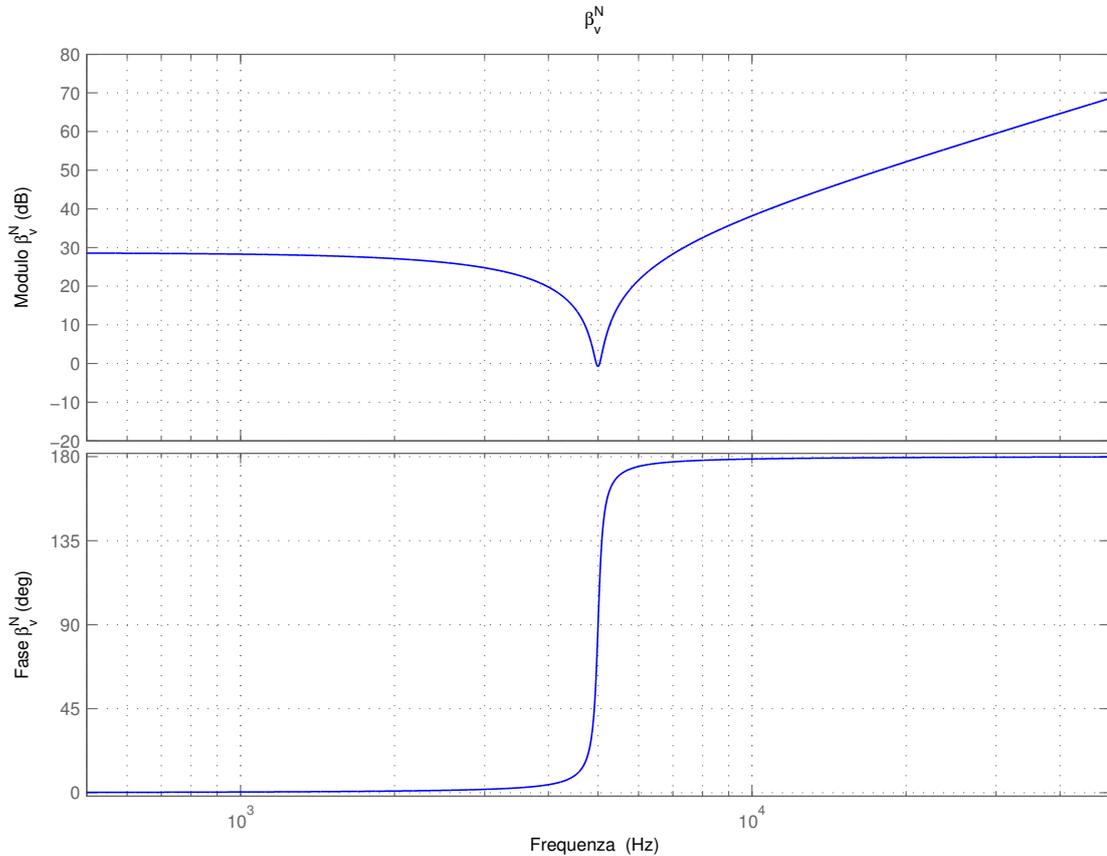


Figura 3.12: Diagramma di Bode di β_v^N con $W_{in}^N = 1$.

In figura 3.12 è presentato il suo diagramma di Bode. β_v^N ha una coppia di zeri complessi coniugati e nessun polo e questo implica che non è possibile realizzarla con una rete passiva. Inoltre anche volendo realizzarla con una rete attiva è difficile ottenere uno stadio stabile che

riesca a lavorare in una banda di frequenze estesa dato che il modulo cresce di $40 \frac{dB}{dec}$ per frequenze sufficientemente alte.

La funzione di trasferimento β_i^N risulta essere

$$\beta_i^N = -Z_{out}^N \beta_v^N = \frac{k_z}{k_A R_N} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2\xi_{z_1}}{\omega_{z_1}} s + \frac{s^2}{\omega_{z_1}^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_{z_2}}{\omega_{z_2}} s + \frac{s^2}{\omega_{z_2}^2}\right)}{s} \quad (3.30)$$

ed è quindi possibile tracciarne il diagramma di Bode presentato in figura 3.13.

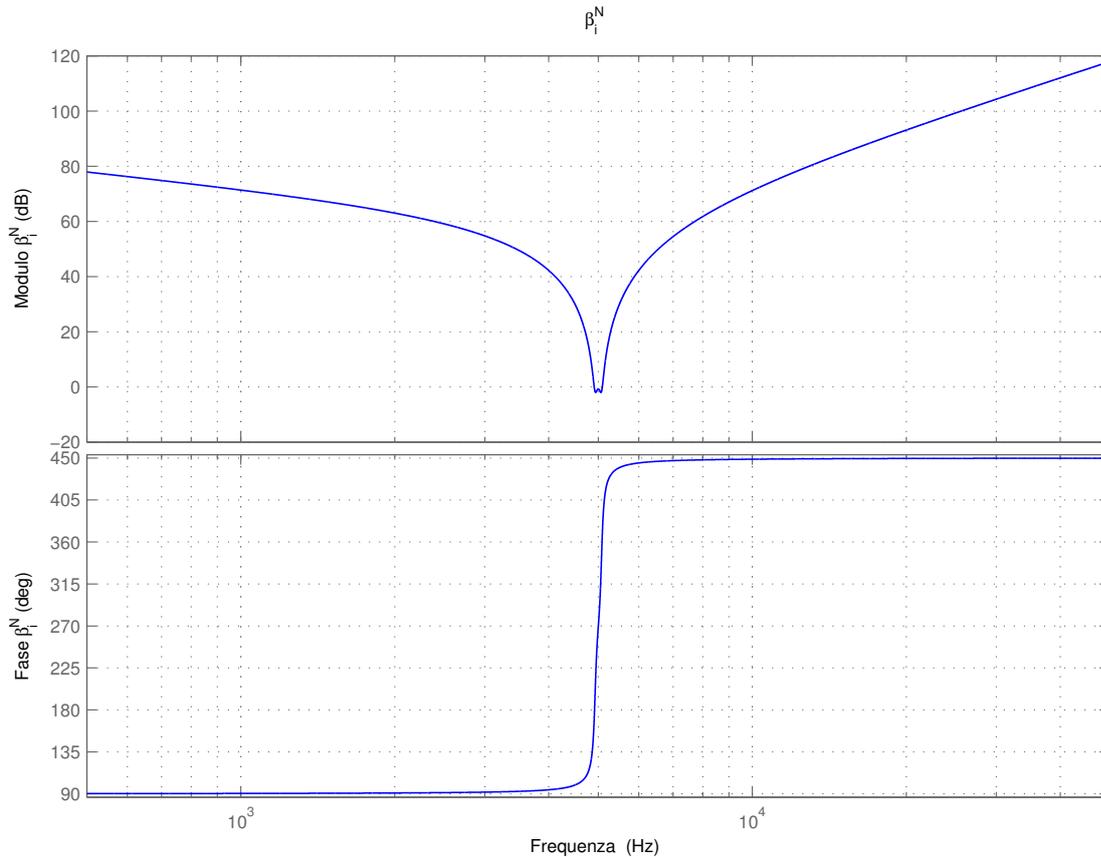


Figura 3.13: Diagramma di Bode di β_i^N con $W_{in}^N = 1$.

La funzione di trasferimento ha un polo nell'origine e due coppie di zeri complessi coniugati per la cancellazione dei due zeri di β_v^N con i due poli di Z_{out}^N . Avendo un polo nell'origine e un numero di zeri strettamente maggiore del numero di poli anche questa funzione di trasferimento non può essere realizzata con una rete passiva. β_i^N è il guadagno teorico della rete di feedback della corrente d'uscita che per frequenze sufficientemente alte ha il modulo che cresce di $20 \frac{dB}{dec}$. Se volessimo invece fissare W_{in}^N costante di valore generico $k_{W_{in}}$ si otterranno due nuove β_v^N e β_i^N pari a quelle calcolate precedentemente moltiplicate proprio per $k_{W_{in}}$. È possibile ottenere i

nuovi diagrammi di Bode semplicemente traslando di $+20 \log(k_{W_{in}})$ i moduli di quelle ottenute nelle figure 3.12 e 3.13.

3.3.3 Analisi del caso $\beta_v^N = 1$

Nel caso in cui sia β_v^N ad essere unitario si ottiene che β_i^N deve essere l'opposto dell'impedenza d'uscita infatti risulta

$$\beta_i^N = -\frac{Z_{out}^N}{\beta_v^N} = -Z_{out}^N = \frac{k_z}{R_N} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2\xi_{z1}}{\omega_{z1}}s + \frac{s^2}{\omega_{z1}^2}\right)\left(1 + \frac{2\xi_{z2}}{\omega_{z2}}s + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2}\right)}{\left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p}s + \frac{s^2}{\omega_p^2}\right)} \quad (3.31)$$

Come nelle due funzioni di trasferimento del caso precedente, per la presenza del polo nell'origine e di un numero di zeri strettamente maggiore del numero di poli, la realizzazione è possibile solo con una rete attiva. Per frequenze sufficientemente alte il modulo cresce di $+20 \frac{dB}{dec}$ limitando la banda della rete di feedback per la corrente d'uscita. Il diagramma di Bode di questa funzione di trasferimento è mostrato in figura 3.14.

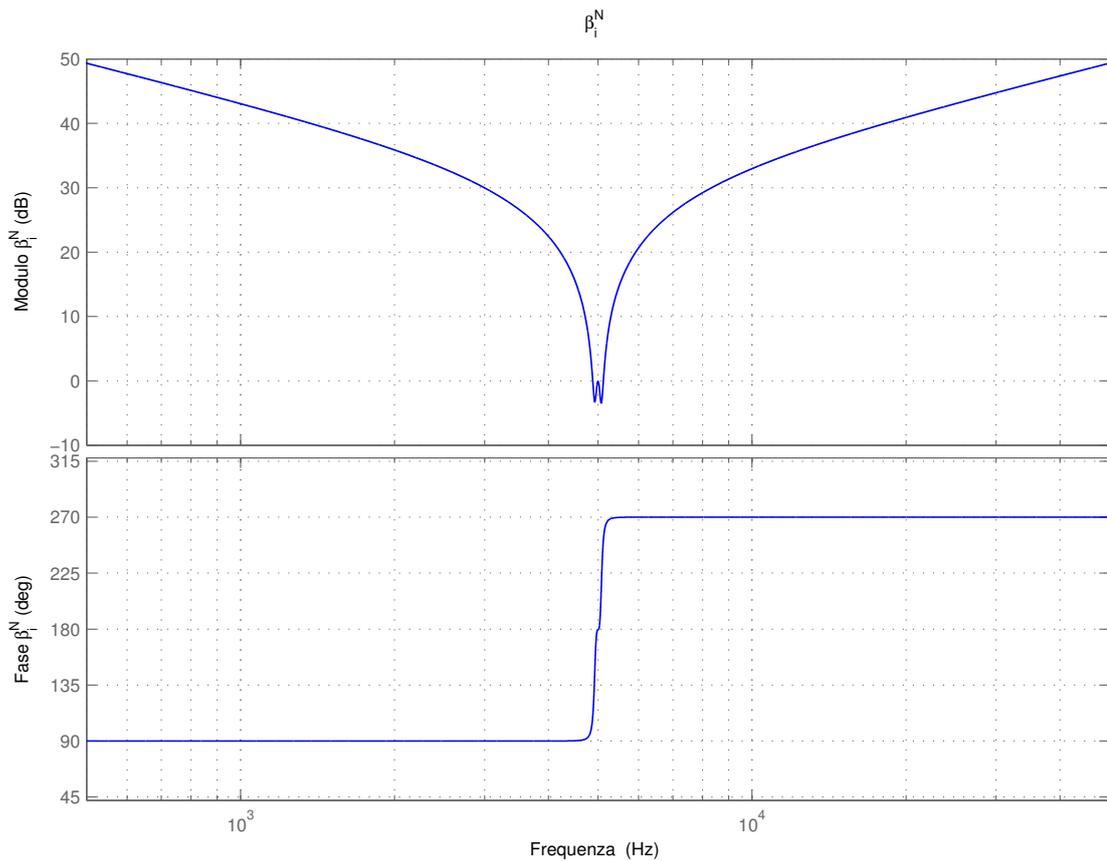


Figura 3.14: Diagramma di Bode di β_i^N con $\beta_v^N = 1$.

La funzione di trasferimento di preprocesso risulta essere uguale al guadagno a vuoto, infatti

$$W_{in}^N = A_f^N \beta_v^N = A_f^N = k_A \frac{1}{\left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} s + \frac{s^2}{\omega_p^2}\right)} \quad (3.32)$$

In questo caso la funzione di trasferimento ha solo due poli complessi coniugati ed è possibile realizzarla con una rete passiva. Il diagramma di Bode di W_{in}^N è mostrato in figura 3.15

Se si decide di porre β_v costante e pari ad un generico valore k_{β_v} si ha che le nuove funzioni di trasferimento β_i^N e W_{in}^N saranno quelle appena calcolate moltiplicate proprio per k_{β_v} . Analogamente al caso precedente i nuovi diagrammi di Bode avranno la stessa fase e il modulo traslato di $+20 \log(k_{\beta_v})$

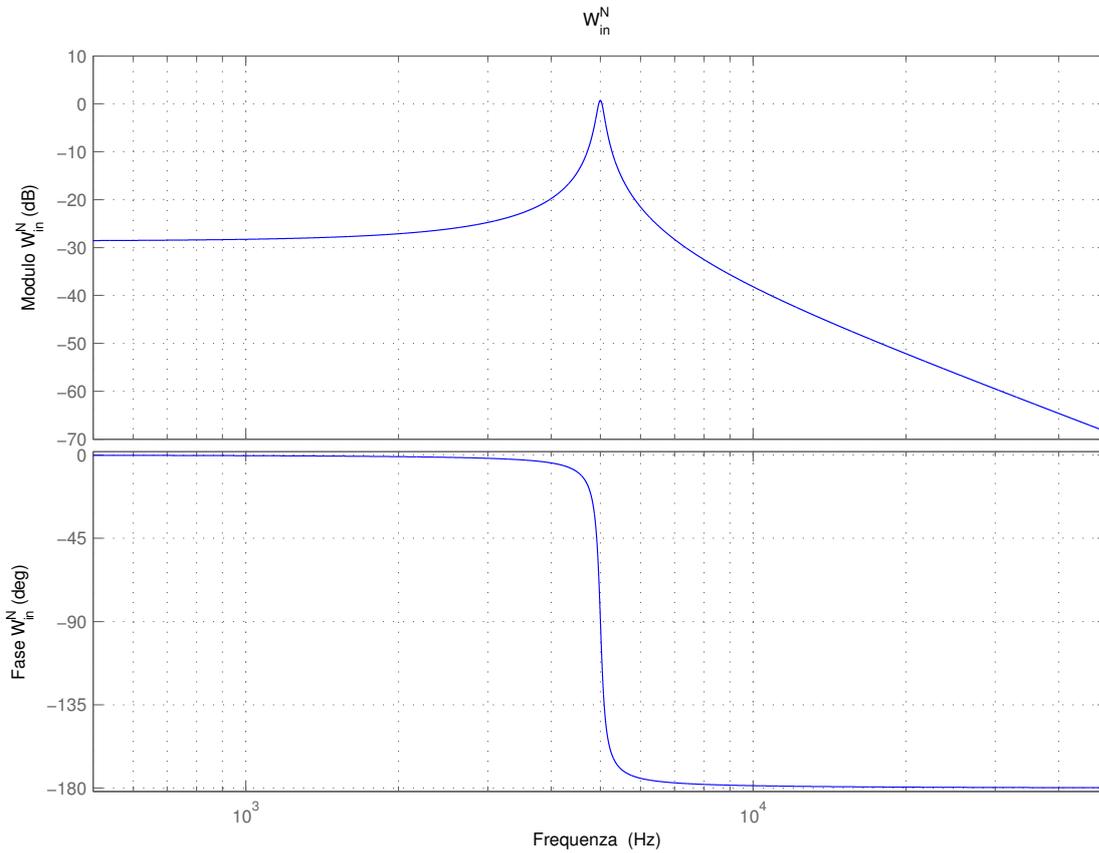


Figura 3.15: Diagramma di Bode di W_{in}^N con $\beta_v^N = 1$.

