

UMA ANÁLISE DAS MATEMÁTICAS UTILIZADAS NOS INVESTIMENTOS EM TÍTULOS PÚBLICOS

AN ANALYSIS OF THE MATHEMATICS USED IN INVESTMENTS IN GOVERNMENT SECURITIES

Paulo Tadeu Gandra Campos¹

Chang Kuo Rodrigues²

Lucca Moreira Venditti³

Resumo: Este trabalho é fruto de uma pesquisa fomentada pela Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG), vinculada ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica Júnior (PIBIC-JR) e tem por objetivo analisar as matemáticas utilizadas em investimentos em Títulos Públicos. Para tal, primeiramente, com o objetivo de ter acesso a essas modalidades de investimentos, pontuamos os procedimentos necessários para a abertura de conta em uma corretora de valores. Em um segundo momento, estudamos as três principais modalidades de investimentos acessados via Tesouro Direto, a saber: Tesouro Selic, Tesouro IPCA e Tesouro Prefixado. Além disso, por meio de simulações e à luz da Teoria Antropológica do Didático, obtivemos informações a respeito dos conteúdos matemáticos por trás de tais investimentos, tais como porcentagem, juros compostos, conversão de taxas e diferentes tipos de rendimentos (bruto, líquido e real). Tudo isso foi feito seguindo a metodologia de pesquisa Engenharia Didática de Artigue.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação Financeira Escolar; Engenharia Didática; Teoria Antropológica do Didático; Tesouro Direto.

Abstract: This work is the result of a research promoted by the Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG), linked to the Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica Júnior (PIBIC-JR) and aims to analyze the mathematics used in investments in Government Securities. To do this, first, in order to have access to these types of investments, we outlined the procedures necessary for opening an account in a securities broker. In a second moment, we studied the three main investment modalities accessed through Treasury Direct, namely Treasury Selic, IPCA Treasury and Prefixed Treasury, and, through simulations and in light of the Didactic Anthropological Theory, we obtain information regarding the contents (such as percentage, compound interest, conversion rates and different types of income (gross, net and real). All this was done following Artigue's Didactic Engineering research methodology.

Keywords: Financial education; Didactic Engineering; Investments; Anthropological Theory of Didactics; Treasury Direct.

¹ Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Professor do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa, Minas Gerais, Brasil. E-mail: ptgampos@yahoo.com.br

² Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professora da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil. E-mail: changkuockr@gmail.com

³ Ensino Médio completo pelo CAp Coluni (UFV), Viçosa, Minas Gerais, Brasil. E-mail: lucca.mvenditti@gmail.com

1 Introdução

Muitos conteúdos matemáticos abordados na Educação Básica estão presentes na vida financeira dos investidores. Porém, muitas vezes, tais conteúdos não são reconhecidos como importantes por discentes e docentes e permanecem esquecidos em livros, jornais, revistas e *internet*, valendo-se verdadeiramente útil a partir da curiosidade de alguns.

Ao observarmos a disciplina de Matemática Financeira, na perspectiva da Educação Financeira, constatamos que conteúdos como juros simples, juros compostos e porcentagem, por exemplo, são largamente utilizados em investimentos, mas, apesar de serem apresentados nas salas de aula, não têm sido abordados de modo a possibilitar sua utilização no cotidiano pelos estudantes, talvez por deficiência do modo desta apresentação.

Os Títulos da Dívida Pública brasileira popularizaram-se em meados de 2002 com intuito de oferecer à população uma modalidade de investimento e, ao mesmo tempo, transformar a dívida externa brasileira em dívida interna, pois investidores dessa modalidade passam a ser os credores da dívida e não mais os bancos internacionais. Desse modo, o dinheiro investido na compra de Títulos Públicos é utilizado pelo Governo em busca de melhorias no país, como a otimização dos programas sociais e melhorias de infraestruturas desse, como escolas, rodovias, hidrelétricas, entre outras.

O canal de acesso aos investimentos em Títulos da Dívida Pública brasileira é chamado de Tesouro Direto e, tais Títulos, os quais se diferenciam quanto ao modelo de rentabilidade, recebem os seguintes nomes: Tesouro Selic, aqueles cuja rentabilidade está atrelada à taxa Selic; Tesouro IPCA, aqueles cuja rentabilidade está atrelada à inflação; e Tesouro Prefixado, aqueles cuja rentabilidade é prefixada.

A partir da análise dos investimentos em Títulos da Dívida Pública brasileira verificamos sua grande relevância como possibilidade muito acessível de aplicação de capital pelo fato de apresentar um baixo risco, uma vez que se trata de um investimento garantido pelo Tesouro Nacional, bem como pelo fato de o aporte inicial ser baixíssimo, com valores a partir de R\$ 30,00 já é possível investir em Títulos Públicos. De fato, temos uma modalidade de investimento segura que traz benefícios ao investidor e à população de um modo geral, além de apresentar com baixo aporte inicial, por isso a importância dessa forma de valorização do capital ser evidenciada também como conteúdo escolar.

Dessa maneira, nossa questão de pesquisa, “Para investirmos em Títulos Públicos, sobre quais matemáticas precisamos nos apoiar?” incide exatamente em analisar as modalidades de investimentos oferecidas pelo Tesouro Nacional, buscando extrair conceitos matemáticos necessários para sua compreensão. E, dessa forma, partimos da hipótese de que as matemáticas necessárias para o entendimento de tais investimentos são apresentadas na Educação Básica, ou seja, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Assim, a partir da metodologia de pesquisa Engenharia Didática, de Artigue, (1988) e, à luz da Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (1996), buscamos confirmar ou refutar as hipóteses desta pesquisa.

