
IMPLICAÇÃO SIGNIFICANTE E IMPLICAÇÃO LÓGICA

Rafael dos Reis Ferreira¹

Resumo

É nosso objetivo analisar e comparar o conceito de implicação significativa proposto por Jean Piaget com os significados da implicação em Lógica. Para isso, apresentamos e analisamos os principais conceitos de implicação em Lógica para, em seguida, mostrarmos como se situa, do ponto de vista lógico, o conceito de implicação significativa. Nossa análise comparativa permite-nos concluir que Piaget propõe uma definição extensionalmente mais estrita de implicação, voltada para seus aspectos intencionais, derivada das significações construídas pelo sujeito.²

Palavras Chave: Implicação significativa; Implicação lógica; Implicação relevante.

¹ Professor Adjunto do Curso de Filosofia da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) E-mail: rafaelferreira@ufrb.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8815-5343>

² Este artigo é parte dos resultados da minha pesquisa de pós-doutorado, intitulada "A implicação significativa como centro da ontogênese epigenética: da implicação orgânica à implicação lógica", realizada sob supervisão da Profa. Dra. Zelia Ramozzi-Chiarotino nos anos de 2017 a 2019 no Instituto de Psicologia (IP) da Universidade de São Paulo (USP).

MEANINGFUL IMPLICATION AND LOGICAL IMPLICATION

Abstract

It is our objective to analyze and compare the concept of meaningful implication proposed by Jean Piaget with the meanings of implication in Logic. For this, we present and analyze the main concepts of implication in Logic and then show how, from the logical point of view, the concept of meaningful implication proposed by Piaget. Our comparative analysis allows us to conclude that Piaget proposes an extensionally strict definition of implication, focused on its intensional aspects, derived from the meanings constructed by the subject.

Keywords: Meaningful implication; Logical implications; Relevant implication.

Introdução

O conceito de implicação significativa proposto por Jean Piaget

Jean Piaget no escrito *Ensaio sobre a necessidade* (1977) define implicação significativa (*implication signifiante*) do seguinte modo:

[...] há implicação significativa entre dois esquemas x e y , ou seja $x \supset y$, se a consideração (ou o emprego) de x implica o de y , de modo que o significado de y é parte do de x ou apresenta algo em comum com o de x (digamos, para abreviar, 'está englobado no de x ', ou seja $y \subset x$). (PIAGET, 1977, p. 241, tradução nossa)

Nesse mesmo contexto, Piaget menciona um exemplo (cf. 1977, p. 240) de implicação significativa: uma situação em que um sujeito, um bebê de 10-12 meses, ajusta um papelão comprido para colocar um objeto sobre ele com a intenção de puxá-lo em sua direção para pegar esse objeto. Se o bebê consegue realizar essa ação, então ele é capaz de encadear duas ações: a ação de colocar o objeto sobre o papelão e a ação de arrastar este papelão com o objeto em sua direção para enfim pegá-lo.

Há, sobretudo, nesse caso, implicação significativa somente quando o sujeito se torna capaz de coordenar essas duas ações: colocar um objeto sobre um suporte (ação 1) implica a possibilidade de o objeto ser arrastado (ação 2). Isso quer dizer que: a ação 1 implica a ação 2 *se e somente se* o significado da ação 2 é parte do significado da ação 1. Assim, se a ação 1 ocorre, então a ação 2 ocorre “necessariamente”. A relação de necessidade na implicação significativa não é formal, como em uma dedução lógica, mas é uma relação entre os significados das ações realizadas pelo sujeito sobre o objeto, isto é, do ponto de vista dos significados construídos por este sujeito na sua interação com o objeto.

Assim, o conceito de implicação significativa é derivado de exemplos de observações empíricas realizadas por Piaget no sujeito psicológico. Piaget observa a partir de seu conceito de esquema que o sujeito, coordenando esquemas, é capaz de construir significações, de modo consciente ou inconsciente. A implicação significativa surge, então, sempre da relação de implicação entre os significados dos esquemas extraídos da interação do sujeito com o meio. Nesse sentido, escreve Piaget: “A implicação significativa expressando o fato de que o significado de um esquema pressupõe outro é claro; da mesma forma, esses significados são, inicialmente, relativos aos conteúdos fornecidos pela experiência; daí o papel da abstração empírica.” (PIAGET, 1977, p. 247, tradução nossa)

Tendo em vista o conceito de implicação significativa definido por Jean Piaget ao observar na empiria as ações das crianças, qual seria sua relação com os significados da implicação em Lógica? Análises e discussões em Lógica sobre os conceitos de implicação podem trazer luz sobre esse conceito de implicação significativa observado empiricamente por Piaget no sujeito psicológico?

O debate entre Filo e Diodoro em torno da implicação

Um dos primeiros a apresentar e registrar uma discussão sobre os significados do termo “implica” foi *Sexto Empírico que reuniu, nos séculos II e III*, concepções debatidas por estóicos sobre o condicional lógico.

No escrito *Contra os Lógicos Sexto Empírico* diz que todos os dialéticos concordam que o condicional verdadeiro é aquela em que o conseqüente segue necessariamente do antecedente. O nome “dialéticos” é o nome equivalente ao que chamamos hoje por “lógicos”. Observa Bochenski em *Uma História da Lógica Formal* que a dialética “[...] é a ciência da discussão correta no discurso, pela pergunta e resposta.” (BOCHENSKI, 1961, p. 109, tradução nossa)

Sexto Empírico define condicional ou proposição hipotética do seguinte modo: “[...] uma proposição deste tipo parece prometer que a segunda segue-se logicamente da primeira e que, se o antecedente existe, o conseqüente existirá.” (SEXTO EMPÍRICO, 1967, II, 112, tradução nossa). Por conseqüência, ele define condicional verdadeiro e falso: “Portanto, se esse tipo de promessa é cumprido e o conseqüente segue-se do antecedente, a proposição hipotética é verdadeira; mas se não for cumprido, é falsa.” (SEXTO EMPÍRICO, 1967, II, 112, tradução nossa)

Entretanto, há, segundo Sexto Empírico, uma discordância entre os dialéticos sobre quais são os critérios que determinam a ocorrência da implicação lógica. Sobre isso, escreve: “[...] todos os dialéticos concordam em afirmar que uma proposição hipotética é válida quando o seu conseqüente segue (logicamente) de seu antecedente; mas quando e como isso acontece, eles discordam uns dos outros e propõem critérios conflitantes desse ‘seguir’.” (SEXTO EMPÍRICO, 1967, II, 112-113, tradução nossa). Essa discordância entre os lógicos teria sido tão

significativa em Alexandria que Calímaco teria dito: “Até mesmo os corvos gritam nos telhados em torno da questão de quais condicionais são verdadeiros.”

A controvérsia na escola estoica é, portanto, sobre o significado do termo “segue” na proposição “condicional verdadeiro”. Observa, nesse sentido, Benson Mates (cf. 1985, p. 80) no livro *Lógica dos Estoicos* que os estoicos quando tratam de inferência estão se referindo estritamente a proposições condicionais ou hipotéticas e não a inferências que ocorrem em esquemas de argumentos.

Uma das concepções sobre o significado do termo “segue” na proposição condicional verdadeiro é, segundo *Sexto Empírico*, o de Filo de Alexandria: “[...] Filo afirma que ‘o condicional é verdadeiro quando não começa com uma proposição verdadeira e termina com uma falsa’; então, de acordo com ele, o condicional é verdadeiro de três modos e falsa de um.” (SEXTO EMPÍRICO, 1967, II, 113-114, tradução nossa)

Os três modos do condicional ser verdadeiro e o único modo dele ser falso são: (i) antecedente verdadeiro e o conseqüente também verdadeiro; por exemplo: “Se é dia, está claro”; (ii) antecedente falso e conseqüente falso; por exemplo: “Se a Terra voa, a Terra tem asas”; (iii) antecedente falso e conseqüente verdadeiro: por exemplo: “Se a Terra voa, a Terra existe”; (iv) já um exemplo de condicional falso, isto é, de antecedente verdadeiro e conseqüente falso, é a proposição “Se é dia, é noite”, pois se o antecedente é verdadeiro, então o conseqüente, que é seu contrário, é necessariamente falso; esse condicional não é verdadeiro, pois toda vez que o antecedente é verdadeiro, o conseqüente é falso.

O critério de implicação proposto por de Filo é hoje conhecido em *Lógica* por “implicação material” e alguns autores a chamam também por “implicação filônica” em referência à Filo como supracitado. Leonidas Hegenberg, por

exemplo, no artigo “A lógica e a teoria de Jean Piaget: a implicação significativa” (1991) designa esta implicação por “juntor filônico”. (cf. 1991, p. 27)

Entretanto, Diodoro de Crono teria, segundo *Sexto Empírico*, discordado de Filo. Nesse sentido, escreve Sexto Empírico: “Mas, Diodoro afirma que ‘o condicional é verdadeiro se nem admitiu e nem se admite começar com a verdade e terminar na falsidade’. E isso está em conflito com a posição de Filo.” (SEXTO EMPÍRICO, 1967, II, 115-116, tradução nossa). Um exemplo de condicional diodoreano dada por Sexto Empírico no escrito *Esboços do Pirronismo* é a proposição “Se não existem elementos atômicos, então existem elementos atômicos”. Diz Sexto Empírico que a proposição “[...] ‘Se elementos atômicos de coisas não existem, elementos atômicos existem’, parece verdadeira, já que começa com a proposição falsa ‘elementos atômicos não existem’ e terminará, de acordo com ele [Diodoro], com a proposição verdadeira ‘elementos atômicos existe’.” (SEXTO EMPÍRICO, 1976, II, 115-116, tradução nossa)

A concepção implicação proposta por Diodoro pode melhor ser compreendida a partir de uma análise comparativa de exemplos, realizada por Sexto Empírico (cf. 1967, II, 115-116), entre a concepção Diodoro e a de Filo.