3.3.4 Analisi del caso $\beta_i^N = -1$

L'ultimo caso preso in esame è quello in cui $\beta_i^N = -1$. In questo caso la funzione di trasferimento β_v^N risulta essere l'inverso dell'impedenza d'uscita infatti

$$\beta_v^N = -\frac{\beta_i^N}{Z_{out}^N} = \frac{1}{Z_{out}^N} = \frac{R_N}{k_Z} \cdot \frac{s \left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} s + \frac{s^2}{\omega_p^2}\right)}{\left(1 + \frac{2\xi_{z1}}{\omega_{z1}} s + \frac{s^2}{\omega_{z1}^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_{z2}}{\omega_{z2}} s + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2}\right)} \quad (3.33)$$

Dalla formula appena presentata si può vedere che β_v^N ha uno zero nell'origine, una coppia di zeri complessi coniugati e due coppie di poli complessi coniugati. È inoltre possibile tracciare il diagramma di Bode di questa funzione di trasferimento che è mostrato in figura 3.16.

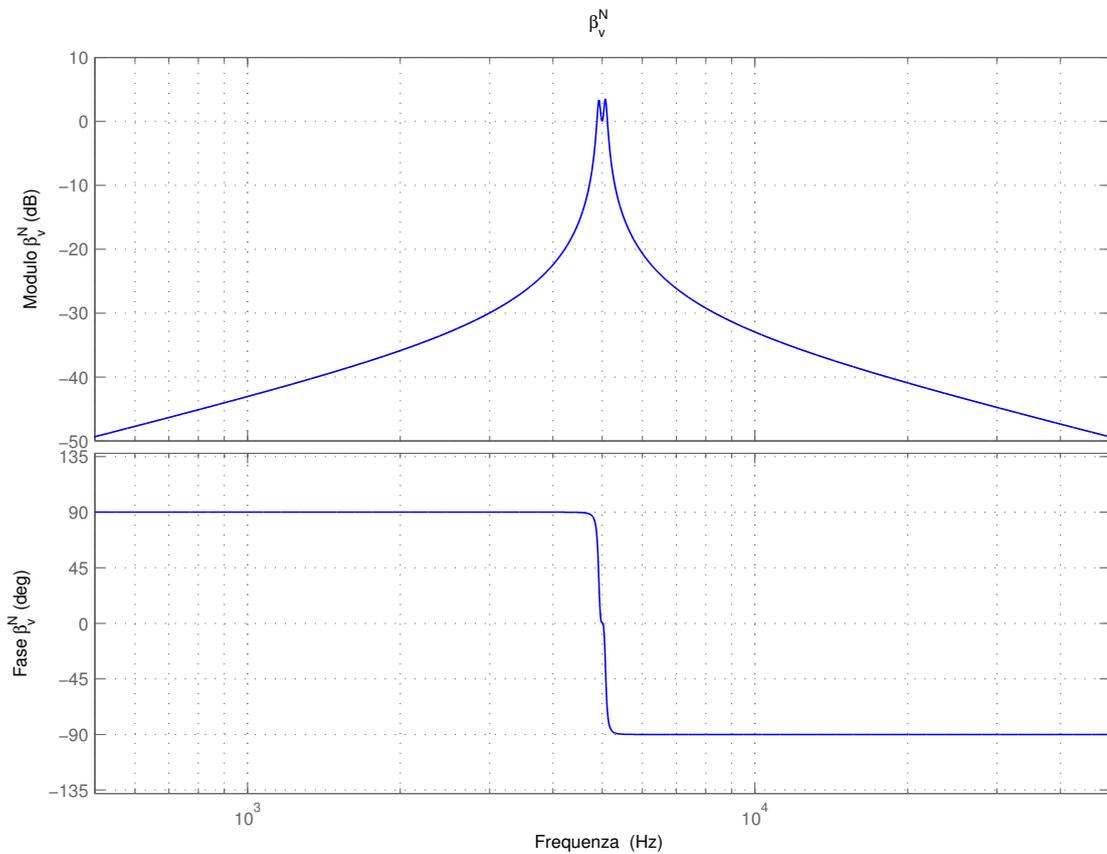


Figura 3.16: Diagramma di Bode di β_v^N con $\beta_i^N = -1$.

La funzione di trasferimento relativa al preprocesso del segnale in ingresso all'amplificatore è invece

$$W_{in}^N = A_f^N \beta_v^N = \frac{k_A R_N}{k_Z} \cdot \frac{s}{\left(1 + \frac{2\xi_{z1}}{\omega_{z1}} s + \frac{s^2}{\omega_{z1}^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_{z2}}{\omega_{z2}} s + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2}\right)} \quad (3.34)$$

e presenta uno zero nell'origine e due coppie di poli complessi coniugati. Il diagramma di Bode di questa funzione di trasferimento è mostrato in figura 3.17.

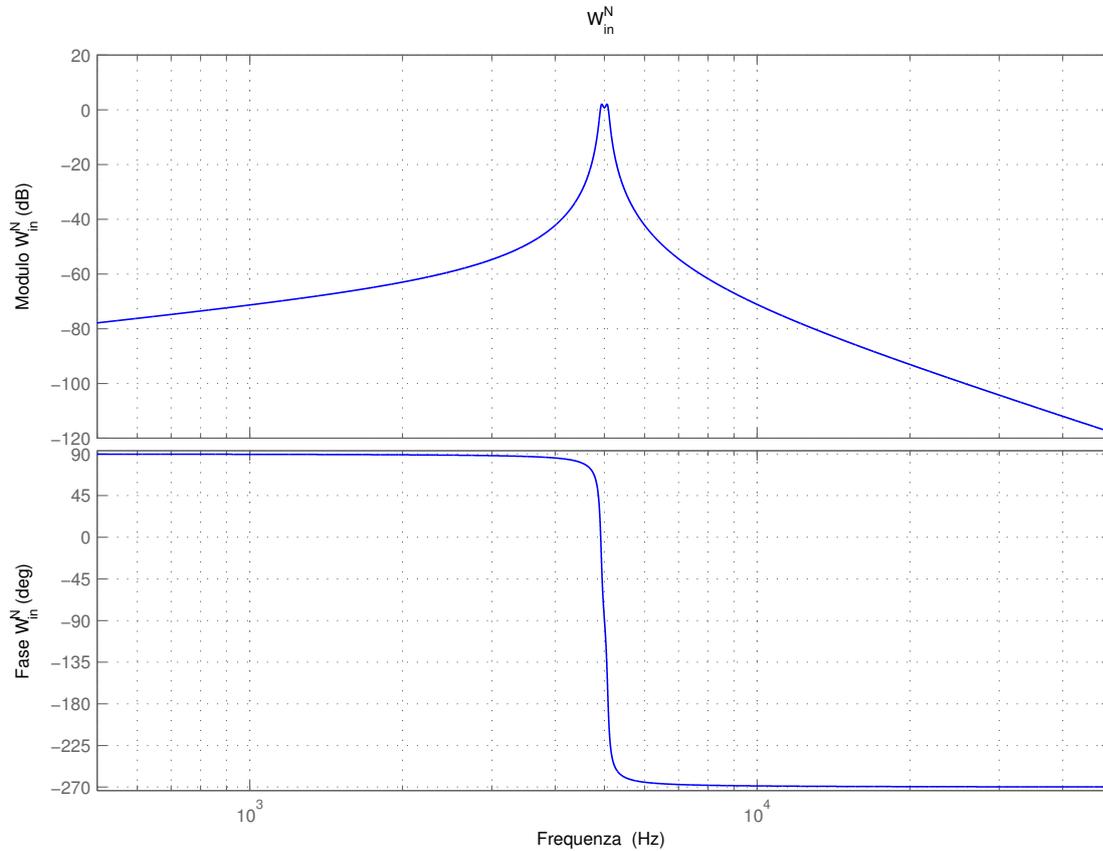


Figura 3.17: Diagramma di Bode di W_{in}^N con $\beta_i^N = -1$.

In questo caso è possibile realizzare entrambe le funzioni di trasferimento β_v^N e W_{in}^N con delle reti passive evitando di avere una banda limitata. Ponendo $\beta_i^N = -k_{\beta_i}$ le due nuove funzioni di trasferimento ottenute saranno quelle appena calcolate moltiplicate per k_{β_i} e come nei casi precedenti è possibile ricavare il nuovo diagramma di Bode traslando i moduli di quelli mostrati nelle figure 3.16 e 3.17 di $+20 \log(k_{\beta_i})$.

3.3.5 Conclusioni sulla scelta delle funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in}

I tre casi appena presentati sono delle soluzioni particolari del problema della scelta di β_v , β_i e W_{in} tuttavia è giusto chiedersi se tra questi ce ne sia almeno uno che preveda che le tre funzioni di trasferimento siano “buone”. Per “buone” si intende che sia possibile realizzarle con delle reti passive o che almeno il loro modulo valutato sull’asse immaginario non continui a crescere

per pulsazioni sufficientemente grandi. Questo porterebbe ad avere una banda limitata nelle reti di retroazione dovuta alla non idealità degli amplificatori utilizzati per la realizzazione e ad eventuali problemi di stabilità. Nel caso in cui sia W_{in}^N ad essere costante sia $|\beta_v^N(j2\pi f)|$ che $|\beta_i^N(j2\pi f)|$ crescono di $20 \frac{dB}{dec}$ per frequenze sufficientemente grandi. Questo comporta dei problemi su entrambe le reti di retroazione ed è quindi preferibile evitare questa soluzione.

Anche nel secondo caso, quello in cui è β_v^N ad essere costante, $|\beta_i^N(j2\pi f)|$ cresce di $20 \frac{dB}{dec}$ per frequenze sufficientemente alte mentre W_{in}^N ha l'andamento di un filtro passa basso con due poli complessi coniugati. Questo tipo di soluzione è migliore della precedente, tuttavia β_i^N crea ancora problemi di banda.

Nella terza ed ultima soluzione particolare, cioè quella con β_i^N costante, si hanno invece $|\beta_v^N(j2\pi f)|$ e $|W_{in}^N(j2\pi f)|$ che decrescono di $20 \frac{dB}{dec}$. Questa soluzione è quindi la migliore tra i casi particolari analizzati ed è quindi la candidata a risolvere il problema. In figura 3.18 è presentato lo schema a blocchi del modello in figura 2.4 dove, sotto le ipotesi $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{r_o}{|\beta_i|}$, se $\beta_v = \beta_v^N$ e $W_{in} = W_{in}^N$ sono quelle calcolate nelle formule 3.33 e 3.34 e $\beta_i = R_N \beta_i^N$ con $R_N = R_{L,nom} = 50\Omega$ e $\beta_i^N = -1$ sono soddisfatte le specifiche su A_f e Z_{out} .

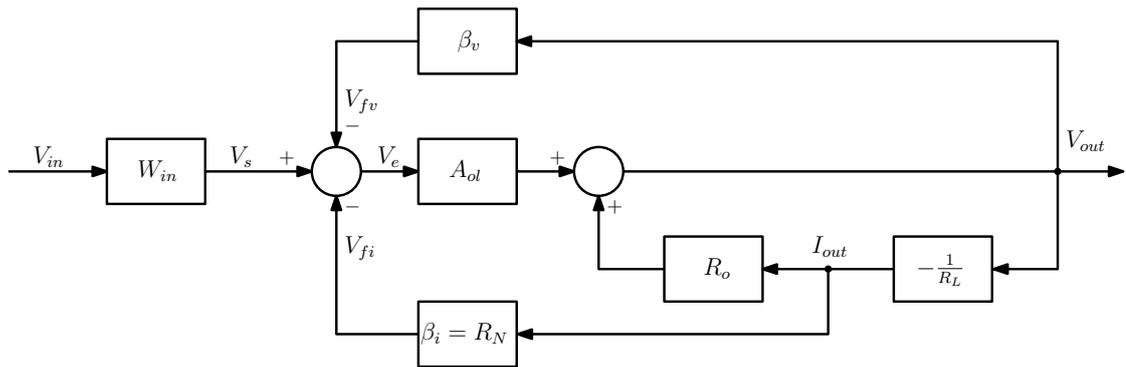


Figura 3.18: Schema a blocchi del modello di un amplificatore con prelievo di tensione e di corrente e con confronto di tensione.

Ora che sono state fatte le scelte sulle tre funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} è necessario studiare la stabilità del sistema ipotizzando un possibile A_{ol} di un amplificatore e la sua resistenza d'uscita a catena aperta R_o . Nel prossimo capitolo verrà quindi affrontata questa analisi e verranno inoltre mostrati gli effetti di un amplificatore non ideale sulle prestazioni del sistema .

Capitolo 4

Studio della stabilità del sistema

Nel capitolo precedente sono state ricavate le funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} che permettono di realizzare un sistema che sotto le ipotesi $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|\beta_i|}$ abbia il guadagno a vuoto pari ad A_f e impedenza d'uscita pari a Z_{out} . In questo capitolo verrà discussa la stabilità del sistema e la sua robustezza. Prima dell'analisi della stabilità verrà modificato lo schema a blocchi ricavato in figura 3.18 in modo da semplificarlo, ottenendo contemporaneamente una migliore comprensione del sistema. Lo schema a blocchi finale sarà di carattere generale e non dipenderà dal filtro preso come esempio e presenterà delle funzioni di trasferimento che saranno costanti, dipendenti solamente dall'amplificatore scelto oppure saranno gli obiettivi da raggiungere cioè A_f e Z_{out} .

Verrà successivamente ipotizzata una possibile A_{ol} per studiare la stabilità del sistema e, infine, verranno studiate le limitazioni sull'impedenza d'uscita reale del sistema con l'amplificatore scelto.

4.1 Modifica dello schema a blocchi dell'amplificatore a doppia retroazione

L'obiettivo di questa sezione è quello di modificare lo schema a blocchi mostrato in figura 3.18 al fine di semplificarlo per comprendere meglio il sistema in esame e di rendere più facile il calcolo del guadagno ad anello e quindi anche dello studio della stabilità.

Utilizzando l'algebra degli schemi a blocchi è possibile ottenere lo schema in figura 4.1 che risulta comodo per il calcolo del guadagno ad anello. Prima di farlo però è utile vedere se è possibile modificare ulteriormente lo schema a blocchi per renderne più semplici le funzioni di trasferimento e per facilitare la comprensione del sistema.

