

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO COM GEOGEBRA NO SMARTPHONE

INVESTIGATIVE ACTIVITIES OF SOLIDS OF REVOLUTION WITH GEOGEBRA ON
SMARTPHONE

ACTIVIDADES DE INVESTIGACIÓN DE SOLIDS OF REVOLUTION CON GEOGEBRA EN
SMARTPHONE

Adriano Costa da Silva ¹
Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria ²

Manuscrito recebido em: 14 de março de 2023.

Aprovado em: 06 de abril de 2023.

Publicado em: 05 de maio de 2023.

Resumo

Este artigo objetiva discutir atividades investigativas de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone, elaboradas para alunos do Ensino Médio, com o intuito de que haja participação ativa na construção do conhecimento matemático do tema proposto. A investigação, de cunho qualitativo, foi realizada por meio da elaboração de atividades matemáticas investigativas disponibilizadas em um GeoGebra Book, um espaço virtual para reunir os diversos recursos e elementos multimídias do aplicativo GeoGebra. Os dados foram analisados evidenciando as características para que, atividades que envolvam o conteúdo matemático Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone, tenham caráter investigativo. Concluímos que, atividades investigativas de Geometria Espacial devem: ser elaboradas intencionalmente, com foco no desenvolvimento do raciocínio matemático e na participação ativa dos alunos; envolver questões pautadas na manipulação e exploração de propriedades por meio das tecnologias digitais; e privilegiar aplicações práticas do conteúdo.

Palavras-Chave: Ensino Médio; Educação Matemática; Geometria Espacial; Investigação Matemática; Tecnologias Digitais.

Abstract

This article aims at investigative activities of Spatial Geometry with GeoGebra for smartphone, designed for high school students, with the aim of actively participating in the construction of mathematical knowledge of the proposed theme. As the characteristics not scope of a qualitative research were elaborated, data were found, evidencing as investigative activities the mathematical

¹ Mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Bolsista de mestrado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0744-4133> Contato: adrianocsilva.mat@gmail.com

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Professora no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Viçosa. Integrante do Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2422-969X> E-mail: rejane.faria@ufv.br

content Geometry, with Geometry activities, involving the mathematical content for the smartphone, were investigated. We conclude that Spatial Geometry investigations should be elaborated, focusing on planned development for mathematical activities and student participation; elaborate issues in the manipulation and exploitation of properties through digital technologies; privilege practical applications of the content.

Keywords: High School; Mathematics Education; Spatial Geometry; Mathematical Research; Digital Technologies.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir actividades de investigación de Geometría Espacial con GeoGebra para teléfonos inteligentes, diseñadas para estudiantes de secundaria, con la intención de participar activamente en la construcción del conocimiento matemático del tema propuesto. Las actividades fueron elaboradas en el ámbito de una investigación cualitativa, cuyos datos fueron analizados mostrando las características para que, las actividades que involucran el contenido matemático Geometría Espacial con GeoGebra para smartphone, tengan un carácter investigativo. Concluimos que las actividades de investigación en Geometría Espacial deben: ser intencionalmente diseñadas, con foco en el desarrollo del razonamiento matemático y la participación activa de los estudiantes; involucrar temas basados en la manipulación y explotación de propiedades a través de tecnologías digitales; y privilegiar las aplicaciones prácticas del contenido.

Palabras clave: Escuela Secundaria; Educación Matemática; Geometría Espacial; Investigación Matemática; Tecnologías Digitales.

Introdução

Durante as últimas quatro décadas o mundo imergiu em uma constante e rápida transformação tecnológica (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; FARIA, MALTEMPI, 2020; VALENTE, 1993). Isso possibilitou aos setores da nossa sociedade um campo propício para transformação e inovação. Reuniões religiosas são realizadas online quando os fiéis não podem estar juntos fisicamente; instituições financeiras se adaptam para trabalhar com moedas virtuais e pagamento eletrônico online instantâneo; na medicina já são realizadas cirurgias por meio de câmeras e robôs, vacinas para novas doenças são desenvolvidas em um curto período se comparado às desenvolvidas até então e procedimentos complexos são simplificados com uso de novas tecnologias. Esses são apenas alguns exemplos dentre tantas outras aplicações nas mais diversas áreas da sociedade.

Na educação as transformações também ocorrem, mas ainda timidamente, caminhando a passos lentos. Desde a década de 1990, pesquisadores argumentam que:

Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia do futuro (D'AMBROSIO, 1996, p. 80).

Com a rápida evolução tecnológica, surge a necessidade de conhecimentos cada vez mais elaborados para a vida social e produtiva, devido à grande diversificação das atividades humanas. Concordamos que “[...] a tecnologia, como ferramenta pedagógica, pode contribuir como prática inovadora para uma educação de qualidade, articulada com o conhecimento escolar e o currículo, conduzindo para uma aprendizagem significativa” (NERLING; DARROZ, 2021, p.8). Uma aprendizagem que fundamenta novos conhecimentos em outros, anteriores, oriundos de conceitos previamente elaborados e já pertencentes a estrutura cognitiva de cada pessoa (NERLING; DARROZ, 2021).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) a defesa e o esclarecimento sobre a importância do uso de tecnologias no ensino são também muito discutidos. No documento é evidenciado o quanto a sociedade vem se transformando de maneira rápida, devido ao avanço tecnológico e o quanto isso influencia o contexto escolar. O texto diz que uma das competências para o século é que os jovens possam:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

Segundo o documento, essas competências se tornam necessárias, devido à imersão tecnológica que a sociedade está envolvida e que grande parte do conhecimento desenvolvido pela humanidade está armazenado digitalmente. O documento ainda reforça que o uso das tecnologias possibilita experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens e a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações. Aponta, também, que o uso das tecnologias pode exercer influências negativas ou positivas, sendo necessário assegurar aos estudantes a análise e o uso consciente e crítico das tecnologias, explorando suas potencialidades e evidenciando seus limites na configuração do mundo contemporâneo.

