

Aapo Niklander

SUPRAJOHTAVAT KUBITIT

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Tarkastajat: Yliopistonlehtori Jouko Nieminen
Toukokuu 2023

TIIVISTELMÄ

Aapo Niklander: Suprajohtavat kubitit
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Tekniikan ja luonnontieteiden kandidaattiohjelma
Toukokuu 2023

Suprajohtavuus, tietyille aineille ominainen resistiivisyyden katoaminen riittävän matalissa lämpötiloissa, mahdollistaa tietynlaisten virtapiirien toimimisen kubittina. Kubitti on kvanttietokoneen bitti, joka tavallisesta bitistä poiketen voi saada arvokseen nollan tai ykkösen lisäksi myös mikä tahansa näiden superposition. Tämä antaa kvanttietokoneelle merkittäviä etuja klassiseen tietokoneeseen nähden, kuten eksponentiaalisesti kasvavan laskentatehon tai tiettyjen kvanttimekaniikan ilmiöiden simuloimisen.

Tässä työssä tutustuttiin tiettyyn varauskubitti -nimiseen kubittityyppiin. Varauskubitin toiminta perustuu Cooper-pair box -nimiseen komponenttiin, jonka energiatilat perustuvat elektronien suprajohtavassa aineessa muodostamiin Cooperin pareihin. Toinen tärkeä osa varauskubittia on Josephson-liitos -niminen komponentti, joka koostuu suprajohtavista elektrodeista sekä ohuesta eristävästä kerroksesta. Elektrodeissa muodostuvat Cooperin parit voivat tunneloitua ohuen eristekerroksen läpi. Josephson-liitos tekee piirin energijakaumasta epälineaarisen, jolloin kaksi alinta energiatilaa ovat selkeästi eroteltavissa muista ja täten piiri voi toimia kubittina. Olennaista on myös se, että piirin energiatiloihin vaikuttaa suoraan Josephson-liitokselle ominainen Josephson-energia, jonka arvo riippuu liitoksen fysikaalisista ominaisuuksista. Tämän seurauksena kubitin energiatiloihin voidaan vaikuttaa hienosäätämällä Josephson-liitoksen ominaisuuksia, kuten eristekerroksen paksuutta.

Työssä selvisi, että Cooper-pair boxiin perustuva varauskubitti täyttää kubittina toimimiseen vaadittavat kriteerit. Työssä perehdyttiin myös kvanttietokoneisiin liittyvän tutkimuksen nykytilaan, suurimpiin ongelmiin ja haasteisiin sekä alan tulevaisuudennäkymiin niin Suomessa kuin maailmallakin.

Avainsanat: suprajohtavuus, kubitti, kvanttietokone, Cooper-pair box, Josephson-liitos

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

SISÄLLYSLUETTELO

1.	Johdanto	1
2.	Suprajohtavat piirit	3
2.1	Suprajohtavuuden BCS-teoria.	3
2.2	LC-piiri kvantittuneena harmonisena värähtelijänä.	3
2.3	Josephson-liitos	6
2.3.1	Kriittinen virta	6
2.3.2	Josephson-liitoksen energia.	8
3.	Varauskubitti	10
3.1	Varauskubitin rakenne.	10
3.2	Kubittien kytkeminen, lukeminen ja kirjoittaminen	11
4.	Cooper-pair boxin mallintaminen	12
4.1	Ominaisenergiatilat	12
5.	Yhteenveto	15
	Lähteet	16

1. JOHDANTO

Tietokoneita käytetään nykyisin lähes kaikilla elämän osa-alueilla ja kaikenlaisten ongelmien ratkaisemiseen. Tästä johtuen entistä tehokkaamman tietokoneen kehittäminen on monien mielestä todella kiinnostavaa ja tärkeää.

Ensimmäisiä ideoita kvanttietokoneista esiteltiin 1980-luvun alussa yhdysvaltalaisen fyysikoiden Paul Benioffin sekä Richard Feynmanin toimesta. Siitä lähtien uutta kvanttietokoneisiin liittyvää tutkimusta on tehty vuosi vuodelta enemmän.

Kvanttietokoneen ero tavalliseen, klassiseen tietokoneeseen verrattuna on yksiselitteinen. Siinä missä klassisen tietokoneen käyttämä bitti on arvoltaan joko 0 tai 1, kvanttietokoneen kubitti voi olla myös jokin näiden tilojen superpositio [1]. Esimerkiksi viiden bitin rekisteri voi sisältää yhden 32:sta (2^5) mahdollisesta luvusta, kun taas viiden kubitin rekisteri voi sisältää kaikki 32 lukua yhtä aikaa.