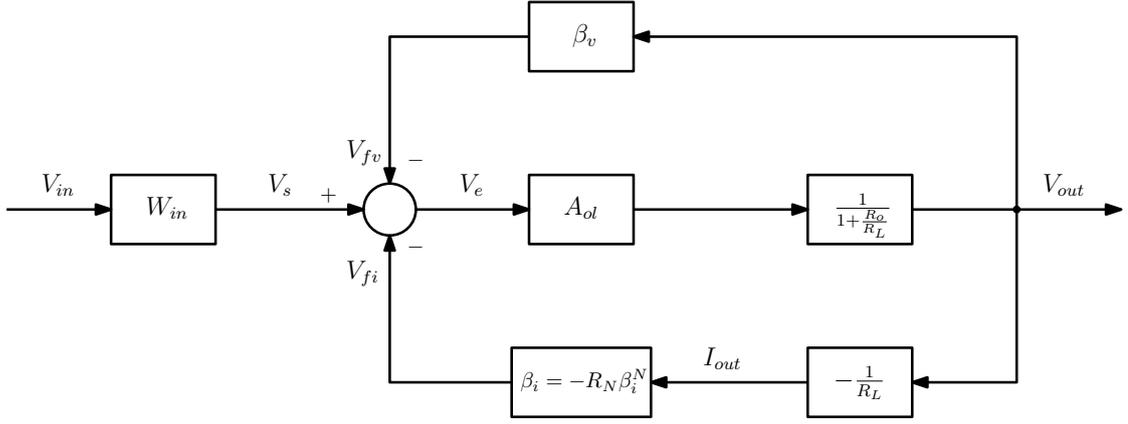


Figura 4.1: Schema a blocchi modificato del modello di un amplificatore con prelievo di tensione e di corrente con confronto di tensione. Il modello risulta più semplice per il calcolo del guadagno ad anello.

Osservando le funzioni di trasferimento

$$\beta_v = \frac{1}{k_Z} \cdot \frac{s \left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} s + \frac{s^2}{\omega_p^2} \right)}{\left(1 + \frac{2\xi_{z1}}{\omega_{z1}} s + \frac{s^2}{\omega_{z1}^2} \right) \left(1 + \frac{2\xi_{z2}}{\omega_{z2}} s + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2} \right)} \quad (4.1)$$

$$W_{in} = \frac{k_A}{k_Z} \cdot \frac{s}{\left(1 + \frac{2\xi_{z1}}{\omega_{z1}} s + \frac{s^2}{\omega_{z1}^2} \right) \left(1 + \frac{2\xi_{z2}}{\omega_{z2}} s + \frac{s^2}{\omega_{z2}^2} \right)} \quad (4.2)$$

si può notare che hanno entrambe uno zero nell'origine e due coppie di poli complessi coniugati in comune. È quindi possibile definire due funzioni di trasferimento β'_v e β''_v tali per cui valgano:

$$\beta_v = \beta'_v \beta''_v \quad W_{in} = W'_{in} \beta''_v \quad (4.3)$$

Questo permette di modificare lo schema a blocchi di figura 4.1 e ottenere quello presentato in figura 4.2 raccogliendo β''_v sia da W_{in} sia da β_v :

Se si pone $\beta''_v = \beta_v = Y_{out}^N$ allora $\beta'_v = 1$ e W_{in} è una funzione di trasferimento con una coppia di poli complessi coniugati che coincidono con i poli dell'impedenza d'uscita Z_{out} . A questo punto è interessante chiedersi il significato di W'_{in}

4.1.1 Significato della funzione di trasferimento W'_{in} nel caso $\beta'_v = 1$

Per capire il significato di W'_{in} supponiamo di lavorare a vuoto ovvero nella condizione $R_L \rightarrow +\infty$. In questo caso lo schema a blocchi di figura 4.2 si semplifica nella seguente maniera

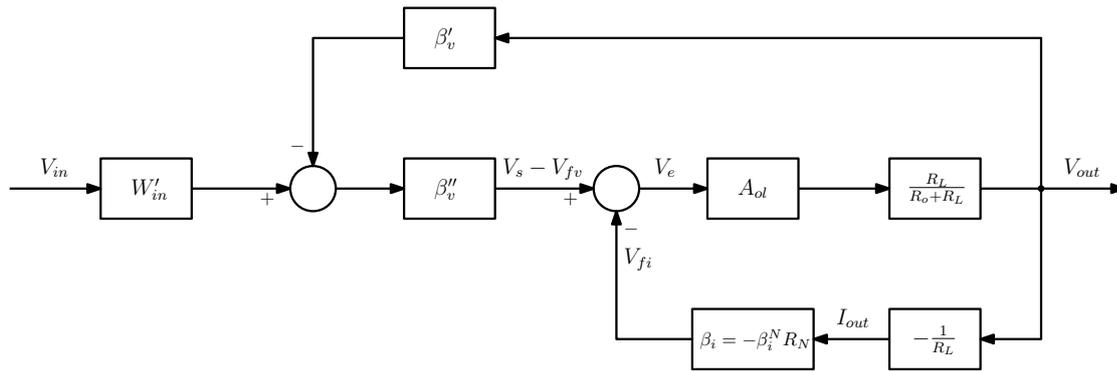


Figura 4.2: Schema a blocchi del modello di un amplificatore con prelievo di tensione e di corrente con confronto di tensione in cui è stata raccolta la funzione di trasferimento β''_v sia da β_v che da W_{in} .

- Il blocco $\frac{1}{1 + \frac{R_o}{R_L}}$ diventa unitario
- Il blocco $-\frac{1}{R_L}$ diventa nullo rendendo nullo il contributo V_{fi} visto che β_i è costante

Si ottiene quindi lo schema a blocchi in figura 4.3 dove

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = W'_{in} \frac{A_{ol} \beta''_v}{1 + A_{ol} \beta'_v \beta''_v} = W'_{in} \frac{A_{ol} \beta_v}{1 + A_{ol} \beta_v} \simeq W'_{in} \quad (4.4)$$

dove l'ultima approssimazione vale quando $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ che è una delle ipotesi di lavoro.

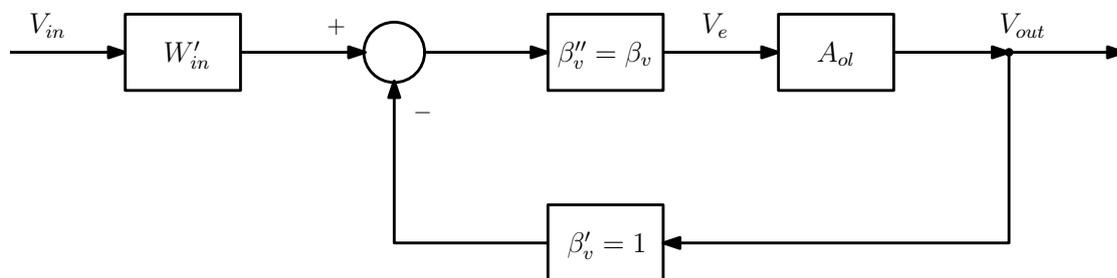


Figura 4.3: Schema a blocchi dell'amplificatore con confronto di tensione, prelievo di corrente e di tensione nel caso in cui il carico sia scollegato per comprendere il significato di W'_{in} . Essendo il carico scollegato il contributo V_{fi} dovuto al prelievo di corrente, è nullo e quindi i blocchi β_i e $-\frac{1}{R_L}$ sono stati trascurati.

W'_{in} risulta quindi coincidere con $\frac{V_{out}}{V_{in}}|_{R_L \rightarrow +\infty}$ ovvero con A_f . Fintanto che $|A_{ol} \beta_v| \gg 1$, infatti, è come se si stesse lavorando con un amplificatore la cui risposta in frequenza a catena aperta a vuoto è diversa da quella dell'amplificatore realmente utilizzato ma che retroazionato con $\beta'_v = 1$ forma un amplificatore a guadagno unitario e quindi W'_{in} deve essere il guadagno a vuoto del sistema.

Ovviamente è possibile ottenere le stesse conclusioni utilizzando le equazioni, infatti essendo W_{in}

$$A_f = \frac{W_{in}}{\beta_v} \quad \Rightarrow \quad W_{in} = A_f \beta_v \quad (4.5)$$

si ottiene che W'_{in} è

$$W_{in} = W'_{in} \beta_v \quad \Rightarrow \quad W'_{in} = \frac{W_{in}}{\beta_v} = A_f \quad (4.6)$$

Prima di eseguire il calcolo del guadagno ad anello e studiare la stabilità del sistema è possibile fare alcune osservazioni sui risultati ottenuti.

4.1.2 Osservazioni

La prima osservazione che è possibile fare è che con la scelta $\beta'_v = \beta_v$ lo schema a blocchi diventa quello in figura 4.4 che è di carattere generale e non dipende dal filtro utilizzato come esempio.

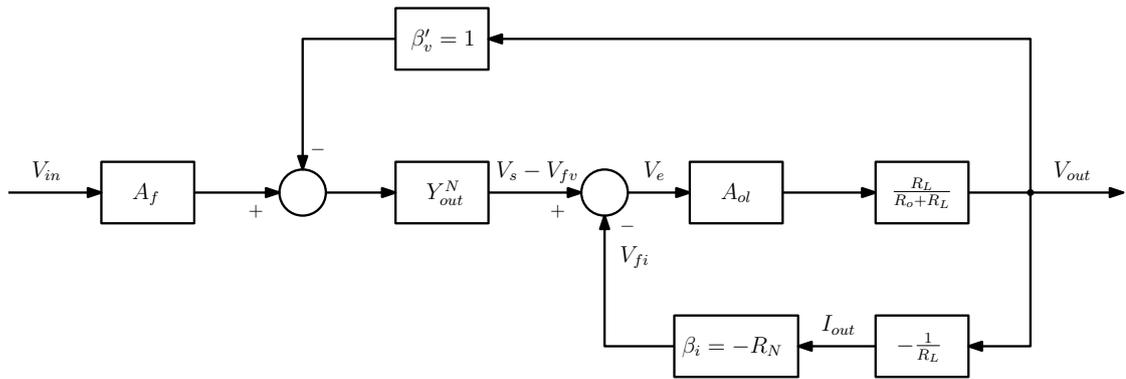


Figura 4.4: Schema a blocchi dell'amplificatore con confronto di tensione, prelievo di corrente e di tensione nel caso in cui $\beta'_v = 1$. Con questa scelta si ottiene W_{in} pari al guadagno a vuoto voluto, cioè A_f , e β'_v pari all'ammettenza d'uscita normalizzata Y_{out}^N cioè all'inverso dell'impedenza d'uscita Z_{out} voluta normalizzata dalla resistenza R_N .

Le funzioni di trasferimento nello schema sono infatti:

- il carico R_L
- A_{ol} e R_o che dipendono dall'amplificatore scelto
- $Y_{out}^N = \frac{1}{Z_{out}} = \frac{R_N}{Z_{out}}$ e A_f che dipendono dall'impedenza d'uscita e dal guadagno a vuoto voluti. La resistenza di normalizzazione è pari al valore del carico nominale R_L

La seconda osservazione è la possibilità di rendere β'_v costante ma non unitario e/o β_i costante ma diversa da R_N in modo da avere una certa libertà sulla scelta dei guadagni ottenendo la

possibilità di ottimizzare il sistema a seconda dell'applicazione pratica . Nel paragrafo 3.3.4 si è già discusso che nel caso $\beta_i^N = -k_\beta$, e quindi con $\beta_i = -R_N k_\beta$, per soddisfare le richieste su A_f e Z_{out} anche le funzioni β_v e W_{in} devono essere moltiplicate per il guadagno k_β . Inoltre visto che

$$\beta_v = \beta'_v \beta''_v \tag{4.7}$$

il guadagno k_β può essere suddiviso tra β'_v e β''_v ottenendo rispettivamente k'_β e k''_β che devono soddisfare

$$k_\beta = k'_\beta k''_\beta \tag{4.8}$$

Lo schema a blocchi che si ottiene è quello mostrato in figura 4.5

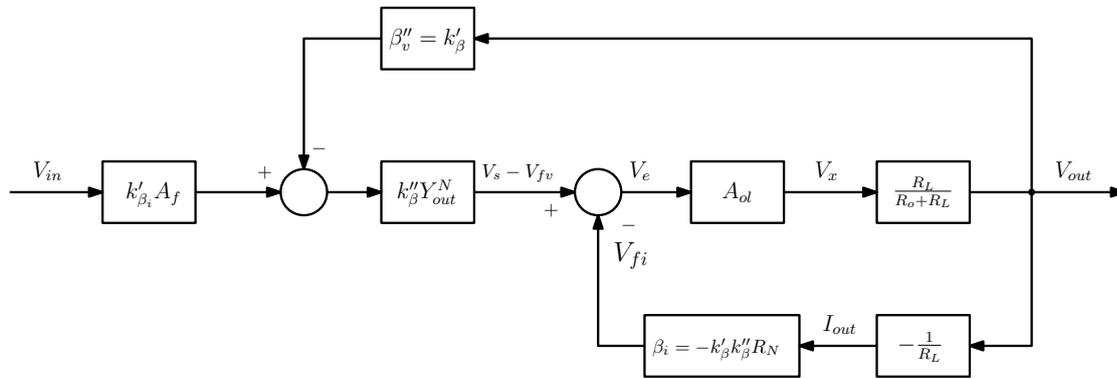


Figura 4.5: Schema a blocchi dell'amplificatore con confronto di tensione, prelievo di corrente e di tensione nel caso in cui è previsto che β_i sia costante ma di valore generico ovvero $\beta_i = -R_N k_\beta = -R_N k'_\beta k''_\beta$.

4.2 Calcolo del guadagno ad anello e analisi della stabilità

Il lavoro finora svolto è stato quello di ottenere delle funzioni di trasferimento β_v , β_i e W_{in} in grado di soddisfare le specifiche su A_f e Z_{out} , ricavare lo schema a blocchi dell'amplificatore a doppia retroazione che è stato successivamente modificato in modo da ottenerne uno generico con la possibilità di variare i guadagni dei blocchi con la scelta di k'_β e k''_β . A questo punto si desidera capire se il sistema è stabile ed è quindi necessario calcolare il guadagno ad anello. Nella trattazione successiva si considerano i guadagni k'_β e k''_β unitari e quindi di conseguenza anche k_β è unitario.

Dalla figura 4.5 è possibile calcolare facilmente il guadagno ad anello che risulta essere

$$T = -\frac{V_e}{V_x} = A_{ol} \frac{1}{1 + \frac{R_o}{R_L}} \left(\beta_v - \frac{\beta_i}{R_L} \right) = A_{ol} \left(\frac{R_L}{R_o + R_L} \beta_v - \frac{1}{R_o + R_L} \beta_i \right) \quad (4.9)$$

Come si può vedere dalla formula appena presentata una volta scelto l'amplificatore, e quindi dopo aver fissato A_{ol} e R_o , il guadagno ad anello dipende, com'è facilmente intuibile, dal carico R_L .

Per studiare la stabilità del sistema si procederà nella seguente maniera:

1. verrà definito un possibile A_{ol}
2. verrà calcolato il noise gain nel caso in cui l'uscita sia cortocircuitata a massa ovvero per $R_L = 0$
3. verrà calcolato il noise gain nel caso in cui il carico sia scollegato ovvero per $R_L \rightarrow +\infty$
4. verrà discusso il caso in cui il carico è di tipo resistivo con valore finito e non nullo.

4.2.1 Definizione di un possibile A_{ol} per lo studio della stabilità del sistema

Normalmente la funzione di trasferimento a catena aperta e a vuoto di un amplificatore può essere approssimata utilizzando l'approssimazione a polo dominante in cui viene considerato solo il polo a frequenza più bassa.

