

# Lineare Portfoliooptimierung mit Target-Shortfall-Probability-Vektor

Leo Schubert, Fachhochschule Konstanz

## 1. Einleitung

Die Globalisierung hat insbesondere auf Kapital- und Informationsmärkten starke Veränderungen bewirkt. Der Anteil der Bevölkerung mit Aktienbesitz stieg in den letzten Jahren stetig an. Immer häufiger lösen sich Investoren von den institutionellen Anlageempfehlungen und bilden sich ihre eigene Meinung zur Entwicklung auf den Kapitalmärkten. Für die Kaufentscheidung einzelner Assets stehen Investoren neben den Fundamentaldaten aus Presse, Rundfunk und Internet auch Chartanalyse-Programme zur Entscheidungsunterstützung zur Verfügung. Die Gewichtung einzelner Aktien im Portfolio ist dabei eher willkürlich oder naiv. Die quantitative Optimierung des Portfolios ist heute noch institutionellen Einrichtungen bzw. Fonds-Managern vorbehalten, obgleich die informationstechnischen Voraussetzungen bereits für viele Investoren gegeben sind. Im Vergleich mit der klassischen Portfoliooptimierung, die der quadratischen Optimierung zuzurechnen ist, können lineare Modelle der Portfoliooptimierung diverse Vorteile bieten. Mit dem Risikomaß der sog. Target-Shortfall-Probability können z.B. auch bei schiefen Renditeverteilungen effiziente Portfolios bestimmt werden. Darüberhinaus ist dieses Risikomaß, z.B. in der Form der Verlustwahrscheinlichkeit, für jeden Investor intuitiv verständlich.

Im Folgenden werden einleitend knapp die klassische Portfoliooptimierung und Wege zur Auswahl effizienter Entscheidungen dargestellt. Nach einem Überblick zu den Risikokriterien der Portfoliooptimierung und zu den entsprechenden linearen Portfoliooptimierungsmodellen, werden Vorteile und Nachteile linearer Modelle diskutiert. Das letzte Kapitel ist dem Mean - Target-Shortfall-Probability-Vektor-Modell gewidmet. Abschließend werden die Ergebnisse eines empirischen Tests vorgestellt.

## 2. Klassische Portfoliooptimierung

Die klassischen Instrumente<sup>1</sup> des Portfoliomanagements streben eine Aufteilung von Investitionskapital auf unterschiedliche Aktien an, so daß eine vorgegebene bzw. erwartete Rendite mit minimalem Risiko erzielt wird. Dabei wird angenommen, daß die Renditen  $R_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) der  $n$  Aktien normalverteilt sind, d.h.  $R_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$ . Das Risiko wird durch die Varianz  $\sigma^2$  der Portfoliorendite, die sich aus den Varianzen und Kovarianzen  $\sigma_{ij}^2$  (mit  $\sigma_{ii}^2 = \sigma_i^2$  und  $i, j = 1, \dots, n$ ) der Aktien ergeben, charakterisiert. Die vorgegebene erwartete Portfoliorendite  $\mu$  kann ebenfalls aus den Renditeerwartungswerten  $\mu_i$  der einzelnen Aktien bestimmt werden. Die Parameter  $\mu_i$  und  $\sigma_{ij}^2$  werden i.d.R. anhand historischer Daten geschätzt.

Die Gewichtung der  $n$  Aktien im Portfolio sei  $x_1, \dots, x_n$ . Für diese Gewichte gilt stets:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \text{ mit } x_i \geq 0, (i = 1, \dots, n). \quad (1)$$

Das klassische Modell ermittelt ein Portfolio mit minimaler Varianz  $\sigma^2$  unter der Nebenbedingung, das mindestens die Rendite  $\mu$  erzielt, wie folgt:

<sup>1</sup> vgl. Markowitz, H., (1952), Sharpe, W. F., (1964)

Minimiere

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}^2 \quad (2)$$

unter den Bedingungen (1) und

$$\sum_{i=1}^n x_i \mu_i \geq \mu. \quad (3)$$

Variiert man die erwartete Mindestrendite  $\mu$  in (3), so erhält man eine Menge von effizienten Portfolios, die i.d.R. im  $\mu$ - $\sigma$ -Raum<sup>2</sup> dargestellt werden (vgl. Linie zwischen MVP und Aktie 1 in Abb. 1). Dabei besitzt das Portfolio mit der kleinsten Varianz auch die geringste Rendite. Dieser Punkt wird als sog. Minimaler Varianzpunkt (MVP) bezeichnet. Bestimmt man alle möglichen Portfolios, so entsteht eine Fläche, deren rechte Seite von einzelnen Aktien begrenzt wird.

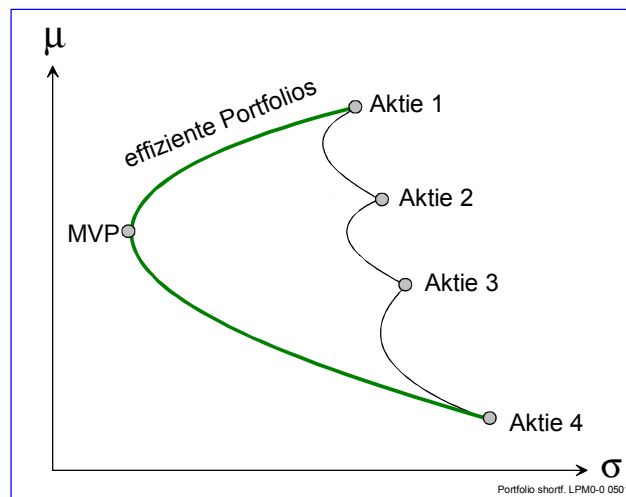


Abb. 1: Portfolios im  $\mu$ - $\sigma$ -Raum

Welches der effizienten Portfolios von einem Investor ausgewählt wird, hängt von dessen Risikobereitschaft ab. Risikoscheue Investoren werden ein effizientes Portfolio näher beim MVP wählen, risikofreudige dagegen näher bei Aktie 1.

### 3. Effiziente Entscheidungen in Risikosituationen

Viele Investitionsentscheidungen besitzen die Eigenschaft, daß die Renditen nicht deterministisch, d.h. sicher, sondern lediglich in der Form von Zufallsvariablen beschrieben werden können. Um unter diesen sog. Risikosituationen Entscheidungen rational zu fällen, wurden drei unterschiedliche Ansätze entwickelt:

#### **I. Klassisches Entscheidungsprinzip**

Das klassische Entscheidungsprinzip orientiert sich an den Parametern der Verteilungsfunktionen z.B. Erwartungswert der Rendite  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$ . Anhand dieser Parameter bzw. Momente der Verteilung wird die Menge der effizienten

<sup>2</sup> Obgleich die Varianz  $\sigma^2$  im Modell minimiert wird, verwendet man doch die Standardabweichung  $\sigma$  als klassisches Maß für die Volatilität bzw. für das Risiko einer Anlage.

Portfolios ermittelt. Effizient sind dabei die Investitionsalternativen, die bzgl. der Kriterien z.B.  $\mu$ ,  $\sigma$  nicht dominiert sind (vgl. effiziente Portfolios in Abb. 1).