Para organizar e estruturar o presente trabalho adotamos a metodologia de pesquisa Engenharia Didática desenvolvida por Artigue (1988), a qual é composta por quatro fases. Na primeira delas, nas *análises preliminares*, apontamos o embasamento teórico e a problemática de pesquisa. Como embasamento teórico, adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e os conhecimentos acerca de investimentos em Títulos Públicos, os quais são apresentados por Marcos Silvestre no livro Tesouro Direto a nova poupança.

No item seguinte, a construção do trabalho relaciona-se com a fase da *construção e análise a priori* da Engenharia, quando foi possível elaborar as variáveis da pesquisa, bem como elaborar as situações que compõem parte da *experimentação*, que é a terceira parte da metodologia, quando foi possível estabelecer a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1996) com as atividades. Neste caso, deparamos-nos com as análises de investimentos em diferentes Títulos Públicos, com os quais simularemos uma aplicação para a modalidade de investimento Tesouro Prefixado. Desta feita, o item seguinte *análise a posteriori e validação* passa ser representado pela discussão dos resultados na vertente da Educação Financeira Escolar de Silva e Powell (2013).

2 Análises preliminares

A *Teoria Antropológica do Didático* (TAD), criada e desenvolvida por Yves Chevallard (1996), permite ao professor/pesquisador uma análise detalhada das ações do ser humano perante situações matemáticas e, para isso, baseia-se em quatro termos, a saber: *tarefa* (T), que significa identificar o que deve ser feito em uma atividade matemática; *técnica* (τ), modo de proceder a fim de realizar uma tarefa (T); *tecnologia* (θ), discurso descritivo e justificativo das *técnicas* (τ).

A existência de uma *técnica* supõe a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da *técnica* e de âmbito de aplicabilidade e validade. Chamaremos esse discurso sobre a *técnica* de uma *tecnologia* (CHEVALLARD *et al.*, 2001 *apud* SABO, 2010, p. 58, grifo nosso).

E *teoria* (Θ), que justifica e garante a veracidade da *tecnologia* (θ), a qual também é chamada de *tecnologia* (θ) da *tecnologia* (θ) e, segundo Chevallard (1996 *apud* RODRIGUES, 2009, p. 46), “é o nível superior de justificativa-explicação-produção e nem sempre está presente numa atividade”. É concebível o fato da *teoria* (Θ) nem sempre estar presente em uma atividade devido à complexidade de alguns conceitos matemáticos. Por isso, na fase da Experimentação do presente trabalho, não nos prenderemos às *teorias* (Θ), até mesmo porque, diante da questão de pesquisa, a maior relevância da TAD ao analisar investimentos em Títulos da Dívida Pública brasileira repousa sobre “identificar matemáticas” (*tarefa*), “apresentar algum procedimento que nos permita entendê-las (*técnicas*) e “justificar, matematicamente, tais procedimentos” (*tecnologia*).

Em síntese, a TAD é norteadada por quatro estágios “*tarefa* (T), *técnica* (τ), *tecnologia* (θ) e *teoria* (Θ)”. Os dois primeiros geram o bloco *prático-técnico* e os dois últimos o bloco *teórico-tecnológico*. O cumprimento de toda *tarefa* (T) é proveniente da utilização de uma *técnica* (τ), justificada pela *tecnologia* (θ), que é garantida pela *teoria* (Θ).

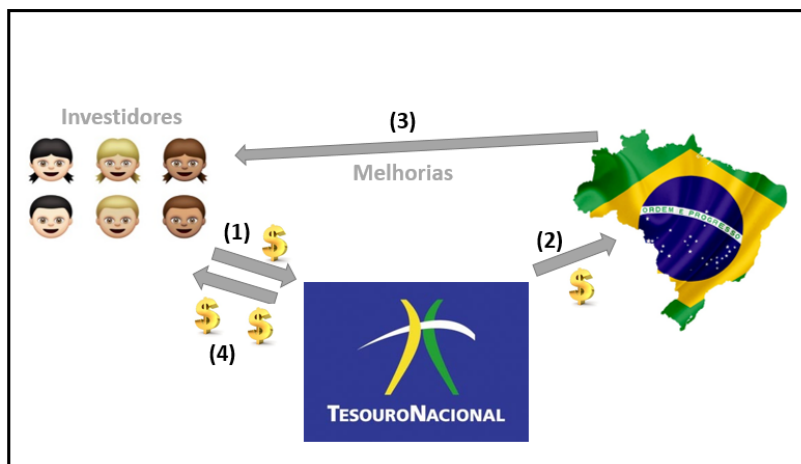
O Tesouro Direto surgiu em janeiro de 2002 a partir de uma parceria do Tesouro Nacional, órgão que cuida das finanças do Brasil, e a Bolsa de Valores, com o objetivo de tornar popular os investimentos em Títulos Públicos. Assim, pessoas físicas puderam aplicar seu capital, através da *internet*, em um tipo de investimento seguro e prático.

É importante ressaltar também que esses investidores brasileiros contribuem para que as dívidas do Governo tornem-se internas, ou seja, a nação brasileira agora não mais depende tanto de capitais internacionais como o FMI. Portanto, os mais de 400 mil investidores nessa modalidade contribuem para o próprio desenvolvimento do país.

Os investidores aplicam seu capital no Tesouro Direto (Figura 1, item 1), já sabendo quando receberão o dinheiro de volta e sob qual modelo de rentabilidade seu dinheiro estará aplicado. Assim sendo, este capital é utilizado em melhorias no país (Figura 1, item 2), resultando em benefício da população (Figura 1, item 3). Tais melhorias indicadas no item 3 da Figura 1 são obras de infraestruturas como construção de escolas, hospitais, universidades, rodovias, hidrelétricas, entre outros, bem como é investido em programas sociais como o SUS e o bolsa família.

Além dessas melhorias que são feitas para o povo brasileiro, os investidores também recebem os juros dos seus investimentos (Figura 1, item 4) que foram acordados no momento da compra. Logo, ao investirmos no Tesouro Direto, contribuímos para o desenvolvimento do Brasil e recebemos um retorno positivo com os juros arrecadados da aplicação. Sendo assim, o investidor em títulos públicos acaba por receber benefício duplo.

