

# Proposição de uma solução simplificada do modelo da coluna rígida de água para a modelagem do esvaziamento de adutoras

*Simplified solution proposal for the rigid water column model for the emptying of water pipelines modelling*

• **Data de entrada:**  
11/03/2022

• **Data de aprovação:**  
29/08/2022

Vicente de Castro Sanders Neto<sup>1</sup> | Bruno Araújo Paiva<sup>1</sup> | João Marcelo Costa Barbosa<sup>1</sup> | Marco Aurelio Holanda de Castro<sup>1</sup>

DOI: <https://doi.org/10.36659/dae.2023.048>

## ORCID ID

Sanders Neto VC  <https://orcid.org/0000-0002-1106-0880>  
Paiva BA  <https://orcid.org/0000-0002-6971-6184>

Barbosa JMC  <https://orcid.org/0000-0003-0559-0516>  
Castro MAH  <https://orcid.org/0000-0001-5134-7213>

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo propor uma solução simplificada para o modelo da coluna rígida de água aplicado ao esvaziamento de condutos forçados sem admissão de ar. O problema consiste na análise da expansão de uma bolsa de ar enclausurada a montante de uma tubulação inclinada, durante o esvaziamento da coluna líquida que escoar a jusante por uma válvula esfera. Os dados dos experimentos 1, 2, 7 e 10 do trabalho de Coronado-Hernández (2019) e de Fuertes-Miquel et al. (2019) foram utilizados para aplicação e comparação dos resultados obtidos por meio da solução simplificada proposta, assim como pelo método de Euler, Heun e Runge-Kutta. A análise dos resultados teve o auxílio de indicadores, como o Desvio Nash-Sutcliffe, Desvio Quadrático Médio e Desvio Relativo. Após a válvula de jusante do experimento estar plenamente aberta, os desvios relativos passam a estabilizar e/ou reduzir ao longo do tempo de simulação. Ademais, o Método de Euler retornou resultados com menos acurácia comparado aos dados experimentais. Os métodos de Heun e Runge-Kutta possuem os melhores indicadores. Pode-se concluir que, na maioria dos cenários analisados, a solução simplificada retorna indicadores melhores em relação ao Método de Euler.

**Palavras-chave:** Solução Simplificada. Método da Coluna Rígida de Água. Esvaziamento.

## Abstract

*This paper aims to propose a simplified solution to the rigid water column model applied to the forced conduits emptying process without air admission. The problem consists in the analysis of an entrapped air pocket at upstream end of a sloped pipeline, during the liquid column emptying that flows through a downstream ball valve. The data of experiments 1, 2, 7 and 10 from the papers of Coronado-Hernández (2019) and Fuertes-Miquel et al. (2019) were applied and compared with the obtained data of the simplified solution and the Euler, Heun and Runge-Kutta Methods. The results analysis was carried out with indicators like Nash-Sutcliffe Error, Root Square Mean Error and Relative Error. After the downstream valve is totally open, the relative errors are stabilizing and/or reducing throughout the time simulation. Also, the Euler Method returned results with less accuracy compared with the experimental data. The Heun and Runge-Kutta Methods had the best indicator results. We can conclude that, in most analyzed scenarios, the simplified solution returns better indicators results in relation to the Euler Method.*

**Keywords:** Simplified Solution. Rigid Water Column Model. Emptying Process.

<sup>1</sup> Universidade Federal do Ceará - Fortaleza - Ceará - Brasil.

\* **Autor correspondente:** [vicentecsneto@gmail.com](mailto:vicentecsneto@gmail.com).

## 1 INTRODUÇÃO

A operação de uma adutora de água bruta é realizada mediante a utilização de equipamentos que promovam a integridade do sistema. A manutenção, durante essa operação, contempla as manobras de enchimento (ROMERO et al., 2020; ZHOU et al., 2018, 2020) e esvaziamento (BESHARAT et al., 2018; CORONADO-HERNÁNDEZ et al., 2018; LAANEARU et al., 2012, 2015) de trechos da adutora para substituição de tubulações e equipamentos de proteção contra os transitórios hidráulicos.

A NBR 12215-1 orienta que as simulações hidráulicas devem apresentar o dimensionamento das tubulações, bombas, proteção aos transitórios hidráulicos, condição de operação com vazão máxima e mínima, enchimento, esvaziamento e eventuais manobras operacionais (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2017). Um projeto de adutora bem dimensionado no Regime Permanente e mal dimensionado em relação aos equipamentos de proteção (Regime Transiente) resulta em problemas de golpe de aríete e (SANDERS NETO et al., 2020) e cavitação nas tubulações (PAIVA et al., 2021). Da mesma forma, ocorrem problemas durante a operação de adutoras quando não há o dimensionamento considerando o enchimento e esvaziamento do sistema.

Durante o enchimento de adutoras, limita-se a vazão de recalque para o enchimento lento da tubulação, de modo que o ar enclausurado seja purgado a jusante do sistema por meio dos dispositivos, como válvulas ventosas (IGLESIAS-REY et al., 2014). Por outro lado, é necessário o esvaziamento parcial de determinados trechos para a realização de trocas de tubulações ou equipamentos (FUERTES-MIQUEL et al., 2019). O processo de esvaziamento deve envolver a admissão de ar no sistema para a drenagem da água através da descarga de fundo. Quando a pressão ab-

soluta do trecho em esvaziamento é submetida a um valor abaixo da pressão atmosférica (CORONADO-HERNÁNDEZ et al., 2018), sem admissão de ar no sistema, a bolsa de ar formada a montante induz uma pressão de sucção que impede a drenagem completa da tubulação.

Em relação ao regime transiente em condutos forçados, contemplam-se os fenômenos muito rápidos: Golpe de Aríete, Cavitação, Separação da Coluna Líquida e também os rápidos: enchimento e esvaziamento. O modelo da coluna elástica (BARBOSA; CASTRO, 2014; FERREIRA et al., 2016) prediz tais fenômenos incluindo metodologias para cada tipo de fenômeno. O modelo da coluna rígida de água despreza a variação da massa específica do fluido e da tubulação (PARMAKIAN, 1963).