Para essa análise, suponha o seguinte condicional: “Se é dia, estou tendo uma discussão”. Se de fato é dia e estou tendo uma discussão, então o condicional é verdadeiro de acordo a concepção de implicação Filo, pois começa com proposição verdadeira e termina com proposição verdadeira. Mas, de acordo com a concepção de implicação de Diodoro, o referido condicional torna-se falso, com antecedente verdadeiro e conseqüente falso, se o sujeito que enuncia a proposição se cala, pois embora a proposição “É dia” seja verdadeira, a proposição “Estou tendo uma discussão” é falsa.

Ademais, suponha o condicional “Se é noite, estou tendo uma discussão”. Se é dia e o sujeito que enuncia a proposição fica em silêncio, então o condicional é, de acordo com Filo, verdadeiro, pois o antecedente e o conseqüente são falsos. Mas, de acordo com Diodoro, o condicional pode se tornar falso, pois se a noite chega e o sujeito que enuncia a proposição fica em silêncio, então o antecedente é verdadeiro e o conseqüente é falso.

Suponha ainda o condicional “Se é noite, é dia”. Se é dia, o condicional permanece, de acordo com a concepção de Filo, verdadeira, pois o antecedente é falso e conseqüente é verdadeiro; porém, de acordo com Diodoro, esse condicional pode se tornar falso com a chegada da noite, pois o antecedente passa a ser verdadeiro e o conseqüente falso.

Assim, a comparação e análise entre a concepção de Diodoro e Filo mostra que para o primeiro um condicional é verdadeiro se não ocorre, em todos instantes de tempo, que o antecedente seja verdadeiro e o conseqüente seja falso. Filo, entretanto, parece não levar em consideração a verdade e falsidade na relação de implicação em todos os instantes de tempo possíveis como o faz Diodoro.

Desse modo, voltemos ao supracitado exemplo de proposição utilizado por Diodoro, a proposição “Se não existem elementos atômicos, então existem elementos atômicos”. Nessa proposição, o condicional é verdadeiro em todos os instantes de tempo, pois o antecedente é sempre falso e o conseqüente é sempre verdadeiro. Escreve Mates: “O condicional diodoreano é verdadeiro se todos esses condicionais filoneanos são verdadeiros, mas se há um tempo t tal que o correspondente condicional filoneano para que t seja falso, então o condicional diodoreano é falso.” (MATES, 1949, p. 239, tradução nossa)

Portanto, enquanto Filo define o condicional verdadeiro ao apresentar suas três possibilidades de ocorrência, a definição de Diodoro é mais estrita, pois

um condicional é verdadeiro se, e somente se, não é o caso de que o antecedente seja verdadeiro e o conseqüente seja falso em todos os instantes de tempo. Pode-se concluir, com isso, que a implicação diodoreana é verdadeira se e somente se a implicação filoneana é verdadeira em todos os instantes de tempo.

Há, também, uma terceira concepção de condicional mencionada por Sexto Empírico, que é atribuída a Crisipo pelos comentadores, embora o nome de Crisipo não seja mencionado textualmente por Sexto Empírico. Esta concepção está na seguinte passagem: “E aqueles que introduzem a noção de ‘conexão’ ou ‘coerência’ dizem que um condicional é verdadeiro quando a negação do conseqüente é incompatível com o antecedente: segundo eles, as condicionais mencionadas acima [as condicionais de Filo e Diodoro] não são verdadeiras, mas a seguinte é verdadeira: ‘Se é dia, então é dia’.” (SEXTO EMPÍRICO, 1976, II, 111-112, tradução nossa)

O termo “incompatível” significa que a negação do antecedente ou do conseqüente, que é proposição “Não é dia”, é contraditória, respectivamente com o conseqüente ou antecedente, que é proposição “É dia”. Sobre isso, diz Mates: “[...] somos levados à suposição de que ‘incompatível’ é usado em seu sentido comum, segundo o qual proposições incompatíveis não podem ser ambas verdadeiras; isto é: sua conjunção é logicamente falsa. O exemplo corrobora essa interpretação.” (MATES, 1985, p. 87-88, tradução nossa)

Mates (1985, p. 91-92) entende que essa implicação, que é a de que o condicional verdadeiro é aquela em que o antecedente não é incompatível com o conseqüente, tem o mesmo significado que a implicação estrita de *Clarence Irving Lewis* (1883 - 1964), proposta por este lógico no início do século XX, embora nenhum lógico contemporâneo tenha, segundo ele, reconhecido isso. Mates diz que *Chisholm*

(1941, p. 383) *faz, também, essa relação, embora tenha atribuído equivocadamente essa definição não à Crisipo, mas à Diodoro.*

Assim, no caso da implicação de Crisipo, o condicional verdadeiro é aquele em que o antecedente não é incompatível com o conseqüente, de modo que se o antecedente é verdadeiro, então o conseqüente também o é, necessariamente. O mesmo vale para as proposições falsas, de modo que se o antecedente é falso, então o conseqüente o é necessariamente falso, pois a proposição do antecedente é a mesma do conseqüente; por exemplo “Sócrates não é irracional, então Sócrates não é irracional”.

Observa ainda Mates (1985, p. 89) que a concepção de Crisipo parece ser também mencionada por Diógenes Laércio no livro “Vidas e Doutrinas dos Filósofos”, escrito por volta da primeira metade do século III. Nesta passagem, escreve Diógenes Laércio: “[...] uma proposição hipoteticamente composta é verdadeira se o contrário do conseqüente é incompatível com o antecedente.” (LAÉRCIO, 2007, II, 73, tradução nossa). Laércio cita, nesse sentido, como exemplo de condicional verdadeiro a proposição “Se é dia, há luz”.

Além dessas três concepções, Sexto Empírico teria apresentado, segundo Mates (1985, p. 89), uma quarta concepção que, segundo este comentador, não teve tanta repercussão entre os estoicos. Essa concepção afirma que um condicional não pode ser duplicado como na proposição “Se é dia, é dia”; opondo-se, assim, à concepção de Crisipo. Escreve Sexto Empírico: “[...] de acordo com eles, o silogismo ‘Se é dia, é dia’, e todo silogismo duplicado provavelmente será falso; pois não é possível que qualquer objeto seja incluído em si mesmo.” (SEXTO EMPÍRICO, 1976, II, 111-112, tradução nossa)

Tendo em vista as quatro concepções apresentadas, analisa Mates (1985, p. 89), em suma, que um condicional filônico é verdadeiro se o conseqüente

ou a negação do antecedente são verdadeiros, pois em ambos os casos não ocorre que o antecedente seja verdadeiro e o consequente seja falso. Já o condicional diodórico é sempre verdadeiro como, por exemplo, na proposição “Se é dia, então o Sol está sobre a Terra”. A implicação crisípica, por sua vez, é verdadeira em todos os mundos possíveis, como na proposição “Se é dia, então é dia”. Por fim, o quarto tipo de implicação é um tipo de restrito de implicação crisípica, pois define a implicação a partir da negação da implicação crisípica, ou seja, a implicação é verdadeira se ela não é uma proposição esteja incluída em si mesma.

Embora Sexto Empírico tenha apresentado essas quatro concepções de implicação, o debate que ficou mais conhecido na História da Lógica foi o debate Filo e Diodoro. Esse debate mereceu, por exemplo, destaque, séculos depois, no final do século XIX e começo do século XX, de Charles Sanders Peirce (1839 – 1914), que destacou sua atualidade. Escrever Peirce: “Cícero e outros escritores antigos mencionam uma grande disputa entre dois lógicos, Diodoro e Filo, em relação ao significado das proposições condicionais. Esta disputa continuou até nossos dias.” (PEIRCE, CP 3.441, tradução nossa)

Peirce faz referência a essa antiga disputa dizendo que ela é atual e ressaltando que há uma diferença fundamental entre elas. Sobre isso, escreve Peirce: “A visão filoneana tem sido preferida pelos maiores lógicos. Sua vantagem é que ela é perfeitamente inteligível e simples. Sua desvantagem é que ela produz resultados que parecem ofensivos ao senso comum.” (PEIRCE, CP 3.441, tradução nossa). Por outro lado, o próprio Peirce ainda nota que “A visão diodoreana parece ser a que é natural para as mentes daqueles, pelo menos, que falam as línguas europeias.” (PEIRCE, CP 3.441, tradução nossa), pois está mais próxima do senso comum.

Além desse breve cenário que apresentamos de discussão sobre o termo “implica” na História da Lógica, mais recentemente, no século XX, John Corcoran, que é lógico considerado como uma das referências atuais no estudo da Lógica, apresenta, no contexto da Lógica Contemporânea, doze dos principais significados do termo “implica”, analisando cada um deles. É o que veremos na próxima seção.

Os principais significados do termo “implica”

John Corcoran notando uma diversidade de significados do termo “implica” na Lógica Contemporânea, escreve o artigo *Significados da Implicação* (1993) (*Meanings of implication*), em que procura determinar seus significados. Apresentaremos, a seguir, cada uma desses significados do termo.

O primeiro conceito listado por Corcoran, relativo ao termo “implica”, que aparece em expressões do tipo “ A implica B ”, é o conceito de implicação filônica, que, de acordo com Corcoran, é amplamente utilizado pelos matemáticos: “[...] necessitando [os matemáticos] de uma única palavra para substituir ‘se...então’ em seu sentido verofuncional, adotaram o termo ‘implica’ para esse propósito.” (CORCORAN, 1993, p. 59, tradução nossa). Observa o autor que esse tipo de implicação é, também, chamada por “implicação material”: “Alguns autores expressam ‘implica’ pela expressão ‘implica materialmente.’” (CORCORAN, 1993, p. 60, tradução nossa). A é condição para B no sentido de que é condição suficiente para B , embora não seja condição necessária. O condicional A implica B é simbolicamente representado $A \rightarrow B$, tal que o símbolo “ \rightarrow ” é a notação que expressa o condicional, A é chamado por “antecedente” e B por “consequente”.

Na implicação material se A é uma proposição verdadeira, então B também é uma proposição necessariamente verdadeira. Mas, mesmo no caso em

que o antecedente A seja falso, o condicional permanece verdadeiro. Essa implicação é falsa somente no caso em que A é verdadeira e B falsa. Considerando isso, define-se implicação material do seguinte modo: $A \rightarrow B$ se e somente se não ocorre que A é verdadeiro e B falso, sendo verdadeira em todos os outros possíveis casos de atribuição de valor de verdade. Os possíveis valores de verdade desse tipo de implicação podem ser verificados a partir de sua Tabela de Valor de Verdade, como veremos adiante.