Kvanttietokone voi siis suorittaa useita laskutoimituksia samanaikaisesti, mikä on merkittävästi klassista tietokonetta tehokkaampaa. Tämän lisäksi kvanttietokoneella voidaan ratkaista tehokkaasti joitakin ongelmia, joita ei nykytiedon mukaan voida ratkaista ollenkaan klassisella tietokoneella [1].

Vuonna 2021 Teknologian tutkimuskeskus VTT ja suomalainen yritys IQM rakensivat Suomen ensimmäisen kvanttietokoneen, jossa on viisi suprajohtavuuteen perustuvaa kubitia [2]. Vuoden 2023 aikana on tarkoitus valmistua 20 kubitin kvanttietokone, ja vuoden 2024 aikana on suunnitteilla rakentaa 50 kubitin kvanttietokone. [3]

Työn tarkoituksena oli tutustua suprajohraviin kubitteihin kvanttilaskennan peruskomponentteina sekä tarkastella suprajohtavien kubitien fysiikkaa. Pelkästään suprajohtavuuteen perustuvia kubittejäkin on monia erilaisia, joten työssä päätettiin keskittyä Josephsonliitokseen ja Cooper-pair boxiin perustuvaan varauskubittiin.

Työ koostuu suprajohtavien kubitien fysiikan teoreettisesta käsittelystä, kubittina toimivien piirien komponentteihin tutustumisesta sekä varauskubitin energiatilojen tarkastelusta. Luvussa 2 perehdytään lyhyesti suprajohtavuuteen ja sen historiaan sekä Josephsonliitokseen ja sille ominaisiin suureisiin. Luvussa 3 tutustutaan varauskubittiin ja Cooper-pair boxiin. Luvussa 4 tarkastellaan varauskubitin energiatilojen mallintamista sekä energiatiloihin vaikuttavia tekijöitä. Luvussa 5 pyritään tekemään johtopäätöksiä aiempien lu-

kujen perusteella sekä pohtimaan kvanttietokoneiden tulevaisuudennäkymiä.

2. SUPRAJOHTAVAT PIIRIT

Suprajohtavuudella tarkoitetaan ilmiötä, jossa aineen resistiivisyys, aineelle ominainen kyky vastustaa sähkövirtaa, katoaa äkillisesti tiettyä lämpötilaa kylmemmissä olosuhteissa. Suprajohtavuuden löytäjänä pidetään alankomaalaista fyysikkoa Heike Kamerlingh Onnesia, joka huomasi ilmiön vuonna 1911 tutkiessaan elohopean sähkönjohtavuutta lähellä absoluuttista nollapistettä. [4]

Aluksi luultiin, että suprajohtavuuteen liittyy ainoastaan aineen resistiivisyyden katoaminen, mutta sittemmin on havaittu suprajohteiden myös hylkivän ulkoista magneettikenttää lähes täydellisesti. [5] Ilmiötä voidaan selittää kvanttimekaniikan avulla niin sanotulla BCS-teorialla.

2.1 Suprajohtavuuden BCS-teoria

Vuonna 1957 yhdysvaltalaiset fyysikot John Bardeen, Leon Cooper ja John Robert Schrieffer esittivät teorian, jonka mukaan suprajohtavassa aineessa elektronit sitoutuvat toisiinsa ja muodostavat niin sanottuja Cooperin pareja. [5]

Cooperin pari koostuu kahdesta elektronista, joiden spin on $\frac{1}{2}$. Tällöin Cooperin parin yhteenlaskettu spin on joko 0 tai 1, joten parin voidaan ajatella olevan bosoni. Paulin kieltoääntö ei päde bosoneille, joten useat Cooperin parit voivat olla samalla kvanttitilalla.

Tavallisesti aineen lämpövarähtelyiden tuottama energia estää Cooperin parien muodostumisen, mutta matalissa lämpötiloissa lämpövarähtelyt eivät ole riittävän voimakkaita hajottamaan muodostuvat Cooperin parit. Parien bosoniluonteen vuoksi ne ovat vuorovaikutuksessa keskenään, jolloin pienet energian muutokset, kuten yksittäisten elektronien sironna atomiytimistä, eivät estä virran kulkua suprajohtavassa aineessa. [4, 5]

2.2 LC-piiri kvantittuneena harmonisena värähtelijänä

LC-piiri eli värähtelypiiri koostuu käämistä L ja kondensaattorista C . Sekä komponentit että niitä yhdistävät johtimet ovat suprajohtavaa materiaalia, jolloin piiri on riittävän koherentti toimiakseen kubitin perustana. [6] Piirin rakenne on esitelty kuvassa 2.1.