A obtenção de uma solução analítica simplificada do modelo da coluna rígida de água pode gerar resultados aproximados à modelagem por meio de métodos numéricos de valor inicial: Método de Euler, Método de Heun, Método de Runge Kutta de Quarta Ordem (STERZA; BRANDI, 2016). A simulação de enchimento e esvaziamento não é comumente realizada nos projetos de adutora, embora a NBR 12215-1 de 2017 oriente a realização desse estudo. Com isso, justifica-se a simplificação da solução do modelo da coluna rígida de água, de modo a tornar mais práticos os estudos por parte dos projetistas e gerar mais assertividade no dimensionamento e na implementação de equipamentos de proteção e operação do sistema. Segundo Fuertes-Miquel et al. (2019), há muitos estudos considerando o enchimento de adutoras e poucos estudos considerando o esvaziamento com a formação de bolsas de ar enclausuradas em tubulações. Portanto, este trabalho visa atender a essa necessidade, trazendo uma nova ótica sob o modelo da coluna rígida de água por meio de uma solução simplificada.

## 1.1 O Modelo Bifásico para o Esvaziamento de Adutoras

Para a simulação de esvaziamento de adutoras, os modelos bifásicos podem ser utilizados para a modelagem das operações de enchimento e esvaziamento (FUERTES-MIQUEL et al., 2019). Tais modelos levam em consideração a integração de um modelo de fase líquida (água) com o modelo de fase gasosa (ar / vapor de água) em um regime hidráulico transiente.

Na fase líquida, considerando o estudo de adutoras, a água em temperatura ambiente é tratada como fluido líquido do sistema. Os modelos dinâmicos e inerciais são utilizados para simular o regime transiente da coluna líquida da tubulação (ABREU et al., 1999; FUERTES-MIQUEL et al., 2019). Dentre esses modelos, existem dois tipos que caracterizam o fenômeno: o modelo da coluna elástica de água e o modelo da coluna rígida de água.

O Modelo da Coluna Elástica de Água, ou Modelo do Golpe de Aríete, é um modelo dinâmico inercial elástico, caracterizado por regimes transientes muito rápidos. As equações que compõem o modelo são (CHAUDHRY, 2014):

- Equação da Quantidade de Movimento (ou Equação do Momentum)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (1)$$

- Equação da Continuidade (ou Equação da Conservação de Massa)

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

onde:  $g$  = aceleração gravitacional [ $L.T^{-2}$ ];  $a$  = celeridade [ $L.T^{-1}$ ];  $A$  = área da secção nominal da

adutora [ $L^2$ ];  $f$  = fator de atrito;  $t$  = tempo [ $T$ ];  $D$  = diâmetro interno do conduto forçado [ $L$ ];  $Q$  = vazão volumétrica [ $L^3.T^{-1}$ ] e  $H$  = carga piezométrica [ $L$ ].

Segundo Fuertes-Miquel et al. (2019), fazendo-se a consideração de que a elasticidade do ar na tubulação é maior do que a elasticidade da água do material do tubo, pode-se considerar que a celeridade,  $a \rightarrow \infty$  (a celeridade tende ao infinito com a consideração de um sistema rígido) ou  $\partial H / \partial t \rightarrow 0$ . Com isso, a Eq. (2) torna-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \rightarrow Q = Q(t) \quad (3)$$

Considerando-se o fluxo hidráulico uniforme na Eq. 1, ocorre o Modelo da Coluna Rígida de Água, ou Modelo de Oscilação de Massa, caracterizado por regimes transientes rápidos. Esse modelo (Eq. 4) assume que o material das paredes da tubulação seja rígido e que a água seja um fluido incompressível (PARMAKIAN, 1963):

$$\Delta H + \frac{fL}{2gDA^2} \cdot Q|Q| = -\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} \quad (4)$$

onde:  $\Delta H$  = Variação da Carga Piezométrica do Sistema [ $L$ ] e  $L$  = Comprimento da coluna líquida no conduto forçado [ $L$ ].

Na fase gasosa, calcula-se o comprimento da coluna gasosa por meio da Eq. 5, de modo a compor o cálculo da pressão da bolsa de ar clausurada à montante da coluna líquida conforme a Eq. 5.

$$L_e = L_{e,0} - \int_0^t v_{H_2O} \cdot dt \quad (5)$$

onde:  $L_e$  = Comprimento final da coluna líquida [ $L$ ];  $L_{e,0}$  = Comprimento inicial da coluna líquida [ $L$ ] e  $v_{H_2O}$  = Velocidade do esvaziamento da coluna líquida [ $L.T^{-1}$ ].

Por se tratar de um regime transiente rápido, a expansão da bolsa de ar durante o esvaziamento da tubulação é calculada com base na primeira lei da termodinâmica ( $\delta E_{int} = W + \delta Q_T$ ), por um processo adiabático de um gás ideal diatômico (no caso do ar). Deste modo, a energia interna,  $E_{int}$  [ $M.L.^2.T^{-2}$ ], desse processo termodinâmico realiza apenas trabalho,  $W$  [ $M.L.^2.T^{-2}$ ], sem transferência de calor  $Q_T$  [ $M.L.^2.T^{-2}$ ], possibilitando a utilização da equação do processo politrópico (Eq. 6):

$$p_1^* \cdot (\nabla_{ar})^k = p_{1,0}^* \cdot (\nabla_{ar,0})^k \quad (6)$$

onde:  $k$  = é a razão entre os calores específicos do gás ideal, índice politrópico;  $p_{1,0}^*$  = é a pressão absoluta inicial da bolsa de ar [ $M.L^{-1}.T^{-2}$ ];  $\nabla_{ar,0}$  = é o volume inicial da bolsa de ar [ $L^3$ ];  $p_1^*$  = é a pressão absoluta da bolsa de ar após o esvaziamento

$$\frac{dv_{H_2O}}{dt} = \frac{p_1^* - p_{atm}^*}{\rho_{H_2O} \cdot L_e} + g \cdot \frac{\Delta z_1}{L_e} - f \cdot \frac{v_{H_2O} |v_{H_2O}|}{2D} - \frac{R_v g A^2 v_{H_2O} |v_{H_2O}|}{L_e} \quad (7)$$

onde:  $\Delta p^*$  = é a variação da pressão absoluta [ $M.L^{-1}.T^{-2}$ ];  $p_{atm}^*$  = é a pressão atmosférica absoluta [ $M.L^{-1}.T^{-2}$ ];  $\Delta z$  = é a variação da cota geométrica [ $L$ ];  $\Delta z_1$  = é a variação da cota geométrica da interface ar-água [ $L$ ];  $\gamma$  = é o peso específico [ $M.L^{-2}.T^{-2}$ ];  $\rho_{H_2O}$  = é a massa específica da água [ $M.L^{-3}$ ] e  $R_v$  = é o coeficiente de resistência da válvula de jusante [ $L^{-5}.T^2$ ].