Dizer que não ocorre que A é verdadeiro e B falso é o mesmo que dizer que $\neg(A \wedge \neg B)$, tal que o símbolo “ \neg ” expressa a negação e o símbolo “ \wedge ” a conjunção. Sendo assim, $A \rightarrow B$ pode ser definido por $\neg(A \wedge \neg B)$, pois $A \rightarrow B$ é logicamente equivalente a $\neg(A \wedge \neg B)$. A implicação material pode também ser assim definida: $A \rightarrow B$ se e somente se A é falso ou B é verdadeiro, sendo este último simbolizado por $\neg A \vee B$; o símbolo “ \vee ” expressa a disjunção. Isso quer dizer que $A \rightarrow B$ é logicamente equivalente a $\neg A \vee B$. As equivalências lógicas entre proposições indicadas acima permitem que o lógico defina a implicação material a partir de proposições com conectivos mais simples e intuitivos como o são os conectivos de negação, conjunção e disjunção presentes nas proposições $\neg(A \wedge \neg B)$ ou $\neg A \vee B$.

O segundo significado do termo “implica” apresentado por Corcoran é o de implicação lógica, usado para expressar uma relação de consequência lógica. Diz Corcoran que “‘ A implica B ’ também é usado para significar que B já está logicamente implícito em A [...]”. (CORCORAN, 1993, p. 60, tradução nossa). Um exemplo dado pelo autor é o seguinte: a área de um triângulo é calculada pela metade da base vezes a altura (afirmação A), implica logicamente que a área de um triângulo isósceles, que também é calculado pela mesma fórmula (afirmação B). Assim, a afirmação B já está contida na afirmação A . Notemos, que se a afirmação B fosse tornada explícita junto com a afirmação A , para, então, concluir

a afirmação B , sem adicionar nenhuma nova informação além da que já é transmitida por A , a implicação seria, neste caso, redundante, pois o que se conclui já teria sido afirmado e explicitado em A . Portanto, para que essa implicação ocorra, a afirmação B deve estar implícita em A , não podendo estar explícita.

Nesse sentido, uma relação entre A e B é de consequência lógica se e somente se a implicação é uma tautologia. Essa relação de implicação é uma relação entre proposições tal que A e B são formas proposicionais que expressam uma ou mais proposições. Formas proposicionais são expressões envolvendo apenas proposições simples e conectivos, com as seguintes regras: (i) toda proposição simples A ou B é uma forma proposicional; (ii) se A e B são formas proposicionais, então $(\neg A)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \leftrightarrow B)$ são formas proposicionais. As formas proposicionais A e B são metavaráveis, podendo, cada uma delas, serem substituídas por uma ou mais proposições quaisquer. Os lógicos costumam expressar a relação de implicação entre formas proposicionais por " \Rightarrow " para diferenciar da implicação material que é, como vimos, expressa por " \rightarrow ". A expressão " $A \Rightarrow B$ " é, nesse sentido, uma relação de implicação lógica entre formas proposicionais. São exemplos de implicação entre formas proposicionais: $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$; $p \wedge q \Rightarrow p$; $p \Rightarrow (q \rightarrow p)$.

Observa Corcoran que a implicação material e implicação lógica podem ser diferenciadas do ponto de vista extensional. Designando a implicação material por " implica_1 " e a implicação lógica " implica_2 ", Corcoran (cf. 1993, p. 60) nota que se " $A \text{ implica}_2 B$ ", então " $A \text{ implica}_1 B$ ", sendo que o inverso não ocorre. Por exemplo, a proposição "O gato late" implica_1 a proposição "O cachorro late", mas "O cachorro late" não é uma consequência lógica de "O gato late"; então, observa-se, com isso, que a extensão de implica_1 é maior que a extensão de implica_2 .

A conclusão de que a extensão de implicação material é maior do que a da implicação lógica advém da observação de Corcoran de que na implicação material “Uma sentença falsa implica₁ todas as sentenças, enquanto uma sentença verdadeira implica apenas sentenças verdadeiras.” (CORCORAN, 1993, p. 60, tradução nossa). Por outro lado, a implicação lógica “[...] é completamente independente do real valor de verdade de *A*. *A* implica₂ as mesmas sentenças quando verdadeira como quando falsa.” (CORCORAN, 1993, p. 60, tradução nossa); isso ocorre, pois, como vimos, há, por definição, implicação₂ se e somente se essa implicação é tautológica, isto é, a implicação dependente dos valores finais de atribuição em *A* e em *B*, de modo que a implicação é tautológica se e somente se não ocorre que *A* é verdadeiro e *B* falso.

O segundo modo de contrastar essas implicações é, de acordo com Corcoran, o seguinte: “‘*A* implica₁ *B*’ equivale a ‘*não é verdade que A é verdadeira e B falsa*’ enquanto ‘*A* implica₂ *B*’ equivale a ‘*é logicamente impossível A ser verdadeiro e B ser falso*’.” (CORCORAN, 1993, p. 60, grifo do autor, tradução nossa). Neste caso, a comparação não é extensional, mas intensional, pois a propriedade “*não é verdade que*”, atribuída para implica₁, mostra que neste caso a relação é entre proposições simples, cuja condicional é resultado do valor de verdade atribuído às proposições simples; e a propriedade “*é logicamente impossível*”, atribuída para implica₂, mostra que a relação é entre formas proposicionais, de modo que não faz sentido usar “*não é verdade que*” para implica₂ ou “*é logicamente impossível*” para implica₁.

O terceiro conceito associado ao termo “*implica*” é o de dedução lógica, no sentido em que *B* é logicamente derivável de *A*. Sobre isso, diz Corcoran: “‘*A* implica *B*’ é usado para significar que *B* pode ser, por raciocínio, deduzido (ou derivado ou inferido) de *A*.”. (CORCORAN, 1993, p. 61, tradução nossa). Dedução é definida como uma sequência de proposições Δ em que é extraída uma

proposição conseqüente a partir de Δ . Se a proposição conseqüente segue necessariamente de Δ , então a dedução é válida, sendo inválida caso contrário. Deduções são expressas em tipos de discursos são chamadas por “argumentos”, tal que as proposições Δ são chamadas por “premissa” e a proposição conseqüente é chamada por “conclusão”. A dedução é geralmente simbolizada pelos Lógicos por “ \vdash ”.

Nota-se, nesse sentido, que o significado de “implicação” está estritamente relacionado com tipos de discursos estruturados em argumentos. Sobre isso, escreve Corcoran: “Dizer que A implica logicamente B é dizer nem mais nem menos que o argumento (A, B) [premissa A , conclusão B] é válido. E, como frequentemente tem sido notado, dizer que (A, B) é válido é dizer que nada mais que B simplesmente ‘reafirma’ parte (ou a totalidade) do que é dito em A .” (CORCORAN, 1993, p. 60, tradução nossa). Assim como fez com as implicações anteriores, o autor chama a dedução por “implica₃”.

As implicações materiais, lógicas e dedutivas podem ser comparadas e distinguidas do ponto de vista intensional e extensional. Do ponto de vista intensional: a implicação material é uma relação de condicionalidade entre duas proposições simples, a implicação lógica é uma relação de consequência lógica entre formas proposicionais e a implicação dedutiva é uma relação de derivação lógica. Do ponto de vista extensional: “A extensão de implica₃ está propriamente incluída na de implica₂ que em si está propriamente incluída na extensão de implica₁.” (CORCORAN, 1993, p. 63, tradução nossa)

Assim, a comparação das implicações do ponto de vista intensional permite perceber suas diferenças conceituais, e a comparação do ponto de vista extensional permite perceber seu campo de aplicação sobre seus conteúdos que são proposições. A análise extensional nos permite concluir, conforme análise de

Corcoran, que a extensão de uma implicação é maior que a outra, de modo que a extensão maior de uma implicação contém a extensão menor de outra implicação.

Corcoran lista mais outros nove conceitos de implicação, totalizando doze conceitos. Pode-se observar que esses nove conceitos restantes de implicação são variações dos conceitos centrais apresentados acima. Passemos, então, a enumerá-los e explicitá-los brevemente:

(i) “*A* implica *B*” significa que *C* é uma afirmação implícita em *A*. Por exemplo: “Marion é um jogador de futebol” implica que “Marion é um homem (masculino)”; a presunção dessa implicação é que “Todo jogador de futebol é masculino”. Esta implicação é expressa por “*A-e-C* implica *B*”. Corcoran chama esta implicação por “elíptica”. Como a implicação elíptica pode ocorrer nas implicações materiais, lógicas e dedutivas, temos, então, mais três tipos de implicações. (Cf. CORCORAN, 1993, p. 65-66)

(ii) “*A* implica *B*” significa que *A* é uma evidência suficiente para *B*. Por exemplo: “O fato João estar morto há 3 anos implica que não foi ele quem desviou verbas na prefeitura no presente ano”. Esta implicação pode ser expressa por “O fato-que-*A* implica *B*”, ou seja, “*A* é verdadeira e *A* implica *B*”. Como esse tipo de implicação pode ocorrer nas implicações materiais, lógicas e dedutivas, temos, então, mais três tipos de implicações. (Cf. CORCORAN, 1993, p. 66)

(iii) “*A* implica *B*” significa “Para todo *x*, *x* tem a propriedade *P* implica *x* tem a propriedade *Q*”. Esse significado é uma interpretação predicativa da implicação de modo que os termos podem ser substituídos em *x* resultando uma proposição com valor de verdade. Neste caso, diz o autor que “A implicação formal é entre funções proposicionais (ou, na terminologia deste ensaio, entre expressões sentenciais envolvendo variáveis livres) que se mantêm quando o fechamento universal do condicional apropriado é verdadeiro.” (Cf. CORCORAN,

1993, p. 68, tradução nossa). Como nos casos anteriores, a implicação pode ser aqui também material, lógica ou dedutiva, formando mais três tipos implicações.

