



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXVI SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2022

Simulação de Circuitos Elétricos Através de Modelagem Discreta dos Componentes Elétricos Usando Análise Nodal

Gustavo dos Santos Menezes Alves¹; Marcos de Araújo Paz²;

1. Bolsista PIBIC/CNPq, Graduando em Engenharia de Computação, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: gustavo2017@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: marcospaz@ecompu.ufes.br

PALAVRAS-CHAVE: circuitos elétricos; métodos numéricos; modelagem; simulação.

INTRODUÇÃO

O estudo de sistemas elétricos torna-se mais bem aproveitado com o auxílio de programas de simulação de circuitos. A utilização de simuladores ajuda os alunos a entender um pouco melhor, na prática, o funcionamento dos circuitos, mesmo quando não estão presentes no laboratório da universidade. Em 2021, quando houve o ensino remoto, por exemplo, foi uma ferramenta extremamente importante no processo de ensino. No entanto, apesar de existir diversos programas de simulação, eles apresentam muitas restrições seja de linguagem, usabilidade ou aplicações, sendo que muitos deles são programas proprietários. E isto acaba dificultando um pouco o uso destes simuladores por parte dos alunos e professores, inviabilizando testes e inclusões de novos modelos.

Sabendo que apesar de existirem muitos programas de simuladores de circuitos, mas que estes apresentam restrições de uso por parte de alunos e professores. Surgiu, então, a motivação de comparar diferentes métodos numéricos, para serem utilizados na modelagem dos componentes de simulação de circuitos elétricos. As respostas geradas a partir da adoção de cada método serão confrontadas a fim de determinar o método de integração numérica mais eficiente para modelagem computacional dos elementos dos circuitos, para posteriormente serem adotados em outro projeto, na implementação de um simulador.

De modo geral, a modelagem dos elementos elétricos é feita a partir da conversão de equações diferenciais, que descrevem matematicamente o comportamento de um elemento físico específico de maneira aproximadas e são definidos com base em algoritmos de métodos numéricos (Juslin, 2005). Isto pode ser feito com a aplicação de métodos de integração numérica (Nakamura, 2002). De acordo Gilat & Subramaniam (2009) estes métodos são técnicas matemáticas usadas na solução de problemas matemáticos que não podem ser resolvidos ou que são difíceis de se resolver analiticamente. Eles possuem características próprias quanto a erros de truncamento e instabilidade numérica, de modo geral, a integração trapezoidal (Dommel, 1969) é o método mais utilizado para a construção desses simuladores.

Após a análise dos métodos numéricos e modelagem dos componentes do circuito elétrico, no presente trabalho foi possível obter também a matrizes de condutância do

circuito aplicando o método de análise nodal modificada (Arrillaga, 1990). O método de Análise Nodal fornece um procedimento genérico para análise de circuitos usando tensões nodais como variáveis de circuito (Alexander & Sadiku , 2013).

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA

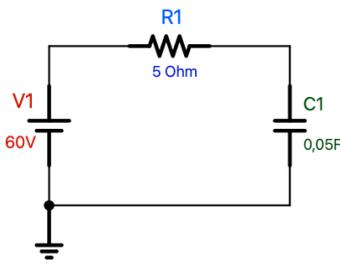
O ponto de partida para o desenvolvimento deste trabalho foi o levantamento bibliográfico sobre a modelagem discreta de elementos elétricos e a aplicação do método de análise nodal para obtenção das matrizes de condutância de circuitos elétricos. Nesta etapa, também serão pesquisados outros trabalhos que desenvolveram estratégias para construção de ferramentas de simulação de circuitos elétricos, para que estes possam servir como referência para a construção da ferramenta objetivada neste projeto.

As informações obtidas durante o levantamento bibliográfico serviram para direcionar a etapa de tomada de decisões de projeto. São objetos deste processo decisório: a definição dos métodos de integração numérica a serem utilizados no processo de modelagem discreta dos elementos elétricos e a comparação do desempenho desses métodos atuando em uma equação de circuitos de primeira ordem ou ordem superior (utilizado solução de sistemas de equações de primeira ordem). Nesta etapa testamos a solução de equações diferenciais de circuitos utilizando métodos da família Runge-Kutta.

Na etapa seguinte foi realizada a modelagem dos componentes dos circuitos elétricos, com base no método dos trapézios. Por fim, aplicado o método de análise nodal modificado, que leva a um conjunto de equações de circuitos, de onde obtém-se as matrizes de condutância de circuitos elétricos. Sendo então aplicada, ao sistema de equações gerado, uma ferramenta de solução de sistemas de equações lineares (decomposição LU), completando as etapas de simulação de circuitos elétricos.