LC-piirin liikeyhtälöinä voidaan käyttää yksinkertaisen harmonisen värähtelijän liikeyhtä-



Kuva 2.1. LC-piirin piirikaavio.

loitä [6]. Tällaisen värähtelijän Hamiltonin funktio on muotoa

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2, \quad (2.1)$$

missä p on värähtelijän liikemäärä, m massa, ω kulmataajuus ja x paikkakoordinaatti. LC-piirille voidaan käyttää liikemäärän tilalla kondensaattorin varausta q , massan tilalla kondensaattorin kapasitanssia C ja paikkakoordinaatin tilalla käämin magneettivuota ϕ , jolloin LC-piirin Hamiltonin funktio on muotoa

$$H = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}C\omega^2\phi^2. \quad (2.2)$$

LC-piirille pätee myös

$$\phi = Li \quad (2.3)$$

sekä

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.4)$$

missä L on käämin induktanssi ja i piirissä kulkeva virta. [6]

Sijoittamalla yhtälöt 2.3 ja 2.4 yhtälöön 2.2 saadaan piirin Hamiltonin funktiolle muoto

$$H = \frac{q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}. \quad (2.5)$$

Yksinkertaisen harmonisen värähtelijän Schrödingerin yhtälö on muotoa

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial x^2} + U(x)\Psi_n = E_n \Psi_n, \quad (2.6)$$

missä \hbar on redusoitu Planckin vakio, Ψ_n aaltofunktio, $U(x)$ paikkakoordinaatista riippuva potentiaalienergia ja E_n energian ominaisarvo.

Korvaamalla muuttujat kuten edellä LC-piirin Schrödingerin yhtälö voidaan kirjoittaa

$$\frac{-\hbar^2}{2C} \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial \phi^2} + U(\phi)\Psi_n = E_n \Psi_n. \quad (2.7)$$

Ratkaisemalla yhtälö saadaan LC-piirin ominaisenergioiksi

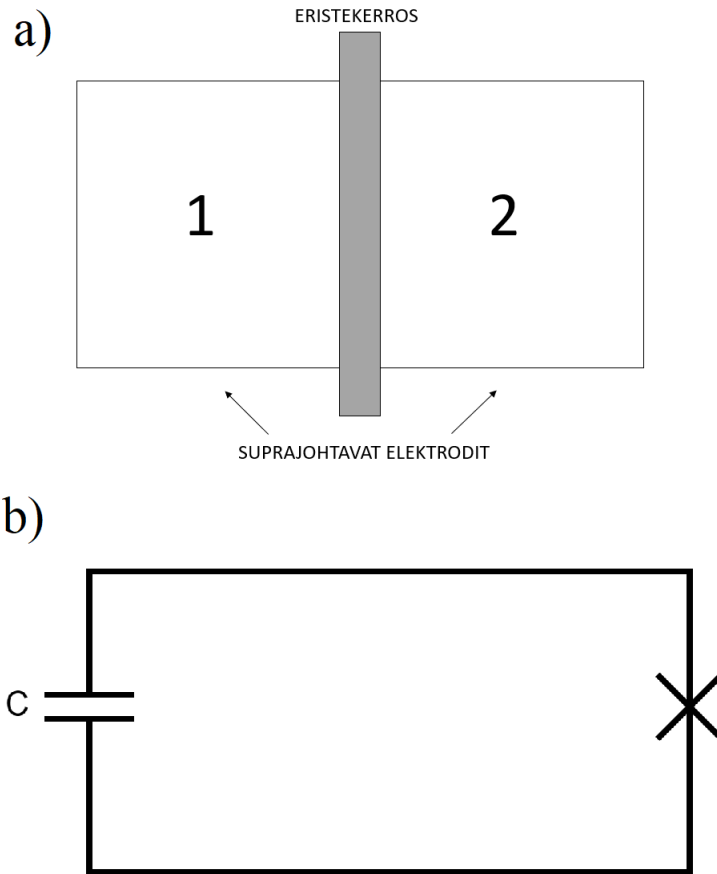
$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0, \quad (2.8)$$

missä n on kokonaisluku ja $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ värähtelypiirille ominainen resonanssitaajuus. [6]

Yhtälöstä 2.8 nähdään, että LC-piirin energia on kvantittunut ja energiatilojen väliset erot ovat yhtäsuuria ts. systeemi on lineaarinen. Jotta piiri voisi toimia kubittina, siihen tulee lisätä jokin epälineaarinen komponentti, jotta energiatilojen $|0\rangle$ ja $|1\rangle$ välinen siirtymä olisi selkeästi erotettavista muista siirtymistä, erityisesti tilojen $|1\rangle$ ja $|2\rangle$ välisestä siirtymästä. [6] Paras suprajohtavuuden vaatimissa alhaisissa lämpötiloissa toimiva vahvasti epälineaarinen komponentti on Josephson-liitos, johon perehdytään tarkemmin seuraavassa alaluvussa.

2.3 Josephson-liitos

Josephson-liitoksen rakenne on esitelty alla kuvassa 2.2.