A pesquisa de cunho qualitativo relatada neste artigo nasceu do anseio de investigar o uso do smartphone para o ensino de matemática e, mais especificamente, para o ensino de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone. Seu uso de forma relevante e com intencionalidade, pode potencializar o ensino no âmbito da matemática escolar. Assim, este trabalho que integra o Dossiê Temático Ensino, Educação e Tecnologia, tem por objetivo discutir atividades investigativas de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone, elaboradas para alunos do Ensino Médio, com o intuito de que os alunos participem ativamente na construção do conhecimento matemático do tema proposto.

Tecnologias digitais no ensino de matemática

De acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), a utilização das tecnologias digitais no ensino de matemática foi marcada por quatro fases. Recentemente, com o destaque do uso de vídeos na Educação, Borba, Souto e Canedo-Junior (2022) destacam o surgimento da quinta fase.

Na primeira fase, década de 1980, destaca-se o uso de calculadoras simples e a utilização do software Logo e suas possibilidades no que diz respeito à construção de objetos geométricos por uma série de comandos. O software trabalhava como uma linguagem de programação que, inicialmente, foi utilizada com o intuito de preparar professores para usar as novas tecnologias. A segunda fase, iniciada nos anos de 1990, é marcada pela presença dos computadores pessoais, e o desenvolvimento de softwares de geometria dinâmica e de representação gráfica de funções; esta fase é marcada pelo investimento de empresas, governos e pesquisadores em softwares educacionais.

Já a terceira fase teve início no final da década de 1990 sendo marcada pelo rápido avanço do sistema de internet. Foi nessa fase que o termo tecnologia de informação e comunicação (TIC) foi mais difundido, devido ao poder de comunicação que os aparelhos eletrônicos adquiriram. Na área de Educação Matemática as pesquisas avançaram e começou a se repensar o ensino de matemática para o novo cenário. Nessa fase ocorrem investigações com o software Winplot como possibilidade de construção coletiva do conhecimento matemático em um ambiente virtual. A quarta fase é marcada pela internet rápida, teve início em 2004 e suas principais características são a facilidade de comunicação e as funcionalidades que os aparelhos eletrônicos possuem. Nessa fase torna-se comum o

uso da expressão tecnologias digitais caracterizando a diversidade de aplicações e possibilidades que as mesmas trouxeram; no campo da investigação matemática essa fase torna-se um ambiente fértil, frente a mudanças provocadas pelo uso das tecnologias digitais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

A quinta e atual fase é caracterizada pelo uso de vídeos nas aulas de matemática, e a mudança de visão quanto às tecnologias digitais na Educação Matemática transformou consideravelmente as relações de uso das tecnologias digitais no cenário pandêmico da Covid-19. Nesse cenário, o uso de vídeos passou a ser considerado uma forma de avaliar, de expressar Matemática, e de produzir conhecimento coletivo. Por meio deles, é possível substituir provas e testes por outras formas que permitam não somente avaliar, mas também envolver os alunos de modo flexível e qualitativo, utilizando atividades em que os vídeos digitais contribuem para uma sala de aula de Matemática em transformação. Na quinta fase também se destacam a disponibilização de jogos digitais em diversas plataformas educacionais, disponíveis tanto para computadores, quanto para smartphones. Os jogos e vídeo games contribuem para a criação de contextos motivacionais para que alunos trabalhem matematicamente e desenvolvam estratégias de raciocínio e de cooperação (BORBA, SOUTO, CANEDO-JUNIOR, 2022).

Todas essas fases se entrelaçam de tal modo que as tecnologias que foram amplamente utilizadas na primeira fase ainda ocupam o cenário na última (FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018). Analisando a inserção das tecnologias digitais no ensino de matemática da perspectiva das fases das tecnologias digitais apresentadas em Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), é possível compreender que a educação também tem sido modificada pelas tecnologias.

Atualmente, temos um campo fértil para pesquisas com tecnologias digitais no ensino de matemática. Esse campo é ainda mais promissor quando se trata dos smartphones, devido às suas inúmeras funcionalidades educacionais somadas com o seu poder de alcance.

Não é apenas a utilização dos celulares nas salas de aula, mas a utilização da internet por meio dos celulares inteligentes. Dessa forma, possibilita-se o trabalho com o celular tanto no que diz respeito aos aplicativos disponíveis, que estão cada vez mais sendo desenvolvidos, quanto ao acesso à internet. A ideia de um celular por aluno é pensada pela facilidade de acesso do aluno a um dispositivo móvel, e a um acesso instantâneo (BORBA; LACERDA, 2015, p. 500).

Mesmo em um cenário com tantos entraves, as utilizações das tecnologias digitais nas salas de aula de matemática são uma necessidade devido às cobranças da sociedade atualmente. Logo, é preciso que professores e alunos enxerguem o smartphone como um material de ensino e, para isso, nasce a necessidade de pesquisas e discussões que contemplem essa temática, pois a produção de conhecimento matemático é condicionada pela tecnologia utilizada, o que nos leva a considerar que as tecnologias não são neutras ao pensamento matemático (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Com o crescente acesso ao smartphone e a imersão deles no ambiente escolar, cabem ainda pesquisas sobre a temática e o desenvolvimento de metodologias que apontem as potencialidades da sua utilização no cenário educacional (BORBA; LACERDA, 2015). Nesse contexto, podemos almejar metodologias de trabalho ousadas e interativas, o que nos permite discutir suas potencialidades no ensino de Matemática.

