

Essi Lääveri

# TAIVUTETUN CLT-LAATAN LASKENTA- MENETELMIÄ

Diplomityö  
Rakennetun ympäristön tiedekunta  
Tarkastaja: professori Sami Pajunen  
Tarkastaja: professori Mikko Malaska  
Huhtikuu 2023

# TIIVISTELMÄ

Essi Lääveri: Taivutetun CLT-laatan laskentamenetelmiä  
Diplomityö  
Tampereen yliopisto  
Rakennustekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma  
Huhtikuu 2023

---

Ristiinliimattu monikerroslevy eli CLT on massiivipuutuote, jota käytetään kantavana ja jäykistävänä pysty- ja vaakarakenteena teollisessa rakentamisessa esimerkiksi kerrostaloissa ja julkisissa rakennuksissa. Levy valmistetaan toisiinsa nähden ristikkäin liimatuista lautakerroksista, joita on tyypillisesti kolme, viisi tai seitsemän.

Tällä hetkellä CLT:tä varten ei ole olemassa harmonisoitua eurooppalaista tuotestandardia eikä vakiintuneita mitoitusmenetelmiä, jonka vuoksi CLT:n tekniset ominaisuudet ja mitoitusohjeet ovat valmistajakohtaisia. Tuotteen ja mitoituksen standardointi takaisi kuluttajille turvalliset, laadukkaat ja keskenään yhteensopivat tuotteet. Valmistajille ja suunnittelijoille se mahdollistaisi sujuvamman toiminnan ja suunnittelun helpottumisen.

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin CLT-rakenteen laskentaa sen yhdessä keskeisessä käyttötarkoituksessa taivutettuna lattiarakenteena. Tarkemmin tutkimusongelmana oli CLT-laatan jännityksien ja siirtymien laskenta staattisen kuormituksen tapauksessa. CLT-levyn pituussuuntaa vastaan kohtisuorien poikittaislamellien materiaaliominaisuudet eroavat merkittävästi pitkittäislamelleista. Tämä yhdistettynä kerrokselliseen rakenteeseen tekee CLT:n analysoinnista haastavaa.

Tavoitteena oli selvittää, millaisia erilaisia lujuslaskentamenetelmiä lapetaivutetun CLT:n laskentaan löytyy ja vertailla löydettyjä menetelmiä toisiinsa. Työssä selvitettiin tarkasteltavien laskentamenetelmien teoreettiset taustat ja esitettiin ne riittävällä tarkkuudella. Tutkimus suoritettiin kirjallisuuskatsauksen pohjalta mallintamalla ja vertailulaskelmia hyödyntäen. Tutkimuksessa rajauduttiin lapetaivutettujen CLT-laattojen laskentaan symmetristen poikkileikkauksien tapauksessa.

Suomen valmistajakohtaiset mitoitusohjeet perustuvat standardin SFS-EN 1995-1-1 mukaiseen laskentamenetelmään, Gamma-menetelmään. Kirjallisuuskatsauksen tuloksena löydettiin viisi erilaista laskentamenetelmää Gamma-menetelmän lisäksi: komposiittiteoria, laajennettu Gamma-menetelmä, Timoshenkon palkkiteoria, leikkausanalogia ja kerrospalkkiteoria.

Eri menetelmiä vertailtiin 3-, 5-, ja 7-lamellisten tasaisesti kuormitettujen yksiaukkoisten CLT-laattojen laskentaesimerkkien avulla. Tässä tutkimuksessa CLT-laatta analysoitiin laskennassa yhteen suuntaan kantavana palkkina. Tutkimustulosten perusteella annettiin suosituksia sopivan laskentamenetelmän valitsemiseksi.

Avainsanat: CLT, ristiinlaminoitu monikerroslevy, CLT-laatta, tasoleikkaus, Gamma-menetelmä, laajennettu Gamma-menetelmä, Timoshenkon palkkiteoria, leikkausanalogia, kerrospalkkiteoria

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck –ohjelmalla.

# ABSTRACT

Essi Lääveri: Calculation methods of CLT slab under bending  
Master of Science Thesis  
Tampere University  
Master's Degree Programme in Civil Engineering  
April 2023

---

Cross laminated timber, CLT is an engineering wood product that is used as load bearing and stiffening vertical and horizontal structures in industrial construction, for example in apartment buildings and public buildings. The plate is manufactured by gluing layers of boards crosswise to each other. The plate typically has three, five or seven layers. This study was limited only to symmetric CLT cross-sections.

Currently, there is no harmonized European product standard or established dimensioning methods for the CLT. Due to the lack of the harmonized product standard, the technical properties and dimensioning guides are manufacturer specific. Standardization of product and dimensioning would guarantee consumers safe, high-quality, and compatible products. For manufacturers and designers, the standard would allow smoother operation and easier design.

This study examined the calculation of the CLT structure as a floor structure under bending. More specifically, the research problem was the calculation of stresses and displacements of the CLT slab in the case of static loading. The material properties of the transverse layers differ significantly from the longitudinal layers. Combined this with the layered structure, makes analysis of the CLT challenging.

The target was to find out what kinds of different strength calculation methods can be found for the CLT slab and compare the methods with each other. The study clarified the theoretical backgrounds of the calculation methods and presented them with sufficient accuracy. The study was carried out based on a literature review by modelling and using comparison calculations. Example calculations were made to compare methods. The study was limited to the calculation of CLT slabs under bending in the case of symmetric cross sections.

The manufacturer specific dimension guides in Finland are based on the calculation method in the standard SFS-EN 1995-1-1, the Gamma method. As a result of the literature review, five different methods of calculation were discovered in addition to the Gamma method: composite theory, extended Gamma method, Timoshenko beam theory, shear analogy, and theory of layered beams.

In this study, the CLT slab was analyzed as a loadbearing in one direction. Different methods were compared using calculation examples of 3-, 5-, and 7-lamelled uniform loaded single span CLT slabs. The slab was loaded with a uniform load. Recommendations were made to select a suitable calculation method based on the results of the research.

Keywords: CLT, cross laminated timber, CLT slab, rolling shear, Gamma method, extended Gamma method, Timoshenko beam theory, Shear Analogy, theory of layered beams

The originality of this thesis has been checked using the Turnitin OriginalityCheck service.

# ALKUSANAT

Kiitos A-Insinöörit Suunnittelu Oy:lle mahdollisuudesta tehdä tämä työ heille. Kiitos erityisesti yrityksen omalle ohjaajalleni Henri Saloselle mielenkiintoisesta diplomityöaiheesta. Suuret kiitokset yliopiston ohjaajalleni Sami Pajuselle. Pajusen ammattitaitoinen ohjaus, neuvot ja näkökulmat olivat korvaamattomia tämän työn tekemisessä. Kiitos myös työni tarkastajille.

Lopuksi haluan kiittää lähipiiriäni tuesta ja kannustuksesta opinnoissani ja tässä diplomityössä. Erityisesti haluan kiittää opiskeluystäviäni, joiden kanssa tämän yhteisen matkan olen saanut jakaa.

Tampereella, 5.4.2023

Essi Lääveri

# SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO .....	1
1.1 Tutkimuksen tausta .....	1
1.2 Tutkimuksen tavoitteet ja rajaukset .....	2
1.3 Työn rakenne ja tutkimusmenetelmät .....	3
2. CLT-RAKENNE .....	4
2.1 Materiaaliominaisuudet .....	4
2.2 Valmistus .....	6
2.3 CLT rakennesuunnittelun näkökulmasta .....	8
3. RAKENNEANALYYSI .....	11
3.1 CLT:n analysointi teknisellä taivutusteorialla .....	11
3.1.1 Komposiittiteoria .....	15
3.2 Gamma-menetelmä .....	18
3.2.1 Laajennettu Gamma-menetelmä .....	24
3.3 Timoshenkon palkkiteoria .....	26
3.4 Leikkausanalogia eli Kreuzingerin menetelmä .....	31
3.5 Kerrospalkkiteoria .....	37
4. MENETELMIEN NUMEERINEN VERTAILU .....	45
4.1 Esimerkitapaukset .....	45
4.2 Numeeriset tulokset ja niiden vertailu .....	47
4.3 Johtopäätökset .....	53
5. YHTEENVETO .....	56
LÄHTEET .....	60
LIITE A: GAMMA-MENETELMÄ, 3-LAMELLINEN LEVY	
LIITE B: GAMMA-MENETELMÄ, 5-LAMELLINEN LEVY	
LIITE C: LAAJENNETTU GAMMA-MENETELMÄ, 7-LAMELLINEN LEVY	
LIITE D: TIMOSHENKON PALKKITEORIA, 3-LAMELLINEN LEVY	
LIITE E: TIMOSHENKON PALKKITEORIA, 5-LAMELLINEN LEVY	
LIITE F: TIMOSHENKON PALKKITEORIA, 7-LAMELLINEN LEVY	
LIITE G: LEIKKAUSANALOGIA, 3-LAMELLINEN LEVY	
LIITE H: LEIKKAUSANALOGIA, 5-LAMELLINEN LEVY	
LIITE I: LEIKKAUSANALOGIA, 7-LAMELLINEN LEVY	
LIITE J: KERROSPALKKITEORIA, 3-LAMELLINEN LEVY	
LIITE K: KERROSPALKKITEORIA, 5-LAMELLINEN LEVY	
LIITE L: KERROSPALKKITEORIA, 7-LAMELLINEN LEVY	

# LYHENTEET JA MERKINNÄT

CLT	engl. cross laminated timber, ristiinlaminoitu monikerroslevy
FEM	engl. Finite Element Method, elementtimenetelmä
KPT	kerrospalkkiteoria
NA	neutraaliakseli
PK	pintakeskiö
RIL	Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry
$A$	poikkipinta-ala
$A_i$	kerroksen $i$ poikkipinta-ala
$a_i$	etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta kerroksen $i$ neutraaliakselille
$a_j$	vierekkäisten pitkittäiskerrostien keskipisteiden välinen etäisyys
$a_m$	poikkileikkauksen paksuus
$a_{m-2}$	sisäkerrosten yhteenlaskettu paksuus
$a_{m-4}$	poikkileikkauksen paksuus vähennettynä kaksi ulointa kerrosta
$b$	leveys
$B$	poikkileikkauksen taivutusjäykkyys
$B_0$	pitkittäiskerrosten taivutusjäykkyyksien summa
$B_A$	palkin A taivutusjäykkyys
$B_B$	palkin B taivutusjäykkyys
$b_i$	kerroksen $i$ leveys
$b_j$	poikittaiskerroksen $j$ leveys
$B_s$	pitkittäiskerrosten taivutusjäykkyyksien Steinerin osien summa poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen
$C_{j,k}$	poikittaiskerroksen jäykkyysskerroin
$d_i$	pitkittäiskerroksen paksuus
$D_i$	jäykkyysskerroin
$d_{ij}$	poikittaiskerroksen paksuus
$E$	materiaalin kimmokerroin
$E_i$	kerroksen $i$ kimmokerroin
$E_0$	pääsuunnan kimmokerroin
$E_{0,mean}$	syiden suuntainen kimmokerroin
$E_{90}$	pääsuuntaa vastaan kohtisuora kimmokerroin
$E_{90,mean}$	syitä vastaan kohtisuora kimmokerroin
$E_{mean}$	kimmomoduulin keskiarvo
$EI$	taivutusjäykkyys
$EI_{ef}$	tehollinen taivutusjäykkyys
$EI_{ef,B}$	poikittaissuunnan tehollinen taivutusjäykkyys
$EI_{net}$	nettotaivutusjäykkyys
$\overline{EI}_z$	epähomogeenisen poikkileikkauksen taivutusjäykkyys
$F$	pistevoima
$f_0$	ominaistaajuus
$f_m$	taivutuslujuus
$f_v$	leikkauslujuus
$f_{v,R}$	tasoleikkauslujuus
$G_{0,mean}$	pitkittäislamellien liukumoduuli
$G_i$	kerroksen $i$ liukumoduuli
$G_j$	poikittaiskerroksen $j$ liukumoduuli
$G_{R,mean}$	poikittäislamellien tasoleikkausmoduuli
$G_{mean}$	liukumoduulin keskiarvo

$GA_{eff}$	tehollinen leikkausjäykkyys
$h$	korkeus
$h_i$	kerroksen i korkeus
$I_{0i}$	osan i neliömomentti ilman Steinerin osaa
$I_i$	kerroksen i neliömomentti
$I_{ef}$	tehollinen neliömomentti
$I_{ef,B}$	poikittaissuunnan tehollinen neliömomentti
$I_z$	neliömomentti z-akselin suhteen
$I_{zi}$	osan i neliömomentti z-akselin suhteen
$k$	leikkauskerroin
$k$	taipumarajoituksen korotuskerroin
$k_i$	kokoonpanokerroin
$K_i$	siirtymäkerroin
$k_{def}$	virumaluku
$k_j$	leikkausjäykkyys
$k_{mod}$	lujuuden muunnoskerroin
$l$	pituus
$L$	palkin jänneväli
$l_{ref}$	tehollinen pituus
$m$	kerroksien lukumäärä
$m$	kokonaisluku
$M$	taivutusmomentti
$\bar{M}$	virtuaalinen taivutusmomentti
$M(x)$	kokonaistaivutusmomentti
$M_0$	pitkittäiskerroksien taivutusmomenttien summa
$M_{A,i}$	palkin A yksittäisen kerroksen i taivutusmomentti
$M_d$	mitoitettava taivutusmomentti
$M_i(\xi)$	yksittäisen pitkittäiskerroksen i taivutusmomentti
$M_s(\xi)$	pitkittäiskerroksiin syntyvistä normaalivoimista aiheutuva taivutusmomentti
$M_{tz}$	taivutusmomentti tarkastelukohdassa z
$N_{B,i}$	palkin B yksittäisen kerroksen i aksiaalivoima
$q$	taivutuksen kuorma
$Q(x)$	kokonaisleikkausvoima
$Q_0$	pitkittäiskerroksien leikkausvoima
$Q_i(\xi)$	yksittäisen pitkittäiskerroksen i leikkausvoima
$Q_s(\xi)$	poikkileikkauksen poikittaiskerroksien leikkausvoima
$Q_y$	leikkausvoima
$p$	tasainen kuorma
$P$	pistevoima
$s_i$	liitinväli
$S_i$	liimasauman erottaman osan staattinen momentti poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen
$S_z$	staattinen momentti
$t_i$	kerroksen i paksuus
$t_j$	poikittaiskerroksen j paksuus
$T_j$	poikittaiskerroksen j pituussuuntainen leikkausvoima
$v$	taipuma
$V$	leikkausvoima
$\mathbf{V}$	kerroinmatriisi
$\bar{V}$	virtuaalinen leikkausvoima
$V_{A,i}$	palkin A yksittäisen kerroksen i leikkausvoima
$V_d$	mitoitettava leikkausvoima

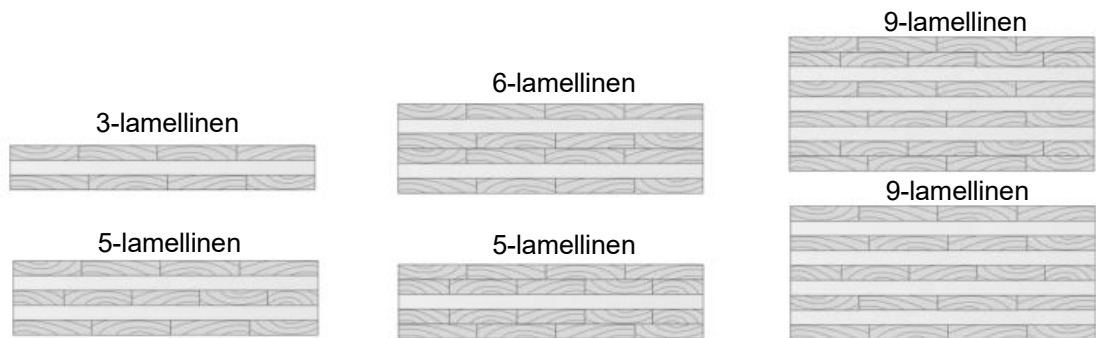
$v_{max}$	maksimitaipuma
$w$	taipuma
$w_{fin}$	lopullinen kokonaistaipuma
$w_{inst}$	hetkellinen taipuma
$w_{max}$	maksimitaipuma
$w_{sall}$	sallittu taipuma
$y$	etäisyys neutraaliakselilta tarkastelukohtaan
$y_0$	etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta tarkastelukohdan erot-taman osan pintakeskiöön
$y_{0i}$	etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta osan i pintakeskiöön
$y^i$	pitkittäiskerroksen i lokaali koordinaatti
$z_s$	neutraaliakselin etäisyys poikkileikkauksen yläpinnasta
$\delta$	pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma
$\gamma$	liukuma
$\gamma(\xi)$	liukuma
$\gamma_i$	liitoksen hyötysuhdekerroin
$\gamma_M$	kestävyysominaisuuksien osavarmuusluku
$\varepsilon$	venymä
$\kappa$	leikkauskorjauskerroin
$\nu$	Poissonin vakio
$\xi$	yksikötön pituuskoordinaatti
$\sigma$	jännitys
$\sigma(x, z)$	taivutusjännitys tarkastelukohdassa
$\sigma_{A,i}$	palkin A yksittäisen kerroksen i taivutusjännitys oman neutraaliakse-linsa suhteen
$\sigma_{A,max,i}$	palkin A yksittäisen kerroksen i maksimitaivutusjännitys oman neut-raaliakselinsa suhteen
$\sigma_{B,i}$	palkin B yksittäisen kerroksen i taivutusjännityksen Steinerin osuus poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen
$\sigma_d$	taivutusjännitys
$\sigma_i$	pitkittäiskerroksessa i vaikuttava taivutusjännitys
$\sigma_{i,d}$	kerroksen i taivutusjännitys kerroksen keskellä poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen
$\sigma_{max}$	maksimitaivutusjännitys
$\sigma_{max,d}$	maksimitaivutusjännitys uloimman pituussuuntaisen lamellin reu-nalla
$\sigma_{m,i,d}$	kerroksen i taivutusjännitys oman neutraaliakselinsa suhteen
$\tau(x, z)$	leikkausjännitys tarkastelukohdassa
$\tau_{A,i}$	palkin A yksittäisen kerroksen i leikkausjännitys oman neutraaliak-selinsa suhteen
$\tau_{A,max,i}$	palkin A yksittäisen kerroksen i maksimileikkausjännitys oman neut-raaliakselinsa suhteen
$\tau_{B,i}$	palkin B yksittäisen kerroksen i leikkausjännitys poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen
$\tau_{B,max,i}$	palkin B yksittäisen kerroksen i maksimileikkausjännitys poikkileik-kauksen neutraaliakselin suhteen
$\tau_d$	leikkausjännitys
$\tau_{i,max}$	pitkittäiskerroksen i leikkausjännitys
$\tau_j$	poikittaiskerroksessa j vaikuttava leikkausjännitys
$\tau_{max}$	maksimileikkausjännitys
$\tau_{max}$	lokaali maksimileikkausjännitys pitkittäiskerroksen i kohdalla
$\tau_{R,d}$	tasoleikkausjännitys liimasauaman kohdalla



# 1. JOHDANTO

## 1.1 Tutkimuksen tausta

Ristiinlaminoitu monikerroslevy eli CLT (cross laminated timber) on massiivipuutuote, joka valmistetaan toisiinsa liimatuista lautakerroksista. CLT:ssä lautakerrokset liimataan toisiinsa nähden ristikkäisesti, mutta päällekkäiset lautakerrokset voidaan liimata myös samansuuntaisesti toisiinsa nähden, kuten kuvassa 1 on esitetty. Lautakerroksia kutsutaan lamelleiksi, joita on monikerroslevyissä tyypillisesti kolme, viisi tai seitsemän. Lamelikerroksia voi olla enemmänkin, kuitenkin useimmiten pariton lukumäärä. Kotimaiset valmistajat tuottavat enintään yhdeksänlamellisia levyjä. CLT-levyn poikkileikkaus on lähes poikkeuksetta symmetrinen ja tässä työssä käsitelläänkin ainoastaan symmetrisiä rakenteita.



**Kuva 1.** Havainnollistava kuva erilaisista CLT-levyjen poikkileikkauksista (mukailen Popovski et al. 2019).

Tätä massiivipuista insinööripuutuotetta käytetään rakennuksissa kantavina sekä jäykistävänä pysty- ja vaakarakenteina. Monikerroslevyjä voidaan käyttää esimerkiksi yksittäisinä ulko- ja väliseinäelementteinä, välipohjaelementteinä tai tilaelementtien valmistuksessa. Tässä tutkimuksessa keskitytään CLT-levyn analysointiin vaakarakenteena.

CLT-laatan mitoittamiseksi käsinlaskentamenetelmällä löytyy ohjeistusta RIL-205-1-2017 Puurakenteiden suunnitteluohjeen (Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry 2017a) lisäohjeissa (Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry 2017b; Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry 2017c). Lisäohjeissa käytettävä laskentamenetelmä on Eurokoodi 5:n (SFS-EN 1995-1-1) liitteeseen B perustuva Gamma-menetelmä. Menetelmä sopii 3- ja 5-lamellisille CLT-laatoille. Käsinlaskentamenetelmiä voidaan käyttää, kun vaakarakenne oletetaan yhteen suuntaan kantavaksi palkiksi. Mikäli halutaan ottaa huomioon poikittaissuunnan kantavuus, voidaan hyödyntää elementtimenetelmän (FEM)

mukaisia laskentaohjelmia, joista löytyy valmiita laskentamoduuleja CLT:n analysointia ja suunnittelua varten.

CLT-levyn laskentaa lapetaivutettuna palkkirakenteena on tutkittu paljon, sillä se on poikkileikkauksen kerroksellisuudesta ja puun ortotrooppisuudesta johtuen monimutkaista. Tunnetuimpia CLT:n laskentaan käytettäviä menetelmiä maailmalla ovat Gamma-menetelmä (Borgström & Fröbel 2019; Popovski et al. 2019), leikkausanalogia (Blass & Fellmoser 2004; Popovski et al. 2019) ja Timoshenkon palkkiteoria (Borgström & Fröbel 2019; Wallner-Novak et al. 2014).

Timoshenkon palkkiteoria yleisessä muodossaan on vanhin näistä kaikista kolmesta teoriasta. Teoriaa on käytetty jo kauan laminaattirakenteiden analysointiin, mutta se on otettu käyttöön CLT:n analysoimiseksi vasta myöhemmin. Leikkausanalogia pohjautuu kerrospalkkiteoriaan, joka on kehitetty jo 1940-luvulla (Granhölm 1949). Alkuperäinen teoria on kehitetty naulatuille monikerroksisille puupalkeille ja jäykistysseinille. Myöhemmin teoriaa on käytetty laajasti sandwich-rakenteille. Menetelmä pohjautuu differentiaaliyhtälöiden ryhmään. Kreuzinger esitti numeerisen tavan ratkaista kerrospalkkiteorian differentiaaliyhtälöt, ja tätä menetelmää kutsutaan leikkausanalogiaksi (Kreuzinger 1999). Gamma-menetelmä on kehitetty 1950-luvulla Saksassa joustavin liittimin kootuille palkeille (Möhler 1956). Gamma-menetelmä pohjautuu myös kerrospalkkiteoriaan, ja sitä on myöhemmin sovellettu siten, että se soveltuu nimenomaisesti CLT:n rakenneanalyysiin.

## 1.2 Tutkimuksen tavoitteet ja rajaukset

Tutkimuksen päätavoitteena on perehtyä lapetaivutetun CLT-rakenteen jännitysten ja siirtymien laskentaan eri menetelmillä. Tavoitteena on selvittää ja esitellä tällä hetkellä käytössä olevien laskentamenetelmien teoreettiset taustat riittävällä tarkkuudella sekä vertailla menetelmien soveltuvuutta erilaisiin CLT:n laskentatilanteisiin, joissa esimerkiksi lamellikerrosten lukumäärä ja jänneväli muuttuvat. Työssä esitellyistä laskentamenetelmistä tehdään esimerkkilaskelmia tutkimusta varten ja näitä laskelmia tullaan vertailemaan keskenään parhaimpien menetelmien löytämiseksi. Paremmuuteen vaikuttaa menetelmän soveltuvuus erilaisiin mitoitusilanteisiin, tulosten tarkkuus, laskennan haastavuus ja työmäärä.

Tutkimus on rajattu käsittelemään ainoastaan poikkileikkaukseltaan symmetrisiä CLT-laattoja, joita käsitellään yhteen suuntaan kantavina taivutettuina palkkeina. Tarkasteltavat laattarakenteet oletetaan ehyiksi eli rakenteessa ei ole aukkoja tai reikiä. Laskenta-

esimerkkeihin valitaan sellaiset CLT-rakenteet, joissa uloimmat lamellikerrokset ovat laatan pituussuunnan mukaisesti. Laskentaesimerkeissä laatan rakennemalliksi rajataan molemmista päistään nivelellisesti tuettu yksiaukkoinen yhden metrin leveä palkki, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut pystykuormitus. Laskentaesimerkkejä tehdään 3-, 5- ja 7-lamellisille CLT-levyille. Työssä esitetään soveltuvin kohdin, miten laskenta eroaisi monimutkaisemman rakennemallin tapauksessa.

### **1.3 Työn rakenne ja tutkimusmenetelmät**

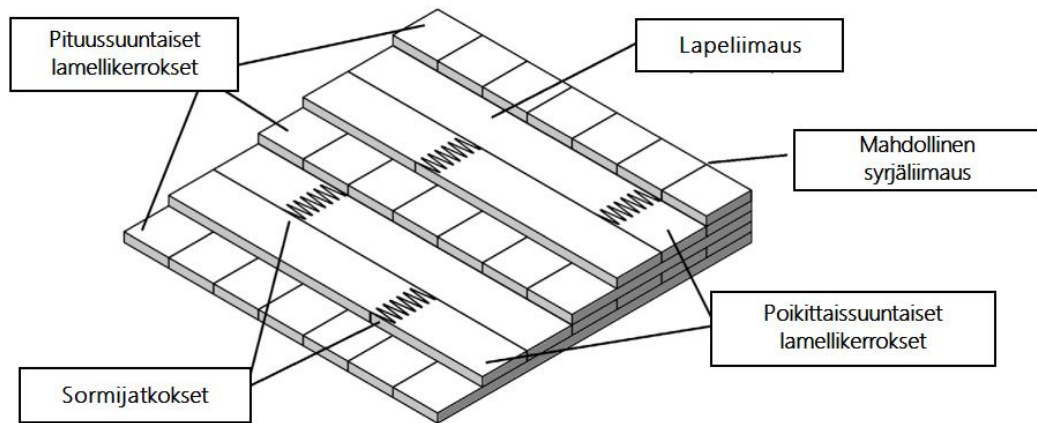
Työssä tutustutaan CLT:hen materiaaliominaisuuksiltaan ja suunnittelun näkökulmasta. Suunnittelun näkökulmasta perehdytään muutamiin CLT:n erityspiirteisiin, jotka tulee huomioida sen suunnittelussa poiketen muiden tavanomaisten puurakenteiden suunnittelusta. Työn pääosassa eli tutkimusosiossa perehdytään erilaisiin laskentamenetelmiin, jotka sopivat CLT-laatan laskentaan taivutettuna palkkina. Jokaisen menetelmän teoreettista taustaa avataan ja menetelmän mukaisia laskentakaavoja esitetään. Kirjallisuuskatsauksen jälkeen laskentamenetelmiä sovelletaan numeerisesti esimerkkilaskelmien muodossa. Erilaisista laskentamenetelmistä luodaan laskentapohjia, joiden avulla tehdään esimerkkilaskelmia, joiden tuloksia vertaillaan keskenään. Johtopäätöksissä yksilöidään menetelmien soveltuvuutta erilaisiin mitoitustilanteisiin. Tutkimustuloksien ja johtopäätöksien perusteella annetaan suosituksia sopivan laskentamenetelmän valitsemiseksi erilaisiin laskentatehtäviin.

Tutkimus toteutetaan kirjallisuuskatsauksen pohjalta mallintamalla ja vertailulaskelmin. Tutkimuksessa käydään läpi määräyksiä, asetuksia ja aiempia tutkimuksia aihetta koskien. Mallintamista käytetään laskennallisten menetelmien yhteydessä. Mallintamalla luodaan CLT-rakenteen käyttäytymiselle matemaattisia malleja, joiden soveltuvuutta käytännössä esiintyviin mitoitustilanteisiin tutkitaan erilaisilla laskentamenetelmillä. Eri laskentamenetelmillä tehdään esimerkkilaskelmia ja saatuja tuloksia vertaillaan keskenään.

## 2. CLT-RAKENNE

### 2.1 Materiaaliominaisuudet

Ristiinlaminoitu massiivipuulevy CLT (cross laminated timber) koostuu lautakerroksista, jotka ovat lapeliimattu ristikkäin toisiinsa nähden, kuten kuvassa 2 on havainnollistettu. CLT-levyn on määritetty koostuvan vähintään kolmesta toisiinsa nähden kohtisuorasti liimatusta lautakerroksesta. Lamellikerrokset ovat tyypillisesti ladottu vuorotellen pituus- ja poikittaissuuntaisesti, mutta päällekkäiset lamellikerrokset on mahdollista latoa myös samansuuntaisesti. CLT-levyrakenteen poikkileikkaus voi koostua keskenään eri paksuista ja eri lailla ladotuista lamellikerroksista valmistajasta riippuen.



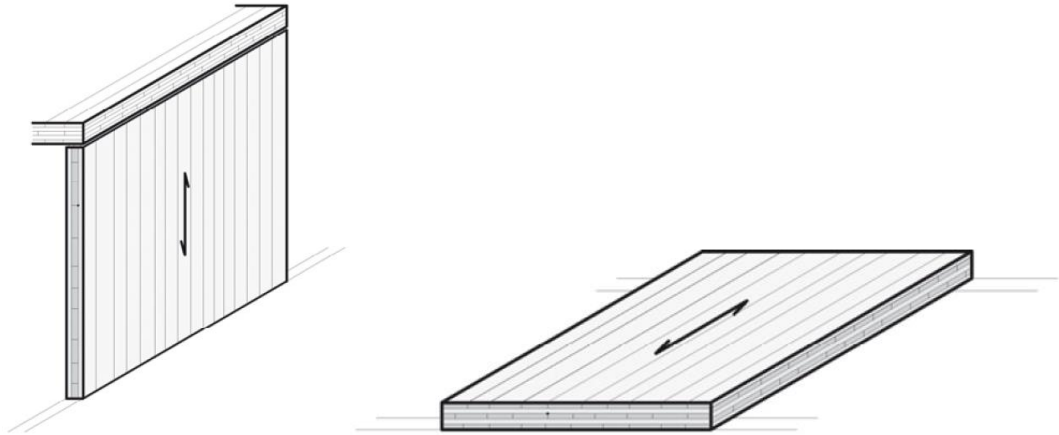
**Kuva 2.** Havainnollistava kuva CLT-rakenteesta (mukaillen Christovasilis et al. 2016).

CLT-levyjä valmistetaan syrjäliimattuna ja -liimaamattomana (kuva 2). Reunaliimaus eli syrjäliimaus parantaa tuotteen tiiveyttä, vähentää saumojen rakoilua sekä parantaa tuotteen sopivuutta näkyväksi pinnaksi. Syrjäliimaamattomilla levyillä saattaa olla matalampi kantokyky kuin syrjäliimatuilla levyillä alhaisemman tasoleikkausmoduulin vuoksi. Tutkimusta korrelaatiosta syrjäliimauksen ja tasoleikkausmoduulin välillä ei kuitenkaan ole vielä toistaiseksi julkaistu. Tasoleikkausmoduulin arvoon vaikuttavat laminoitileveys, puun vuosirenkaiden suunta levyssä, nuoren ja vanhemman puun suhde valmistuksessa, liimatyyppi ja valmistuksessa käytetty puristusaine. (Doudak & Karacabeyli 2019) Näin ollen tasoleikkauslujuuden voidaan tulkita olevan paremmin CLT-levyn materiaaliominaisuus kuin puun materiaaliominaisuus.

Suomessa käytettävien kotimaisten CLT-elementtien yhden lamellikerroksen paksuus on tyypillisesti 20–60 mm ja levyn kokonaispaksuus vaihtelee tyypillisesti välillä 60–300 mm. CLT-elementti voi olla parhaimmillaan jopa 12 m pitkä ja 3,4 m leveä. CLT-levy on

hyvin jäykkä rakenne keveyteensä nähden. CLT:n tilavuuspaino on luokkaa 4,7–5 kN/m<sup>3</sup>. (CLT Finland Oy; Oy CrossLam Kuhmo Ltd)

CLT-levyn pintalamellit voivat olla pituus- tai vaakasuuntaisesti riippuen levyn käyttötarkoituksesta. Pintalamellit asemoidaan levyn pituussuuntaisesti, kun CLT:tä käytetään vaakarakenteena eli lappeellaan. Pystyrakenteena eli syrjällään käytettäessä pintalamellit asemoidaan poikittaissuunnassa kuvan 3 mukaisesti. Tämä johtuu siitä, että puulla on paremmat jäykkyysominaisuudet syiden suunnassa kuin niitä vastaan kohtisuorassa.



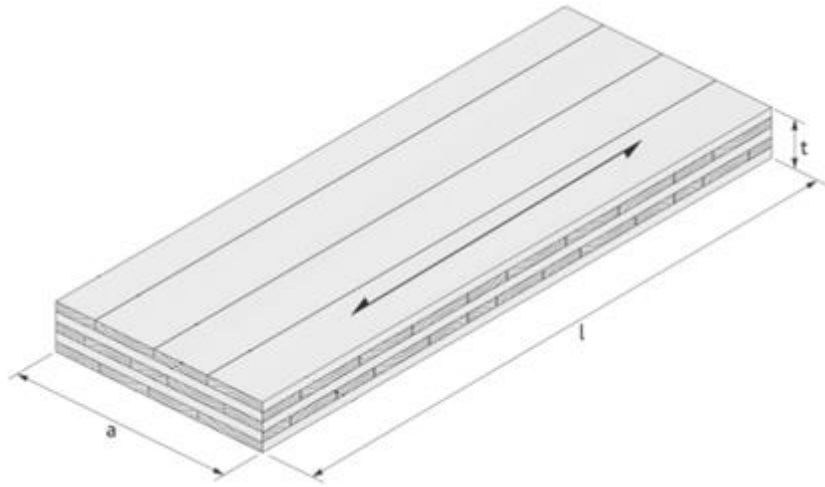
**Kuva 3.** Havainnollistava kuva CLT:n pintalamellien suuntauksesta pysty- ja vaakarakenteen tapauksessa (mukaiillen Wallner-Novak et al. 2014).

CLT:tä koskevista vaatimuksista käyttöluokissa 1 ja 2 on olemassa eurooppalainen standardi SFS-EN 16351:2021. Standardissa on määritetty esimerkiksi tuotannon vähimmäisvaatimukset; valmistusmateriaalin ja sormijatkoksien kestävyys ja jäykkyys; CLT:n valmistukseen sallitut puulajikkeet; sallitut levyn ja lamellien paksuudet; lamellien asetteluvaatimukset ja lamellien liimaamiseen soveltuvat liimatyyppit. (SFS-EN 16351:2021:en 2021)

CLT:n valmistuksessa käytettävä puutavara tulee olla lujuuslajiteltua tai testattu standardin SFS-EN 16351:2021 mukaisesti. Lautojen jatkokset tehdään sormijatkoksien (finger joints) ja näiden liitosten tulee olla vähintään yhtä kestäviä kuin itse puun. Lamellien liimauksessa käytettävän liiman tulee täyttää standardien SFS-EN 301 ja SFS-EN 15425 mukaiset vaatimukset.

CLT:n lamellikerroksien ominaislujuutena- ja jäykkyytenä käytetään lautojen lujuusluokan mukaisia arvoja, jotka ovat esitetty standardissa EN 338. Ominaisarvoja syiden suunnassa merkitään yleensä alaindeksillä 0 ja syitä vastaan kohtisuorassa alaindeksillä 90. CLT:n pituussuuntaista lamelleista puhuttaessa tarkoitetaan lamellikerroksia, joissa

puun syyt kulkevat laatan jänteen suuntaisesti (kuva 4). Poikittaisista lamelleista puhuttaessa tarkoitetaan lamelleja, joissa puun syyt ovat laatan pituussuuntaa eli jännettä vastaan kohtisuorassa.



**Kuva 4.** Pituussuuntaisissa lamelleissa puun syyt kulkevat laatan jänteen (nuolen) suuntaisesti (mukaan Popovski et al. 2019).

CLT:n valmistuksessa voidaan pituus- ja poikittaissuuntaisissa lamelleissa käyttää eri lujuusluokan puutavaraa keskenään. Suomessa valmistettavien CLT-levyjen pituus- ja poikittaissuuntaiset lamellikerrokset ovat kuitenkin samaa lujuusluokkaa keskenään ja ne valmistetaan lujuusluokan C24 puutavarasta.

## 2.2 Valmistus

Suomessa CLT-levyä valmistavat kolme yritystä: CLT Finland Oy, CLT Plant Oy ja Oy CrossLam Kuhmo Ltd. Kotimaisten valmistajien lisäksi CLT-levyä toimitetaan Suomeen Stora Enson ja virolaisten toimijoiden valmistamana. Levytuotteiden dimensiot, tekniset ominaisuudet ja valmistustekniikat vaihtelevat valmistajakohtaisesti.

CLT-tuotteille ei ole vielä olemassa harmonisoitua eurooppalaista tuotestandardia. Standardi takaisi tuotteiden turvallisuuden, sillä tuotteiden testausmenetelmät olisivat kaikille valmistajille yhtenäiset. Tuotteet olisivat keskenään yhteensopivia yhteisen sopimuksen myötä, toiminta sujuvampaa ja asioiden suunnittelu helpompaa. Standardi takaisi myös laadukkaat tuotteet kuluttajille, kun tuote täyttäisi viranomaismääräykset. Tuotestandardin puuttuminen johtaa siihen, että CLT-tuotteiden tekniset ominaisuudet ja rakenteiden mitoitus ovat määritetty valmistajakohtaisesti.

Tämänhetkisten normien mukaan käytettävien CLT-tuotteiden tulee RIL-205-1-2017 mukaan olla CE-merkittyjä eurooppalaisen teknisen arvioinnin (ETA) mukaisesti tai vaihto-

ehtoisesti kelpoisuus tulee osoittaa kansainvälisen tuotehyväksyntälainsäädännön mukaisella varmennustodistuksella. Kolmas vaihtoehto tuotteen kelpoisuuden osoittamiseksi on rakennuspaikkakohtaisen rakennusvalvontaviranomaisen hyväksymä asiantuntijaselvitys kuten VTT: tuotesertifikaatti (Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry. 2017a).