Durch Anwendung einer individuellen Präferenzfunktion, in der die Parameter als Variablen fungieren (z.B.:  $\mu - 0.125\sigma^2$ ), werden aus der Menge der effizienten Portfolios ein individuell optimales d.h. individuell effizientes ausgewählt.

Ein Vorteil des klassischen Ansatzes, der die Ermittlung der effizienten Portfolios anhand der Parameter der Verteilungen ( $\mu$ ,  $\sigma$  etc.) vornimmt, ist die einfache Anwendungsmöglichkeit.

Nachteilig ist, daß dieser Ansatz natürlich nur dann die effizienten Portfolios ermittelt, falls die richtigen Renditeverteilungen angenommen wurden. Geht man z.B. bei schief verteilten Renditen<sup>3</sup> fälschlicherweise von einer  $N(\mu, \sigma)$ -Verteilung aus, so können zwei als „gleich gut“ eingestufte Portfolios in der Präferenzfunktion des Investors doch unterschiedlich bewertet werden; d.h. es werden ineffiziente Alternativen ausgewählt.

## II. Prinzip der Stochastischen Dominanz<sup>4</sup>

Dieses Entscheidungsprinzip unter Risiko orientiert sich ausschließlich und direkt an den Verteilungsfunktionen der Renditen der Investitionsalternativen. Hierbei wird versucht, den aus der deterministischen Entscheidungstheorie bekannten Begriff der Dominanz auf „Wahrscheinlichkeits-Verteilungen“ zu übertragen. Da sich die Renditeverteilungen von 2 Investitionsalternativen i.d.R. schneiden und deshalb nicht generell mit „ $\geq$ “ Relationen die dominante bzw. effiziente Alternative ermittelt werden kann, wurden verschiedene „Dominanz-Grade“ eingeführt.

Der 0. Grad vergleicht noch, wie im deterministischen Falle, die Renditen der Alternativen. So dominiert von zwei Alternativen die erste die zweite vom 0. Grade, falls im diskreten Fall gilt:

$$\begin{array}{ll} r_{1t} \geq r_{2t} & \text{zu allen Zeitpunkten } t = 1, \dots, T \text{ und} \\ r_{1t} > r_{2t} & \text{für mindestens einen Zeitpunkt } t \text{ mit} \\ & r_{it} : \text{Renditerealisation von Anlage } R_i \text{ (} i=1,2 \text{) zum Zeitpunkt } t. \end{array}$$

Durch die Dominanz 0. Grades werden i.d.R. nur wenige dominierte Verteilungen aus der Menge der effizienten Verteilungen ausgeschlossen. Je höher der Grad der Dominanz, um so mehr Verteilungen können als dominiert ausgegrenzt werden.<sup>5</sup>

Der Ansatz der Stochastischen Dominanz ist für die Ermittlung von effizienten Investitionsalternativen in Risikosituationen besser geeignet als das klassische Entscheidungsprinzip, da nicht eine beschränkte Anzahl Verteilungsparameter, sondern die Renditeverteilung direkt einbezogen wird. Diese theoretische Stärke ist praktisch selten nutzbar, da einerseits die konkreten Renditeverteilungen nicht exakt bekannt sind und sich andererseits die Ermittlung stochastisch dominanter Alternativen höheren Grades als mathematisch sehr schwierig darstellen.

## III. Bernoulli-Prinzip (Prinzip des Nutzenerwartungswertes)

Daniel Bernoulli (1738) hatte bei der Beobachtung des Verhaltens von Teilnehmern bei Glücksspielen festgestellt, daß nicht der Erwartungswert der Auszahlung sondern der Erwartungswert des Nutzens  $E(u(r))$  das Investitionsverhalten unter Risiko be-

<sup>3</sup> Um die Skewness einer Verteilung (neben Variance und Mean) bei der Beurteilung der Effizienz von zwei Investitionsalternativen berücksichtigen zu können, kann es aus optimierungstechnischen Gründen sinnvoll sein, einen „abgeschwächte“ Effizienzdefinition, die sog. „Semi-Effizienz“, zu verwenden (vgl. Konno, H., u.a., (2000)).

<sup>4</sup> vgl. Hadar, J., Russell, W. R., (1969); Hanoch, G., Levy, H., (1969)

<sup>5</sup> Auf die Definition der Dominanzen höheren Grades wurde hier verzichtet.

stimmt<sup>6</sup>. Das Risikoverhalten (risikoscheu, rational oder risikofreudig) drückt die Krümmung<sup>7</sup> der Nutzenfunktion  $u(r)$  des Investors aus. Dabei stellt  $r$  eine Realisation der Zufallsvariablen  $R$  dar.

Der Vorteil des Bernoulli-Prinzips liegt in der Konzentration auf die individuelle Nutzenfunktion  $u(r)$  des Investors. Nur durch ihre Berücksichtigung kann von einer rationalen Entscheidung des Individuums gesprochen werden. In diesem Vorteil liegt auch die Problematik des Prinzips, da die exakte Nutzenfunktion des Investors i.d.R. nicht bekannt ist bzw. nur schwer zu ermitteln. Trotz dieses Praxisproblems ist es sinnvoll zu Portfolioselektionsmodellen das unterstellte Risikoverhalten seiner Anwender nutzentheoretisch zu ermitteln (vgl. Abschnitt 6.1).

Das klassische Entscheidungsprinzip stimmt mit dem Bernoulli-Prinzip überein, falls die Momente der Verteilungen in der Nutzenfunktion linear aggregiert werden (z.B.:  $\mu - 0.125\sigma^2$ ).<sup>8</sup>

#### 4. Risiko- und Renditekriterien

Alternative Risikokriterien als Grundlage für die Portfolio Selektion wurden in den vergangenen Jahren häufig diskutiert. Die Motivationen dazu waren unterschiedlich. Einerseits wurden die nutzentheoretischen Voraussetzungen bzw. (Rendite-) Verteilungsannahmen der klassischen Mean-Variance-Modelle als zu restriktiv empfunden, und andererseits wurde versucht mehr Praxisnähe zu erreichen, indem z.B. Risiko- maße konstruiert wurden, die mehr dem intuitiven Risikoverständnis eines Investors entsprechen als das klassische Volatilitätsmaß in der Form der Standardabweichung der Rendite eines Portfolios.

Die Risiko- und Renditekriterien können einerseits differenziert werden hinsichtlich des Teilbereiches der Renditeverteilung, den das Kriterium beschreibt und andererseits hinsichtlich der Art, in der die Renditeverteilung einbezogen wird (vgl. Abb. 2 bzw. Tab. 1). Zur Beschreibung von Risiko kann es z.B. genügen, statt der gesamten Wahrscheinlichkeitsfunktion nur den unteren Teil von  $f(r)$  zu verwenden. Die Art des Einbezugs der Wahrscheinlichkeitsfunktion kann direkt, über die einzelnen Momente oder durch andere Kriterien erfolgen.