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO

Com a finalidade de observar o comportamento de cada um dos métodos numéricos estudados e citados anteriormente, foi utilizado um circuito Resistor-Capacitor (RC) simples com os seguintes parâmetros apresentados na Figura 1(a). Pois a partir de um circuito RC, podemos extrair uma equação diferencial de primeira ordem, Figura 1(b), que é utilizada pelos métodos abaixo para encontrar a curva de tensão no capacitor mais próxima da resolução analítica. A solução analítica exata: $v_c = -60 * e^{-4t} + 60$ V.



$$\frac{dv}{dt} = 240 - 4v$$

(b)

Figura 1: (a) Circuito RC simples; (b) Equação diferencial em termos da tensão no capacitor.

Foram utilizados e testados ao longo do projeto diversos métodos numéricos, tais como o método de Euler, Heun, Ralston, Runge Kutta de 3ª ordem e Runge Kutta de 4ª ordem. Todos são métodos de soluções de equações diferenciais de 1ª ordem. A partir das comparações realizadas com os métodos listados acima, foi possível observar que dentre os métodos, o de 4ª ordem foi o que chegou mais próximo da solução real, Figura 2, onde as curvas estão praticamente sobrepostas. Tal fato já era esperado, pois esse método possui 4 inclinações de reta em seu algoritmo para chegar à solução final, fazendo com que a acurácia seja muito maior que os demais métodos.

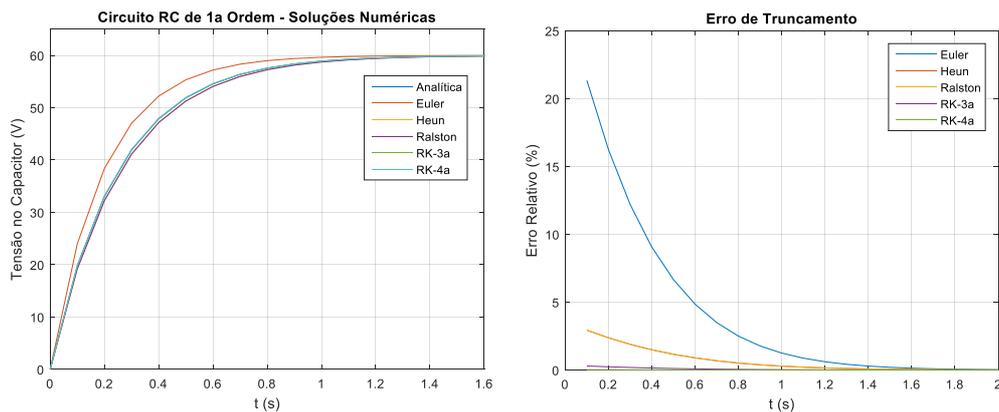


Figura 2. Métodos aplicados; Erro de truncamento associado.

- Modelagem dos componentes com integração trapezoidal e análise nodal

Uma abordagem alternativa à análise no domínio do tempo de elementos de circuito, tais como elementos armazenadores de energia, é substituí-los por seus modelos equivalentes. No trabalho, optou-se por utilizar a modelagem dos componentes através do método trapezoidal, que apesar de ter um erro maior em relação aos métodos RK, é mais simples de ser implementado, requer um número menor de operações, e seu erro pode ser controlado através do tamanho do passo de integração adotado nas simulações. Através desse método foi possível modelar os componentes como capacitor e indutor nos circuitos elétricos, transformando-os em fonte de corrente e um resistor em paralelo na topologia do circuito. A Figura 3 mostra o resultado do circuito RC teste.

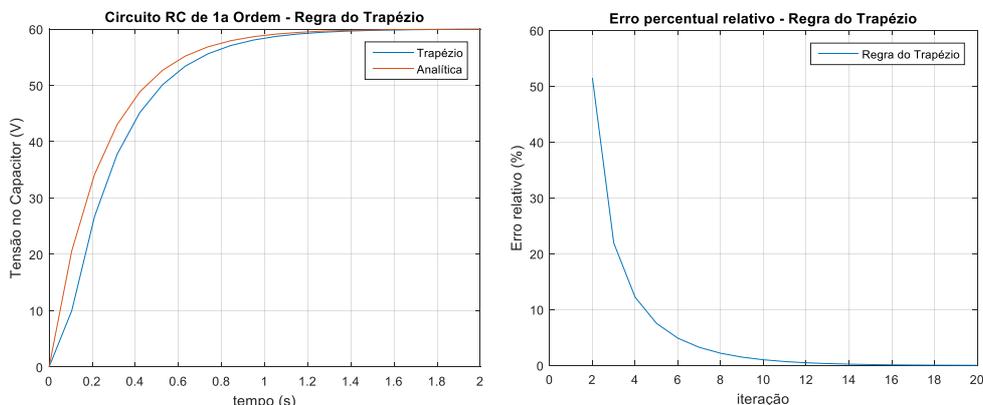


Figura 3. Método do Trapézio; Erro de truncamento associado.