CLT Finland Oy (Hoisko) on kotimainen CLT-levyjä valmistava yritys Hoiskossa, Etelä-Pohjanmaalla. CLT Finland Oy:n valmistama Hoisko CLT on tehty suomalaisesta EN 338 standardiin mukaan lujuusluokitellusta havupuusta. Valmistuksessa käytettävä lujuusluokan C24 havupuu on myös visuaalisesti lajiteltua. Levyn sormijatkokset ovat standardin EN 16351:2015 vaatimuksien mukaiset. CLT Finland Oy:n tuotteiden valmistuksessa käytettävä havupuu on PEFC-sertifioiduista metsistä. PEFC-sertifikaatti on osoitus vastuullisesta ja kestävästä metsänhoidosta. Hoisko CLT -tuotteella on rakennustuotteen CE-merkintä sekä vähäpäästöisen materiaalin M1-merkintä. (CLT Finland Oy)

Hoisko CLT-massiivipuulevyissä on 3–10 ristiinliimattua lamellikerrosta. Kolmikerroksissa massiivipuulevyissä päällekkäiset lautakerrokset ovat asemoitu kohtisuorasti ristikkin toisiinsa nähden. Viisi- ja seitsemänkerroksisia CLT-levyissä uloimmat lamellikerrokset voivat olla myös asemoituna samansuuntaisesti toisiinsa nähden. Hoiskon CLT-elementtejä valmistetaan sekä reunaliimattuna että reunaliimattomana. (CLT Finland Oy)

CLT Plant Oy on toinen kotimainen CLT:n valmistaja Kauhajoelta, Etelä-Pohjanmaalta. CLT Plant Oy:n valmistamalla ristiinliimatulla massiivipuulevyllä on myös rakennustuotteen CE-merkintä. CLT Plant Oy:n valmistamissa CLT-elementeissä käytetään lujuusluokan C24 puutavaraa standardin EN 338 mukaan luokiteltuna. Elementtien valmistuksessa tehdyt sormijatkokset ovat standardin EN 16351:2015 mukaiset. (CLT Plant Oy)

Kolmas kotimainen CLT-massiivipuulevyjen valmistaja on Kuhmosta, Kainuun maakunnasta Oy CrossLam Kuhmo Ltd. Tämä yritys on suomalaisista CLT:n valmistajista vanhin. Yrityksen valmistamalla CrossLam Kuhmo CLT massiivipuulevyllä on EuroFins-tuotesertifikaatti. CLT massiivipuulevyjen valmistuksessa käytettävä lujuusluokiteltu havupuu on PEFC-sertifioiduista metsistä ja peräisin pääosin Kainuun metsistä. (Oy CrossLam Kuhmo Ltd)

CrossLam Kuhmon CLT massiivipuulevyt valmistetaan reunaliimaamattomina, liimaus tulee siis ainoastaan lappeisiin. Reunaliimaamattomissa CLT-levyissä halkeamien syntyminen ja rakoilu on tavanomaisempaa reunaliimattuihin levyihin verrattuna. CrossLam Kuhmon CLT massiivipuulevyä valmistetaan kolme-, viisi- ja seitsemänkerroksisina. Le-

vyt valmistetaan standardin EN 338 mukaan luokitellusta lujuusluokan C24 puutavasta. CLT:n sormijatkokset täyttävät standardin EN 16351:2013 vaatimukset. (Oy CrossLam Kuhmo Ltd)

### 2.3 CLT rakennesuunnittelun näkökulmasta

CLT-elementit ovat kahteen suuntaan kantavia rakenteita, mutta usein niitä käsitellään rakenneanalyyseissä yksinkertaisuuden vuoksi yhteen suuntaan kantavana palkkina. CLT:n rakennesuunnittelusta haastavaa tekee sen kerroksellinen rakenne yhdistettynä puun ortotrooppisuuteen. FEM-ohjelmissa voidaan helpommin analysoida CLT-laattaa kahteen suuntaan kantavana sen todellisen elementtileveyden mukaisesti.

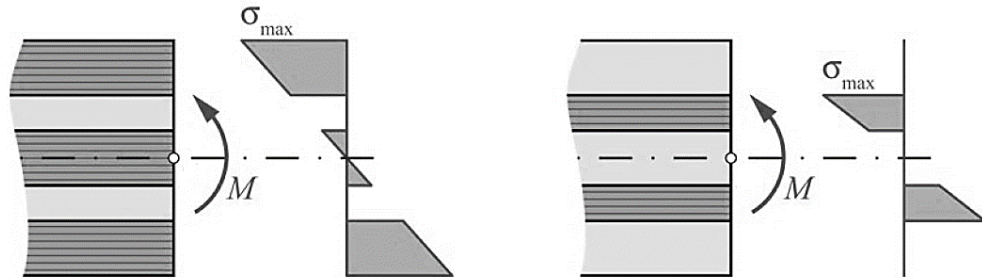
CLT:n tapauksessa Bernoullin otaksuma ei toteudu eli CLT:n poikkileikkaus ei säily tasona taivutuksessa, poikittaiskerrosten suuremman leikkausmuodonmuutoksen vuoksi. Tämän vuoksi on kehitetty paljon erilaisia laskentamenetelmiä, joiden rakenneanalyyseissä huomioidaan CLT:n poikkeuksellinen rakenne ja poikkileikkauksen muodonmuutokset. CLT:n mitoitus suoritetaan vertaamalla kunkin kerroksen jännityksiä vastaaviin lujuusominaisuuksiin, näin ollen CLT:n rakennesuunnittelu ei eroa tavanomaisesta sen jälkeen, kun poikkileikkauksen jännitysjakaumat on määritetty. CLT:n mitoituksessa usein käyttörajatilan tarkastelut, kuten taipuma- ja värähtelytarkastelu osoittautuvat määrääviksi. Murtorajatilan tarkasteluissa taivutuskestävyys, leikkauskestävyys tai tukipainekestävyys ovat määrääviä tekijöitä riippuen kuormitus- ja tuentatilanteesta. CLT-rakenteita mitoitetaan ainoastaan käyttöluokille 1 ja 2, ei käyttöluokalle 3.

CLT-rakenteen analysoinnissa käytetään jäykkyysominaisuuksien keskimääräisiä arvoja,  $E_{mean}$  ja  $G_{mean}$ . Rakenteen koostuessa useammasta puumateriaalista, joilla kaikilla on sama virumaluku, käytetään keskimääräisiä arvoja. CLT:n suunnittelua varten on olemassa oma materiaalin jäykkyyso- ja kestävyysominaisuuksien osavarmuusluku ( $\gamma_M = 1,25$ ). Myös kuorman keston ja kosteusvaikutuksen muunnoskertoimelle  $k_{mod}$  on olemassa omat taulukoidut arvot käyttöluokasta riippuen. Puumateriaali viruu (creep) eli pitkällä aikavälillä muodonmuutokset kasvavat, vaikka jännitykset pysyvät vakiona. Rakennetta analysoitaessa viruma huomioidaan käyttörajatilan taipumalaskennassa virumaluvun  $k_{def}$  avulla. CLT:n tapauksessa virumaluku on eri CLT:n ollessa syrjällään ja lappeellaan. (RIL 205-1-2017 2017a)

CLT-levyn lapetaivutuksessa pituussuuntaiset lamellikerrokset osallistuvat pääosin taivutusrasitusten kantamiseen. Pituussuuntaisten ja poikittaissuuntaisten lamellikerroksien kimmokertoimien suhde on tavanomaisesti luokkaa  $E_{0,mean}/E_{90,mean} \approx 30$ , tällöin

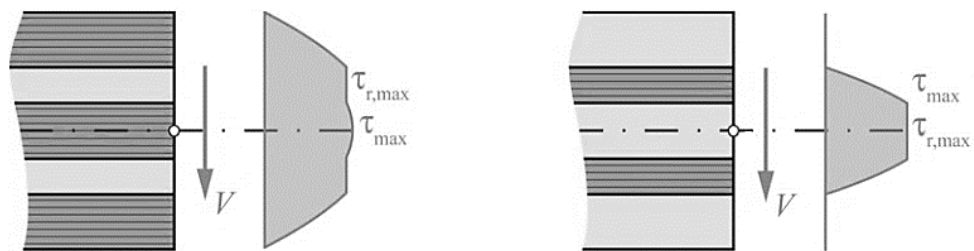


poikittaislamellien osuus taivutusjäykkyydestä jää hyvin pieneksi. Usein laskennan yksinkertaistamiseksi poikittaislamellien kimmokerroin asetetaan nollaksi ( $E_{90,mean} = 0$ ). Maksimi taivutusjännitykset sijaitsevat aina symmetrisen CLT-levyn uloimpien pituussuuntaisten lamellikerroksien reunalla, kuten kuvassa 5 on esitetty. (Wallner-Novak et al. 2014)



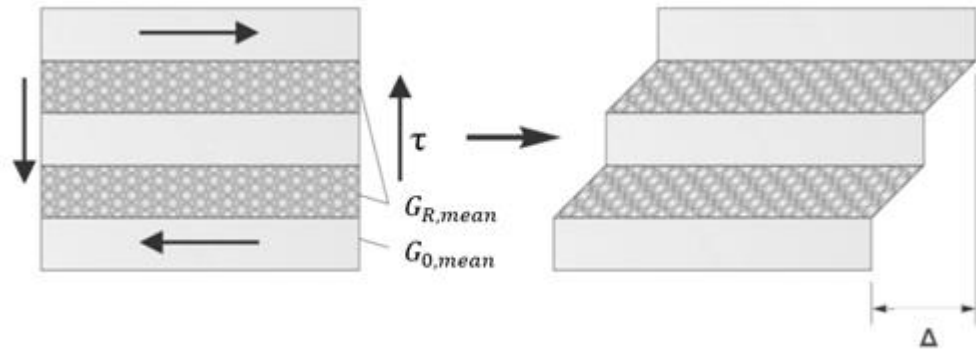
**Kuva 5.** CLT-levyn taivutusjännitysjaakauma, vasemmalla uloimmat lamellit pituus-suuntaisesti, oikealla uloimmat poikittaissuuntaisesti (mukailten Thiel & Brandner 2016).

Leikkaustarkasteluissa poikittaislamellit huomioidaan normaalisti, eikä niitä jätetä pois tarkasteluista. Maksimileikkausjännitys sijaitsee symmetrisen CLT-levyn neutraaliakselin kohdalla, kuten kuvassa 6 on esitetty. (Wallner-Novak et al. 2014)



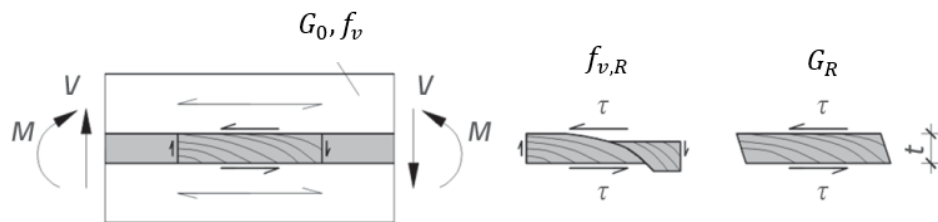
**Kuva 6.** CLT-levyn leikkausjännitysjaakauma, vasemmalla uloimmat lamellit pituus-suuntaisesti, oikealla uloimmat poikittaissuuntaisesti (mukailten Thiel & Brandner 2016).

CLT-rakenteen leikkausjoustavuus johtuu poikittaisten kerrosten alhaisesta tasoleikkausmoduulista (rolling shear modulus), jota kuvassa 7 on havainnollistettu. Tasoleikkausmuodonmuutokset ovat merkittävä asia CLT-rakenteissa. Syitä vastaan kohtisuorien poikittaislamellien tasoleikkausmoduuli  $G_{R,mean}$  on suuruusluokkaa kymmenesosa syiden suuntaisten pituuslamellien liukumoduulista  $G_{0,mean}$  ( $G_{R,mean} \approx G_{0,mean}/10$ ). (Popovski et al. 2019)



**Kuva 7.** Havainnollistava kuva CLT-rakenteen leikkausjoustavuudesta (mukaillen Popovski et al. 2019).

Tasoleikkaus on erityispiirre CLT:n rakennesuunnittelussa, joka on tärkeää huomioida. Puun syyt ovat pillimäisiä säikeitä, jotka pyrkivät rullamaan tai liukumaan toistensa suhteen, kun rakenteeseen kohdistuu leikkausrasituksia (kuva 8). Leikkausrasitusta pitkitäisissä lamelleissa verrataan lamellikerroksen lautojen leikkauslujuuteen  $f_v$  ja poikittaisissa lamelleissa puolestaan valmistajien ilmoittamaan tasoleikkauslujuuteen  $f_{v,R}$ . Poikittaislamellien tasoleikkauskestävyyden suuruus on noin puolet tai kolmasosa pitkitäislamellien leikkauskestävyydestä. (Borgström & Fröbel 2019; Wallner-Novak et al. 2014)



**Kuva 8.** Havainnollistava kuva tasoleikkauksesta (mukaillen Jelec et al. 2014).

## 3. RAKENNEANALYYSI

### 3.1 CLT:n analysointi teknisellä taivutusteorialla

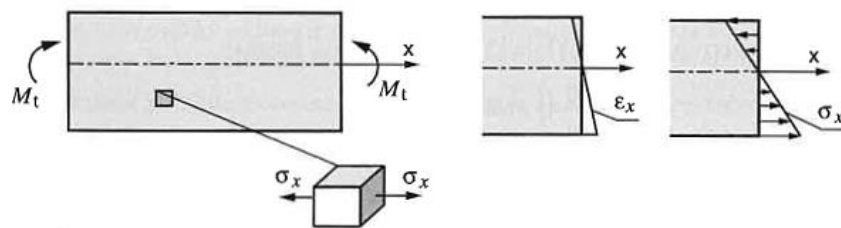
Tässä kappaleessa esitellään lujuusopin teoria, joka perustuu kimmoiseen materiaaliin, tarkemmin lineaarisesti kimmoiseen (linear elastic) tapaukseen. Kimmoista (elastic) materiaalia koskevaa lujuusopin teoriaa kutsutaan kimboteoriaksi, toiselta nimeltään elastiusteoriaksi. Kimmoisella materiaalilla tarkoitetaan materiaalia, jonka kuormituksesta aiheutuneet muodonmuutokset palautuvat kuormituksen loputtua. (Salmi & Pajunen 2018)

Deformoituvalla materiaalilla tarkoitetaan materiaalia, jossa syntyy kuormituksesta muodonmuutoksia. Lineaarisesti kimmoisa materiaali deformoituu jännityksen suhteen lineaarisesti tiettyyn suhteellisuusrajaan saakka. Useimmissa tapauksissa rakenteiden suunnittelussa rakennemateriaalin käyttäytyminen oletetaan lineaarisesti kimmoiseksi, tällainen oletus voidaan tehdä myös rakennusmateriaalin ollessa puu. Tällöin venymän ja jännityksen suhde on lineaarinen ja se voidaan esittää alla olevan yhtälön mukaisesti, tätä esitystä kutsutaan HOOKEEn laiksi (kuva 9). (Salmi & Pajunen 2018)

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1)$$

missä

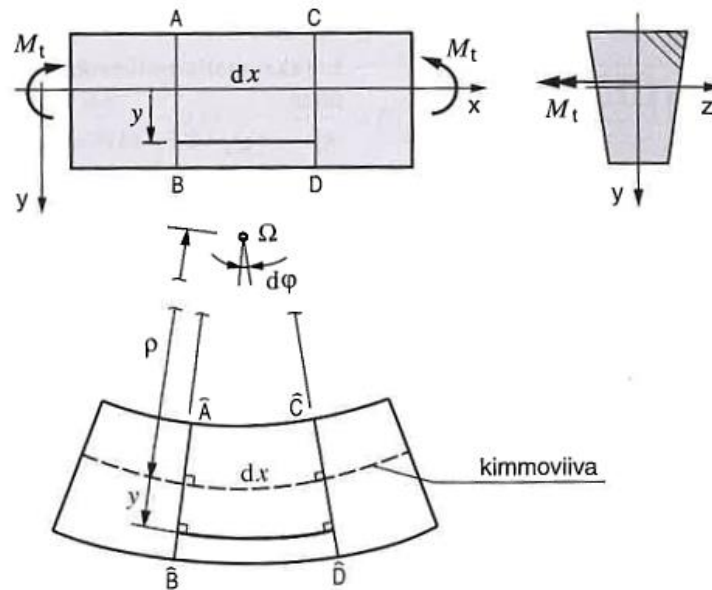
$\sigma$	jännitys [N/mm <sup>2</sup> ],
$E$	materiaalin kimmokerroin [N/mm <sup>2</sup> ],
$\varepsilon$	venymä [-].



**Kuva 9.** Palkin taivutusjännitys HOOKEEn lain mukaisesti (mukaillen Salmi & Pajunen, 2018).

Palkin puhtaassa taivutuksessa eli ainoastaan taivutusmomentin rasittaessa poikkileikkausta, palkin poikkileikkaustaso säilyy tasona, joka pysyy kohtisuorassa palkin pituus-  
säikeitä vastaan (kuva 10). Yleensä lujuusopin ongelmassa poikkileikkausta rasittaa taivutusmomentin lisäksi kuitenkin myös leikkausvoima, josta syntyy leikkausjännityksiä.

Tällaisessa yleisessä tapauksessa tehdään oletus, jonka mukaan poikkileikkaus säilyy tasona, joka pysyy yhä kohtisuorassa palkin pituussäikeitä vastaan. Tätä oletusta kutsutaan Bernoullin hypoteesiksi. (Salmi & Pajunen 2018)



**Kuva 10.** Poikkileikkauksen tasot säilyvät kohtisuorassa palkin pituussäikeitä vastaan (mukaillen Salmi & Pajunen, 2018).

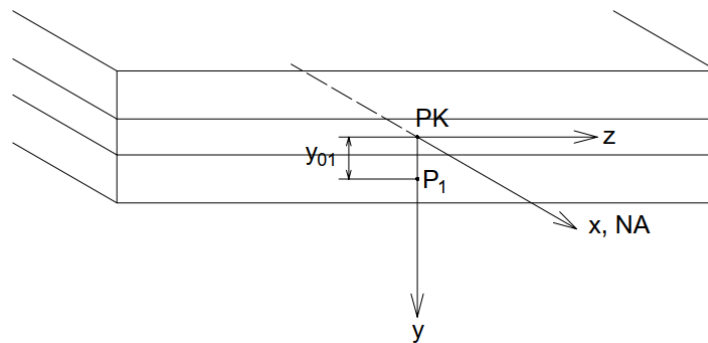
Poissonin vakion  $\nu$  eli suppeumakertoimen vaikutukseen liittyy palkkiteoriassa likimääräistys. Likimääräistyksen mukaan palkin poikkileikkauksen oletetaan pysyvän deformaatioissa yhtenevänä. Tämä ei kuitenkaan oikeasti pidä paikkaansa, sillä poikkileikkauksessa tapahtuu kutistumista tai laajenemista poikittaissuunnassa. Deformaatioksi (deformation) kutsutaan prosessia, jossa kappaleen pisteet siirtyvät kuormituksen seurauksena uusiin asemiin. (Salmi & Pajunen 2018)

Näitä kahta oletusta yhdessä, Bernoullin hypoteesia ja poikittaiskutistumien huomiotta jättämistä kutsutaan teknisen taivutusteorian perustaksi. Tekninen taivutusteoria tunnetaan myös nimellä Euler-Bernoullin palkkiteoria. Tekninen taivutusteoria ei ota huomioon leikkausjännitysjakaumasta poikkileikkaukseen syntyvää leikkausmuodonmuutosta eli liukumaa  $\gamma$ . Tekninen taivutusteoria on epätarkka laskentamenetelmä lyhyille ja korkeille palkeille. Teoria sopii parhaiten sellaisten palkkien laskentaan, missä palkin korkeus ei ole merkittävä palkin pituuteen verrattuna. Leikkausmuodonmuutoksien vaikutus leikkausjännityksiin on merkityksettömän pieni, kun palkki on riittävän pitkä. Palkin pituuden ja korkeuden suhteen tulee olla tällöin luokkaa  $L/h \geq 30$ . (Salmi & Pajunen 2018)

Teknistä taivutusteoriaa voidaan käyttää haluttaessa CLT:n laskentaan, mutta se ei huomioi lainkaan CLT:n joustavia poikittaiskerroksia eikä leikkausmuodonmuutoksia poikki-

leikkauksessa, ja johtaa näin ollen likimääräisiin laskentatuloksiin. Tekninen taivutusteoria halutaan kuitenkin esittää tässä työssä, sillä se on osana jokaista menetelmää, jotka tullaan seuraavaksi esittämään luvussa 3.

Työssä käsitellään ainoastaan lapetaivutettuja symmetrisiä CLT-poikkileikkauksia, jolloin CLT-poikkileikkauksen neutraaliakseli (NA) kulkee pintakeskiön (PK) kautta. Yksittäisen lamellikerroksen neutraaliakseli ja pintakeskiö sijaitsevat lamellikerroksen omassa keskipisteessä. Koordinaatisto sijoitetaan niin, että x-akseli kulkee palkin pituussuuntaan, y-akseli alaspäin ja z-akseli vaakasuorasti sivulle (kuva 11).



**Kuva 11.** Havainnekuva poikkileikkauksesta ja sen koordinaatistosta.

Useasta osasta koostuvan poikkileikkauksen neliömomentti z-akselin suhteen määritetään seuraavasti:

$$I_z = \sum (I_{oi} + A_i y_{0i}^2), \quad (2)$$

missä

$I_{oi}$  poikkileikkauksen osan  $i$  neliömomentti oman pintakeskiönsä suhteen ilman Steinerin osaa [ $\text{mm}^4$ ],

$A_i$  poikkileikkauksen osan  $i$  poikkipinta-ala [ $\text{mm}^2$ ],

$y_{oi}$  etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta osan  $i$  pintakeskiöön [mm].

Neliömomentti homogeeniselle yhdestä osasta koostuvalle suorakaidepoikkileikkaukselle:

$$I_z = \frac{bh^3}{12}, \quad (3)$$

missä

$b$  poikkileikkauksen leveys [mm],

$h$  poikkileikkauksen korkeus [mm].

Epähomogeenisen, useasta osasta koostuvan poikkileikkauksen taivutusjäykkyys saadaan määritettyä seuraavasti (Salmi & Kuula 2012):

$$\overline{EI}_z = \sum E_i I_{zi} = \sum E_i (I_{oi} + A_i y_{oi}^2), \quad (4)$$

missä

$E_i$  poikkileikkauksen osan  $i$  kimmokerroin [N/mm<sup>2</sup>],

$I_{zi}$  poikkileikkauksen osan  $i$  neliömomentti [mm<sup>4</sup>],

Suora taivutus tarkoittaa tilannetta, jossa taivutusmomentti vaikuttaa  $z$ -akselin ympäri ja leikkausvoima  $y$ -suunnassa. Poikkileikkauksessa vaikuttava taivutusjännitys suorassa taivutuksessa epähomogeenisen poikkileikkauksen tapauksessa:

$$\sigma_x(y, z) = E_i \frac{M_{tz}}{\overline{EI}_z} y, \quad (5)$$

$M_{tz}$  poikkileikkaukseen kohdistuva taivutusmomentti tarkastelukohdassa  $z$  [Nmm],

$\overline{EI}_z$  poikkileikkauksen taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],

$y$  etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta tarkastelukohtaan [mm].

Leikkausjännityksien selvittämiseksi tarvitsee määrittää staattinen momentti tarkastelukohdassa. Staattinen momentti määritetään seuraavasti:

$$S_z(y) = \int y dA = Ay_0, \quad (6)$$

missä

$A$  tarkastelukohdan erottaman poikkileikkauksen osan poikkipinta-ala [mm],

$y_0$  etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta tarkastelukohdan erottaman osan pintakeskiöön [mm].

Poikkileikkauksessa vaikuttava leikkausjännitys suorassa taivutuksessa (JOURAWSKI):

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y S_z(y)}{I_z b(y)}, \quad (7)$$

missä

$Q_y$  poikkileikkauksessa vaikuttava leikkausvoima [N],

$S_z(y)$  tarkastelukohdan erottaman osan poikkileikkauspinnan staattinen momentti  $z$ -akselin suhteen [mm<sup>3</sup>],

$I_z$  poikkileikkauksen neliömomentti [mm<sup>4</sup>],

$b(y)$  poikkileikkauksen leveys tarkastelukohdassa [mm].

Teknisen taivutusteorian mukaan leikkausmuodonmuutoksia ei huomioida, jolloin palkin taipuman määrittämisessä huomioidaan ainoastaan virtuaalisen taivutusmomentin  $\bar{M}$  tekemä työ. Taipuman kaava teknisen taivutusteorian mukaisessa yleisessä muodossa (Borgström & Fröbel 2019):

$$v = \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx, \quad (8)$$

missä

$M$  todellisen kuormituksen aiheuttama taivutusmomentti [Nmm],

$\bar{M}$  virtuaalinen taivutusmomentti [Nmm],

$EI$  poikkileikkauksen taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>].

Esimerkkinä yleisestä muodosta johdettu kaava maksimitaipumalle palkin keskellä tasaisen kuormituksen tapauksessa:

$$v_{max} = \frac{5qL^4}{384EI}, \quad (9)$$

missä

$q$  tasainen kuorma [N/mm],

$L$  palkin jänneväli [mm].

Maksimitaipuma palkin keskellä pistekuorman tapauksessa:

$$v_{max} = \frac{PL^3}{48EI}, \quad (10)$$

missä

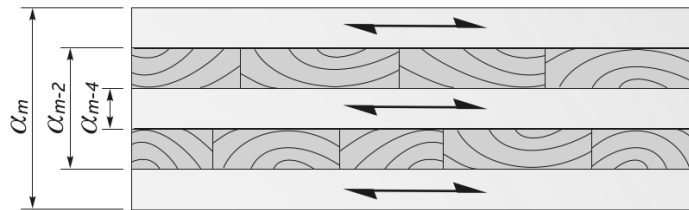
$P$  pistekuorma [N].

### 3.1.1 Komposiittiteoria

Massiivipuulevyjen kuten CLT:n suunnittelussa voidaan käyttää komposiittiteoriaa (Composite theory, Composite method, k-method). Tämä suunnittelumenetelmä tunnetaan vaneriteollisuudesta. Suunnittelumenetelmä perustuu yksittäisten kerroksien lujuus- ja jäykkyysominaisuuksiin. Tällöin pituus- ja poikittaissuuntaiset kerrokset tulee otettua huomioon. Komposiittiteoriassa kuten teknisessä taivutusteoriassakin oletetaan lineaar-

rinen jännitys-rasitus-suhde sekä Bernoullin hypoteesi poikkileikkauksen säilymisestä tasona on voimassa. Teknisen taivutusteorian tapaan myöskään komposiittiteoria ei ota huomioon leikkausmuodonmuutoksia yksittäisissä kerroksissa, tästä syystä menetelmää voidaan käyttää ainoastaan palkeilla, joilla riittävän korkea jänne-korkeus-suhde ( $L/h \geq 30$ ). Ristikkäisten kerroksien kimmokertoimen arvo on kolmaskymmenesosa pituussuuntaisten kerrosten kimmokertoimesta ( $E_{90} = E_0/30$ ). (Blass & Fellmoser 2004; Popovski et al. 2019)

Menetelmässä lasketaan arvo kokoonpanokertoimelle  $k_i$  (composition factor), joka kuvaa jäykkyyksien suhdetta tarkasteltavassa poikkileikkauksessa. Kokoonpanokertoimen avulla voidaan määrittää poikkileikkauksen taivutusjäykkyys. Kokoonpanokertoimen kaava vaihtelee tarkasteltavan kokoonpanon mukaan. Kaavaan tulee sijoittaa poikkileikkaussuureita, joita on havainnollistettu kuvassa 12. Tässä työssä ollaan kiinnostuneita kokoonpanoista, joissa kuormitus vaikuttaa kohtisuoraan tasoa vastaan, kokoonpanokertoimet esitetään tällaisille tapauksille. (Blass & Fellmoser 2004)



**Kuva 12.** Havainnollistava kuva poikkileikkauksen suureiden määrittelystä (mukailen Popovski et al. 2019).

Kuvassa 13 esitettyä kuormitustilannetta vastaava kokoonpanokerroin, kun palkki on tuettu kuormituksen pääsuunnassa (tässä työssä tarkasteltava lapetaivutettu tilanne) (Popovski et al. 2019):

$$k_1 = 1 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \pm a_1^3}{a_m^3}, \quad (11)$$

missä

$E_0$  pääsuunnan mukaisien kerroksien kimmokerroin [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ],

$E_{90}$  pääsuuntaa vastaan kohtisuorien kerroksien kimmokerroin [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ],

$a_1$  sisimmän kerroksen paksuus [mm],

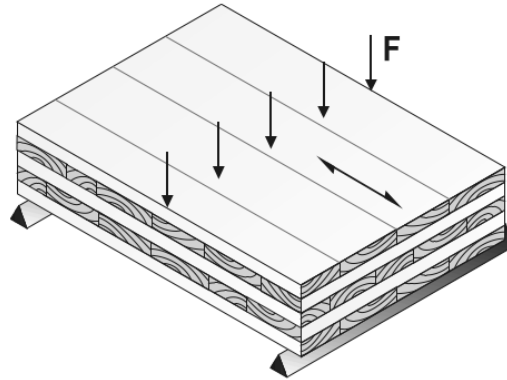
$a_{m-2}$  sisäkerroksien yhteenlaskettu paksuus (koko poikkileikkauksen paksuus vähennettynä uloimmat kerrokset) [mm],

$a_{m-4}$  poikkileikkauksen paksuus vähennettynä uloimmat kaksi kerrosta [mm],

$a_m$  koko levyn paksuus [mm],



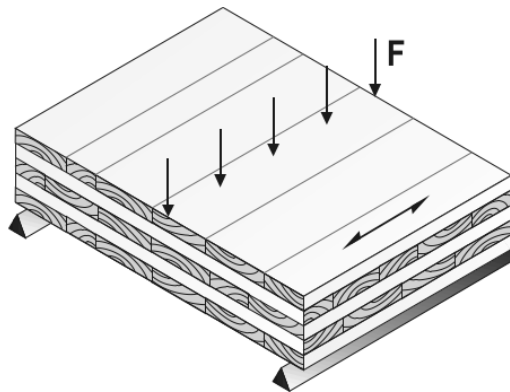
$m$  kerroksien lukumäärä [-].



**Kuva 13.** Havainnollistava kuva kokoonpanosta, kun palkki tuettu päistään kuormituksen pääsuunnassa (mukaiillen Popovski et al. 2019).

Kuvassa 14 esitettyä kuormitustilannetta vastaava kokoonpanokerroin, kun palkki tuettu kuormituksen pääsuuntaa vastaan kohtisuorasti:

$$k_2 = \frac{E_{90}}{E_0} + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \pm a_1^3}{a_m^3}. \quad (12)$$



**Kuva 14.** Havainnollistava kuva kokoonpanosta, kun palkkio on tuettu päistään kuormituksen pääsuuntaa vastaan kohtisuorasti (mukaiillen Popovski et al. 2019).

Taivutusjäykkyys komposiittimenetelmän mukaisesti, kun kuorma vaikuttaa kohtisuorassa tasoa vastaan:

$$EI = E_0 \frac{ba_m^3}{12} k_{1(2)}. \quad (13)$$

Komposiittiteorian mukaan laskettu taivutusjäykkyys tuottaa täysin saman tuloksen kuin teknisen taivutusteorian mukainen epähomogeenisen poikkileikkauksen taivutusjäykkyys. Komposiittiteorian kokoonpanokertoimeen on syötetty sisään termit, jotka korvaavat teknisen taivutusteorian mukaisen taivutusjäykkyyden laskennan osissa. Poikkileikkauksen taivutus- ja leikkausjännitykset lasketaan samoilla kaavoilla, jotka esitettiin

aiemmin teknisessä taivutusteoriassa. Käyttörajan taipuma lasketaan myös kuten teknisessä taivutusteoriassa.

## 3.2 Gamma-menetelmä

Nykyiset Suomessa CLT:n mitoituksessa käytettävät RIL 205-1-2017 lisäohjeet (Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry 2017b; Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry 2017c) ovat määritetty soveltaen joustavasti kootun kerrospalkin teoriaa. Joustavasti kootun kerrospalkin teoria on peräisin SFS-EN 1995-1-1:n liitteestä B, Mekaanisin liittimin kootut palkit. Tästä joustavasti kootun palkin -teoriasta käytetään myös nimitystä Gamma-menetelmä (Gamma method,  $\gamma$ -process).

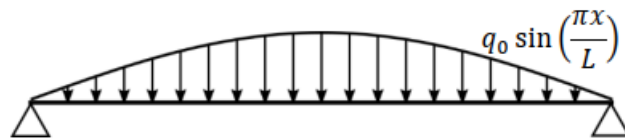
Gamma-menetelmä perustuu tekniseen taivutusteoriaan (Euler-Bernoulli), minkä mukaan palkin poikkileikkaus säilyy kohtisuorana tasona palkin neutraaliakselia vastaan taivutuksessa. Gamma-menetelmä ei huomioi yksittäisten komponenttien leikkausmuodonmuutoksia suoraan, menetelmä ottaa leikkausmuodonmuutokset kuitenkin epäsuorasti huomioon laskettaessa tehollista taivutusjäykkyyttä liitoshyötysuhdekertoimilla. Yksittäisten komponenttien leikkausmuodonmuutoksien vaikutus leikkausjäännityksiin on merkityksettömän pieni, kun palkki on riittävän pitkä. Kuten teknisessä taivutusteoriasakin, pyritään välttämään lyhyitä ja korkeita palkkeja. Palkin pituuden ja korkeuden suhteen tulee olla luokkaa  $\sim L_{CLT}/h_{CLT} \geq 15$ , jotta menetelmää voidaan käyttää. (Jelec et al. 2018)

Gamma-menetelmä perustuu siihen, että viereiset kerrokset on liitetty joustavasti toisiinsa mekaanisin liittimin ja jokaisen yksittäisen kerroksen neliömomentin Steinerin osaa pienennetään liitoshyötysuhdekertoimella  $\gamma$ . Liitoksen hyötysuhdekerroin riippuu rakenteen tehollisesta pituudesta ja komponenttien välisen liitoksen jäykkyyksertomesta. Tehollisella pituudella  $l_{ref}$  tarkoitetaan palkin kahden momentin nollakohdan (käännepisteiden) välistä etäisyyttä, vastaavasti puristetun sauvan nurjahduspituuden kanssa (Popovski et al. 2019). Eurokoodi 5:en mukaan tehollinen pituus riippuu tarkasteltavan palkin tuennoista taulukon 1 esittämällä tavalla (SFS-EN 1995-1-1 + A1 + A2 + AC 2014).

**Taulukko 1.** Teholliset pituudet  $l_{ref}$  tuennan mukaan (SFS-EN 1995-1-1 + A1 + A2 + AC 2014).

Tehollinen pituus $l_{ref}$	Rakenne
$1,0l$	yksinkertaisesti tuettu yksiaukkoinen palkki, $l$ = palkin pituus
$0,8l$	yksinkertaisesti tuettu moniaukkoinen palkki, $l$ = aukon pituus
$2,0l$	ulokepalkki, $l$ = ulokkeen pituus

Gamma-menetelmän yhtälöiden määrittämisessä on käytetty sinimuotoista kuormitusta (kuva 15). Ratkaisemalla teknisen taivutusteorian (Euler-Bernoulli) taipuman differentiaaliyhtälö sinimuotoisella kuormituksella on saatu johdettua nykyinen Eurokoodi 5:ssäkin esitetty Gamma-menetelmän tehollisen neliömomentin lauseke liitoshyötysuhdekertoimiseen. (Cuerrier-Auclair 2020)



**Kuva 15.** Sinimuotoinen kuormitus (Cuerrier-Auclair 2020).

Tämä tarkka suljettu ratkaisu on saatu yksinkertaisesti tuetulle palkille sinimuotoisella kuormituksella. Tätä ratkaisua saadaan käyttää kuitenkin myös tasaisen kuormituksen ja pistekuorman tapauksessa, sillä ero tarkan ratkaisun ja tasaisen kuormituksen tai pistekuorman välillä on hyvin pieni. (Blass & Sandhaas 2017; Popovski et al. 2019)

Gamma-menetelmää käytetään yleisesti mekaanisin liittimin koottujen palkkien laskennassa. Menetelmä soveltuu myös keskeisesti kuormitettujen mekaanisin liittimin koottujen pilareiden laskentaan. Menetelmällä saadaan määritettyä tehollinen taivutusjäykkyys  $EI_{ef}$  palkeille, joiden poikkileikkaus koostuu jopa viidestä kerroksesta. Menetelmä on voimassa CLT:n tapauksessa 3- ja 5-lamellisille poikkileikkauksille, joissa on 2–3 pituus-suuntaista lamellikerrosta. (Blass & Sandhaas 2017; Borgström & Fröbel 2019)

Rakenteen poikkileikkauksen tehollinen neliömomentti saadaan laskettua summaamalla yhteen yksittäisten lamellikerroksien neliömomentit ja yksittäisten kerroksien Steinerin osuudet pienennettynä liitosten hyötysuhdekertoimilla. Kaavamuotoinen SFS-EN 1995-1-1:n mukainen esitys teholliselle neliömomentille:

$$I_{ef} = \sum_1^3 (I_i + \gamma_i A_i a_i^2), \quad (14)$$

missä

$I_i$  lamellikerroksen  $i$  neliömomentti [ $\text{mm}^4$ ],

$\gamma_i$  pituussuuntaisten kerrosten välisen liitoksen hyötysuhdekerroin [-],

$A_i$  lamellikerroksen  $i$  poikkipinta-ala [ $\text{mm}^2$ ],

$a_i$  etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta lamellikerroksen  $i$  keskelle [mm].

Yksittäisen lamellikerroksen  $i$  poikkipinta-ala:

$$A_i = b_i h_i, \quad (15)$$

missä

$b_i$  lamellikerroksen  $i$  leveys [mm],

$h_i$  lamellikerroksen  $i$  paksuus [mm].

Yksittäisen lamellikerroksen  $i$  neliömomentti:

$$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}. \quad (16)$$

Tehollinen taivutusjäykkyys määritetään kuten tehollinen neliömomenttikin:

$$EI_{ef} = \sum_1^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2), \quad (17)$$

missä

$E_i$  lamellikerroksen  $i$  kimmokerroin [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ].

Leikkausvoimista syntyvät leikkausjännitykset aiheuttavat poikittaiskerrokseen leikkausmuodonmuutoksia. Nämä leikkausmuodonmuutokset rakenteessa otetaan huomioon epäsuorasti liitosten hyötysuhdekertoimilla  $\gamma_i$ . CLT:ssä poikittaiset kerrokset toimivat pituussuuntaisten kerrosten välisenä liitoksena. Liitoshyötysuhdekerrointa varten tarvittava liitoksen jäykkyyskerroin riippuu CLT:n tapauksessa poikittaisten kerrosten leikkausjäykkyydestä. Korvaamalla SFS-EN 1995-1-1:n joustavasti kootun kerrospalkin teorian mukainen mekaanisten liittimien jäykkyyskerroin  $s_i/K_i$  uudella poikittaislamellin jäykkyyksellä  $d_{ij}/(G_{R,mean}b)$ , saadaan Gamma-menetelmästä sopiva CLT:n mitoittamista varten (kaava 18). (Popovski et al. 2019)

$$\frac{s_i}{K_i} = \frac{d_{ij}}{G_{R,mean}b'} \quad (18)$$

missä

$s_i$  liitinväli tarkasteltavan leikkausvoiman kohdalla [mm],

$K_i$  siirtymäkerroin [N/mm],

$d_{ij}$  pituussuuntaisten kerrosten  $i$  ja  $j$  välissä olevan poikkittaisen kerroksen paksuus [mm],

$G_{R,mean}$  tasoleikkausmoduulin keskiarvo [N/mm<sup>2</sup>],

$b$  laatan leveys [mm].

Liitoksen hyötysuhdekertoimen arvo on välillä 0–1. Kertoimen arvon ollessa nolla, ei kappaleiden välillä ole liitosta ollenkaan, vaan komponentit ajatellaan yksittäisiksi toisistaan irrallisiksi komponenteiksi. Arvon ollessa 1 kappaleiden välillä ajatellaan olevan jäykkä liitos ja niiden ajatellaan olevan geometrisesti yhtä kokonaista poikkileikkausta. Liitoksen hyötysuhdekerroin SFS EN-1995-1-1:n mukaan lasketaan seuraavasti:

$$\gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_i A_i s_i}{K_i l^2}}, \quad i = 1 \text{ ja } 3, \quad (19)$$

$$\gamma_2 = 1. \quad (20)$$

Pituussuuntaisten lamellikerrosten välisten liitosten hyötysuhdekertoimet CLT-poikkileikkaukselle lasketaan seuraavasti (Jelec et al. 2012; Popovski et al. 2019):

$$\gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{0,mean} A_i d_{ij}}{G_{R,mean} b l_{ref}^2}}, \quad i = 1 \text{ ja } 3, \quad (21)$$

missä

$E_{0,mean}$  pituussuuntaisten lamellikerrosten keskimääräinen kimmomoduuli [N/mm<sup>2</sup>],

$l_{ref}$  laatan tehollinen pituus [mm].