Figura 1: Dinâmica dos investimentos em Títulos Públicos

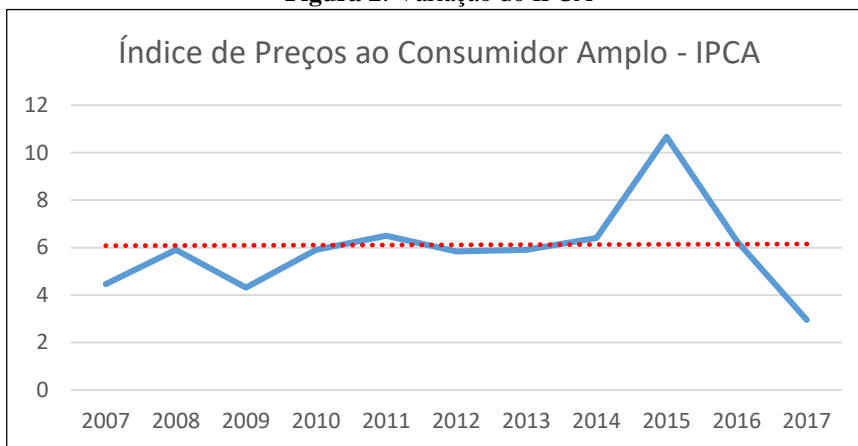


Fonte: Acervo próprio

No que tange a investimentos em Títulos Públicos, outros conceitos também se tornam importantes para a compreensão da rentabilidade de algumas das modalidades. Dentre esses conceitos, podemos citar a inflação, ou o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que é o aumento generalizado dos preços. Dessa forma, quando a inflação aumenta, perdemos poder de compra, por outro lado, esse poder aumenta quando o índice da inflação abaixa. Vale a pena ressaltar que esse índice está intimamente relacionado aos setores da economia, ou seja, no caso do Brasil, por exemplo, o agronegócio é um dos setores que mais exerce influência, logo, se há uma grande crise hídrica, a produção agrícola é reduzida, portanto haverá pouca oferta e muita demanda o que acarretará em um aumento do preço dos produtos. Sendo que o mesmo ocorre com outros setores, por outros motivos, com reflexos positivos com a valorização do poder de compra ou negativo com a desvalorização da moeda.

Na Figuras 2, apresentamos a variação anual do IPCA, desde 2007, sendo o eixo vertical o valor em percentual da inflação e o eixo horizontal os anos até 2017.

Figura 2: Variação do IPCA

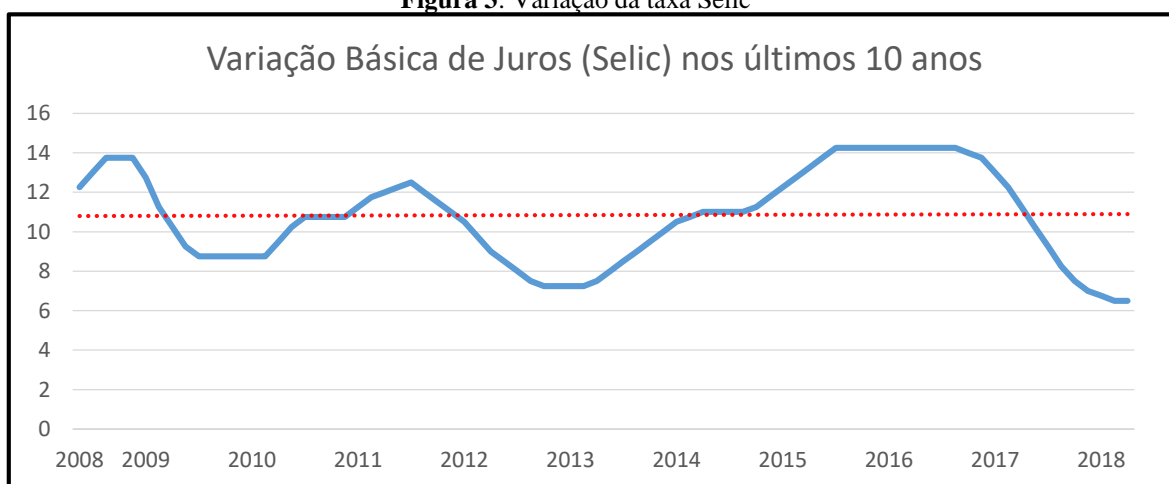


Fonte: Disponível em: www.bcb.gov.br. Acesso em: 08 jan. 2018

Outro conceito que podemos citar é o de taxa básica de juros (Selic). A Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) é a taxa básica de juros da economia-definida pelo Banco Central a partir da compra e venda de títulos do Governo. Ou seja, se o comitê de políticas monetária do banco central deseja que a taxa aumente, esse comitê aumenta a oferta de títulos no mercado, já quando ele quer que essa taxa diminua, ele compra títulos públicos, aumentando a demanda desses e, por conseguinte os preços, baixando o valor dessa taxa.

Com a coleta dos dados da variação da taxa Selic nos últimos dez anos foi possível construir o gráfico que consta na Figura 3, que representa o valor percentual da taxa Selic do ano de 2008 até 2018.