Diante dessa listagem de significados de implicação em Lógica realizada por Corcoran, pode-se notar que a implicação material, amplamente utilizada pelos matemáticos, é, do ponto de vista extensional, a mais geral e abstrata, pois inclui todas as outras. Apresentaremos, a seguir, algumas considerações sobre a natureza da implicação material.

A natureza da implicação material

A natureza geral e abstrata da implicação material do ponto de vista extensional a torna distante de uma compreensão intuitiva do senso comum e de sua utilização na linguagem ordinária. Essa característica da implicação material é notadamente observada por Frege em *Pensamentos Compostos* (1923):

“Mas aqui o antecedente e o conseqüente não têm nenhuma conexão interna” dirá talvez alguém. Em minha definição, porém, nenhuma conexão semelhante é exigida, [...] minha definição não tem que coincidir com o uso linguístico cotidiano, que é na maioria dos casos por demais ambíguo e flutuante para os objetivos da lógica. (FREGE, 2002, p. 81 - 82)

Frege expressa a implicação material através da ideia de que seu valor de verdade é resultado dos valores de verdade das sentenças que a compõem. Diz Frege no artigo *Sobre o Sentido e a Referência* (1892): “Posto que aqui [na sentença condicional] só estão em jogo os valores de verdade, cada sentença componente pode ser substituída por outra do mesmo valor de verdade, sem mudar o valor de verdade do todo.” (FREGE, 2009, p. 152)

Whitehead e Russell na obra *Principia Mathematica* (1910) fazem, também, a mesma observação: “[...] será observado que os valores de verdade de p v

$q, p \cdot q, p \supset q, \sim p, p \equiv q$ dependem apenas daqueles de p e q [...]” (WHITEHEAD; RUSSELL, 1910, p. 8, tradução nossa). No caso do condicional, em particular, “[...] o valor de verdade de [...] ‘ $p \supset q$ ’ é verdadeiro se p é falso ou q é verdadeiro.” (WHITEHEAD; RUSSELL, 1910, p. 8, tradução nossa), tal que o símbolo “ \supset ” expressa a relação o condicional entre p e q .

A interpretação extensional de Frege e de Whitehead-Russell sobre a implicação material foi notavelmente sintetizada por Wittgenstein no aforismo 5.101 do *Tractatus Logico-Philosophicus* (1921) quando ele introduz as possibilidades de valor de verdade da proposição em um esquema que ele chama por “fundamento de verdade da proposição” (*Wahrheitsgründe*), que é uma forma tabular dos valores de verdade, que em Lógica ficou amplamente conhecido por “Tabela de Verdade”. Os fundamentos de verdade da implicação são assim apresentados por Wittgenstein: “[...] (V, V, F, V) (p, q) em palavra são: Se p , então q . ($p \supset q$).” (WITTGENSTEIN, 5101). Nesse sentido, a forma tabular dos valores de verdade da implicação material passa a ser assim expressa pelos lógicos:

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A tabela de verdade se sustenta a partir de dois princípios: o princípio da bivalência e o princípio fregeano da composicionalidade da proposição.

O primeiro afirma que uma proposição pode assumir apenas dois valores de verdade: ou o verdadeiro ou o falso; assim, dadas duas proposições e considerando os operadores binários listados por Wittgenstein é possível obter, a partir da fórmula $(2^2)^2$, dezesseis formais possíveis de combinar duas proposições.

O segundo princípio pressupõe que o sentido de uma proposição está em função das partes e das regras que a compõe de modo que cada proposição pode ser substituída por outra de mesmo valor de verdade sem que haja alteração do valor como um todo. Sobre isso, diz Frege no artigo *Sobre o Sentido e a Referência* (1892): “Posto que aqui só estão em jogo os valores de verdade, cada sentença componente pode ser substituída por outra do mesmo valor de verdade, sem mudar o valor de verdade do todo.” (FREGE, 1978, p. 81). Este princípio é, por conseguinte, assumido por Wittgenstein quando, por exemplo, ele diz no aforismo 5 que “A proposição é uma função de verdade (*Wahrheitsfunktion*) das proposições elementares.”

Em vista da característica propriamente extensional da implicação material e, por isso, distante da implicação da linguagem ordinária, Lewis observou paradoxos dela decorrente. Tais paradoxos motivaram Lewis a elaborar um conceito de implicação mais próximo da linguagem ordinária, com características mais intensional que extensional, a saber: o conceito de implicação estrita. É o que veremos a seguir.

A implicação estrita de Lewis

O conceito de implicação estrita foi apresentado por Clarence Irving Lewis (1883 - 1964) cuja obra central é a em que ele apresenta os principais conceitos: *Um estudo da Lógica Simbólica* (1918) (*A survey of symbolic logic*).

Para propor a definição de implicação estrita Lewis (cf. 1918, p. 291) toma como referência a definição do conceito de implicação material dada por Whitehead e Russell na obra “Principia Mathematica” (1910). No *Principia* (1910) a implicação material é assim definida: “Se p implica q , então ambos são falsos ou ambos são verdadeiros, ou p é falso e q é verdadeiro; é impossível ter q falso e p verdadeiro, e é necessário ter q verdadeiro ou p falso.” (WHITEHEAD; RUSSELL, § 16, p. 14-15, 1910, tradução nossa). Em outra passagem da obra os autores dizem que “[...] ‘ $p \supset q$ ’ é verdadeiro se p é falso ou q é verdadeiro.” (WHITEHEAD; RUSSELL, 1910, p. 8, tradução nossa), cuja definição pode ser assim expressa: $p \supset q = \neg p \vee q$.

Nesta segunda passagem, pode-se notar que a implicação material pode ser definida pela disjunção, isto é $p \supset q$ se e somente se p é falso ou q é verdadeiro, sendo este último simbolizado por $\neg p \vee q$. Isso quer dizer que $p \supset q$ é logicamente equivalente a $\neg p \vee q$. Definição semelhante é dada por Russell (Cf. Capítulo II, §16) na obra *Os Princípios da Matemática* (1903).

Referindo-se a essa definição de *Os Princípios da Matemática* (1903), Hugh McColl escreve em 1908 um artigo intitulado “Se” e “implica” (1908) que “[...] essa equivalência invariável assumida entre uma condicional (ou implicação) e um disjuntivo é um erro [...]” (McCOLL, 1908, p. 152), pois, nota ele que se assumirmos, por exemplo, duas proposições, as proposições “Ele é médico” e “Ele é ruivo”, pode-se aceitar, pergunta-se ele, que uma proposição implica a outra? Pode-se dizer, no caso dos ingleses, por exemplo, que “Se ele é um médico, ele é ruivo, ou se ele é ruivo, ele é um médico”?

A implicação material admitiria essa possibilidade de implicação, pois, como sabemos, podemos ter antecedente falso e conseqüente falso ou antecedente falso e conseqüente verdadeiro. Mas, observa McColl que não é natural

que essa implicação seja verdadeira. Sobre isso, diz ele: “Meu argumento, fundado no que me parece uma convenção mais natural, e mais um de acordo com o uso linguístico comum, chega ao (para mim) resultado evidente, que em nenhum dos casos a conclusão se segue das premissas – que um inglês pode ser ruivo sem ser médico, e que ele também pode ser um médico sem ser ruivo.” (McCOLL, 1908, p. 152, tradução nossa)

MacColl é um dos primeiros a notar problemas em torno da implicação material do ponto de vista do uso linguístico comum dizendo que há nesse uso um paradoxo. Nesse sentido, escreve: “Uma breve operação simbólica mostrará que (assumindo suas premissas) o senhor Russell está certo; mas certamente a conclusão paradoxal a que ele chega deve dar aos lógicos uma pausa.” (McCOLL, 1908, p. 151-152, tradução nossa). Embora MacColl tenha já notado problemas na implicação material, uma análise mais detalhada foi realizada alguns anos depois por Clarence Irving Lewis.

Lewis publica o artigo “Implicação e a Álgebra da Lógica” (1912) (*Implication and the Algebra of Logic*) logo após a publicação do *Principia Mathematica* (1910). No início do artigo, Lewis apresenta dois teoremas da implicação material que, como observa ele, causam estranheza ao entendimento. Sobre esses teoremas, escreve ele: “O desenvolvimento da álgebra da lógica traz à luz dois teoremas um tanto surpreendentes: (1) uma proposição falsa implica qualquer proposição, e (2) uma proposição verdadeira está implicada em qualquer proposição.” (LEWIS, 1912, p. 522, tradução nossa)

O primeiro teorema extraído da implicação material afirma que a implicação material é verdadeira se do antecedente falso $\neg p$ que nela ocorre se concluir qualquer proposição p ou q . Neste caso, a implicação é verdadeira para antecedente falso e conseqüente verdadeiro. Esse teorema pode, nesse sentido, ser

expresso por “ $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$ ”. O segundo teorema afirma que a implicação material é verdadeira se a verdade de uma proposição consequente p que nela ocorrer é extraída de qualquer proposição antecedente p ou q que ocorre na implicação. Neste caso, a implicação é verdadeira para antecedente verdadeiro e consequente verdadeiro e também verdadeira para antecedente falso e consequente verdadeiro. Esse teorema pode ser expresso por “ $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ ”.

Nota Lewis que “Estes são os únicos teoremas da álgebra que parecem suspeitos para o senso comum, mas sua generalidade ampla atraiu uma atenção particular.” (LEWIS, 1912, p. 522), em especial atenção dos matemáticos que a utilizam amplamente. Ele diz ainda, nesta mesma passagem, que em torno desses teoremas há certas confusões de interpretação cujos expositores da álgebra da lógica nem sempre se esforçaram para indicar que há uma diferença entre os significados algébricos e ordinários de implicação. Por consequência, a lógica simbólica exige, neste caso, observa Lewis, a aceitação de resultados incompreensíveis, como o são os teoremas supracitados.