Kuva 2.2. a) Josephson-liitoksen rakenne. Liitos koostuu kahdesta suprajohteesta, joiden välissä on ohut eristekerros (mukaillen [7]). b) LC-piiri, jonka käämi on korvattu Josephson-liitoksella (mukaillen [8]).

Josephson-liitos koostuu kahdesta suprajohtavasta elektrodista, joiden välissä on muutama nanometrin paksuinen eristävä kerros. Elektrodeissa olevat elektronit muodostavat Cooperin pareja, jotka voivat tunneloitua ohuen eristekerroksen läpi.

2.3.1 Kriittinen virta

Alla esitetty kaavanjohtaminen perustuu Feynmanin luentosarjaan. [7]

Elektrodeissa 1 ja 2 oleville elektroneille voidaan kirjoittaa aaltoyhtälöt, jotka ovat muotoa

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = U_1 \Psi_1 + K \Psi_2 \quad (2.9)$$

ja

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = U_2 \Psi_2 + K \Psi_1, \quad (2.10)$$

missä U on potentiaalienergia ja K liitoksen kytkentäkerroin, joka perustuu liitoksen fysiikkaan ominaisuuksiin.

Jos elektrodien välille aiheutetaan potentiaaliero esimerkiksi yhdistämällä ne akun napoihin, voidaan kirjoittaa $U_1 - U_2 = qV$. Jos sovitaan energian nollassa liitoksen puoleenväliin, aaltoyhtälöt voidaan kirjoittaa

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = +\frac{qV}{2} \Psi_1 + K \Psi_2 \quad (2.11)$$

ja

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = -\frac{qV}{2} \Psi_2 + K \Psi_1. \quad (2.12)$$

Elektrodeissa muodostuneiden Cooperien parien aaltofunktiot ovat muotoa

$$\Psi_1 = \sqrt{\rho_1} e^{i\theta_1} \quad (2.13)$$

ja

$$\Psi_2 = \sqrt{\rho_2} e^{i\theta_2}, \quad (2.14)$$

missä ρ on elektrodin elektronitiheys ja θ vaihe. Sijoittamalla nämä yhtälöt aiempiin yhtälöihin 2.11 ja 2.12 sekä asettamalla $\Delta\theta = (\theta_2 - \theta_1)$ saadaan

$$\dot{\rho}_1 = +\frac{2}{\hbar} K \sqrt{\rho_2 \rho_1} \sin \Delta\theta, \quad (2.15)$$

$$\dot{\rho}_2 = -\frac{2}{\hbar} K \sqrt{\rho_2 \rho_1} \sin \Delta\theta, \quad (2.16)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \cos \Delta\theta - \frac{qV}{2\hbar}, \quad (2.17)$$

ja

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \cos \Delta\theta + \frac{qV}{2\hbar}. \quad (2.18)$$

Elektrodista 1 elektrodiin 2 kulkeva virta on $\dot{\rho}_1$ (tai $-\dot{\rho}_2$). Merkitään

$$J = \frac{2}{\hbar} K \sqrt{\rho_2 \rho_1} \sin \Delta\theta. \quad (2.19)$$

Kun elektrodit ovat yhdistettynä akun napoihin, ρ_1 ja ρ_2 pysyvät vakioina ja yhtäsuurina kuin suprajohtavan materiaalin tavallinen elektronitiheys ρ_0 . Voidaan asettaa $\frac{2K\rho_0}{\hbar} = J_0$ ja kirjoittaa

$$J = J_0 \sin \Delta\theta, \quad (2.20)$$

missä J_0 on liitoksen kriittinen virta. Kriittisen virran arvo riippuu liitoksen kytkentäkertoimesta K ja sitä kautta liitoksen fysikaalisista ominaisuuksista.

2.3.2 Josephson-liitoksen energia

Johdetaan seuraavaksi yhtälö Josephson-liitoksen energialle. Piirin energialle pätee

$$E(t) = \int_{-\infty}^t I(t)V(t)dt. \quad (2.21)$$

Vaihe-eron $\Delta\theta$ ja magneettivuon ϕ välillä on yhteys

$$\Delta\theta = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}, \quad (2.22)$$

missä $\phi_0 = \frac{h}{2e}$ on suprajohtavuuden magneettivuokvanti.