Zur Charakterisierung von Risiko ist – wie bereits erwähnt - die linke Seite der Renditeverteilung  $f(r)$  bzw. die darauf ausgerichteten Kriterien insbesondere dann der klassischen Volatilität vorzuziehen, wenn die Verteilung nicht symmetrisch, sondern schief ist. Eine leichte Skewness wurde auch bei Aktienrenditen beobachtet:

„The normality assumption is often used because it leads to tractable results. However, empirical studies of historical stockmarkets returns do not support the normality assumption. For example, the return on at least 70% of the stocks on the Tokyo Stock Exchange based on monthly data for the period from early 1970s to late 1980s exhibit skewness and kurtosis statistics that are much too large for the normal distribution...“<sup>9</sup>

<sup>6</sup> Theoretisch begründet wurde das Bernoulli-Prinzip u.a. von J. v. Neumann und O. Morgenstern (1944) durch das Unabhängigkeitsaxiom, Stetigkeitsaxiom und Ordnungsaxiom.

<sup>7</sup> Arrow/Pratt – Maß zum Vergleich von Nutzenfunktionen hinsichtlich der lokalen absoluten Risikoaversion:  $-u''(r) / u'(r)$ , (vgl.: Arrow, K. J., (1971), S. 94, Pratt, J. W., (1964), S. 122)

<sup>8</sup> vgl. Schneeweiß, E., (1967), S. 90 bzw. Bamberg, G., Coenenberg, A. G. (1977), S. 81

<sup>9</sup> Konno, H., Gotoh, J., (2000), S. 289; Empirische Studie zur Tokyo Stock Exchange von Kariya, T., Tsukuda, Y., Maru, J., (1989).

Eine zentrale Stellung zur Berücksichtigung von Skewness nehmen - neben den Versuchen, direkt die Schiefe der Portfoliorendite zu maximieren - die sog. **Lower Partial Moments (LPM)**<sup>10</sup> ein. Trotz eines frühen Vorschlags von Roy "Safty-first" und damit ein LPM als Risikomaß zu präferieren, wurden erst mit den Arbeiten von Leibowitz (1989, 1991, 1992), entsprechende Risikomaße verstärkt diskutiert. Die LPMs sind wie die normalen statistischen Momente mittels ihrer Ordnung  $l$  ( $l=1, \dots, \infty$ ) wie folgt klassifizierbar:

$$LPM^l(R, \tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - r)^l f(r) dr \quad (4)$$

mit  $f(r)$ : Dichtefunktion der Renditezufallsvariablen  $R$   
 $\tau$ : Target-Rendite  
 $l$ : Ordnung des LPM  
 $l = 0$  : Target-Shortfall-Probability  
 $l = 1$  : Target-Shortfall-Mean  
 $l = 2$  : Target-Shortfall-Variance oder Target-Shortfall-Semi-Variance

Während die  $LPM^l$  der Ordnung  $l \geq 3$  nur aus theoretischer Sicht ergänzend Interesse fanden<sup>11</sup>, wurden die der Ordnung  $l = 0, 1, 2$  bereits vereinzelt praktisch getestet. Das als **Target-Shortfall-Probability (TSP)** bezeichnete  $LPM^0$ , stellt heute ein Kriterium dar, das im quantitativen Portfoliomanagement<sup>12</sup> ergänzend berechnet bzw. kontrolliert wird.

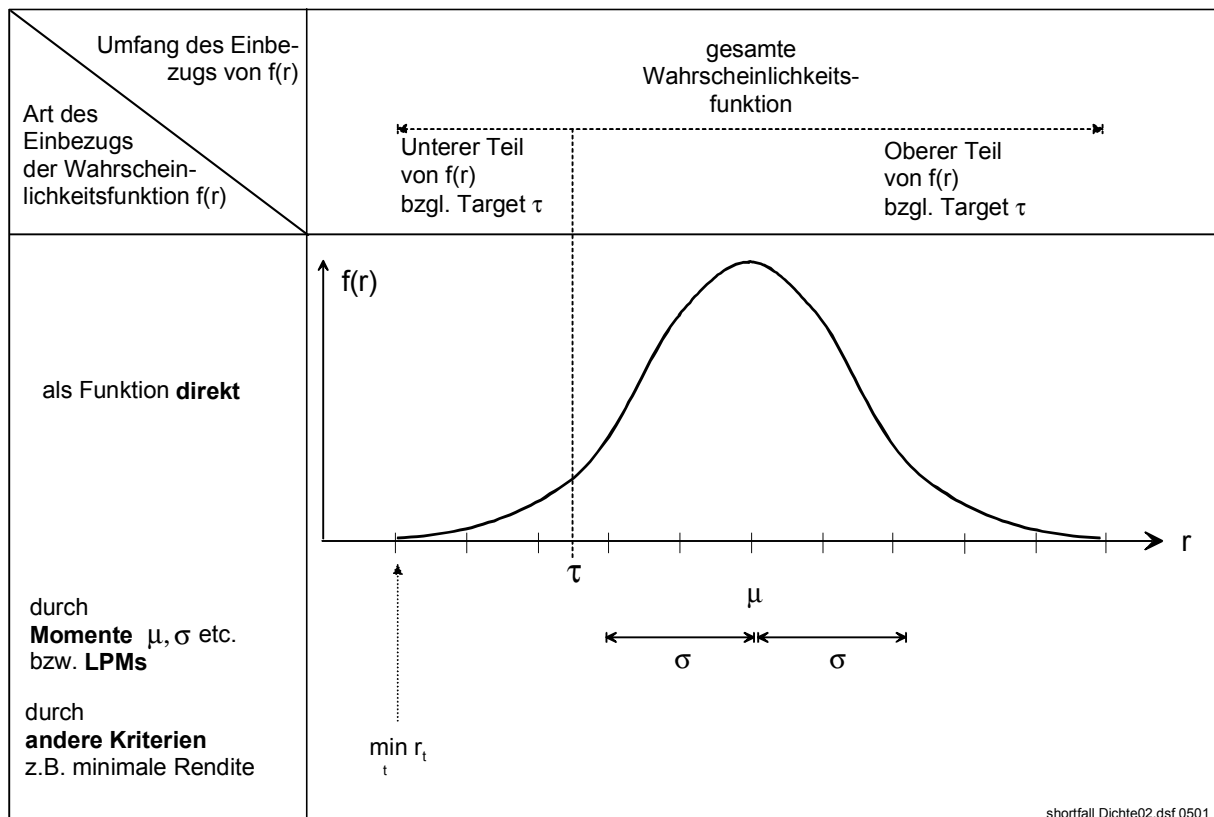


Abbildung 2: Systematik der Risiko- und Renditekriterien

<sup>10</sup> In Analogie zu den LPM wurden die Kriterien des oberen Bereiches der Renditeverteilung  $f(r)$  Upper Partial Moments (UPM) genannt.