A BNCC (BRASIL, 2018) destaca os impactos causados pela imersão social das tecnologias e evidencia um maior protagonismo dos estudantes, a partir de novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil, em especial o smartphone devido ao seu aumento expressivo de acesso, no sistema de ensino. O documento sugere a utilização do smartphone como um instrumento mediador nas práticas de ensino para aquisições de habilidades e competências, tais como a de obtenção de informações e representações espaciais.

A utilização do smartphone aumenta o interesse dos estudantes pelo conhecimento e é de fácil aceitação por eles, visto que já faz parte do cotidiano. Contudo, a utilização da tecnologia requer um conhecimento básico prévio, pois o aluno que não souber lidar com as ferramentas básicas do smartphone apresentará dificuldades de aprendizagem mediado por essa tecnologia. Então, antes mesmo de inserir uma abordagem com o smartphone na sala de aula, é preciso criar atividades para que o aluno saiba ler e interpretar a linguagem e as imagens geradas no aplicativo a ser utilizado. Além disso, o professor deve perceber que a utilização deste recurso requer cuidados epistemológicos, pois ele irá trazer configurações diferentes para o sistema de ensino. Modificações como essas vão demandar e induzir novos conceitos de avaliação, pois a utilização das tecnologias altera até mesmo a organização cognitiva das pessoas envolvidas no processo de aprendizagem (CLARK, 2001).

Destacamos ainda que, para introduzir os smartphones na sala de aula, é importante que os professores estejam capacitados para trabalhar com esse recurso. Quando o professor não se sente apto para trabalhar com as tecnologias digitais, a responsabilidade quanto ao ensino utilizando smartphones acaba inibindo o trabalho do professor, e interrompe o encantamento do aluno em poucos minutos de aula sem que o docente atinja o objetivo inicial. Assim, é de extrema importância o investimento na formação inicial e continuada dos professores voltado para o uso do smartphone no ensino de matemática.

É necessário ter a compreensão de que as tecnologias digitais na educação têm o papel de subsidiar o professor na sua prática docente de tal modo que o processo de construção do conhecimento seja facilitado, contribuindo para uma formação participativa e crítica dos alunos. Então, com conhecimento sobre o uso do smartphone no Ensino de Matemática, formação e planejamento adequados e investimentos em equipamentos e em equipe técnica especializada, é possível que ele se faça cada vez mais presente nos ambientes escolares efetivamente.

Investigação matemática

Quando refletimos sobre investigação matemática, logo nos surge a ideia de que se trata do trabalho de grandes nomes da matemática, como Tales, Pitágoras e Leibniz. Por exemplo, “O Quinto postulado de Euclides” suscitou diversos trabalhos no decorrer da história. A primeira tentativa de demonstração deste postulado de que há registro é de Ptolomeu de Alexandria (c. 90 – 168). Outra tentativa registrada é a do padre jesuíta G. Saccheri (1667 – 1733), talvez o primeiro a ensaiar uma abordagem inteiramente nova para esse problema. No seu último livro “*Euclides ab omni naevo vindicatus*”, Saccheri utiliza a técnica de redução ao absurdo, admitindo a negação do quinto postulado de Euclides. Embora não tenha obtido sucesso, sua investigação levou à descoberta da geometria não euclidiana. De igual modo, a geometria de Lobachevski e a hiperbólica tiveram seu início nas investigações feitas na tentativa de provar o quinto postulado de Euclides, e também tiveram grande importância para as ciências no século XX (BARBOSA, 2011).

Esses exemplos servem para destacar a importância da prática investigativa na matemática, tanto para a aprendizagem individual, quanto para o legado deixado para a Matemática como campo científico. Mas a prática investigativa não se restringe aos grandes profissionais da área. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23), “as investigações matemáticas como atividades de ensino e de aprendizagem propiciam o espírito da atividade matemática genuína”. Com essa prática, segundo os autores, o aluno irá se comportar da mesma forma que um matemático profissional, desenvolvendo sua autonomia e suas habilidades exploratória e criativa.

A realização de investigações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem envolvem quatro momentos principais: (i) reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões; (ii) formulação de conjecturas; (iii) realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas, e (iv) argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009). Nesse sentido, os autores argumentam que a metodologia vai além dessas atividades:

[...] o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e com o professor (p. 23).

Na investigação matemática, o aluno não dispõe de um método que permite a resolução imediata de uma questão ou atividade. É preciso que encontre caminhos e teste possibilidades para obtenção de uma solução. Trata-se de uma tendência em Educação Matemática significativa ao processo qualitativo de ensino e de aprendizagem da matemática escolar (FARIAS, 2018). Conforme Braumann (2002, p. 5)

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo.

Segundo essa concepção, a metodologia de investigação matemática no ensino se mostra promissora para um ensino de qualidade, o que não descaracteriza a importância de conhecer e se inteirar de procedimentos, técnicas, propriedades e métodos de

resoluções já existentes, mas enfatiza a importância de aprender a chegar nesses resultados e inferir sobre eles, aliando o conhecimento construído ao raciocínio para obter generalizações e novos conhecimentos. É nesse sentido que Braumann (2002) argumenta que ensinar matemática sem as facetas da investigação é como aprender a andar de bicicleta olhando outra pessoa andar.