$$A = \frac{p_1^* - p_{atm}^*}{\rho_{H_2O} \cdot L_e} \quad B = g \cdot \frac{\Delta z_1}{L_e} \quad C = \frac{f}{2D} \quad D = \frac{R_v g A^2}{L_e} \quad (8)$$

[ $M.L^{-1}.T^{-2}$ ] e  $\nabla_{ar}$  = é o volume da bolsa de ar após o esvaziamento [ $L^3$ ].

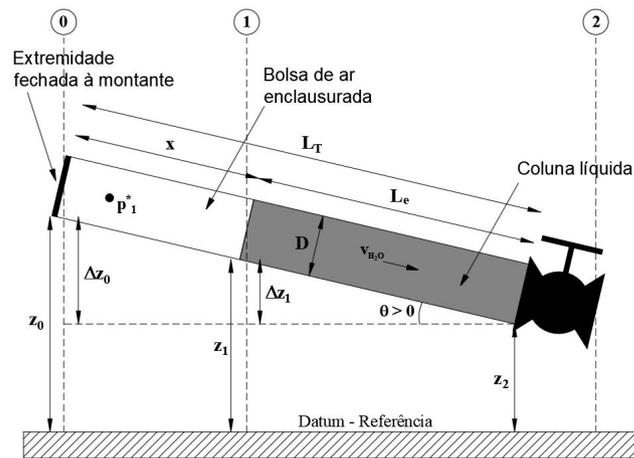
## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Solução simplificada do Método da Coluna Rígida de Água para a modelagem do esvaziamento de condutos forçados

A partir da Eq. 4, considera-se a continuidade  $Q = A \cdot v_{H_2O}$ , para analisar a coluna de água em função da velocidade do esvaziamento da tubulação. Também, faz-se a consideração de que a variação da carga piezométrica,  $\Delta H = (\Delta p^*) / \gamma + \Delta z$ , é a variação da carga de pressão absoluta e da cota geométrica do problema. Com isso, a equação (4) pode ser representada pela EDO do modelo da coluna Rígida de Água para Oscilação de Massa (Eq. 7):

Conforme a Fig. 1, considerando um modelo pistão de escoamento da coluna líquida, a válvula de jusante que controla o esvaziamento possui o coeficiente de resistência,  $R_v$ , variável para cada inclinação de  $\theta$ , em radianos. Também pode variar em função do tempo de abertura da válvula.

Substituindo-se o lado direito da igualdade da Eq. 7 em quatro termos distintos A, B, C e D, tem-se:



**Figura 1** - Vista esquemática do modelo de esvaziamento do conduto forçado com extremidade fechada de montante e válvula jusante. Adaptado de Fuertes-Miquel et al. (2019).

Substituindo as Eq. 8 na Eq. 7, tem-se:

$$\frac{dv_{H_2O}}{dt} = A + B - C \cdot (v_{H_2O})^2 - D \cdot (v_{H_2O})^2 \quad (9)$$

Simplificando-se a Equação (9) em termos X e Y, tem-se:

$$\frac{dv_{H_2O}}{dt} = X - Y \cdot (v_{H_2O})^2 \quad (10)$$

Sendo a Eq. 10 uma EDO separável, tem-se a solução analítica na Eq. 11:

$$v_{H_2O} = \frac{\sqrt{XY}}{Y} \cdot \frac{(e^{2t\sqrt{XY}} - 1)}{(e^{2t\sqrt{XY}} + 1)} \quad (11)$$

Com base na Eq. 5, determina-se o comprimento da coluna líquida solucionando o somatório infinitesimal com o auxílio da integração numérica sob a regra trapezoidal (Eq. 12):

$$L_e = L_{e,0} - \sum_{i=0}^n \frac{(v_{H_2O,i} + v_{H_2O,i+1})}{2} \cdot \Delta t \quad (12)$$

onde:  $v_{H_2O,n}$  = é a velocidade do esvaziamento da coluna líquida no passo de tempo anterior

[L.T<sup>-1</sup>] e  $v_{H_2O,n+1}$  = é a velocidade do esvaziamento da coluna líquida no passo de tempo atual [L.T<sup>-1</sup>].

Como a modelagem não considera admissão de ar, o cálculo da pressão se dá por meio da Eq. 6. Considerando que não haja variação no diâmetro da tubulação, essa equação pode ser simplificada com base no comprimento da bolsa de ar enclausurada, conforme a Eq. 13:

$$p_1^* \cdot x_{ar}^k = p_{1,0}^* \cdot x_{ar,0}^k \quad (13)$$

onde:  $x_{ar,0}$  = é o comprimento inicial da bolsa de ar [L] e  $x_{ar}$  = é o comprimento do passo de tempo atual da bolsa de ar [L].

O fenômeno do processo de esvaziamento / expansão da bolsa de ar sem admissão de ar é solucionado por meio da solução de um sistema de equações com três variáveis desconhecidas  $v_{H_2O}$ ,  $L_e$  e  $p_1^*$ . Para saber se a solução simplificada gera bons resultados, serão utilizados mais três métodos numéricos de solução de problemas de valor inicial para comparação: o método de Euler, Heun e Runge-Kutta de 4ª Ordem (STERZA; BRANDI, 2016).

## 2.2 A Normalização das Variáveis Analisadas e os Indicadores de Desvio

Para uma melhor análise dos dados experimentais em comparação com os dados obtidos por meio da modelagem da solução simplificada e dos métodos numéricos que serão implementados, as variáveis tempo e carga serão normalizadas com base em um referencial comum no experimento (PAIVA et al., 2021; SAEMI et al., 2019).