<sup>11</sup> vgl. z.B. Schubert, L., (1996)

<sup>12</sup> insbesondere im Asset-Liability-Management

Das TSP drückt die Wahrscheinlichkeit  $P(R < \tau)$  aus, d.h. die Wahrscheinlichkeit, mit der die Rendite eines Portfolios unter der vorgegebenen Target-Rendite  $\tau$  liegt. Diese Wahrscheinlichkeit sollte entsprechend der Risikoneigung des Investors maximal den Wert  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) annehmen. Diese Vorgabe des Investors  $P(R < \tau) \leq \alpha$

	Unterer Teil von $f(r)$	Gesamte Verteilung	Oberer Teil von $f(r)$	
<b>Verteilung direkt</b>		Stochastische Dominanz <sup>13</sup>		
<b>0. Moment</b>	Target-Shortfall-Prob. <sup>14</sup> (LPM <sup>0</sup> )	Mean	Target-Upside-Mean <sup>16</sup> (UPM <sup>1</sup> )	
<b>1. Moment</b>	Target-Shortfall-Mean <sup>15</sup> (LPM <sup>1</sup> )			
<b>2. Moment</b>	Target-Shortfall-Variance <sup>17</sup> (LPM <sup>2</sup> )			Variance <sup>18</sup>
<b>3. Moment</b>	Lower Semi-Skewness <sup>19</sup>			Skewness <sup>20</sup>
<b>andere Kriterien</b>	Lower Semi-Abs. Dev. <sup>21</sup> Minimale Rendite <sup>23</sup>	Absolute Deviation <sup>22</sup> Gini-Koeffizient <sup>24</sup> Entropy <sup>25</sup>		

Tab. 1: Rendite und Risikokriterien

<sup>13</sup> Die Stochastische Dominanz wird häufig zur Beurteilung von Risiken verwendet. Leider ist es für die Verwendung in der Praxis in Form eines Optimierungsmodelles zur Minimierung der Stochastischen Dominanz zu kompliziert.

<sup>14</sup> Vgl. Roy, A. D., (1952), Telser, L. G., (1955), Kataoka, S., (1963), Leibowitz, M. L., Henrickson, R. D., (1989), Leibowitz, M. L., Kogelmann, S., (1991), Leibowitz, M. L., Kogelmann, S., Bader L. N., (1992), Rudolf, M., (1994), Jäger, S., Rudolf, M., Zimmermann, H., (1995), Reichling, P., (1996), Kaduff, J. V., Spremann, K. (1996)

Der MaxiMin-Return Ansatz von Young, M. R., (1998) kann auch als Shortfall-Probability-Modell interpretiert werden, bei dem eine Shortfall-Probability von Null zum maximal möglichen Target gefordert wird.

<sup>15</sup> Vgl. Ang, J. S., (1975).

<sup>16</sup> Vgl. Riss, M., (1996, S.110f ) konstruierte ein allgemeines Lineares Optimierungsmodell mit einem UPM ohne spezielle Anwendung in der Portfoliooptimierung.

<sup>17</sup> Falls der Target dem Erwartungswert entspricht, wird das LPM<sup>2</sup> auch als (Lower) Semi-Varianz bezeichnet.

<sup>18</sup> vgl. Markowitz, H., (1952), Sharpe, W. F., (1964)

<sup>19</sup> vgl. Konno, H., u. a., (1993, 2000)

<sup>20</sup> vgl. King, A. J., (1993), Konno, H., u.a., (1993, 1998, 2000), Stone, B. K., (1973)

<sup>21</sup> vgl. Ogryczak, W., Ruszczyński, A., (1999), Konno, H., u. a., (2000)

<sup>22</sup> vgl. Konno, H., Yamazaki, H., (1991), Feinstein, C. D., Thapa, M. N., (1993)

<sup>23</sup> vgl. Young, M. R., (1998)

<sup>24</sup> vgl. Shalit, H., Yitzhaki, S., (1984, 1989), Bey, R. P., Howe, K. M., (1984), Okunev, J., (1988).

<sup>25</sup> vgl. Philippatos, G. C., Wilson, Ch. J., (1972, 1974) bzw. Kommentare zur Entrophy von White, D. J., (1974). Auf der Basis des Risikomaßes der Entrophy existiert - im Gegensatz zum Gini-Koeffizienten und der Absolute Deviation - kein lineares Optimierungsmodell.

könnte z.B. lauten: Die Wahrscheinlichkeit, weniger als  $\tau = 0\%$  Rendite zu erzielen, darf maximal 0.1 betragen, also  $P(R < 0) \leq 0.1$ .

Bei normalverteilten Renditen, also  $R \sim N(\mu, \sigma)$ , kann diese Vorgabe oder Restriktion des Investors, nach Standardisierung der Renditezufallsvariable  $R$  durch die Ungleichung

$$\mu \geq \tau - Z_{\alpha} \sigma$$

mit  $Z_{\alpha}$ : Fraktilwert der  $N(0,1)$ -Verteilung zu  $\alpha$

ausgedrückt und in die klassische Portfoliodarstellung durch eine Gerade eingezeichnet werden (vgl. Abb. 3).

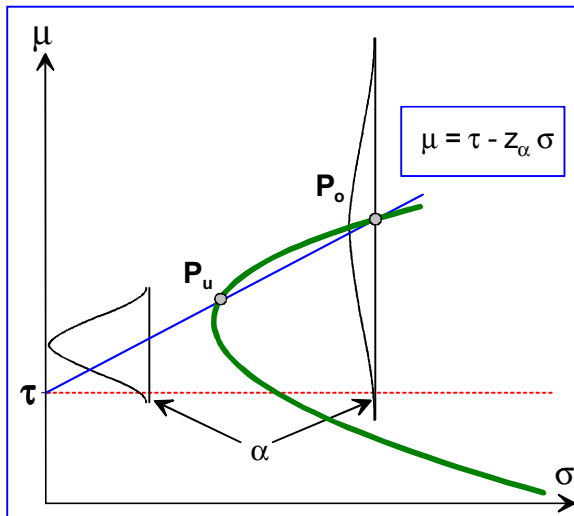


Abb. 3: TSP

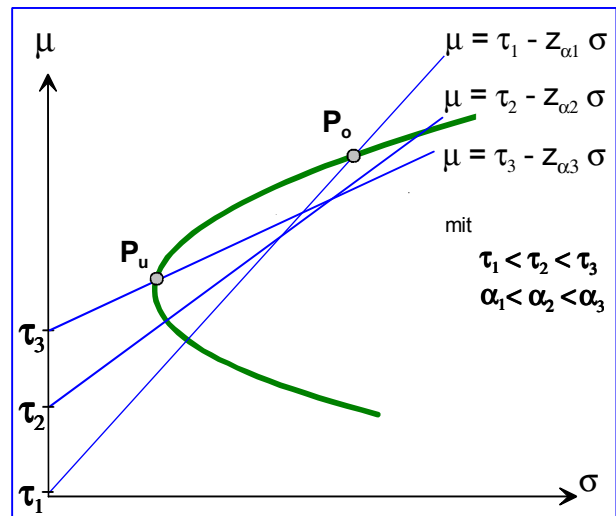


Abb. 4: TSP-Vektor

Portfolio shortf. LPM0-12 0700

Das Risikomaß der TSP scheint im Gegensatz zur Volatilität der klassischen Ansätze ein für Investoren leicht verständliches, kommunizierbares und die Investorängste besser charakterisierendes Maß zu sein.