Figura 3: Variação da taxa Selic

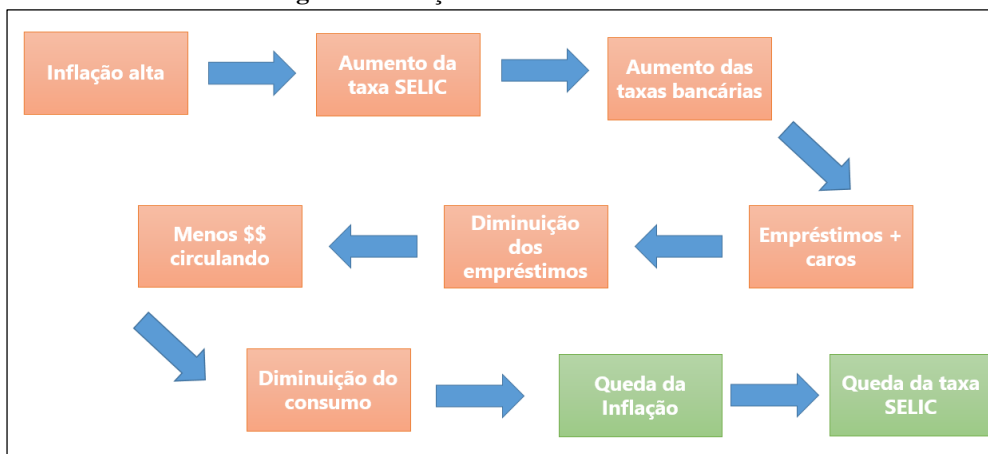


Fonte: Disponível em: www.bcb.gov.br. Acesso em: 08 jun. 2018

A equipe econômica do nosso Governo tem se utilizado da taxa Selic para conter as altas da inflação. Para isso, quando a inflação está alta, esta equipe econômica aumenta

a taxa Selic, implicando sem essa preposição um aumento das taxas bancárias, dessa maneira os empréstimos ficam mais caros o que resulta na diminuição desses. Assim, ao diminuir os empréstimos, haverá menos capital circulando na economia, logo as pessoas irão consumir menos, levando, conseqüentemente, a uma queda da inflação e também da taxa Selic. A partir disso, é possível esquematizar essas informações (Figura 4).

Figura 4: Relação entre Taxa Selic e IPCA



Fonte: Acervo Próprio

Esses diferentes tipos de investimentos em Títulos Públicos particularizam-se conforme a taxa a qual estão atrelados, assim sendo, temos:

- O Tesouro Prefixado, que apresenta uma rentabilidade prefixada. Dessa forma, no ato da compra o investidor já tem a informação exata da rentabilidade bruta que terá ao final do prazo de maturação;
- O Tesouro Selic está atrelado à taxa básica de juros do país. Esse possui um rentabilidade pós-fixada, ou seja, no ato da compra o investidor sabe que o rendimento será igual à taxa Selic acumulada no período de maturação do Título;
- O Tesouro IPCA está atrelado à inflação mais uma outra rentabilidade pré-determinada, ou seja, ele tem natureza híbrida. Dessa forma, parte da rentabilidade é prefixada, pois já se conhece no ato da compra o rendimento. Caso o investidor leve o investimento até o prazo de maturação, e a outra parte é pós-fixada, assim o Título, indexado ao IPCA, irá render a inflação do prazo entre a compra e a venda dele. O somatório das duas rentabilidades (taxa pré + IPCA) será a rentabilidade bruta do Tesouro IPCA.

Para todos investimentos via Tesouro Direto há duas taxas a serem pagas, a saber:

- 1) A taxa de anual de administração, equivalente a 0,30% do rendimento bruto;
- 2) O imposto de renda, que possui alíquotas decrescentes, atuantes sobre o rendimento bruto, conforme o aumento do prazo de aplicação dos seus investimentos, segundo apresentado abaixo:
 - ❖ 22,5%, para aplicações realizadas com prazos de até 6 meses.
 - ❖ 20%, para aplicações realizadas com prazos entre 6 meses e um ano.
 - ❖ 17,5%, para aplicações realizadas com prazos entre um e dois anos.
 - ❖ 15%, para aplicações realizadas com prazos acima de dois anos.

3 Construção do trabalho

Na segunda fase da metodologia, na *Construção e análise a priori*, nos preparamos para a experimentação, abrindo uma conta na corretora de valores Rico⁴, seguindo os passos propostos no livro “Tesouro Direto: a nova poupança”, de autoria de Marcos Silvestre.

O *site* da corretora Rico é organizado e possui muitas informações a respeito dos investimentos, o que facilita o contato e o uso. Além disso, vale ressaltar a atenção e a comunicação clara e objetiva do suporte, como cita Silvestre (2016, p. 96) “[...] nas poucas vezes em que, como cliente, precisei utilizar o atendimento *on-line*, por *e-mail* ou telefônico, fui tratado com cordialidade e minhas dúvidas foram esclarecidas a contento.” Isso demonstra o compromisso e a seriedade da corretora, validando nossa escolha.

Ao acessar o portal da corretora e iniciar o cadastro é necessário clicar em “cadastrar”, o que abrirá uma nova página em que há a necessidade de preencher com alguns dados pessoais, como CPF, *e-mail* e como chegou à Rico corretora. Feito isso, o *site* apresentou os termos de serviços, os quais devemos aceitar para poder continuar. A partir de então, foi necessário responder cerca de cinquenta questionários relacionado a dados pessoais e às finanças pessoais, tais como, total de rendimento mensal, total de aplicações financeiras, total de bens e dados de uma conta bancária.

Vale ressaltar que durante o processo, supostamente simples, surgiram alguns reveses relacionados a dois itens: conta bancária e anexos da cópia do documento. Quanto ao primeiro, a corretora apresentou a opção aparente de se cadastrar duas contas diferentes para um mesmo usuário, o que não foi possível, pois ao tentar adicionar uma segunda

⁴ Site: www.rico.com.br

informação bancária essa nova, simplesmente, cancelava e substituía aquela primeiramente fichada.

Acerca da cópia do documento, a corretora escolhida apresentou-se bem flexível quanto à forma de encaminhar as documentações devido ao fato de a mesma aceitar o encaminhamento, tanto em forma de arquivo, quanto em forma de foto. Porém, as informações contidas na página careceram de esclarecer a necessidade de uma cópia frente e verso, especificamente, da identidade. Dessa maneira, ao enviar apenas um lado desse documento, no prazo de alguns dias a corretora contactou-nos por *e-mail*, alegando a impossibilidade de confirmar o cadastro e solicitando apenas o documento faltante.