Gli amplificatori operazionali, ad esempio, hanno normalmente una risposta in frequenza con un guadagno in continua molto alto, un polo a bassa frequenza e altri poli a frequenze superiori a quella di attraversamento. L'approssimazione a polo dominante è quindi molto buona e si può quindi considerare

$$A_{ol} = A_0 \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi f_{op}}} \quad (4.10)$$

dove in questo esempio si pone la frequenza del polo dominante pari a $f_{op} = 200 \text{ Hz}$ e il guadagno in continua pari a $A_0 = 10^5$.

La risposta in frequenza dell'amplificatore operazionale usato come esempio è presentata in figura 4.6. A questo punto, avendo definito A_{ol} , è possibile studiare la stabilità del sistema calcolando il noise gain.

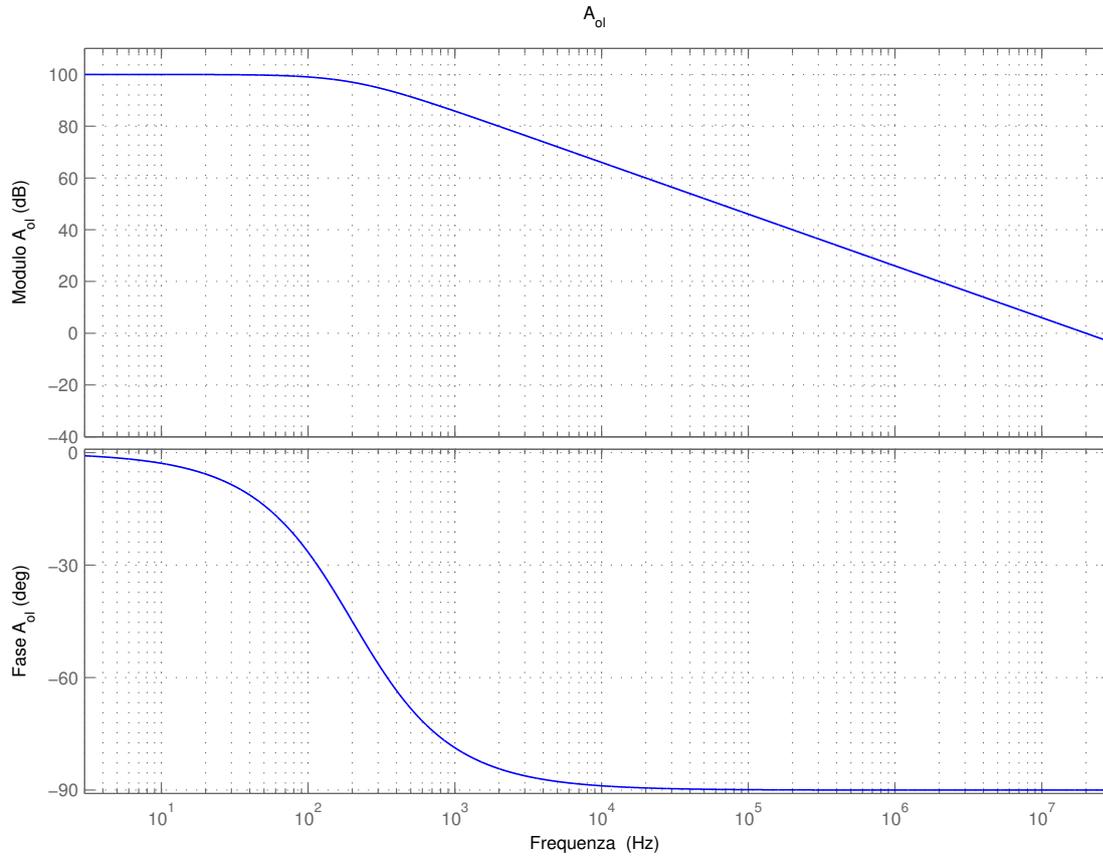


Figura 4.6: Diagramma di Bode di un possibile guadagno di un amplificatore operazionale in catena aperta e a vuoto con approssimazione a polo dominante in cui viene considerato solo il polo a frequenza più bassa

4.2.2 Calcolo del noise gain nel caso $R_L \rightarrow 0$

Il primo caso preso in considerazione è quello in cui l'uscita è collegata a massa. Per ottenere il guadagno ad anello in questa condizione è possibile calcolare il limite per $R_L \rightarrow 0$ del guadagno ad anello del caso generico presentato nell'equazione 4.9. Chiamando il guadagno ad anello nel caso di uscita cortocircuitata a massa T_{cc} si ha che

$$T_{cc} = \lim_{R_L \rightarrow 0} T = -A_{ol} \frac{\beta_i}{R_o} = -A_{ol} \beta_{cc} \quad (4.11)$$

per cui il noise gain risulta essere

$$A_T^{cc} = \frac{1}{\beta_{cc}} = -\frac{R_o}{\beta_i} \quad (4.12)$$

Il noise gain nel caso in cui $R_L = 0$ risulta essere costante e quindi il sistema risulta essere stabile

utilizzando l'approssimazione a polo dominante di A_{ol} . In realtà A_{ol} ha dei poli a frequenze maggiori di quella di attraversamento e bisogna quindi assicurarsi che il sistema sia stabile e abbia un buon margine di fase. Nel caso in cui queste due ultime condizioni non siano verificate è possibile soddisfarle realizzando una compensazione che preveda la modifica della funzione di trasferimento β_i .

4.2.3 Calcolo del noise gain nel caso $R_L \rightarrow +\infty$

Il secondo caso preso in considerazione è quello in cui il carico è scollegato. Per ottenere il guadagno ad anello è possibile calcolare il limite per $R_L \rightarrow +\infty$ del guadagno ad anello nel caso generico mostrato nell'equazione 4.9. Chiamando il guadagno ad anello nel caso di carico scollegato T_{op} si ottiene che

$$T_{op} = \lim_{R_L \rightarrow +\infty} T = A_{ol}\beta_v = A_{ol}\beta_{op} \quad (4.13)$$

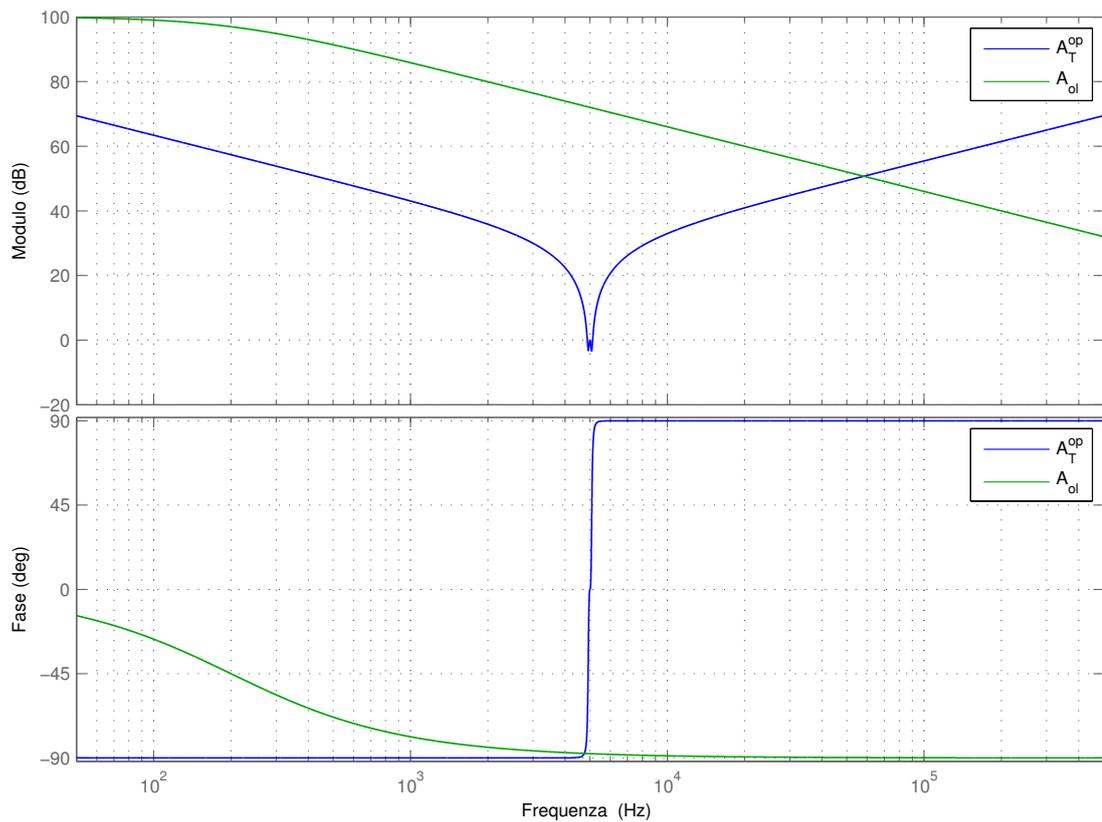


Figura 4.7: Diagramma di Bode del guadagno in catena aperta e a vuoto dell'amplificatore utilizzato come esempio (A_{ol}) e del noise gain del sistema con carico scollegato A_T^{OP} .

Il noise gain risulta quindi essere

$$A_T^{op} = \frac{1}{\beta_v} = Z_{out}^N \quad (4.14)$$

il cui andamento, insieme a quello di A_{ol} è presentato in figura 4.7. Il margine di fase risulta essere di 0.2° ed è quindi necessaria una compensazione per garantire una robusta stabilità.

Una delle possibili soluzioni per aumentare il margine di fase è quella di aggiungere un polo nel guadagno teorico A_T^{op} ovvero aggiungere uno zero in β_v . Aggiungendo un polo a A_T^{op} alla frequenza $f_{p,c} = 70 \text{ kHz}$ si ottiene la funzione di trasferimento $A_{T,c}^{op}$. In figura 4.8 è mostrato l'andamento di A_{ol} , di A_T^{op} e di $A_{T,c}^{op}$. Il nuovo margine di fase è di 45° circa e soddisfa quindi la richiesta di una stabilità robusta.

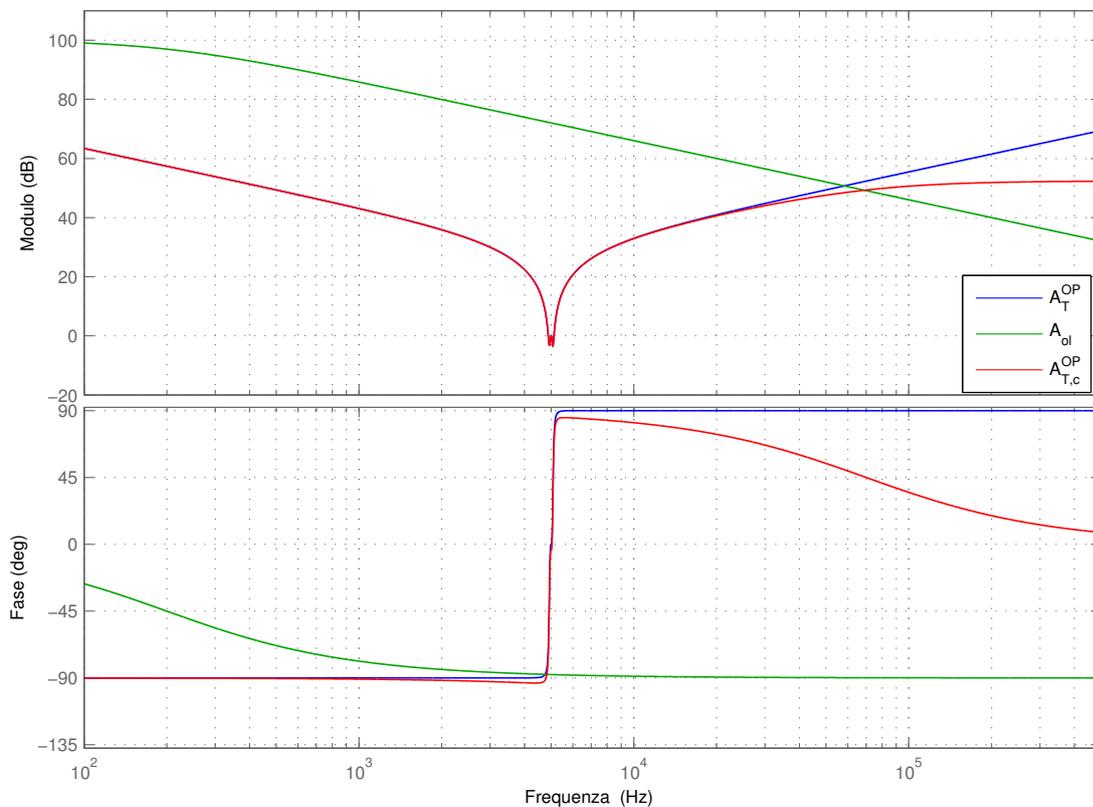


Figura 4.8: Diagramma di Bode del guadagno in catena aperta e a vuoto dell'amplificatore utilizzato come esempio A_{ol} , del noise gain del sistema con carico scollegato A_T^{OP} e del noise gain compensato $A_{T,c}^{OP}$ al fine di ottenere una robusta stabilità del sistema.

In figura 4.9 sono mostrati il guadagno ad anello nel caso di carico scollegato prima e dopo la compensazione dove si può notare che la fase valutata alla frequenza di attraversamento è vicina a -135° che implica un margine di fase prossimo ai 45° .

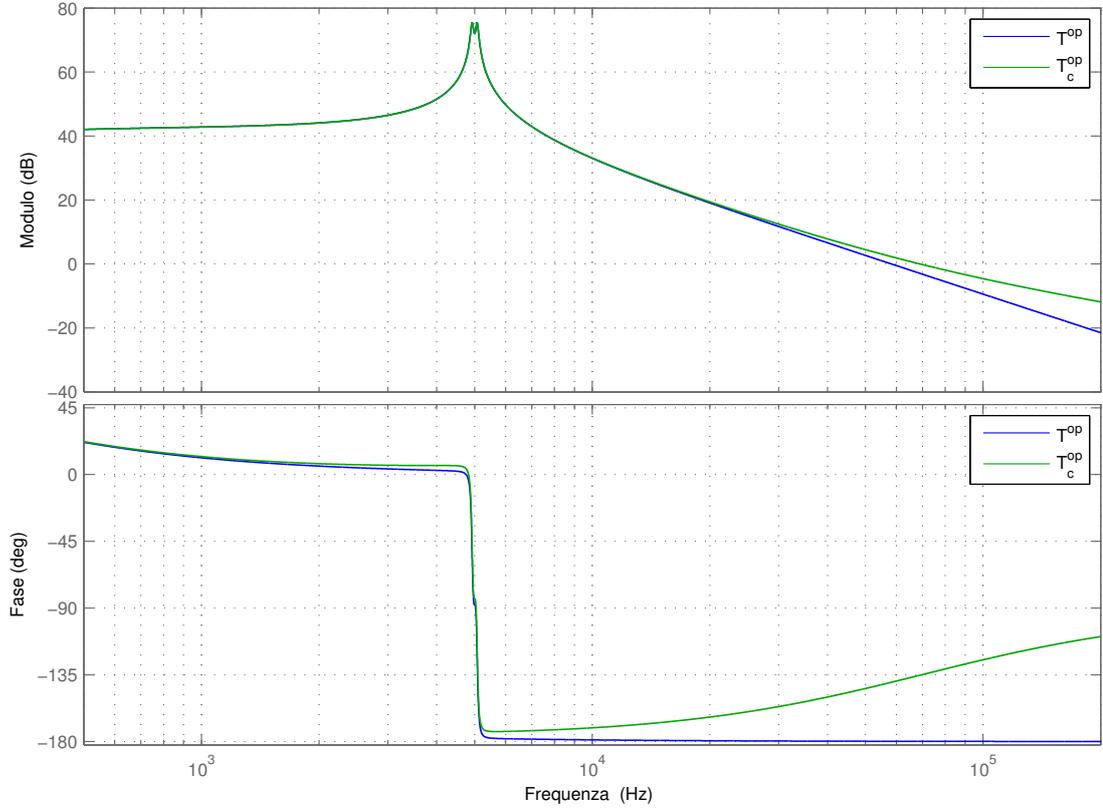


Figura 4.9: Diagramma di Bode del guadagno ad anello con carico scollegato prima (T^{op}) e dopo (T_c^{op}) la compensazione.