Costa (2023) aborda essa temática e, ao investigar as potencialidades do uso do smartphone nos processos de ensino e aprendizagem da Função Exponencial, conclui que:

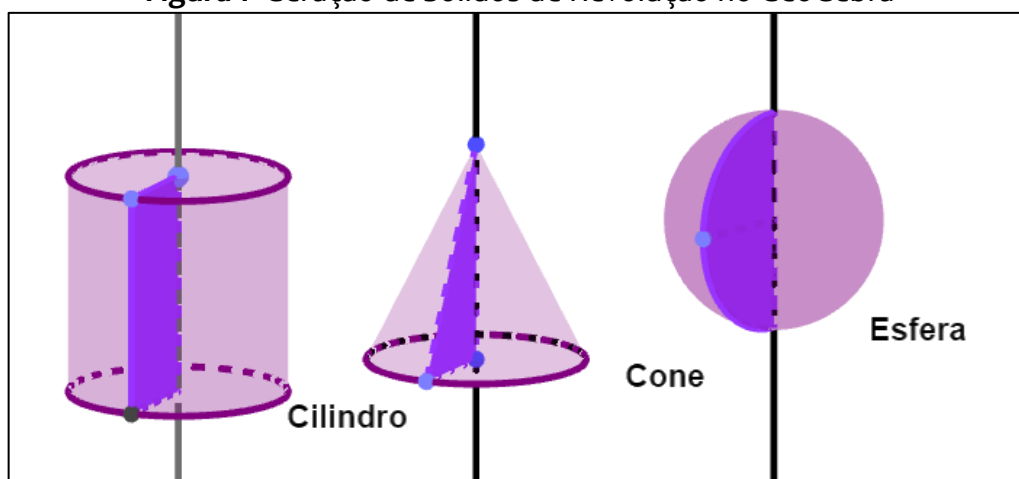
à medida em que os alunos compreendiam as atividades e a proposta investigativa, descobertas matemáticas aconteciam e novos conhecimentos eram construídos. As observações, instigavam a curiosidade e geravam discussões que requeriam que seus olhares estivessem aguçados. Desse modo, as conclusões que emergiram da exploração dessa forma de estudo evidenciam que é possível engajar os alunos no estudo de conteúdos matemáticos com a metodologia das investigações matemáticas com tecnologias digitais na sala de aula (COSTA, 2023, P. 26).

Ainda, no que diz respeito às investigações matemáticas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) relatam ser necessário apostar em instrumentos variados de avaliação de natureza oral e escrita, podendo ser utilizados relatórios, registros de observação e apresentação oral, trabalhando individualmente ou em grupo, o que possibilita e orienta a prática docente e informa aos discentes sobre o seu desempenho. Assim, as investigações matemáticas tornam possível obter conclusões diferentes dependendo do raciocínio matemático empregado. Da perspectiva das investigações matemáticas, os processos de ensino e de aprendizagem possuem uma concepção educativa no qual o educando participa e se compromete com seu aprendizado de forma crítica e consciente. E é esse o nosso intuito, contribuir para um ensino de matemática que coloque o aluno em uma posição ativa, ideia que vai ao encontro da educação libertadora, pois valoriza o diálogo, desmistifica a realidade e estimula a transformação social por uma prática conscientizadora e crítica (FREIRE, 1981).

Geometria espacial e sólidos de revolução

Geometria Espacial é a área da matemática que estuda figuras geométricas tridimensionais, ou seja, que possuem comprimento, largura e altura. A principal característica dos sólidos espaciais é possuir volume e a Geometria Espacial tem foco no estudo de formas que ocupam lugar no espaço (DOLCE; POMPEO, 2005). Dentre os sólidos geométricos, neste estudo evidenciamos os Sólidos de Revolução gerados pela rotação de uma superfície S em torno de um eixo. Assim, ao ser rotacionado, um retângulo pode gerar um cilindro, um triângulo pode gerar um cone e um semicírculo, uma esfera (figura 1).

Figura 1- Geração de Sólidos de Revolução no GeoGebra



Fonte: Autores

No Ensino Médio, os estudos de sólidos de revolução se revestem de grande importância pois contribuem para o desenvolvimento de habilidades de solução de problemas, formulação de conjecturas, identificação das características das formas geométricas e abstração. Os Parâmetros Curriculares Nacionais discorrem sobre a importância do desenvolvimento do pensamento espacial na educação básica:

O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. [...] se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

As atividades aqui propostas permitem que os envolvidos explorem, construam, representem, discutam, investiguem e adquiram diversas habilidades e competências relacionadas à Geometria Espacial, em especial, os Sólidos de Revolução. Tendo como intuito contribuir para uma prática que promova educação de qualidade, consideramos “cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno” (FÜRKOTTER; MORELATTI, 2009, p. 29).

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) destaca as competências que devem ser adquiridas com os estudos dos Sólidos de Revolução. Comumente, em suas edições, são encontradas questões relacionadas à competência “utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela” (BRASIL, 2022, p. 5), abrangendo as habilidades:

- H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
- H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
- H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (BRASIL, 2022, p.5).

Portanto, as atividades com os Sólidos de Revolução com tecnologias digitais permitem trabalhar essas habilidades pois envolvem diversas relações cognitivas na realização de atividades investigativas. Além disso, em nosso cotidiano, na arquitetura das casas e edifícios que compõem as cidades, numa lata de refrigerante, numa pilha, numa bola ou num cone de trânsito, podemos perceber formas que se assemelham aos sólidos de revolução. Nessa pesquisa, trabalhamos com esferas, cones, cilindros, pirâmides e seus troncos.

Metodologia e procedimentos

Esta pesquisa, de cunho essencialmente qualitativo, possuiu o objetivo de elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone. A pesquisa qualitativa possui um caráter exploratório. Dessa forma durante a realização das atividades propostas foram exploradas as potencialidades do uso do GeoGebra no smartphone com uma abordagem investigativa. Este método de pesquisa traz subjetividade aos dados colocados, por partir da interpretação dos pesquisadores:

[...] a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de práticas materiais e interpretativas que dão visibilidade ao mundo. Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem naturalista, interpretativa, para o mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem (DENZIN; LINCOLN, 2006, p. 17).