Para o eixo das abcissas, a variável tempo,  $t$  [T], será normalizado em relação ao referencial comum de tempo de abertura da válvula esfera de jusante,  $T_m$  [T] (Eq. 14), para cada experimento analisado.

$$p_1^* \cdot x_{ar}^k = p_{1,0}^* \cdot x_{ar,0}^k \quad (14)$$

Para o eixo das ordenadas, a carga de pressão absoluta,  $p_i^* / \gamma$  [L], tanto dos dados experimentais como da modelagem, será normalizada em relação ao referencial comum de carga de pressão atmosférica,  $p_{atm} / \gamma$  [L] (Eq. 15).

$$\eta = \frac{p_{1,i}^* / \gamma}{p_{atm} / \gamma} = \frac{p_{1,i}^*}{p_{atm}} \quad (15)$$

Para compor a análise dos resultados serão adotados indicadores de desvio entre os dados experimentais e modelagem. Esses indicadores são: Desvio Nash-Sutcliffe (NSE), Desvio Quadrático

Médio (RSME) e o Desvio Relativo (RE); conforme utilizados no trabalho de Saemi et al. (2019) e Paiva et al. (2021).

## 2.3 O Experimento, os Dados Utilizados e as Condições Iniciais

Conforme o trabalho de Fuertes-Miquel et al. (2019), o experimento foi realizado no Laboratório de Fluidos, na Universitat Politècnica de València, Valência - Espanha, possui a tubulação em acrílico, com o diâmetro interno de 42 mm e comprimento de 4.36 m. Possui um transdutor de pressão, medindo as pressões da bolsa de ar enclausurada a montante da tubulação e uma válvula esfera de jusante, de mesmo diâmetro, controlando a vazão e despejando o líquido em um reservatório, como se refere no trabalho supracitado. A configuração deste experimento possibilita a mudança de inclinação de modo a se obter um espectro de resultados para validar o modelo de esvaziamento.

Dos 14 experimentos realizados sem admissão de ar, escolheram-se os experimentos 1, 2, 7 e 10, conforme a Tabela 1, realizados por Coronado-Hernández (2019). Justifica-se a utilização desses experimentos devido à variabilidade de informações que possibilitará a aplicação e análise da solução simplificada do modelo da coluna rígida de água para diferentes situações.

**Tabela 1** - Dados dos Experimentos Realizados.

Cenário	Experimento	Tag	$x_{ar,0}$ (m)	$\theta$ (rad)	$R_v \times 10^{-6}$ (ms <sup>2</sup> m <sup>-6</sup> )	$T_m$ (s)
1	1	E1	0.205	0.457	11.89	0.40
2	2	E2	0.340	0.457	11.89	0.40
3	7	E7	0.205	0.515	14.79	0.50
4	10	E10	0.205	0.515	135.21	0.30

Neste trabalho, também foram utilizados os dados de condições iniciais de aceleração da gravidade,  $g = 9.8067$  m/s<sup>2</sup>; massa específica da água,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>; velocidade inicial do esvaziamento da coluna líquida,  $v_{H_2O} = 0$ ;

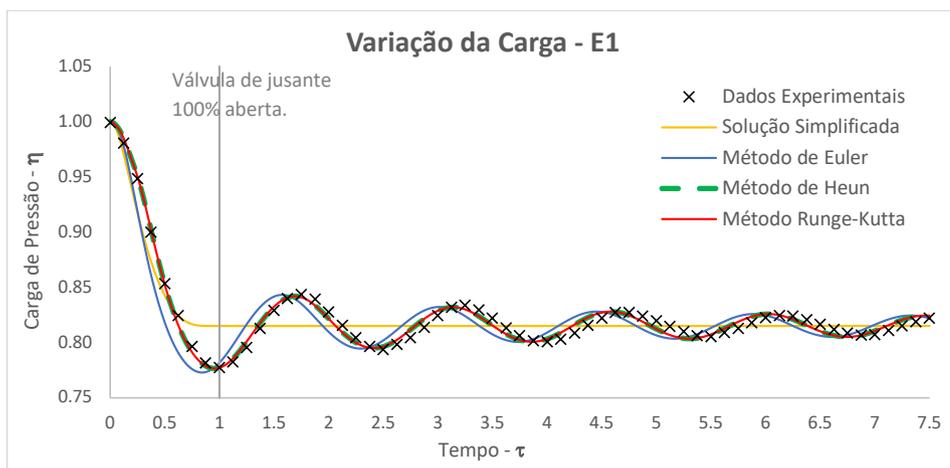
pressão atmosférica,  $p_{atm} = 101325$  Pa; pressão inicial,  $p_{1,0}^* = 101325$  Pa; fator de atrito,  $f = 0.0180$ ; coeficiente politrópico (adiabático) = 1.4, conforme o trabalho de Fuertes-Miquel et al. (2019).

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para todas as modelagens realizadas utilizou-se o passo de tempo computacional de 0,01 s. A modelagem foi realizada considerando a lei de abertura de válvula conforme utilizado no trabalho de Fuertes-Miquel et al. (2019), utilizando os tempos de abertura, TM, referente a cada cenário definido na Tabela 1.

#### 3.1 Cenário 1 - Experimento 1 (E1)

Na Fig. 2, tem-se a comparação dos dados experimentais E1 durante três segundos de modelagem normalizados em relação ao tempo de abertura da válvula de jusante ( $\tau = 7.5$ ), no qual percebe-se de maneira expedita que os métodos de Heun e Runge-Kutta se aproximam bem ao experimento, saindo de fase somente após  $\tau = 3.5$ .



**Figura 2** - Variação da Carga de Pressão Absoluta na Bolsa de ar – Dados Experimentais x Métodos Numéricos - E1.

A linha vertical cinza na abcissa  $\tau = 1$  sugere que o tempo normalizado coincide com a válvula plenamente aberta, coincidindo também com a carga normalizada mais baixa de E1. Divide-se, assim, o gráfico em dois momentos: a diminuição da pressão ( $0 < \tau < 1$ ), partindo do regime permanente estático ( $\eta = 1$ ), e a variação da pressão tendendo a um novo regime permanente ( $\tau > 1$ ) a uma pressão abaixo da pressão atmosférica ( $\eta < 1$ ).