Pituussuuntaisten lamellikerrosten etäisyydet CLT-poikkileikkauksen neutraaliakselilta määritetään seuraavilla kaavoilla:

$$a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2, \quad (22)$$

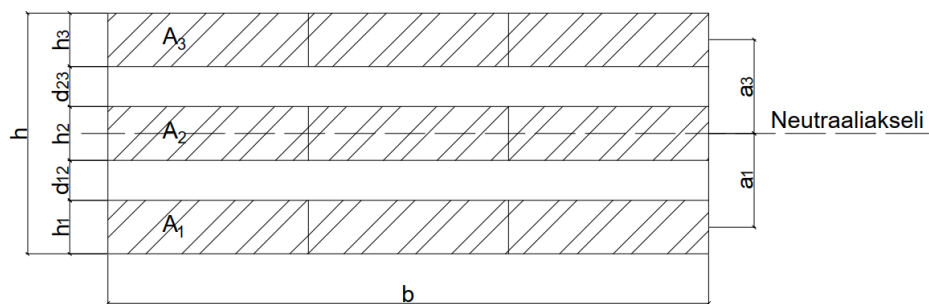
$$a_2 = \frac{\gamma_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\sum_1^3 (\gamma_i A_i)}, \quad (23)$$

$$a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2. \quad (24)$$

Poikkileikkauksen ollessa symmetrinen, neutraaliakselin ylä- ja alapuolella saman kohdan liitoksien hyötysuhdekertoimet ovat samat. Symmetrisessä tapauksessa myös keskimmäisen lamellin keskipisteen etäisyys neutraaliakselille on nolla. Edellä mainituista syistä symmetrisen 5-lamellisen CLT-levyn, jossa uloimmat lamellit ovat pituussuuntaisesti (kuva 16), saadaan tehdä seuraavat oletukset:

$$a_2 = 0, \quad (25)$$

$$\gamma_1 = \gamma_3. \quad (26)$$



**Kuva 16.** Havainnekuva 5-lamellisen CLT-levyn poikkileikkauksen muuttujista.

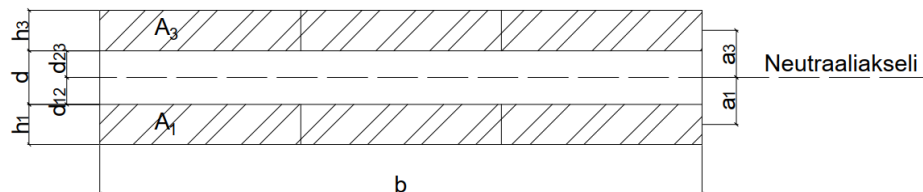
Symmetriselle 3-lamelliselle CLT-levylle, jossa uloimmat lamellit ovat pituussuuntaisesti (kuva 17), tehdään vastaavasti seuraavat oletukset:

$$h_2 = 0, \quad (27)$$

$$d_{12} = d_{23} = d/2, \quad (28)$$

missä

$d$  poikkileikkauksen keskellä olevan poikkittaislamellin paksuus [mm].



**Kuva 17.** Havainnekuva 3-lamellisen CLT-levyn poikkileikkauksen muuttujista.

SFS-EN 1995-1-1:n liitteen B mukaisesti saadaan määritettyä CLT-laatalle taivutus- ja leikkausjännitykset, kun neliömomenttien ja taivutusjäykkyyksien paikalla käytetään CLT:lle määritettyjä tehollisia arvoja. Taivutusjännitys lamellin  $i$  keskellä poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen:

$$\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{I_{ef}} \gamma_i a_i = \frac{M_d}{EI_{ef}} \gamma_i E_i a_i, \quad (29)$$

missä

$M_d$  mitoittava taivutusmomentti [Nmm],

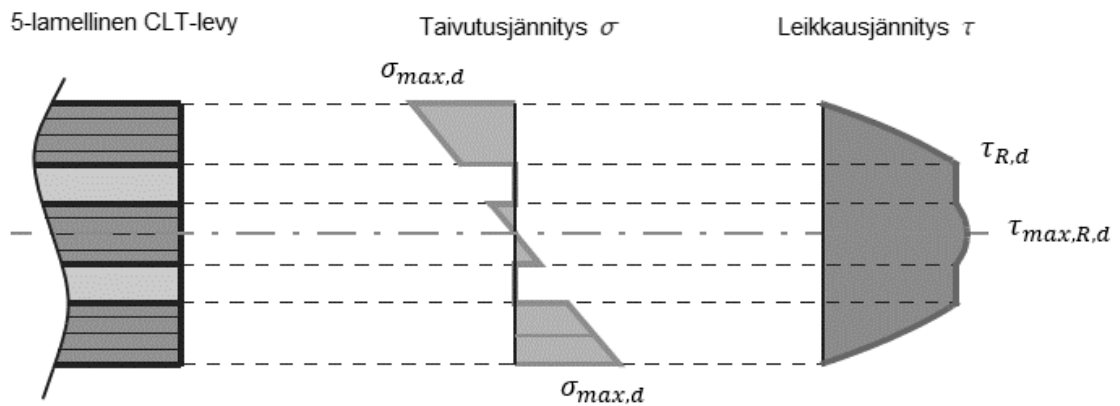
$I_{ef}$  tehollinen neliömomentti [mm<sup>4</sup>].

Lamellin  $i$  taivutusjännitys oman neutraaliakselinsa suhteen:

$$\sigma_{m,i,d} = \frac{M_d h_i}{I_{ef} 2} = \frac{M_d E_i h_i}{EI_{ef} 2}. \quad (30)$$

Maksimitaivutusjännitys saadaan summaamalla taivutusjännitykset uloimman pituussuuntaisen lamellin reunalla (kuva 18):

$$\sigma_{max,d} = \frac{M_d}{I_{ef}} \gamma_i a_i + \frac{M_d h_i}{I_{ef} 2}. \quad (31)$$



**Kuva 18.** Havainnekuva 5-lamellisen CLT-levyn taivutus- ja leikkausjännityksistä (mukaillen Bogensperger et al. 2014).

Leikkausvoiman aiheuttama tasoleikkausjännitys liimasauman kohdalla (kuva 9) määritetään seuraavasti:

$$\tau_{R,d} = \frac{V_d \gamma_i S_i}{I_{ef} b}, \quad (32)$$

missä

$V_d$  mitoittava leikkausvoima [N],

$S_i$  tarkasteltavan liimasauman erottaman poikkileikkauksen osan staattinen momentti neutraaliakselin suhteen [mm<sup>3</sup>].

Taipuma halutussa tarkastelukohdassa lasketaan teknisen taivutusteorian mukaisesti, ainoastaan taivutusjäykkyys  $EI$  korvataan nyt tehollisella taivutusjäykkyydellä  $EI_{ef}$ .

Työssä esitetyt kaavat ovat tutkimuksen rajauksien mukaisesti symmetrisille poikkileikkauksille. Epäsymmetrisillekin poikkileikkauksille on esitetty kirjallisuudessa omat kaavansa (Borgström & Fröbel 2019). Ulkomaalaisissa teoksissa (Borgström & Fröbel 2019; Bogensperger et al. 2012) esitetään erikseen kaavat 3- ja 5-lamellisille tapauksille, RIL 205-1-2017 lisäohjeiden mukaisten Gamma-menetelmän kaavojen noudattaminen niin sanotusti sanasta sanaan johtaa samaan lopputulokseen.

Kun CLT-levyssä on lamellikerroksia 7 tai enemmän tarvitsee laskentaa soveltaa menetelmän hyödyntämiseksi. Tätä sovellettua yli 5-lamellisille sopivaa menetelmää kutsutaan laajennetuksi Gamma-menetelmäksi (The extended Gamma method). (Borgström & Fröbel 2019; Wallner-Novak et al. 2014)

### 3.2.1 Laajennettu Gamma-menetelmä

Normaali Gamma-menetelmä on rajoitettu kahteen tai kolmeen pituussuuntaiseen lamellikerrokseen eli korkeintaan 5-lamelliseen CLT-poikkileikkaukseen. Gamma menetelmää tarvitsee laajentaa, jos sitä käytetään poikkileikkaukselle, jossa on enemmän kuin kolme pituussuuntaista lamellia. Laajennettua menetelmää kutsutaan laajennetuksi Gamma-menetelmäksi (extended Gamma method, extended Gamma process). Tämän laajennetun menetelmän myötä liitoshyötysuhdekertoimet määritetään lineaarisilla yhtälöryhmillä. (Wallner-Novak et al. 2014)

Normaali Gamma-menetelmä osaa huomioida neutraaliakselin ylä- tai alapuolella olevan yhden joustavan poikittaiskerroksen ja siihen sitoutuneet jäykät pituussuuntaiset lamellikerrokset. 7- tai 9-lamellisessa CLT-poikkileikkauksessa joustavia poikittaiskerroksia on enemmän kuin yksi neutraaliakselin ylä- ja alapuolella. Gamma-menetelmä ei osaa neutraaliakselista katsottuna kauemman poikittaislamellikerroksen liitoshyötysuhdekertoimen laskennassa huomioida, että tarkasteltavan poikittaiskerroksen ja neutraaliakselin välissä on jo yksi aiempi joustava kappale. Tämä asia osataan huomioida laajennetun Gamma-menetelmän mukaisessa laskennassa.

Pituussuuntaisiin kerroksiin liittyvät liitoshyötysuhdekertoimien lausekkeet, eivät enää ratkea suljetussa muodossa, vaan jäävät yhtälöryhmäksi, joka voidaan kirjoittaa matriisimuodossa. Yhtälöryhmän muodostamiseksi tarvitsee määrittää poikkileikkaustekijät, jotka esitetään seuraavaksi. (Wallner-Novak et al. 2014)

Poikkileikkauksen neutraaliakselin etäisyys poikkileikkauksen yläpinnasta [mm]

$$z_s = \frac{\sum_{i=1}^n E_i d_i o_i}{\sum_{i=1}^n E_i d_i}, \quad (33)$$

missä



- $E_i$  pituussuuntaisen kerroksen  $i$  kimmokerroin [ $\text{N/mm}^2$ ],  
 $d_i$  kerroksen  $i$  paksuus [ $\text{mm}$ ],  
 $o_i$  etäisyys poikkileikkauksen yläpinnasta yksittäisen kerroksen  $i$  omalle neutraaliakselille [ $\text{mm}$ ].

Etäisyys yksittäisen pituussuuntaisen kerroksen  $i$  keskeltä poikkileikkauksen neutraaliakselille:

$$a_i = o_i - z_s, \quad (34)$$

missä

- $z_s$  neutraaliakselin etäisyys poikkileikkauksen yläreunasta [ $\text{mm}$ ].

Liitoksen jäykkyyserroin CLT:n joustavalle poikittaiskerrokselle:

$$C_{j,k} = \frac{bG_{R,j,k}}{d_{j,k}}, \quad (35)$$

missä

- $b$  poikittaiskerroksen  $j,k$  leveys [ $\text{mm}$ ],  
 $G_{R,j,k}$  poikittaiskerroksen  $j,k$  liukumoduuli [ $\text{N/mm}^2$ ],  
 $d_{j,k}$  poikittaiskerroksen  $j,k$  paksuus [ $\text{mm}$ ].

Jäykkyyserroin CLT:n pituussuuntaisille kerroksille:

$$D_i = \frac{\pi^2 E_i b d_i}{l_{ref}^2}, \quad (36)$$

missä

- $b$  pituussuuntaisen kerroksen  $i$  leveys [ $\text{mm}$ ],  
 $d_i$  pituussuuntaisen kerroksen  $i$  paksuus [ $\text{mm}$ ],  
 $l_{ref}$  tehollinen pituus [ $\text{mm}$ ].

Matriisimuotoinen lineaarinen yhtälöryhmä:

$$[V] \cdot [\gamma] = [s] \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ v_{2,1} & v_{2,2} & v_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & v_{3,2} & v_{3,3} & v_{3,4} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & v_{m,m-1} & v_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} \quad (38)$$

missä

$$v_{i,i-1} = -C_{i-1,i}a_{i-1}, \quad (39)$$

$$v_{i,i} = (C_{i-1,i} + C_{i,i+1} + D_i)a_i, \quad (40)$$

$$v_{i,i+1} = -C_{i,i+1}a_{i+1}, \quad (41)$$

$$s_i = -C_{i,i+1}(a_{i+1} - a_i) + C_{i-1,i}(a_i - a_{i-1}). \quad (42)$$

CLT-poikkileikkauksen liitoksien hyötysuhdekertoimet saadaan ratkaistua aiemmasta yhtälöryhmästä seuraavasti:

$$[\gamma] = [V]^{-1} \cdot [s]. \quad (43)$$

Liitoshyötysuhdekertoimien ratkaisemisen jälkeen laskenta etenee täysin samalla tavalla kuin normaalissa Gamma-menetelmässä, katso luku 3.2.

### 3.3 Timoshenkon palkkiteoria

Aiemmin esitetyn teknisen taivutusteorian rinnalle on kehitetty lisäksi teorioita, jotka ottavat likimääräisesti huomioon poikkileikkauksen leikkausjännitysjakautuman vaikutuksen deformaatioon. Yksi tällainen leikkausmuodonmuutoksen huomioiva teoria on Timoshenkon palkkiteoria (Timoshenko beam theory). Timoshenkon palkkiteoria on vanha teoria, joka on kehitetty jo 1920-luvulla. Teoria on jatkoa Euler-Bernoullin palkkiteorialle. Teorian kehitti yksi 1900-luvun merkittävimmistä lujuusopin kehittäjistä Stephen Timoshenko. (Salmi & Pajunen 2018)

Timoshenkon palkkiteorian perusyhtälöt ottavat huomioon poikkileikkaustason keskimääräisen liukuman  $\gamma$  eli leikkausmuodonmuutoksen. Leikkausmuodonmuutoksia syntyy, kun tasot liukuvat toistensa suhteen. Euler-Bernoullista poiketen Timoshenkon palkkiteorian mukaan palkin poikkileikkaus säilyy tasossa, mutta se ei pysy enää kohtisuorassa kimmoviivaa vastaan, alla esitetty havainnollistava kuva tästä ilmiöstä. Kerroksellisen CLT-levyn tapauksessa poikkileikkauksen pysyminen tasossa tarkoittaa sitä, että yksittäisten lamellikerroksien keskipisteet pysyvät samalla suoralla poikkileikkauksen ylitse. Palkin alkutilan suora akseli taipuu kuormitustasossaan tasokäyräksi, tätä taipunutta muotoa sanotaan palkin kimmoviivaksi tai taipumaviivaksi (deflection curve). (Salmi & Kuula 2017)

Menetelmää voidaan käyttää mielivaltaisella kuormituksella, eikä se rajoitu mihinkään tiettyyn kerroksien tai palkin jänteiden enimmäismäärään, joten menetelmä soveltuu monikerroksisille ja moniaukkoisille rakennemalleille millä tahansa kuormituksella (Heinisuo & Pajunen 2021). Leikkausmuodonmuutosten huomioiminen tekee menetelmästä sopi-

van erityisesti lyhyiden ja korkeiden ( $L/h < 15$ ) ja kerroksellisten sandwich palkkien ja laattojen analysointiin, joissa liukuma on suurempi suhteessa pituuteen kuin pitkissä rakenteissa (Popovski et al. 2019)

Tehollista taivutusjäykkyyttä laskettaessa voidaan poikittaisten lamellikerroksien taivutusjäykkyys pituussuunnassa yksinkertaistuksen vuoksi asettaa nolaksi ( $E_{90} = 0$ ). Tämän yksinkertaistuksen tekeminen on mahdollista, koska poikittaislamellien kimmokerroin  $E_{90}$  on mitättömän pieni verrattaessa pituussuuntaisten lamellien kimmokertoimeen  $E_0$ . Lamellien kimmokertoimien suhde on luokkaa  $E_0/E_{90} \approx 30$ . Tehtäessä tämä yksinkertaistus, taivutusjännitykset pituussuuntaisissa lamelleissa kasvavat, ja tulokset ovat siten turvallisella puolella (Thiel & Brandner 2016).

Timoshenkon palkkiteorian mukaan määritettävä taivutusjäykkyys  $EI$  ei riipu palkin tehollisesta pituudesta, palkkiteorian mukaan tehollinen taivutusjäykkyys riippuu ainoastaan poikkileikkaustekijöistä, aivan kuten teknisessä taivutusteoriassa. CLT-laatan taivutusjäykkyys saadaan summaamalla lamellikerroksien neliömomentit omien neutraaliakseleidensa suhteen ja poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen määritettävät lamellikerroksien Steinerin osuudet (Niederwestberg et al. 2018; Thiel & Brandner 2016):

$$(EI)_{net} = \sum (E_i I_i + E_i A_i a_i^2) = \sum \left( E_i \frac{bt_i^3}{12} + E_i bt_i a_i^2 \right), \quad (44)$$

missä

$A_i$	lamellikerroksen $i$ poikkipinta-ala [ $\text{mm}^2$ ],
$a_i$	etäisyys lamellikerroksen $i$ keskeltä rakenteen neutraaliakselille [ $\text{mm}$ ],
$b$	palkin leveys [ $\text{mm}$ ],
$E_i$	lamellikerroksen $i$ kimmokerroin [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ],
$I_i$	lamellikerroksen $i$ neliömomentti [ $\text{mm}^2$ ],
$t_i$	lamellikerroksen $i$ paksuus [ $\text{mm}$ ].

Timoshenkon palkkiteorian käyttäminen CLT:n laskentaan on mahdollista, mutta se edellyttää erikseen CLT:tä varten kehitetyn leikkauskorjauskertoimen eli kappakertoimen  $\kappa$  (shear correction factor, shear correction coefficient) käyttöä. Tämä leikkauskorjauskero sijoitetaan alkuperäisen teorian mukaisen leikkausmuotokerroimen  $\kappa$  paikalle. Leikkausmuotokerrointa käytetään normaalisti homogeenisille ja isotrooppisille suorakaidepoikkileikkauksille, tämän vuoksi alkuperäistä kappakerrointa ei voida soveltaa suoraan CLT:n alueittain epähomogeeniseen poikkileikkaukseen. Palkkiteoria huomioi

leikkausmuodonmuutokset tämän leikkauskorjauskertoimen avulla. Leikkauskorjauskerroimella kompensoidaan virheellinen oletus siitä, että leikkausjännitys jakauma pysyisi vakiona poikkileikkauksen ylitse. (Niederwestberg et al. 2018)

Timoshenkon palkkiteorian mukaan tehollinen leikkausjäykkyys saadaan säätämällä leikkausjäykkyyttä leikkausmuotokertoimella eli CLT:n tapauksessa leikkauskorjauskerroimella  $\kappa$ . Säädetty tehollista leikkausjäykkyyttä käytetään myöhemmin rakenteen taipumien laskennassa. Alla esitetty kaava teorian mukaiselle teholliselle leikkausjäykkyydelle (Borgström & Fröbel 2019; Niederwestberg et al. 2018)

$$(GA)_{eff} = \kappa \sum G_i A_i = \kappa \sum G_i b t_i, \quad (45)$$

missä

$G_i$  lamellikerroksen  $i$  liukumoduuli [N/mm<sup>2</sup>],

$\kappa$  leikkauskorjauskerroin [-].

CLT-levyn analysointiin tarkoitettu leikkauskorjauskerroin lasketaan seuraavasti (Borgström & Fröbel 2019; Christovasilis et al. 2016):

$$\kappa = \frac{(\sum (E_i I_i + E_i A_i a_i^2))^2}{\sum G_i b t_i \int_h \frac{S^2(z) E^2(z)}{G(z) b(z)} dz} = \frac{((EI)_{eff})^2}{\sum G_i b t_i \int_h \frac{S^2(z) E^2(z)}{G(z) b(z)} dz}, \quad (46)$$

missä

$E(z)$  kimmokerroin tarkastelukohdassa  $z$  [N/mm<sup>2</sup>],

$S(z)$  staattinen momentti tarkastelukohdassa  $z$  [mm<sup>3</sup>],

$G(z)$  liukumoduuli tarkastelukohdassa  $z$  [N/mm<sup>2</sup>],

$b(z)$  palkin leveys tarkastelukohdassa  $z$  [mm],

$(z)$  tarkastelukohdan etäisyys neutraaliakselilta [mm].

Staattisen momentin integroitava lauseke epähomogeeniselle poikkileikkaukselle on haastavaa määrittää, mutta leikkauskorjauskertoimelle löytyy lamellikerrosten määrään perustuvia vakioarvoja ja taulukoituja poikkileikkauskohtaisia arvoja kirjallisuudesta. Lamellikerrosten määrään perustuvia vakioarvoja löytyy itävaltalaisesta CLT:n suunnittelu-teoksesta (Wallner-Novak et al. 2014). Taulukoituja poikkileikkauskohtaisia arvoja löytyy ruotsalaisesta CLT käsikirjasta (Borgström & Fröbel 2019).

Leikkauskorjauskertoimien vakioarvot on esitetty taulukossa 2 Wallner-Novak et al. (2014, s. 185) mukaan CLT:lle, joka on valmistettu standardilamelleista (standardilamellien eri paksuudet 20, 30, 40 mm).

**Taulukko 2.** Leikkauskorjauskertoimien arvot lamellimäärän mukaan (Wallner-Novak et al. 2014).

Lamellien lukumäärä	Leikkauskorjauskerroin $\kappa$
3	0,15–0,18
5	0,18–0,20
7	0,25–0,29
9	0,26–0,29

Borgström & Fröbel (2019, s. 43) mukaan koottu otanta (taulukko 3) valmiiksi taulukoiduista leikkauskorjauskertoimen arvoista erilaisille CLT-valmistuskombinaatioille. Oletuksena on, että palkki on yksinkertaisesti tuettu.

**Taulukko 3.** Leikkauskorjauskertoimen  $\kappa$  arvoja CLT-levyille, kun lamellit on valmistettu lujuusluokan C24 puutavarasta, leveys  $b=1,0$  m,  $E_0=11000$  MPa,  $E_{90}=0$  MPa,  $G_0=650$  MPa ja  $G_{90}=50$  MPa (Borgström & Fröbel 2019).

CLT-levyn paksuus $h_{CLT}$ (mm)	Lamellin paksuus $t_1$ (mm)	Lamellin paksuus $t_2$ (mm)	Lamellin paksuus $t_3$ (mm)	Lamellin paksuus $t_4$ (mm)	Lamellin paksuus $t_5$ (mm)	Leikkauskorjauskerroin $\kappa$
60	20	20	20			0,163
80	30	20	30			0,178
90	30	30	30			0,163
110	40	30	40			0,172
120	40	40	40			0,163
150	30	30	30	30	30	0,194
160	40	20	40	20	40	0,199
180	40	30	40	30	40	0,219
200	40	40	40	40	40	0,194

CLT-levyn taivutusjännitys tarkastelukohdassa  $(x, z)$  määritetään, kuten teknisessä taivutusteoriassa:

$$\sigma(x, z) = \frac{M_y(x)}{(EI)_{net}} zE(z), \quad (47)$$

missä

- $M_y(x)$  poikkileikkaukseen kohdistuva taivutusmomentti tarkastelukohdassa [Nmm],
- $(EI)_{net}$  tehollinen taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],
- $z$  tarkastelukohdan etäisyys neutraaliakselilta [mm],
- $E(z)$  kimmokerroin tarkastelukohdassa [N/mm<sup>2</sup>].

CLT-levyn leikkausjännitys tarkastelukohdassa  $(x, z)$  määritetään, kuten teknisessä taivutusteoriassa:

$$\tau(x, z) = \frac{V(x)S_i(z)E_i}{(EI)_{net}b}, \quad (48)$$

missä

- $V_z(x)$  poikkileikkaukseen kohdistuva leikkausvoima x-koordinaatin kohdalla [N],
- $S_i(z)$  tarkastelukohdan erottaman poikkileikkauksen osan staattinen momentti neutraaliakselin suhteen [mm<sup>3</sup>].

Käyttörajatilan tarkastelussa analysoidaan rakenteen taipumaa ja värähtelyä. Timoshenkon palkkiteorian mukaan leikkausmuodonmuutokset huomioidaan, tällöin myös virtuaalinen leikkausvoima  $\bar{V}$  tekee työtä virtuaalisen taivutusmomentin  $\bar{M}$  lisäksi. Taipuman lauseke yleisessä muodossa Timoshenkon palkkiteorian mukaisesti (Borgström & Fröbel 2019):

$$w = \int \frac{M\bar{M}}{(EI)_{net}} dx + \int \frac{V\bar{V}}{(GA)_{eff}} dx, \quad (49)$$

missä

- $M$  todellisen kuormituksen aiheuttama taivutusmomentti [Nmm],
- $\bar{M}$  virtuaalinen taivutusmomentti [Nmm],
- $V$  todellisen kuormituksen aiheuttama leikkausvoima [N],
- $\bar{V}$  virtuaalinen leikkausvoima [N].

Yleisestä muodosta johdettu maksimitaipuma rakenteen keskellä tasaisesti jakautuneen kuormituksen tapauksessa:

$$w_{max} = \frac{5ql^4}{384(EI)_{net}} + \frac{ql^2}{8(GA)_{eff}}, \quad (50)$$

missä

- $l$  laatan jänneväli [mm],

- $q$  tasaisesti jakautunut kuorma [N/mm],  
 $(EI)_{net}$  tehollinen taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],  
 $(GA)_{eff}$  tehollinen leikkausjäykkyys [N].

Maksimitaipuma rakenteen keskellä pistekuorman tapauksessa:

$$w_{max} = \frac{Fl^3}{48(EI)_{net}} + \frac{Fl}{4(GA)_{eff}}, \quad (51)$$

missä

- $F$  pistekuorma [N].

Timoshenkon palkkiteoria eroaa epähomogeenisen poikkileikkauksen mukaisista kaavoista ainoastaan leikkausmuodonmuutosten huomioimisella. Tämä eroavaisuus nähdään tehollisen leikkausjäykkyyden määrittämisessä ja sitä kautta rakenteen taipumien määrittämisessä. Timoshenkon palkkiteoria ei tuo mitään uutta aiemmista menetelmistä poikkeavaa lisäystä rakenteen murtorajatilan tarkasteluihin. Ero tulee ainoastaan käyttörajatilan tarkasteluissa, kun Timoshenkon palkkiteoria aiemmista teorioista poiketen huomioi taipuman määrittämisessä rakenteen leikkausjäykkyyden. Timoshenkon palkkiteorian mukaan alimman ominaistaajuuden laskemiselle on olemassa oma yksilöllinen kaavansa, mutta laskentatarkkuuden puitteissa voidaan käyttää Suomessa käytettävää RIL 205-1-2017 (2017a) mukaista värähtelysuunnittelumenetelmää.

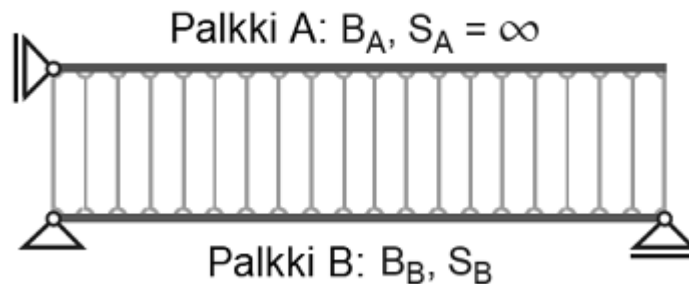
### 3.4 Leikkausanalogia eli Kreuzingerin menetelmä

Leikkausanalogia (shear analogy method, SA-method, Kreuzinger method) on kehitetty monikerroslevyille, joissa on ristikkäisiä kerroksia. Menetelmä huomio leikkausmuodonmuutokset pituussuuntaisissa ja ristikkäisissä lamellikerroksissa. Menetelmä ei rajoitu mihinkään tiettyyn kerrosten eikä palkin jänteiden enimmäislukumäärään. Leikkausanalogian soveltaminen numeerisesti edellyttää leikkausmuodonmuutokset huomioivan tasokehäänalyysi-ohjelman (plane frame analysis program), kuten esimerkiksi RFEM:in käyttöä. Ohjelmalla saadaan määritettyä fiktiivisten palkkien sisäiset voimat ja momentit, jotka muunnetaan käsinlaskennassa todellisiksi sisäisiksi voimiksi ja momenteiksi jäykkyyksien suhteen. Sisäisten rasituksen määrittämisen jälkeen voidaan tarkastella yksittäisten kerroksien jännityksiä lähes minkälaisen tahansa monikerroksisen, ristikkäisiä kerroksia sisältävän levyn kokoonpanossa. (Popovski et al. 2019)

CLT-levyjen mitoittaminen tällä menetelmällä ei siis rajoitu mihinkään tiettyyn lamellikerrosten enimmäismäärään toisin kuin Gamma-menetelmässä. Leikkausanalogialla määritettävät poikkileikkaussuureet eivät myöskään ole riippuvaisia systeemin jännevälisiä

toisinkin Gamma-menetelmässä. Leikkausanalogiassa taivutusjäykkyytenä käytetään myös netto taivutusjäykkyyttä. Leikkausjäykkyytenä käytetään tehollista leikkausjäykkyyttä kuten Timoshenkon palkkiteoriassakin. Menetelmä ei tuota tarkkaa suljettua ratkaisua CLT:n jäykkyyssominaisuuksien määrittämiselle, mutta ratkaisut ovat riittävän tarkkoja kohtisuoraan tasoa vastaan (lape) kuormitetulle CLT-levylle. Leikkausanalogiaa voidaan käyttää yksi- tai moniaukkoisille palkeille, mielivaltaisella kuormituksella. (Heinisuo & Pajunen 2021; Popovski et al. 2019)

Leikkausanalogian mukaisesti monikerroksinen poikkileikkaus kuten CLT-levy jaetaan kahteen fiktiiviseen palkkiin A ja B (kuva 19). Näitä palkkeja yhdistävät äärettömän jäykät fiktiiviset uumasauvat. Jäykän kytkennän vuoksi palkeilla on keskenään yhtäläinen taipuma  $w_A = w_B$ . Palkille A annetaan jäykkyydeksi summa yksittäisten kerroksien neliömomenteista oman neutraaliakselinsa suhteen. Palkin B jäykkyydeksi annetaan jokaisen kerroksen neliömomentin Steinerin osuuksien summa poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen. Palkin A leikkausjäykkyys asetetaan äärettömän suureksi. (Popovski et al. 2019)



**Kuva 19.** Havainnollistava kuva leikkausanalogian mukaisesta rakennemallista (mukaillen Bogensperger et al. 2012).

Palkin A taivutusjäykkyys saadaan yksittäisten kerroksien taivutusjäykkyyksien summana (Blass & Sandhaas 2017; Popovski et al. 2019):

$$B_A = \sum_{i=1}^n E_i I_i, \quad (52)$$

missä

$E_i$  kerroksen  $i$  kimmokerroin [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ],

$I_i$  kerroksen  $i$  neliömomentti [ $\text{mm}^2$ ].

Palkin B taivutusjäykkyys saadaan summaamalla yhteen yksittäisten kerroksien taivutusjäykkyyksien Steinerin osuudet:



$$B_B = \sum_{i=1}^n E_i A_i a_i^2, \quad (53)$$

missä

$A_i$  kerroksen  $i$  poikkipinta-ala [mm<sup>2</sup>],

$a_i$  etäisyys kerroksen  $i$  keskeltä poikkileikkauksen neutraaliakselille [mm].

Leikkausanalogian mukainen poikkileikkauksen tehollinen taivutusjäykkyys saadaan palkin A ja B taivutusjäykkyyksien summana:

$$(EI)_{net} = \sum_{i=1}^n E_i I_i + \sum_{i=1}^n E_i A_i a_i^2. \quad (54)$$

Fiktiivinen palkki A ei koe leikkausmuodonmuutoksia äärettömän suuren leikkausjäykkyytensä takia. Tämän vuoksi kaikki palkin leikkausmuodonmuutokset kohdistuvat fiktiiviseen palkkiin B. Palkille B määritetään tehollinen leikkausjäykkyys  $(GA)_{eff}$ , joka pitää sisällään kaikkien yksittäisten kerroksien leikkausmuodonmuutokset ja liitoksien joustavuudesta johtuvan vierekkäisten kerroksien suhteellisen siirtymän. (Blass & Sandhaas 2017; Popovski et al. 2019)

$$(GA)_{eff} = S_B = \frac{\left(h - \frac{t_1}{2} - \frac{t_n}{2}\right)^2}{\left(\frac{t_1}{2G_1 b}\right) + \left(\sum_{i=2}^{n-1} \frac{t_i}{G_i b}\right) + \left(\frac{t_n}{2G_n b}\right)}, \quad (55)$$

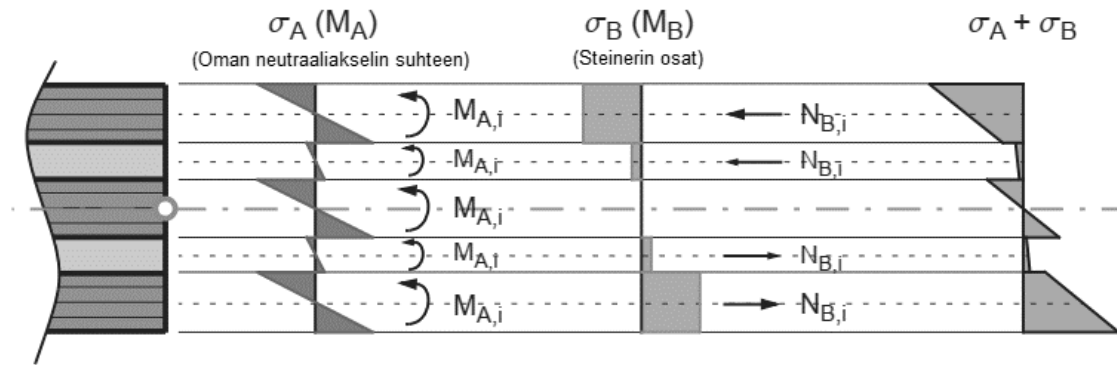
missä

$h$  poikkileikkauksen paksuus [mm],

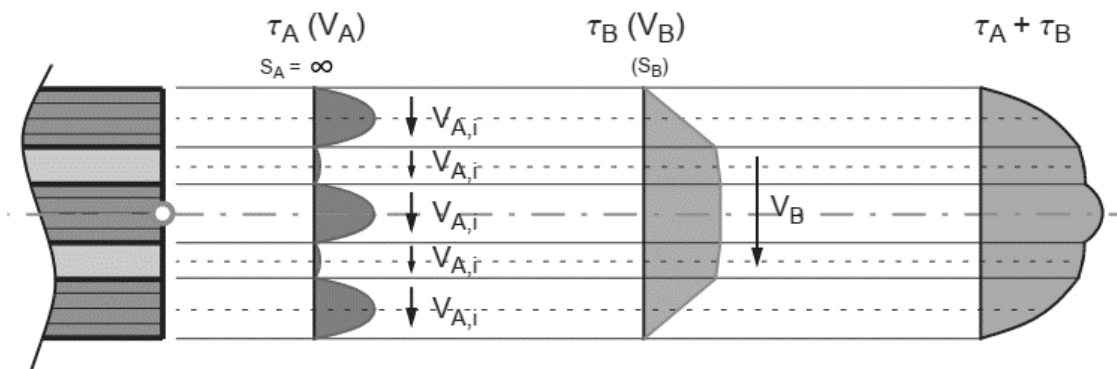
$t_i$  kerroksen  $i$  paksuus [mm],

$G_i$  kerroksen  $i$  leikkausmoduuli [N/mm<sup>2</sup>].

Kuvitteellisen palkin A tapauksessa sisäisistä voimista ja momenteista aiheutuvat jännitykset muodostuvat yksittäisten kerroksien jännityksistä oman neutraaliakselinsa suhteen (kuva 20 ja 21). Palkin B tapauksessa sisäisistä voimista ja momenteista aiheutuvat jännitykset syntyvät yksittäisten kerroksien jännityksistä poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen (kuva 20 ja 21). Summaamalla palkin A ja B jännitykset yhteen saadaan poikkileikkauksen kokonaisjännitykset. (Blass & Sandhaas 2017)



**Kuva 20.** Havainnollistava esimerkkikuva taivutusjännitysjaumasta poikkileikkauksessa (mukaillen Bogensperger et al. 2012).



**Kuva 21.** Havainnollistava esimerkkikuva leikkausjännitysjaumasta poikkileikkauksessa (mukaillen Bogensperger et al. 2012).

Fiktiivisten palkkien jäykkyyksien määrittämisen jälkeen siirrytään jännityksien määrittämiseen. Jännitysten määrittämisessä tarvittavat palkkien A ja B taivutusmomentit ja leikkausvoimat ( $M_A$ ,  $M_B$ ,  $V_A$  ja  $V_B$ ) määritetään tasokehäänalyysi-ohjelmalla. Tasokehäänalyysi-ohjelmaan syötetään fiktiivisten palkkien jäykkyydet. Ohjelmasta saatavat sisäiset voimat ja momentit muunnetaan käsinlaskennassa vastaamaan todellisia sisäisiä voimia ja momenteja palkissa. Rasituksen muuntaminen tehdään jäykkyyksien suhteen. (Blass & Sandhaas 2017, Popovski et al. 2019)

Palkin A yksittäisen kerroksen  $i$  taivutusmomentti määritetään seuraavasti:

$$M_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} M_A, \quad (56)$$

missä

$B_A$  palkin A taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],

$M_A$  palkin A poikkileikkauksessa vaikuttava taivutusmomentti [Nmm].

Palkin A yksittäisen kerroksen  $i$  taivutusjännitys oman neutraaliakselinsa suhteen (kuva 20):

$$\sigma_{A,i} = \pm \frac{M_{A,i}}{I_i} z_i = \pm \frac{M_A}{B_A} E_i z_i, \quad (57)$$

missä

$z_i$  etäisyys tarkastelukohtaan kerroksen  $i$  omalta neutraaliakselilta [mm].

Palkin A yksittäisen kerroksen  $i$  taivutusjännityksen maksimi oman neutraaliakselinsa suhteen sijaitsee kerroksen reunalla, kun  $z_i = t_i/2$ :

$$\sigma_{A,max,i} = \pm \frac{M_{A,i}}{I_i} \frac{t_i}{2}, \quad (58)$$

missä

$M_{A,i}$  kerroksen  $i$  taivutusmomentti [Nmm].

Kuvitteellisen palkin B taivutusmomentti aiheuttaa kerrokseen aksiaalisia voimia, jotka pysyvät vakiona yksittäisen kerroksen  $i$  yli:

$$N_{B,i} = \frac{E_i A_i a_i}{B_B} M_B, \quad (59)$$

$B_B$  palkin B taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],

$M_B$  palkin B poikkileikkauksessa vaikuttava taivutusmomentti [Nmm].

Palkin B yksittäisen kerroksen  $i$  taivutusjännityksen Steinerin osuus poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen (kuva 20):

$$\sigma_{B,i} = \pm \frac{N_{B,i}}{A_i} = \pm \frac{M_B}{B_B} E_i a_i, \quad (60)$$

missä

$N_{B,i}$  kerroksen  $i$  aksiaalinen voima [N].