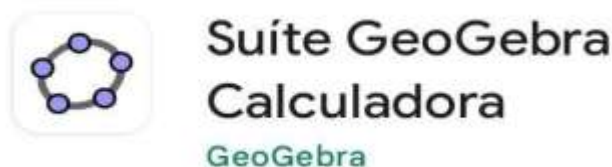
Como alertam Araújo e Borba (2013), toda pesquisa parte de uma inquietação inicial e um planejamento flexível que não sufoca a realidade, e que deve ser aberto às adaptações inesperadas que possam ocorrer. Sendo assim, para possibilitar o ensino de Geometria Espacial por uma abordagem investigativa foi proposta uma atividade com o uso do smartphone no Ensino Médio.

Bicudo (1993) salienta que o ato de pesquisar é o ato de estar ao redor da pergunta, sendo ela a parte fundamental de uma pesquisa além do cuidado, rigor e sistematicidade. E partindo dela, o ato de sua compreensão em “abordagens qualitativas não se preocupam em fixar leis para se produzir generalizações. Os dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenômenos sociais apoiados no pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social” (GOLDENBERG, 1997, p. 49). Desta forma, segundo os objetivos deste trabalho, foram descritas as atividades elaboradas, analisando as características das atividades investigativas de Sólidos de Revolução, no âmbito da temática de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone, voltadas para alunos do Ensino Médio.

No Brasil, o ensino público concentra 82,4% dos alunos do Ensino Médio. A escolha da elaboração das atividades voltadas para o segmento de ensino mencionado é motivada pelos problemas encontrados no processo de evasão escolar (BRASIL, 2020). O conteúdo abordado foi de geometria, por se tratar de um tema com forte envolvimento com diversas atividades humanas, seja pelo seu uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, ou no cotidiano (LORENZATO, 1995). A fim de possibilitar a exploração de habilidades e competências expressas na BNCC, tais como o desenvolvimento do pensamento espacial, representações espaciais e o estabelecimento de relações com o mundo físico, a temática das atividades são os Sólidos de Revolução, que possuem diversas aplicações no cotidiano, além de desenvolver o raciocínio lógico e espacial nos estudantes (BRASIL, 2018).

Para a elaboração da atividade investigativa foi utilizado o aplicativo GeoGebra (figura 2) devido ao instrumento apresentar requisitos considerados, por Freire e Prado (1999), fundamentais para a utilização com fins pedagógicos, a saber: interface amigável, fácil interação, funções lúdicas, feedback imediato. Além disso, possui versão em português e não necessita que o smartphone esteja conectado a uma rede de internet.

Figura 2 - Logo do GeoGebra para smartphones



Fonte: <http://geogebra.org>

Foi criado um GeoGebra Book, um espaço virtual para reunir os diversos recursos e elementos multimídias, conforme descreveremos na seção seguinte.

Análise do material elaborado

No processo de elaboração das atividades, iniciamos determinando um recorte do conteúdo, já que se trata de um tema muito abrangente. Nossa escolha foi pelos Sólidos de Revolução, com atividades investigativas voltadas para alunos do Ensino Médio.

Para familiarização dos alunos com o GeoGebra foi elaborado um material de apoio com uma apresentação da atividade a ser desenvolvida, informações de como e onde instalar a ferramenta, e suas principais funcionalidades. Além disso, inicialmente o material convida os alunos a realizarem construções elementares que auxiliam na solução das situações propostas, por meio de conceitos sobre Sólidos de Revolução, como a representação de um ponto e figuras planas no espaço tridimensional, a construção de segmentos e retas, e a revolução de objetos planos em torno de uma reta, assim como a imagem que esses formam ao habilitar a função rastro no aplicativo.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) afirmam que a apresentação de uma situação problema pode ser mais vantajosa quando é feita por um material disponibilizado ao aluno em detrimento da apresentação oral, pois assim o discente poderá consultá-lo sempre que necessário e conquistará maior independência. Os materiais de apoio são importantes para orientar as ações dos alunos e dar fluidez à aula; são fundamentais quando uma nova tecnologia é apresentada e colaboram para que:

No universo da educação, a utilização de recursos didáticos e da tecnologia inovadora, somados a prática pedagógica adequada, busca despertar o interesse para o aprendizado, pois oferecem um conjunto de recursos importantes e ferramentas de comunicação e informações, tornando-se, assim, um componente essencial de pesquisa e um potente instrumento de ensino-aprendizagem (JUSTINO, 2011, p. 7).

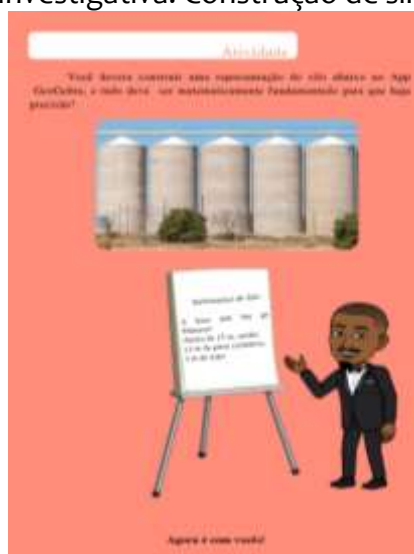
Nessa perspectiva, o material de apoio foi confeccionado para servir como um instrumento importante para o comportamento investigativo do aluno durante o desenvolvimento das atividades. Ao concluir as atividades de reconhecimento do aplicativo GeoGebra, são propostas atividades investigativas de Geometria Espacial com enfoque nos Sólidos de Revolução. O material é composto de duas atividades investigativas. Ambas convidam os alunos a realizarem construções de edificações, cuja solução utiliza, ainda que de maneira intuitiva, conceitos de Sólidos de Revolução, como: representação e distância de dois pontos no espaço, construção figuras planas como o retângulo, triângulo retângulo e trapézio no espaço tridimensional, medidas do lado de um segmento, transformação em escala, relação trigonométrica do triângulo retângulo, cálculo de áreas e do volume.