Elektrodien väliselle vaihe-erolle voidaan kirjoittaa

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 \quad (2.23)$$

ja sijoittamalla tähän yhtälöt 2.17 ja 2.18 saadaan

$$\Delta\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{qV}{\hbar}. \quad (2.24)$$

Tästä voidaan ratkaista jännite

$$V = \frac{\hbar}{q} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\theta}{dt}. \quad (2.25)$$

Sijoittamalla jännite ja yhtälön 2.20 virta yhtälöön 2.22 saadaan

$$E(t) = \int_{-\infty}^t J_0 \sin \Delta\theta \frac{\hbar}{2e} \frac{d\theta}{dt} dt = \int_{-\infty}^t J_0 \sin \Delta\theta \frac{\hbar}{2e} d\theta. \quad (2.26)$$

Ratkaisemalla integraali saadaan liitoksen energialle muoto

$$E(\phi) = -E_J \cos \left[2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \right], \quad (2.27)$$

missä $E_J = \frac{J_0 \phi_0}{2\pi}$ on liitokselle ominainen Josephson-energia. [6]

Sijoittamalla kriittisen virran määritelmän Josephson-energian yhtälöön saadaan

$$E_J = \frac{2K\rho_0}{\hbar} \frac{h}{4e\pi} = K \frac{\rho_0}{e}. \quad (2.28)$$

Josephson-energia riippuu siis liitoksen kytkentäkertoimesta K . Josephson-liitoksen Hamiltonin funktio on muotoa

$$H = E_C \left(N - \frac{Q_r}{2e} \right)^2 - E_J \cos \theta, \quad (2.29)$$

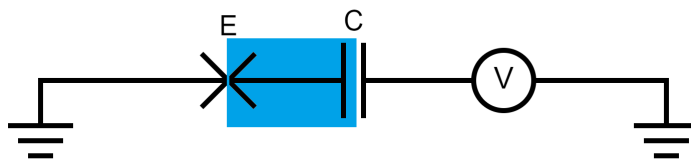
joten myös Hamiltonin funktio riippuu kytkentäkertoimesta. Liitoksen fysikaalisia ominaisuuksia muokkaamalla voidaan siis vaikuttaa sen energiatiloihin. [6]

3. VARAUSKUBITTI

Kubittina voi toimia mikä tahansa kvanttimekaaninen systeemi, jossa on kaksi energiati-
laa, jotka voidaan selkeästi erotella muista energiatioista. Tässä työssä keskitytään ku-
bittityyppiin nimeltä varauskubitti (*charge qubit*) tai Cooper-pair box, jonka energiatilat
perustuvat suprajohtavassa piirissä olevien Cooperin parien määrään. [8]

3.1 Varauskubitin rakenne

Varauskubitin rakenne on esitetty alla olevassa kuvassa 3.1.

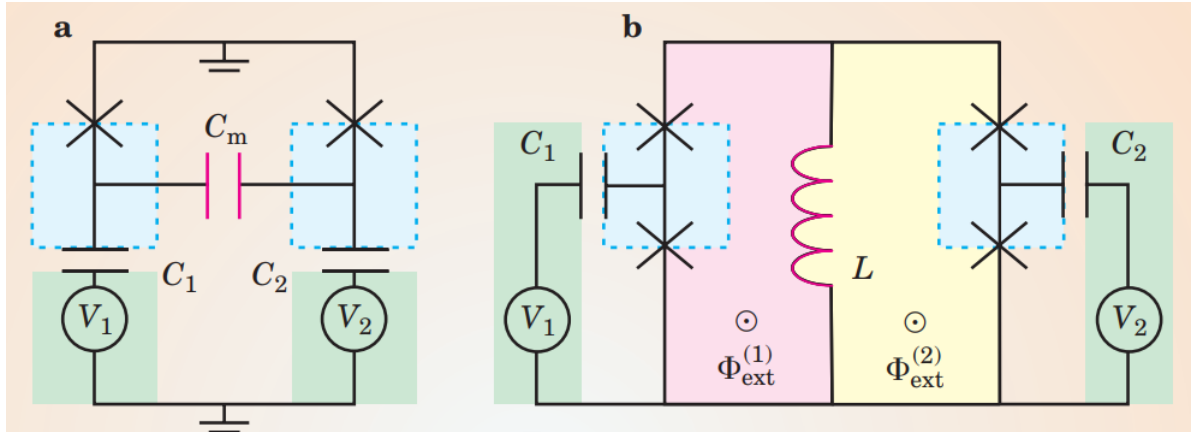


Kuva 3.1. Varauskubitin piirikaavio, jossa Cooper-pair box korostettu vaaleansinisellä (mukaillen lähdettä [8]).

Varauskubitti koostuu Josephson-liitoksesta, kondensaattorista sekä jännitelähteestä. Cooper-
pair boxin toimintaa voidaan ajatella seuraavan analogian avulla: Cooper-pair box on kuin
tankki, jossa varastoidaan vettä, tai varauskubitin tapauksessa Cooperin pareja. Pare-
ja voidaan siirtää tankkiin sisään tai siitä ulos pumpun, tässä tapauksessa jänniteläh-
teen, avulla. Cooperin parit liikkuvat ikään kuin venttilinä toimivan Josephson-liitoksen
läpi suprajohtavaan johtoon, joka toimii varausvarastona. [8]

3.2 Kubittien kytkeminen, lukeminen ja kirjoittaminen

Yksinäisellä kubitilla ei voi tehdä kovinkaan merkittäviä laskutoimituksia, joten kubitteja tulee voida yhdistää toisiinsa. Kubitteja voidaan kytkeä toisiinsa esimerkiksi alla olevassa kuvassa 3.2 olevilla komponenteilla.