Esses “teoremas um tanto surpreendentes”, como diz Lewis, foram chamados, alguns anos depois, por W. E. Johnson’s no livro *Lógica* (1921) por “paradoxo da implicação”. Escreve Johnson’s: “[...] e é somente nestes últimos dias que as críticas foram dirigidas contra as fórmulas tradicionais, especialmente com base no fato de que sua aceitação acrítica foi encontrada para levar a certas consequências paradoxais, que podem ser chamadas de Paradoxos da Implicação.” (JOHNSON’S, 1921, p. 38-39, tradução nossa)

Lewis atribui a causa desses paradoxos à divergência entre o significado atribuído ao termo “implica” na implicação material e o significado do termo “implica” atribuído ao seu uso na linguagem ordinária, pois, como já vi-

mos, a implicação material não corresponde à implicação da linguagem ordinária. Sobre isso, diz Lewis: “Já chamamos a atenção para o fato de que este [a implicação material] não é o significado usual de ‘implica’.” (LEWIS, 1918, p. 291, tradução nossa)

Para se aproximar da noção de implicação da linguagem ordinária e evitar esses paradoxos, Lewis (cf. 1918, p. 293) propõe, então, a seguinte definição de implicação: uma proposição p implica estritamente uma proposição q se, e somente se, é impossível que p seja verdadeiro e q seja falso. Isso quer dizer que toda vez que p é verdadeira, q é verdadeira; o que exclui a possibilidade da implicação verdadeira quando o antecedente e o conseqüente são falsos e quando o antecedente é falso e o conseqüente é verdadeiro. Lewis chama essa implicação por “implicação estrita” (*strict implication*) e a simboliza por “ \rightarrow ”, tal que a expressão “ $p \rightarrow q$ ” é lida por “ p implica estritamente q ”.

Lewis chega à definição de implicação analisando a seguinte definição de implicação material dada por Whitehead e Russell na obra *Principia Mathematica* (1910): $p \supset q = \neg p \vee q$. Nesta definição a implicação material é definida a partir da disjunção. Em *Implicação e a Álgebra da Lógica* (1912) Lewis fará a distinção entre disjunção extensional e disjunção intensional para mostrar como que a primeira é condição para a implicação material e como a segunda é condição para a implicação estrita proposta por ele.

A disjunção extensional não lida com fatos, pois sua verdade é expressa a partir das possibilidades de valor de verdade das proposições que a compõe. Já a disjunção intensional, por outro lado, lida com os fatos, pois sua verdade está relacionada à veracidade das conexões entre proposições que a compõe. Sobre isso, diz Lewis: “Podemos chamar disjunções como (1), cuja verdade não pode ser conhecida a partir de fatos, disjunções extensionais; aqueles do tipo

(2), cuja verdade pode ser conhecida enquanto ainda é problemático qual membro é verdadeiro – ou se ambos são verdadeiros – podemos chamar de intensional.” (LEWIS, 1912, p. 524, tradução nossa)

Essa diferença pode ser observada se, como diz Lewis (cf. 1912, p. 524) da análise de alguns exemplos. O principal deles é a proposição “César morreu ou a lua é feita de queijo verde”. Neste caso, do ponto de vista extensional, a disjunção “César morreu ou a lua é feita de queijo verde” é falsa se uma certa relação é falsamente afirmada das duas proposições “César morreu” e “a lua é feita de queijo”, ou seja, a disjunção é falsa se considerarmos que ambas as proposições são falsas, embora ambas as proposições não tenham conexão de significado entre elas; o que se avalia aqui é apenas o valor de verdade das proposições que compõem a disjunção; sua análise é extensional e, portanto, à parte dos fatos. Sobre isso, escreve Lewis: “Se alguém considerar que ‘César morreu ou a lua é feita de queijo verde’ ser uma afirmação falsa, pode-se dizer com isso que uma certa relação é falsamente afirmada das duas proposições ‘César morreu’ e ‘a lua é feita de queijo verde’.” (LEWIS, 1912, p. 523, tradução nossa)

Do ponto de vista da análise da disjunção intensional, verificar-se, neste exemplo, que a negação da disjunção é falsa não pela análise do valor de verdade cada proposição que a compõe, mas se sua conexão tem correspondência com os fatos do mundo. Na análise intensional o que se verifica é o significado da conexão disjuntiva e não as possibilidades de combinação de valor de verdade das proposições que a compõe como na análise extensional. “O negativo da disjunção intensional é, assim, a negação da relação disjuntiva em si e não a negação de qualquer um dos membros.” (LEWIS, 1912, p. 524, tradução nossa). Desse modo, conclui Lewis que “A negação da disjunção intensional, a negação de uma relação lógica de proposições, é inteiramente consistente com a verdade de uma ou ambas as afirmações disjuntas.” (LEWIS, 1912, p. 524-525, tradução nossa)

Como a disjunção intensional está ligada aos fatos e a negação extensional à possibilidade de valor de verdade das proposições que a compõem, conclui Lewis que toda disjunção intensional é uma disjunção intensional, mas nem toda disjunção extensional é uma disjunção intensional, como o exemplo da proposição “César morreu ou a lua é feita de queijo verde”. Escreve ele: “Toda disjunção intensional é também extensional, ou, mais precisamente, a disjunção intensional de p e q também implica sua disjunção extensional. Mas o inverso não se sustenta.” (LEWIS, 1912, p. 525, tradução nossa). Portanto, a disjunção extensional é mais geral, pois expressa todas as possibilidades de combinação de valor de verdade de proposições que a compõem e a disjunção intensional é apenas o caso em que a conexão disjuntiva é verdadeira.

Em vista de tais resultados, Lewis define então a implicação estrita a partir da disjunção intensional: “[...] podemos observar que, nesse caso também, a disjunção intensional produz uma implicação estrita.” (LEWIS, 1912, p. 527, tradução nossa). De modo que assim como a implicação estrita pode ser definida pela disjunção intensional, a implicação material pode ser definida pela implicação extensional. Sobre isso, ainda diz: “[...] a disjunção intensional tem a mesma relação com a inferência ou inferencial ‘estrita’ que a disjunção extensional que à implicação algébrica ou ‘material’”. (LEWIS, 1912, p. 526, tradução nossa). Portanto, “As disjunções intencionais quando convertidas em implicações, de acordo com a equivalência que a álgebra afirma, tornam-se implicações estritas. As disjunções extensivas, pela mesma regra, produzem implicações materiais. Em qualquer caso, ‘ p implica q ’ é equivalente a ‘ p é falso ou q é verdadeiro’ ou a ‘não- p ou q ’”. (LEWIS, 1912, p. 526, tradução nossa)

Nota-se que a definição de implicação restrita de Lewis é uma definição modal, pois ele faz uso dos conceitos de possibilidade e impossibilidade. A notação que expressa operador de possibilidade em Lógica Modal é o símbolo

“ \diamond ”. Dizem Lewis e Langford na obra *Lógica Simbólica* (1932) (*Symbolic Logic*): “O significado que é atribuído a $\diamond p$ é um significado amplo de possibilidade, ou seja, a capacidade lógica ou ausência de autocontradição.” (LEWIS; LANGFORD, 1932, p. 160-161, tradução nossa). Em seguida, os autores definem impossibilidade e necessidade: “E os significados resultantes de $\sim \diamond p$ e $\sim \diamond \sim p$ são correspondentemente significados *estritos* de ‘impossibilidade’ e ‘necessidade’: $\sim \sim \diamond p$ significa que ‘ p é logicamente inconcebível’; e $\sim \diamond \sim p$ significa ‘não é logicamente concebível que p seja falso’”. (LEWIS; LANGFORD, 1932, p. 160-161, grifo do autor, tradução nossa)

Diz Susan Haack no livro *Filosofia das Lógicas* (1978) que “A motivação original do desenvolvimento feito por Lewis da lógica modal foi a insatisfação com a noção de implicação material – central para a lógica do *Begriffsschrift* e dos *Principia Mathematica*.” (HAACK, 2002, p. 236)

Sendo assim, a definição de implicação é assim expressa: $p \prec q =_{\text{df}} \sim \diamond (p \wedge \sim q)$. Sobre isso, dizem Lewis e Langford: “A relação de implicação estrita pode ser definida em termos de negação, possibilidade e produto: $p \prec q . = . \sim \diamond (p \wedge \sim q)$. Assim, ‘ p implica q ’ ou ‘ p estritamente implica q ’ significa ‘É falso que é possível que p seja verdadeiro e q seja falso’ ou ‘A afirmação ‘ p é verdadeira e q falsa’ não é auto-consistente’”. (LEWIS; LANGFORD, 1932, p. 124, tradução nossa). Agora, sendo $(p \wedge \sim q)$ equivalente à negação da implicação material, define-se assim implicação restrita: $p \prec q =_{\text{df}} \sim \diamond \sim (p \rightarrow q)$.

Ademais, define-se em Lógica Modal operador de necessidade a partir do operador de possibilidade. O operador de necessidade é expresso por “ \square ”, tal que é definido este é definido do seguinte modo: $\square \alpha =_{\text{df}} \sim \diamond \sim \alpha$. Ora, aplicando essa definição de operador de necessidade na última definição de implicação restrita, chega-se à seguinte definição: $p \prec q =_{\text{df}} \square (p \rightarrow q)$, o que significa que p

implica estritamente q se e somente se necessário que se p é verdadeiro, então q é verdadeiro. A implicação estrita é, assim, definida como “Necessariamente ($A \rightarrow B$)” . Sobre isso, escreve Susan Haack: “‘Necessariamente ($A \rightarrow B$)’, dada a semântica usual para a lógica modal, é considerada verdadeira se B é verdadeira em todos os mundos possíveis nos quais A é verdadeira.”. (HAACK, 2002, p. 68)

Entretanto, embora a definição de implicação estrita de Lewis de implicação leve em consideração o nível da linguagem ordinária, há, como observa Haack, paradoxos causados por essa implicação: “No entanto, a implicação estrita tem seus próprios paradoxos. Em resumo, assim como uma proposição falsa implica materialmente qualquer proposição, e uma proposição verdadeira é materialmente implicada por qualquer proposição, uma proposição impossível implica estritamente qualquer coisa, e qualquer coisa implica estritamente uma proposição necessária.” (HAACK, 2002, p. 68)

Como consequência, para evitar esses novos paradoxos da implicação, lógicos propuseram definições de implicação mais estritas, como é o caso da definição de implicação relevante proposta para Anderson e Belnap no âmbito da Lógica da Relevância. “Os lógicos da relevância, consequentemente, propõem um condicional ainda mais estrito, que requer uma relação de relevância entre o antecedente e o conseqüente (ver Anderson & Belnap, 1975, §1)” (HAACK, 2002, p. 68). Ao proporem esta implicação, estes autores criticam não apenas a implicação de proposta por Lewis, mas estendem a crítica à implicação material. É esse conceito que veremos na próxima seção.