As atividades foram elaboradas de modo que as temáticas fossem contextualizadas de tal forma que os alunos sejam convidados a fazer parte da história e dialogar com os personagens. Nesse sentido, é sugerido que seja disponibilizado para cada discente um material contendo as principais informações que poderão ajudar na resolução da atividade a ser realizada no GeoGebra. Este aplicativo otimiza e viabiliza a abordagem matemática na prática investigativa, favorecendo, por exemplo, a criação de conjecturas e seus testes para casos particulares, além das possibilidades de exploração de múltiplas representações por meio de seus diversos recursos (FARIA, MALTEMPI, 2020).

A atividade consiste em utilizar conceitos de geometria plana para confeccionar Sólidos de Revolução. Os alunos podem criar no aplicativo figuras planas utilizando comandos fornecidos para rotação de uma figura plana em torno de um eixo para obterem, com a opção do aplicativo de habilitar rastro, o sólido que se deseja. O fornecimento de tal comando não atrapalha a abordagem investigativa, pois a modelagem matemática não é o enfoque da atividade que é rica de elementos investigativos, sendo assim a oferta de tal instrumento não atrapalha o processo investigativo (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009).

A primeira situação propõe a construção de um silo de armazenamento de grãos. Para a realização dessa atividade, os alunos deveriam elaborar no aplicativo GeoGebra uma construção que representa o silo com as características fornecidas, utilizando um cilindro regular reto com cobertura no formato de um cone regular reto (Figura 3).

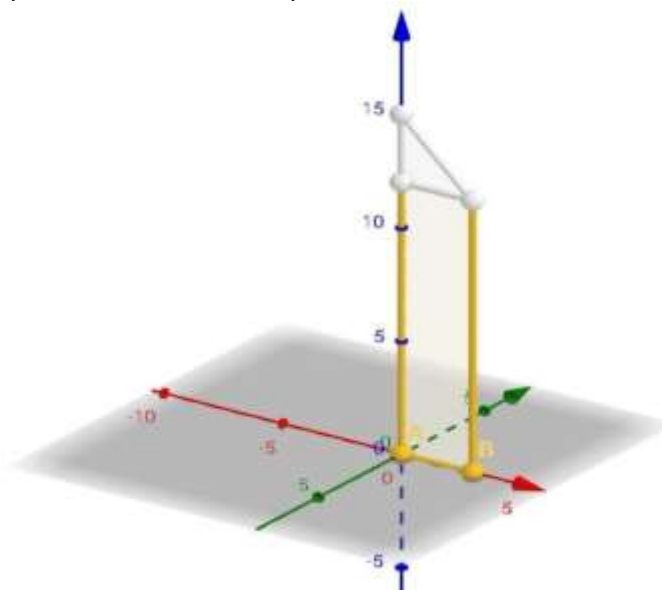
Figura 3 - Atividade investigativa: Construção de silo de armazenamento



Fonte: Autores

Para resolução dessa questão a construção pode ser feita por partes: (i) construir um retângulo e (ii) acima dele, um triângulo retângulo no mesmo plano (Figura 4). Com isso, utilizando o comando de rotação de uma figura plana em torno do eixo de rotação e habilitando o rastro da figura plana, podemos identificar o sólido formado.

Figura 4 - Solução da primeira situação em duas etapas no aplicativo GeoGebra



Fonte: Autores

A segunda situação (Figura 5) propõe a construção de uma réplica do Museu de Arte Contemporânea de Niterói-RJ, que tem a cobertura no formato de um tronco de cone regular reto invertido, sustentado por um cilindro circular reto. É solicitado que as dimensões reais das construções sejam mantidas e fornecidas para os alunos de tal forma que, com caráter investigativo, os alunos possam identificar a importância da escala para realizar representações. Ressaltamos que alteramos uma única informação, se comparado aos dados da construção original do museu. Trata-se do ângulo de inclinação da cobertura em relação ao solo. Segundo a ficha técnica, a inclinação da cobertura com o solo é de 40° . Na atividade essa inclinação foi adotada com 45° , pois a tangente desse número é um número inteiro, e isso facilitaria a representação de pontos no aplicativo. Na realização dessa atividade, os alunos são convidados a elaborar a construção que representa o edifício Museu da Arte Contemporânea de Niterói, utilizando conceitos Sólidos de Revolução, no aplicativo GeoGebra.

Figura 5 – Atividade investigativa: Museu da Arte Contemporânea

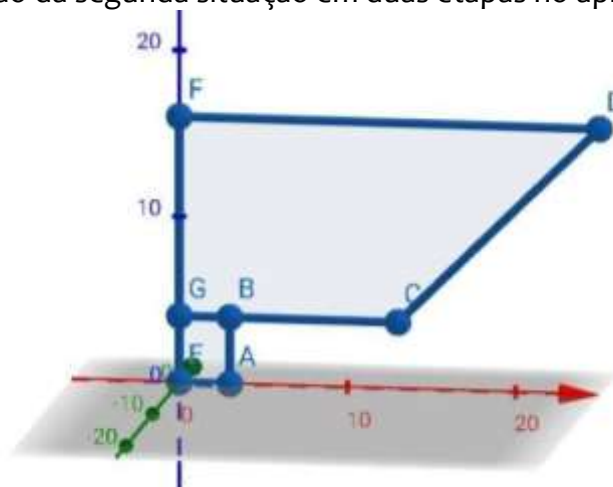


Fonte: Autores

O enunciado é parte importante do processo de investigação na sala de aula de matemática, pois, para que o aluno adote uma postura investigativa, deve ser motivado a querer trabalhar naquele caso. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. Para tanto, é recomendado que sejam elaboradas atividades em que o aluno participe ativamente, e que promovam investigação, comunicação matemática, argumentação, criação e teste de conjecturas.