Kuva 3.2. Kaksi varaukskubitia, jotka on kytketty toisiinsa yhteisellä a) kapasitanssilla C_m . b) induktanssilla L . [8].

Kubittien kvanttitiloja voidaan muokata ts. kubitteihin voidaan kirjoittaa arvoja sähkömagneettisen värähtelyn avulla. Kvantittunut sähkömagneettinen kenttä voi vuorovaikuttaa kvanttimekaanisen kaksitilajärjestelmän kanssa ns. Rabin värähtelyn kautta. [8]

Kubittitiloja voidaan lukea lukuportiksi kutsutun komponentin avulla. Kubitin tila vaikuttaa piiriin lukuportissa indusoituvaan virtaan. Lukuporttiin lähetetään kaksimoodinen tasavirta- tai radioaaltopulssi, jonka kumpikin moodi vastaa yhtä kubitin tilaa. Tällaisen lukuportin teoreettinen maksimilukutarkkuus on jopa 95%, mutta vain 40% lukutarkkuus on saavutettu kokeellisesti. [6]

4. COOPER-PAIR BOXIN MALLINTAMINEN

Cooper-pair boxin Hamiltonin funktio on muotoa

$$H = E_c(n - n_g)^2 - E_J \cos(\phi), \quad (4.1)$$

missä $E_c = \frac{(2e)^2}{2C}$ on piirin kapasitanssista riippuva Coulombin energia, n boxissa olevien Cooperin parien määrä, $n_g = \frac{C_g V_g}{2e}$ kondensaattorin kapasitanssista ja jännitelähteen jännitteestä riippuva varaus, E_J luvussa 2.3.2 esille tullut Josephson-energia ja ϕ vaiheero.

Cooper-pair boxin ominaisenergiat saadaan ratkaisemalla yhtälö

$$H\Psi_n(\phi) = E_n\Psi_n(\phi), \quad (4.2)$$

missä $\Psi_n(\phi)$ on Cooper-pair boxin aaltofunktio ja E_n Cooper-pair boxissa olevien Cooperin parien määrästä riippuva ominaisenergian arvo. Sijoittamalla yhtälön 4.1 Hamiltonin funktio yhtälö 4.2 voidaan esittää muodossa

$$E_c(-i\frac{\partial}{\partial\phi} - n_g)^2\Psi_n(\phi) - E_J\cos(\phi)\Psi_n(\phi) = E_n\Psi_n(\phi), \quad (4.3)$$

missä on tehty kvantisointi $n = -i\frac{\partial}{\partial\phi}$ johtuen siitä, että n ja ϕ ovat konjugaattimuuttujat. [6, 9]

4.1 Ominaisenergiatilat

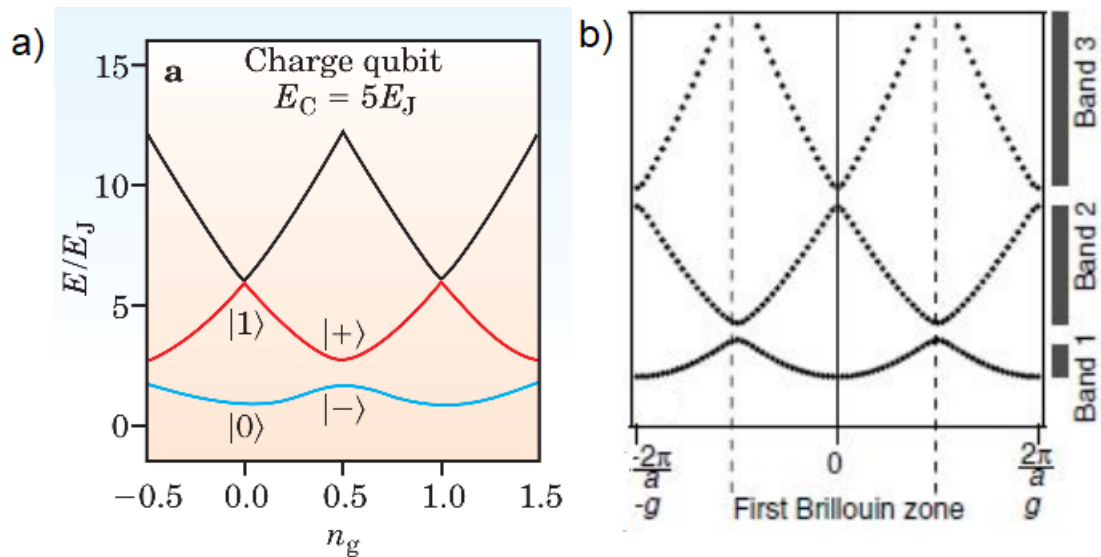
Varauskubitille tyypillinen Coulombin energian E_c ja Josephson-energian E_J suhde on $\frac{E_c}{E_J} = 5$, jolloin Josephson-energia on verratten pieni [8]. Approksimoimalla $E_J \approx 0$ ja käyttämällä yritettä $\Psi_n(\phi) = Ae^{in\phi}$, missä A on jokin vakio, saadaan Cooper-pair boxin ominaisenergioille muoto