Kokonaistaivutusjännitys halutussa tarkastelukohtassa saadaan, kun lasketaan palkin A ja palkin B taivutusjännitykset yhteen (kuva 20). Poikkileikkauksen maksitaivutusjännitys saadaan, kun summataan palkin A ja B maksimitaivutusjännitykset (uloimpien pituussuuntaisten kerrosten kohdalla) yhteen:

$$\sigma_{max} = \frac{M_A}{B_A} E_i z_i + \frac{M_B}{B_B} E_i a_i, \quad (61)$$

missä

$z_i$  etäisyys tarkastelukohtaan kerroksen  $i$  omalta neutraaliakselilta [mm],

$a_i$  etäisyys kerroksen  $i$  keskeltä poikkileikkauksen neutraaliakselille [mm].

Palkin A yksittäisen kerroksen  $i$  leikkausvoima saadaan määritettyä seuraavasti:

$$V_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} V_A, \quad (62)$$

missä

$V_A$  palkin A poikkileikkauksessa vaikuttava leikkausvoima [N].

Palkin A yksittäisen kerroksen  $i$  leikkausjännitys määritetään kerroksen oman neutraaliakselinsa suhteen (kuva 21):

$$\tau_{A,i} = -V_A \frac{E_i}{B_A} \left( \frac{z_i^2}{2} - \frac{t_i^2}{8} \right), \quad (63)$$

missä

$z_i$  etäisyys tarkastelu kohtaan kerroksen  $i$  omalta neutraaliakselilta [mm].

Palkin A yksittäisen kerroksen  $i$  maksimileikkausjännitys saadaan, kun ollaan kerroksen omalla neutraaliakselilla ( $z_i = 0$ ):

$$\tau_{A,max,i} = \frac{3 V_{A,i}}{2 A_i} = V_A \frac{E_i t_i^2}{B_A 8}. \quad (64)$$

Palkin B yksittäisen kerroksen  $i$  leikkausjännitys poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen (kuva 21):

$$\tau_{B,i} = \frac{-V_B E_i \left( z_i - \frac{t_i}{2} \right) a_i}{B_B}. \quad (65)$$

Palkin B yksittäisen kerroksen  $i$  maksimileikkausjännitys saadaan kerroksen reunalla ( $z_i = -t_i/2$ ):

$$\tau_{B,max,i} = \frac{V_B E_i t_i a_i}{B_B}. \quad (66)$$

Palkin maksimileikkausjännitys saadaan laskemalla fiktiivisen palkin A ja B maksimileikkausjännitykset yhteen poikkileikkauksen neutraaliakselin kohdalla:

$$\tau_{max} = V_A \frac{E_i t_i^2}{B_A 8} + \frac{V_B E_i t_i a_i}{B_B}. \quad (67)$$

Fiktiivisestä rakennemallista tasokehäänalyysi-ohjelmalla saatavaa taipumaa ei tarvitse muuntaa, taipuma vastaa todellisen palkin taipumaa. Käsineläskennassa taipuma saadaan määritettyä kuten Timoshenkon palkkiteoriassakin. Taipuman kaavaan taivutus-

jäykkyyden paikalle sijoitetaan nettotaivutusjäykkyys  $(EI)_{net}$  ja tehollisen taivutusjäykkyyden paikalle tulee sijoittaa edellä esitetty Leikkausanalogian mukainen jäykkyys  $(GA)_{eff}$ .

### 3.5 Kerrospalkkiteoria

Kimmoisa kerrospalkkiteoria (the elastic theory of layered beams, the classical theory of layered beams) on erilaisille jaksottaisesti kerroksista kootuille palkeille kehitetty teoria. Teoria on kehitetty alun perin puurakenteiden, erityisesti naulattujen puupalkkien suunnittelua varten. Kerrospalkkiteoriaa käytetään myös kuori- ja teräsrakenteiden suunnittelussa. Kunkin kerroksen siirtymän ja jännityksen määrittävä kerrospalkkiteoria on sopiva menetelmä myös kerroksellisen CLT-palkin analysointiin. Kuten Timoshenkon palkkiteoria ja leikkausanalogia myös tämä menetelmä huomioi leikkausmuodonmuutokset. (Heinisuo & Pajunen 2021)

Kerrospalkkiteoriassa kerroksellinen poikkileikkaus koostuu pitkittäiskerroksista (faces) ja poikittaiskerroksista (cores). Palkin pituusakselin suuntaiset pitkittäiskerrokset liitetään toisiinsa poikittaiskerroksilla. CLT-palkin analysoinnissa pitkittäiskerrokset mallinnetaan käyttäen teknistä taivutusteoriaa. Poikkileikkauksen leikkausmuodonmuutos huomioidaan vain poikittaiskerroksissa. Menetelmä tuottaa tarkan tuloksen CLT:lle, kun poikkileikkaus on 3- tai 5-lamellinen ja symmetrinen. Kaikkien pitkittäiskerroksien taipumat ovat samat pitkin palkin pituusakselia. (Heinisuo 2022)

Kerrospalkkiteoria johtaa neljännen tai kuudennen asteen differentiaaliyhtälöön. Differentiaaliyhtälöille on olemassa valmiita johdettuja tarkkoja ratkaisuja reunaehdoista ja kuormituksesta riippuen. Kerrospalkkiteorian mukainen taipuman neljännen asteen differentiaaliyhtälö staattisesti määrätyle palkille (Heinisuo & Pajunen 2021):

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4} - \frac{kB}{B_0 B_s} \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = \frac{k}{B_0 B_s} M(x) - \frac{1}{B_0} \frac{d^2 M(x)}{dx^2}, \quad (68)$$

missä

$v(x)$  taipuma [mm],

$k$  leikkauskerroin [-],

$B$  poikkileikkauksen taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],

$B_0$  pitkittäiskerroksien taivutusjäykkyyksien summa [Nmm<sup>2</sup>],

$B_s$  pitkittäiskerroksien taivutusjäykkyyksien Steinerin osien summa poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen [Nmm<sup>2</sup>],

$M(x)$  taivutusmomentti [Nmm].

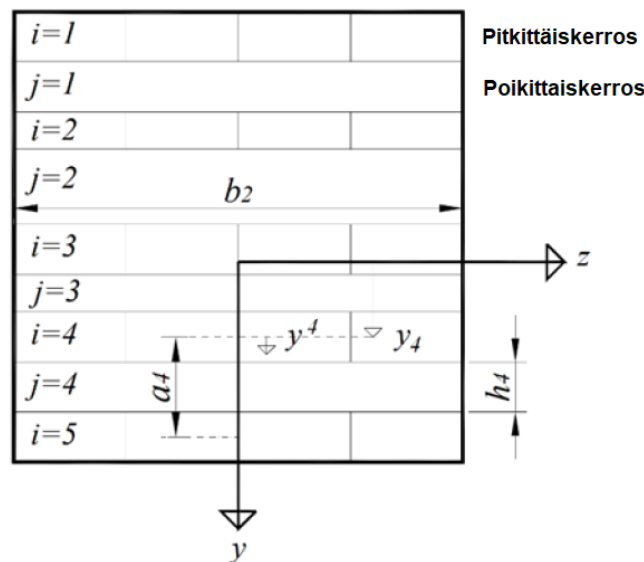
Taipuman kuudennen asteen differentiaaliyhtälö staattisesti määräämättömälle palkille:

$$\frac{d^6 v(x)}{dx^6} - \frac{kB}{B_0 B_s} \frac{d^4 v(x)}{dx^4} = \frac{1}{B_0} \frac{d^2 p(x)}{dx^2} - \frac{k}{B_0 B_s} p(x), \quad (69)$$

missä

$p(x)$  kuormitus [N/mm].

Alla esimerkki kerroksellisesta poikkileikkauksesta (kuva 22), josta käy ilmi poikkileikkauksen osien nimeäminen, poikkileikkaukseen liittyvät koordinaatit ja muut laskenta varten määritettävät parametrit. Pitkittäiskerrokset  $i$  ovat palkin pituussuunnan mukaisesti ja poikittaiskerrokset  $j$  ovat palkin pituussuuntaan nähden kohtisuorasti.



**Kuva 22.** Esimerkkikuva kerroksellisesta poikkileikkauksesta (mukaillen Heinisuo 2022).

Poikkileikkauksen taivutusjäykkyys määritetään kerrospalkkiteorian mukaan kahdessa osassa. Ensimmäiselle osalle määritetään pitkittäiskerroksien taivutusjäykkyyksien summa oman neutraaliakselinsa suhteen:

$$B_0 = \sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n E_i I_i, \quad (70)$$

missä

$B_i$  pitkittäiskerroksen  $i$  taivutusjäykkyys oman neutraaliakselinsa suhteen [N/mm<sup>2</sup>],

$E_i$  pitkittäiskerroksen  $i$  kimmokerroin [N/mm<sup>2</sup>],

$I_i$  pitkittäiskerroksen  $i$  neliömomentti oman neutraaliakselinsa suhteen [mm<sup>4</sup>].

Toiselle osalle määritetään pitkittäiskerroksien taivutusjäykkyyksien Steinerin osien summa poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen:

$$B_S = \sum_{i=1}^n A_i E_i y_i^2, \quad (71)$$

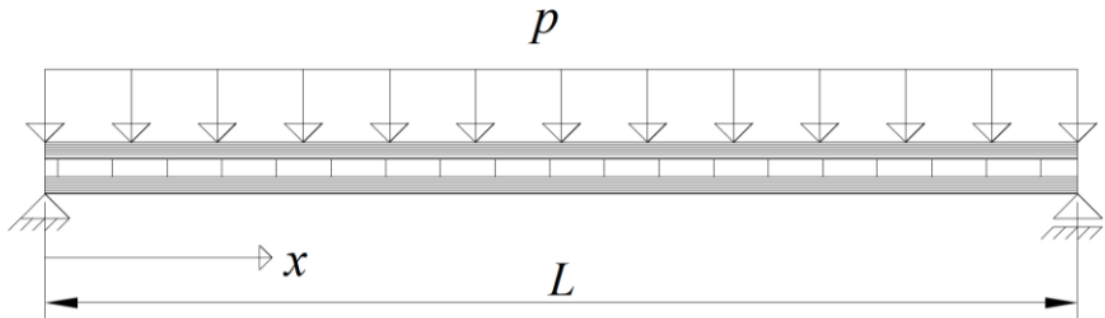
missä

$A_i$  pitkittäiskerroksen  $i$  poikkipinta-ala [mm<sup>2</sup>].

Kokonaistaivutusjäykkyys saadaan edellä määritettyjen taivutusjäykkyyksien summana:

$$B = B_0 + B_S. \quad (72)$$

Esitetään tarkka ratkaisu differentiaaliyhtälölle, kun yksinkertaisesti tuettua palkkia kuormitetaan tasaisesti (kuva 23). Esitettävä tarkka ratkaisu vastaa nimenomaisesti tässä työssä tarkasteltavaa tilannetta.



**Kuva 23.** Yksinkertaistettu tuettu palkki tasaisella kuormituksella (Heinisuo 2022).

Taipuman yhtälö tasaisesti kuormitetulle ja yksinkertaisesti tuetulle palkille (Heinisuo 2022):

$$v(\xi) = \frac{pL^4}{B} \left( \frac{1}{24} \xi(1 - 2\xi^2 + \xi^3) + \frac{1}{2\alpha\lambda^2} \xi(1 - \xi) - \frac{1}{2\alpha\lambda^4} \frac{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda(1 - 2\xi)}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \right), \quad (73)$$

missä

$p$  tasainen kuormitus [N/mm],

$L$  palkin pituus [mm],

$B$  poikkileikkauksen taivutusjäykkyys [Nmm<sup>2</sup>],

$\xi$  yksikötön pituuskoordinaatti [-],

$\alpha$  taivutusjäykkyyksien suhde [-],

$\lambda$  lambda-kerroin [-].

Määritetään taipuman yhtälön ratkaisemiseen tarvittavat laskentasuureet  $\xi$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  ja  $\lambda$ .

Yksikötön pituuskoordinaatti:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad (74)$$

missä

$x$  pituusakselin koordinaatti, tarkastelukohta [mm],

$L$  palkin jänneväli [mm].

Alfa-kerroin saa arvonsa jäykkyyksien suhteesta ja se määritetään seuraavasti:

$$\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i = \frac{B_0}{B_s}, \quad (75)$$

missä  $\alpha_i$  on:

$$\alpha_i = \frac{B_i}{B_s}. \quad (76)$$

Beta-kerroin määritetään seuraavasti:

$$\beta = \frac{B_s}{kL^2}, \quad (77)$$

missä

$k$  leikkauskerroin [N].

Beta-kertoimen ratkaisemiseen tarvittava leikkauskerroin lasketaan seuraavasti:

$$k = \sum_{j=1}^{n-1} a_j^2 k_j, \quad (78)$$

missä

$a_j$  kahden vierekkäisen pitkittäiskerroksen keskipisteiden välinen etäisyys [mm],

$k_j$  poikittäiskerroksen  $j$  leikkausjäykkyys [N/mm<sup>2</sup>].

Kahden vierekkäisen pitkittäiskerroksen keskipisteiden välinen etäisyys:

$$a_j = y_{i+1} - y_i, \quad (79)$$

missä



$y_i$  pitkittäiskerroksen  $i$  keskipisteen etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta [mm].

Poikittaiskerroksen  $j$  leikkausjäykkyys:

$$k_j = \frac{G_j b_j}{t_j} = \frac{G_{90} b_j}{t_j}, \quad (80)$$

missä

$G_j$  poikittaiskerroksen  $j$  liukumoduuli [N/mm<sup>2</sup>],

$b_j$  poikittaiskerroksen  $j$  leveys [mm],

$t_j$  poikittaiskerroksen  $j$  paksuus [mm].

Lambda-kerroin määritetään seuraavasti:

$$\lambda = \frac{1 + \alpha}{\alpha \beta} = L \sqrt{\frac{kB}{B_0 B_s}}. \quad (81)$$

Taipuman yhtälöstä saadaan määritettyä palkille liukuman, taivutusmomenttien ja leikkausvoimien yhtälöt. Liukuma saadaan määritettyä seuraavasta yhtälöstä:

$$\gamma(\xi) = \frac{pL^3}{B} \beta \left( \frac{1}{2}(1 - 2\xi) - \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh\left(\frac{\lambda(1 - 2\xi)}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \right). \quad (82)$$

Yksittäisessä pitkittäiskerroksessa  $i$  vaikuttava taivutusmomentti:

$$M_i(\xi) = pL^2 \frac{\alpha_i}{1 + \alpha} \left( \frac{1}{2}\xi(1 - \xi) + \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda(1 - 2\xi)}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \right). \quad (83)$$

Pitkittäiskerroksien taivutusmomenttien summa:

$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_i. \quad (84)$$

Pitkittäiskerroksiin syntyvistä normaalijännityksistä aiheutuva taivutusmomentti:

$$M_s(\xi) = pL^2 \frac{1}{1 + \alpha} \left( \frac{1}{2}\xi(1 - \xi) - \frac{1}{\alpha \lambda^2} \frac{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda(1 - 2\xi)}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \right). \quad (85)$$

Kokonaistaivutusmomentti saadaan edellä määritettyjen momenttien summana:

$$M(x) = M_0 + M_s = \frac{p}{2L}(Lx - x^2). \quad (86)$$

Yksittäisessä pitkittäiskerroksessa  $i$  vaikuttava leikkausvoima:

$$Q_i(\xi) = pL \frac{\alpha_i}{1 + \alpha} \left( \frac{1}{2} \xi(1 - 2\xi) + \frac{1}{\alpha\lambda} \frac{\sinh\left(\frac{\lambda(1 - 2\xi)}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \right). \quad (87)$$

Pitkittäiskerroksien leikkausvoimien summa:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (88)$$

Poikkileikkauksen poikkittäiskerroksissa vaikuttava leikkausvoima:

$$Q_s(\xi) = pL \frac{1}{1 + \alpha} \left( \frac{1}{2} \xi(1 - 2\xi) - \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh\left(\frac{\lambda(1 - 2\xi)}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\lambda}{2}\right)} \right). \quad (89)$$

Kokonaisleikkausvoima saadaan edellä määritettyjen leikkausvoimien summana:

$$Q(x) = Q_0 + Q_s = \frac{p}{2}(L - 2x). \quad (90)$$

Pitkittäiskerroksessa  $i$  vaikuttava taivutusjännitys

$$\sigma_i = \frac{E_i y^i}{B_0} M_0 + \frac{y_i E_i}{B_s} M_s, \quad i = 1, \dots, n, \quad (91)$$

missä

$y^i$  pitkittäiskerroksen  $i$  lokaali koordinaatti (kuva X) [mm],

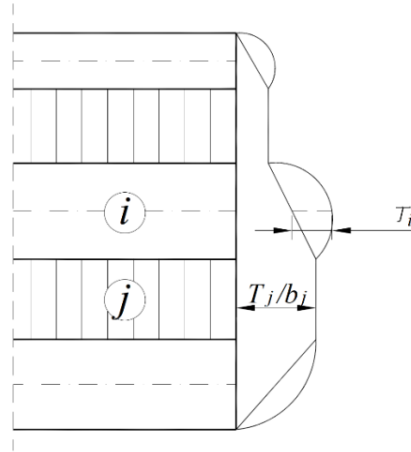
$M_0$  pitkittäiskerroksien taivutusmomenttien summa [Nmm],

$y_i$  pitkittäiskerroksen  $i$  keskipisteen etäisyys poikkileikkauksen neutraaliakselilta [mm],

$M_s$  pitkittäiskerroksien normaalijännityksistä aiheutuva taivutusmomentti [Nmm].

Kerroksellisessa poikkileikkauksessa vaikuttavia leikkausjännityksiä on havainnollistettu kuvassa 24. Pitkittäiskerrokseen  $i$  maksimileikkausjännitys lasketaan seuraavasti:

$$\tau_{i,max} = \frac{3 Q_i}{2 A_i}, \quad i = 1 \dots n. \quad (92)$$



**Kuva 24.** Havainnollistava kuva leikkausjännitysten jakautumisesta kerroksellisessa palkissa, (Heinisuo 2022).

Poikittaiskerroksessa  $j$  vaikuttava leikkausjännitys lasketaan seuraavasti:

$$\tau_j = \frac{T_j}{b_j} = \frac{k_j a_j}{b_j} \gamma, \quad j = 1, \dots, 1 - n, \quad (93)$$

missä

$T_j$  poikittaiskerrokseen  $j$  vaikuttava leikkausvuo.

Poikittaiskerrokseen  $j$  vaikuttava pituussuuntainen leikkausvuo:

$$T_j = k_j a_j \gamma. \quad (94)$$

Lokaali maksimileikkausjännitys pitkittäiskerroksen  $i$  kohdalla on neutraaliakselilta katsottuna pitkittäiskerrosta  $i$  ulomman poikittaiskerroksen leikkausjännityksen ja pitkittäiskerroksen  $i$  oman leikkausjännityksen summa (kuva 15):

$$\tau_{max} = \tau_j + \tau_{i,max}. \quad (95)$$

Yksinkertaisesti tuetun palkin ominaistajuus kerrospalkkiteorian mukaisesti:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{B_s}{\mu L^4} \frac{1 + \alpha + \alpha \beta m^2 \pi^2}{1 + \beta m^2 \pi^2} m^4 \pi^4}, \quad (96)$$

missä

$\mu$  yhteen laskettu massa lattian omasta painosta pinta-alayksikköä kohden ja 30 kg/m<sup>2</sup> osuus hyötykuormasta [kg/m<sup>2</sup>],

$m$  kokonaisluku, alin ominaistajuus saadaan kokonaisluvulla 1.

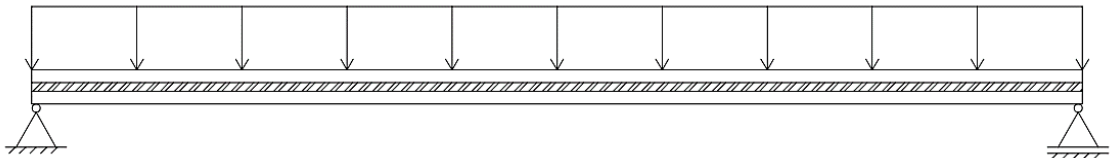
Voidaan osoittaa, että leikkausanalogia on oikeastaan numeerinen menetelmä kerrospalkkiteorian differentiaaliyhtälöiden ratkaisemiseksi (Heinisuo & Pajunen 2021). Kuten

leikkausanalogiassakin, niin myös tässä menetelmässä taivutusjäykkyys jaetaan kahteen osaan, taivutusjäykkyyteen kerroksen oman neutraaliakselin suhteen ja taivutusjäykkyyteen kerroksen Steinerin osuuden mukaisesti poikkileikkauksen neutraaliakselin suhteen. Muut suureet kuten taivutusmomentit ja leikkausvoimat määritetään näiden kahden osan mukaisesti.

## 4. MENETELMIEN NUMEERINEN VERTAILU

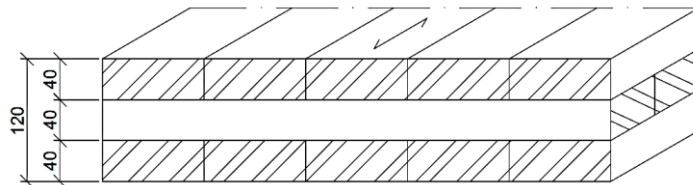
### 4.1 Esimerkkitapaukset

Esimerkkilaskelmissa tarkastellaan tasaisesti kuormitettua, yksiaukkoista ja nivelellisesti päistään tuettua laattaa, joka on esitetty kuvassa 25. Kaikki laskentaesimerkeissä tarkasteltavat laatat analysoidaan yhteen suuntaan kantavina yhden metrin levyisinä palkkeina ja niissä uloimmat lamellit ovat pituussuuntaisesti eli palkin jänteen suuntaisesti.

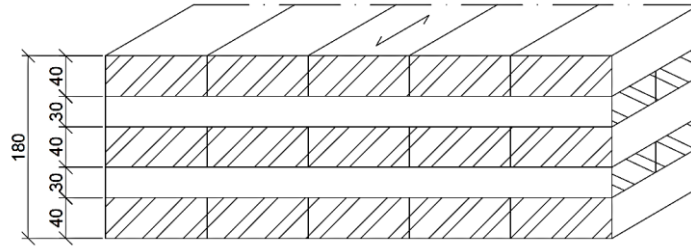


**Kuva 25.** Havainnekuva rakennemallista.

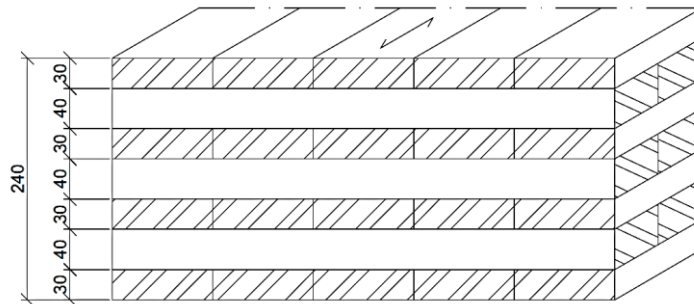
Laskentaesimerkkejä tehdään kolmelle erilaiselle CLT-poikkileikkaukselle kahdella eri laatan pituudella (3 m ja 5 m). Laskentaesimerkkien CLT-poikkileikkaukset ovat 3-, 5- ja 7-lamelliset levyt. Poikkileikkaukset ovat esitelty tarkemmin kuvissa 26, 27 ja 28. Esimerkkitapauksien poikkileikkauksien dimensiot on valittu Suomessa käytössä olevien CLT-levyjen valmistuskombinaatioiden katalogista (Oy CrossLam Kuhmo Ltd). Kaikki valitut poikkileikkaukset ovat valmistettu C24 lujuusluokan havupuusta.



**Kuva 26.** Laskentaesimerkkien 3-lamellinen CLT-poikkileikkaus, jossa kaikki lamellit 40 mm ja levyn kokonaispaksuus 120 mm.



**Kuva 27.** Laskentaesimerkkien 5-lamellinen CLT-poikkileikkaus, jossa pituussuuntaiset lamellit 40 mm, poikittaislamellit 30 mm ja levyn kokonaispaksuus 180 mm.



**Kuva 28.** Laskentaesimerkkien 7-lamellinen CLT-poikkileikkaus, jossa pituussuuntaiset lamellit 30 mm, poikittaislamellit 40 mm ja levyn kokonaispaksuus 240 mm.

Laskentaesimerkeissä tarkasteltavien laattojen geometria ja materiaaliominaisuudet ovat esitetty taulukossa 4. Esimerkeissä käytettävät kuormitukset ovat esitetty taulukossa 5. Kuormat ovat samat jokaisessa esimerkkitapauksessa.

**Taulukko 4.** Tarkasteltavien laattojen tiedot.

	<b>Arvo</b>
Laatan pituus (mm)	3000 tai 5000
Laatan leveys (mm)	2400
Pitkittäislamellien kimmokerroin $E_{0,mean}$ (N/mm <sup>2</sup> )	11500
Pitkittäislamellien liukumoduuli $G_{0,mean}$ (N/mm <sup>2</sup> )	650
Poikittaislamellien liukumoduuli $G_{R,mean}$ (N/mm <sup>2</sup> )	65
Pitkittäislamellien taivutuslujuus $f_{m,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	24
Pitkittäislamellien leikkauslujuus $f_{v,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	4
Poikittaislamellien leikkauslujuus $f_{v,R,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1,3

**Taulukko 5. Laatan kuormitukset.**

Kuormitus	Arvo
Kevyet rakenteet $g_{k,väliseinät}$	0,4 kN/m <sup>2</sup>
Omapaino $g_{k,omapaino}$	5,0 kN/m <sup>3</sup>
Hyötykuorma $q_k$	2,0 kN/m <sup>2</sup>

## 4.2 Numeeriset tulokset ja niiden vertailu

Esitellään alkuun yhdestä laskentaesimerkistä saadut numeeriset tulokset kootusti laskennan havainnollistamiseksi. Esiteltävä laskentaesimerkki on pitkän 5-lamellisen CLT-laatan mitoituksesta Gamma-menetelmällä. Tämä laskentaesimerkki yksityiskohtaisempaa tarkastelua varten löytyy laskentaliitteistä (liite B). Suoritetaan ensin laatalle murto-rajatilan tarkastelut. Tarkasteluja varten määritetään pituussuunnan poikkileikkaussuureita. Liitoksien hyötysuhdekertoimet  $\gamma_i$  saadaan laskettua kaavoilla 19 ja 20. Pituussuuntainen tehollinen neliömomentti  $I_{ef}$  saadaan laskettua kaavalla 14 ja tehollinen taivutusjäykkyys  $EI_{ef}$  kaavalla 17, kun hyötysuhdekertoimet tunnetaan. Kootut tulokset poikkileikkaussuureista:

$$\gamma_1 = \gamma_3 = 0,923,$$

$$\gamma_2 = 1,$$

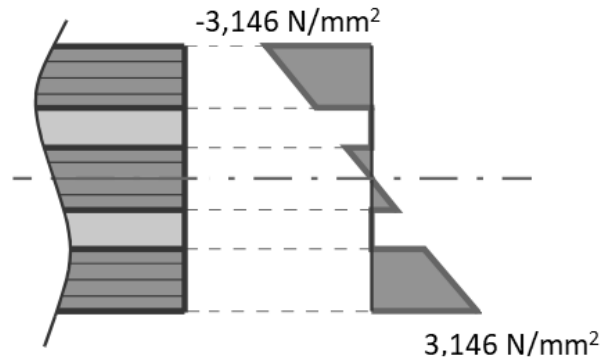
$$I_{ef} = 377,685 \times 10^6 \text{ mm}^4,$$

$$EI_{ef} = 4,343 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2.$$

Määritetään poikkileikkauksen maksimitaivutusjännitys, kun tunnetaan mitoittava taivutusrasitus  $M_d$ . Maksimitaivutusjännitys uloimmassa pitkittäislamellissa saadaan laskettua kaavalla 31. Taivutusjännitysjakamaa poikkileikkauksessa on havainnollistettu kuvassa 29.

$$M_d = 14,047 \text{ kNm},$$

$$\sigma_d = 3,146 \text{ N/mm}^2.$$



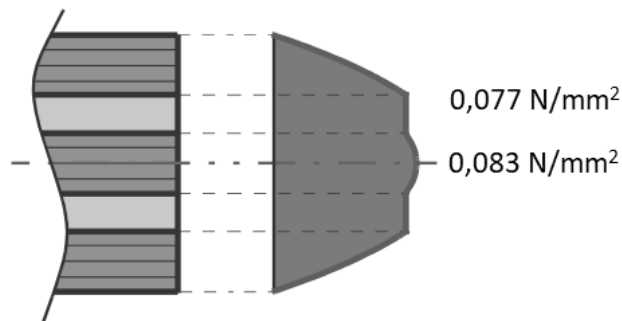
**Kuva 29.** Poikkileikkauksen taivutusjännitysjaakauma.

Seuraavaksi määritetään poikkileikkauksen leikkausjännitykset, kun tunnetaan mitoitettava leikkausrasitus  $V_d$ . Leikkausjännitys poikkittaislamellissa liimasauman 1 ja 2 kohdalla  $\tau_d$  lasketaan kaavalla 32. Leikkausjännitys pitkittäislamellissa neutraaliakselin kohdalla  $\tau_{d2}$  saadaan laskettua myös kaavalla 32. Leikkausjännitysjaakaumaa poikkileikkauksessa on havainnollistettu kuvassa 30.

$$V_d = 11,238 \text{ kN},$$

$$\tau_d = 0,077 \text{ N/mm}^2,$$

$$\tau_{d2} = 0,083 \text{ N/mm}^2.$$



**Kuva 30.** Poikkileikkauksen leikkausjännitysjaakauma.

Käyttörajatilassa suoritetaan taipuma- ja värähtelytarkastelut. Hetkellinen taipuma on  $w_{inst}$  ja lopullinen kokonaistaipuma  $w_{fin}$ , kun viruma huomioidaan:

$$w_{inst} = 6,183 \text{ mm},$$

$$w_{fin} = 9,031 \text{ mm}.$$

Rakenteen alimman ominaistajuuden halutaan olevan yli 9 Hz Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry (2017a) mukaisesti. Rakenteen alimmaksi ominaistajuudeksi saadaan:

$$f = 10,272 \text{ Hz}.$$



Määritetään poikittaissuuntaisia poikkileikkaussuureita pistekuormatarkastelua varten. Liitoksien hyötysuhdekertoimet  $\gamma_i$  kaavoilla 19 ja 20. Poikittaissuuntainen tehollinen neiliömomentti  $I_{ef,B}$  saadaan laskettua kaavalla 14 ja tehollinen taivutusjäykkyys  $EI_{ef,B}$  kaavalla 17.

$$\gamma_1 = \gamma_3 = 0,846,$$

$$\gamma_2 = 1,$$

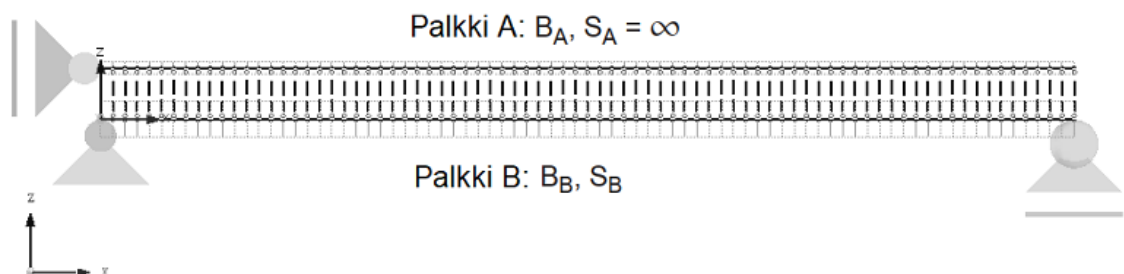
$$I_{ef,B} = 66,668 \times 10^6 \text{ mm}^4,$$

$$EI_{ef,B} = 766,917 \times 10^9 \text{ Nmm}^2.$$

Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma saa olla enintään 0,5 mm Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry (2017a) mukaisesti. Pistekuormasta aiheutuvaksi hetkelliseksi taipumaksi saadaan:

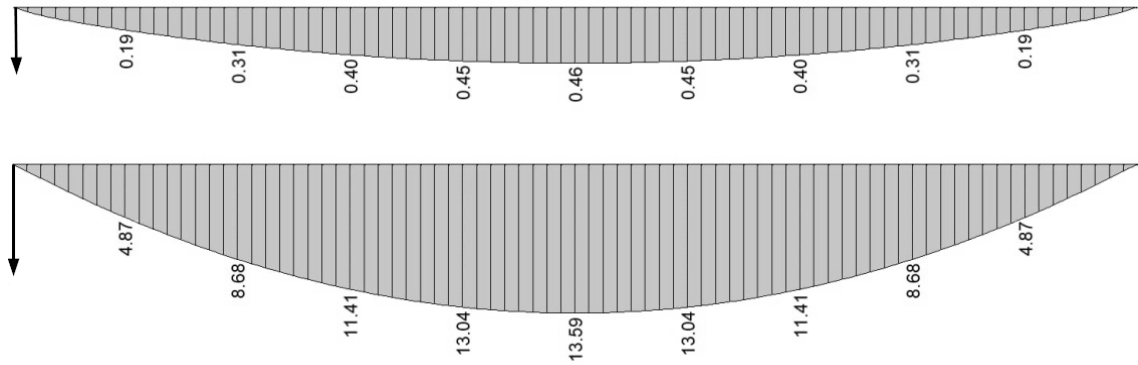
$$\delta = 0,286 \text{ mm}.$$

Leikkausanalogian numeerista soveltamista varten luodaan FEM-malli fiktiivisistä palkkeista A ja B, jotka ovat kytketty toisiinsa äärettömän jäykillä uumasauvoilla (kuva 31). FEM-malli luotiin tässä työssä RFEM-ohjelmalla. FEM:in avulla saadaan ratkaistua palkkeihin A ja B kohdistuvat rasitukset. FEM-mallin muodostusta varten tulee ensin määrittää leikkausanalogian mukaiset palkkien A ja B taivutusjäykkyydet kaavoilla 52 ja 53 sekä palkin B leikkausjäykkyys kaavalla 55. Lasketuista taivutusjäykkyyksistä saadaan määritettyä kuvitteellisten palkkien paksuudet. Paksuuden määrittämisen jälkeen voidaan ratkaista palkin B leikkausjäykkyydestä sen fiktiivinen liukumoduuli. Palkin A leikkausjäykkyys tulee olla äärettömän suuri leikkausanalogian mukaisesti. FEM-mallissa palkin A liukumoduulille annetaan mahdollisimman suuri arvo. FEM-malli luodaan ratkaistujen kuvitteellisten palkkien suureiden mukaiseksi.



**Kuva 31.** Leikkausanalogian mukainen RFEM-malli.

Esitetään havainnollistavasti taivutusrasitusten jakautuminen leikkausanalogian mukaisesti palkin A ja B kesken. Esimerkkikuvaajat ovat pitkän 5-lamellisen CLT-laatan taivutusrasituksesta murtorajatilassa (kuva 32).



**Kuva 32.** Esimerkkikuvaajat palkin A (ylempi) ja palkin B (alempi) taivutusmomentti-kuvaajista (kNm) murtorajatilassa leikkausanalogian mukaisesti.

Fiktiivisten palkkien rasituksen määrittämisen jälkeen laskenta etenee jännitysten laskentaan. Fiktiiviset rasitukset muunnetaan todellisen palkin jännityksiksi leikkausanalogian kaavojen mukaisesti. Esimerkinomaisesti esitetään, kuinka kuvan 30 mukaisten fiktiivisten palkkien taivutusmomenteja käytetään palkin maksimitaivutusjännityksen määrittämiseen. Maksimitaivutusjännitys saadaan määritettyä kaavalla 61:

$$M_A = 0,46 \text{ kNm},$$

$$M_B = 13,59 \text{ kNm},$$

$$\sigma_d = 3,002 \text{ N/mm}^2.$$

Huomataan, että leikkausanalogialla saatu taivutusjännitys on lähellä edellä esitetyn laskentaesimerkin mukaista taivutusjännitystä, joka määritettiin Gamma-menetelmän mukaisesti. Muiden esimerkkitaapauksien numeeriset tulokset eri laskentamenetelmillä laskennan välivaiheineen löytyvät laskentaliitteistä. Laskentaliitteissä löytyvät ainoastaan pitkien CLT-laattojen laskennat. Lyhyistä laatoista ei ole erikseen omia liitteitä, sillä niiden laskenta ei eroa pitkien laattojen laskennasta kuin laatan pituuden lähtöarvolla. Taulukoihin on koottu eri laskentamenetelmillä saadut laskennan tulokset taivutusjännityksistä, leikkausjännityksistä ja hetkellisistä taipumista (taulukko 6, 7 ja 8).

**Taulukko 6.** Maksimitaivutusjännitys  $\sigma_d$  (N/mm<sup>2</sup>) ja käyttöaste laskentamenetelmittäin.

Laskentamenetelmä	Lyhyt 3-lamellinen	Lyhyt 5-lamellinen	Lyhyt 7-lamellinen	Pitkä 3-lamellinen	Pitkä 5-lamellinen	Pitkä 7-lamellinen
Gamma-menetelmä	2,10 (11,4 %)	1,16 (6,3 %)	-	5,69 (30,9 %)	3,15 (17,1 %)	-
Laajennettu Gamma	-	-	0,92 (5,0 %)	-	-	2,48 (13,5 %)
Timoshenkon palkkiteoria	2,02 (11,0 %)	1,12 (6,1 %)	0,88 (4,8 %)	5,61 (30,4 %)	3,10 (16,8 %)	2,44 (13,2 %)
Leikkausanalogia	1,96 (10,6 %)	1,11 (6,0 %)	0,89 (4,8 %)	5,33 (28,9 %)	3,00 (16,3 %)	2,41 (13,0 %)
Kerrosrakenteen teoria	2,09 (11,3 %)	1,15 (6,3 %)	0,91 (4,9 %)	5,68 (30,8 %)	3,14 (17,0 %)	2,47 (13,4 %)

**Taulukko 7.** Maksimileikkausjännitys poikittaiskerroksessa  $\tau_{v,R,d}$  (N/mm<sup>2</sup>) ja käyttöaste laskentamenetelmittäin.