O método de Euler é o mais discrepante dos métodos numéricos deste cenário; entretanto, ainda reproduz as nuances das variações de pressão absoluta, mesmo que fora de fase em relação aos dados do experimento. A solução simplificada mantém-se na média das variações de pressão

após  $\tau = 1$ , coincidindo com a abertura plena da válvula de jusante.

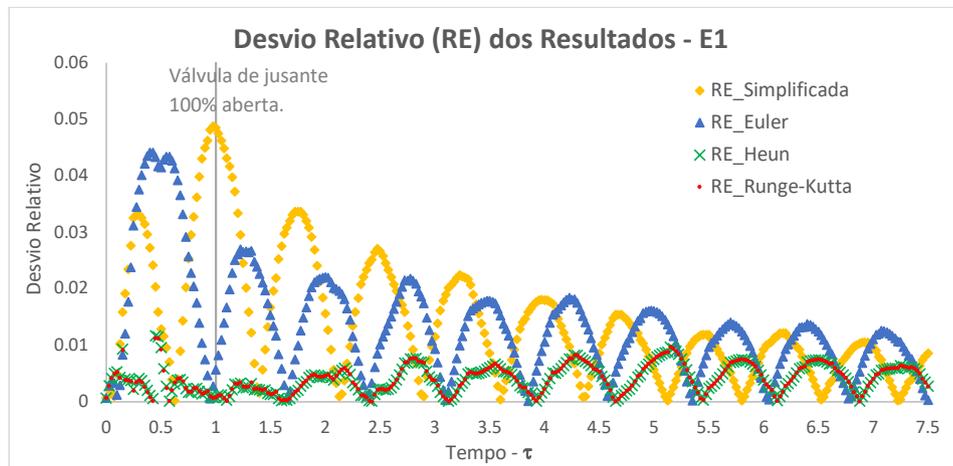
A Tabela 2 mostra, para os quatro métodos utilizados neste trabalho, os indicadores NSE, RMSE e o valor máximo obtido dos RE, conforme a Fig. 3. Neste cenário analisado, percebe-se que, apesar de visualmente os gráficos da Fig. 2 estabelecerem proximidade em relação aos dados experimentais, os indicadores mais sensíveis NSE e RMSE possibilitam distinguir a diferença da acurácia de cada método. O método Heun possui os melhores indicadores. Pode-se considerar que todos os resultados analisados em conjunto para esse cenário mostram uma tendência de diminuição dos desvios relativos conforme a Fig. 3.

**Tabela 2** - Indicadores dos resultados de E1

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0.8427	0.1500	0.0488
Euler	0.8593	0.1419	0.0441
Heun	0.9885	0.0406	0.0117
Runge-Kutta	0.9883	0.0409	0.0113

Os desvios relativos mais acentuados acumulam-se em torno da abertura da válvula de jusante que tendem a se estabilizar ao longo da simulação, exceto os métodos Heun e Runge-

Kutta que mantêm estáveis os RE após  $t = 0,5$ . A similaridade entre esses métodos ocorre nos quatro cenários analisados do experimento. Isso se dá devido ao fato de que esses dois métodos possuem expansão aproximada da série de Taylor em sua dedução, garantindo uma boa acurácia em relação aos dados experimentais. O método Heun, para este trabalho, possui a expansão de terceira ordem e o método Runge-Kutta possui a expansão de quarta ordem.

**Figura 3** - Comparação do Desvio Relativo entre os Métodos Numéricos - E1.

### 3.2 Cenário 2 - Experimento 2 (E2)

Na Fig. 4 tem-se a comparação dos dados experimentais E2 com o resultado dos métodos numéricos, assim como foi realizado na Análise 1 com o E1. A única diferença é que a bolsa de ar em E2 possui o comprimento  $x_{ar,0}$  maior em relação ao E1. Essa diferença é suficiente para suavizar a variação de pressão que ocorre em E2 após a abertura 100% da válvula de jusante, em relação ao E1, indicada pela linha vertical cinza em  $\tau = 1$ .

Os gráficos da Fig. 4 também estabelecem proximidade em relação aos dados experimentais. O método Heun possui os melhores indicadores, porém possui resultados muito próximos ao método Runge-Kutta. É possível observar que ao se comparar tanto os gráficos da variação da carga de pressão da Fig. 4 como os desvios relativos da Fig. 5, os pontos relativos ao RE para cada método numérico aplicado estão aproximadamente sobrepostos.

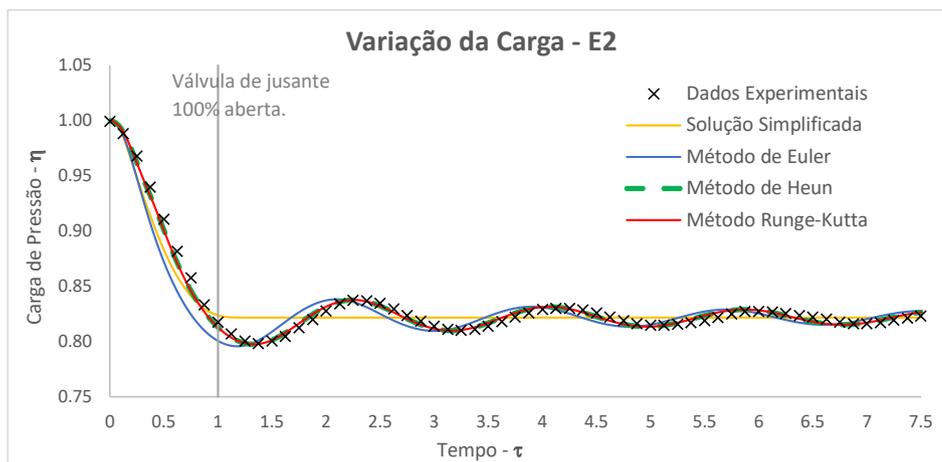


Figura 4 - Variação da Carga de Pressão Absoluta na Bolsa de ar - Dados Experimentais x Métodos Numéricos - E2.