$$E_n = E_c(n_g - n)^2. \quad (4.4)$$

Jokaista energiatilaa n vastaa siis paraabeli. Tarkastelemalla yhtälöä 4.4 nähdään myös, että paraabelit $E_n(n_g)$ ja $E_{n+1}(n_g)$ leikkaavat, kun $n_g = n + \frac{1}{2}$. Energiatilojen $|0\rangle$ ja $|1\rangle$ tapauksessa paraabelit siis leikkaavat, kun $n_g = 0.5$.

Jos $E_J \neq 0$, pisteen $n_g = 0.5$ lähellä Cooper-pair boxin aaltofunktio on $\Psi_1(\phi)$:n ja $\Psi_2(\phi)$:n lineaarikombinaatio. Tällöin Cooper-pair boxin energia on ominaisenergioiden $|0\rangle$ ja $|1\rangle$ superpositio.

Cooper-pair boxin ominaisenergiatiloja voidaan ajatella analogisesti kiinteän aineen fysiikan lähes vapaan elektronin mallin kanssa, sillä kubitin potentiaalienergiafunktio on periodinen vaihe-eron ϕ suhteen [4, 10]. Kubitin varaus vastaa kiinteän aineen fysiikan liikemäärää ja vaihe-ero paikkaa. Erityisesti varauksen $n_g = 0.5$ arvo vastaa elektronia ensimmäisessä Brillouinin vyöhykkeessä. [10] Potentiaalienergiafunktion ollessa lähellä nollaa, ominaisenergian arvoiksi saadaan paraabeleja. Kun periodinen potentiaalienergiafunktio saa suurempia arvoja, energiatilojen välille syntyy rakoja, jolloin jatkuvan ominaisenergiajakautuman sijaan energia on jakautunut vöihin, joiden välissä olevat vyöraot eivät ole mahdollisia energian arvoja. [4, 10]



Kuva 4.1. a) Cooper-pair boxin energiatasot varauskubitille tyypillisillä parametrien arvoilla [8]. b) Lähes vapaan elektronin mallin mukaiset elektronin energiatasot [10].

Yllä olevasta kuvasta 4.1 voidaan havaita energiatasokuvaajien samankaltaisuus varauskubitin Cooper-pair boxin sekä kiinteän aineen fysiikan lähes vapaan elektronin mallin välillä. Kuvan oikeassa laidassa olevat harmaat alueet kuvastavat energiavöitä ja niiden välissä olevia vyörakoja.

Kuvasta 4.1 a) nähdään, että kun varauskubitin fysikaalisista ominaisuuksista riippuvat parametrit E_c , E_J sekä n_g säädetään oikein, energiatilat $|0\rangle$ ja $|1\rangle$ ovat selkeästi eroteltavissa muista energiatiloista. Cooper-pair boxin energiaspektri on todella epäharmoninen, jolloin energiatiloja $|0\rangle$ ja $|1\rangle$ sekä niiden superpositioita voidaan manipuloida vaikuttamatta korkeampiin energiatiloihin. [9]

Eurooppalaisen NEC Laboratories:n sekä Japanin fysiikan ja kemian tutkimuksen RIKEN-instituutin tutkijat ovat kokeellisesti todenneet riittävän pitkiä koherenssiaikoja ja täten

osoittaneet, että varauskubitteja voidaan käsitellä kvanttimekaanisena kaksitilasysteeminä. [8]

Kytkeydyttyä kubitteilla on osoitettu olevan mahdollista toteuttaa CNOT- eli kontrolloitu NOT-operaatio, kun kubitit ovat $|+\rangle$ ja $|-\rangle$ -tiloissa. CNOT-operaatiossa jälkimmäisen kubitin arvo pysyy muuttumattomana, mikäli ensimmäisen kubitin arvo on $|+\rangle$. Jos ensimmäisen kubitin arvo on $|-\rangle$, jälkimmäisen kubitin arvo kääntyy vastakkaiseksi, esimerkiksi $|+, -\rangle \rightarrow |+, -\rangle$ ja $|-, +\rangle \rightarrow |-, -\rangle$. [8]