Por fim, nas atividades investigativas são propostos questionamentos sobre conteúdos de sólidos geométricos, para exploração das propriedades dos Sólidos de Revolução. Dentre as possíveis soluções da primeira e segunda situação, por exemplo, encontramos a construção de um plano e nele uma figura plana e um eixo de rotação. Outra forma de realização seria a construção dos sólidos por comandos algébricos através de representações de pontos no espaço que comporão seus vértices. A construção também pode ser feita por partes: (i) construir um retângulo e (ii) acima dele, um trapézio com um dos seus lados perpendiculares à base, e esse lado, assim como o lado maior do retângulo, pertencente à reta que definiremos como sendo o eixo de rotação (figura 6). Assim, utilizando o mesmo comando para identificar a construção da primeira questão, podemos confeccionar uma representação do museu.

Figura 6 – Solução da segunda situação em duas etapas no aplicativo GeoGebra



Fonte: Autores

É necessário que o professor intervenha e estimule seus alunos para fazerem inferências justificadas, utilizando conhecimentos matemáticos prévios para obter novas conclusões. Nesse processo, conforme Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 785),

[...] o professor deve resistir ao impulso de dar indicações para a resolução de tarefas e problemas, tentando apoiar o raciocínio e o trabalho do aluno. Se o professor apresenta demasiadas indicações aos alunos e não os desafia, a resolução da tarefa é simplificada e não apoia o desenvolvimento do raciocínio.

O professor deve organizar a sala de aula de modo que seja possível haver discussões entre eles, possibilitando a troca de informações, a realização de conjecturas, refutação de caminhos que não conduzem a solução, além da justificativa das resoluções; para realização da atividade sugerimos que os alunos trabalhem em duplas.

O processo de resolução requer cuidados que vão além de um tratamento quantitativo, para representar as construções, é necessário justificar a solução. Essa ação pode ajudar a reconhecer a importância de adotar uma escala, e tratar a situação de maneira qualitativa, utilizando conhecimentos de geometria plana e espacial.

Freire (1981, p. 80) afirma que “[...] quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados. Tão mais desafiados, quanto mais obrigados a responder ao desafio [...]”. Com isso, enfatizamos ainda mais o processo de engajamento dos alunos com a situação problema inicialmente apresentada. E para o fortalecimento da postura investigativa dos discentes “[...] é

necessário deixá-lo trabalhar de forma totalmente autônoma e, como tal, o professor deve ter somente um papel de regulador da atividade [...]” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009).

Confeccionamos uma apresentação em slides, subdividindo a realização das tarefas em momentos que reforçam a práxis investigativa, para apoiar o professor na condução do trabalho, de maneira dialogada, com destaque aos aspectos importantes para a construção de Sólidos de Revolução. A relevância deste material consiste em colaborar para que o aluno compreenda que a postura que se espera que ele tenha na atividade é investigativa. Durante a apresentação dos slides, os alunos devem ser convidados a pensar, refletir e discutir as diferentes formas de soluções; poderão discutir e analisar as formas de resolução, compartilhando as ideias que tiveram e os caminhos escolhidos. A apresentação por slides, segundo Lara (2007, p. 57),

[...] é um dos recursos multimídia mais acessível aos professores e, além disso, os slides podem ser trabalhados em laboratório de informática, utilizando um data-show ou ainda, utilizando apenas uma televisão ligada a um computador. Dessa forma, o uso de slide não requer uma estrutura de alto custo e moderna. O que é muitas vezes impossível para a escola. [...] Assim, o uso de apresentações de slides permite reunir elementos variados em uma só base, o que facilita o trabalho do professor e confere maior fluidez na ocasião do uso do material.

Compõe ainda esse trabalho um plano de aula, elaborado com intuito de sugerir ao professor uma sequência de atividades baseada nos aspectos e momentos definidos para uma práxis investigativa na sala de aula de matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009). O plano consiste em três aulas. A primeira está destinada à familiarização do recurso que estará presente durante todo o desenvolvimento das aulas, o smartphone. Também se destina a compreensão de construções elementares relacionadas ao conceito de Sólidos de Revolução. A segunda aula é dedicada à realização das duas situações propostas, discutindo o que é proposto, as construções e soluções possíveis e coerentes. A terceira aula tem a finalidade de ampliar o entendimento sobre o tema Sólidos de Revolução, com atividades investigativas sobre área e volume dos sólidos construídos nos encontros anteriores, envolvendo definição e formalização teórica dos conteúdos.

Todos os materiais produzidos no âmbito dessa pesquisa compõem o GeoGebra Book “SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO EM UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA” que está disponível para utilização por professores e alunos da escola básica (figura 7).