Também nesse cenário, a solução simplificada retornou indicadores melhores em relação ao método de Euler, conforme é mostrado na Tabela 3. Entretanto, os pontos referentes ao RE da solução simplificada na Fig. 5 permanecem abaixo dos pontos referentes ao método de Euler, antes da abertura total da válvula de jusante e após  $\tau = 4.5$ . Isso é ocasionado pelo comportamento linear da solução simplificada após  $\tau = 1$ , como pode-se observar na Fig. 4.

Tabela 3 - Indicadores dos resultados de E2.

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0.9251	0.1104	0.0307
Euler	0.9060	0.1236	0.0431
Heun	0.9949	0.0289	0.0089
Runge-Kutta	0.9946	0.0295	0.0091

### 3.3 Cenário 3 - Experimento 7 (E7)

Para os dois primeiros cenários analisados (E1 e E2), o experimento foi realizado com a tubulação inclinada em  $\theta = 0.457$  radianos, aproximadamente  $26.18^\circ$ , variando apenas o comprimento

da bolsa de ar,  $x_0$ . Nesse cenário e no seguinte (E7 e E10), a tubulação foi inclinada em  $\theta = 0.515$  radianos, aproximadamente  $29.51^\circ$ . Essa variação da inclinação foi o suficiente para reduzir a média de carga de pressão após  $\tau = 1$  para valores abaixo de  $\eta = 0.80$  em E7 e E10, ambos com  $x_0 = 0.205$  m (Fig. 7 e 10).

Conforme foi analisado nos cenários anteriores, a solução simplificada, apesar de não representar as variações de pressão após a abertura total da válvula ( $\tau = 1$ ), possui indicadores melhores em relação ao método de Euler. Assim como os métodos Heun e Runge-Kutta, que geram resultados RMSE muito próximos e praticamente iguais nos outros indicadores da Tabela 4.

Percebe-se, no gráfico dos RE (Fig. 7), que os desvios da solução aproximada em relação aos dados experimentais aproximam-se mais dos desvios referentes aos métodos Heun e Runge-Kutta. Para todos os métodos utilizados, os desvios em relação aos dados experimentais vão diminuindo após a abertura total da válvula esfera de jusante (a partir da linha vertical cinza na Fig. 7).

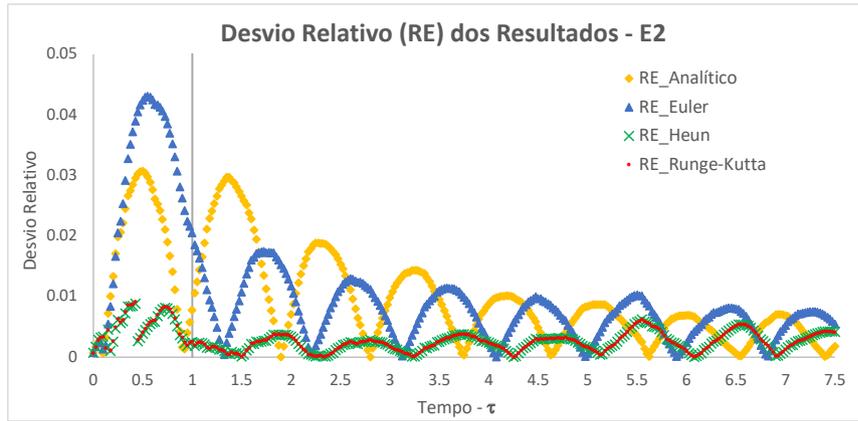


Figura 5 - Comparação do Desvio Relativo entre os Métodos Numéricos - E2.

Tabela 4 - Indicadores dos resultados de E7.

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0.9830	0.0675	0.0214
Euler	0.8556	0.1964	0.0617
Heun	0.9944	0.0387	0.0103
Runge-Kutta	0.9944	0.0385	0.0103

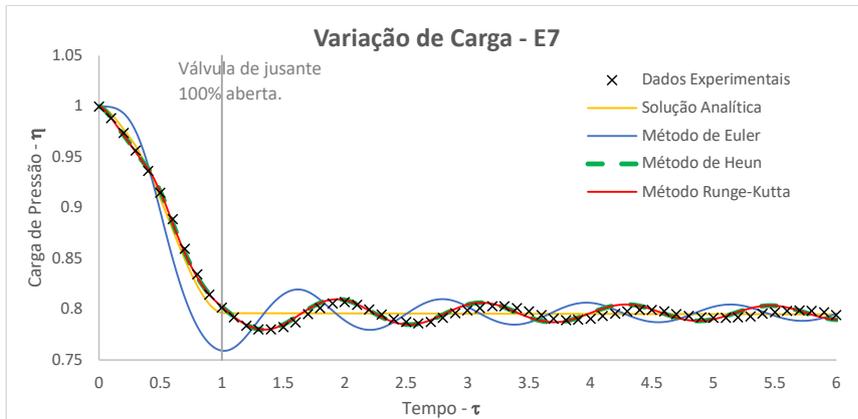


Figura 6 - Variação da Carga de Pressão Absoluta na Bolsa de ar - Dados Experimentais x Métodos Numéricos - E7.

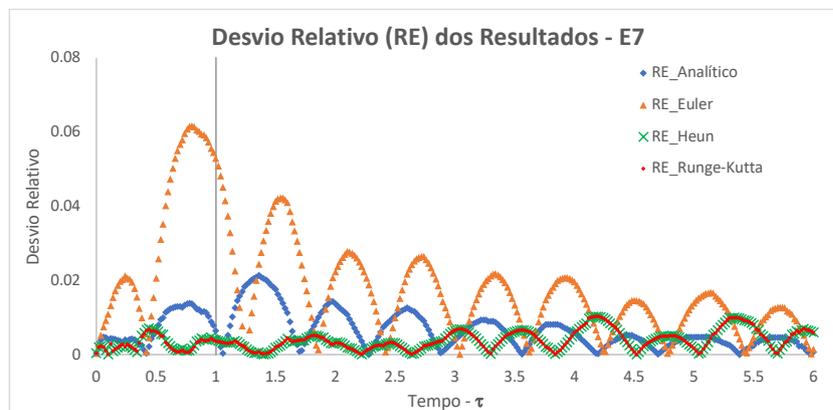


Figura 7 - Comparação do Desvio Relativo entre os Métodos Numéricos - E7.