4.2.4 Guadagno ad anello per R_L generico

Dopo aver visto i casi particolari in cui l'uscita è cortocircuitata a massa o il carico è scollegato è interessante chiedersi cosa succeda quando R_L ha un valore reale finito e non nullo. Dalla formula 4.9 si può notare che il guadagno ad anello risulta una combinazione lineare dei due guadagni ad anello appena calcolati, infatti:

$$\begin{aligned}
 T &= A_{ol} \left(\frac{R_L}{R_L + R_o} \beta_v - \frac{1}{R_L + R_o} \beta_i \right) = \frac{R_L}{R_L + R_o} A_{ol} \beta_v - \frac{R_o}{R_L + R_o} A_{ol} \frac{\beta_i}{R_o} = \\
 &= \frac{R_L}{R_L + R_o} T_{op} + \frac{R_o}{R_L + R_o} T_{cc} = \frac{1}{1 + \frac{R_o}{R_L}} T_{op} + \frac{\frac{R_o}{R_L}}{1 + \frac{R_o}{R_L}} T_{cc} \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

Quello che si ottiene è che il guadagno ad anello, al variare del rapporto $\frac{R_o}{R_L}$, è in una situazione intermedia rispetto alle condizioni limite in cui R_L è nulla o infinita.

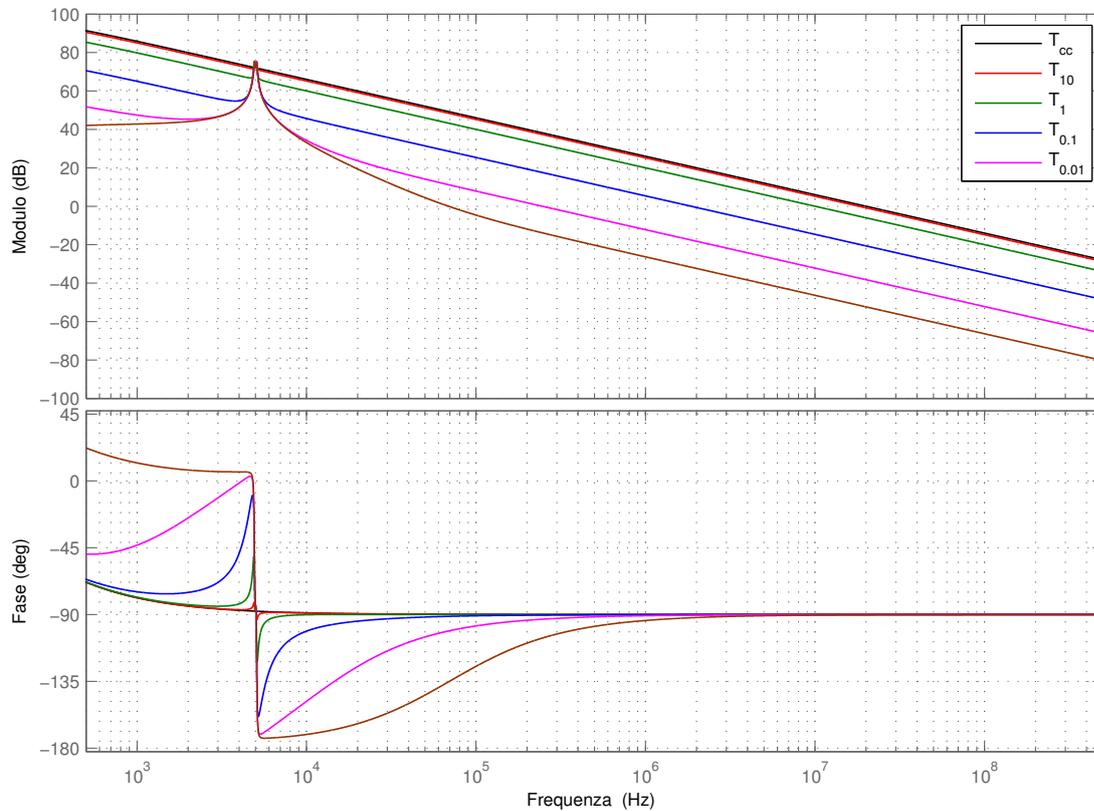


Figura 4.10: Diagramma di Bode del guadagno ad anello valutato per vari valori di carico: il pedice indica il valore di R_L per cui è stato calcolato. Il caso peggiore è quello in cui il carico ha valore infinito (T_{op}) per cui si ha un margine di fase pari a 45° .

Il diagramma di Bode presentato in figura 4.10 mostra, oltre agli andamenti del guadagno ad anello nel caso di $R_L = 0$ e $R_L \rightarrow +\infty$, anche alcuni casi intermedi in cui il rapporto $\frac{R_o}{R_L}$ assume valori pari a 10, 1, 0.1 e 0.01 con cui si ottengono i guadagni ad anello T_{10} , T_1 , $T_{0.1}$ e $T_{0.01}$ i cui i pedici indicano proprio i valori del rapporto $\frac{R_o}{R_L}$ per i quali sono stati calcolati.

Come si può notare all'aumentare del rapporto $\frac{R_o}{R_L}$ si passa dal guadagno ad anello con l'uscita cortocircuitata all'altro caso limite ovvero quello con il carico scollegato. È possibile inoltre osservare nella parte del diagramma di Bode che riporta la fase come il caso peggiore sia quello in cui il carico è scollegato. Questo significa che per valori reali finiti e non nulli di R_L il margine di fase sarà superiore a 45° .

4.3 Effetti della non idealità dell'amplificatore sull'impedenza d'uscita

Nell'ultima sezione si è visto come la non idealità dell'amplificatore renda necessario lo studio della stabilità e comporti una compensazione per garantire un margine di fase di almeno 45° . Oltre a questo aspetto la non idealità del guadagno dell'amplificatore comporta che l'impedenza d'uscita reale sia differente da quella ideale. Questo aspetto dipende dal fatto che nella scelta di β_v e β_i sono state utilizzate le ipotesi

$$|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|} \qquad |A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|\beta_i|} \qquad (4.16)$$

Quando il guadagno dell'amplificatore è ideale queste due condizioni sono verificate ma nel caso di un amplificatore reale, come nel caso dell'amplificatore operazionale con guadagno in catena aperta e a vuoto mostrato in figura 4.6, il guadagno decresce di $20 \frac{dB}{dec}$ per frequenze sufficientemente alte e questo impedisce che la condizione valga per ogni frequenza.

Per calcolare l'impedenza d'uscita nel caso di amplificatore reale è necessario utilizzare la formula completa precedentemente calcolata e qui riportata per comodità:

$$Z_{out} = -A_{ol}\beta_i \frac{1 - \frac{R_o}{A_{ol}\beta_i}}{1 + A_{ol}\beta_v} \qquad (4.17)$$

In figura 4.11 è mostrato il diagramma di Bode dell'impedenza d'uscita, normalizzata ad 1Ω (per rendere la funzione di trasferimento adimensionale), calcolata con un amplificatore ideale, chiamata Z_{out}^{ID} , e con l'amplificatore reale precedentemente descritto, chiamata Z_{out}^R .

Dal diagramma si può notare che le due funzioni di trasferimento si comportano in maniera molto simile fino a frequenze prossime ai $70 kHz$, dopodiché il modulo dell'impedenza d'uscita con amplificatore reale inizia a decrescere di $20 \frac{dB}{dec}$ e infine quest'ultima si porta ad un valore che rimane costante all'aumentare della frequenza. Il motivo della decrescita del modulo è che la condizione $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ non è più rispettata. Infatti $70 kHz$ è la frequenza a cui è stato aggiunto lo zero su β_v in modo da ottenere la stabilità e in un intorno di quelle frequenze $A_{ol}\beta_v$ ha un modulo pressoché unitario. Nel caso in cui $|A_{ol}| \ll \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|\beta_i|}$ l'espressione generale dell'impedenza diventa:

$$Z_{out} = -A_{ol}\beta_i \frac{1 - \frac{R_o}{A_{ol}\beta_i}}{1 + A_{ol}\beta_v} \simeq -R_o A_{ol} \frac{\beta_i}{R_o} = A_{ol} R_N \qquad (4.18)$$

Finché valgono queste due condizioni l'andamento di Z_{out} è quindi proporzionale al guadagno dell'amplificatore reale e questo spiega la decrescita del modulo di $20 \frac{dB}{dec}$.

Quando al decrescere del modulo di A_{ol} la condizione $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|\beta_i|}$ non è più vera l'andamento dell'impedenza d'uscita smette di essere proporzionale ad A_{ol} stesso. Quando invece vale la

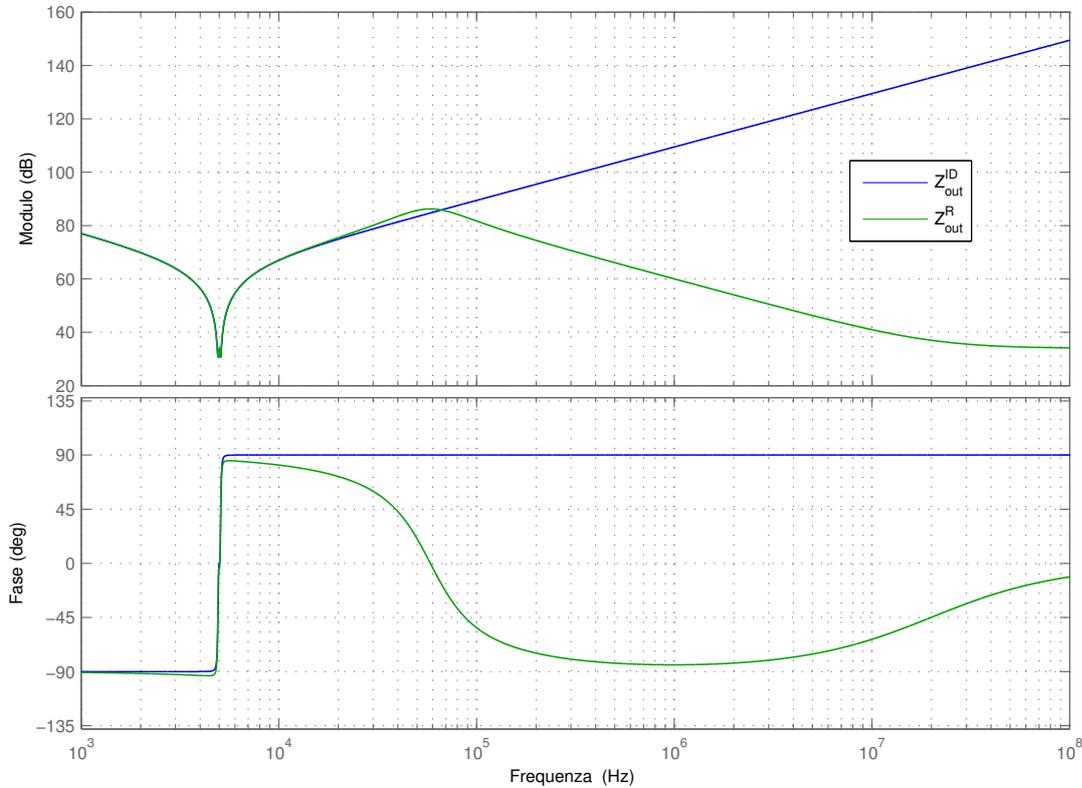


Figura 4.11: Diagramma di Bode dell'impedenza d'uscita normalizzata ad 1Ω (per rendere la funzione di trasferimento adimensionale), dell'amplificatore con doppia retroazione nel caso di amplificatore ideale (Z_{out}^{ID}) e dell'amplificatore con guadagno in catena aperta e a vuoto mostrato in figura 4.6 (Z_{out}^R).

condizione $|A_{ol}| \ll \frac{R_o}{|\beta_i|}$ l'espressione dell'impedenza d'uscita, continuando a valere $|A_{ol}| \ll \frac{1}{|\beta_v|}$, diventa:

$$Z_{out} = -A_{ol}\beta_i \frac{1 - \frac{R_o}{A_{ol}\beta_i}}{1 + A_{ol}\beta_v} \simeq R_o \quad (4.19)$$

L'impedenza d'uscita dell'amplificatore con doppia retroazione nel caso reale diventa quindi, sotto le ipotesi $|A_{ol}| \ll \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \ll \frac{R_o}{|\beta_i|}$ pari alla resistenza d'uscita dell'amplificatore a catena aperta. Si noti che queste differenze tra l'impedenza d'uscita reale e quella ideale hanno carattere generale e non dipendono dall'esempio preso in considerazione e questo è dovuto al fatto che il guadagno dell'amplificatore non potrà rimanere elevato fino a frequenza infinita. Tuttavia il nostro obiettivo è quello di rendere l'impedenza bassa nella banda di frequenze in cui si vuol far lavorare l'amplificatore e il più elevata possibile nella bande degli altri amplificatori collegati in parallelo a questo.

Nel caso in cui si voglia una elevata impedenza d'uscita anche ad alte frequenze è possibile inserire un filtro all'uscita dell'amplificatore. Questo filtro è di potenza ma ha richieste molto più "rilassate" dato che non sono necessarie pendenze del modulo particolarmente ripide e quindi la precisione dei componenti può essere minore.

Capitolo 5

Collegamento di sistemi in parallelo

Il risultato dei capitoli precedenti è quello di aver ricavato un sistema che sotto le ipotesi $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|A_{ol}|}$ si comporti ai morsetti d'uscita esattamente come il sistema formato da un amplificatore con un filtro passa banda in cascata. Questo significa che il guadagno a vuoto A_f e l'impedenza d'uscita Z_{out} dei due sistemi coincidono. È inoltre stata studiata la stabilità del sistema e si è concluso che per ottenere un buon margine di fase è necessaria una compensazione. Si è inoltre visto quali siano gli effetti di un amplificatore non ideale sull'impedenza d'uscita. A questo punto è possibile studiare il comportamento di due sistemi in parallelo per vedere il loro comportamento: in questa analisi si vedranno quindi gli effetti del collegamento del sistema 2 sul comportamento del sistema 1.

Facendo riferimento alla figura 1.1 dove ora K_1 e K_2 sono i 2 amplificatori con doppia retroazione, possiamo definire ciò a cui siamo interessati. L'obiettivo è infatti quello di avere un guadagno con carico collegato

$$H_1 = \left. \frac{V_{out}}{V_{in,1}} \right|_{V_{in,2}=0} \quad (5.1)$$

che non si discosti troppo da quello del sistema con amplificatore e filtro passa banda.