Sein Nachteil besteht darin, daß die Verteilung der Renditen unterhalb der Target-Rendite beliebig günstig bzw. ungünstig verlaufen kann. Deshalb wird die Verwendung des TSP kritisiert.<sup>26</sup>

Dieser Mangel des Risikomaßes TSP kann durch die Erweiterung zu einem

$$\begin{aligned} \text{TSP-Vektor } [\tau, \alpha] \text{ mit } P(R < \tau_k) \leq \alpha_k \\ \text{und } \tau_k < \tau_{k'} \Leftrightarrow \alpha_k < \alpha_{k'}, k, k' = 1, \dots, m, k \neq k' \end{aligned}$$

quasi behoben werden<sup>27</sup>. Entsprechend der Risikosensibilität bzw. –neigung des Investors kann die Verteilung der Renditezufallsvariable  $R$  unterhalb der höchsten Target-Rendite (vgl.  $\tau_3$  in Abb. 4) durch die Wahl der übrigen Komponenten des Vektors adäquat eingeschränkt werden. Alle Portfolios, die den Bedingungen des TSP-Vektors genügen, seien  $[\tau, \alpha]$ -zulässig. Nur aus dieser Menge werden die effizienten Portfolios ausgewählt.

<sup>26</sup> vgl. z.B. Harlow, W. V., (1991)

<sup>27</sup> Es wäre konsequent, für den kleinsten Target  $\alpha = 0$  zu fordern. Dies ist im folgenden Mean-TSP-Vektor-Modell möglich. Theoretisch existiert aber bei Annahme  $N(\mu, \sigma)$ -verteilter Renditen kein zulässiges Portfolio, das dieser Bedingung genügt.

Bei Annahme normalverteilter Renditen, wie in Abb. 4, wäre nur der Bereich oberhalb aller Geraden  $[\tau, \alpha]$  – zulässig. Das Portfolio  $P_0$  besitzt unter allen zulässigen den höchsten Renditeerwartungswert und  $P_u$  ist das zulässige Portfolio mit der geringsten Renditevarianz.

## 5. Lineare Portfoliooptimierung

Während die klassische Portfoliooptimierung aus den historischen Kursdaten einzelner Aktien statistische Parameter (Mean, Variance, Covariance) schätzt und nur diese in den Optimierungsprozeß einbezieht, bilden die linearen Modelle der Portfoliooptimierung ihre Gleichungen, Ungleichungen bzw. Zielfunktion direkt anhand der Renditedaten einzelner Aktien.

Aus den in der Tab. 1 dargestellten Risiko- und Renditekriterien sind folgende Kriterien für die lineare Portfoliooptimierung geeignet, da sie durch lineare Funktionen aus den Renditedaten  $r_t$  gebildet werden:<sup>28</sup>

$$\text{Mean: } \mu = 1/T \sum_{t=1}^T r_t$$

$$\text{Abs. Dev.: } AD = 1/T \sum_{t=1}^T |r_t - \mu|$$

(für  $r_t < \mu$ : semi-AD)

$$\text{Gini-Koeff.}^{29}: G = 1/T^2 \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{t'>t}^T |r_t - r_{t'}|$$

$$\text{Minimale Rendite: } \min_t \{r_t, t=1, \dots, T\}$$

Lower Partial Moments: (kontinuierliche Definition: vgl. (4))

$$LPM^l = 1/T \sum_{r_t < \tau} (\tau - r_t)^l$$

mit  $l = 0$ : target shortfall probability  
 $l = 1$ : target shortfall mean

Upper Partial Moments:

$$UPM^l = 1/T \sum_{r_t > \tau} (r_t - \tau)^l$$

mit  $l = 0$ : target upside probability  
 $l = 1$ : target upside mean

Das Verhältnis der Rendite einer Investition und des dabei entstandenen Risikos dient als Maß für die Performance<sup>30</sup> einer Investition:

<sup>28</sup> Es wird der Übersichtlichkeit wegen nicht zwischen dem erwartungstreuen Schätzer (z.B. dem arith. Mittel) und dem wahren Parameter (z.B.  $\mu$ ) der Verteilung differenziert!

<sup>29</sup> vgl. Shalit, H., Yitzhaki, S., (1984)

<sup>30</sup> Eine ausführliche Übersicht zur Performancemessung zeigt Wittrock, C. (1998); Bruns, Ch., Meyer-Bullerdiek, F.,(2000), S. 429-492



Performance = Rendite / Risiko.

Im Gegensatz zu den bekannten Performancemaßen, die i.d.R. ex post zu einem effizienten Portfolio berechnet werden, bietet die lineare Portfoliooptimierung die Möglichkeit, direkt das Performancemaß<sup>31</sup>  $\mu / AD$  zu optimieren<sup>32</sup>.

Die Modelle zur linearen Portfoliooptimierung können je nach Ziel- und Restriktionskriterium in folgende Klassen eingeteilt werden (vgl. Tab. 2):

- I.) Modelle, die versuchen, einen möglichst hohen Renditeerwartungswert zu erzielen. Das Risiko, wenn es einbezogen wird, beschränkt die Alternativen (vgl. Modelle der Renditemaximierung).
- II.) Modelle, die Risikominimierung vornehmen, mit oder ohne Vorgabe einer Mindestrendite.
- III.) Modelle, die parametrisch Rendite und Risiko in der Zielfunktion verknüpfen (vgl. parametrische Modelle und Performance-Modelle). In zweistufigen Modellen wird z.B. das Risikokriterium in der ersten Stufe minimiert und in der zweiten Stufe als Restriktion behandelt um die Skewness zu maximieren.

Die Investitionsentscheidungen, in denen andere Zielkriterien (z.B. ethische, soziale, emotionale) im Vordergrund sind, beziehen Rendite und Risiko wenn überhaupt, so nur als Restriktion ein (vgl. linke untere Ecke in Tab. 2).

Die Menge aller effizienten Portfolios (vgl. Abb. 1) wird ermittelt, indem der Restriktionsparameter (z.B. vorgegebene erwartete Rendite  $\mu$  oder die TSP  $\alpha$ ) variiert wird.<sup>33</sup>

Die linearen Optimierungsmodelle besitzen nicht generell Vorteile gegenüber der klassischen Portfoliooptimierung. Jedoch zeigen die unterschiedlichen Modelle häufig Stärken, z.B. bei schief verteilten Renditen, denen Schwächen, wie die erhöhte Rechenzeit, gegenüberstehen. Um die Stärken der Modelle sinnvoll zu nutzen, sollte der Schätzfehler<sup>34</sup> im Vergleich zur klassischen parameterorientierten Optimierung so gering wie möglich sein. Dazu kann die Datenbasis der linearen Modelle vergrößert werden, indem nicht nur eine Jahresrendite je Aktie und Jahr verwendet wird, sondern z.B. auf der Basis jedes Handelstages ein Jahresrenditewert ermittelt wird<sup>35</sup>.

Hinsichtlich der Verteilungsannahmen sind die linearen Modelle flexibler als die der klassische Portfoliooptimierung, die von normalverteilten Renditen ausgeht. So sind z.B. die effizienten Portfolios im Falle des Mean-Gini-Portfolio Modelles auch effizient im Sinne der stochastischen Dominanz, falls Renditeverteilungen vorliegen, deren

<sup>31</sup> Anstelle des Renditeerwartungswertes  $\mu$  kann auch die über den risikolosen Zins hinausgehende Rendite oder Risikoprämie eingesetzt werden.



