### 3.4 Cenário 4 - Experimento 10 (E10)

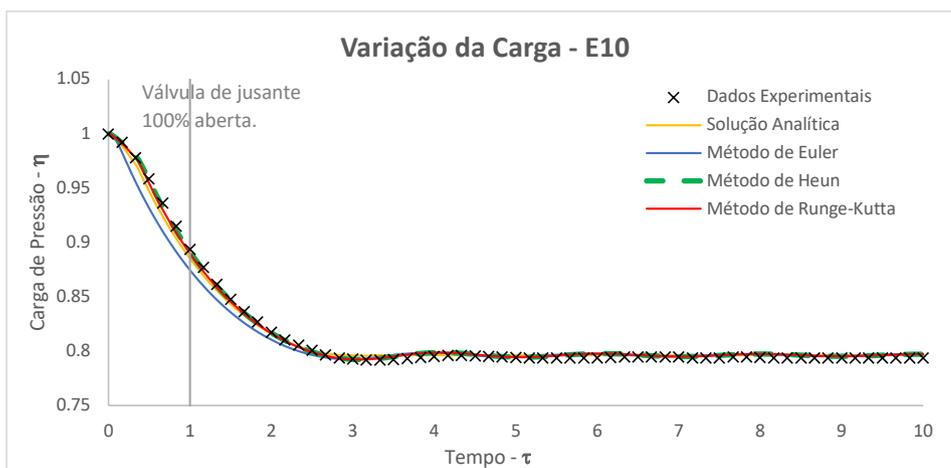
O E10 tem um resultado experimental peculiar dentre os cenários analisados (Fig. 8), pois possui a mesma configuração de E7, exceto no que se refere o tempo de abertura da válvula esfera de jusante. Isso se reflete também no valor do coeficiente de resistência da válvula, que contribui para a suavização das variações de pressão após a abertura plena da válvula.

Nota-se que os indicadores da Tabela 5 estão muito próximos, corroborando o resultado apresentado na Fig. 8. Os desvios da solução aproxima-

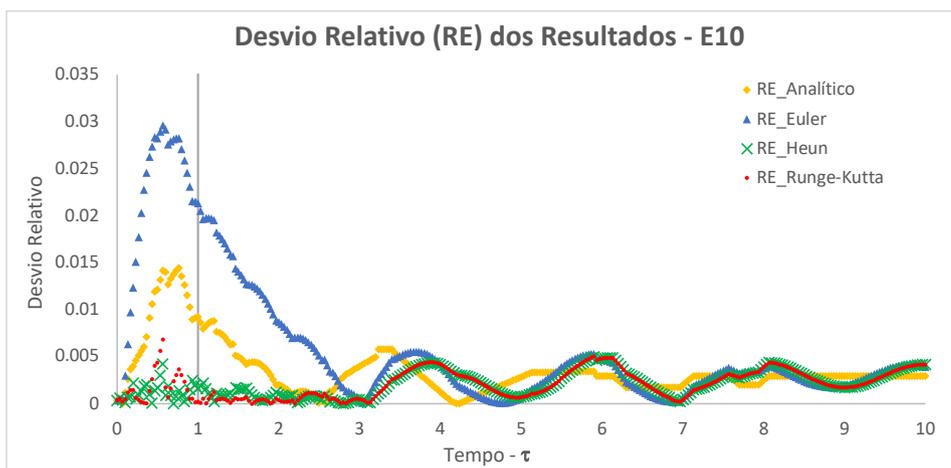
mada em relação aos dados experimentais estão na mesma grandeza dos desvios referentes aos métodos Heun e Runge-Kutta (Fig. 9). Coincidentemente, isso ocorre com os desvios referentes ao método de Euler, exceto pelos resultados durante abertura da válvula ( $0 < \tau < 1$ ).

**Tabela 5** - Indicadores dos resultados de E10.

Método	NSE	RMSE	RE - Máximo
Solução Simplificada	0.9941	0.0407	0.0145
Euler	0.9733	0.0862	0.0296
Heun	0.9984	0.0209	0.0050
Runge-Kutta	0.9983	0.0216	0.0068



**Figura 8** - Variação da Carga de Pressão Absoluta na Bolsa de ar - Dados Experimentais x Métodos Numéricos - E10.



**Figura 9** - Comparação do Desvio Relativo entre os Métodos Numéricos - E10.

## 4 CONCLUSÕES

A priori, é importante registrar-se que ao normalizar o eixo das abscissas pode-se perceber o momento em que a válvula de jusante do experimento está plenamente aberta em  $\tau$  concluindo-se que após esse ponto os desvios relativos da solução simplificada passam a estabilizar e/ou reduzir ao longo do tempo de simulação. O desvio relativo máximo de cada método também ocorre após o mesmo motivo supracitado.

Dentre os métodos numéricos utilizados, o Método de Euler retornou resultados com menos acurácia se comparado aos dados experimentais. Os métodos de Heun e Runge-Kutta de 4ª Ordem, de fato, reproduzem o experimento com maior acurácia estatística analisada por meio dos indicadores utilizados. Porém o Método de Runge-Kutta é o mais usual para esse tipo de modelagem.

A solução simplificada é uma equação que possui uma aplicação direta, ideal para o dimensionamento de adutoras em projetos de engenharia. Apesar de não representar as nuances da variação de pressão após a abertura plena da válvula a jusante (em relação aos outros métodos utilizados neste trabalho), pode retornar um resultado que possibilita visualizar uma perspectiva de como se comporta em termos médios a pressão durante o esvaziamento da tubulação. Na maioria dos cenários analisados, a solução simplificada retorna indicadores aceitáveis em relação ao Método de Euler e aos indicadores para cada cenário analisado.

## 5 AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Professor Marco Aurélio, pelo incentivo à produção acadêmica. Agradeço ao meu Coorientador João Marcelo, pois ele é a nossa base de referência em Hidráulica Transiente e Programação Computacional. Por fim, agradeço ao Bruno Araújo, colega de banca, que acompanhou e revisou a produção deste

trabalho. Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio e financiamento desta pesquisa.