Interessante è anche la funzione di trasferimento definita come il rapporto tra la corrente erogata dall'amplificatore e la sua tensione d'ingresso mentre gli ingressi degli altri amplificatori sono spenti. Nel caso dell'amplificatore a doppia retroazione, facendo riferimento sempre alla figura 1.1, questa funzione di trasferimento è definita come

$$G_1 = - \left. \frac{I_{out,1}}{V_{in,1}} \right|_{V_{in,2}=0} \quad (5.2)$$

mentre nel caso dell'amplificatore con il filtro passa banda in cascata è possibile far riferimento alla sottosezione 3.1.6 e in particolare alla formula 3.20 che verrà qui rinominata G_{1,R_L}^F . Si noti che è possibile valutare il caso in cui si colleghi un secondo sistema sostituendo a R_L l'impedenza $Z_{L,2} = R_L // Z_{out,2}$ ottenendo una nuova funzione di trasferimento che verrà chiamata $G_{1,Z_{L,2}}^F$.

Verranno quindi analizzate queste due funzioni di trasferimento prima nel caso in cui i due sistemi di figura 1.1 siano realizzati con un amplificatore ideale e successivamente nel caso in cui i due sistemi abbiano un amplificatore il cui guadagno a catena aperta e a vuoto sia quello già definito precedentemente ovvero quello mostrato in figura 4.6.

5.1 Collegamento di due sistemi ideali in parallelo

In questa sessione verrà presentata l'analisi di due sistemi ideali in parallelo. Per prima cosa sarà definito il secondo sistema e in particolare la sua impedenza d'uscita $Z_{out,2}$ e successivamente saranno analizzate le funzioni di trasferimento H_1 e G_1 . Visto che per sistemi ideali si intende che l'amplificatore utilizzato per realizzarlo abbia guadagno infinito si ha che ad ogni frequenza le condizioni $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|A_{ol}|}$ sono soddisfatte. Questo significa che se si svolgesse l'analisi su due sistemi formati da un amplificatore con in cascata un filtro passa banda e su due amplificatori con doppia retroazione, le cui rispettive funzioni di trasferimento W_{in} , β_v e β_i sono ricavate con il procedimento finora descritto, si otterrebbero risultati identici.

5.1.1 Definizione del secondo sistema

Prima di svolgere l'analisi sulle funzioni di trasferimento H_1 e G_1 è necessario definire il secondo sistema.

Un buon secondo sistema per svolgere questo tipo di analisi è quello in cui le bande a $3dB$ delle impedenze d'uscita dei due sistemi siano una consecutiva all'altra. Per comprendere meglio questa affermazione è possibile fare riferimento alla figura 5.1 dove è mostrato il diagramma di Bode dell'impedenza d'uscita normalizzata del sistema usato come esempio, ovvero il primo, e quella del secondo definite rispettivamente nella maniera seguente

$$Z_{out,1}^N = \frac{Z_{out,1}}{R_N} \qquad Z_{out,2}^N = \frac{Z_{out,2}}{R_N} \qquad (5.3)$$

La frequenza centrale dell'andamento elimina banda dell'impedenza $Z_{out,1}$ è $f_{0,s1}$ e la banda a $3dB$ risulta essere $[f_{0,s1} - B, f_{0,s1} + B]$ con $B = 158 Hz$. L'impedenza del secondo sistema deve avere la banda a $3dB$ consecutiva a quella di $Z_{out,1}$ e quindi avere frequenza centrale pari a $f_{0,s2} = f_{0,s1} + 2B = 5316 Hz$ e banda a $3dB$ pari a $[f_{0,s2} - B, f_{0,s2} + B] = [f_{0,s1} + B, f_{0,s1} + 3B]$. L'impedenza d'uscita $Z_{out,2}$ è quindi pari all'impedenza d'uscita $Z_{out,1}$ traslata di $2B = 316 Hz$. È ora possibile calcolare le funzioni di trasferimento H_1 e G_1 nel caso di amplificatore ideale.

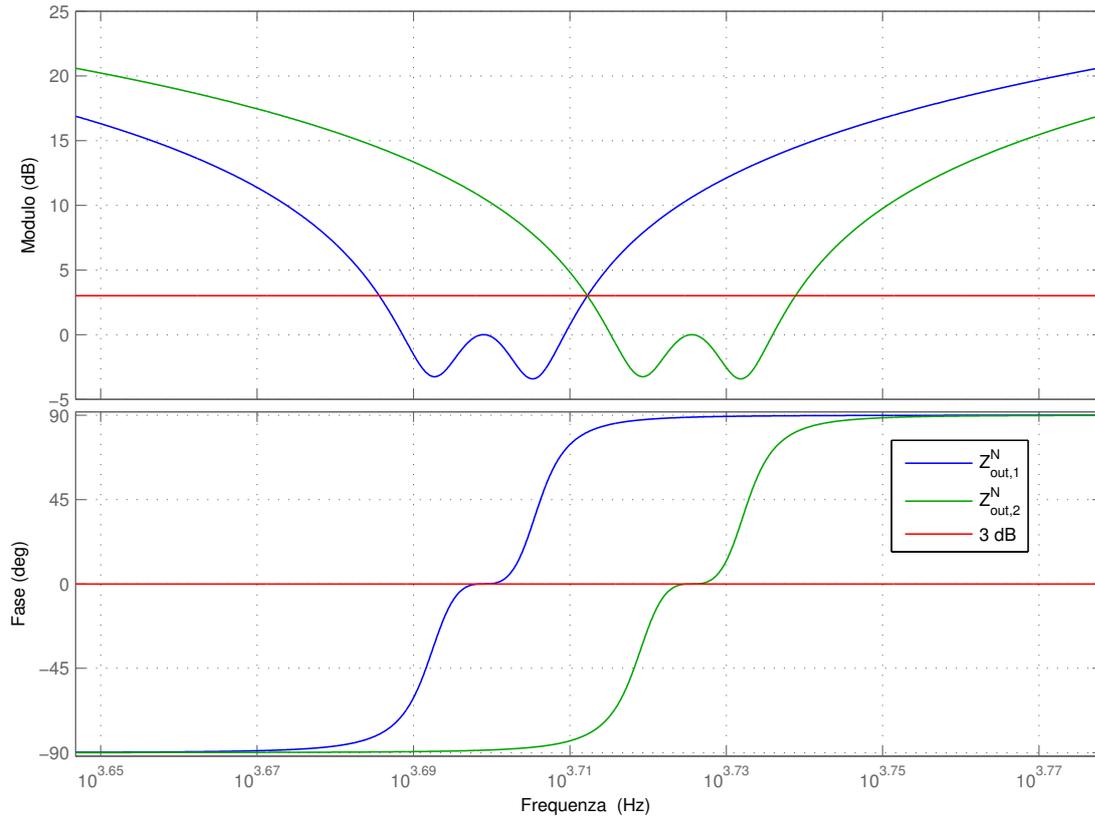


Figura 5.1: Diagramma di Bode delle impedenza normalizzate $Z_{out,1}$ e $Z_{out,2}$. Le bande a 3 dB risultano essere adiacenti.

5.1.2 Guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in,1}}|_{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore ideale

Visto che le ipotesi $|A_{ol}| \gg \frac{1}{|\beta_v|}$ e $|A_{ol}| \gg \frac{R_o}{|A_{ol}|}$ sono soddisfatte è possibile calcolare la funzione di trasferimento H_1 utilizzando lo schema elettrico mostrato in figura 5.2 dove $A_{f,1}$ è il guadagno a vuoto del primo sistema e $Z_{L,2}$ è il parallelo tra il carico R_L e l'impedenza d'uscita del secondo sistema $Z_{out,2}$.

Partendo dallo schema a blocchi di figura 4.4 sostituendo a R_L un generico carico Z_L è possibile ottenere lo schema a blocchi mostrato in figura 5.3 da cui è possibile calcolare la funzione di trasferimento

$$H_1 = \frac{V_{out}}{V_{in,1}}|_{V_{in,2}=0} = A_{f,1} \frac{Y_{out,1}^N \frac{A_{ol} \frac{Z_L}{R_o + Z_L}}{\frac{R_N}{1 + A_{ol} \frac{Z_L}{R_o + Z_L}}}}{1 + Y_{out,1}^N \frac{A_{ol} \frac{Z_L}{R_o + Z_L}}{\frac{R_N}{1 + A_{ol} \frac{Z_L}{R_o + Z_L}}}} \simeq A_{f,1} \frac{Y_{out,1}^N \frac{Z_L}{R_N}}{1 + Y_{out,1}^N \frac{Z_L}{R_N}} = A_{f,1} \frac{Z_L}{Z_L + Z_{out,1}} \quad (5.4)$$

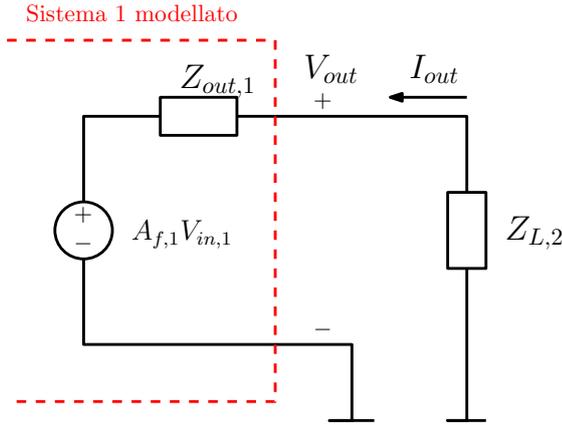


Figura 5.2: Schema elettrico utilizzato per il calcolo di $H_1 = \frac{V_{out}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0}$. $A_{f,1}$ è il guadagno a vuoto del primo sistema e $Z_{L,2}$ è il parallelo tra il carico R_L e l'impedenza d'uscita del secondo sistema $Z_{out,2}$.

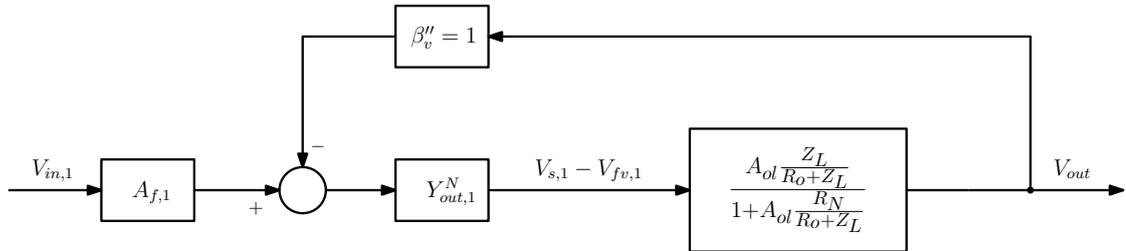


Figura 5.3: Schema a blocchi del primo sistema che ha come carico effettivo R_L e l'impedenza d'uscita del secondo sistema $Z_{out,2}$.

dove l'approssimazione è valida per le ipotesi su A_{ol} .

In figura 5.4 è mostrata la funzione di trasferimento H_1 nel caso in cui sia presente solo il primo sistema, cioè quando $Z_L = R_L$ chiamata $H_1^{R_L}$, e nel caso in cui sia presente anche il secondo, cioè quando $Z_L = Z_{L,2} = R_L // Z_{out,2}$, chiamata $H_1^{Z_{L,2}}$.

In figura 5.5 è mostrata invece la funzione di trasferimento $H_1^{Z_{L,2}}$ normalizzata rispetto a $H_1^{R_L}$ cioè

$$H_1^N = \frac{H_1^{Z_{L,2}}}{H_1^{R_L}} \quad (5.5)$$

Dai diagrammi di Bode presentati si può notare come il guadagno di tensione H_1 sia minore nella banda a 3dB dell'impedenza $Z_{out,2}$ nel caso in cui il secondo sistema sia collegato. Questo è dovuto al fatto che finché $|Z_{out,2}| \gg R_L$ si ha che $|Z_{L,2}| \simeq R_L$ ma quando questa condizione non vale si ha che $|Z_{L,2}| < R_L$. In particolare a frequenza pari a $f_{0,s2}$ si ha che $Z_{out,2}(j2\pi f_{0,s2}) = R_L$ e quindi $Z_{L,2}(j2\pi f_{0,s2}) = \frac{R_L}{2}$. Questo determina una diminuzione del modulo di V_{out} .

Si fa osservare però che questa situazione non è dovuta alla scelta di utilizzare un amplificatore

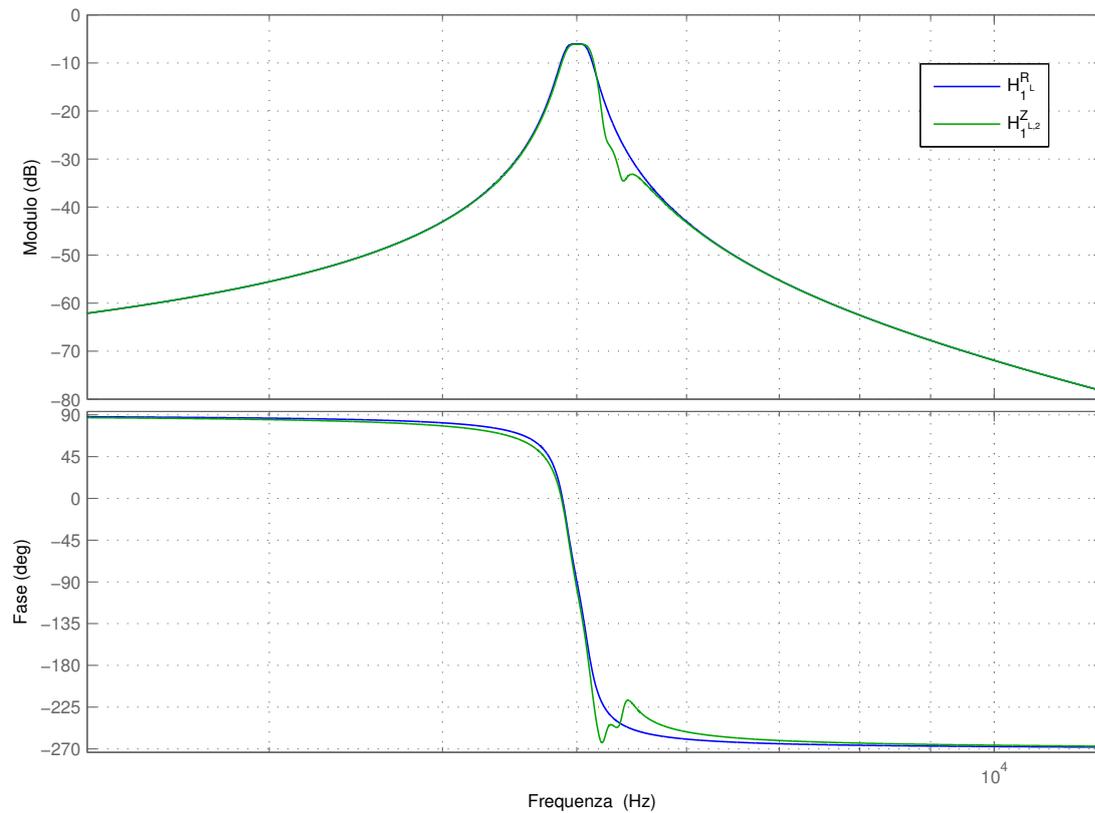


Figura 5.4: Diagramma di Bode del guadagno H_1 calcolato quando il carico R_L collegato al primo sistema con il secondo scollegato ($H_1^{R_L}$) e quando anche il secondo sistema è collegato in parallelo al primo ($H_1^{Z_{L,2}}$).

a doppia retroazione: la soluzione che prevede l'amplificatore con il filtro passa banda in cascata presenta lo stesso problema. Questa differenza tra $H_1^{R_L}$ e $H_1^{Z_{L,2}}$ è dovuta semplicemente al fatto che nella banda di una impedenza l'altra abbia un modulo che non è molto maggiore di R_L .