<sup>32</sup> Dabei nimmt man für die Performance den Wert  $x$  an und stellt  $x = \mu / AD \rightarrow \max$  um in die Funktion  $x AD - \mu \rightarrow \min$ . Der angenommene Performancewert  $x$  wird nach jedem Optimierungsschritt wie folgt angepaßt: Falls der Zielfunktionswert der zu minimierenden Funktion positiv ist, wird  $x$  verkleinert, ist er negativ, so wird  $x$  vergrößert. Die Optimierung und Anpassung von  $x$  wird solange wiederholt, bis der Zielfunktionswert Null resultiert, d.h. die maximale Performance mit  $x = \mu / AD$  ermittelt wurde. Auch bei den klassischen Performancemaßen (Sharpe-Ratio und Treynor-Ratio) kann iterativ das Portfolio mit der maximalen Performance ermittelt werden!

<sup>33</sup> Zum Mean-TSP-Vektor-Portfolio existiert diese einfache Möglichkeit nicht, da mehrere TSPs das Risiko beschreiben und damit hinsichtlich mehrerer Parameter variiert werden müßte!

<sup>34</sup> vgl. Simaan, Y., (1997)

<sup>35</sup> Diese quasi „gleitenden Renditen“ könnten auch als 360-Tage-Momentums bezeichnet werden. Sie entsprechen den „Renditeerfahrungen“ der Investoren, die das ganze Jahr und nicht nur am 31.12. bzw. 1.1 eines Jahres investieren.

Verteilungsfunktionen sich höchstens einmal schneiden. Dies sind z.B. die Normal-, Lognormal-, Exponential- oder Gammaverteilung<sup>36</sup>. Die Verteilungsannahme der klassischen Portfoliooptimierung widerspricht häufig Erfahrungen aus der Praxis.<sup>37</sup>

Rendite als Zielkriterium	<p><u>Renditemaximierung:</u></p>  <u>Max-Mean</u> - P. Th. Bayes-Regel	<p><u>Renditemaximierung:</u></p>  <u>Mean</u> - TSP - Portfolio L. G. Telser (1955)  <u>Mean</u> - TSP-Vektor - Portfolio K. Engesser, L. Schubert (1997)  <u>Target</u> - Shortfall-Probability - P. S. Kataoka (1963)  <u>Mean</u> - Zero-Shortfall-Prob. - P. M. R. Young (1998)  <u>Mean+Upside-mean</u> - Target - P. M. Riss (1996)	<p><u>Parametrische Optimierungsmodelle:</u></p>  <u>Mean</u> - <u>Shortfall-Mean</u> - Portfolio J. S. Ang (1975)	<p><u>Performance-Modelle:</u></p>  <u>Mean / Absolute-Deviation</u> - Portfolio	<p><u>Zweistufige Optimierungsmodelle:</u></p>  <u>Mean</u> - <u>Absolute-Deviation</u> - <u>Skewness</u> - Portfolio H. Konno, H. Shirakawa, H. Yamazaki (1993), H. Konno (2000)
Rendite-Restriktion	 <i>z.B. naiver Freund als Investor</i>	 <i>z.B. Bekannte, Kollegen als Investoren</i>	<p><u>Risikominimierung:</u></p>  <u>Mean</u> - <u>Absolute-Deviation</u> - Portfolio H. Konno, H. Yamazaki (1991), C. D. Feinstein, N. M. Thapa (1993)  <u>Target</u> - <u>Shortfall-Probability</u> - P. A. D. Roy (1952)  <u>Mean</u> - <u>Gini</u> - Portfolio H. Shalit, S. Yitzhaki (1984)		
ohne	 <i>z.B. Investition in Familie</i>	 <i>z.B. gutmütiger Freund als Investor</i>	 <u>Min-Absolute-Deviation</u> - Portfolio H. Konno, H. Yamazaki (1991), C. D. Feinstein, N. M. Thapa (1993)  <u>MaxiMin-Return</u> - Portfolio M. R. Young (1998)		
	ohne	Risiko-Restriktion	Risiko als Zielkriterium		

Tab. 2: Lineare Modelle der Portfoliooptimierung<sup>38</sup>

Übersicht02.dsf 0401

Die mit linearen Modellen erfaßten Risikomaßstäbe auf der Basis des Target-Shortfall-Risks entsprechen z.T. mehr dem intuitiven Risikoverständnis von Investoren:

„The general impression obtained from these studies is that most individuals in investment contexts do indeed exhibit a target return – which can be above, at or below the point of no

<sup>36</sup> vgl. z.B. Yitzhaki, S., Shalit, H., (1984). Effizienzaussagen von Modellen auf der Basis von Risikokriterien wie die absolute deviation oder lower semi-absolute deviation findet man bei Ogryczak, W., Ruszczyński, A., (1999) und Gotoh, J., Konno, H., (2000).

<sup>37</sup> vgl. Konno, H., Gotoh, J., (2000), S. 289; Empirische Studie zur Tokyo Stock Exchange von Kariya, T., Tsukuda, Y., Maru, J., (1989).

<sup>38</sup> In der Tab. 2 wurden die jeweiligen Zielkriterien unterstrichen gedruckt und zudem in den sie beschreibenden Symbolen mit einem Pfeil versehen. Entsprechend der Struktur der Matrix ist in den Symbolen im oberen Dreieck das „Rendite-Kriterium“ und im unteren Dreieck das „Risiko-Kriterium“ angedeutet.

gain and no loss – at which there is a pronounced change in the shape of their utility-functions,  
 ...<sup>39</sup>

Stetige lineare Modelle können in relativ kurzer Zeit gelöst werden. Der Simplex-Algorithmus kann zwar (von theoretischer Seite aus betrachtet) keine polynomiale Rechenzeit garantieren, was sich in praktischen Anwendungen i.d.R. nicht auswirkt. Praktisch wie theoretisch wesentlich schneller arbeitet der sog. Karmarkar-Algorithmus:

„Karmarkar`s method has recently been utilized by the Military Airlift Command to determine how often to fly various routes, and which aircraft to use. The resulting Linear Program contained 150 000 variables and 12 000 constraints and was solved in one hour of computer time using Karmarkar`s method. Using the simplex method, a Linear Program with similar structure containing 36 000 variables and 10 000 constraints required four hours of computer time.“<sup>40</sup>

Diese günstigen Rechenzeiten gelten nicht für diskrete lineare Modelle. Bei diskreten Modellen werden Branch&Bound-Algorithmen zur Lösungsermittlung eingesetzt, deren Rechenzeiten unkalkulierbar hoch ausfallen können. Diese entstehen bei der Modellierung diverser Restriktionen (z.B. TSP-Restriktion oder einer treshold-Restriktion).