Ainda por *e-mail*, foram encaminhados os arquivos e também no prazo de alguns dias, a corretora entrou em contato, confirmando o cadastro e passando instruções para acessar a conta no *site*. Assim feito, ao acessar a área do cliente no *site* da corretora, são apresentados os dados da sua conta Rico com informações de identificação de agência, conta e número do banco/corretora. Esses dados são utilizados nas transferências entre bancos, denominadas “Transferência Eletrônica Direta” (TED), para iniciar o processo de investimento.

Porém, ao realizarmos o TED, tivemos contratemplos. Foi necessário acrescentar alguns dados nas lacunas presentes referentes à agência bancária que utilizaremos para transferir o dinheiro para a corretora. Para tal, utilizamos uma agência do Banco do Brasil; e o primeiro item a ser selecionado é “selecione a instituição de destino” e esse apresenta uma divergência, pois, apesar da corretora Rico definir-se como corretora, deve-se selecionar a opção “Bancos (COMPE)” e não a opção “Corretora, financeiras e Cooperativas”.

O desacordo, certamente, é singular, mas deve-se ao fato de a corretora escolhida disponibilizar uma conta similar a uma “conta corrente” o que gera tal divergência. Além disso, é importante salientar que não foi cobrado nenhum valor pela operação bancária.

Em suma, a partir do cadastro, é rápido e simples comprar um Título Público, o que evidencia a acessibilidade do Tesouro Direto. Ademais, como veremos a seguir, com valores a partir de trinta reais já é possível comprar Títulos do Tesouro Direto o que torna tal modalidade de investimento acessível a muitos estudantes de Ensino Médio.

Após o cadastro na corretora foi realizado um grupo de estudos com alguns alunos do CAP-Coluni/UFV, com o foco em investimentos em Títulos Públicos. Para isso, o livro “Tesouro Direto: a nova poupança”, foi utilizado como embasamento para os encontros e discussões.

Assim, em dez sessões de cinquenta minutos cada foram realizados encontros nos quais os alunos previamente estudavam alguns capítulos do livro e, juntamente com o professor/orientador, discutiam os assuntos tratados no livro.

Desse modo, após os encontros do referido grupo de estudos, com a abertura de conta oficializada e com a transferência de valores realizada, pudemos passar para a terceira fase de pesquisa, a Experimentação, na qual avaliamos quais matemáticas foram utilizadas no processo de investimento em Títulos Públicos.

4 Experimentação

Na terceira fase da metodologia, na *Experimentação*, deparamos-nos com as análises de investimentos em diferentes Títulos Públicos, com os quais simularemos uma aplicação para a modalidade de investimento Tesouro Prefixado, a partir dos dados apresentados no próprio site da Fazenda⁵, e utilizaremos taxas Selic e IPCA (inflação) futuros como média dos últimos dez anos. Além disso, empregaremos a ideia de investimento de “ponta a ponta”, ou seja, o dinheiro ficará aplicado até o prazo de maturação, vencimento, do Título.

Vale ressaltar que não entraremos em detalhes quanto à simulação de investimentos em Tesouro Selic e Tesouro IPCA por motivos de similaridade à simulação que faremos no decorrer desse item.

Na Figura 5, temos a relação dos Títulos Públicos disponíveis para investimento no *site* da fazenda. Podemos observar que, na primeira coluna, é apresentada a identificação do título a partir do seu nome. Na segunda coluna, temos a data de vencimento dos respectivos títulos. Na terceira coluna, temos a taxa de rendimento anual bruto. E, nas duas últimas, temos o valor mínimo, em reais, de cada título e o preço unitário, também em reais, das respectivas modalidades de investimentos.

⁵<http://www.tesouro.fazenda.gov.br/>

Figura 5: Títulos Públicos disponíveis para investimento

| Título | Vencimento | Taxa de Rendimento (% a.a.) | Valor Mínimo | Preço Unitário |
|--|------------|-----------------------------|--------------|----------------|
| Indexados ao IPCA | | | | |
| Tesouro IPCA+ 2024 (NTNB Princ) | 15/08/2024 | 5,10 | R\$43,74 | R\$2.187,03 |
| Tesouro IPCA+ 2035 (NTNB Princ) | 15/05/2035 | 5,44 | R\$36,41 | R\$1.213,97 |
| Tesouro IPCA+ 2045 (NTNB Princ) | 15/05/2045 | 5,44 | R\$35,79 | R\$715,80 |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2026 (NTNB) | 15/08/2026 | 5,04 | R\$33,03 | R\$3.303,88 |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2035 (NTNB) | 15/05/2035 | 5,31 | R\$32,96 | R\$3.296,84 |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2050 (NTNB) | 15/08/2050 | 5,41 | R\$33,80 | R\$3.380,50 |
| Prefixados | | | | |
| Tesouro Prefixado 2020 (LTN) | 01/01/2020 | 8,01 | R\$34,29 | R\$857,44 |
| Tesouro Prefixado 2023 (LTN) | 01/01/2023 | 9,89 | R\$31,24 | R\$624,97 |
| Indexados à Taxa Selic | | | | |
| Tesouro Selic 2023 (LFT) | 01/03/2023 | 0,00 | R\$92,85 | R\$9.285,98 |

Fonte: Disponível em: www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto. Acesso em: 01 jan. 2018.

A partir dos dados apresentados na figura acima, foi possível realizar os seguintes cálculos dos respectivos tipos de investimento, expondo as rentabilidades que se dividem em:

- Rentabilidade Nominal Bruta, ou seja, o rendimento sem descontar impostos e a inflação;
- Rentabilidade Nominal Líquida, ou seja, o rendimento descontado dos impostos pagos, por exemplo, o imposto de renda;
- Rentabilidade Real, ou seja, é o rendimento que realmente o investidor irá ganhar, já descontados os impostos e a inflação do período em que o capital ficou investido.