5. YHTEENVETO

Tietokoneet ovat päivä päivältä suuremmassa roolissa sekä yhteiskunnassamme että jokaisen arkipäiväisessä elämässä. Kvanttitietokoneet voivat tulevaisuudessa olla avainasemassa mahdollistamassa uudenlaisia teknologioita. Mahdollisuus yliveraiseen tehokkuuteen verrattuna klassisiin tietokoneisiin sekä ennennäkemättömien simulaatioiden mahdollistaminen tekevät kvanttitietokoneista todella mielenkiintoisen tutkimuskohteen.

Kvanttitietokone koostuu kubiteista, joiden toteuttamiseen on monia erilaisia vaihtoehtoja. Tässä työssä keskityttiin Josephson-liitokseen ja Cooper-pair boxiin perustuvaan varauskubittiin, jonka kvantittuneet energiatilat perustuvat suprajohtavassa materiaalissa elektronien muodostamiin Cooperin pareihin.

Työssä osoitettiin, että varauskubitti on ominaisuuksiltaan sopiva toimimaan kvanttitietokoneen osana, ja että sen fysikaalisia ominaisuuksia säätämällä voidaan vaikuttaa kubitin energiatiloihin. Suomessa sijaitsevassa VTT:n kvanttitietokoneessa käytetään juurikin suprajohtavuuteen perustuvia kubitteja.

Tässä työssä käsitellyistä kubiteista on kuitenkin vielä pitkä matka siihen, että kvanttitietokoneita käytettäisiin klassisten tietokoneiden sijaan tutkimuksessa, teollisuudessa sekä yksityishenkilöiden arkipäiväisessä käytössä. Koherenssi-ilmiötä, niihin vaikuttavia tekijöitä sekä niiden kontrollointia ymmärretään jatkuvasti entistä paremmin, mutta koherenssiaikoja tulee kasvattaa vielä moninkertaisesti [8, 9]. Olennaista on myös tehokas ja luotettava ratkaisu kubittitilojen lukemiseen [8] sekä kvanttitietokoneen toteuttaminen entistä suuremmassa skaalassa [9].

Kvanttitietokoneisiin liittyvää tutkimusta tehdään jatkuvasti enemmän, niin Suomessa kuin maailmanlaajuisestikin. Suomeen on suunnitteilla rakentaa vuosi vuodelta suurempia ja tehokkaampia kvanttitietokoneita, ja vain aika näyttää, mitä kvanttitietokoneiden tulevaisuus tuo tullessaan.

LÄHTEET

- [1] Kaye, P., Laflamme, R. ja Mosca, M. *An Introduction to Quantum Computing*. eng. Oxford: Oxford University Press, Incorporated, 2007. ISBN: 0198570007.
- [2] *Technical details about Helmi*. eng. CSC - Tieteen tietotekniikan keskus. 2022. URL: <https://docs.csc.fi/computing/quantum-computing/helmi/helmi-specs/>.
- [3] Lindholm, P. Näin toimii juuri valmistunut kvanttietokone – Suomi teki ensimmäisten joukossa koneen, jonka monituhattainen laskentanopeus mullistaa lukuisat alat. *YLE* (2021). URL: <https://yle.fi/a/3-12209593>.
- [4] Bennemann, K.-H. ja Ketterson, J. B. *Superconductivity*. eng. Springer, 2008. ISBN: 9783540732525.
- [5] Bardeen, J., Cooper, L. N. ja Schrieffer, J. R. Theory of Superconductivity. eng. *Physical review* 108.5 (1957), s. 1175–1204. ISSN: 0031-899X.
- [6] Devoret, M. H., Wallraff, A. ja Martinis, J. M. Superconducting Qubits: A Short Review. eng. *arXiv.org* (2004). ISSN: 2331-8422.
- [7] Feynman, R. P. *The Feynman lectures on physics*. eng. New millennium ed. Vol. 3. New York: Basic Books, 2011 - 2010. ISBN: 9780465024148.
- [8] You, J. ja Nori, F. Superconducting circuits and quantum information. eng. *Physics today* 58.11 (2005), s. 42–47. ISSN: 0031-9228.
- [9] Esteve, D., Raimond, J.-M. ja Dalibard, J. *Quantum Entanglement and Information Processing: Lecture Notes of the les Houches Summer School 2003*. eng. Oxford: Elsevier Science Technology, 2004. ISBN: 9780444517289.
- [10] Hofmann, P. *Solid state physics: an introduction*. eng. 2nd ed. Physics textbook. Berlin: Wiley, 2015. ISBN: 3527412824.