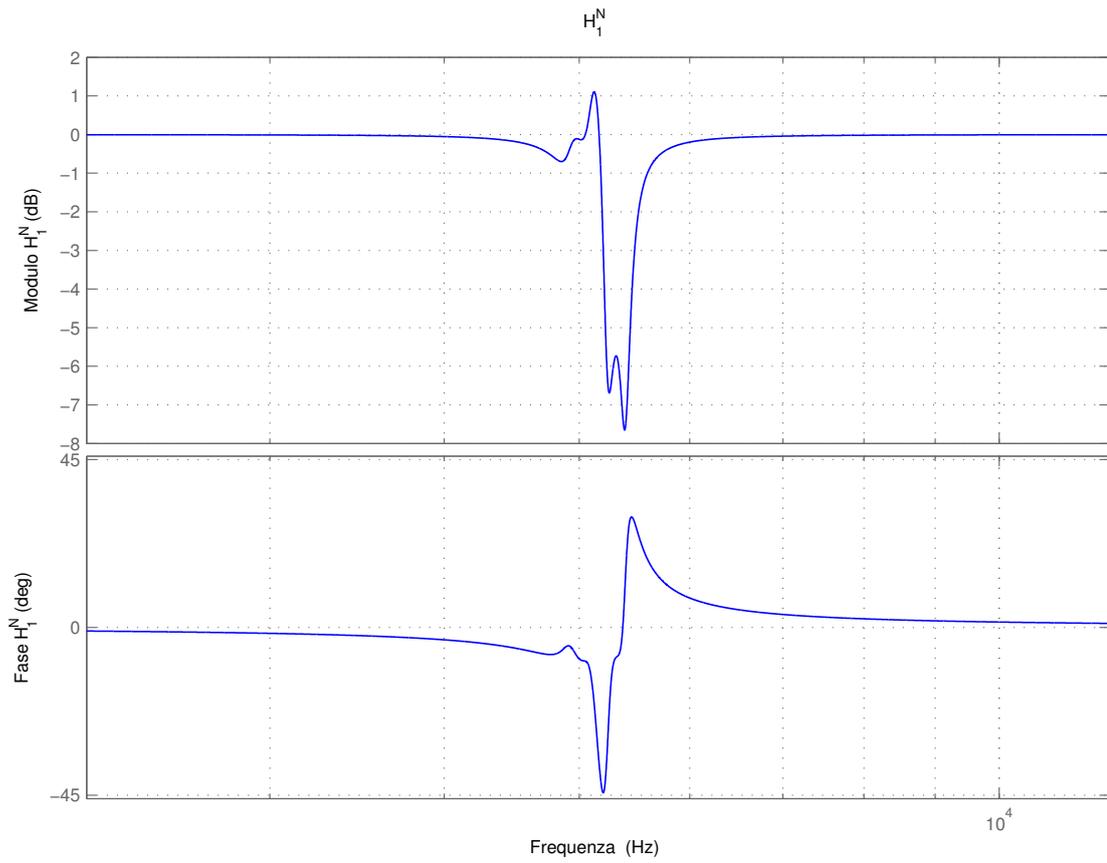


Figura 5.5: Diagramma di Bode del guadagno $H_1^{Z_{L,2}}$ normalizzato rispetto a $H_1^{R_L}$.

5.1.3 Guadagno G nel caso di amplificatore ideale

Oltre al guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in,1}}|_{V_{in,2}=0}$ si è interessati a vedere qual è la differenza tra la corrente erogata dall'amplificatore sia nel caso in cui si utilizzi in cascata un filtro passa banda sia nel caso in cui si sfrutti la doppia retroazione. In questo caso è dunque importante vedere il rapporto tra la funzione di trasferimento $G_1 = -\frac{I_{out,1}}{V_{in,1}}$ definita nel caso di doppia retroazione e la funzione $G_1^F = \frac{I_{i,1}}{V_{in,1}}$ definita nel caso del sistema con amplificatore e filtro passa banda valutata sia nel caso in cui sia collegato un solo sistema, cioè G_{1,R_L}^F , sia quando è collegato anche il secondo, ovvero $G_{1,Z_{L,2}}^F$

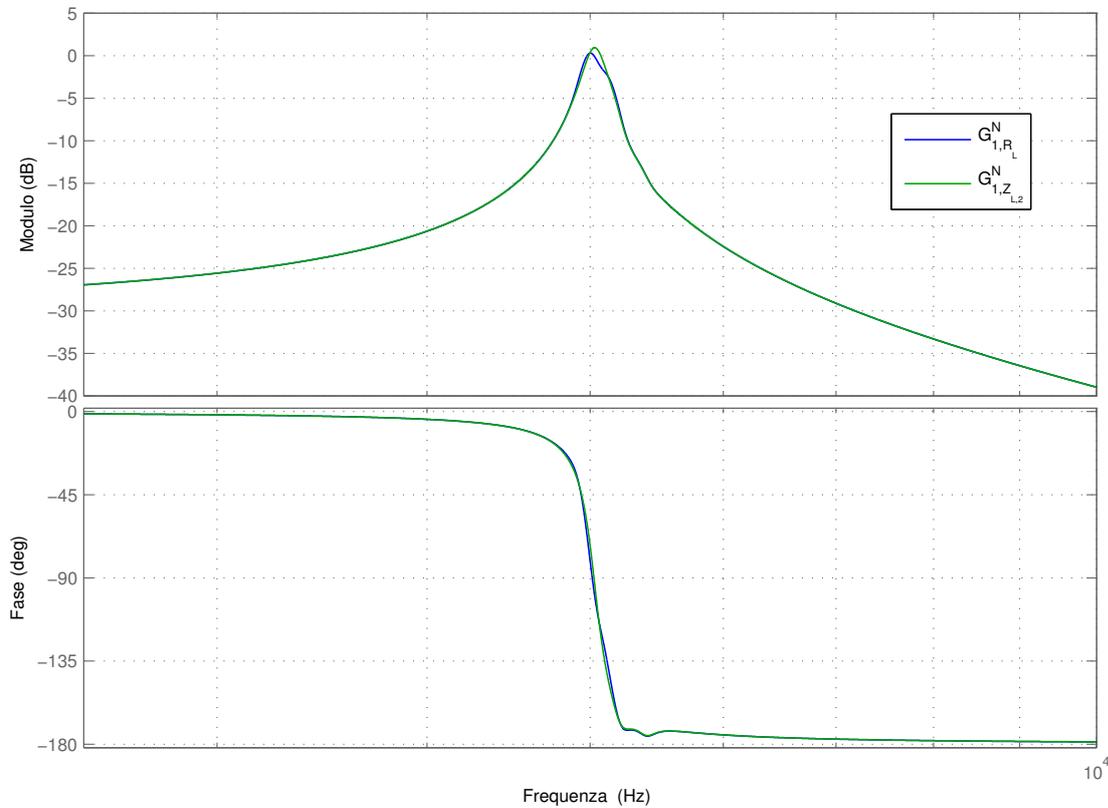


Figura 5.6: Diagramma di Bode del rapporto tra corrente erogata dal primo amplificatore con doppia retroazione e la sua tensione d'ingresso normalizzata sia rispetto alla funzione G_1^F calcolata quando un solo sistema è collegata sia rispetto a quando è collegato anche il secondo sistema, ovvero G_{1,R_L}^N e $G_{1,Z_{L,2}}^N$ rispettivamente .

Facendo riferimento allo schema a blocchi di figura 4.4, sostituendo a R_L il carico $Z_{L,2} =$

$R_L // Z_{out,2}$, si può notare che

$$I_{out,1} = -\frac{1}{Z_{L,2}} V_{out} \quad (5.6)$$

e quindi

$$G_1 = -\frac{I_{out,1}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0} = \frac{1}{Z_{L,2}} \frac{V_{out}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0} = \frac{1}{Z_{L,2}} H_1 \quad (5.7)$$

In figura 5.6 è mostrato il diagramma di Bode delle due funzioni di trasferimento normalizzate

$$G_{1,R_L}^N = \frac{G_1}{G_{1,R_L}^F} \qquad G_{1,Z_{L,2}}^N = \frac{G_1}{G_{1,Z_{L,2}}^F} \quad (5.8)$$

Da questo diagramma si vede che utilizzando la soluzione che prevede gli amplificatori con doppia retroazione, ipotizzando che gli amplificatori siano ideali, si ha una corrente erogata inferiore. La componente a $7kHz$, ad esempio, ha un'attenuazione di circa $30dB$ pari a circa un trentesimo.

5.2 Collegamento di due sistemi non ideali in parallelo

Dopo aver discusso nella sezione precedente i guadagni $H_1 = \frac{V_{out}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0}$ e $G_1 = -\frac{I_{out}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0}$ nel caso ideale è ora possibile analizzare il caso in cui i due sistemi siano realizzati utilizzando un amplificatore il cui guadagno a catena a aperta e a vuoto sia quello già presentato e mostrato in figura 4.6. L'obiettivo di questa tesi è infatti quello di poter sostituire gli amplificatori con in cascata i rispettivi filtri passa banda con degli amplificatori a doppia retroazione, mantenendo le caratteristiche di guadagno a vuoto e impedenza d'uscita inalterati in modo che le funzioni di trasferimento H e G di ogni sistema siano, almeno idealmente, coincidenti. Nel caso in cui si considerino gli amplificatori a doppia retroazione realizzati con amplificatori ideali la coincidenza viene soddisfatta. Si vuole ora vedere se nel caso in cui l'amplificatore abbia un guadagno a catena aperta e a vuoto pari a quello mostrato in figura 4.6 le funzioni di trasferimento H e G rimangano almeno approssimabili a quelle volute. Nel caso in cui lo siano si riterrà l'obiettivo raggiunto.

5.2.1 Guadagno $\frac{V_{out}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore non ideale

Nel caso in cui l'amplificatore non sia ideale ma abbia un guadagno a catena aperta e a vuoto mostrato in figura 4.6 continua a valere lo schema a blocchi mostrato in figura 5.3, dato che ha carattere generale, dove però rispetto al caso trattato nella sezione precedente si hanno queste tre differenze:

1. la funzione di trasferimento A_{ol} presente nello schema a blocchi non è più un guadagno infinito ma è quella non ideale definita nell'equazione 4.10

2. la funzione β_v del primo sistema e quindi $Y_{out,1}^N$ prevede la compensazione descritta nella sezione 4.3
3. la funzione di trasferimento Z_L è ancora pari a $R_L // Z_{out,2}$ dove però $Z_{out,2}$ è definita dall'equazione 4.17

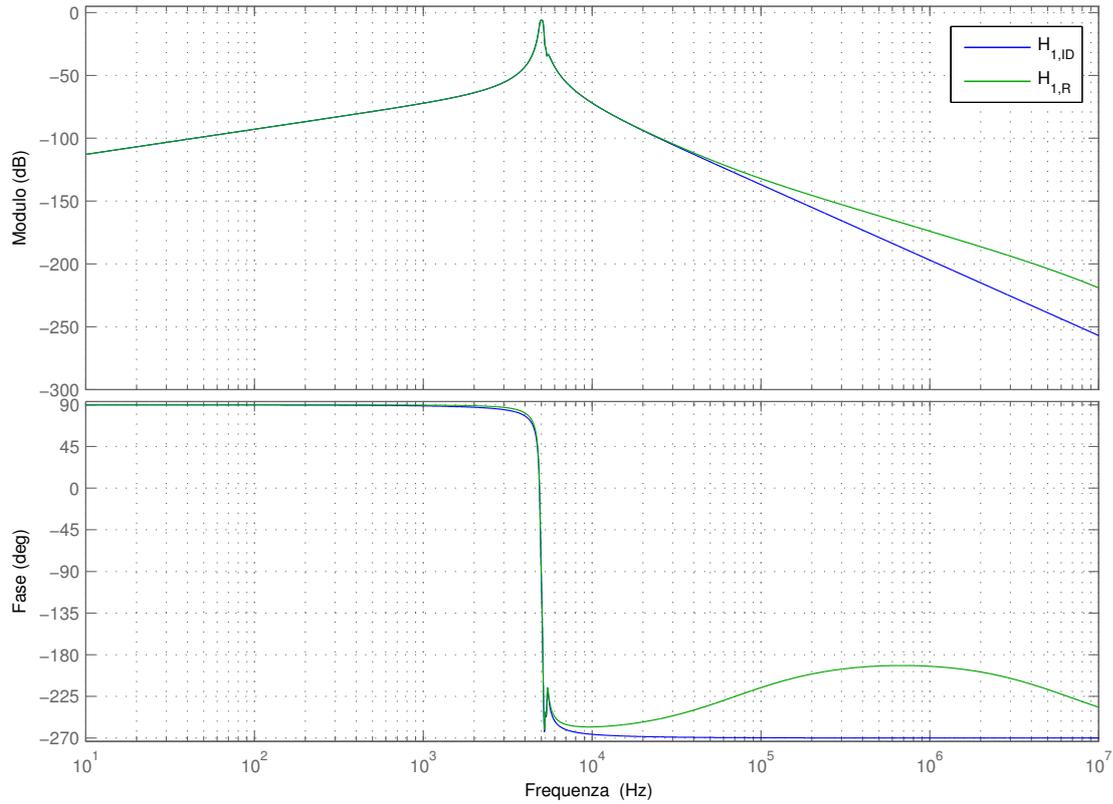


Figura 5.7: Diagramma di Bode del guadagno H_1 quando il guadagno A_{ol} è ideale ($H_{1,ID}$) e quando è quello mostrato in figura 4.6 ($H_{1,R}$).

In questo caso non è più valida l'approssimazione presentata nella formula 5.4 ma bisogna utilizzare la formula completa

$$H_1 = \frac{V_{out}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0} = A_{f,1} \frac{Y_{out,1}^N \frac{A_{ol} \frac{Z_L}{R_o + Z_L}}{1 + A_{ol} \frac{R_N}{R_o + Z_L}}}{1 + Y_{out,1}^N \frac{A_{ol} \frac{Z_L}{R_o + Z_L}}{1 + A_{ol} \frac{R_N}{R_o + Z_L}}} \quad (5.9)$$

con i significati di A_{ol} , $Y_{out,1}^N$ e $Z_{out,2}$ appena descritti. In questo modo è possibile ricavare il diagramma di Bode di H_1 nel caso non ideale, cioè $H_{1,R}$: in figura 5.7 è riportato sia $H_{1,R}$ sia H_1 calcolato con amplificatore ideale ovvero $H_{1,ID}$.

Possiamo subito notare che per frequenze vicine e superiori a 70 kHz si ha una differenza marcata tra il caso ideale e il caso in cui siano utilizzati due amplificatori con doppia retroazione realizzati con A_{ol} non ideale dovuta al fatto che per frequenze vicine e superiori a 70 kHz , come si è fatto notare nella sezione 4.3, $A_{ol}\beta_v$ ha modulo quasi unitario o inferiore. Tuttavia visto che si vuole che al di fuori della banda passante l'attenuazione sia semplicemente molto elevata e non che per forza le due funzioni di trasferimento coincidano questa differenza è accettabile.