A implicação relevante de Anderson e Belnap

O conceito de implicação relevante foi apresentado por Alan Ross Anderson (1925 - 1973) e Nuel D. Belnap Jr (1930 -) cuja obra central é a obra *Acar-*

retamento: *a Lógica da Relevância e da Necessidade* (1975) (*Entailment: the logic of relevance and necessity*). Neste caso, o conceito de implicação está relacionado ao acarretamento (*entailment*), que é a implicação que ocorre em argumentos.

Anderson e Belnap definem implicação do seguinte modo: “Diremos que uma implicação primitiva $A \rightarrow B$ é explicitamente tautológica se algum átomo (conjunto) de A for idêntico a algum átomo (disjunto) de B . Tais implicações podem ser consideradas como satisfazendo o dogma clássico que para A implica B , B deve estar ‘contido’ em A .” (ANDERSON; BELNAP, 1975, p. 155, grifo do autor, tradução nossa). O que os autores chamam por “átomo” são as variáveis proposicionais ou a negação delas, tem a forma p e q , e ocorrem na relação de implicação entre A e B .

Logo em seguida, na mesma obra, os autores apresentam a seguinte definição formal de implicação: “Chamamos portanto uma implicação $A_1 \vee \dots \vee A_m \rightarrow B_1 \& \dots \& B_n$ na forma normal explicitamente tautológica [...] se para cada A_i e B_j , $A_i \rightarrow B_j$ é explicitamente tautológico [...]; e tomamos tais implicações como válidas se explicitamente tautológicas.” (ANDERSON; BELNAP, 1975, p. 156, grifo do autor, tradução nossa)

Segundo Sanford (Cf. 1989, p. 129 – 130) no livro *Se P, então Q: condicionais e os fundamentos do raciocínio* o acarretamento (*entailment*) é uma relação genuína entre afirmações que tem uma conexão lógica entre os significados dessas proposições, cujo tratamento formal é, então, realizado no âmbito da Lógica da Relevância. Diz Haack no livro *Filosofia das Lógicas* (1978) que “[...] o que Anderson e Belnap propõem é, em primeiro lugar, fazer restrições apropriadas à dedutibilidade, de tal maneira que B é dedutível de A somente se A é usado na derivação de B .” (HAACK, 2002, p. 264)

Para haver implicação válida é necessário, então, que premissas façam parte da conclusão, isto é, que as premissas sejam relevantes para a conclusão da implicação de modo que a implicação é uma tautologia. Nesse sentido, diz Sanford: “Eles propõem uma concepção alternativa de validade que requer a relevância das premissas do argumento válido para sua conclusão. [...] A implica B, e o argumento A portanto B é válido, somente se A e B compartilharem um componente.” (SANFORD, 1989, p. 131, tradução nossa)

São exemplos de implicação relevante: (i) $(P \ \& \ \sim P) \vdash P$, mas não implica Q; (ii) $Q \vdash (Q \vee \sim Q)$, mas não implica $P \ \& \ \sim P$; (iii) $B, A \rightarrow B \vdash B \rightarrow (A \rightarrow A)$. Desse modo, como se pode observar, a dedutibilidade nessas inferências é bem restrita à condição de que a conclusão seja usada nas premissas. Sobre isso, observa Susan Haack: “Assim, o que Anderson e Belnap propõem é, em primeiro lugar, fazer restrições apropriadas à dedutibilidade, de tal maneira que B é dedutível de A somente se A é usado na derivação de B.” (HAACK, 2002, p. 264).

No caso da comparação entre a implicação estrita de Lewis e a implicação relevante de Anderson e Belnap, Haack observa suas diferenças (cf. 2002, p. 265). Para isso, ela considera a implicação $p \wedge \sim p \rightarrow q$. Esta implicação trata-se de implicação estrita de acordo com Lewis, pois é impossível que $p \wedge \sim p$ seja verdadeiro e q seja falso, ou seja, toda vez que o antecedente é verdadeiro, q é verdadeiro. Para Anderson e Belnap não há aqui implicação relevante, pois a premissa não faz parte da conclusão, isto é, a premissa não é relevante para a conclusão da implicação. “O que eles [Anderson e Belnap] negam é que ‘q’ seja dedutível de ‘ $p \ \& \ \sim p$ ’ por uma forma válida de inferência em seu sentido, i.e., o que eles consideram ser o *sentido real de ‘válido’*.” (HAACK, 2002, p. 265)

No caso da comparação entre a implicação clássica e a implicação relevante proposta por Anderson e Belnap, as regras de inferência, consideradas

classicamente válidas como silogismo hipotético, expresso por $A \vee B, \sim A \vdash B$, não são válidas, pois as premissas não estão contidas na conclusão, ou seja, variáveis proposições do antecedente não são relevantes para o consequente.

Outro exemplo dessa diferença, mas no caso da disjunção, o termo “ou” pode ter duas semânticas: a semântica funcional-veritativo e a intensional. Na semântica funcional-veritativo da disjunção, ele é verdadeiro a partir de sua análise extensiva que diz que a disjunção é verdadeira se e somente se ao menos uma das proposições disjuntas seja verdadeira. Na semântica intensional é necessário que proposições disjuntas sejam relevantes uma para a outra. No primeiro caso a relação de necessidade é de ordem extensional e no segundo caso a relação de necessidade é de ordem intensional.

Observa Haack (cf. 2002, p. 265) que a Lógica da Relevância desafia a Lógica Clássica em vários aspectos. Um desses aspectos é quanto à concepção de validade: enquanto a Lógica Clássica não concebe a relevância na definição de implicação, relegando-a à defeitos retóricos, a Lógica da Relevância propõe uma definição mais estrita, direcionada para os aspectos intensionais da implicação e sua relevância. O outro aspecto é que a Lógica da Relevância adiciona um novo conectivo ao aparato da Lógica Clássica e, ao mesmo tempo, rejeita certas inferências no domínio desta.

Anderson e Belnap observam que muitos lógicos, não entendendo a distinção conceitual entre implicação material e implicação da relevância, ao introduzirem o conceito de implicação material aos estudantes se utilizam da implicação da relevância como um tipo de implicação material para justificar a aceitação desta. Sobre isso, escreve: “Observe que os escritores contemporâneos, nos capítulos posteriores e mais formais de seus livros, parecem explicitamente contradizer os capítulos anteriores, quando tentam desesperadamente enganar os

alunos para que aceitem a ‘implicação’ estrita como um ‘tipo’ de relação de implicação, apesar de o fato de que essa relação representa falácias de relevância.” (ANDERSON; BELNAP, 1975, p. 17, tradução nossa)

Ainda sobre a relação entre a implicação relevante e material, diz Suan Haack que “[...] é difícil negar que, num nível informal, a irrelevância seja vista como um defeito em um argumento.” (HAACK, 2002, p. 266) e que no âmbito da análise formal a semântica da implicação relevante desafia a formalização. “Uma razão importante pela qual os lógicos se inclinaram a não levar em conta as considerações de relevância, penso eu, é que elas não parecem, diante das circunstâncias, muito prontamente passíveis de tratamento formal.” (HAACK, 2002, p. 266)

A Lógica da Relevância é, segundo Haack, mais complexa que a Lógica Clássica, de modo que a pergunta que se deve fazer sobre a utilização de uma ou de outra é, segundo ela, pelas vantagens da utilização de uma ou de outra. “E a lógica da relevância será inevitavelmente mais complexa do que a lógica funcional-veritativa clássica; de forma que estamos autorizados a perguntar que vantagens poderíamos esperar que ela traga.” (HAACK, 2002, p. 267)

Esse desafio da Lógica da Relevância contra o tratamento formal é notado por Anderson e Belnap que, citando Schiller (1930), escrevem: “A doutrina central da lógica mais predominantemente ainda consiste em uma negação categórica da relevância e de todas as ideias associadas a ela (p. 75).” Segundo Haack, esse trecho citado é “[...] é formulado como um argumento contra as pretensões da lógica formal, não como um apelo à formalização da relevância.” (HAACK, 2002, p. 266)

Na seção seguinte retomaremos a discussão do conceito de implicação significativa proposto por Jean Piaget para analisarmos seu conceito à luz dos significados de implicações lógicas que apresentamos até aqui.

Implicação significativa e implicação lógica

Tendo em vista o conceito de implicação significativa definido por Jean Piaget ao observar empiricamente as ações das crianças, qual sua relação com os significados da implicação em Lógica? Análises e discussões em Lógica sobre os conceitos de implicação podem trazer luz sobre esse conceito de implicação significativa observado empiricamente por Piaget no sujeito psicológico?

Piaget no Ensaio *sobre a necessidade* (1977) destaca a importância dos trabalhos de Anderson e Belnap para a concepção de uma implicação mais próxima da significação da linguagem natural e, também, faz referência aos trabalhos de Lewis.