Laskentamenetelmä	Lyhyt 3-lamellinen	Lyhyt 5-lamellinen	Lyhyt 7-lamellinen	Pitkä 3-lamellinen	Pitkä 5-lamellinen	Pitkä 7-lamellinen
Gamma-menetelmä	0,07 (8,5 %)	0,05 (5,5 %)	-	0,12 (14,3 %)	0,08 (9,2 %)	-
Laajennettu Gamma	-	-	0,04 (4,8 %)	-	-	0,07 (8,2 %)
Timoshenkon palkkiteoria	0,07 (8,6 %)	0,05 (5,6 %)	0,04 (4,9 %)	0,12 (14,4 %)	0,08 (9,3 %)	0,07 (8,2 %)
Leikkausanalogia	0,07 (8,2 %)	0,04 (5,2 %)	0,04 (4,7 %)	0,12 (14,0 %)	0,08 (9,0 %)	0,07 (8,0 %)
Kerrosrakenteen teoria	0,07 (8,0 %)	0,04 (5,2 %)	0,03 (3,9 %)	0,12 (13,8 %)	0,07 (8,9 %)	0,06 (6,7 %)

**Taulukko 8.** Hetkellinen maksimitaipuma  $v$  (mm) ja käyttöaste jänteen keskellä laskentamenetelmittäin.

Laskentamenetelmä	Lyhyt 3-lamellinen	Lyhyt 5-lamellinen	Lyhyt 7-lamellinen	Pitkä 3-lamellinen	Pitkä 5-lamellinen	Pitkä 7-lamellinen
Gamma-menetelmä	2,27 (30,2 %)	0,91 (12,1 %)	-	16,10 (128,8 %)	6,18 (49,5 %)	-
Laajennettu Gamma	-	-	0,62 (8,2 %)	-	-	3,91 (31,2 %)
Timoshenkon palkkiteoria	2,36 (31,5 %)	0,95 (12,7 %)	0,62 (8,2 %)	16,36 (130,9 %)	6,30 (50,4 %)	3,91 (31,3 %)
Leikkausanalogia	2,34 (31,2 %)	0,94 (12,5 %)	0,63 (8,3 %)	16,30 (130,4 %)	6,27 (50,2 %)	3,93 (31,4 %)
Kerros-palkkiteoria	2,26 (30,1 %)	0,90 (12,0 %)	0,61 (8,1 %)	16,08 (128,6 %)	6,17 (49,4 %)	3,88 (31,1 %)

Kootaan tuloksista yksi taulukko havainnollistamaan menetelmien mukaisten tuloksien suhteellista eroa toisiinsa. Määritetään esimerkkinä taipumien suhteelliset erot menetelmittäin ja tapauksittain (taulukko 9). Taipuman suhteellinen ero määritetään suhteessa kerros-palkkiteorian (KPT) mukaiseen tulokseen:

$$\frac{v_{\text{Menetelmä } X} - v_{KPT}}{v_{KPT}} \times 100 \% . \quad (97)$$

**Taulukko 9.** Eri laskentamenetelmillä määritetyn taipuman suhteellinen ero kerros-palkkiteorian mukaiseen taipumaan.

	Kerros-palkkiteoria	Gamma-menetelmä	Laajennettu Gamma	Timoshenkon palkkiteoria	Leikkausanalogia
Lyhyt 3-lam.	0 %	+0,4 %	-	+4,4 %	+3,5 %
Pitkä 3-lam.	0 %	+0,1 %	-	+1,7 %	+1,7 %
Lyhyt 5-lam.	0 %	+1,1 %	-	+5,6 %	+4,4 %
Pitkä 5-lam.	0 %	+0,2 %	-	+2,1 %	+1,6 %
Lyhyt 7-lam.	0 %	-	+1,6 %	+1,6 %	+3,3 %
Pitkä 7-lam.	0 %	-	+0,8 %	+0,8 %	+1,3 %

Leikkausanalogiassa fiktiivisiä palkkeja yhdistäville äärettömän jäykille uumasauvoille suoritettiin herkkyyksianalyysi. Herkkyyksianalyysissa tarkasteltiin uumasauvojen korkeuden ja sauvotuksen tiheyden vaikutusta tuloksien oikeellisuuteen. RFEM:issä uumasauvat mallinnettiin jäykiksi nivelpäisiksi sauvoiksi. Uumasauvojen korkeuden muuttamisella ei todettu olevan vaikutusta tuloksiin, kuten voitiin olettaakin äärettömän jäykkyyden vuoksi. Tässä työssä uumasauvojen korkeudeksi valittiin noin 20 cm. Sauvotuksen tiheydellä todettiin olevan merkitystä rasituksien oikeelliseen jakautumiseen. Sauvotukselle varioitiin neljää eri jaotusta 15–2 cm väliltä. Sopivaksi sauvojen jaotukseksi todettiin noin 5–10 cm. Tässä työssä jaotukseksi valittiin noin 6 cm. Fiktiivisten palkkien korkeuden ja lujuuden parametrit syötetään ohjelmaan tarkkoina arvoina pyörittövirheen minimoimiseksi laskentatuloksissa.

Saadut numeeriset tulokset taipumista, leikkaus ja taivutusjännityksistä ovat kaikki hyvin lähellä toisiaan. Mikään menetelmä ei tuota selvästi poikkeavaa tulosta. Numeeristen tuloksien perään on lisätty sulkuihin havainnollisuuden vuoksi myös käyttöasteet, niistäkin nähdään, että menetelmät antavat hyvin samanlaiset tulokset. Taipumasta määritetyt suhteelliset erotkin (taulukko 9) ovat enimmillään vain muutaman prosenttiyksikön päässä toisistaan.

Kerrosalkkiteoria antaa ainoastaan hieman pienemmät leikkausjännityksen arvot 7-lamellisen CLT-levyn tapauksessa kuin muut menetelmät, sillä se määrittelee poikittaislamellien leikkausjännityksen vähän eri lailla. Tämä hyvin pieni eroavaisuus 7-lamellisen levyn tuloksissa ei ole yllättävä, sillä kuten teoriakappaleessakin kerrottiin, kerrosalkkiteoria tuottaa tarkat ratkaisut symmetristen 3- ja 5-kerroksisten poikkileikkauksien tapauksessa.

### 4.3 Johtopäätökset

Kaikilla laskentamenetelmillä päästään laskennassa lähes samoihin jännityksien ja taipumien arvoihin. Voidaan todeta kaikkien menetelmien olevan käytännön mitoitustehtävissä riittävän tarkkoja, eikä mikään menetelmä poikkea joukosta selkeästi eroavilla tuloksilla ainakaan tarkastelluissa esimerkkilaskelmissa. Toisiaan lähellä olevien tuloksien perusteella voidaan menetelmien numeerisen soveltamisen todeta onnistuneen.

Tehdyistä laskentaesimerkeistä nähdään, että poikittaislamellit ovat leikkausmitoituksen kannalta aina kriittisempiä kuin pitkittäislamellit. Tulos on täysin looginen, sillä poikittaislamellien leikkauskestävyys on vain noin kolmasosa pitkittäislamellien leikkauskestävyy-

destä. Laskentaesimerkkien tuloksista voitiin myös todistaa, että mitoituksen näkökulmasta määrääviksi tekijöiksi osoittautuivat käyttörajatilan värähtely ja taipuma, kuten oli tiedossakin.

Gamma-menetelmä soveltuu enintään 5-lamellisen CLT:n laskentaan ja yli 5-lamellisten levyjen tapauksessa voidaan käyttää laajennettua Gamma-menetelmää. Gamma-menetelmää ja laajennettua Gamma-menetelmää käytetään, kun palkin pituus-korkeus-suhde on vähintään 15. Näitä menetelmiä ei kannata käyttää lyhyiden ja korkeiden palkkien tapauksessa, joissa leikkausmuodonmuutokset ovat merkittävämpiä. Menetelmät eivät huomioi leikkausmuodonmuutoksia suoraan. Menetelmät sopivat muillekin kuin yksiaukkoisille rakenteille. Rakenteen ulokkeellisuus, yksi- tai moniaukkoisuus huomioidaan tehollisessa pituudessa, joka vaikuttaa laskennassa liitoksien hyötysuhdekertoimiin.

Timoshenkon palkkiteoriaa, leikkausanalogiaa ja kerrospalkkiteoriaa kannattaa käyttää erityisesti, kun analysoidaan korkeita ja lyhyitä palkkeja. Kaikki kolme edellä mainittua menetelmää huomioivat leikkausmuodonmuutokset. Kerrospalkkiteoria antaa tarkan tuloksen symmetriselle 3- tai 5-lamelliselle CLT-levylle, lamellimäärän kasvaessa tulee pientä virhettä, mutta tulos on silti hyvin tarkka. Timoshenkon palkkiteoria ja leikkausanalogia eivät rajoitu mihinkään tiettyyn lamellikerroksien määrään eivätkä rakenteen aukkojen määrään. Kerrospalkkiteoriakin soveltuu moniaukkoisille rakenteille, mutta se edellyttää taipuman tarkan ratkaisun käyttämistä rakennemallin mukaisesti.

Gamma-menetelmässä helppoutena on, että taipuman laskennassa käytetään teknistä taivutusteoriaa. Heikkoutena on, että teknisen taivutusteorian käyttämisestä tulee virhettä. Menetelmän yhtälöt on ratkaistu alun perin sinikuormalle, tällöin menetelmän soveltaminen tasaiselle kuormalle tuottaa myös virhettä. Näiden kahden virhetekijän merkitys työn esimerkkilaskelmissa osoittautui kuitenkin merkityksettömän pieneksi käytännön kannalta. Menetelmän heikkoutena on myös, että rakenteen taivutusjäykkyys riippuu rakenteen tehollisesta pituudesta.

Laajennettu Gamma-menetelmä on tavallisen Gamma-menetelmän helppouksien ja heikkouksien lisäksi työläs ja haastava menetelmä. Menetelmässä määritetään runsaasti erilaisia muuttujia, joista muodostetaan kerroinmatriisi. Kerroinmatriisin muodostus on menetelmän aikaa vievin ja työläin osuus. Haastavaksi menetelmän tekee se, että sen käyttäminen ei ole enää mahdollista ilman matriisilaskentaa.

Timoshenkon palkkiteorian haastavuutena on leikkauskorjauskertoimen määrittäminen. Kerroinmatriisi voi itse määrittää menetelmän mukaisella CLT:lle annetulla kaavalla, mutta kaavan käyttö on hyvin haastavaa. Kertoimelle löytyy myös kirjallisuudesta valmiita arvoja, joita voidaan käyttää. Mitä pienemmän kertoimen arvon suunnittelija valitsee annetuista

viitearvoista, sitä varmemmalle puolelle tulokset johtavat rakenteen taipuman käyttöasteen kannalta. Kertoimen valinnalla ei kuitenkaan ole juurikaan merkitystä tyypillisten CLT-rakenteiden laskennassa. Timoshenkon palkkiteoria ei kuitenkaan tuo mitään uutta jännitysten laskentaan Gamma-menetelmään verrattuna, ainoastaan taipumien laskennassa menetelmä tuo uutena lisänä leikkausjäykkyyden huomioimisen.

Leikkausanalogia on erilaisten rakennemallien ja kuormitusten näkökulmasta erinomaisen tarkka menetelmä, sillä näiden asioiden huomioiminen rasituksen laskennassa on helppoa FEM:in avulla. Menetelmä on kuitenkin työmäärällisesti raskas vaatiessaan suuren alkupanostuksen FEM:in osalta. Mikäli osaa ja on mahdollista käyttää FEM:iä, on menetelmä erittäin kätevä. Heikkoutena on, että menetelmästä ei saada tuloksia pelkällä käsinlaskennalla.

Kerrosalkkiteorian käyttäminen on työlästä pitkistä laskentayhtälöistä ja laskentamuutujien määrittämisestä johtuen. Kerrosalkkiteorian käyttöä varten tarvitaan aina tarkka kuormituksen mukainen ratkaisu taipuman differentiaaliyhtälölle. Menetelmä muuttuu hyvin työlääksi, jos palkin kuormitusta vastaavaa valmista tarkkaa ratkaisua ei löydetä kirjallisuudesta. Valmiin tarkan ratkaisun puuttuessa tulee muodostaa palkin kuormitusta vastaava yhtälö, joka joudutaan sijoittamaan neljännen tai kuudennen asteen differentiaaliyhtälöön palkin taipuman lausekkeen ratkaisemiseksi. Leikkausanalogian ja kerrosalkkiteorian taipuman differentiaaliyhtälöt ovat samat, mutta rasituksen laskennat eroavat toisistaan, jolloin menetelmät eivät tuota keskenään täysin samoja tuloksia.

## 5. YHTEENVETO

Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten lapetaivutetun CLT-laatan jännityksiä ja siirtymiä määritetään sekä selvittää millaisia erilaisia laskentamenetelmiä niiden määrittämiseen löytyy. Löydetyistä laskentamenetelmistä esiteltiin niiden teoreettiset taustat riittäväällä tarkkuudella. Laskentamenetelmien soveltuvuutta erilaisiin laskentatilanteisiin selvitettiin ja menetelmiä vertailtiin toisiinsa esimerkilaskelmien avulla. Tutkimus toteutettiin kirjallisuuskatsauksen pohjalta mallintamalla ja vertailulaskelmia hyödyntäen. Työssä rajauduttiin symmetrisiin CLT-poikkileikkauksiin.

Tutkimuksessa perehdyttiin CLT:n erityispiirteisiin rakennesuunnittelun näkökulmasta. CLT:n laskennasta haastavaa tekee poikkileikkauksen kerroksellisuus yhdistettynä puun ortotrooppisuuteen. Erityispiirteistä esiin nousi CLT:n leikkausjoustavuus, joka johtuu poikittaislamellien alhaisesta liukumoduulista. Poikittaislamellien liukumoduuli on vain kymmenesosa pitkittäislamellien liukumoduulista ja leikkauskestävyys on vain noin kolmasosa pitkittäislamellien kestävydestä. Lisäksi poikittaislamellien kimmokerroin on vain noin kolmaskymmenesosa pitkittäislamellien kimmokertoimesta. Tämä johtaa siihen, että CLT-levyn pituussuuntaista taivutusjäykkyyttä määritettäessä usein poikittaislamellien osuus jäykkyyteen jätetään huomioitta ( $E_{90} = 0$ ) laskennan yksinkertaistamiseksi.

Keskeisenä ongelmana CLT:n mitoituksessa on, ettei CLT-tuotteille ole harmonisoitua eurooppalaista tuotestandardia. Tuotestandardin puuttumisen takia CLT-tuotteiden tekniset ominaisuudet ja mitoitus määritetään valmistajakohtaisesti. Tuotestandardi varmistaisi laadukkaat, turvalliset ja keskenään yhteensopivat tuotteet. Standardi mahdollistaisi myös sujuvamman toiminnan valmistajille ja CLT-tuotteiden suunnittelun helpottumisen. Suomessa tällä hetkellä käytössä olevat valmistajakohtaiset mitoitusohjeet perustuvat Gamma-menetelmään.

Kirjallisuuskatsauksen tuloksena löydettiin viisi erilaista laskentamenetelmää Gamma-menetelmän lisäksi: komposiittiteoria, laajennettu Gamma-menetelmä, Timoshenkon palkkiteoria, leikkausanalogia ja kerrospalkkiteoria. Kaikki tässä työssä esitetyt menetelmät laskevat jännityksiä ja siirtymiä lähes samoin tavoin ja johtavat siten melko samoihin tuloksiin. Menetelmien mukainen rasituksen määrittäminen eroaa jännitysten ja siirtymien laskentaa enemmän toisistaan. Timoshenkon palkkiteoria, leikkausanalogia ja ker-



rospalkkiteoria huomioivat taipuman laskennassa menetelmän mukaan määritetyn rakenteen leikkausjäykkyyden, jonka Gamma-menetelmä ja laajennettu Gamma-menetelmä huomioivat epäsuorasti tehollisen taivutusjäykkyyden kautta.

Timoshenkon palkkiteoria, leikkausanalogia ja kerrospalkkiteoria huomioivat leikkausmuodonmuutokset CLT-rakenteessa. Erityisesti Timoshenkon palkkiteoria sopii lyhyiden ja korkeiden palkkien mitoitukseen, missä leikkausmuodonmuutokset ovat merkittävämpiä. Komposiittiteoria, Gamma-menetelmä ja laajennettu Gamma-menetelmä eivät huomioi leikkausmuodonmuutoksia suoraan ja sopivat siksi pitkien ja matalien palkkien mitoitukseen ( $L/h \geq 15$ ). Gamma-menetelmä ja laajennettu Gamma-menetelmä huomioivat rakenteen leikkausmuodonmuutokset kuitenkin epäsuorasti liitoksien eli poikkitaistamien hyötysuhdekertoimilla. Komposiittiteoria osoittautui päätyvän täysin samoihin tuloksiin teknisen taivutusteorian mukaisen epähomogeenisen poikkileikkauksen kaavojen kanssa, ja menetelmää voidaan täten pitää tutkimuksen menetelmistä epätarkimpana menetelmänä CLT:n laskentaan.

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin yksiaukkoista, yksinkertaisesti tuettua ja tasaisesti kuormitettua CLT-laattaa. Laattaa käsiteltiin rakenneanalyysin ja laskennassa yksinkertaistamiseksi yhden metrin levyisenä yhteen suuntaan kantavana palkkina. Menetelmien vertailua varten tehtiin laskentaesimerkkejä lyhyille ja pitkille 3-, 5- ja 7-lamellisille CLT-laatoille. Laskentaesimerkeistä saadut tulokset olivat kaikki hyvin lähellä toisiaan.

Kootaan laskentamenetelmistä vielä yhteenvetotaulukko, jossa kerrotaan menetelmien soveltuvuudesta erilaisiin laskentatapauksiin tämän työn mukaiselle poikkileikkaukseltaan symmetriselle CLT-laatalle (taulukko 10).

**Taulukko 10.** Laskentamenetelmän sopivuus erilaisiin laskentatapauksiin.

Menetelmä	Sopivuus
Gamma-menetelmä	3- ja 5-lamellisille CLT-poikkileikkauksille; ulokkeelliselle, yksi- tai moniaukkoiselle rakenteelle; tasaiselle ja pistekuormalle; pitkille ja matalille palkeille ( $L/h \geq 15$ ), huomioi leikkausmuodonmuutokset epäsuorasti
Laajennettu Gamma-menetelmä	Poikkileikkauksille, joissa enemmän kuin 3 pitkitäislamellia; yksi- tai moniaukkoiselle rakenteelle; tasaiselle ja pistekuormalle; pitkille ja matalille palkeille ( $L/h \geq 15$ ), huomioi leikkausmuodonmuutokset epäsuorasti
Timoshenkon palkkiteoria	Ei rajoitettua lamellien enimmäismäärää; ei rajoitettu rakennemallin jänteiden enimmäismäärää; mielivaltaisella kuormituksella; sopii erityisesti lyhyille ja korkeille palkeille ( $L/h < 15$ ); huomioi leikkausmuodonmuutokset
Leikkausanalogia	Ei rajoitettua lamellien enimmäismäärää; ei rajoitettu rakennemallin jänteiden enimmäismäärää; mielivaltaisella kuormituksella; sopii kaikille $L/h$ suhteille; huomioi leikkausmuodonmuutokset, edellyttää FEM:in käyttöä
Kerrosalkkiteoria	Ei rajoitettua lamellien enimmäismäärää; ei rajoitettu rakennemallin jänteiden enimmäismäärää; kirjallisuudessa esitetty valmiiksi tarkkoja ratkaisuja taipuman differentiaaliyhtälölle; sopii kaikille $L/h$ suhteille; huomioi leikkausmuodonmuutokset

Taulukon perusteella voidaan tehdä suosituksia menetelmien valinnasta. Pitkien ja matalien ( $L/h \geq 15$ ), poikkileikkaukseltaan symmetrisen ja korkeintaan 5-lamellisen CLT-palkin laskentaan voidaan työn perusteella suositella Gamma-menetelmää. Lyhyiden ja korkeiden ( $L/h < 15$ ) CLT-palkkien laskentaan voidaan suositella Timoshenkon palkkiteoriaa. Kaikissa muissa tapauksissa leikkausanalogian käyttämistä voidaan suositella, mikäli

osataan ja on mahdollista käyttää FEM:iä. Erityisesti kuormituksen tai tuentojen muuttuessa monimutkaisemmaksi leikkausanalogia on erinomainen valinta, sillä siinä rasitukset määritetään FEM:in avulla.

CLT-laatan laskennalle eri laskentamenetelmillä löytyy jatkotutkimustarvetta. Tarpeellisia jatkotutkimusaiheita ovat esimerkiksi eri menetelmien tarkkuudet moniaukkoisen tai pistemäisesti kuormitetun palkin tapauksessa.

## LÄHTEET

- Blass, J. & Fellmoser, P. (2004). Design of solid wood panels with cross layers, pp. 1001–1006. University of Karlsruhe, Germany. Saatavissa (15.11.2022): <https://www.semanticscholar.org/paper/Design-of-solid-wood-panels-with-cross-layers-Blass-Fellmoser/0ac31e3f0a8923666100baa6e19f6a87c91f7a1a>
- Blass, H.J. & Sandhaas, C. (2017). Timber Engineering - Principles for Design, KIT Scientific Publishing, Karlsruhe, 644 p. Saatavissa (9.9.2022): <https://doi.org/10.5445/KSP/1000069616>
- Bogensperger, T., Silly G. & Schickhofer G. (2012). Comparison of Methods of Approximate Verification Procedures for Cross Laminated Timber. Brandner, R., Tomasi, R., Moosbrugger, T., Serrano, E. & Dietsch, P. (Eds), Properties Testing and Design of Cross Laminated Timber, European Cooperation in Science and Technology, Germany, pp. 323–466. Saatavissa (26.5.2022): [https://www.researchgate.net/profile/Philipp-Dietsch-2/publication/328214443\\_Properties\\_Testing\\_and\\_Design\\_of\\_Cross\\_Laminated\\_Timber/links/5bbeeca345851572315ed7b7/Properties-Testing-and-Design-of-Cross-Laminated-Timber.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Philipp-Dietsch-2/publication/328214443_Properties_Testing_and_Design_of_Cross_Laminated_Timber/links/5bbeeca345851572315ed7b7/Properties-Testing-and-Design-of-Cross-Laminated-Timber.pdf)
- Borgström, E. & Fröbel, J. (2019). The CLT Handbook, CLT structures – facts and planning, Svenskt Trä, Stockholm, 186 p. Saatavissa (6.4.2022): <https://www.swedish-wood.com/siteassets/5-publikationer/pdf/CLT-Handbook-2019-Eng-M-Svensk-Standard-2019.pdf>
- Christovasilis, I.P., Brunetti, M., Follesa, M., Nocetti, M. & Vassallo, D. (2016). Evaluation of mechanical properties of cross laminated timber with elementary beam theories, Construction and Building Materials, Volume 122, pp. 202–213. Saatavissa (12.1.2023): <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061816310108>
- CLT Finland Oy. Materiaalipankki, verkkosivu. Saatavissa (24.3.2022): <https://hoisko.fi/clt/materiaalipankki/>
- CLT Plant Oy. Sertifikaatit, verkkosivu. Saatavissa (24.3.2022): <https://www.cltplant.com/sertifikaatit/>
- Cuerrier-Auclair, S. (2020). Design Guide for Timber-Concrete Composite Floors in Canada, FPInnovations, 99 p. Saatavissa (2.2.2023): <https://web.fpinnovations.ca/tcc/>
- Doudak, G. & Karacabeyli, E. (2019). Duration of load and creep factors for cross-laminated timber panels. Karacabeyli, E. & Gagnon, S. (Eds), Canadian CLT Handbook,

- FPIinnovations, pp. 299–311. Saatavissa (8.9.2022): [https://web.fpinnovations.ca/clt/?utm\\_source=website&utm\\_medium=home-banner&utm\\_campaign=clt-en](https://web.fpinnovations.ca/clt/?utm_source=website&utm_medium=home-banner&utm_campaign=clt-en)
- Granholm, H. (1949). Om sammansatta balkar och pelare med särskild hänsyn till spikade träkonstruktioner, No. 88, Transactions of Chalmers University of Technology, Göteborg
- Heinisuo, M. (2022). Elastic theory of layered beam, Tampere University, 64 p. Saatavissa (10.10.2022) <https://urn.fi/URN:ISBN:978-952-03-2414-8>
- Heinisuo, M. & Pajunen, S. (2021). CLT beam analysis using classical elastic theory of layered beams, Journal of Structural Mechanics, pp. 143–171. Saatavissa (10.9.2022): <https://urn.fi/URN:NBN:fi:tuni-202202021788>
- Jelec, M., Rajcic, V. & Varevac, D. (2018). Cross-laminated timber (CLT) – a state of the art report, Gradevinar. pp. 75–95. Saatavissa (29.9.2022) <https://www.researchgate.net/publication/324441478>
- Kreuzinger, H. (1999). Flächentragwerke – Platten, Scheiben und Schalen – Berechnungsmethoden und Beispiele, Fachverlag Holz, Dusseldorf
- Möhler, K. (1956). Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebigen Verbindungsmitteln, Technische Universität Karlsruhe, Germany
- Niederwestberg, J., Zhou, J. & Chui, Y.-H. (2018). Comparison of Theoretical and Laboratory Out-of-Plane Shear Stiffness Values of Cross Laminated Timber Panels, Buildings 8, no. 10, 15 p. Saatavissa (5.10.2022): <https://doi.org/10.3390/buildings8100146>
- Oy CrossLam Kuhmo Ltd. Materiaalipankki, verkkosivu. Saatavissa (24.3.2022): <https://crosslam.fi/materiaalipankki/>
- Popovski M., Gagnon S., Mohammad M. & Chen Z. (2019). Structural design of cross-laminated timber elements. Karacabeyli, E. & Gagnon, S. (Eds), Canadian CLT Handbook, FPIinnovations, pp. 105–172. Saatavissa (8.9.2022): [https://web.fpinnovations.ca/clt/?utm\\_source=website&utm\\_medium=home-banner&utm\\_campaign=clt-en](https://web.fpinnovations.ca/clt/?utm_source=website&utm_medium=home-banner&utm_campaign=clt-en)
- Salmi, T. & Kuula, K. (2012). Rakenteiden mekaniikka, Pressus Oy, Tampere, 463 s.
- SFS-EN 16351:2021:en (2021). Timber structures, Cross laminated timber, Requirements, Suomen Standardisoimisliitto SFS ry, Helsinki, 97 s.
- SFS-EN 1995-1-1 + A1 + A2 + AC (2014). Eurokoodi 5, Puurakenteiden suunnittelu, Osa 1–1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, Suomen Standardisoimisliitto ry, Helsinki, 222 s.

SFS-EN 338:en (2016). Structural timber. Strength classes, Suomen Standardisoimisliitto SFS ry, Helsinki, 11 s.

Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry (2017a). Puurakenteiden suunnitteluohje, eurokoodi EN 1995-1-1, Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry, Helsinki, 231 s.

Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry (2017b). RIL 205-1-2017 lisäohjeet: Cross-Lam Kuhmo CLT, Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry, Helsinki, 9 s. Saatavissa (7.3.2022): <https://www.ril.fi/kirjakauppa/attachment/download/321-b99eb755bb7d6f3f1a14cd618b2f9bf5>

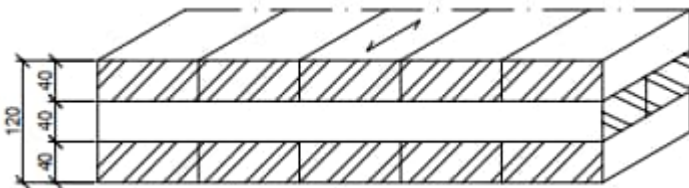
Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry (2017c). RIL 205-1-2017 lisäohjeet: Stora Enso CLT, Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry, Helsinki, 5 s. Saatavissa (7.3.2022): <https://www.ril.fi/kirjakauppa/attachment/download/326-fb75019d3a578baa485473f5d6b309ac>

Thiel, A. & Brandner, R. (2016). Cross Laminated Timber – A competitive wood product for visionary and fire safe buildings, Ultimate limit states design of CLT elements – Basics and some special topics, European Cooperation in Science and Technology, Sweden, pp. 65–89. Saatavissa (16.9.2022): <https://www.cost.eu/publication/proceedings-of-the-joint-conference-of-cost-actions-fp1402-fp1404-kth-building-materials/>

Wallner-Novak, M., Koppelhuber, J. & Pock, K. (2014). Cross-Laminated Timber Structural Design, Basic design and engineering principles according to Eurocode, proHolz Austria, 189 p. Saatavissa (30.3.2022): [https://www.proholz.at/fileadmin/proholz/media/shop/Information\\_pdf/cross\\_laminated\\_timber.pdf](https://www.proholz.at/fileadmin/proholz/media/shop/Information_pdf/cross_laminated_timber.pdf)

## LIITE A: GAMMA-MENETELMÄ, 3-LAMELLINEN LEVY

Lähde mitoitukseen RIL 205-1-2017 CrossLam Kuhmo CLT Iisäohje



### Lähtötiedot

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 120\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$B_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0,\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90,\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0,\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R,\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan  
pintalamellien suunnassa

### Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k,\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien ompaino

$$g_{k,\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 0.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

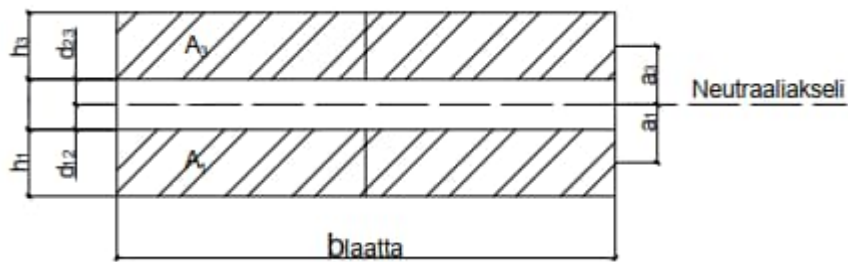
laatan omapaino

$$g_k := g_{k,\text{väliseinät}} + g_{k,\text{omapaino}} = 1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A



$$h_1 := 40\text{mm}$$

$$h_2 := 0\text{mm}$$

tarkistus,  $h_2 = 0 \rightarrow \text{OK!}$

$$h_3 := 40\text{mm}$$

$$d := 40\text{mm}$$

$$d_{12} := \frac{d}{2} = 20\text{mm}$$

tarkistus,  $d_{12} = d_{23} = d/2 \text{ OK!}$

$$d_{23} := \frac{d}{2} = 20\text{mm}$$

$$A_1 := b_{\text{laatta}} \cdot h_1 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_2 := b_{\text{laatta}} \cdot h_2 = 0 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_3 := b_{\text{laatta}} \cdot h_3 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Ratkaistaan liitosten hyötysuhdekertoimet

$$\gamma_1 := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot A_1 \cdot d_{12}}{G_{R.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}} = 0.947$$

liitoshyötysuhdekerroin joustavasti kootulle kerrospalkille

$$\gamma_2 := 1.0$$

liitoshyötysuhdekerroin joustavasti kootulle kerrospalkille

$$\gamma_3 := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot A_3 \cdot d_{23}}{G_{R.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}} = 0.947$$

liitoshyötysuhdekerroin joustavasti kootulle kerrospalkille



$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot A_2 + \gamma_3 \cdot A_3} = 0 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_1 := \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 40 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_3 := \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 40 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$I_{y,1} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_1^3}{12} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 = 65.946 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

$$I_{y,2} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_2^3}{12} = 0 \times 10^0 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

$$I_{y,3} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_3^3}{12} + \gamma_3 \cdot A_3 \cdot a_3^2 = 65.946 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

**Tehollinen neliömomentti**

$$I_{\text{ef,L}} := I_{y,1} + I_{y,2} + I_{y,3} = 131.893 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

**Tehollinen taivutusjäykkyys**

$$EI_{\text{ef,L}} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_{\text{ef,L}} = 1.517 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

**Staattiset momentit**

$$S_{\text{ef,1}} := \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1 = 1.515 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

pintalamellikerroksessa

$$a_{2,s} := 10 \text{mm}$$

1/4 keskimmäisen lamellin paksuudesta

$$S_{\text{ef,2}} := \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1 + \gamma_2 \cdot A_2 \cdot a_2 = 1.515 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

neutraaliakselilla

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

### Mitoittava taivutusrasitus

$$M_{\text{y.d}} := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}^2}{8} = 12.969 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{m.y.d}} := \frac{M_{\text{y.d}} \cdot E_{0.\text{mean}}}{EI_{\text{ef.L}}} \cdot \left( \gamma_1 \cdot a_1 + \frac{h_1}{2} \right) = 5.692 \cdot \text{MPa}$$

### Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

### Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \sigma_{\text{m.y.d}}$$

### Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{\text{m.y.d}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.309$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella)

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}}{2} = 10.375 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_d := \frac{V_d \cdot S_{\text{ef},1}}{I_{\text{ef},L} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.119 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_d}{f_{R,d,0}} = 0.143$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d = 10.375 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_{d,2} := \frac{V_d \cdot S_{\text{ef},2}}{I_{\text{ef},L} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.119 \cdot \text{MPa}$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_{d,2}}{f_{R,d,0}} = 0.143$$

leikkausjännitys liimasaumassa ja neutraaliakselilla sama, sillä jännitys ei muutu poikittaislamelleissa, vaan pysyy vakiona niiden ylitse

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\psi_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{ef.L}}} = 5.365 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{ef.L}}} = 10.731 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1 (lyhennetty ohje)

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 16.096 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 1.288$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 22.964 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 1.378$$

## Värähtelymitoitus

Tehollinen taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{\text{ef,L}} = 1.517 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Tehollinen taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

Gamma-menetelmän mukaiset liitoshyötysuhdekertoimien laskennat jäävät nyt pois poikittaissuunnasta tarkasteltaessa, koska poikittaissuunnasta katsottuna ainoastaan yksi pituussuuntainen lamellikerros.

$$I_B := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot d^3}{12} = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

rakenteen neliömomentti  
poikittaissuunnassa

$$EI_{\text{ef,B}} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_B = 61.333 \times 10^3 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 100

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 131.937 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä  
kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\pi}{2 \cdot L_{\text{jänne}}} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{ef,L}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 6.737 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian  
ominaistaajuus

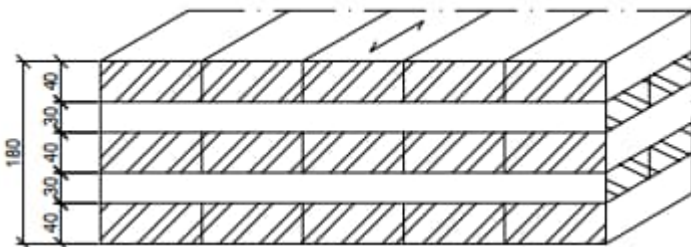
Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 0$$

Ominaistaajuus ei ylitä vaadittua 9 Hz rajaa, laskentaa ei jatketa.

## LIITE B: GAMMA-MENETELMÄ, 5-LAMELLINEN LEVY

Lähde mitoitukseen RIL 205-1-2017 CrossLam Kuhmo CLT Iisäohje



### Lähtötiedot

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 180\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$B_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0,\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituuksuuntainen kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$G_{R,\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4.0\text{MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan  
pintalamellien suunnassa

### Laataan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k,\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien omapaino

$$g_{k,\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 0.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

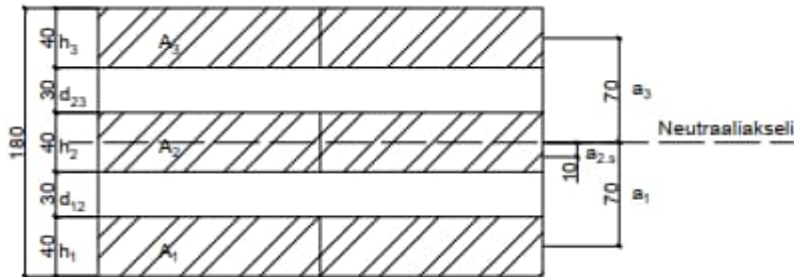
laatan omapaino

$$g_k := g_{k,\text{väliseinät}} + g_{k,\text{omapaino}} = 1.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A



$$h_1 := 40\text{mm}$$

$$h_2 := 40\text{mm}$$

$$h_3 := 40\text{mm}$$

$$d_{12} := 30\text{mm}$$

$$d_{23} := 30\text{mm}$$

$$A_1 := b_{\text{laatta}} \cdot h_1 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_2 := b_{\text{laatta}} \cdot h_2 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_3 := b_{\text{laatta}} \cdot h_3 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Ratkaistaan liitosten hyötysuhdekertoimet

$$\gamma_1 := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot A_1 \cdot d_{12}}{G_{R.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}} = 0.923$$

liitoshyötysuhdekerroin joustavasti kootulle kerrospalkille

$$\gamma_3 := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot A_3 \cdot d_{23}}{G_{R.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}} = 0.923$$

tarkistus  $\gamma_1 = \gamma_3 \rightarrow \text{OK!}$

$$\gamma_2 := 1.0$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot A_2 + \gamma_3 \cdot A_3} = 0 \cdot \text{mm}$$

tarkistus,  $a_2 = 0 \rightarrow \text{OK!}$

$$a_1 := \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_3 := \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$I_{y,1} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_1^3}{12} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 = 186.176 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

$$I_{y,2} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_2^3}{12} = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

$$I_{y,3} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_3^3}{12} + \gamma_3 \cdot A_3 \cdot a_3^2 = 186.176 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

**Tehollinen neliömomentti**

$$I_{\text{ef,L}} := I_{y,1} + I_{y,2} + I_{y,3} = 377.685 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

**Tehollinen taivutusjäykkyys**

$$EI_{\text{ef,L}} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_{\text{ef,L}} = 4.343 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

**Staattiset momentit**

$$S_{\text{ef,1}} := \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1 = 2.583 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

pintalamellikerroksessa

$$a_{2,s} := 10 \text{mm}$$

1/4 keskimmäisen lamellin paksuudesta

$$S_{\text{ef,2}} := \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1 + \gamma_2 \frac{A_2}{2} \cdot a_{2,s} = 2.783 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

neutraaliakselilla



## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24\text{MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

### Mitoittava taivutusrasitus

$$M_{\text{y.d}} := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}^2}{8} = 14.047 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{m.y.d}} := \frac{M_{\text{y.d}} \cdot E_{0.\text{mean}}}{EI_{\text{ef.L}}} \cdot \left( \gamma_1 \cdot a_1 + \frac{h_1}{2} \right) = 3.146 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

### Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \sigma_{\text{m.y.d}}$$

### Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{\text{m.y.d}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.171$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}}{2} = 11.238 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_d := \frac{V_d \cdot S_{\text{ef},1}}{I_{\text{ef},L} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.077 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_d}{f_{R,d,0}} = 0.092$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d = 11.238 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_{d,2} := \frac{V_d \cdot S_{\text{ef},2}}{I_{\text{ef},L} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.083 \cdot \text{MPa}$$

Leikkauskestävyys

$$f_{v,d} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = 2.56 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{v,d} > \tau_{d,2}$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_{d,2}}{f_{v,d}} = 0.032$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\psi_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{ef.L}}} = 2.436 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{ef.L}}} = 3.747 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1 (lyhennetty ohje)

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 6.183 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.495$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 9.031 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

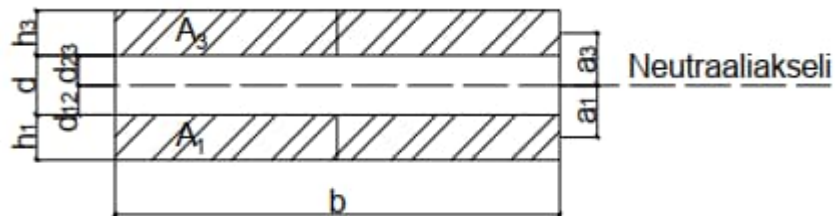
$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.542$$

## Värähtelymitoitus

Tehollinen taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{ef,L} = 4.343 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Tehollinen taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$h_1 := 30 \text{ mm}$$

$$h_2 := 0 \text{ mm}$$

$$h_3 := 30 \text{ mm}$$

$$d := 40 \text{ mm}$$

keskellä olevan poikittaislamellin paksuus

$$t := \frac{d}{2} = 20 \text{ mm}$$

$$d_{12} := t = 20 \text{ mm}$$

$$d_{23} := t = 20 \text{ mm}$$

$$A_1 := b_{laatta} \cdot h_1 = 3 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_2 := 0 \text{ mm}^2$$

$$A_3 := b_{laatta} \cdot h_3$$

$$\gamma_1 := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0.mean} \cdot A_1 \cdot d_{12}}{G_{R.mean} \cdot b_{laatta} \cdot B_{leveys}^2}} = 0.846$$

$$\gamma_3 := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0.mean} \cdot A_3 \cdot d_{23}}{G_{R.mean} \cdot b_{laatta} \cdot B_{leveys}^2}} = 0.846$$

$$\gamma_2 := 1.0$$

$$a_{2,v} := \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot A_2 + \gamma_3 \cdot A_3} = 0 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
neutraaliakselille

$$a_{1,v} := \left( \frac{h_1}{2} + d_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 35 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
neutraaliakselille

$$a_{3,v} := \left( \frac{h_2}{2} + d_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 35 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
neutraaliakselille

$$I_{y,1.B} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_1^3}{12} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 = 33.344 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

$$I_{y,3.B} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot h_3^3}{12} + \gamma_3 \cdot A_3 \cdot a_3^2 = 33.344 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksen neliömomentti