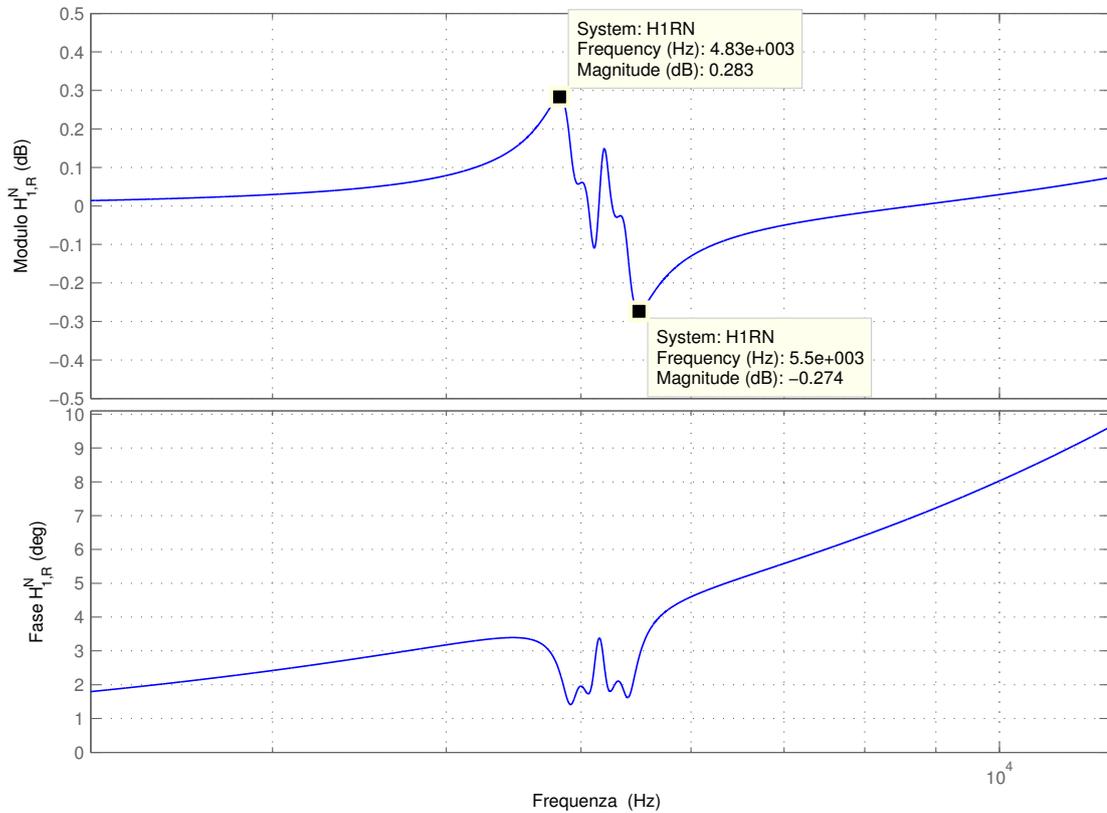


Figura 5.8: Diagramma di Bode del guadagno H_1 valutato quando il guadagno A_{ol} è non ideale e normalizzato rispetto a quando invece lo è.

Nell'immagine 5.8 è invece mostrato il diagramma di Bode, in un intorno delle due bande a 3 dB delle impedenze d'uscita dei due sistemi, della funzione di trasferimento H_1 del caso non ideale

normalizzata rispetto a quella del caso ideale ovvero

$$H_{1,R}^N = \frac{H_{1,R}}{H_{1,ID}} \quad (5.10)$$

Come è possibile vedere dai cursori il valore di $H_{1,R}^N$ in un intorno delle bande a 3 dB delle impedenze d'uscita dei due sistemi, ha valori compresi tra -0.274 dB e 0.283 dB . Questo significa un errore relativo massimo di circa il 3.3% . Nel caso in cui questo risultato non sia sufficiente è necessario utilizzare un amplificatore con una banda più larga in modo che alle frequenze di interesse il rapporto $\frac{|A_{ol}|}{|\beta_v|}$ sia più grande.

5.2.2 Guadagno $G_1 = -\frac{I_{out}}{V_{in,1}}|_{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore non ideale

Per quanto riguarda il guadagno $G_1 = -\frac{I_{out}}{V_{in,1}}|_{V_{in,2}=0}$ nel caso di amplificatore non ideale si può ripetere il procedimento utilizzato per il caso ideale.

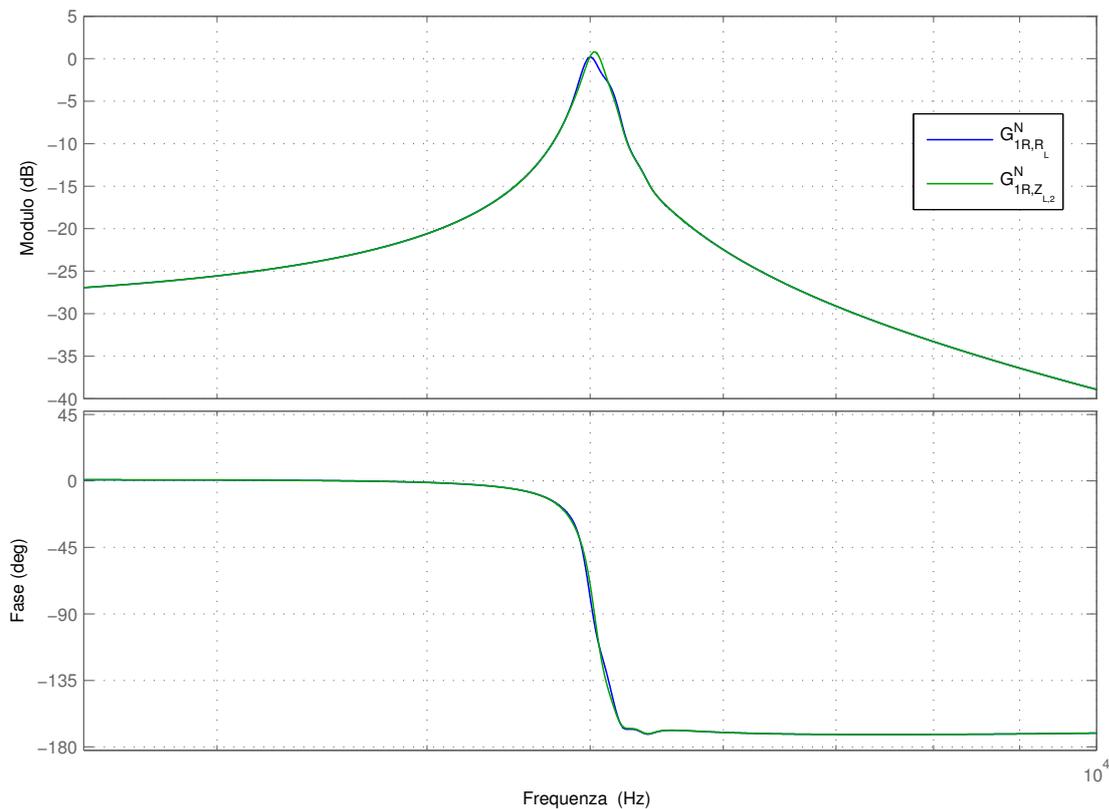


Figura 5.9: Diagramma di Bode del guadagno G_1 calcolato con un amplificatore non ideale normalizzato rispetto a G_{1,R_L}^F , ovvero G_{1,R_L}^N , e rispetto a $G_{1,Z_{L,2}}^F$, cioè $G_{1,Z_{L,2}}^N$

Infatti è possibile utilizzare le formule 5.6 e 5.7 ponendo $Z_{L,2}$ pari al parallelo di Z_L e dell'impedenza d'uscita del secondo sistema con amplificatore reale e definire due nuove funzioni di trasferimento in cui la nuova G_1 , chiamata G_{1R} , venga normalizzata rispetto a G_{1,R_L}^F e $G_{1,Z_{L,2}}^F$ già definite nel caso di amplificatore ideale. Queste due nuove funzioni di trasferimento chiamate rispettivamente G_{1R,R_L}^N e $G_{1R,Z_{L,2}}^N$ sono mostrate in figura 5.9 dove possiamo notare che anche nel caso non ideale la corrente che deve erogare l'amplificatore, nel caso con doppia retroazione, è minore. La soluzione studiata quindi ha due vantaggi:

1. non sono più necessari i filtri di potenza in cascata agli amplificatori
2. all'amplificatore è richiesta una minor corrente erogata

5.2.3 Confronto delle correnti ai morsetti d'uscita degli amplificatori del secondo sistema

Un altro aspetto interessante è il confronto della corrente entrante ai morsetti d'uscita dell'amplificatore del secondo sistema, quando solo l'ingresso del primo è acceso, tra i due tipi di soluzione. Nel caso con gli amplificatori a doppia retroazione è utile definire la funzione di trasferimento

$$J_R = \frac{I_{out,2}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0} \quad (5.11)$$

che esprime il rapporto tra la corrente entrante nel secondo amplificatore, che coincide con $I_{out,2}$, e la tensione d'ingresso del primo.

Nel caso con i filtri passa banda in cascata all'amplificatore è possibile invece definire la funzione di trasferimento

$$J_F = -\frac{I_{in,2}}{V_{in,1}} \Big|_{V_{in,2}=0} \quad (5.12)$$

dove la corrente $I_{in,2}$ è la corrente I_{in} mostrata in figura 3.2 relativa al secondo sistema.

A questo punto è possibile definire la funzione di trasferimento

$$J^N = \frac{J_R}{J_F} \quad (5.13)$$

per ottenere la corrente in ingresso ai morsetti d'uscita dell'amplificatore del secondo sistema con la soluzione con doppia retroazione, normalizzata rispetto a quella che si ottiene con la soluzione che prevede l'utilizzo dei filtri.

Come è possibile osservare dalla figura 5.10, in cui è mostrato il diagramma di Bode di J^N per frequenze appartenenti alle bande dei due sistemi, la corrente entrante nell'amplificatore del secondo sistema quando solo il primo ingresso è acceso è maggiore con la nuova soluzione e presenta uno svantaggio da tenere in considerazione in fase di progetto.

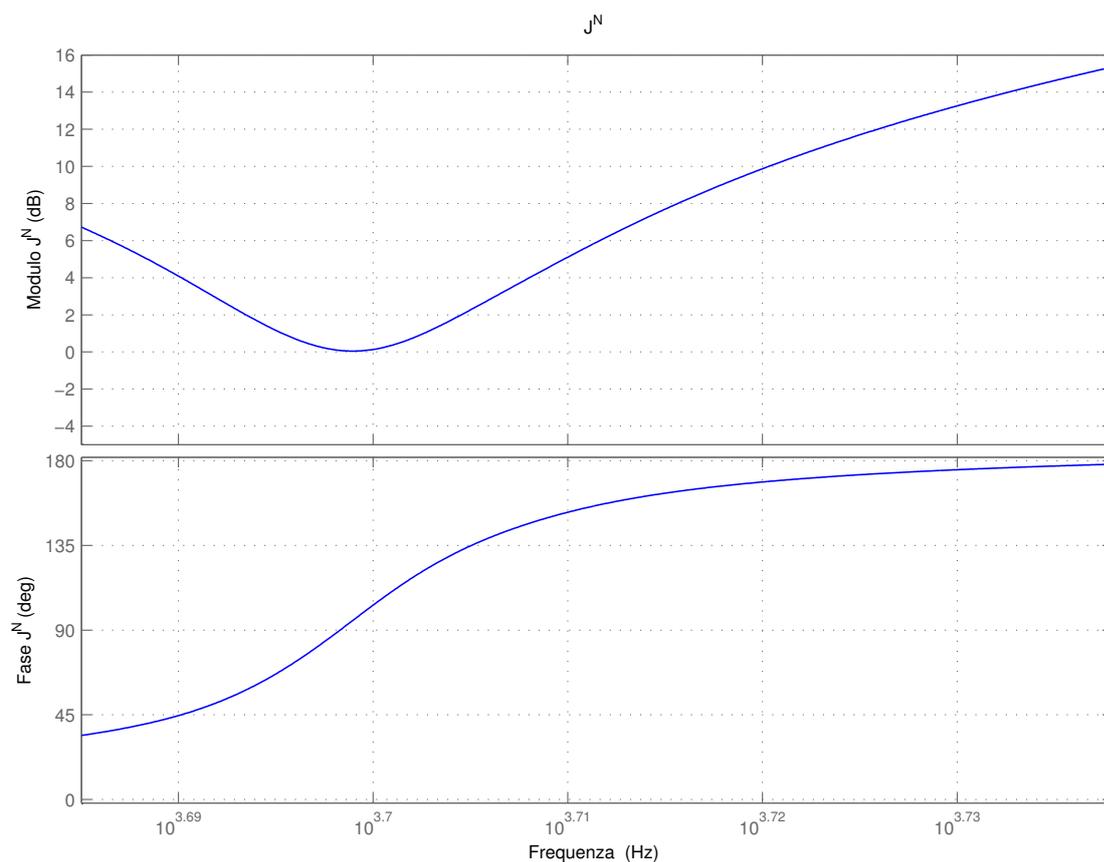


Figura 5.10: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento J^N che esprime il rapporto tra la corrente entrante ai morsetti d'uscita del secondo amplificatore nel caso di soluzione con doppia retroazione e quella della soluzione con filtri passa banda. Le frequenze considerate sono quelle appartenenti alle bande in cui operano i due sistemi ovvero $[f_{0,1} - B, f_{0,2} + B] = [4842, 5474] Hz$.

Conclusioni

L'obiettivo che è stato posto all'inizio di questa tesi è quello di trovare una soluzione che non preveda l'utilizzo di filtri di potenza al problema di collegare più amplificatori operanti in bande differenti su un unico carico senza che il funzionamento di ognuno di questi cambi dopo il collegamento degli altri. La soluzione che è stata scelta è quella di utilizzare un amplificatore con una retroazione con prelievo sia di tensione sia di corrente in modo da poterne definire l'impedenza d'uscita.

Attraverso i modelli presentati è stato possibile ricavare uno schema a blocchi dell'amplificatore a doppia retroazione che si comporti, almeno idealmente, in maniera equivalente ai morsetti d'uscita. Questo schema a blocchi è del tutto generale e non dipende dall'esempio utilizzato per l'analisi e prevede un grado di libertà nella scelta dei guadagni dei blocchi W_{in} , β_v e β_i che permettono l'ottimizzazione in fase di progettazione dell'amplificatore a doppia retroazione.

È inoltre stata studiata la stabilità e si è visto come sia necessaria una compensazione sulla rete β_v ed eventualmente sulla rete β_i . Quest'ultima compensazione dipende dal rapporto tra R_o e R_L e dal guadagno A_{ol} dell'amplificatore.

Infine sono state mostrate le prestazioni di due sistemi operanti in bande adiacenti ipotizzando inizialmente che gli amplificatori fossero ideali. In questo, caso essendo i due sistemi equivalenti ai morsetti d'uscita, la tensione V_{out} che si ottiene utilizzando le due diverse soluzioni è identica. Successivamente si è posto come A_{ol} quello di un possibile amplificatore operazionale e ottenendo come risultato che l'errore massimo dell'andamento della tensione V_{out} in frequenza è del 3%. Nel caso in cui questo risultato non sia sufficiente è necessario utilizzare un amplificatore a banda più larga. Sono stati inoltre osservati un altro vantaggio e un altro svantaggio:

- il vantaggio è che la soluzione studiata in questa tesi richiede ad ogni amplificatore una minor corrente erogata
- lo svantaggio è che la componente di corrente entrante ai morsetti d'uscita di ogni amplificatore dovuta alle tensioni d'ingresso degli altri è maggiore