[...] em um artigo recente, A. Ross Anderson e N. D. Belnap elaboraram uma teoria da implicação natural mostrando que " $A \rightarrow B$ é válido se e somente se há um caminho possível que conduz dedutivamente de A para B ". Mas este caminho exige a intervenção de compreensão, como uma relação relevância supondo "qualquer coisa em comum" entre A e B . (PIAGET, 1977, p. 242, tradução nossa)

Em 1932, Lewis acreditou resolver o problema adicionando à implicação $x \rightarrow y$ um operador monádico de 'necessidade', mas pode ser demonstrado que este método é insuficiente. (PIAGET, 1977, p. 242, tradução nossa)

Em todas as implicações (implicação significativa, relevante e estrita) o significado do conseqüente está incluído ou contido no significado do antecedente. Há, então, em todas elas, como observa Piaget, a intervenção da compreensão:

Mas este caminho exige a intervenção de compreensão, na forma de uma relação relevância supondo "algo em comum" entre A e B . Encontramos, assim, em formas superiores e elaboradas, graças, entre outras

coisas, à “dedução natural” de Gentzen, que constitui a característica das implicações elementares referidas acima como “significantes”, no sentido de que o significado de *B* apresenta algum parentesco com o de *A*. (PIAGET, 1977, p. 242, tradução nossa)

Piaget tinha, portanto, conhecimento dos esforços de alguns lógicos contemporâneos dele no sentido de compreender a lógica formal de um ponto de vista mais intensional ou mais próxima da significação da linguagem natural. Sobre isso, escreve:

[...] é de um grande interesse constatar que uma solução análoga hoje requer lógica formal na medida em que encontra o problema da necessidade, não só no campo das lógicas modais, onde é preciso dizer, mas nos esforços de lógicos para superar o que não é exagero chamar o escândalo da lógica extensional clássica, chamado de implicações paradoxais: ‘se o vinagre é ácido, então alguns personagens usam barbas’, etc. (PIAGET, 1977, p. 242, tradução nossa)

Dentre os vários significados do termo “implicação” que apresentamos no presente artigo, podemos dizer que o conceito de implicação significativa proposto por Piaget se aproxima mais do conceito de implicação relevante proposto por Anderson e Belnap. A implicação significativa, assim como a implicação relevante, também está atrelada ao significado, pois é uma relação genuína entre proposições que tem uma conexão entre os significados. Essa semelhança é observada pelo próprio Piaget em *O Possível e o Necessário* (1983) (*Le Possible e le Nécessaire*):

Observamos a esse respeito que contrariamente às lógicas modais de Lewis – onde a necessidade provém de um operador ajuntado, o que não é suficiente para resolver os problemas de implicação paradoxal própria das lógicas extensional – a lógica do *entailment*, de Anderson e Belnap, considera como inerente à própria operação quando, à semelhança de nossa implicação significativa, pode-se dizer que $p \supset q$ deduzir q de p pela via de inferenciais naturais. (PIAGET, 1986, p. 123, itálico do autor)

Entretanto, embora a implicação significativa e a implicação relevante apresentem semelhanças quanto à sua natureza intensional, diríamos que a diferença entre essas implicações é ou está no conceito de significação.

Na implicação significativa, a significação ocorre no âmbito das ações do sujeito que coordena os significados dos esquemas utilizados para uma determinada finalidade. No caso do exemplo do bebê de 10-12 meses, ele ajusta um papelão cumprido para colocar um objeto sobre ele com a intenção de puxá-lo em sua direção para pegar esse objeto, as ações estão estritamente atreladas à construção do significado psicológico do sujeito.

Já no caso da implicação relevante, a significação é tratada no âmbito da linguagem já constituída, no nível das proposições. Quando Anderson e Belnap propõem a definição de implicação relevante, essa definição pressupõe as relações de significação entre proposições. Isso quer dizer que o conceito de necessário é, neste caso, mais forte que o conceito de necessário em torno da implicação significativa observado por Piaget no sujeito psicológico. No nível das proposições, os lógicos da relevância propõem uma formalização mais aceitável que uma possível formalização da implicação significativa.

Dada a proximidade entre a implicação relevante e a implicação significativa, pensamos que algumas observações que Susan Haack faz no livro *Filosofia das Lógicas* (1978) sobre a Lógica da Relevância podem servir também como observações para a implicação significativa proposta por Piaget no âmbito do pensamento “natural” da lógica das ações do sujeito psicológico. Haack escreve o seguinte:

Os lógicos da relevância, como deveria agora estar patente, desafiam a lógica clássica de mais de uma maneira. [...] Mais fundamentalmente, sua objeção diz respeito à concepção clássica de validade. Os lógicos clássicos conceberam a relevância como irrelevante para a validade de um argumento. Se a irrelevância é de alguma forma considerada, tende-se a relegá-la à categoria dos defeitos retóricos. Consequentemente, os lógicos da relevância dão um sentido mais estrito à noção de uma proposição ser dedutível de outra e, portanto, a seu inverso, a noção de uma proposição acarretando outra. (HAACK, 2002, p. 265-267)

Nesse sentido, diríamos, a partir dessas considerações de Haack, que a implicação significativa proposta por Piaget desafia, assim como a implicação relevante, a Lógica Clássica, pois a Lógica Clássica não concebe a relevância para as relações de inferência, em especial para a dedução na validade de argumento, relegando-a à defeitos retóricos. Precisamos considerar, no entanto, que Piaget aponta para “pseudo insuficiências” da Lógica Clássica, no início da ontogênese epigenética; justamente quando o funcionamento cerebral enfrenta o *stress* determinado pelo meio. Para Piaget, a Lógica Clássica é o reflexo do funcionamento cerebral. As outras lógicas seriam “jogos” criados pela capacidade desse funcionamento.

As implicações mais fracas, como o é a implicação significativa, são de natureza mais intensional. Conforme a implicação se torna mais extensional, menos intensional ela é, mais ela se torna passível de formalização, e menos intuitiva ela é do ponto de vista formal. Diríamos, por consequência, que a natureza essencialmente extensional de uma implicação a distancia do significado intuitivo da linguagem natural e a torna mais próxima da forma lógica, como é o caso da implicação material, conforme análise apresentada neste artigo.

Considerando *que* na implicação significativa as inferências são de natureza psicológica, isto é, de natureza intensiva e não formal – o que não deixa de ser uma inferência –, suas inferências não funcionam no domínio da Lógica Clássica como a implicação material, lógica e dedutiva, pois neste domínio as inferências são essencialmente de natureza extensiva e formal. Devido a isso, diríamos que a implicação significativa desafia formalização e os pressupostos da Lógica Clássica, assim como a implicação relevante de proposta por Anderson e Belnap. Portanto, podemos dizer, em suma, que Piaget propõe uma definição extensionalmente mais estrita de implicação, voltada para seus aspectos intensionais, derivada das significações construídas pelo sujeito.

Além disso, o necessário em torno da implicação significativa é local e subjetivo, variando de sujeito para sujeito. O necessário está atrelado aos significados construídos pelo sujeito nos sistemas de esquemas de ações. O necessário, no sentido lógico matemático, é alcançado por alguns, portanto não por todos, apenas quando o sujeito torna-se capaz de um pensamento lógico abstrato. Sobre isso, diz Ramozzi-Chiarottino: “[...] segundo Piaget, o *necessário* se constrói, na medida em que ele descobriu nos sujeitos de alguns meses de vida vínculos entre *A* e *B* que a criança crê necessários, mesmo que essa necessidade esteja sempre ligada a uma situação local, absolutamente contingente, por falta de uma estrutura.” (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 2010, p. 25, grifo do autor)

A relação de necessidade na implicação significativa não é formal, como na implicação material ou em uma dedução lógica, mas é uma relação entre os significados das ações realizadas pelo sujeito sobre o objeto, isto é, do ponto de vista dos significados construídos por este sujeito na sua interação com o objeto. Isso quer dizer que a necessidade lógica tem origem nas coordenações mais primitiva na relação entre esquemas propiciada pelo funcionamento cerebral da espécie humana. Daí o fato de Piaget dizer que “no princípio era a resposta”, ou seja, o funcionamento cerebral.

Sobre a origem da implicação significativa, diz Piaget no *Ensaio sobre a necessidade* (1977): “Somos assim conduzidos a situar o ponto inicial da necessidade na ‘forma’ das ‘implicações significantes’ que exprimem a relação entre significações adquiridas, logo, nas coordenações mais primitivas entre os esquemas, desde as mais elementares.” (PIAGET, 1977, p. 242). Em outra passagem ainda escreve: “A implicação significativa exprimindo o fato de que a significação de um esquema supõe nela própria, outras (de outros esquemas), fica claro que essas

significações são inicialmente relativas aos conteúdos fornecidos pela experiência, donde o papel da abstração empírica.” (PIAGET, 1977, p. 247, parênteses colocado pelo autor, tradução nossa)

Já no que concerne à comparação entre a implicação significativa e a implicação material, podemos dizer que são duas formas de organizar o necessário. Da implicação significativa à implicação material, do nível menos formal ao nível mais formal, a inferência contida na relação de implicação é a responsável pela construção do necessário no ser humano. Sobre isso, diz Piaget:

Ora, é a implicação significativa enquanto instrumento da coordenação entre os esquemas (e a partir dos mais primitivos) que, na medida em que o sujeito compreende as “razões” (no texto, por exemplo, “colocar sobre”), constitui a fonte das relações necessárias. [...] parece, portanto evidente que o desenvolvimento do necessário, precede a formação das operações [...]. (PIAGET, 1977, p. 241, tradução nossa)

Ramozzi-Chiarottino diz que é de uma amplitude epistemológica enorme dizer que a inferência é responsável por necessidades lógicas em todos os níveis de desenvolvimento do sujeito. Segundo ela, essa descoberta conduz Piaget a uma investigação de gênese do necessário, pois a inferência é condição para o necessário. “A descoberta de uma construção do *necessário* permite a Piaget conciliar a gênese das estruturas mentais orgânicas vivas e o produto acabado de seu funcionamento: o conhecimento lógico-matemático.” (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 2010, p. 26, grifo do autor)

A explicação das estruturas mentais, específicas para o ato de conhecer, como resultado de um funcionamento cerebral lógico-matemático e como estruturas orgânicas vivas deve iniciar-se uma lógica das significações que tem como centro a implicação significativa. Sobre isso, diz Ramozzi-Chiarottino: “Para isso, ele [Piaget] acreditava que seria preciso antes de tudo considerar as exten-

sões variáveis subordinadas às significações na construção de uma lógica das significações que teria como centro a implicação significativa.” (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 2010, p. 26)

Compreender, portanto, a gênese da implicação lógica é compreender como surge o conhecimento necessário e universal e, com isso, constatar, por consequência, que em todos os níveis do desenvolvimento do ser humano como sujeito do conhecimento é a inferência, responsável pela constituição do *necessário* no sujeito. Faz-se imprescindível, então, um estudo psicogenético que mostre a passagem da implicação significativa à implicação lógica no âmbito da Epistemologia Genética, para que se entenda a evolução intelectual possível do ser humano, quando se torna, por exemplo, um cientista ou um lógico-matemático, alcançando os estágios mais abstratos do conhecimento.