Para isso, foi utilizada a calculadora de simulação presente no mesmo portal da Fazenda acessando a página do Tesouro Direto. Nessa calculadora basta escolher qual tipo de investimento (tesouro IPCA, prefixado ou Selic), transcrever os dados do respectivo Título (data da compra, data de vencimento e a taxa do papel na compra), informar a taxa de administração da sua corretora, o que no caso da corretora Rico é de 0% a.a., e posteriormente clicar em calcular.

Simularemos um investimento no Tesouro Prefixado (LTN), no valor de R\$100,00, com data de compra em 01/01/2018, data de vencimento em 01/01/2023, com taxa de rendimento bruta de 9,89% a.a. e taxa de administração nula.

É importante frisar que dados como data de vencimento e a taxa de rendimento devem seguir estritamente os dados apresentados na tabela 1 para uma aproximação fiel da rentabilidade final do investimento.

Utilizamos a calculadora de simulação presente no mesmo portal da Fazenda, escolhendo a modalidade Tesouro Prefixado 2023, transcrevendo da tabela 1 os dados do respectivo Título, tais como, data de vencimento e taxa do papel na compra. Além disso, devemos informar: a data da compra do Título, o valor a ser investido e a taxa de administração cobrada por sua corretora que, na nossa simulação foram, respectivamente, 01/01/2018, R\$ 100,00 e 0,0% ao ano.

Figura 6: Calculadora com dados para Simulação no Tesouro Prefixado 2023

| Simulação Básica | |
|---|---------------------------|
| Título: | Tesouro Prefixado (LTN) ? |
| Data da Compra: | 01/01/2018 ? |
| Data do Vencimento: | 01/01/2023 ? |
| Valor Investido: | 100,00 ? |
| Taxa do Papel na Compra (%a.a.): | 9,89 ? |
| Taxa de administração do banco/corretora (% a.a.): | 0,00 ? |
| <input type="button" value="Calcular"/> <input type="button" value="Limpar"/> | |
| Simulação Avançada - Venda Antecipada (opcional) | |

Fonte: Disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/>. Acesso em: 27 abr. 2018

Clicando em calcular, como resultado da simulação, aparecerá uma tabela descrevendo o investimento escolhido como apresentado a seguir na Figura 7:

Figura 7: Resultado da Simulação no Tesouro Prefixado 2023

| | |
|---|------------|
| Dias corridos entre a data de compra e a de vencimento: | 1825 |
| Dias corridos entre a data de compra e a de venda: | 1825 |
| Dias úteis entre a data de compra e a de vencimento: | 1256 |
| Dias úteis entre a data de compra e a de venda: | 1256 |
| Valor investido líquido: | R\$ 100,00 |
| Rentabilidade bruta (a.a.): | 9,89% |
| Taxa de Negociação (0,0%): | R\$ 0,00 |
| Taxa de administração na entrada: | R\$ 0,00 |
| Valor investido bruto: | R\$ 100,00 |
| Valor bruto do resgate: | R\$ 160,00 |
| Valor da taxa de custódia do resgate: | R\$ 1,95 |
| Valor da taxa de administração do resgate: | R\$ 0,00 |
| Alíquota média de imposto de renda: | 15,00% |
| Imposto de renda: | R\$ 8,71 |
| Valor líquido do resgate: | R\$ 149,34 |
| Rentabilidade líquida após taxas e I.R. (a.a.): | 8,38% |

Fonte: Disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/>. Acesso em: 27 abr. 2018

Analisando os resultados da simulação, observe, na décima linha da Figura 7, que o valor bruto de resgate foi de R\$ 160,00, o que equivale a um *rendimento nominal de 60% ao longo do período de investimento* (1). Ainda assim, com todos os descontos, (imposto de renda e taxa de custódia) *o rendimento líquido*-(ver linha 16 da figura 7) *foi de 49,34%* (2) e, descontando os *34,13% de inflação acumulada neste período* (3), *o rendimento real da aplicação foi de 15,21%* (4).

À Luz da Teoria Antropológica do Didático analisamos as afirmativas grifadas acima:

(1) *Rendimento nominal de 60% ao longo do período de investimento.*

I. *Tarefa (T):* calcular, em porcentagem, quanto que o valor bruto de resgate representa sobre o valor investido.

II. *Técnica (τ):*

$$\text{R\$ } 100,00 \text{ ----- } 100\% \text{ [a]}$$

$$\text{R\$ } 160,00 \text{ ----- } x\% \text{ [b]}$$

$$\frac{100}{160} = \frac{100}{x} \text{ [c]}$$

$$100x = 16000 \text{ [d]}$$

$$x = 160\% \text{ [e]}$$

$$160\% - 100\% = 60\% \text{ [f]}$$

III. *Tecnologia (θ):*

Em [a], colocamos na coluna da esquerda os valores em reais na coluna da direita, colocamos o valor percentual, ou seja, tomando os R\$ 100,00 (valor aplicado) como 100%.

Em [b], colocamos na coluna da esquerda do valor bruto de resgate (R\$ 160,00) e, na coluna da direita, colocamos o valor percentual, ou seja, x% como a porcentagem referente aos R\$ 160,00 (valor bruto de resgate).

Em [c], montamos a equação, seguindo a proporção estudada no item [a], ou seja, como os valores são, diretamente, proporcionais à divisão do valor aplicado pelo valor bruto de resgate é igual a divisão entre os 100% pelo x%.

Em [d], temos a partir da multiplicação cruzada dos termos a igualdade apresentada.

Em [e], temos a porcentagem referente ao valor bruto de resgate (R\$ 160,00) em que se encontra incluso os 100% referentes ao total aplicado.