## 6 CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

**Introdução:** Sanders Neto VC; **Materiais e Métodos:** Sanders Neto VC; **Resultados e Discussões,** Sanders Neto VC; **Redação - Primeira versão:** Sanders Neto VC; **Redação - Revisão & Edição:** Paiva BA, Barbosa JMC e Castro MAH; **Infraestrutura:** Castro MAH.

## 7 REFERÊNCIAS

- ABREU, J.; CABRERA, E.; IZQUIERDO, J.; GARCÍA-SERRA, J. Flow modeling in pressurized systems revisited. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 125, n. 11, p. 1154–1169, 1999. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:11\(1154\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:11(1154))
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12215-1: Projeto de adutora de água Parte 1: Conduto forçado**. Rio de Janeiro, 2017.
- BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. DE. Modelagem Computacional da Válvula Antecipadora de Onda como Mecanismo de Alívio para o Golpe de Aríete. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 19, n. 2, 2014. <https://doi.org/10.21168/rbrh.v19n2.p101-114>
- BESHARAT, M.; CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E.; FUERTES-MIQUEL, V. S.; VISEU, M. T.; RAMOS, H. M. Backflow air and pressure analysis in emptying a pipeline containing an entrapped air pocket. *Urban Water Journal*, v. 15, n. 8, p. 769–779, 2018. <https://doi.org/10.1080/1573062X.2018.1540711>
- CHAUDHRY, M. H. *Applied Hydraulic Transients*. Third Edition ed. New York, NY: Springer New York, 2014.
- CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E. **Transient Phenomena During the Emptying Process of Water in Pressurized Pipelines**, Jan. 2019. Valência, Espanha.
- CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E.; FUERTES-MIQUEL, V. S.; BESHARAT, M.; RAMOS, H. M. Subatmospheric pressure in a water draining pipeline with an air pocket. *Urban Water Journal*, v. 15, n. 4, p. 346–352, 2018. <https://doi.org/10.1080/1573062X.2018.1475578>
- CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E.; FUERTES-MIQUEL, V. S.; IGLESIAS-REY, P. L.; MARTÍNEZ-SOLANO, F. J. Rigid water column model for simulating the emptying process in a pipeline using pressurized air. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 144, n. 4, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001446](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001446)

- FERREIRA, F. E. F. R.; BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. DE. Modelagem computacional do Golpe de Aríete em condutos plásticos. **Revista DAE**, v. 64, n. 202, 2016. <https://doi.org/10.4322/dae.2015.008>
- FUERTES-MIQUEL, V. S.; CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E.; IGLESIAS-REY, P. L.; MORA-MELIÁ, D. Transient phenomena during the emptying process of a single pipe with water–air interaction. **Journal of Hydraulic Research**, v. 57, n. 3, p. 318–326, 2019. <https://doi.org/10.1080/00221686.2018.1492465>
- FUERTES-MIQUEL, V. S.; CORONADO-HERNÁNDEZ, O. E.; MORA-MELIÁ, D.; IGLESIAS-REY, P. L. Hydraulic modeling during filling and emptying processes in pressurized pipelines: a literature review. **Urban Water Journal**, v. 16, n. 4, p. 299–311, 2019. <https://doi.org/10.1080/1573062X.2019.1669188>
- IGLESIAS-REY, P. L.; FUERTES-MIQUEL, V. S.; GARCÍA-MARES, F. J.; MARTÍNEZ-SOLANO, J. J. Comparative Study of Intake and Exhaust Air Flows of Different Commercial Air Valves. **Procedia Engineering**, v. 89, p. 1412–1419, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.11.467>
- LAANEARU, J.; ANNUS, I.; KOPPEL, T.; et al. Emptying of large-scale pipeline by pressurized air. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 138, n. 12, p. 1090–1100, 2012. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000631](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000631)
- LAANEARU, J.; HOU, Q.; ANNUS, I.; TIJSSSELING, A. S. Water-column mass losses during the emptying of a large-scale pipeline by pressurized air. **Proceedings of the Estonian Academy of Sciences**, v. 64, n. 1, p. 8–16, 2015. <https://doi.org/10.3176/proc.2015.1.02>
- PAIVA, B. A.; SANDERS NETO, V. DE C.; BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. DE. Modelagem computacional do golpe de aríete em adutoras considerando a cavitação no fluido com a fração de vazio. **Revista DAE**, v. 69, n. 233, p. 217–228, 2021. <https://doi.org/10.36659/dae.2021.088>
- PARMAKIAN, J. **Waterhammer Analysis**. New York: Dover Publications, 1963.
- ROMERO, G.; FUERTES-MIQUEL, V. S.; CORONADO-HERNÁNDEZ, Ó. E.; PONZ-CARCELÉN, R.; BIEL-SANCHIS, F. Analysis of hydraulic transients during pipeline filling processes with air valves in large-scale installations. **Urban Water Journal**, v. 17, n. 6, p. 568–575, 2020. <https://doi.org/10.1080/1573062X.2020.1800762>
- SAEMI, S.; RAISEE, M.; CERVANTES, M. J.; NOURBAKSH, A. Computation of two- and three-dimensional water hammer flows. **Journal of Hydraulic Research**, v. 57, n. 3, p. 386–404, 2019. <https://doi.org/10.1080/00221686.2018.1459892>
- SANDERS NETO, V. DE C.; BARBOSA, J. M. C.; CASTRO, M. A. H. DE. Análise do efeito do golpe de aríete numa adutora com uma junção de ramificação. **Revista DAE**, v. 68, n. 225, p. 135–148, 2020. <https://doi.org/10.36659/dae.2020.058>
- STERZA, R. DE L.; BRANDI, A. C. Comparação entre métodos numéricos: Runge-Kutta de quarta ordem e previsor-corretor. **C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 7, p. 12–22, 2016. <https://doi.org/10.21167/cqdv07ermac201623169664rlsacb1222>
- ZHOU, L.; CAO, Y.; KARNEY, B.; et al. Expulsion of Entrapped Air in a Rapidly Filling Horizontal Pipe. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 146, n. 7, 2020. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001773](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001773)
- ZHOU, L.; WANG, H.; KARNEY, B.; et al. Dynamic behavior of entrapped air pocket in a water filling pipeline. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 144, n. 8, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001491](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001491)