A análise nodal é um método muito utilizado para a solução nodal através de uma matriz G . Isso deve-se muito por ela poder ser aplicada a uma vasta classe de topologias de circuitos e por sua facilidade de entendimento e desenvolvimento. A utilização deste método para circuitos que possuem elementos como indutores e capacitores, por exemplo, resultaria em equações complexas que se tornam muito difíceis ou até mesmo impossíveis de serem resolvidas computacionalmente.

No entanto, utilizando os modelos equivalentes através do método trapezoidal, em cada dispositivo, pode-se utilizar esta técnica de análise para a formulação das matrizes que descrevem uma determinada rede utilizando apenas elementos de excitação (fontes de corrente e tensão) e resistores equivalentes.

A resolução desta matriz por meio de um sistema computacional de resolução de sistemas de equações lineares, do tipo $Ax = b$, fornece o comportamento simulado do circuito. Existem inúmeros métodos numéricos capazes de resolver sistemas de equações lineares, todos são eficazes. No entanto, alguns métodos podem se tornar mais demorados

a depender do número de variáveis e na grande quantidade de valores fracionados, fatores que requerem muita atenção e exatidão. Métodos como: eliminação de Gauss, Gauss-Jordan, Decomposição LU, sem e com pivoteamento, observando o condicionamento do sistema de equações de circuito Press et al. (2007).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A resolução de transitórios eletromagnéticos envolve a solução de equações de difícil solução por ferramentas computacionais, principalmente quando aplicadas a circuitos elétricos de grande porte. A partir disso, pesquisadores buscam soluções numéricas mais precisas e rápidas que possibilitem análises mais confiáveis. As aproximações oriundas dos métodos de integração são válidas, pois simplificam um problema relativamente complexo, para equações avaliadas em intervalos de tempo.

Os resultados obtidos no desenvolvimento deste plano de trabalho mostraram que os métodos da família de Runge Kutta, em especial o de 3ª ordem e 4ª ordem são eficientes para a solução de circuitos. No entanto, estes, apresentam um gasto computacional maior, chegando então à conclusão que o método mais simples, o Trapezoidal seria melhor para a modelagem dos componentes do circuito, por sua simplicidade.

Assim, entende-se porque este método é o mais utilizado nos simuladores de transitórios eletromagnéticos. Sua aproximação torna-se aceitável, e o tempo de processamento é mais rápido e assim, sua utilização mais ampla.

Podemos concluir, portanto, que no presente trabalho, foi possível realizar a análise de diferentes tipos de métodos numéricos no processo de modelagem de componentes de circuitos elétricos em ferramenta de simulação. Além disso, foi possível obter as matrizes de condutância do circuito aplicando o método de análise nodal modificada. Como sugestão para trabalhos futuros seria a sistematização por meio de um processo computacional de resolução do conjunto de equações lineares, que fornece o comportamento simulado do circuito de forma otimizada.

REFERÊNCIAS

- GILAT, A; SUBRAMANIAM, V. 2009. Métodos numéricos para engenheiros cientistas: uma introdução com aplicações usando o MATLAB. Editora Bookman.
- JUSLIN, K. 2005. A companion model approach to modelling and simulation of industrial processes. [S.l.]: VTT Technical Research Centre of Finland.
- ALEXANDER, C. K; SADIKU, M. N. 2013. Fundamentos de circuitos elétricos. AMGH Editora.
- PRESS, W. H; TEUKOLSKY, S. A; VETTERLING, W. T; FLANNERY, B.P. 2007. Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press.
- DOMMEL, H. W. Digital Computer Solution of Electromagnetic Transient in Single and Multiphase Network. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, No. 4, 1969.
- ARRILLAGA, J.; Arnold, C. P. Computer Analysis of Power Systems. John Wiley & Sons Ltd, 1990.
- NAKAMURA, S. Numerical Analysis and Graphics Visualizations with Matlab. Prentice Hall, 2002.