Considerações finais

Comparações entre os diversos tipos de implicações que vimos aqui podem ser feitas do ponto de extensional e intensional, como vimos na Seção 3 a partir das análises de Corcoran sobre os diversos significados do termo implicação em Lógica. A comparação entre as implicações do ponto de vista intensional permite-nos perceber suas diferenças conceituais e a comparação entre implicações do ponto de vista extensional permite-nos perceber a amplitude de sua aplicação.

A análise extensional nos permite concluir, a partir de Corcoran, que a extensão de uma implicação é maior que a outra, de modo que a extensão maior de uma implicação contém a extensão menor de outra implicação. Nesse sentido, as implicações que estudamos aqui podem ser vistas como incluídas uma na outra extensionalmente. Isso quer dizer que: a implicação material (ou implicação

filônica) inclui a implicação lógica que inclui a implicação dedutiva que inclui a implicação estrita (ou implicação crisípica) que inclui a implicação relevante que inclui a implicação significativa.

Assim, comparando, por um lado, a implicação material e a implicação significativa, por outro lado, diríamos o seguinte: enquanto a implicação material é extensionalmente maior, pois expressa todas as possibilidades de valor de verdade da implicação do ponto de vista dos valores de verdade, a implicação significativa apresenta uma extensão mínima, pois é, como vimos, local e subjetiva, relativas às ações psicológicas do sujeito resultando das coordenações entre seus esquemas.

Já do ponto de vista intensional não é possível a inclusão de um na outra, pois não se trata de comprar a ampliação de suas extensões, mas de comparar suas diferenças conceituais. Nesse sentido, elas são diferentes, pois: (i) a implicação material (ou implicação filônica) é uma relação de condicionalidade entre duas proposições simples, (ii) a implicação lógica é uma relação de consequência lógica entre formas proposicionais, (iii) a implicação dedutiva é uma relação de derivação lógica em argumentos, a (iv) implicação estrita (ou implicação crisípica) é uma relação de veracidade entre antecedente e conseqüente, a (v) implicação relevante, mais estrita ainda, parte do significado do conseqüente e se esse significado é relevante, e a (v) implicação significativa é uma relação de significação psicológica entre esquemas uma lógica derivada do pensamento “natural”.

Em vista dessa análise, concluímos, também, que as implicações mais fracas, como o é a implicação significativa, são de natureza mais intensional. Conforme a implicação se torna mais extensional, menos intensional ela é, mais ela

se torna passível de formalização, e menos intuitiva ela é do ponto de vista formal. Diríamos, por consequência, que a natureza essencialmente extensional de uma implicação a distância do significado intuitivo da linguagem natural e a torna mais próxima da forma lógica, como é o caso da implicação material, conforme análise apresentada neste artigo.

Assim, considerando que na implicação significativa as inferências são de natureza psicológicas, isto é, de natureza intensiva e não formal – o que não deixa de ser uma inferência –, suas inferências não funcionam no domínio da Lógica Clássica como a implicação material, lógica e dedutiva, pois neste domínio as inferências são essencialmente de natureza extensiva e formal. Devido a isso, diríamos que a implicação significativa desafia formalização e os pressupostos da Lógica Clássica, assim como a implicação relevante de proposta por Anderson e Belnap. Portanto, podemos dizer, em suma, que Piaget propõe uma definição extensionalmente mais estrita de implicação, voltada para seus aspectos intensionais, derivada das significações construídas pelo sujeito.

Referências

ANDERSON, A. R.; BELNAP, N. D., Jr. **Entailment: the logic of relevance and necessity**. Vol. I Princeton University Press, 1975.

BETT, R. Introduction. In: SEXTUS EMPIRICUS. **Against the logicians**. Translated and edited by Richard Bett. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

BOCHENSKI, J. M. **A history of formal logic**. Translated by Ivo Thomas. Notre Dame: University of Notre Dame Presse, 1961.

FERREIRA, R. dos R. **Sobre o uso da função proposicional e sua gênese segundo a Epistemologia Genética**. 2011. 112 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2009.

Disponível em <https://www.marilia.unesp.br/Home/Pos-Graduacao/Filosofia/Dissertacoes/ferreira_rr_me_mar.pdf>. Acesso em: 11 jun. 2018.

FERREIRA, R. dos R. **Sobre o significado da função proposicional no Tractatus de Wittgenstein**. 2014. 288 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade de Campinas, Campinas, 2016. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/305716?mode=full>>. Acesso em: 11 jun. 2018.

FERREIRA, R. dos R; TASSINARI, R. P. **Piaget e a predicação universal**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2013.

CHISHOLM, R. M. **Sextus Empiricus and Modern Empirism**. *Philosophy of Science*, vol. 8, n. 3, p. 371-384, 1941.

CORCORAN, J. Meanings of implication. In: **A Philosophical Companion to First-Order Logic**. Indianapolis: R. Hughes, 1993. Disponível em:

DINUCCI, A. Taxonomia dos axiomata da lógica proposicional estoica. **O que nos faz pensar**, n. 34, 2014, p. 315-341. Disponível em: <>. Acesso em: 16 jun. 2018.

FERNANDES, F. L. A. **Duas faces do fatalismo lógico: o argumento do dominador de Diodoro Cronos e a batalha naval no de Interpretatione XI**. 2009. 105f. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Programa de Pós-Graduação em Lógica e Metafísica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <<https://ppglm.files.wordpress.com/2008/12/dissertacao-ppglm-fernanda-lobo-fernandes.pdf>>. Acesso em: jul. 2018.

FREGE, G. Pensamentos compostos. In: **Investigações Lógicas**. Trad. Paulo Alcoforado. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

FREGE, G. Sobre o sentido e a referência. In: **Lógica e Filosofia da Linguagem**. Trad. Paulo Alcoforado. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 2009.

FREGE, G. **Lógica e filosofia da linguagem**. Trad. Paulo Alcoforado. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 2009.

HAACK, S. **Filosofia das lógicas**. Trad. Cesar Augusto Mortari. São Paulo: Editora Unesp, 2002.

HEGENBERG, L. A lógica e a teoria de Jean Piaget: a implicação significativa. **Psicologia-USP**, v. 2, n. 1-2, p. 25-32. Disponível em: . Acesso em: 19 jun. 2018.

JOHNSON, W. E. **Logic**. Cambridge: Cambridge University Press, 1921.

KNEALE, W.; KNEALE, M. **The development of logic**. Oxford: Clarendon Press, 1962.

KNEALE, W.; KNEALE, M. **O desenvolvimento da lógica**. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1968.

LAÉCIO, D. **Vidas y opiniones de los filósofos ilustres**. Trad. Carlos García Gual. Madrid: Alianza Editorial, 2007.

LEWIS, C. I. **A survey of symbolic logic**. Berkeley: University of California Press, 1918.

LEWIS, C. I. Implication and the álgebra of logic. **Mind**, vol. XXI, n. 84, p. 522-531, 1912. Disponível em: . Acesso em: 04 out. 2018.

LEWIS, C. I.; LANGFORD, C. H. **Symbolic logic**. New York: Dover Publications, 1932.

MATES, B. **Diodorean implication**. *The Philosophical Review*, vol. 58, n. 3, p. 234-242, 1949.

MATES, B. **Logica de los estoicos**. Trad. Miguel Garcia Baró. Madrid: Editorial Tecnos, 1985.

MATES, B. Stoic logic and the text of Sextus Empiricus. **The American Journal of Philology**, v. 70, n. 3, p. 290-298. 1949.

PEIRCE, C. S. **Collected papers of Charles Sanders Peirce**. Vol. I-VI ed. Charles Hartshorne and Paul Weiss; Vol. VII-VIII ed. Arthur W. Burks. Cambridge: MA, Harvard University, 1974.

PIAGET, J. **Biologie et connaissance**: essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs. Paris: Gallimard, 1967.

PIAGET, J. **Biologia e conhecimento**: ensaio sobre as relações entre as regulações orgânicas e os processos cognitivos. Trad. Francisco Guimarães. Petrópolis: Vozes, 1973.

PIAGET, J. Essai sur la nécessité. In: **Archives de psychologie**, 175(45), 235-251. 1977. Disponível em: http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/bibliographie/index_articles_alpha10.php. Acesso em: 19 jun. 2018.

PIAGET, J. La pensée physique. In: **Introduction à l'épistémologie génétique**. Tome II. Paris: Presses Universitaires de France, 1950.

PIAGET, J. **Le possible et le nécessaire**: l'évolution du nécessaire chez l'enfant. Paris: Presses Universitaires de France, 1983.

PIAGET, J. **O possível e o necessário**: evolução dos necessários na criança. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. **Piaget segundo seus próprios argumentos**. Psicologia USP: São Paulo, 2010, v. 21, n. 1, 11 – 30.

ROCHA, R. M. **Implicação lógica e material**: esclarecendo pequenas confusões comuns. In: Intuitio. Vol. 6, nº2, Porto Alegre: 2013.

SANFORD, D. H. **If P, then Q**: conditionals and the foundations of reasoning – (The problems of philosophy). Routledge: New York, 1989.

SEXTUS EMPIRICUS. **Against the logicians**. Translated and edited by Richard Bett. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

SEXTO EMPÍRICO. **Against the logicians**. Translated by. R. G. Bury. Harvard: Loeb Classical Library, 1967.

SEXTO EMPÍRICO. **Outlines of pyrrhonism**. Translated by. R. G. Bury. Harvard: Loeb Classical Library, 1976.

SCHILLER, F. C. S. **Logic for use**. (Harcourt, Brace), 1930.

STALNAKER, R. C. A theory of conditionals. In: **Studies in logical theory**. American Philosophical Quarterly Monography Series, nº2. Oxford: Blackwell, 1968.

WITTGENSTEIN, L. **Tractatus logico-philosophicus**. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: EDUSP, 2001.

WHITEHEAD, A. N.; RUSSELL, B. **Principia mathematica**. Cambridge: Cambridge University Press, 1910.

Recebido 26/07/2022

Aprovado 21/09/2022