Tehollinen neliömomentti

$$I_{\text{ef},B} := I_{y,1.B} + I_{y,3.B} = 66.688 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Tehollinen taivutusjäykkyys

$$EI_{\text{ef},B} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_{\text{ef},B} = 766.917 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 100

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 162.518 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä  
kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\pi}{2 \cdot L_{\text{jänne}}} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{ef},L} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 10.272 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian  
ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 101

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\delta} := \sqrt[4]{\frac{EI_{\text{ef.B}}}{EI_{\text{ef.L}}}} = 0.648$$

$$k_{\delta} \leq \frac{B_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\delta} := \frac{B_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0.48$$

$$\delta := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{ef.L}}}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{ef.L}}} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.28551 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{ef.L}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.28551 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{ef.L}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.599572 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistajuuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\delta \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L_{\text{jänne}}}{\text{m}}} = 1.126$$

Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

$$\delta \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$

## LIITE C: LAAJENNETTU GAMMA-MENETELMÄ, 7-LAMELLINEN LEVY

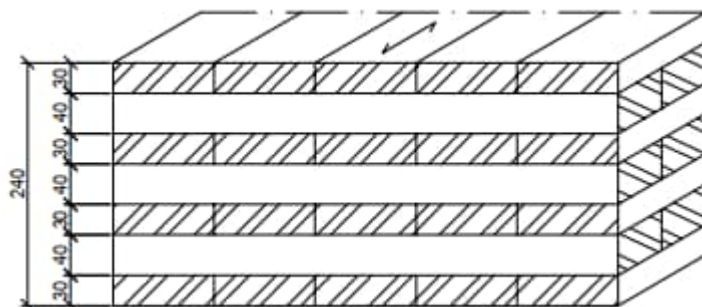
Lähde mitoitukseen Wallner-Novak et al. 2014, The extended Gamma method

### Lähtötiedot

$K_{FI} := 1.0$	asuinrakennus, seuraamusluokka CC2
$h_{laatta} := 240\text{mm}$	laatan paksuus
$b_{laatta} := 1000\text{mm}$	mitoituskaistan leveys
$L_{jänne} := 5000\text{mm}$	laatan jänneväli
$B_{leveys} := 2400\text{mm}$	laatan leveys (jänneväliä vastaan)
$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$	laatan tilavuuspaino
$E_{0.\text{mean}} := 11500\text{MPa}$	pituuusuuntainen kerrosten keskimääräinen kimmomoduuli
$G_{R.\text{mean}} := 65\text{MPa}$	poikittaisten kerrosten tasoleikkausmoduulin keskiarvo
$f_{v,k} := 4\text{MPa}$	leikkauslujuus
$f_{R.k.0} := 1.3\text{MPa}$	tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan pintalamellien suunnassa

### Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$g_{k.\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	ei-kantavien väliseinien omapaino
$g_{k.\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 1.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	laatan omapaino
$g_k := g_{k.\text{väliseinät}} + g_{k.\text{omapaino}} = 1.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	omat painot
$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	hyötykuorma, luokka A



Lamellikerroksien paksuudet

$$d_1 := 30\text{mm} \quad d_{12} := 40\text{mm}$$

$$d_2 := 30\text{mm} \quad d_{23} := 40\text{mm}$$

$$d_3 := 30\text{mm} \quad d_{34} := 40\text{mm}$$

$$d_4 := 30\text{mm}$$

$$d := \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 30 \\ 30 \\ 30 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Pituussuuntaisten lamellikerroksien poikkipinta-alat

$$A_1 := b_{\text{laatta}} \cdot d_1 = 3 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_2 := b_{\text{laatta}} \cdot d_2 = 3 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_3 := b_{\text{laatta}} \cdot d_3 = 3 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_4 := b_{\text{laatta}} \cdot d_4 = 3 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 10^4 \\ 3 \times 10^4 \\ 3 \times 10^4 \\ 3 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

Etäisyys laatan yläreunasta neutraaliakselille

$$z_s := \frac{h_{\text{laatta}}}{2} = 120 \cdot \text{mm}$$

Etäisyys laatan yläreunasta yksittäisen lamellikerroksen omalle neutraaliakselille

$$o_1 := \frac{d_1}{2} = 15 \cdot \text{mm}$$

$$o_2 := d_1 + d_{12} + \frac{d_2}{2} = 85 \cdot \text{mm}$$

$$o_3 := d_1 + d_{12} + d_2 + d_{23} + \frac{d_3}{2} = 155 \cdot \text{mm}$$

$$o_4 := d_1 + d_{12} + d_2 + d_{23} + d_3 + d_{34} + \frac{d_4}{2} = 225 \cdot \text{mm}$$

Etäisyys yksittäisen pituussuuntaisen lamellikerroksen keskeltä neutraaliakselille

$$a_1 := o_1 - z_s = -105 \cdot \text{mm}$$

$$a_2 := o_2 - z_s = -35 \cdot \text{mm}$$

$$a_3 := o_3 - z_s = 35 \cdot \text{mm}$$

$$a_4 := o_4 - z_s = 105 \cdot \text{mm}$$

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -105 \\ -35 \\ 35 \\ 105 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$



Jäykkyykskertoimet

$$C_{12} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot G_{R.\text{mean}}}{d_{12}} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$C_{23} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot G_{R.\text{mean}}}{d_{23}} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$C_{34} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot G_{R.\text{mean}}}{d_{34}} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$D_1 := \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot d_1}{L_{\text{jänne}}^2} = 136.201 \cdot \text{MPa}$$

$$D_2 := \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot d_2}{L_{\text{jänne}}^2} = 136.201 \cdot \text{MPa}$$

$$D_3 := \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot d_3}{L_{\text{jänne}}^2} = 136.201 \cdot \text{MPa}$$

$$D_4 := \frac{\pi^2 \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot d_4}{L_{\text{jänne}}^2} = 136.201 \cdot \text{MPa}$$

$$s_1 := -C_{12} \cdot (a_2 - a_1) = -113.75 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_2 := -C_{23} \cdot (a_3 - a_2) + C_{12} \cdot (a_2 - a_1) = -14.901 \times 10^{-12} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_3 := -C_{34} \cdot (a_4 - a_3) + C_{23} \cdot (a_3 - a_2) = 14.901 \times 10^{-12} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_4 := C_{34} \cdot (a_4 - a_3) = 113.75 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -113.75 \times 10^3 \\ -14.901 \times 10^{-12} \\ 14.901 \times 10^{-12} \\ 113.75 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{11} := (C_{12} + D_1) \cdot a_1 = -184.926 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{22} := (C_{12} + C_{23} + D_2) \cdot a_2 = -118.517 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{33} := (C_{23} + C_{34} + D_3) \cdot a_3 = 118.517 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{44} := (C_{34} + D_4) \cdot a_4 = 184.926 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{12} := -C_{12} \cdot a_2 = 56.875 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{23} := -C_{23} \cdot a_3 = -56.875 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{34} := -C_{34} \cdot a_4 = -170.625 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{21} := -C_{12} \cdot a_1 = 170.625 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{32} := -C_{23} \cdot a_2 = 56.875 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$v_{43} := -C_{34} \cdot a_3 = -56.875 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 & 0 \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & 0 \\ 0 & v_{32} & v_{33} & v_{34} \\ 0 & 0 & v_{43} & v_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -184.926 \times 10^3 & 56.875 \times 10^3 & 0 \times 10^0 & 0 \times 10^0 \\ 170.625 \times 10^3 & -118.517 \times 10^3 & -56.875 \times 10^3 & 0 \times 10^0 \\ 0 \times 10^0 & 56.875 \times 10^3 & 118.517 \times 10^3 & -170.625 \times 10^3 \\ 0 \times 10^0 & 0 \times 10^0 & -56.875 \times 10^3 & 184.926 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Ratkaistaan liitoksien hyötysuhdekertoimet

$$\begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 & 0 \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & 0 \\ 0 & v_{32} & v_{33} & v_{34} \\ 0 & 0 & v_{43} & v_{44} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.878 \\ 0.854 \\ 0.854 \\ 0.878 \end{pmatrix}$$

tarkistus  $\gamma_1 = \gamma_4$  ja  $\gamma_2 = \gamma_3$

Tehollinen neliomomentti

$$I_{\text{eff.L}} := \sum_{i=1}^4 \left[ \frac{b_{\text{laatta}} \cdot (d_i)^3}{12} + \gamma_i \cdot A_i \cdot (a_i)^2 \right] = 652.372 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Tehollinen taivutusjäykkyys

$$EI_{\text{eff.L}} := E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{eff.L}} = 7.502 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

Mitoittava taivutusrasitus

$$M_{\text{y.d}} := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}^2}{8} = 15.125 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{m.y.d}} := \frac{M_{\text{y.d}} \cdot E_{0.\text{mean}}}{EI_{\text{eff.L}}} \cdot \left( \gamma_1 \cdot |a_1| + \frac{d_1}{2} \right) = 2.484 \cdot \text{MPa}$$

Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \sigma_{\text{m.y.d}}$$

Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{\text{m.y.d}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.135$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Staattinen momentti

$$S_{12} := A_1 \cdot a_1 \cdot \gamma_1 = -2.765 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}}{2} = 12.1 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_d := \frac{V_d \cdot S_{12}}{I_{\text{eff}} \cdot L \cdot b_{\text{laatta}}} = -0.051 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_d}{f_{R,d,0}} = -0.062$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla = liimasaumassa 3 ja 4

Staattinen momentti

$$S_{23} := A_1 \cdot a_1 \cdot \gamma_1 + A_2 \cdot a_2 \cdot \gamma_2 = -3.661 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

Mitoittava leikkausrasitus

$$\tau_{d,2} := \frac{V_d \cdot S_{23}}{I_{\text{eff}} \cdot L \cdot b_{\text{laatta}}} = -0.068 \cdot \text{MPa}$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_{d,2}}{f_{R,d,0}} = -0.082$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1 (lyhennetty ohje)

$$\psi_2 := 0.3$$

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{eff.L}}} = 1.736 \cdot \text{mm}$$

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{eff.L}}} = 2.169 \cdot \text{mm}$$

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 3.905 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.312$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 5.814 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.349$$

## Värähtelymitoitus

Tehollinen taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{\text{eff.L}} = 7.502 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Tehollinen taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$d_{1,1} := 40 \text{ mm}$$

$$d_{2,1} := 40 \text{ mm}$$

$$d_{3,1} := 40 \text{ mm}$$

$$d_{1,2} := 30 \text{ mm}$$

$$d_{2,2} := 30 \text{ mm}$$

$$A_{1,1} := b_{\text{laatta}} \cdot d_1 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{2,1} := b_{\text{laatta}} \cdot d_2 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{3,1} := b_{\text{laatta}} \cdot d_3 = 4 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

$$d := \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$A := \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \times 10^4 \\ 4 \times 10^4 \\ 4 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

Ratkaistaan liitosten hyötysuhdekertoimet

$$\gamma_{1,1} := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot A_1 \cdot d_{12}}{G_{R,\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot B_{\text{leveys}}^2}} = 0.733$$

liitoshyötysuhdekerroin joustavasti kootulle kerospalkille

$$\gamma_{3,1} := \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot A_3 \cdot d_{23}}{G_{R,\text{mean}} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot B_{\text{leveys}}^2}} = 0.733$$

tarkistus  $\gamma_1 = \gamma_3 \rightarrow \text{OK!}$ 

$$\gamma_{2,1} := 1.0$$

$$a_{2,1} := \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot \left( \frac{d_1}{2} + d_{12} + \frac{d_2}{2} \right) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot \left( \frac{d_2}{2} + d_{23} + \frac{d_3}{2} \right)}{\gamma_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot A_2 + \gamma_3 \cdot A_3} = 0 \cdot \text{mm}$$

tarkistus,  $a_2 = 0 \rightarrow \text{OK!}$ 

$$a_{1,1} := \left( \frac{d_1}{2} + d_{12} + \frac{d_2}{2} \right) - a_2 = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_{3,1} := \left( \frac{d_2}{2} + d_{23} + \frac{d_3}{2} \right) + a_2 = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$\gamma := \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.733 \\ 1 \\ 0.733 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 0 \\ 70 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Tehollinen neliömomentti

$$I_{\text{eff.B}} := \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{b_{\text{laatta}} \cdot (d_i)^3}{12} + \gamma_i \cdot A_i \cdot (a_i)^2 \right] = 303.436 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Tehollinen taivutusjäykkyys

$$EI_{\text{eff.B}} := E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{eff.B}} = 3.49 \times 10^6 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2$$

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 100

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 193.099 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä  
kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\pi}{2 \cdot L_{\text{jänne}}^2} \sqrt{\frac{EI_{\text{eff.L}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 12.385 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian  
ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 101

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\delta} := \sqrt[4]{\frac{EI_{\text{eff.B}}}{EI_{\text{eff.L}}}} = 0.826$$

$$k_{\delta} \leq \frac{B_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\delta} := \frac{B_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0.48$$

$$\delta := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{eff.L}}}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{eff.L}}} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.165294 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{eff.L}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.165294 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{eff.L}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.347117 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistaajuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\delta \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L_{\text{jänne}}}{\text{m}}} = 1.126$$

Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

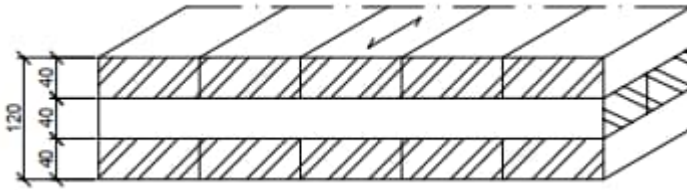
$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

$$\delta \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$



## LIITE D: TIMOSHENKON PALKKITEORIA, 3-LAMELLINEN LEVY

Lähteet mitoitukseen: Bogström & Fröbel 2019, Thiel & Brandner 2016



$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 120\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$L_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0.\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90.\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0.\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R.\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R.k.0} := 1.3\text{MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan  
pintalamellien suunnassa

Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k.\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien omapaino

$$g_{k.\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 0.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

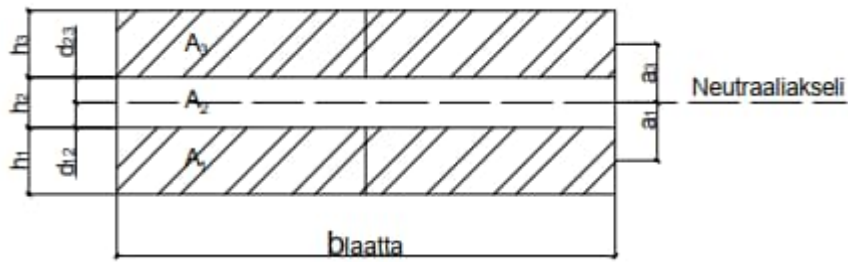
laatan omapaino

$$g_k := g_{k.\text{väliseinät}} + g_{k.\text{omapaino}} = 1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A



ORIGIN := 1

$$t_1 := 40\text{mm}$$

$$t_2 := 40\text{mm}$$

$$t_3 := 40\text{mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} 0.04 \\ 0.04 \\ 0.04 \end{pmatrix} \text{ m} \quad \underline{\underline{A}} := b_{\text{laatta}} \cdot t = \begin{pmatrix} 0.04 \\ 0.04 \\ 0.04 \end{pmatrix} \text{ m}^2$$

$$a_1 := \frac{t_2}{2} + \frac{t_1}{2} = 40\text{ mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_2 := 0 = 0\text{ mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_3 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_2}{2} = 40\text{ mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad \underline{\underline{G}} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$I_{y,\text{timo.1}} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot (t_1)^3}{12} + b_{\text{laatta}} \cdot t_1 \cdot (a_1)^2 = 6.933 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

pituussuuntaisen lamellikerroksen  
neliömomentti

$$I_{y,\text{timo.2}} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot (t_2)^3}{12} + b_{\text{laatta}} \cdot t_2 \cdot (a_2)^2 = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

poikittaissuuntaisen lamellikerroksen  
neliömomentti

$$I_{y,\text{timo.3}} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot (t_3)^3}{12} + b_{\text{laatta}} \cdot t_3 \cdot (a_3)^2 = 6.933 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

pituussuuntaisen lamellikerroksen  
neliömomentti

$$I_{y,\text{timo}} := \begin{pmatrix} I_{y,\text{timo.1}} \\ I_{y,\text{timo.2}} \\ I_{y,\text{timo.3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.933 \times 10^7 \\ 5.333 \times 10^6 \\ 6.933 \times 10^7 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^4 \quad \text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Neliömomentti

$$I_{\text{net}} := \sum \overrightarrow{(I_{y,\text{timo}} \cdot \text{bool})} = 1.387 \times 10^8 \cdot \text{mm}^4$$

Nettotaivutusjäykkyys pituussuunnassa

$$EI_{\text{net}} := \sum \overrightarrow{(I_{y,\text{timo}} \cdot E)} = 1.595 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

Staattiset momentit:

$$S_1 := A_1 \cdot a_1 = 1.6 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

staattinen momentti liimasauman  
kohdalla neutraaliakselin suhteen

$$S_2 := A_1 \cdot a_1 = 1.6 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

staattinen momentti neutraaliakselilla

Tehollinen leikkausjäykkyys

$$\pi := 0.163$$

leikkauskorjauskertoimen, Borgström &  
Fröbel 2019

$$GA_{\text{eff}} := \sum \overrightarrow{(G \cdot b_{\text{laatta}} \cdot t)} \cdot \pi = 8.9 \times 10^6 \text{ N}$$

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24\text{MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$M_{\text{y.d}} := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}^2}{8} = 12.969 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{m.y.d}} := \frac{M_{\text{y.d}}}{EI_{\text{net}}} \cdot E_1 \cdot \frac{h_{\text{laatta}}}{2} = 5.611 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \sigma_{\text{m.y.d}}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{\text{m.y.d}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.304$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}}{2} = 10.375 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_d := \frac{V_d \cdot S_1}{I_{\text{net}} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.12 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R.d.0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R.k.0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R.d.0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_d}{f_{R.d.0}} = 0.144$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d = 10.375 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_{d.2} := \frac{V_d \cdot S_2}{I_{\text{net}} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.12 \cdot \text{MPa}$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_{d.2}}{f_{R.d.0}} = 0.144$$

leikkausjännitys liimasaumassa ja neutraaliakselilla sama, sillä jännitys ei muutu poikittaislamelleissa, vaan pysyy vakiona niiden ylitse

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\psi_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 5.454 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 10.909 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

## Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 16.363 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 1.309$$

## Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 23.345 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 1.401$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{\text{net}} = 1.595 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$EI_B := I_{y, \text{timo}_2} \cdot E_{0, \text{mean}} = 6.133 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 131.937 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\delta}{2 \cdot L_{\text{jänne}}^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{net}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 6.908 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian ominaistaajuus

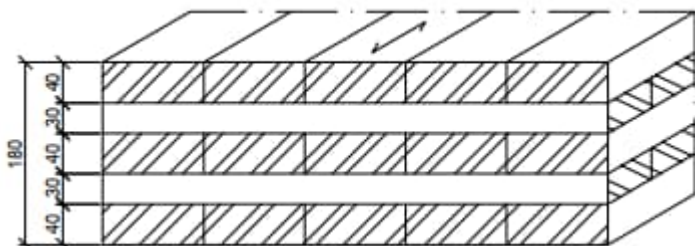
Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 0$$

Ominaistaajuus ei ylitä vaadittua 9 Hz rajaa, laskentaa ei jatketa.

## LIITE E: TIMOSHENKON PALKKITEORIA, 5-LAMELLINEN LEVY

Lähteet mitoitukseen: Bogström & Fröbel 2019, Thiel & Brandner 2016



### Lähtötiedot CrossLam Kuhmo CLT L5-180-40

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 180\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$L_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0.\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90.\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0.\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R.\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

levyn leikkauslujuus syrjällään

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

levyn tasoleikkauslujuus, kun levyä  
taivutetaan pintalamellien suunnassa

### Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k.\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien ompaino

$$g_{k.\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 0.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

laatan omapaino

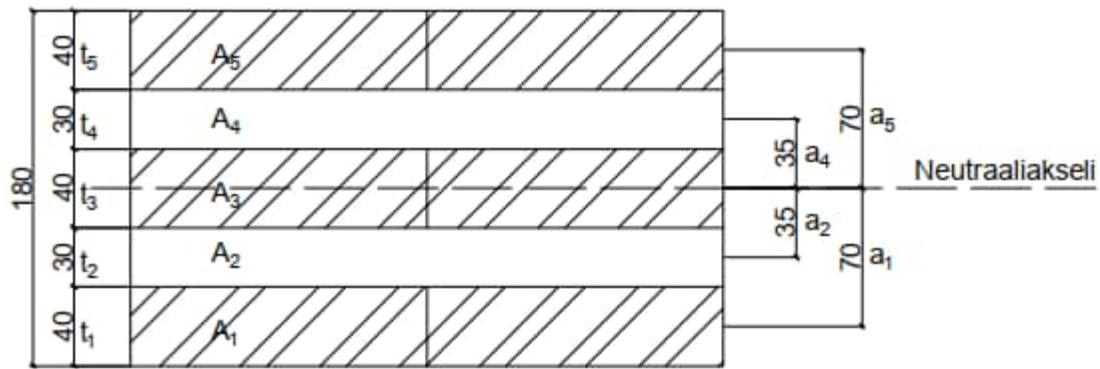
$$g_k := g_{k.\text{väliseinät}} + g_{k.\text{omapaino}} = 1.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A





$$t_1 := 40\text{mm} \quad t_3 := 40\text{mm} \quad t_5 := 40\text{mm}$$

$$t_2 := 30\text{mm} \quad t_4 := 30\text{mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{pmatrix} \quad t = \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad \underline{\underline{A}} := b_{\text{laatta}} \cdot t = \begin{pmatrix} 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_1 := \frac{t_3}{2} + t_2 + \frac{t_1}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_2 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_2}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_3 := 0 \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_4 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_4}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a_5 := \frac{t_3}{2} + t_4 + \frac{t_5}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix}$$

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad \underline{\underline{G}} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$I_{y,timo.1} := \frac{b_{laatta} \cdot t_1^3}{12} + t_1 \cdot b_{laatta} \cdot a_1^2 = 201.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y,timo.2} := \frac{b_{laatta} \cdot t_2^3}{12} + t_2 \cdot b_{laatta} \cdot a_2^2 = 39 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y,timo.3} := \frac{b_{laatta} \cdot t_3^3}{12} + t_3 \cdot b_{laatta} \cdot a_3^2 = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y,timo.4} := \frac{b_{laatta} \cdot t_4^3}{12} + t_4 \cdot b_{laatta} \cdot a_4^2 = 39 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y,timo.5} := \frac{b_{laatta} \cdot t_5^3}{12} + t_5 \cdot b_{laatta} \cdot a_5^2 = 201.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y,timo} := \begin{pmatrix} I_{y,timo.1} \\ I_{y,timo.2} \\ I_{y,timo.3} \\ I_{y,timo.4} \\ I_{y,timo.5} \end{pmatrix} \quad \text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Neliömomentti

$$I_{net} := \sum (I_{y,timo} \cdot \text{bool}) = 408 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Nettotäivutusjäykkyys pituussuunnassa

$$EI_{net} := E_{0,mean} \cdot I_{net} = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

Staattiset momentit

$$S_1 := A_1 \cdot a_1 = 2.8 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

staattinen momentti liimasauman  
kohdalla neutraaliakselin suhteen

$$S_2 := A_1 \cdot a_1 + \frac{A_3}{2} \cdot \frac{t_3}{4} = 3 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

staattinen momentti neutraaliakselilla

Tehollinen leikkausjäykkyys

$$\pi := 0.219$$

leikkauskorjauskerroin, Borgström &  
Fröbel 2019

$$GA_{eff} := \sum (G \cdot b_{laatta} \cdot t) \cdot \pi = 17.936 \times 10^6 \text{ N}$$

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

$$\gamma_M := 1.25$$

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{ MPa}$$

$$n := 10$$

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

osavarmuusluku CLT

lamellien taivutuslujuus  
vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$M_{\text{y.d}} := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}^2}{8} = 14.047 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{m.y.d}} := \frac{M_{\text{y.d}}}{EI_{\text{net}}} \cdot E_1 \cdot \frac{h_{\text{laatta}}}{2} = 3.099 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \sigma_{\text{m.y.d}}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{\text{m.y.d}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.168$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}}{2} = 11.238 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_d := \frac{V_d \cdot S_1}{I_{\text{net}} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.077 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_d}{f_{R,d,0}} = 0.093$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d = 11.238 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_{d,2} := \frac{V_d \cdot S_2}{I_{\text{net}} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.083 \cdot \text{MPa}$$

Leikkauskestävyys

$$f_{v,d} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = 2.56 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{v,d} > \tau_{d,2}$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_{d,2}}{f_{v,d}} = 0.032$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\psi_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 2.481 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 3.817 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

## Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 6.299 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.504$$

## Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 9.2 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.552$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{\text{net}} = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$I_{1,B} := I_{y,\text{timo.2}} = 39 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{2,B} := I_{y,\text{timo.4}} = 39 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$EI_B := E_{0,\text{mean}} \cdot (I_{1,B} + I_{2,B}) = 897 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 162.518 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä  
kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\delta}{2 \cdot L_{\text{jänne}}^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{net}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 10.676 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian  
ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\kappa} := \sqrt[4]{\frac{EI_{\text{net}}}{EI_{\text{B}}}} = 1.512$$

$$k_{\kappa} \leq \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\kappa} := \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0.48$$

$$\kappa := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\kappa} \cdot EI_{\text{net}}}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net}}} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.264297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\kappa} \cdot EI_{\text{net}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.264297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.555023 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistaajuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\kappa \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L_{\text{jänne}}}{\text{m}}} = 1.126$$

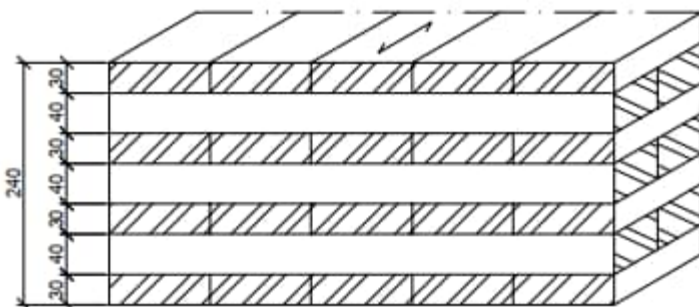
Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

$$\kappa \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$

## LIITE F: TIMOSHENKON PALKKITEORIA, 7-LAMELLINEN LEVY

Lähteet mitoitukseen: Bogström & Fröbel 2019, Thiel & Brandner 2016



### Lähtötiedot CrossLam Kuhmo CLT L5-180-40

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 240\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$L_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0,\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90,\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0,\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R,\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

levyn leikkauslujuus syrjällään

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

levyn tasoleikkauslujuus, kun levyä  
taivutetaan pintalamellien suunnassa

### Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k,\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien omapaino

$$g_{k,\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 1.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

laatan omapaino

$$g_k := g_{k,\text{väliseinät}} + g_{k,\text{omapaino}} = 1.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A



$$t_1 := 30\text{mm} \quad t_3 := 30\text{mm} \quad t_5 := 30\text{mm} \quad t_7 := 30\text{mm}$$

lamellien paksuudet

$$t_2 := 40\text{mm} \quad t_4 := 40\text{mm} \quad t_6 := 40\text{mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad \underline{\underline{A}} := b_{\text{laatta}} \cdot t = \begin{pmatrix} 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_1 := \frac{t_4}{2} + t_3 + t_2 + \frac{t_1}{2} = 105 \cdot \text{mm}$$

$$a_2 := \frac{t_4}{2} + t_3 + \frac{t_2}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_3 := \frac{t_4}{2} + \frac{t_3}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$a_4 := 0 \text{mm}$$

$$a_5 := \frac{t_4}{2} + \frac{t_5}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$a_6 := \frac{t_4}{2} + t_5 + \frac{t_6}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_7 := \frac{t_4}{2} + t_5 + t_6 + \frac{t_7}{2} = 105 \cdot \text{mm}$$

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 105 \\ 70 \\ 35 \\ 0 \\ 35 \\ 70 \\ 105 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad \underline{\underline{G}} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$I_{y.timo.1} := \frac{b_{laatta} \cdot t_1^3}{12} + t_1 \cdot b_{laatta} \cdot a_1^2 = 333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo.2} := \frac{b_{laatta} \cdot t_2^3}{12} + t_2 \cdot b_{laatta} \cdot a_2^2 = 201.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo.3} := \frac{b_{laatta} \cdot t_3^3}{12} + t_3 \cdot b_{laatta} \cdot a_3^2 = 39 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo.4} := \frac{b_{laatta} \cdot t_4^3}{12} + t_4 \cdot b_{laatta} \cdot a_4^2 = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo.5} := \frac{b_{laatta} \cdot t_5^3}{12} + t_5 \cdot b_{laatta} \cdot a_5^2 = 39 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo.6} := \frac{b_{laatta} \cdot t_6^3}{12} + t_6 \cdot b_{laatta} \cdot a_6^2 = 201.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo.7} := \frac{b_{laatta} \cdot t_7^3}{12} + t_7 \cdot b_{laatta} \cdot a_7^2 = 333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{y.timo} := \begin{pmatrix} I_{y.timo.1} \\ I_{y.timo.2} \\ I_{y.timo.3} \\ I_{y.timo.4} \\ I_{y.timo.5} \\ I_{y.timo.6} \\ I_{y.timo.7} \end{pmatrix} \quad \text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Neliömomentti

$$I_{net} := \sum \overrightarrow{(I_{y.timo} \cdot \text{bool})} = 744 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Nettotaivutusjäykkyys pituussuunnassa

$$EI_{net} := E_{0.mean} \cdot I_{net} = 8.556 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

Staattiset momentit

$$S_1 := A_1 \cdot a_1 = 3.15 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

staattinen momentti liimasauman kohdalla neutraaliakselin suhteen

$$S_2 := A_1 \cdot a_1 + A_3 \cdot a_3 = 4.2 \times 10^6 \cdot \text{mm}^3$$

staattinen momentti neutraaliakselilla

Tehollinen leikkausjäykkyys

$$\pi := 0.27$$

leikkauskorjauskertoimen, Wallner-Novak et al. 2014

$$GA_{eff} := \sum \overrightarrow{(G \cdot b_{laatta} \cdot t)} \cdot \pi = 23.166 \times 10^6 \text{ N}$$

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{ MPa}$$

$$n := 10$$

lamellien taivutuslujuus  
vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoitettava taivutusrasitus

$$M_{\text{y.d}} := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}^2}{8} = 15.125 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\text{m.y.d}} := \frac{M_{\text{y.d}}}{EI_{\text{net}}} \cdot E_1 \cdot \frac{h_{\text{laatta}}}{2} = 2.44 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \sigma_{\text{m.y.d}}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{\text{m.y.d}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.132$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d := \frac{(1.15 \cdot g_k + 1.5 \cdot q_k) \cdot L_{\text{jänne}}}{2} = 12.1 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_d := \frac{V_d \cdot S_1}{I_{\text{net}} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.051 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_d}{f_{R,d,0}} = 0.062$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla = liimasaumassa 3 ja 4

Mitoittava leikkausrasitus

$$V_d = 12.1 \cdot \text{kN}$$

$$\tau_{d,2} := \frac{V_d \cdot S_2}{I_{\text{net}} \cdot b_{\text{laatta}}} = 0.068 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \tau_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\tau_{d,2}}{f_{R,d,0}} = 0.082$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\psi_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 1.738 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 2.172 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

## Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 3.91 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.313$$

## Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 5.821 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.349$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{\text{net}} = 8.556 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$I_{1.B} := I_{y.\text{timo.2}} = 201.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{2.B} := I_{y.\text{timo.4}} = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{3.B} := I_{y.\text{timo.6}} = 201.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$EI_B := E_{0.\text{mean}} \cdot (I_{1.B} + I_{2.B} + I_{3.B}) = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 193.099 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä  
kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\delta}{2 \cdot L_{\text{jänne}}^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{net}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 13.226 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian  
ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\kappa} := \sqrt[4]{\frac{EI_{\text{net}}}{EI_{\text{B}}}} = 1.162$$

$$k_{\kappa} \leq \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\kappa} := \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0.48$$

$$\kappa := \min\left(\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\kappa} \cdot EI_{\text{net}}}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net}}}\right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.144937 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\kappa} \cdot EI_{\text{net}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.144937 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.304367 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistajuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\kappa \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L_{\text{jänne}}}{\text{m}}} = 1.126$$

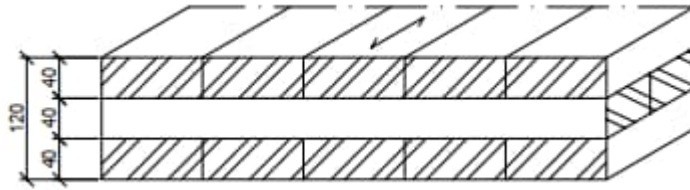
Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

$$\kappa \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$

## LIITE G: LEIKKAUSANALOGIA, 3-LAMELLINEN LEVY

Lähde mitoitukseen Canadian CLT Handbook, kappale 3A.3



$$K_{FI} := 1.0$$

$$h_{laatta} := 120\text{mm}$$

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

$$L_{leveys} := 2400\text{mm}$$

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$E_{0,\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

$$E_{90,\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

$$G_{0,\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

$$G_{R,\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k,\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{k,\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 0.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_k := g_{k,\text{väliseinät}} + g_{k,\text{omapaino}} = 1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

laatan paksuus

mitoituskaistan leveys

laatan jänneväli

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

laatan tilavuuspaino

pituuksuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

pituuksuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

leikkauslujuus

tasoleikkauslujuus, kun levyä  
taivutetaan pintalamellien suunnassa

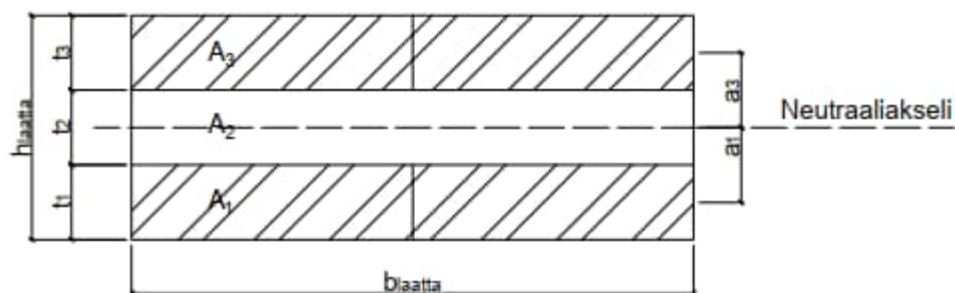
ei-kantavien väliseinien omapaino

laatan omapaino

omat painot

hyötykuorma, luokka A





$$n := 3$$

lamellikerroksien lukumäärä  
CLT-levyssä

$$t_1 := 40\text{mm} \quad t_2 := 40\text{mm} \quad t_3 := 40\text{mm}$$

lamellien paksuudet

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

lamellikerroksien paksuudet

$$\underline{\underline{A}} := b_{\text{laatta}} \cdot t = \begin{pmatrix} 4 \times 10^4 \\ 4 \times 10^4 \\ 4 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

lamellikerroksien poikkipinta-alat  
metrin leveydeltä

$$a_1 := \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{2} = 40\text{-mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_2 := 0\text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_3 := \frac{t_2}{2} + \frac{t_3}{2} = 40\text{-mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.15 \times 10^4 \\ 0 \\ 1.15 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

lamellikerroksien kimmokertoimet

$$\underline{\underline{G}} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

lamellikerroksien liukumoduulit

Kuvitteellisten palkkien taivutusjäykkyydet:

$$EI_A := \overrightarrow{\left( E \cdot \frac{b_{\text{laatta}} \cdot t^3}{12} \right)} = \begin{pmatrix} 61.333 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 61.333 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_A := \sum EI_A = 122.667 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin A taivutusjäykkyys

$$EI_B := \overrightarrow{\left( E \cdot A \cdot a^2 \right)} = \begin{pmatrix} 736 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 736 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_B := \sum EI_B = 1.472 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin B taivutusjäykkyys

$$EI_{\text{net}} := \sum EI_A + \sum EI_B = 1.595 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

yhdistetty taivutusjäykkyys

Palkin B eikkausjäykkyys:

$$GA_{\text{eff}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} - \frac{t_1}{2} - \frac{t_n}{2} \right)^2}{\left[ \left( \frac{t_1}{2 \cdot G_1 \cdot b_{\text{laatta}}} \right) + \left( \sum_{i=2}^{n-1} \frac{t_i}{G_i \cdot b_{\text{laatta}}} \right) + \left( \frac{t_n}{2 \cdot G_n \cdot b_{\text{laatta}}} \right) \right]} = 9.455 \times 10^6 \cdot \text{N}$$

FEMistä saadut virtuaalisten palkkien rasitukset:

$$M_{A.\text{max}} := 0.82 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.\text{max}} := 12.14 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{A.\text{max}} := 1.04 \text{ kN}$$

$$V_{B.\text{max}} := 9.33 \text{ kN}$$

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$\pi_{\text{A.max}} := \frac{M_{\text{A.max}}}{B_{\text{A}}} \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot \frac{t_1}{2} = 1.537 \cdot \text{MPa}$$

$$\pi_{\text{B.max}} := \frac{M_{\text{B.max}}}{B_{\text{B}}} \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot a_1 = 3.794 \cdot \text{MPa}$$

$$\pi_{\text{max}} := \pi_{\text{A.max}} + \pi_{\text{B.max}} = 5.331 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \pi_{\text{m.y.d}}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\pi_{\text{max}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.289$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa vakioksi koko lamellin ylitse)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\sigma_{B,max} := \frac{V_{B,max} \cdot E_{0,mean} \cdot t_1 \cdot a_1}{B_B} = 0.117 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \sigma_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{B,max}}{f_{R,d,0}} = 0.14$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

sama kuin liimasaumassa 1 ja 2, koska neutraaliakseli sijaitsee poikittaislamellin keskellä.