Em [f], subtraímos 100% de 160% a fim de retirar o percentual total aplicado do percentual do valor bruto de resgate e obter como resultado os 60% que é o quanto o valor bruto de resgate representa sobre o valor investido.

(2) *Rendimento líquido de 49,34%*

I. *Tarefa (T)*: calcular o rendimento líquido do investimento sobre o valor investido.

II. *Técnica (τ)*:

$$\text{R\$ } 100,00 \text{ ----- } 100\% \text{ [a]}$$

$$\text{R\$ } 149,34 \text{ ----- } x\% \text{ [b]}$$

$$\frac{100}{149,34} = \frac{100}{x} \text{ [c]}$$

$$100x = 14934 \text{ [d]}$$

$$x = 149,34\% \text{ [e]}$$

$$149,34\% - 100\% = 49,34\% \text{ [f]}$$

III. *Tecnologia (θ)*:

Em [a], colocamos na coluna da esquerda o valor em reais e, na coluna da direita, colocamos o valor percentual, ou seja, tomando os R\$100,00 (valor aplicado) como 100%.

Em [b], colocamos na coluna da esquerda do valor do rendimento líquido (R\$149,34) e na coluna da direita colocamos o valor percentual, ou seja, x% como a porcentagem referente aos R\$ 149,34 (valor líquido de resgate).

Em [c], montamos a equação, seguindo a proporção estudada no item [a], ou seja, como os valores são, diretamente, proporcionais à divisão do valor aplicado pelo sem o “o” valor líquido resgate é igual a divisão entre os 100% pelo x%.

Em [d], temos a partir da multiplicação cruzada dos termos a igualdade apresentada.

Em [e], temos a porcentagem referente ao valor do rendimento líquido (R\$ 149,34) em que se encontra incluso os 100% referentes ao total aplicado.

Em [f], subtraímos 100% de 149,34% a fim de retirar o percentual total aplicado do percentual do valor líquido de resgate e obter como resultado os 49,34% que é o quanto o valor líquido de resgate representa sobre o valor investido.

(3) Inflação acumulada de 34,13%

- I. *Tarefa (T)*: calcular a inflação acumulada do período.
- II. *Técnica (τ)*:

$$(1 + i)^T \quad [a]$$

$$\left(1 + \frac{6,05}{100}\right)^5 \quad [b]$$

$$(1,0605)^5 \quad [c]$$

$$1,3413 \quad [d]$$

$$1 + 0,3413 \quad [e]$$

Inflação do período

34,13% ao período [f]

- III. *Tecnologia (θ)*:

Em [a], temos a fórmula utilizada para o cálculo da inflação acumulada.

Em [b], substituímos a taxa i por 6,05% ao mês e o tempo t por 5 anos.

Em [c], calculamos a soma representada dentro dos parênteses.

Em [d], elevamos o resultado da soma ao expoente 5.

Em [e], separamos o valor anterior em uma nova soma em que 0,3412 representa a inflação do período de cinco anos.

Em [f], temos a porcentagem equivalente ao valor de 0,3413, representando a inflação em percentual do período de cinco anos.

(4) O rendimento real da aplicação é de 15,21%.

- I. *Tarefa (T)*: Calcular o valor do rendimento real da aplicação.
- II. *Técnica (τ)*:

DOI: <http://dx.doi.org/10.33238/ReBECCEM.2019.v.3.n.2.22621>

R\$ 100,00 → Investido a uma taxa $i=49,34\%$ → R\$149,34 [a]

R\$ 100,00 → inflação a uma taxa $i=34,13\%$ → R\$134,13 [b]

$$149,34 - 134,13 = 15,21 \text{ reais [c]}$$

$$\text{R\$ } 134,13 \text{ ----- } 100\% \text{ [d]}$$

$$\text{R\$ } 15,21 \text{ ----- } x\% \text{ [e]}$$

$$\frac{134,13}{15,21} = \frac{100}{x} \text{ [f]}$$

$$134,13x = 1521 \text{ [g]}$$

$$x \cong 11,33\% \text{ Rendimento Real [h]}$$

III. Tecnologia (θ):

Em [a], temos o processo do valor de R\$100,00 aplicado em um investimento a taxa $i = 49,34\%$ ao período, durante um período de tempo, obtendo como rendimento do período R\$ 149,34.

Em [b], temos a equivalência do processo anterior, porém sendo esses R\$ 100,00 representado por um item de mercado, sujeito a ação da inflação pelo mesmo período anterior, obtendo como resultado uma elevação de valor a R\$ 134,13.

Em [c], temos a subtração do rendimento em reais do investimento pelo resultado em reais da ação da inflação, obtendo uma diferença de R\$ 15,21 sendo esse o rendimento real em reais.

Em [d], temos que R\$ 134,13 representa nosso todo, ou seja, 100%.

Em [e], temos que R\$ 15,21 representa $x\%$ do total considerado.

Em [f], temos a proporcionalidade dos valores apresentados.

Em [g], temos a multiplicação cruzada dos denominadores pelos numeradores, obtendo a equação.

Em [h], temos o resultado da equação anterior, que a porcentagem do Rendimento Real, ou seja, aproximadamente 11,33%.

Chegamos à quarta e última fase da metodologia Engenharia Didática, *Análise a posteriori e validação*, na qual discutiremos os resultados obtidos nesta fase e, por fim, analisaremos se houve ou não validação das nossas hipóteses.