Figura 7 – GeoGebra Book “Sólidos de Revolução em uma Abordagem Investigativa”



Fonte: Autores

Com a experiência de produção dos materiais didáticos aqui expostos, compreendemos a relevância de desenvolver uma postura investigativa nos alunos da Educação Básica. Além disso, por meio das leituras da área de investigações matemáticas, identificamos que, para haver desenvolvimento cognitivo, é necessário formular questionamentos intencionais, com temáticas que interessem aos alunos, além de possuir enunciados claros (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009; FARIA; MALTEMPI, 2020). Estes autores também discutem que os questionamentos em uma prática investigativa devem ser bem planejados, mas de forma flexível, pois o tratamento que os alunos darão à questão problema podem levá-los a caminhos e resultados diferentes. Nesse sentido, uma boa questão investigativa abre horizontes e permite a construção de novos conhecimentos.

Conclusão

Consideramos que a abordagem investigativa com o GeoGebra sobre os Sólidos de Revolução contribuiu para o oferecimento de tarefas pautadas em uma metodologia ativa, em consonância com a realidade estrutural do sistema educacional do país, propondo atividades que possibilitam a experimentação, a criação de estratégias, a produção e teste de conjecturas, a exploração de construções e a argumentação qualitativa adequada ao nível de ensino.

O estudo da área de superfícies e do volume de sólidos de corpos arredondados pode ser realizado a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo contido no mesmo plano da figura. Revisando a literatura, é possível destacar que esse conteúdo muitas vezes se limita à memorização de fórmulas no Ensino Médio. A proposta das atividades que compõem essa pesquisa contempla tal conteúdo, de forma investigativa, facilitando a abrangência e o grau de complexidade que esses conteúdos tomarão na graduação. Além disso, as atividades foram elaboradas visando o desenvolvimento cognitivo dos discentes, mobilizando conhecimentos para construir soluções para as situações propostas por representações espaciais no GeoGebra, utilizando conceitos como distâncias entre dois pontos, representação de figuras planas e modelagem de movimento no espaço tridimensional.

A elaboração das atividades foi acompanhada do plano de aula, pensado, discutido e formulado para proporcionar ao professor o planejamento da aplicação. As atividades são compostas por uma parte introdutória de exploração do aplicativo GeoGebra no smartphone que permite ao aluno interagir com o aplicativo e se apoiar para realização das atividades, colaborando para a descentralização do professor, colocando o aluno em um trabalho de construção de conhecimento ativo, facilitando a compreensão do professor como um mediador entre o conhecimento e o aluno.

Destacamos a importância de estudos quanto às práticas respaldadas por metodologias ativas na sala de aula de matemática mediadas pelas tecnologias digitais. A análise do material produzido indica que os elementos necessários para elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial são: formular atividades intencionais, com foco no desenvolvimento do raciocínio matemático; elaborar questões pautadas na manipulação e exploração de propriedades por meio das tecnologias digitais; e privilegiar aplicações práticas do conteúdo.

Referências

- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- BARBOSA, L. N. S. C. **Uma reconstrução histórico-filosófica do surgimento das geometrias não euclidianas**. 2011. 68 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. **Pro-posições**, v.4, n.1, 1993.
- BORBA, M. C.; LACERDA, H. D. G. Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: Um Celular por Aluno. **Educação Matemática e Pesquisa**, v.17, n.3, 2015.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO-JUNIOR, N. R. **Vídeos na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. Matriz de Referência ENEM. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo Escolar**. 2020.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: PONTE, J. P. et al. (orgs.). **As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.
- CLARK, A. **Mindwarw: an introduction to the philosophy of cognitive science**. NY: Oxford University Press, 2001.
- COSTA, D. C. Potencialidades do uso do celular na matemática escolar: atividades investigativas de função exponencial. 2023. **Dissertação** (Mestrado em Educação) –Departamento de Educação, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2023.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papyrus, 1996.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (orgs.). **Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2 ed. Porto Alegre: ARTMED, 2006.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**: A geometria espacial. São Paulo: Atual, 2005.

FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, v.58, n.57. 2020.

FARIA, R. W. S. C.; ROMANELLO, L. A.; DOMINGUES, N. S. Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v.14, n.30, 2018.

FARIAS, E. V. ESTUDOS SOBRE AS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS INTERDISCIPLINARES: da análise de conteúdo à reflexão do ensino de matemática. In: **Revista Cenas Educacionais**, Caetité –Bahia - Brasil, v. 1, n. 1, p. 41-69, jan./jun. 2018.

FREIRE, P. **A Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

FREIRE, F. M. P.; PRADO, M. E. B. B. Projeto Pedagógico: Pano de fundo para escolha de um software educacional. In: VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: NIED, 1999.

FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A Geometria da Tartaruga: uma introdução à Linguagem LOGO. In: **Simpósio de Matemática**, 4, 2009, Presidente Prudente, Anais: Presidente Prudente, 2009.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8 ed. Rio de Janeiro: Record, 1997.

JUSTINO, M. N. **Pesquisa e recursos didáticos na formação e prática docente**. Curitiba: Ibpex, 2011.

LARA, A. E. **O Uso de Apresentações em Slides e de um Ambiente Virtual de Aprendizagem na Perspectiva de Promoção da Aprendizagem Significativa de Conteúdos de Colisões em Nível de Ensino Médio** 2007. 201 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências), Universidade Estadual de Brasília, Brasília.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, n.4, p.3-13, 1995.

MATA-PEREIRA, J., PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: Uma investigação baseada em design. **Bolema**, v.32, n.62, 2018.

NERLING, M. A. M.; DARROZ, L. M. Tecnologias e aprendizagem significativa. **Cenas Educacionais**, v.4, n.10956, p.1-15,2021.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

VALENTE, J. A. Mudanças na Sociedade, Mudanças na Educação: O Fazer e o Compreender. In: VALENTE, J. A. (org.). **O Computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Gráfica UNICAMP, 1993. p.14-37.