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\tau_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 5.434 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 10.868 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

## Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 16.301 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 1.304$$

## Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \tau_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 23.257 \cdot \text{mm}$$

## Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

## Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 1.395$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälin suunnassa

$$EI_{\text{net}} = 1.595 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Neliömomentti poikittaissuunnalle

$$I_B := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot (t_2)^3}{12} = 5.333 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$EI_{\text{net.B}} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_B = 61.333 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 131.937 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\psi}{2 \cdot L_{\text{jänne}}} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{net}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 6.908 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian ominaistaajuus

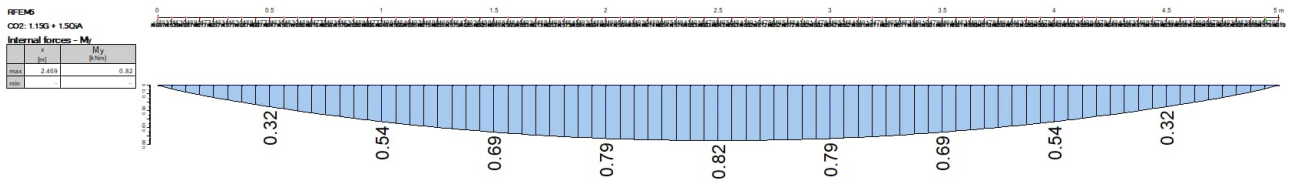
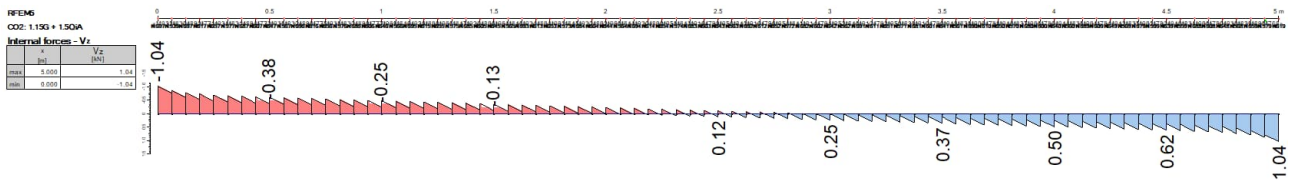
Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 0$$

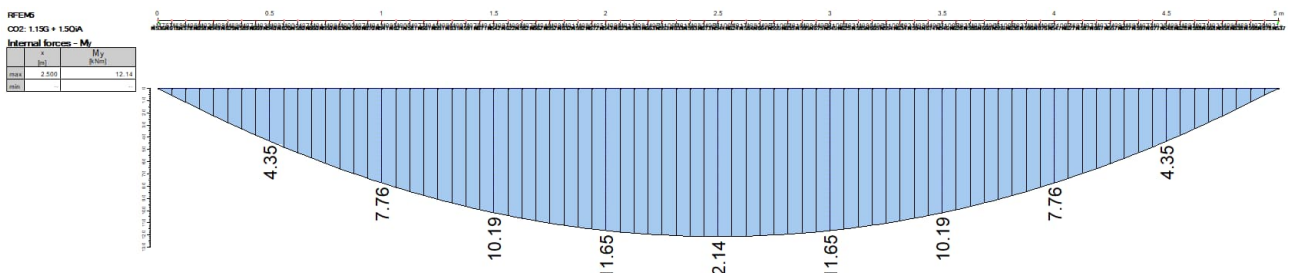
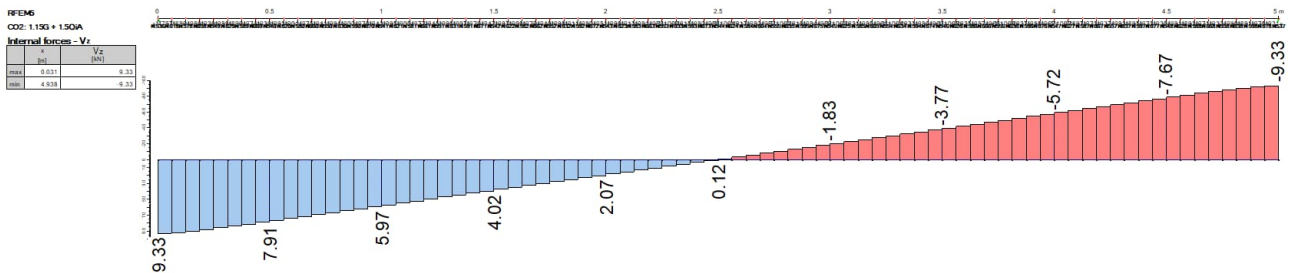
Ominaistaajuus ei ylitä vaadittua 9 Hz rajaa, laskentaa ei jatketa.

# LEIKKAUSANALOGIA, 3-LAMELLINEN LEVY

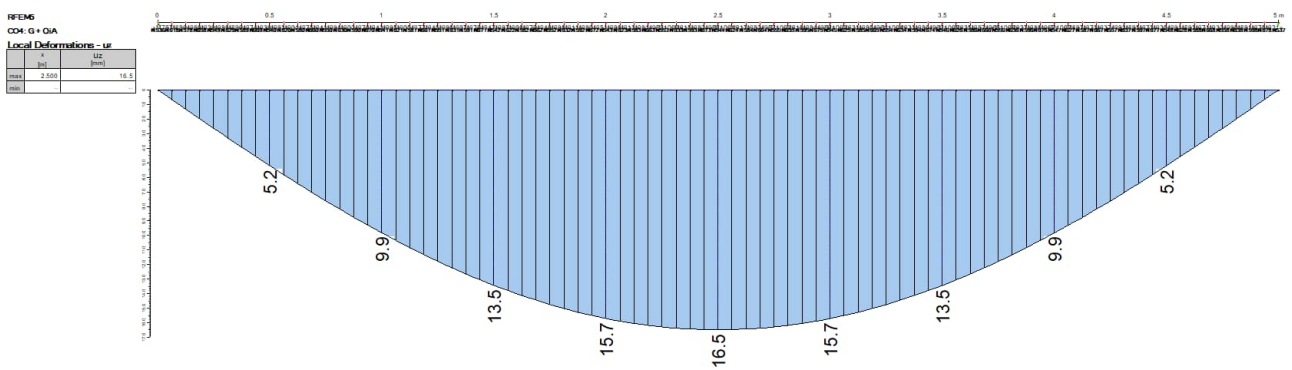
Palkin A rasitukset murtorajatilassa, leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvaaja



Palkin B rasitukset murtorajatilassa, leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvaaja

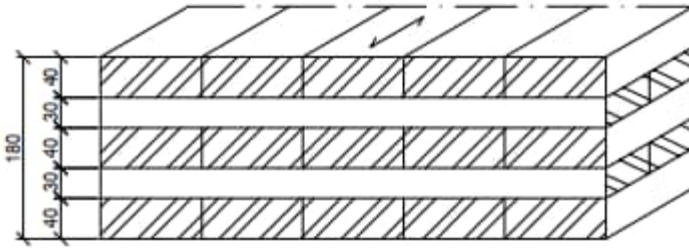


Käyttörajan taipuma



## LIITE H: LEIKKAUSANALOGIA, 5-LAMELLINEN LEVY

Lähde mitoitukseen Canadian CLT Handbook, kappale 3A.3



### Lähtötiedot CrossLam Kuhmo CLT L5-180-40

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 180\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$L_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0,\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90,\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0,\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R,\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan  
pintalamellien suunnassa

### Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k,\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien ompaino

$$g_{k,\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 0.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

laatan omapaino

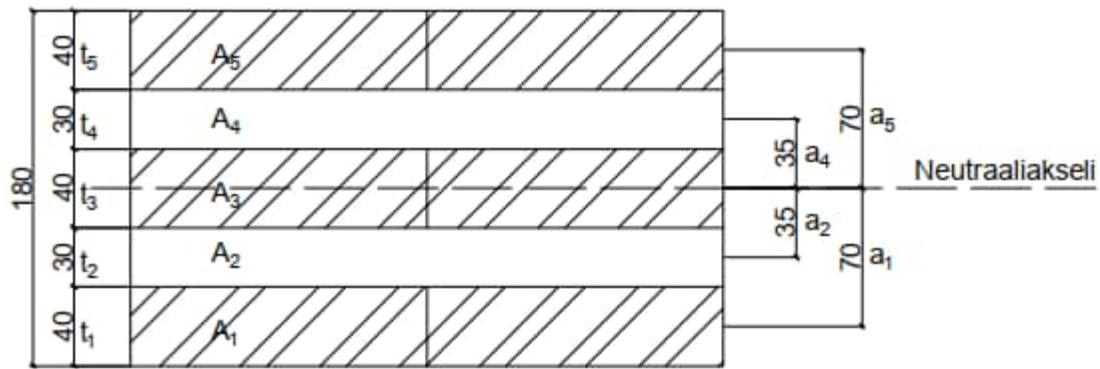
$$g_k := g_{k,\text{väliseinät}} + g_{k,\text{omapaino}} = 1.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A





$$n := 5$$

lamellikerroksien lukumäärä  
CLT-levyssä

$$t_1 := 40\text{mm} \quad t_3 := 40\text{mm} \quad t_5 := 40\text{mm}$$

lamellikerroksien paksuudet

$$t_2 := 30\text{mm} \quad t_4 := 30\text{mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad \underline{\underline{A}} := b_{\text{laatta}} \cdot t = \begin{pmatrix} 4 \times 10^4 \\ 3 \times 10^4 \\ 4 \times 10^4 \\ 3 \times 10^4 \\ 4 \times 10^4 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_1 := \frac{t_3}{2} + t_2 + \frac{t_1}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_2 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_2}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_3 := 0 \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_4 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_4}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_5 := \frac{t_3}{2} + t_4 + \frac{t_5}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

etäisyys lamellikerroksen keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 35 \\ 0 \\ 35 \\ 70 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad \underline{G} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

Määritetään virtuaalisten palkkien jäykkyydet:

$$EI_A := \overrightarrow{\left( E \cdot \frac{b_{\text{laatta}} \cdot t^3}{12} \right)} = \begin{pmatrix} 61.333 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 61.333 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 61.333 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2 \quad \text{palkin A taivutusjäykkyys}$$

$$B_A := \sum EI_A = 184 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$EI_B := \overrightarrow{\left( E \cdot A \cdot a^2 \right)} = \begin{pmatrix} 2.254 \times 10^{12} \\ 0 \times 10^0 \\ 0 \times 10^0 \\ 0 \times 10^0 \\ 2.254 \times 10^{12} \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2 \quad \text{palkin B taivutusjäykkyys}$$

$$B_B := \sum EI_B = 4.508 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$EI_{\text{net}} := B_A + B_B = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2 \quad \text{yhdistetty taivutusjäykkyys}$$

Palkin B eikkausjäykkyys:

$$GA_{\text{eff}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} - \frac{t_1}{2} - \frac{t_n}{2} \right)^2}{\left[ \left( \frac{t_1}{2 \cdot G_1 \cdot b_{\text{laatta}}} \right) + \left( \sum_{i=2}^{n-1} \frac{t_i}{G_i \cdot b_{\text{laatta}}} \right) + \left( \frac{t_n}{2 \cdot G_n \cdot b_{\text{laatta}}} \right) \right]} = 18.735 \times 10^6 \cdot \text{N}$$

FEMistä saadut virtuaalisten palkkien rasitukset:

$$M_{A.\text{max}} := 0.46 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.\text{max}} := 13.59 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{A.\text{max}} := 0.77 \text{ kN}$$

$$V_{B.\text{max}} := 10.47 \text{ kN}$$

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$\pi_{\text{A.max}} := \frac{M_{\text{A.max}}}{B_{\text{A}}} \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot \frac{t_1}{2} = 0.575 \cdot \text{MPa}$$

$$\pi_{\text{B.max}} := \frac{M_{\text{B.max}}}{B_{\text{B}}} \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot a_1 = 2.427 \cdot \text{MPa}$$

$$\pi_{\text{max}} := \pi_{\text{A.max}} + \pi_{\text{B.max}} = 3.002 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \pi_{\text{m.y.d}}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\pi_{\text{max}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.163$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa vakioksi koko lamellikerroksen ylitse, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkajännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\sigma_{B,max} := \frac{V_{B,max} \cdot E_{0,mean} \cdot t_1 \cdot a_1}{B_B} = 0.075 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \sigma_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{B,max}}{f_{R,d,0}} = 0.09$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

Mitoittava leikkausrasitus

$$\sigma_{A,max} := \frac{V_{A,max} \cdot E_{0,mean} \cdot t_3^2}{8 \cdot B_A} = 0.01 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{max} := \sigma_{A,max} + \sigma_{B,max} = 0.084 \cdot \text{MPa}$$

Leikkauskestävyys

$$f_{v,d} := \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = 2.56 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{v,d} > \sigma_{d,2}$$

Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{max}}{f_{v,d}} = 0.033$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\tau_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 2.472 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 3.802 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 6.274 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.502$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \tau_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 9.164 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.55$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$EI_{\text{net}} = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$I_{\text{net.B}} := \frac{b_{\text{laatta}} \cdot t_2^3}{12} + A_2 \cdot (a_2)^2 + \frac{b_{\text{laatta}} \cdot t_4^3}{12} + A_4 \cdot (a_4)^2 = 78 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

$$EI_{\text{net.B}} := E_{0.\text{mean}} \cdot I_{\text{net.B}} = 897 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 162.518 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\psi}{2 \cdot L_{\text{jänne}}} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{net}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 10.676 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\delta} := \sqrt[4]{\frac{EI_{\text{net.B}}}{EI_{\text{net}}}} = 0.661$$

$$k_{\delta} \leq \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\delta} := \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0.48$$

$$\delta := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{net}}}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net}}} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.264297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{net}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.264297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.555023 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistajuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\delta \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L_{\text{jänne}}}{\text{m}}} = 1.126$$

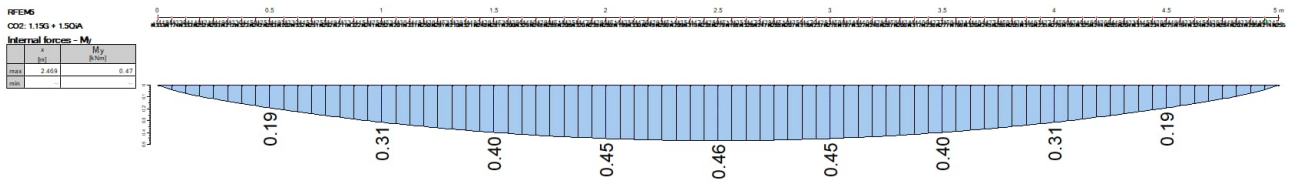
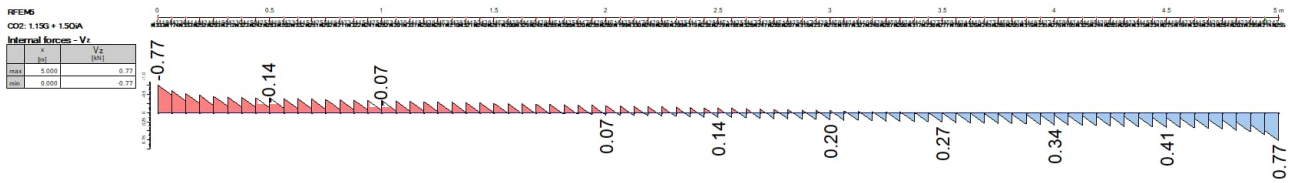
Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

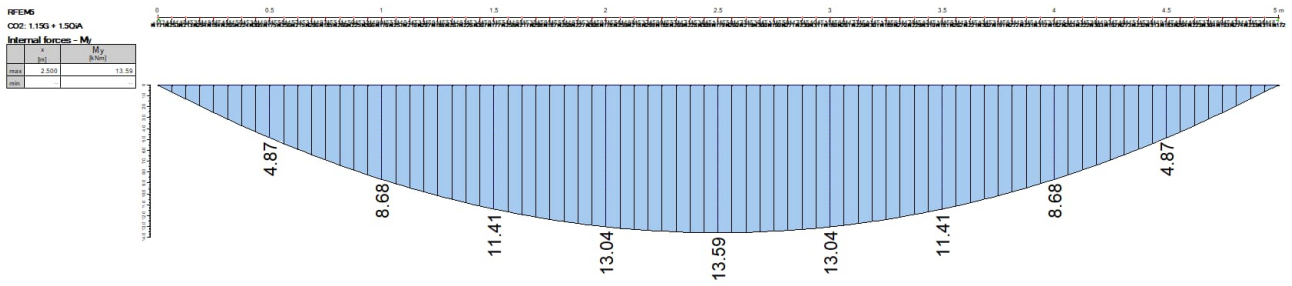
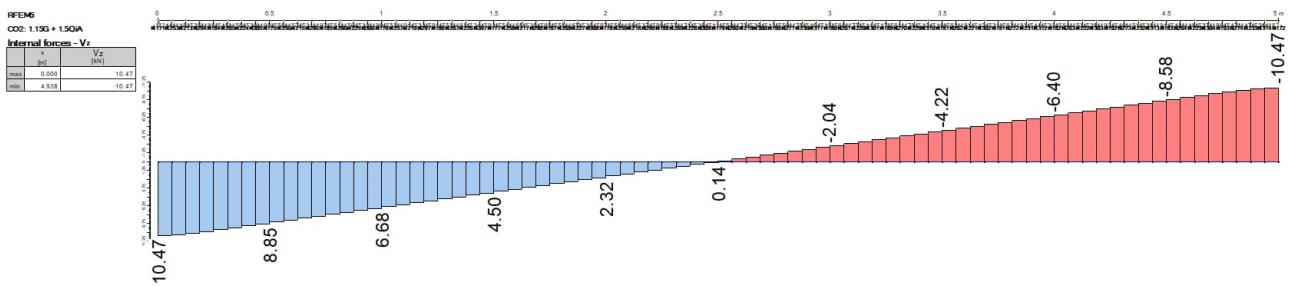
$$\delta \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$

# LEIKKAUSANALOGIA, 5-LAMELLINEN LEVY

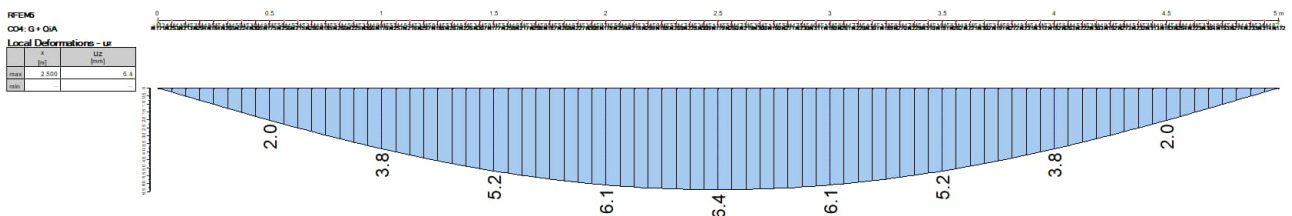
palkin A rasitukset murtorajatilassa, leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvaaja



Palkin B rasitukset murtorajatilassa, leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvaaja



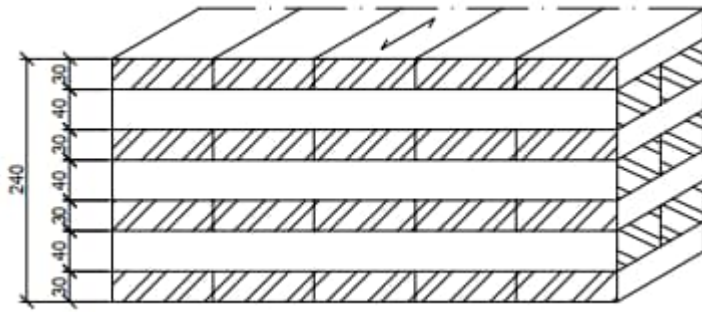
Käyttörajan taipuma





## LIITE I: LEIKKAUSANALOGIA, 7-LAMELLINEN LEVY

Lähde mitoitukseen Canadian CLT Handbook, kappale 3A.3



$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$h_{laatta} := 240\text{mm}$$

laatan paksuus

$$b_{laatta} := 1000\text{mm}$$

mitoituskaistan leveys

$$L_{jänne} := 5000\text{mm}$$

laatan jänneväli

$$L_{leveys} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$\gamma_{laatta} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$E_{0.\text{mean}} := 11500\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90.\text{mean}} := 0\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0.\text{mean}} := 650\text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R.\text{mean}} := 65\text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$f_{v,k} := 4\text{MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3\text{MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan  
pintalamellien suunnassa

Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$g_{k.\text{väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien ompaino

$$g_{k.\text{omapaino}} := b_{laatta} \cdot h_{laatta} \cdot \gamma_{laatta} = 1.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

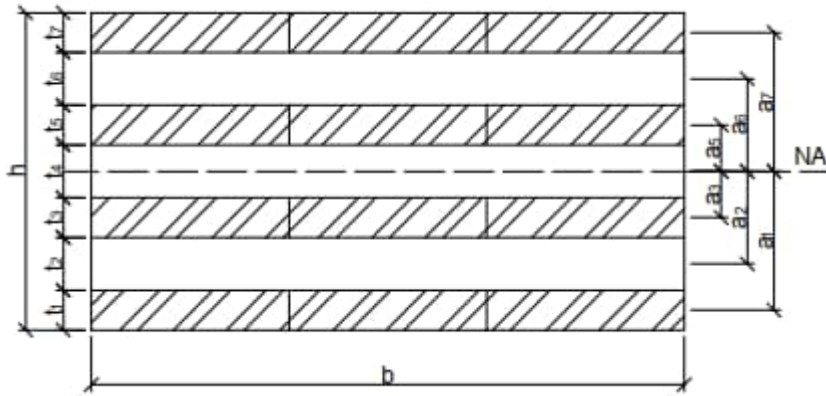
laatan omapaino

$$g_k := g_{k.\text{väliseinät}} + g_{k.\text{omapaino}} = 1.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_k := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b_{laatta} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A



$$n := 7$$

lamellikerroksien lukumäärä  
CLT-levyssä

$$t_1 := 30\text{mm} \quad t_3 := 30\text{mm} \quad t_5 := 30\text{mm} \quad t_7 := 30\text{mm}$$

lamellikerroksien paksuudet

$$t_2 := 40\text{mm} \quad t_4 := 40\text{mm} \quad t_6 := 40\text{mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad \underline{\underline{A}} := t \cdot b_{\text{laatta}} = \begin{pmatrix} 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

$$a_1 := \frac{t_4}{2} + t_3 + t_2 + \frac{t_1}{2} = 105 \cdot \text{mm}$$

etäisyydet lamellikerroksien keskeltä  
rakenteen neutraaliakselille

$$a_2 := \frac{t_4}{2} + t_3 + \frac{t_2}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_3 := \frac{t_4}{2} + \frac{t_3}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$a_4 := 0 \text{mm}$$

$$a_5 := \frac{t_4}{2} + \frac{t_5}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$a_6 := \frac{t_4}{2} + t_5 + \frac{t_6}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_7 := \frac{t_4}{2} + t_5 + t_6 + \frac{t_7}{2} = 105 \cdot \text{mm}$$

$$a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 105 \\ 70 \\ 35 \\ 0 \\ 35 \\ 70 \\ 105 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad G := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

CLT-levyn kimmokertoimet ja liukumodulit lamellikerroksittain

$$EI_A := \overrightarrow{\left( E \cdot \frac{b_{\text{laatta}} \cdot t^3}{12} \right)} = \begin{pmatrix} 25.875 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 25.875 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 25.875 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 25.875 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin A taivutusjäykkyys

$$B_A := \sum EI_A = 103.5 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$EI_B := \overrightarrow{\left( E \cdot A \cdot a^2 \right)} = \begin{pmatrix} 3.804 \times 10^{12} \\ 0 \times 10^0 \\ 422.625 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 422.625 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 3.804 \times 10^{12} \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin B taivutusjäykkyys

$$B_B := \sum EI_B = 8.453 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$EI_{\text{net.L}} := \sum EI_A + \sum EI_B = 8.556 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

yhdistetty taivutusjäykkyys

Palkin B eikkausjäykkyys:

$$GA_{\text{eff}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} - \frac{t_1}{2} - \frac{t_n}{2} \right)^2}{\left[ \left( \frac{t_1}{2 \cdot G_1 \cdot b_{\text{laatta}}} \right) + \left( \sum_{i=2}^{n-1} \frac{t_i}{G_i \cdot b_{\text{laatta}}} \right) + \left( \frac{t_n}{2 \cdot G_n \cdot b_{\text{laatta}}} \right) \right]} = 22.221 \times 10^6 \cdot \text{N}$$

FEMistä saadut virtuaalisten palkkien rasitukset:

$$M_{A.\text{max}} := 0.16 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.\text{max}} := 14.97 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{A.\text{max}} := 0.45 \text{ kN}$$

$$V_{B.\text{max}} := 11.65 \text{ kN}$$

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{\text{m.k}} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä  
tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$\pi_{\text{A.max}} := \frac{M_{\text{A.max}}}{B_{\text{A}}} \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot \frac{t_1}{2} = 0.267 \cdot \text{MPa}$$

$$\pi_{\text{B.max}} := \frac{M_{\text{B.max}}}{B_{\text{B}}} \cdot E_{0.\text{mean}} \cdot a_1 = 2.139 \cdot \text{MPa}$$

$$\pi_{\text{max}} := \pi_{\text{A.max}} + \pi_{\text{B.max}} = 2.405 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{\text{m.d}} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{\text{m.k}} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{\text{m.d}} > \pi_{\text{m.y.d}}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\pi_{\text{max}}}{f_{\text{m.d}}} = 0.13$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa vakioksi koko lamellikerroksen ylitse, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\sigma_{B.max} := \frac{V_{B.max} \cdot E_{0.mean} \cdot t_1 \cdot a_1}{B_B} = 0.05 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R.d.0} := \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{R.k.0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R.d.0} > \sigma_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{B.max}}{f_{R.d.0}} = 0.06$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla = liimasaumassa 3 ja 4

(neutraaliakseli sijaitsee poikittaislamellin keskellä)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\sigma_{B2.max} := \frac{V_{B.max} \cdot E_{0.mean} \cdot t_3 \cdot a_3}{B_B} = 0.017 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{max} := \sigma_{B.max} + \sigma_{B2.max} = 0.067 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R.d.0} > \sigma_d$$

Käyttöaste

$$\frac{\sigma_{max}}{f_{R.d.0}} = 0.08$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

$$\tau_2 := 0.3$$

$$w_{\text{inst.g}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net.L}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{g_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 1.747 \cdot \text{mm}$$

$$w_{\text{inst.q}} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^4}{EI_{\text{net.L}}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_k \cdot L_{\text{jänne}}^2}{GA_{\text{eff}}} = 2.184 \cdot \text{mm}$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 3.93 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.314$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \tau_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 5.852 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L_{\text{jänne}}}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.351$$

## Värähtelymitoitus

Tehollinen taivutusjäykkyys jännevälin suunnassa

$$EI_{\text{net.L}} = 8.556 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Neliömomentti poikittaissuunnalle

$$\text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad t := \begin{pmatrix} t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$\underline{\underline{A}} := b_{\text{laatta}} \cdot t = \begin{pmatrix} 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

$$a := \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 35 \\ 0 \\ 35 \\ 70 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$I_B := \sum \left[ \left( \frac{\text{bool} \cdot b_{\text{laatta}} \cdot t^3}{12} \right) + \left( A \cdot a^2 \cdot \text{bool} \right) \right] = 408 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$$

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa

$$EI_{\text{net.B}} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_B = 4.692 \times 10^6 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2$$

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3

$$m_{\text{massa}} := \frac{\left( h_{\text{laatta}} \cdot \gamma_{\text{laatta}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 193.099 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$f_1 := \frac{\psi}{2 \cdot L_{\text{jänne}}} \cdot \sqrt{\frac{EI_{\text{net.L}} \cdot \frac{1}{\text{m}}}{m_{\text{massa}}}} = 13.226 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_1 > 9\text{Hz} = 1$$



## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\delta} := \sqrt[4]{\frac{EI_{\text{net.B}}}{EI_{\text{net.L}}}} = 0.861$$

$$k_{\delta} \leq \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\delta} := \frac{L_{\text{leveys}}}{L_{\text{jänne}}} = 0.48$$

$$\delta := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{net.L}}}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net.L}}} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.144937 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^2}{42 \cdot k_{\delta} \cdot EI_{\text{net.L}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.144937 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L_{\text{jänne}}^3}{48 \cdot b_{\text{laatta}} \cdot EI_{\text{net.L}}} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.304367 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistajuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\delta \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L_{\text{jänne}}}{\text{m}}} = 1.126$$

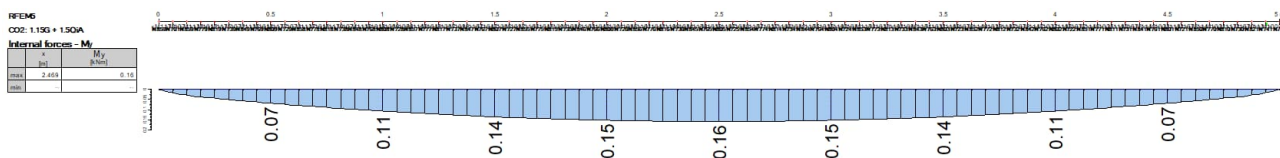
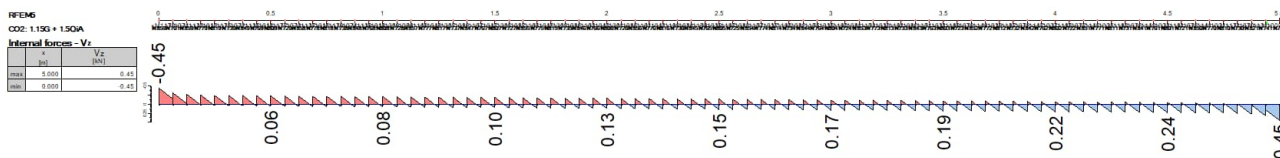
Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

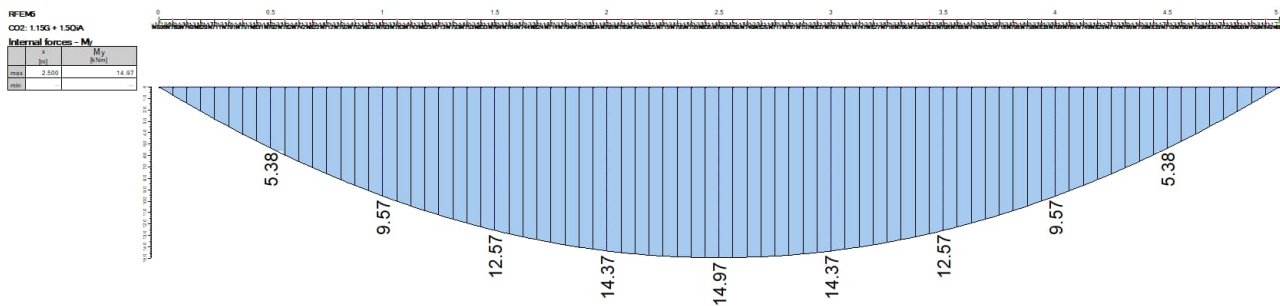
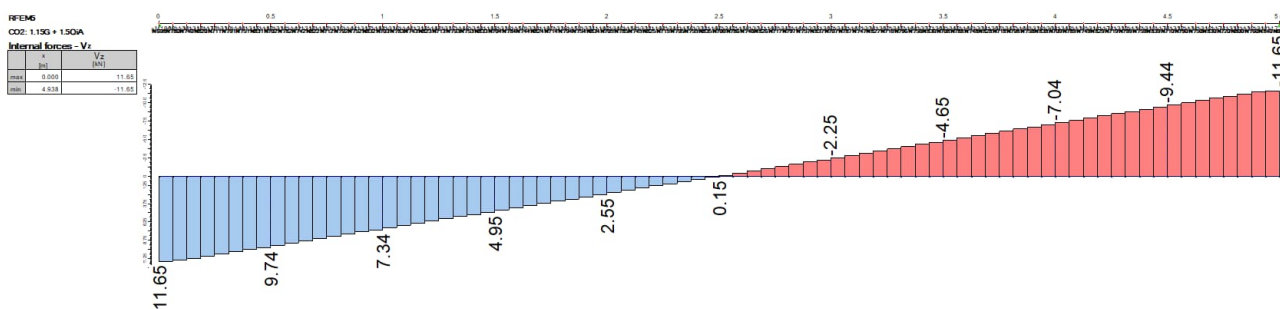
$$\delta \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$

# LEIKKAUSANALOGIA, 7-LAMELLINEN LEVY

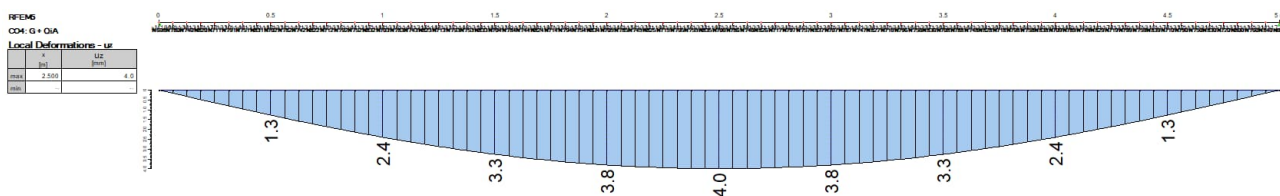
Palkin A rasitukset murtorajatilassa, leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvaaja



Palkin B rasitukset murtorajatilassa, leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvaaja

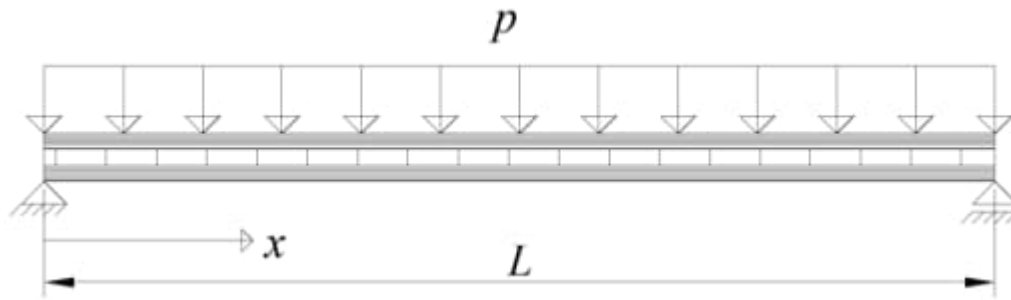


Käyttörajan taipuma



## LIITEJ: KERROSPALKKITEORIA, 3-LAMELLINEN LEVY

Heinisuo, 2022, s. 25 ->



### Lähtötiedot

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$b := 1\text{m}$$

mitoituskaistan leveys

$$L := 5000\text{mm}$$

palkin jänneväli

$$B_{\text{leveys}} := 2400\text{mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$h := 120\text{mm}$$

palkin paksuus/korkeus

$$n := 3$$

lamellikerroksien lukumäärä

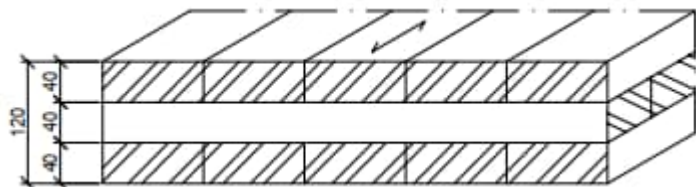
$$t_1 := 40\text{mm} \quad t_2 := 40\text{mm} \quad t_3 := 40\text{mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

lamellikerroksien paksuudet

$$A := b \cdot t = \begin{pmatrix} 40 \times 10^3 \\ 40 \times 10^3 \\ 40 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

lamellikerroksien poikkipinta-alat



## Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$\gamma_{\text{CLT}} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$g_{\text{k.väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien omapaino

$$g_{\text{k.omapaino}} := b \cdot h \cdot \gamma_{\text{CLT}} = 0.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

laatan omapaino

$$g_{\text{k}} := g_{\text{k.väliseinät}} + g_{\text{k.omapaino}} = 1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_{\text{k}} := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A

$$p := 1.15 \cdot g_{\text{k}} + 1.5 \cdot q_{\text{k}} = 4.15 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

tasaisesti jakautunut mitoitusviivakuorma

## Määritetään tarvittavat laskentadimensiot

$$y_1 := \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{2} = 40 \cdot \text{mm}$$

$$y_2 := 0 \text{ mm}$$

$$y_3 := \frac{t_2}{2} + \frac{t_3}{2} = 40 \cdot \text{mm}$$

$$y := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

etäisyydet lamellikerroksien keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$I := \frac{b \cdot t^3}{12} = \begin{pmatrix} 5.333 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksien neliömomentit ilman steinerin teijä

$$E_{0.\text{mean}} := 11500 \text{ MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90.\text{mean}} := 0 \text{ MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen kimmomoduuli

$$G_{0.\text{mean}} := 650 \text{ MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R.\text{mean}} := 65 \text{ MPa}$$

poikittaisten kerrosten tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad \underline{\underline{G}} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$\text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

pituussuuntaiset kerrokset

$$B_0 := \sum \overrightarrow{(\text{bool} \cdot E \cdot I)} = 122.667 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyys ilman steinerin termejä

$$B_s := \sum \overrightarrow{(\text{bool} \cdot E \cdot A \cdot y^2)} = 1.472 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyyden steinerin termit

$$B := B_0 + B_s = 1.595 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyys

$$B_i := E_i \cdot I_i$$

yksittäisen lamellikerroksen taivutusjäykkyys ilman steinerin termiä

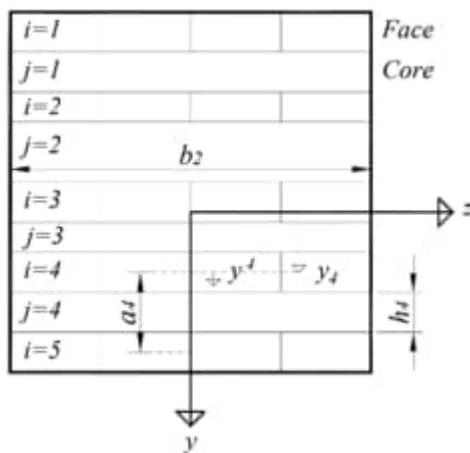
$$B_1 := E_1 \cdot I_1 = 6.133 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_2 := E_2 \cdot I_2 = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_3 := E_3 \cdot I_3 = 61.333 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_i := \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61.333 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 61.333 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

lamellikerroksien taivutusjäykkyydet ilman steinerin termiä



$$y_i := \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

pituussuuntaisten kerroksien i-lokaalit koordinaatit

$$k_j := \frac{G_j \cdot b}{t_j} = \blacksquare$$

määritetään ainoastaan  
poikittaiskerroksille (core)

$$k_2 := \frac{G_{R.mean} \cdot b}{t_2} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$k_j := (k_2)$$

$$a_j := y_{i+1} - y_i$$

$$a_2 := y_3 - (-y_1) = 80 \cdot \text{mm}$$

etäisyys vierekkäiden pitkittäiskerrosten  
keskeltä keskelle (face) kts. kuva yllä

$$a_j := (a_2)$$

$$k := \sum \left( \overrightarrow{k_j \cdot a_j^2} \right) = 10.4 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\pi_i := \frac{B_i}{B_s}$$

$$\pi_1 := \frac{B_1}{B_s} = 0.042 \quad \pi_2 := \frac{B_2}{B_s} = 0 \quad \pi_3 := \frac{B_3}{B_s} = 0.042$$

$$\pi := \sum \pi_i$$

$$\pi := \frac{B_0}{B_s} = 0.083$$

$$\sigma := \frac{B_s}{k \cdot L^2} = 5.662 \times 10^{-3}$$

$$\tau := \sqrt{\frac{1 + \pi}{\pi \cdot \sigma}} = 47.919$$

## Palkissa vaikuttavat voimat

Käytetään tasaisesti jakautuneen kuormituksen mukaisia yhtälöitä, joissa ehtona, että palkin päissä facet pääsevät liukumaan vapaasti

taipuman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taipuma löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin keskeltä:

$$x := \frac{L}{2} = 2.5 \text{ m}$$

muuttuva pituuskoordinaatti

$$\psi := \frac{x}{L} = 0.5$$

yksikötön pituuskoordinaatti

$$\delta(\psi) := \frac{p \cdot L^4}{B} \left[ \frac{1}{24} \cdot \psi (1 - 2 \cdot \psi^2 + \psi^3) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^4} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

(taipuman arvot määritetty myöhemmin ominaiskuormilla käyttörajatilan mitoituksessa)

liukuman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi liukuma löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin päistä:

$$x := 0 \text{ m}$$

muuttuva pituuskoordinaatti

$$\psi := \frac{x}{L} = 0$$

yksikötön pituuskoordinaatti

$$\gamma(\psi) := \frac{p \cdot L^3}{B} \cdot \sigma \left[ \frac{1}{2} (1 - 2 \cdot \psi) - \frac{1}{\tau} \frac{\sinh\left[\frac{\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$\gamma(\psi) = 882.424 \times 10^{-6}$$

momentin yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taivutusmomentti löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin keskeltä:

$$x := \frac{L}{2} = 2.5 \text{ m}$$

muuttuva pituuskoordinaatti

$$\psi := \frac{x}{L} = 0.5$$

yksikötön pituuskoordinaatti

$$M_S(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{1}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{\tau^2} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_S(\psi) = 11.929 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_1(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_1}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_2(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_2}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_3(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_3}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M := \begin{pmatrix} M_1(\psi) \\ M_2(\psi) \\ M_3(\psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.52 \\ 0 \\ 0.52 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_0 := \sum_{i=1}^n M_i = 1.039 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_s := M_s(\psi) = 11.929 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M := M_0 + M_s = 12.969 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$



leikkausvoiman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taivutusmomentti löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin päistä:

$$x := 0 \text{ m}$$

muuttuva pituuskoordinaatti

$$\psi := \frac{x}{L} = 0$$

yksikötön pituuskoordinaatti

$$Q_s(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{1}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) - \frac{1}{\pi} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_s(\psi) = 9.177 \cdot \text{kN}$$

$$Q_1(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_1}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_2(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_2}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_3(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_3}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q := \begin{pmatrix} Q_1(\psi) \\ Q_2(\psi) \\ Q_3(\psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.599 \\ 0 \\ 0.599 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$Q_0 := \sum_{i=1}^n Q_i = 1.198 \cdot \text{kN}$$

$$Q_s := Q_s(\psi) = 9.177 \cdot \text{kN}$$

$$Q := Q_0 + Q_s = 10.375 \cdot \text{kN}$$

## Mitoitus

$$f_{v,k} := 4 \text{ MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3 \text{ MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan pintalamellien suunnassa

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{m,k} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$\kappa_i(i) := \frac{E_i \cdot y_i}{B_0} \cdot M_0 + \frac{E_i \cdot y_i}{B_s} \cdot M_s$$

$$\kappa_{m,y,d} := \kappa_i(1) = 5.677 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{m,d} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{m,d} > \kappa_{m,y,d}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\kappa_{m,y,d}}{f_{m,d}} = 0.308$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\alpha_j(j) := \frac{k_{j_j} \cdot a_j}{b} \cdot \gamma(\psi)$$

poikittaiskerroksessa vaikuttava jännitys

$$\alpha_d := \alpha_j(1) = 0.115 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R.d.0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R.k.0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R.d.0} > \alpha_d$$

Käyttöaste

$$\frac{|\alpha_d|}{f_{R.d.0}} = 0.138$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

sama kuin liimasaumassa 1 ja 2, koska neutraaliakseli sijaitsee poikittaislamellin keskellä.