5 Discussão dos resultados

Os resultados encontrados no presente estudo sugerem que a maioria, se não a totalidade dos conteúdos acadêmicos utilizados para analisar e interpretar investimentos

em Títulos Públicos encontra-se nos conteúdos que compõem a Educação Escolar Básica. Dentre esses conteúdos, temos: resolução de equações, razão e proporção, porcentagem, juros simples, juros compostos e conversão de taxas. Nessa perspectiva, vale ressaltar que a pesquisa tem um viés estreito com a Educação Financeira Escolar de Silva e Powell (2013), os quais sugerem que o currículo seja organizado em quatro eixos distribuídos na Educação Básica, a saber:

I - Noções básicas de Finanças e Economia: Nesse eixo os temas de discussão são, por exemplo, o dinheiro e sua função na sociedade; a relação entre dinheiro e tempo - um conceito fundamental em Finanças; as noções de juros, poupança, inflação, rentabilidade e liquidez de um investimento; as instituições financeiras; a noção de ativos e passivos e aplicações financeiras.

II - Finança pessoal e familiar: Nesse eixo, serão discutidos temas como, por exemplo: planejamento financeiro; administração das finanças pessoais e familiares; estratégias para a gestão do dinheiro; poupança e investimento das finanças; orçamento doméstico; impostos.

III - As oportunidades, os riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro numa sociedade de consumo: Nesse eixo, serão discutidos temas como, por exemplo: oportunidades de investimento; os riscos no investimento do dinheiro; as armadilhas do consumo por trás das estratégias de marketing e como a mídia incentiva o consumo das pessoas.

IV - As dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a Educação Financeira: Nesse eixo, serão discutidos temas como: consumismo e consumo; as relações entre consumismo, produção de lixo e impacto ambiental; salários, classes sociais e desigualdade social; necessidade versus desejo; ética e dinheiro (SILVA; POWELL, 2013, p. 14, grifo dos autores).

Nesse sentido, fizemos a opção pelo item I, “Noções Básicas de Finanças e Economia”, mesmo concedendo esse projeto para os alunos do Ensino Médio, ressaltamos que alguns conteúdos são, inclusive, lecionados no Ensino Fundamental, como é o caso da porcentagem, que é apresentado aos estudantes pela primeira vez, normalmente, no sexto ano, ganhando reforço no oitavo ano e na primeira série do Ensino Médio, e as grandezas diretamente proporcionais, que são apresentadas no decorrer do sétimo ano. Dessa maneira, no Ensino Médio, esses conteúdos já foram orientados e revisados, podemos assim inferir que um aluno desse período pode utilizá-los com ampla pluralidade.

Por outro lado, conteúdos relacionados a Juros Compostos são apresentados, primeira vez, no primeiro ano do Ensino Médio, seguidos de uma série de interpretações de conceitos financeiros, como os de rentabilidades bruta, líquida e real.

Vale mencionar que pesquisamos nas sete coleções de livros enviados pelo “Programa Nacional do Livro Didático 2018” para análise dos professores de Matemática do CAP-Coluni e verificamos que o conceito *inflação* é apresentado em cinco deles, mas o de *rentabilidade real* não foi apresentado nenhuma vez. O que, no nosso modo de ver,

é um equívoco por parte dos autores, pois vivemos em um país no qual a inflação está sempre presente, logo tratar apenas a rentabilidade nominal, sem incluir a rentabilidade real, não possibilita aos estudantes um aprendizado que permite criticidade e vinculação ao cotidiano.

Dessa forma, a partir dos resultados obtidos podemos perceber que são diversas matemáticas envolvidas em investimentos, mas todas estão acessíveis aos professores e estudantes de matemática de Ensino Médio e nossas hipóteses de pesquisa foram confirmadas.

6 Considerações finais

A partir da *Teoria Antropológica do Didático* (TAD), foi-nos permitido explicitar cada matemática utilizada para os procedimentos referentes aos resultados obtidos com investimentos em Títulos Públicos. Assim como o processo de abertura de conta na corretora Rico possibilitou esclarecimentos dos processos e as informações necessárias para tal.

Portanto, com a elucidação desses dois aspectos e a partir da discussão dos resultados apresentados no item 2.4 podemos, de fato, confirmar a nossa hipótese de pesquisa. Sendo assim, as matemáticas necessárias para interpretar investimentos em Títulos da Dívida Pública via Tesouro Direto, encontram-se nos conteúdos apresentados aos estudantes de Ensino Médio.

Logo, como boa parte dos jovens possuem contato com esses conteúdos e também acesso, mesmo que mínimo, às ferramentas utilizadas nos processos de abertura de conta, como um computador, *internet* e conta bancária, é viável que o tema “Tesouro Direto” seja apresentado como conteúdo escolar na Educação Básica, até mesmo por permitir diferentes olhares: 1) sobre diversos conteúdos da disciplina Matemática, tais como Juros Compostos, Grandezas Proporcionais, Conversão de Taxas, Análise de Gráficos. 2) Interdisciplinares, envolvendo as disciplinas de História, ao abordar a história política por trás da criação e efetivação do Tesouro Direto e de Geografia, ao abordar conceitos relativos à Geopolítica, tais como Inflação e taxa Selic.

Acreditamos que este trabalho possa servir como tema para futuros projetos escolares interdisciplinares, em especial, à Educação Financeira Escolar (SILVA; POWELL, 2013), além de servir como motivação para novas pesquisas que envolvam a

disciplina de Matemática Financeira e Investimentos em Títulos da Dívida Pública brasileira, sob outras leituras.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

CHEVALLARD, Y. Conceitos fundamentais da didática: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. *In*: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. 1. ed. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p.115-153.

RODRIGUES, C. K. **O Teorema Central do Limite**: um estudo ecológico do saber e do didático. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SABO, R. D. **Saberes Docentes**: Análise Combinatória no Ensino Médio. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-17. Disponível em: <https://docplayer.com.br/5940248-Um-programa-de-educacao-financeira-para-a-matematica-escolar-da-educacao-basica.html> Acesso em: 08 ago. 2019.

SILVESTRE, M. **Tesouro Direto, A Nova Poupança**. 1. ed. Barueri: Faro, 2016.

Recebido em: 15 de junho de 2019.

Aceito em: 09 de agosto de 2019.