Lineare Modelle können unproblematisch eine größere Anzahl von Zusatzrestriktionen berücksichtigen. Neben den Risiko- bzw. Rendite-betreffenden Nebenbedingungen (vgl. z.B. (3)) lassen sich für das Portfoliomanagement sinnvolle Zusatz-Restriktionen modellieren:

#### A) Transaktionskosten in Rendite-maximierenden Zielfunktionen<sup>41</sup>

Transaktionskosten können bei einer zu großen Anzahl von Aktien im Portfolio zu erheblichen Kosten führen, die in der Investitionsentscheidung wie im folgenden Modell einbezogen werden können:

Maximiere

$$\sum_{i=1}^n (\mu_i x_i B D - F_i \delta_i - V_i x_i B)$$

unter der zusätzlichen Bedingung (Ergänzungen der Nebenbedingungen!)

$$\sum_{i=1}^n (x_i B + F_i \delta_i + V_i x_i B) \leq B \quad \left( \text{statt } \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right)$$

$$x_i \leq \delta_i, \quad (i = 1, \dots, n)$$

mit

- n: Anzahl Aktien
- $x_i$ : Gewicht der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) im Portfolio
- B: Gesamt-Investitionsbudget
- $\mu_i$ : Renditeerwartungswert der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ )
- $\delta_i$ : binäre (0-1)-Variable ( $i=1, \dots, n$ )
- $F_i$ : Fixe Transaktionskosten der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ )
- $V_i$ : Variable Transaktionskosten der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ )
- D: Geplante Dauer der Anlage

<sup>39</sup> Fishburn, P. C., (1977), S. 122

<sup>40</sup> Wayne, L. W., (1995), S. 182

<sup>41</sup> vgl. Young, M. R., (1998), S. 679

**B) Wechselweiser Ausschluß bzw. gemeinsame Aufnahme von 2 Aktien**

Falls die Aktie  $i$  nicht mit der Aktie  $j$  im selben Portfolio sein soll, so kann dies durch die Restriktionen

$$x_i \leq \delta_i$$

$$x_j \leq \delta_j$$

$$\delta_i + \delta_j = 1$$

erreicht werden.

Falls Aktie  $i$  und Aktie  $j$  nur gemeinsam in einem Portfolio enthalten sein sollen, so muß  $\delta_i + \delta_j = 2$  sein.

**C) Treshold-Restriktionen**

Die Schwellen-Restriktionen vermeiden „zu kleine“ Aktiengewichte, die evtl. hohe Transaktionskosten bewirken würden. Definiert man diese Schwelle mit  $s$ , so lauten die Treshold-Restriktionen für  $i=1, \dots, n$

$$x_i \leq \delta_i$$

$$x_i \geq s \delta_i$$

**D) Investitionsbeschränkung für eine Aktie**

Die folgende Restriktion ermöglicht die flexible Berücksichtigung diverser Fonds-Vorschriften, wie z.B. der maximale Anteil einer einzelnen Aktie:

$$x_i B \leq B_i$$

mit

$B$ : Gesamt-Investitionsbudget

$B_i$ : Maximaler Investitionsbetrag in Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ )

**E) Risikorestriktionen**

Lineare Modelle ermöglichen den zusätzlichen Einbezug von anderen Risiko-Restriktionen. So könnte z.B. der Ansatz des Mean-AD-Portfolios<sup>42</sup> erweitert werden um eine TSP-Restriktion<sup>43</sup>.

**F) Rangordnung**

Falls z.B. hinsichtlich ökologischer Motive oder anderer Informationen die folgende Rangordnung  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$  für die Portfoliogewichte existiert, so können diese durch

$$x_i \leq x_{i+1} \text{ (für } i = 1, \dots, n-1)$$

bei der Portfolioselektion berücksichtigt werden<sup>44</sup>.

**6.) Das Mean-TSP-Vektor-Portfolio**

Wie bereits erwähnt, entspricht die TSP mehr dem intuitiven Risikoverständnis von Investoren als das klassische Volatilitätsmaß. Dieses Risikomaß ist ferner geeignet, auch bei schiefen Verteilungen effiziente Portfolios zu ermitteln. Um die nutzentheoretischen Schwächen zu reduzieren, wurde die TSP zu einem TSP-Vektor erweitert.

<sup>42</sup> vgl. Feinstein, C. D., Thapa, M. N., (1993), bzw. Konno, H., Yamazaki, H., (1991)

<sup>43</sup> Das resultierende Modell kann als ein Mean-AD+TSP-Vektor-Portfolio bezeichnet werden (vgl. Engesser, K., Schubert, L., (1997)).

<sup>44</sup> Eine Möglichkeit, Rangordnungen bei der klassischen Portfoliooptimierung ohne Zusatzrestriktionen zu berücksichtigen zeigt Schubert, L., (1994)

Das folgende diskrete lineare Optimierungsmodell<sup>45</sup> maximiert den Renditeerwartungswert unter Einhaltung dieser TSP-Restriktionen (vgl. Tab. 2):

Maximiere

$$\sum_{i=1}^n x_i \mu_i \quad (5)$$

unter den Bedingungen (1) und

$$\sum_{i=1}^n x_i r_{it} \leq (1 - \delta_{tk}) M + \tau_k, \quad (t = 1, \dots, T, \quad k = 1, \dots, m) \quad (6a)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i r_{it} \geq \tau_k + \varepsilon - \delta_{tk} M, \quad (t = 1, \dots, T, \quad k = 1, \dots, m) \quad (6b)$$

$$1/T \sum_{t=1}^T \delta_{tk} \leq \alpha_k, \quad (k = 1, \dots, m) \quad (6c)$$

mit

- n: Anzahl Aktien
- m: Anzahl Targets
- T: Anzahl Renditezeiträume
- $x_i$ : Gewicht der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) im Portfolio
- $\mu_i$ : Renditeerwartungswert der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ )
- $r_{it}$ : historische Rendite der Aktie  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) im Zeitintervall  $t$  ( $t=1, \dots, T$ )
- $\delta_{tk}$ : binäre Variable ( $t=1, \dots, T$ ) ( $k=1, \dots, m$ )
- $\varepsilon$ : sehr kleine Zahl
- M: sehr große Zahl
- $\alpha_k$ : TSP  $k$  ( $k=1, \dots, m$ ) mit  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_m$
- $\tau_k$ : Target  $k$  ( $k=1, \dots, m$ ) mit  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_m$

Die  $m$  Bedingungen des TSP-Vektors stellen die Restriktionen (6a) – (6c) dar. Entscheidend dabei ist die binäre Variable  $\delta_{tk}$  die durch (6a) und (6b) genau dann auf 1 gesetzt wird, falls der  $k$ -te Target durch die resultierende Portfoliorendite im Zeitintervall  $t$  unterschritten wird. Ansonsten nimmt  $\delta_{tk}$  den Wert 0 an, wie anhand der Restriktionen und folgender Tab. 3 gezeigt werden kann:

Falls:	$\sum x_i r_{it} < \tau_k$	$\sum x_i r_{it} = \tau_k$	$\sum x_i r_{it} > \tau_k$
wird in (6a):	$\delta_{tk} = 0 \vee \delta_{tk} = 1$	$\delta_{tk} = 0 \vee \delta_{tk} = 1$	$\delta_{tk} = 0$
wird in (6b):	$\delta_{tk} = 1$	$\delta_{tk} = 1$	$\delta_{tk} = 0^{46}$
(6a) $\wedge$ (6b):	$\delta_{tk} = 1$	$\delta_{tk} = 1$	$\delta_{tk} = 0$

Tab. 3: Prüftabelle zu den binären Variablen

Die relative Unterschreitungshäufigkeit je Target  $k = 1, \dots, m$  darf maximal die TSP  $\alpha_k$  sein (vgl. Restriktion (6c)).

## 6.1 Nutzentheorie:

<sup>45</sup> vgl. Engesser, K., Schubert L., (1997)

<sup>46</sup> Falls  $\varepsilon \leq (\sum x_i r_{it}) - \tau_k$  gewählt wurde.