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1 (lyhennetty ohje)

$$\beta_2 := 0.3$$

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

$$\psi := 0.5$$

suurin taipuma löytyy jännevälin  
keskeltä

Lisätään taipuman yhtöön kuormitus muuttujaksi:

$$\delta(\psi, p) := \frac{p \cdot L^4}{B} \cdot \left[ \frac{1}{24} \cdot \psi (1 - 2 \cdot \psi^2 + \psi^3) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^4} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$w_{\text{inst.g}} := \delta(\psi, g_k) = 5.359 \cdot \text{mm}$$

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

$$w_{\text{inst.q}} := \delta(\psi, q_k) = 10.718 \cdot \text{mm}$$

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 16.077 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 1.286$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \beta_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 22.936 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 1.376$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälin suunnassa

$$B = 1.595 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa, huomioidaan vain lamellikerrokset 2 ja 4

$$B_{0,B} := E_{0,\text{mean}} \cdot I_2 = 61.333 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_{s,B} := E_{0,\text{mean}} \cdot A_2 \cdot (y_2)^2 = 0 \times 10^0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_B := B_{0,B} + B_{s,B} = 61.333 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 100

$$\lambda := \frac{\left( h \cdot \gamma_{\text{CLT}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 131.937 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$m_a := 1$$

alin ominaistaajuus löydetään kokonaisluvulla 1

$$f_0 := \frac{1}{2 \cdot \xi} \cdot \sqrt{\frac{B_s \cdot \frac{1}{m} \cdot 1 + \pi + \pi \cdot \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2}{\lambda \cdot L^4} \cdot \frac{1 + \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2}{1 + \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2} \cdot m_a^4 \cdot \xi^4} = 6.737 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian ominaistaajuus

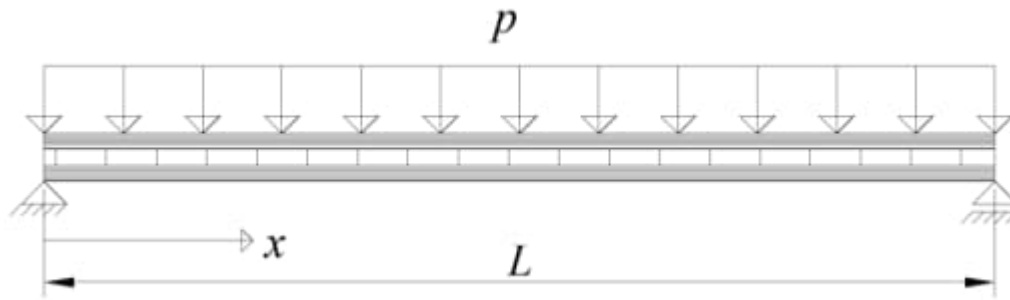
Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_0 > 9 \text{ Hz} = 0$$

Ominaistaajuus ei ylitä vaadittua 9 Hz rajaa, laskentaa ei jatketa.

## LIITE K: KERROSPALKKITEORIA, 5-LAMELLINEN LEVY

Heinisuo, 2022, s. 25 ->



### Lähtötiedot

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$b := 1\text{ m}$$

mitoituskaistan leveys

$$L := 5000\text{ mm}$$

palkin jänneväli

$$B_{\text{leveys}} := 2400\text{ mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$h := 180\text{ mm}$$

palkin paksuus/korkeus

$$n := 5$$

lamellikerroksien lukumäärä

$$t_1 := 40\text{ mm} \quad t_3 := 40\text{ mm} \quad t_5 := 40\text{ mm}$$

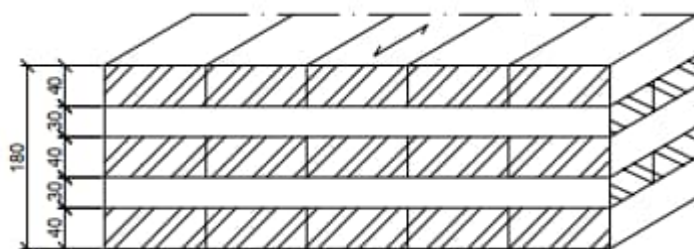
$$t_2 := 30\text{ mm} \quad t_4 := 30\text{ mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

lamellikerroksien paksuudet

$$A := b \cdot t = \begin{pmatrix} 40 \times 10^3 \\ 30 \times 10^3 \\ 40 \times 10^3 \\ 30 \times 10^3 \\ 40 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

lamellikerroksien poikkipinta-alat



## Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$\gamma_{\text{CLT}} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$g_{\text{k.väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien omapaino

$$g_{\text{k.omapaino}} := b \cdot h \cdot \gamma_{\text{CLT}} = 0.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

laatan omapaino

$$g_{\text{k}} := g_{\text{k.väliseinät}} + g_{\text{k.omapaino}} = 1.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_{\text{k}} := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A

$$p := 1.15 \cdot g_{\text{k}} + 1.5 \cdot q_{\text{k}} = 4.495 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

tasaisesti jakautunut mitoitusviivakuorma

## Määritetään tarvittavat laskentadimensiot

$$y_1 := \frac{t_3}{2} + t_2 + \frac{t_1}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$y_2 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_2}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$y_3 := 0 \text{ mm}$$

$$y_4 := \frac{t_3}{2} + \frac{t_4}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$y_5 := \frac{t_3}{2} + t_4 + \frac{t_5}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$y := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 35 \\ 0 \\ 35 \\ 70 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

etäisyydet lamellikerroksien keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$I := \frac{b \cdot t^3}{12} = \begin{pmatrix} 5.333 \times 10^6 \\ 2.25 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \\ 2.25 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksien neliömomentit ilman steinerin teijä

$$E_{0.\text{mean}} := 11500 \text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90.\text{mean}} := 0 \text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen  
kimmomoduuli

$$G_{0.\text{mean}} := 650 \text{MPa}$$

pituuksuuntaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R.\text{mean}} := 65 \text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten  
tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \quad \underline{\underline{G}} := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$\text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

pituuksuuntaiset kerrokset

$$B_0 := \sum \overrightarrow{(\text{bool} \cdot E \cdot I)} = 184 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyys ilman steinerin  
termejä

$$B_s := \sum \overrightarrow{(\text{bool} \cdot E \cdot A \cdot y^2)} = 4.508 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyyden steinerin  
termit

$$B := B_0 + B_s = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyys

$$B_i := E_i \cdot I_i$$

yksittäisen lamellikerroksen  
taivutusjäykkyys ilman steinerin termiä

$$B_1 := E_1 \cdot I_1 = 6.133 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_2 := E_2 \cdot I_2 = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_3 := E_3 \cdot I_3 = 61.333 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

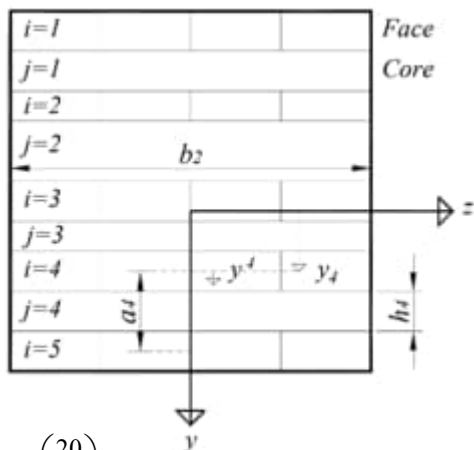
$$B_4 := E_4 \cdot I_4 = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_5 := E_5 \cdot I_5 = 6.133 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$



$$B_i := \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61.333 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 61.333 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 61.333 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

lamellikerroksien taivutusjäykkyydet ilman steinerin termiä



$$y_i := \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

pituuussuuntaisten kerroksien i lokaalit koordinaatit

$$k_j := \frac{G_j \cdot b}{t_j}$$

määritetään ainoastaan poikittaiskerroksille (coreille)

$$k_2 := \frac{G_{R,\text{mean}} \cdot b}{t_2} = 2.167 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$k_4 := \frac{G_{R,\text{mean}} \cdot b}{t_4} = 2.167 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$k_j := \begin{pmatrix} k_2 \\ k_4 \end{pmatrix}$$

$$a_j := y_{i+1} - y_i$$

etäisyys vierekkäiden pitkittäiskerrosten keskeltä keskelle (facet) kts. kuva yllä

$$a_2 := y_1 - y_3 = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_4 := y_5 - y_3 = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_j := \begin{pmatrix} a_2 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

$$k := \sum \left( k_j \cdot a_j^2 \right) = 21.233 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\pi_i := \frac{B_i}{B_s}$$

$$\pi_1 := \frac{B_1}{B_s} = 0.014 \quad \pi_2 := \frac{B_2}{B_s} = 0 \quad \pi_3 := \frac{B_3}{B_s} = 0.014 \quad \pi_4 := \frac{B_4}{B_s} = 0 \quad \pi_5 := \frac{B_5}{B_s} = 0.014$$

$$\pi := \sum \pi_i$$

$$\pi := \frac{B_0}{B_s} = 0.041$$

$$\sigma := \frac{B_s}{k \cdot L^2} = 8.492 \times 10^{-3}$$

$$\tau := \sqrt{\frac{1 + \pi}{\pi \cdot \sigma}} = 54.797$$

## Palkissa vaikuttavat voimat

Käytetään tasaisesti jakautuneen kuormituksen mukaisia yhtälöitä, joissa ehtona, että palkin päissä facet pääsevät liukumaan vapaasti

taipuman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taipuma löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin keskeltä, joten:

$$x := \frac{L}{2} = 2.5 \text{ m} \quad \text{pituuskoodinaatti}$$

$$\psi := \frac{x}{L} = 0.5 \quad \text{yksikötön pituuskoordinaatti}$$

$$\delta(\psi) := \frac{p \cdot L^4}{B} \cdot \left[ \frac{1}{24} \cdot \psi (1 - 2 \cdot \psi^2 + \psi^3) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^4} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

(taipuman arvot määritetty myöhemmin ominaiskuormilla käyttörajatilan mitoituksessa)

liukuman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi liukuma löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin päistä:

$$x := 0 \text{ m} \quad \text{pituuskoodinaatti}$$

$$\psi := \frac{x}{L} = 0 \quad \text{yksikötön pituuskoordinaatti}$$

$$\gamma(\psi) := \frac{p \cdot L^3}{B} \cdot \sigma \cdot \left[ \frac{1}{2} (1 - 2 \cdot \psi) - \frac{1}{\tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$\gamma(\psi) = 489.925 \times 10^{-6}$$

momentin yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taivutusmomentti löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin keskeltä, joten:

$$x := \frac{L}{2} = 2.5 \text{ m} \quad \text{pituuskoodinaatti}$$

$$\psi := \frac{x}{L} = 0.5 \quad \text{yksikötön pituuskoordinaatti}$$

$$M_S(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{1}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{\tau^2} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_S(\psi) = 13.46 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_1(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_1}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_2(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_2}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_3(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_3}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_4(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_4}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_5(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_5}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M := \begin{pmatrix} M_1(\psi) \\ M_2(\psi) \\ M_3(\psi) \\ M_4(\psi) \\ M_5(\psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.196 \\ 0 \\ 0.196 \\ 0 \\ 0.196 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_0 := \sum_{i=1}^n M_i = 0.587 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_s := M_s(\psi) = 13.46 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{tot}} := M_0 + M_s = 14.047 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

leikkausvoiman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taivutusmomentti löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin päistä, joten:

$$\overset{\text{mm}}{x} := 0 \text{ m}$$

pituuskoodinaatti

$$\overset{\text{mm}}{\psi} := \frac{x}{L} = 0$$

yksikötön pituuskoordinaatti

$$Q_s(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{1}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) - \frac{1}{\pi} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_s(\psi) = 10.403 \cdot \text{kN}$$

$$Q_1(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_1}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_2(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_2}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_3(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_3}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_4(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_4}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_5(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_5}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q := \begin{pmatrix} Q_1(\psi) \\ Q_2(\psi) \\ Q_3(\psi) \\ Q_4(\psi) \\ Q_5(\psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.278 \\ 0 \\ 0.278 \\ 0 \\ 0.278 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$Q_0 := \sum_{i=1}^n Q_i = 0.835 \cdot \text{kN}$$

$$\overset{\text{mm}}{Q_s} := Q_s(\psi) = 10.403 \cdot \text{kN}$$

$$Q_{\text{tot}} := Q_0 + Q_s = 11.237 \cdot \text{kN}$$

## Mitoitus

$$f_{v,k} := 4 \text{ MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3 \text{ MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan pintalamellien suunnassa

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{m,k} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoittava taivutusrasitus

$$\kappa_i(i) := \frac{E_i \cdot y_i}{B_0} \cdot M_0 + \frac{E_i \cdot y_i}{B_s} \cdot M_s$$

$$\kappa_{m,y,d} := \kappa_i(1) = 3.137 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{m,d} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{m,d} > \kappa_{m,y,d}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\kappa_{m,y,d}}{f_{m,d}} = 0.17$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\alpha_j(j) := \frac{k_j \cdot a_j}{b} \cdot \gamma(\psi)$$

poikittaiskerroksessa vaikuttava jännitys

$$\alpha_d := \alpha_j(1) = 0.074 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \alpha_d$$

Käyttöaste

$$\frac{|\alpha_d|}{f_{R,d,0}} = 0.089$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla

Mitoittava leikkausrasitus

$$\alpha_i(i) := \frac{1.5 \cdot Q_i}{A_i}$$

pitkittäiskerroksessa vaikuttava jännitys

$$\alpha_i(3) = 1.043 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\alpha_{d,2} := \alpha_j(1) + \alpha_i(3) = 0.085 \cdot \text{MPa}$$

aiemman poikittaiskerroksen ja pitkittäiskerroksen jännityksien summa

Leikkauskestävyys

$$f_{v,d} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = 2.56 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{v,d} > \alpha_{d,2}$$

Käyttöaste

$$\frac{|\alpha_{d,2}|}{f_{v,d}} = 0.033$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1 (lyhennetty ohje)

$$\beta_2 := 0.3$$

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

$$\psi := 0.5$$

suurin taipuma löytyy jännevälän  
keskeltä

Lisätään taipuman yhtälöön kuormitus muuttujaksi:

$$\delta(\psi, p) := \frac{p \cdot L^4}{B} \cdot \left[ \frac{1}{24} \cdot \psi (1 - 2 \cdot \psi^2 + \psi^3) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^4} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$w_{\text{inst.g}} := \delta(\psi, g_k) = 2.431 \cdot \text{mm}$$

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

$$w_{\text{inst.q}} := \delta(\psi, q_k) = 3.74 \cdot \text{mm}$$

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 6.171 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.494$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \beta_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 9.014 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.541$$



## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$B = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa, huomioidaan vain lamellikerrokset 2 ja 4

$$B_{0,B} := E_{0,\text{mean}} \cdot (I_2 + I_4) = 51.75 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_{s,B} := E_{0,\text{mean}} \cdot [A_2 \cdot (y_2)^2 + A_4 \cdot (y_4)^2] = 845.25 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_B := B_{0,B} + B_{s,B} = 897 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 100

$$\lambda := \frac{\left( h \cdot \gamma_{\text{CLT}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 162.518 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$m_a := 1$$

alin ominaistaajuus löydetään kokonaisluvulla 1

$$f_0 := \frac{1}{2 \cdot \xi} \cdot \sqrt{\frac{B_s \cdot \frac{1}{\text{m}}}{\lambda \cdot L^4} \cdot \frac{1 + \pi + \pi \cdot \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2}{1 + \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2}} \cdot m_a^4 \cdot \xi^4 = 10.272 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_0 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 101

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\nu} := \sqrt[4]{\frac{B_{\text{B}}}{B}} = 0.661$$

$$k_{\nu} \leq \frac{B_{\text{leveys}}}{L} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\nu} := \frac{B_{\text{leveys}}}{L} = 0.48$$

$$\nu := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L^2}{42 \cdot k_{\nu} \cdot B}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L^3}{48 \cdot b \cdot B} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.264297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L^2}{42 \cdot k_{\nu} \cdot B} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.264297 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L^3}{48 \cdot b \cdot B} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.555023 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistaajuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\nu \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L}{\text{m}}} = 1.126$$

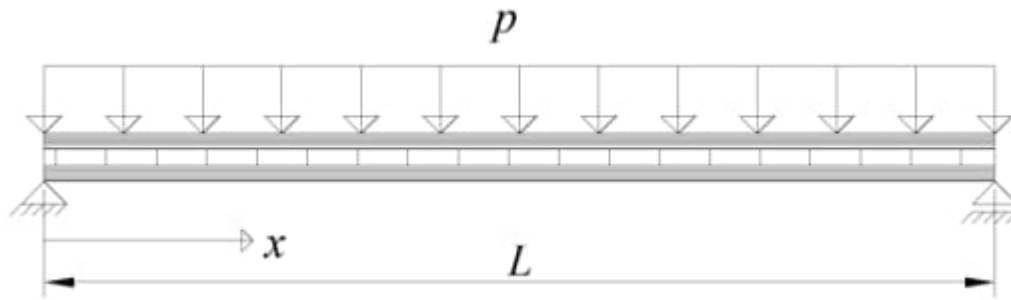
Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

$$\nu \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$

## LIITE L: KERROSPALKKITEORIA, 7-LAMELLINEN LEVY

Heinisuo, 2022, s. 25 ->



### Lähtötiedot

$$K_{FI} := 1.0$$

asuinrakennus, seuraamusluokka CC2

$$b := 1\text{ m}$$

mitoituskaistan leveys

$$L := 5000\text{ mm}$$

palkin jänneväli

$$B_{\text{leveys}} := 2400\text{ mm}$$

laatan leveys (jänneväliä vastaan)

$$h := 240\text{ mm}$$

palkin paksuus/korkeus

$$n := 7$$

lamellikerroksien lukumäärä

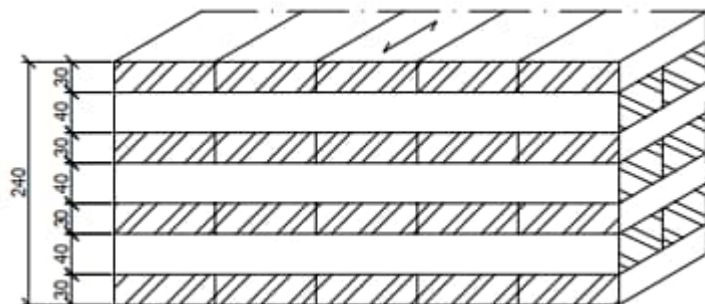
$$t_1 := 30\text{ mm} \quad t_3 := 30\text{ mm} \quad t_5 := 30\text{ mm} \quad t_7 := 30\text{ mm}$$

$$t_2 := 40\text{ mm} \quad t_4 := 40\text{ mm} \quad t_6 := 40\text{ mm}$$

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

lamellikerroksien paksuudet

$$A := b \cdot t = \begin{pmatrix} 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 30000 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2 \quad \text{lamellikerroksien poikkainta-alat}$$



## Laattaan kohdistuvat kuormitukset

$$\gamma_{\text{CLT}} := 5.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

laatan tilavuuspaino

$$g_{\text{k.väliseinät}} := 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = 0.4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ei-kantavien väliseinien omapaino

$$g_{\text{k.omapaino}} := b \cdot h \cdot \gamma_{\text{CLT}} = 1.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

laatan omapaino

$$g_{\text{k}} := g_{\text{k.väliseinät}} + g_{\text{k.omapaino}} = 1.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

omat painot

$$q_{\text{k}} := 2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot b = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

hyötykuorma, luokka A

$$p := 1.15 \cdot g_{\text{k}} + 1.5 \cdot q_{\text{k}} = 4.84 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

tasaisesti jakautunut mitoitusviivakuorma

## Määritetään tarvittavat laskentadimensiot

$$y_1 := \frac{t_4}{2} + t_3 + t_2 + \frac{t_1}{2} = 105 \cdot \text{mm}$$

$$y_2 := \frac{t_4}{2} + t_3 + \frac{t_2}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$y_3 := \frac{t_4}{2} + \frac{t_3}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$y_4 := 0 \text{ mm}$$

$$y_5 := \frac{t_4}{2} + \frac{t_5}{2} = 35 \cdot \text{mm}$$

$$y_6 := \frac{t_4}{2} + t_5 + \frac{t_6}{2} = 70 \cdot \text{mm}$$

$$y_7 := \frac{t_4}{2} + t_5 + t_6 + \frac{t_7}{2} = 105 \cdot \text{mm}$$

$$y := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 105 \\ 70 \\ 35 \\ 0 \\ 35 \\ 70 \\ 105 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

etäisyydet lamellikerroksien keskeltä rakenteen neutraaliakselille

$$I := \frac{b \cdot t^3}{12} = \begin{pmatrix} 2.25 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \\ 2.25 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \\ 2.25 \times 10^6 \\ 5.333 \times 10^6 \\ 2.25 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^4$$

lamellikerroksien neliömomentit ilman steinerin termejä

$$E_{0.\text{mean}} := 11500 \text{MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten keskimääräinen kimmomoduuli

$$E_{90.\text{mean}} := 0 \text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten keskimääräinen kimmomoduuli

$$G_{0.\text{mean}} := 650 \text{MPa}$$

pituussuuntaisten kerrosten tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$G_{R.\text{mean}} := 65 \text{MPa}$$

poikittaisten kerrosten tasoleikkausmoduulin keskiarvo

$$E := \begin{pmatrix} E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \\ E_{90.\text{mean}} \\ E_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \\ 0 \\ 11500 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$G := \begin{pmatrix} G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \\ G_{R.\text{mean}} \\ G_{0.\text{mean}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \\ 65 \\ 650 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$\text{bool} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

pituussuuntaiset kerrokset

$$B_0 := \sum \overrightarrow{(\text{bool} \cdot E \cdot I)} = 103.5 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyys ilman steinerin termejä

$$B_s := \sum \overrightarrow{(\text{bool} \cdot E \cdot A \cdot y^2)} = 8.453 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyyden steinerin termit

$$B := B_0 + B_s = 8.556 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_i := E_i \cdot I_i$$

$$B_1 := E_1 \cdot I_1 = 2.587 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_2 := E_2 \cdot I_2 = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_3 := E_3 \cdot I_3 = 25.875 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_4 := E_4 \cdot I_4 = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_5 := E_5 \cdot I_5 = 2.587 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_6 := E_6 \cdot I_6 = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

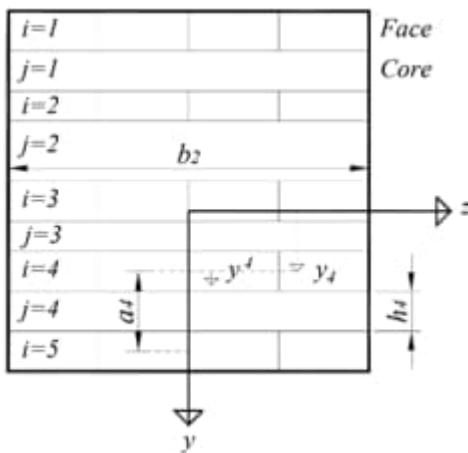
$$B_7 := E_7 \cdot I_7 = 2.587 \times 10^{10} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_i := \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25.875 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 25.875 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 25.875 \times 10^9 \\ 0 \times 10^0 \\ 25.875 \times 10^9 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

palkin taivutusjäykkyys

yksittäisen lamellikerroksen taivutusjäykkyys ilman steinerin termiä

lamellikerroksien taivutusjäykkyudet ilman steinerin termiä



$$y_i := \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 15 \\ 0 \\ 15 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

pituussuuntaisten kerroksien i lokaalit koordinaatit

$$k_j := \frac{G_j \cdot b_j}{t_j}$$

määritetään ainoastaan  
poikkaiskerroksille (coreille)

$$k_2 := \frac{G_{R.mean} \cdot b}{t_2} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$k_4 := \frac{G_{R.mean} \cdot b}{t_4} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$k_6 := \frac{G_{R.mean} \cdot b}{t_6} = 1.625 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

$$k_j := \begin{pmatrix} k_2 \\ k_4 \\ k_6 \end{pmatrix}$$

$$a_j := y_{i+1} - y_i$$

etäisyys vierekkäiden pitkittäiskerrosten  
keskeltä keskelle (facet) kts. kuva yllä

$$a_2 := y_1 - y_3 = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_4 := y_5 + y_3 = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_6 := y_7 - y_5 = 70 \cdot \text{mm}$$

$$a_j := \begin{pmatrix} a_2 \\ a_4 \\ a_6 \end{pmatrix}$$

$$k := \sum \left( \overrightarrow{k_j \cdot a_j^2} \right) = 23.887 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\pi_1 := \frac{B_1}{B_s}$$

$$\pi_1 := \frac{B_1}{B_s} = 3.061 \times 10^{-3} \quad \pi_3 := \frac{B_3}{B_s} = 3.061 \times 10^{-3} \quad \pi_5 := \frac{B_5}{B_s} = 3.061 \times 10^{-3} \quad \pi_7 := \frac{B_7}{B_s} = 3.061 \times 10^{-3}$$

$$\pi_2 := \frac{B_2}{B_s} = 0$$

$$\pi_4 := \frac{B_4}{B_s} = 0$$

$$\pi_6 := \frac{B_6}{B_s} = 0$$

$$\pi := \sum \pi_i$$

$$\pi := \frac{B_0}{B_s} = 0.012$$

$$\sigma := \frac{B_s}{k \cdot L^2} = 0.014$$

$$\tau := \sqrt{\frac{1 + \pi}{\pi \cdot \sigma}} = 76.424$$

## Palkissa vaikuttavat voimat

Käytetään tasaisesti jakautuneen kuormituksen mukaisia yhtälöitä, joissa ehtona, että palkin päissä facet pääsevät liukumaan vapaasti

taipuman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taipuma löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin keskeltä, joten:

$$x := \frac{L}{2} = 2.5 \text{ m} \quad \text{pituuskoodinaatti}$$

$$\psi := \frac{x}{L} = 0.5 \quad \text{yksikötön pituuskoordinaatti}$$

$$\delta(\psi) := \frac{p \cdot L^4}{B} \cdot \left[ \frac{1}{24} \cdot \psi (1 - 2 \cdot \psi^2 + \psi^3) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^4} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

(taipuman arvot määritetty myöhemmin ominaiskuormilla käyttörajatilan mitoituksessa)

liukuman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi liukuma löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin päistä:

$$x_{\text{liukuma}} := 0 \text{ m} \quad \text{pituuskoodinaatti}$$

$$\psi_{\text{liukuma}} := \frac{x}{L} = 0 \quad \text{yksikötön pituuskoordinaatti}$$

$$\gamma(\psi) := \frac{p \cdot L^3}{B} \cdot \sigma \cdot \left[ \frac{1}{2} (1 - 2 \cdot \psi) - \frac{1}{\tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$\gamma(\psi) = 487.318 \times 10^{-6}$$

momentin yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taivutusmomentti löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin keskeltä, joten:

$$x := \frac{L}{2} = 2.5 \text{ m} \quad \text{pituuskoodinaatti}$$

$$\psi := \frac{x}{L} = 0.5 \quad \text{yksikötön pituuskoordinaatti}$$

$$M_S(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{1}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{\tau^2} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right] \right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_S(\psi) = 14.922 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$



$$M_1(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_1}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_2(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_2}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_3(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_3}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_4(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_4}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_5(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_5}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_6(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_6}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M_7(\psi) := p \cdot L^2 \cdot \frac{\pi_7}{1 + \pi} \left[ \frac{1}{2} \cdot \psi(1 - \psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$M := \begin{pmatrix} M_1(\psi) \\ M_2(\psi) \\ M_3(\psi) \\ M_4(\psi) \\ M_5(\psi) \\ M_6(\psi) \\ M_7(\psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.051 \\ 0 \\ 0.051 \\ 0 \\ 0.051 \\ 0 \\ 0.051 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_0 := \sum_{i=1}^n M_i = 0.203 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_s := M_s(\psi) = 14.922 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{tot}} := M_0 + M_s = 15.125 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

leikkausvoiman yhtälö palkille, johon vaikuttaa tasaisesti jakautunut kuorma

Maksimi taivutusmomentti löytyy yksiaukkoisen palkin tapauksessa palkin päistä, joten:

$$\overset{\text{mm}}{x} := 0 \text{ m}$$

pituuskoodinaatti

$$\overset{\text{mm}}{\psi} := \frac{x}{L} = 0$$

yksikötön pituuskoordinaatti

$$Q_s(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{1}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) - \frac{1}{\pi} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_s(\psi) = 11.641 \cdot \text{kN}$$

$$Q_1(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_1}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_2(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_2}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_3(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_3}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_4(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_4}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_5(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_5}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_6(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_6}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q_7(\psi) := p \cdot L \cdot \frac{\pi_7}{1 + \pi} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\psi) + \frac{1}{\pi \cdot \tau} \frac{\sinh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2\psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right]$$

$$Q := \begin{pmatrix} Q_1(\psi) \\ Q_2(\psi) \\ Q_3(\psi) \\ Q_4(\psi) \\ Q_5(\psi) \\ Q_6(\psi) \\ Q_7(\psi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.115 \\ 0 \\ 0.115 \\ 0 \\ 0.115 \\ 0 \\ 0.115 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$Q_0 := \sum_{i=1}^n Q_i = 0.459 \cdot \text{kN}$$

$$Q_{\text{tot}} := Q_0 + Q_s = 12.1 \cdot \text{kN}$$

$$Q_s := Q_s(\psi) = 11.641 \cdot \text{kN}$$

## Mitoitus

$$f_{v,k} := 4 \text{ MPa}$$

leikkauslujuus

$$f_{R,k,0} := 1.3 \text{ MPa}$$

tasoleikkauslujuus, kun levyä taivutetaan pintalamellien suunnassa

## Taivutuskestävyys

$$k_{\text{mod}} := 0.8$$

keksipitkä aikaluokka, käyttöluokka 1

$$\gamma_M := 1.25$$

osavarmuusluku CLT

$$f_{m,k} := 24 \text{ MPa}$$

lamellien taivutuslujuus

$$n := 10$$

vierekkäisten lautojen lukumäärä tarkasteltavassa kerroksessa

$$k_{\text{sys}} := \min(1 + 0.025 \cdot n, 1.2) = 1.2$$

kuormanjakoluku

## Mitoitava taivutusrasitus

$$\kappa_i(i) := \frac{E_i \cdot y_i}{B_0} \cdot M_0 + \frac{E_i \cdot y_i}{B_s} \cdot M_s$$

$$\kappa_{m,y,d} := \kappa_i(1) = 2.471 \cdot \text{MPa}$$

## Taivutuskestävyys

$$f_{m,d} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} \cdot k_{\text{sys}} = 18.432 \cdot \text{MPa}$$

## Mitoitusehto

$$f_{m,d} > \kappa_{m,y,d}$$

## Käyttöaste

$$\frac{\kappa_{m,y,d}}{f_{m,d}} = 0.134$$

## Leikkauskestävyys liimasaumassa 1 ja 2

(Poikittaislamellien jännitys voidaan olettaa samaksi koko lamellikerroksen korkeudella, joten liimasaumassa 1 ja 2 on sama leikkausjännitys)

Mitoittava leikkausrasitus

$$\alpha_j(j) := \frac{k_{j,j} \cdot a_{j,j}}{b} \cdot \gamma(\psi)$$

poikittaiskerroksessa vaikuttava jännitys

$$\alpha_d := \alpha_j(1) = 0.055 \cdot \text{MPa}$$

Tasoleikkauskestävyys pintalamellien suunnassa

$$f_{R,d,0} := \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{R,k,0} = 0.832 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \alpha_d$$

Käyttöaste

$$\frac{|\alpha_d|}{f_{R,d,0}} = 0.067$$

## Leikkauskestävyys neutraaliakselilla = liimasaumassa 3 ja 4

Mitoittava leikkausrasitus

$$\alpha_{d,2} := \alpha_j(2) = 0.055 \cdot \text{MPa}$$

Mitoitusehto

$$f_{R,d,0} > \alpha_d$$

Käyttöaste

$$\frac{|\alpha_{d,2}|}{f_{R,d,0}} = 0.067$$

## Taipuma

$$k_{\text{def}} := 0.8$$

virumaluku CLT lappeellaan,  
käyttöluokka 1 (lyhennetty ohje)

$$\beta_2 := 0.3$$

kahvelikerroin, muuttuvan kuorman  
pitkäaikaisosuus, luokka A

$$\psi := 0.5$$

suurin taipuma löytyy jännevälin  
keskeltä

Lisätään taipuman yhtälöön kuormitus muuttujaksi:

$$\delta(\psi, p) := \frac{p \cdot L^4}{B} \cdot \left[ \frac{1}{24} \cdot \psi (1 - 2 \cdot \psi^2 + \psi^3) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^2} \cdot \psi (1 - \psi) - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau^4} \cdot \frac{\left[ \cosh\left(\frac{\tau}{2}\right) - \cosh\left[\frac{[\tau \cdot (1 - 2 \cdot \psi)]}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{\tau}{2}\right)} \right] \right]$$

$$w_{\text{inst.g}} := \delta(\psi, g_k) = 1.726 \cdot \text{mm}$$

omasta painosta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

$$w_{\text{inst.q}} := \delta(\psi, q_k) = 2.157 \cdot \text{mm}$$

hyötykuormasta aiheutuva hetkellinen  
taipuma

### Hetkellinen taipuma

$$w_{\text{inst}} := w_{\text{inst.g}} + w_{\text{inst.q}} = 3.883 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu hetkellinen taipuma

$$w_{\text{sall}} := \frac{L}{400} = 12.5 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{inst}}}{w_{\text{sall}}} = 0.311$$

### Kokonaistaipuma

$$w_{\text{fin}} := w_{\text{inst.g}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) + (1 + \beta_2 \cdot k_{\text{def}}) \cdot w_{\text{inst.q}} = 5.782 \cdot \text{mm}$$

### Sallittu taipuma

$$w_{\text{sall.2}} := \frac{L}{300} = 16.667 \cdot \text{mm}$$

### Käyttöaste

$$\frac{w_{\text{fin}}}{w_{\text{sall.2}}} = 0.347$$

## Värähtelymitoitus

Taivutusjäykkyys jännevälän suunnassa

$$B = 8.556 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

Taivutusjäykkyys poikittaissuunnassa, huomioidaan vain lamellikerrokset 2, 4 ja 6

$$B_{0,B} := E_{0,\text{mean}} \cdot (I_2 + I_4 + I_6) = 184 \times 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_{s,B} := E_{0,\text{mean}} \cdot [A_2 \cdot (y_2)^2 + A_4 \cdot (y_4)^2 + A_6 \cdot (y_6)^2] = 4.508 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

$$B_B := B_{0,B} + B_{s,B} = 4.692 \times 10^{12} \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^2$$

metrin leveää mitoituskaistaa kohti

## Ominaistaajuus

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 100

$$\lambda := \frac{\left( h \cdot \gamma_{\text{CLT}} + 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right)}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 193.099 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

rakenteen omapaino pinta-alayksikköä  
kohden + hyötykuormasta 30 kg/m<sup>2</sup>

$$m_a := 1$$

alin ominaistaajuus löydetään  
kokonaisluvulla 1

$$f_0 := \frac{1}{2 \cdot \xi} \cdot \sqrt{\frac{B_s \cdot \frac{1}{\text{m}}}{\lambda \cdot L^4} \cdot \frac{1 + \pi + \pi \cdot \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2}{1 + \sigma \cdot m_a^2 \cdot \xi^2}} \cdot m_a^4 \cdot \xi^4 = 12.399 \cdot \text{Hz}$$

yhteen suuntaan kantavan lattian  
ominaistaajuus

Sallittu ominaistaajuus tulee olla yli 9 Hz, muuten tarvitaan erityistarkastelu

$$f_0 > 9 \text{ Hz} = 1$$

## Pistekuormasta aiheutuva hetkellinen taipuma

RIL 205-1-2017 kohta 7.3.3 s. 101

$$F_{\text{piste}} := 1.0 \text{ kN}$$

$$k_{\nu} := \sqrt[4]{\frac{B_B}{B}} = 0.861$$

$$k_{\nu} \leq \frac{B_{\text{leveys}}}{L} = 0$$

$$\Rightarrow k_{\nu} := \frac{B_{\text{leveys}}}{L} = 0.48$$

$$\nu := \min \left( \frac{F_{\text{piste}} \cdot L^2}{42 \cdot k_{\nu} \cdot B}, \frac{F_{\text{piste}} \cdot L^3}{48 \cdot b \cdot B} \right) \cdot 1000 \text{ mm} = 0.144937 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L^2}{42 \cdot k_{\nu} \cdot B} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.144937 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{F_{\text{piste}} \cdot L^3}{48 \cdot b \cdot B} \cdot 1000 \text{ mm} = 0.304367 \cdot \text{mm}$$

Kun asuinhuoneiston alin ominaistajuuus on yli 9 Hz, tarkistetaan, että seuraava ehto toteutuu

$$\nu \leq 0.5 \text{ mm}$$

Huoneen koosta riippuva taipumarajoituksen korotuskerroin k (katso RIL 205-1-2017 kuva 7.2-FI)

$$k := \frac{1}{0.318 + 0.114 \cdot \frac{L}{\text{m}}} = 1.126$$

Pienillä huonetiloilla sallittua 0,5 mm taipumaa voidaan korottaa korotuskertimella

$$k \cdot 0.5 \text{ mm} = 0.563 \cdot \text{mm}$$

$$\nu \leq k \cdot 0.5 \text{ mm} = 1$$