Werden TSPs als Risikomaß eingesetzt, so geht man von einem Investor aus, der sich ausschließlich am Renditeerwartungswert und an den Targets orientiert. Die Unterschreitung des Targets  $k$  hat eine individuelle Reduktion  $g_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) des Nutzens des Investors zur Folge. Da die Stärke der Unterschreitung eines einzelnen Targets für seine Nutzenfunktion ohne Auswirkung ist, resultiert - im Falle von 2 TSPs - die folgende Nutzenfunktion:

$$u(r) = \begin{cases} r & \text{für } \infty \geq R \geq \tau_1 \\ r - g_1 & \text{für } \tau_1 > R \geq \tau_2 \\ r - g_1 - g_2 & \text{für } \tau_2 > R \geq -\infty \end{cases}$$

Abb. 5 zeigt die Nutzenfunktion  $u(r)$ . Diese besitzt bei den Targets  $\tau_1$  und  $\tau_2$  Sprungstellen der Größen  $g_1$  bzw.  $g_2$ . Diese Unstetigkeit bedeutet, daß der entsprechende Investor nicht bereit oder nicht fähig ist, an diesen Stellen Sicherheitsäquivalente anzugeben.<sup>47</sup>

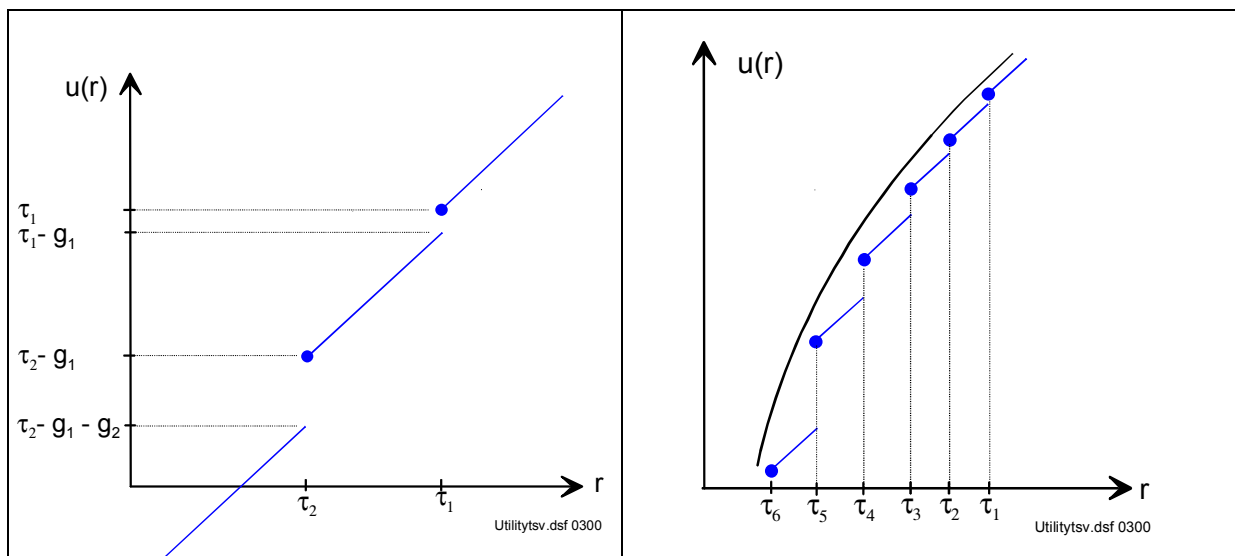


Abb. 5: Nutzenfunktion des Mean – TSP-Vektor - Entscheider

Abb. 6: Krümmungsverhalten der Nutzenfunktion

Der Erwartungswert der Nutzenfunktion  $u(R)$  ist für die diskrete Rendite-Verteilung  $R$

$$\begin{aligned} E(u(R)) &= \sum_{\tau_1 \leq r_i} r_i p_i + \sum_{\tau_2 \leq r_i < \tau_1} (r_i - g_1) p_i + \sum_{r_i < \tau_2} (r_i - g_1 - g_2) p_i \\ &= \sum_{\tau_1 \leq r_i} r_i p_i + \sum_{\tau_2 \leq r_i < \tau_1} r_i p_i - \sum_{\tau_2 \leq r_i < \tau_1} g_1 p_i + \sum_{r_i < \tau_2} r_i p_i - \sum_{r_i < \tau_2} g_1 p_i - \sum_{r_i < \tau_2} g_2 p_i \\ &= \sum_{-\infty \leq r_i \leq \infty} r_i p_i - \sum_{r_i < \tau_1} g_1 p_i - \sum_{r_i < \tau_2} g_2 p_i \\ &= \mu - g_1 \alpha_1 - g_2 \alpha_2. \end{aligned}$$

<sup>47</sup> D.h. der Investor ist nicht in der Lage bzw. Willens, zu 2 Investitionsmöglichkeiten mit stochastischen Renditen knapp oberhalb und unterhalb eines targets  $\tau$ , Wahrscheinlichkeiten für die Mischung der beiden Anlagen anzugeben. Die Wahrscheinlichkeiten sollen dabei so gewählt werden, daß der Nutzen der Mischung dem einer bestimmten sicheren Rendite äquivalent ist. (vgl. auch Salinger E., S. 62ff oder Schneeweiß H., S. 99ff)

Allgemein für  $m$  Targets ergibt sich als Nutzenerwartungswert der Renditeerwartungswert, der sich um die (individuell gewichteten) Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Target-Unterschreitungen reduziert:

$$E(u(R)) = \mu - \sum_{k=1}^m g_k \alpha_k$$

Unterstellt man einen risikoaversen Investor, so würde dieser  $m$  targets  $\tau_k$  und  $m$  Größen  $g_k$  so wählen, daß die Nutzenfunktion einen approximativ konkaven Verlauf hätte. Das Krümmungsverhalten<sup>48</sup> dieser approximativ konkaven Nutzenfunktion wird durch die Wahl der targets und seiner individuellen Nutzenabschläge  $g_1$  bzw.  $g_2$  durch den Investor bestimmt. In der Abb. 6 wurden 6 Targets und die Nutzenabschläge so gewählt, daß eine risikoaverse Nutzenfunktion approximiert wird. Im Gegensatz zu den klassischen Modellen, bei denen das Risikoverhalten (risikoscheu) modellimplizit ist, wird beim Mean-TSP-Vektor-Modell erst durch die Angabe der TSPs durch den Investor das Risikoverhalten (z.B. risikoscheu oder risikofreudig) festgelegt.

Am Mean-TSP Auswahlprinzip werden neben der fehlenden Stetigkeit auch die damit verbundenen unplausiblen Konsequenzen kritisiert, da zu jedem  $\mu$  und  $\alpha$  ( $\alpha \neq 1$ ) Wahrscheinlichkeitsverteilungen angegeben werden können, die beliebig hohe mögliche Verluste zulassen.<sup>49</sup> Durch die Verwendung eines TSP-Vektors hat dieser Mangel – wie bereits erwähnt - an Bedeutung verloren.

Abschließend bleibt anzumerken, daß das oben dargestellte gemischt ganzzahlige lineare Optimierungsmodell zu Mean-TSP-Vektor-Portfolios in der Zielfunktion nicht parametrisch die TSPs einbezieht, sondern nur aus den Portfolios die effizienten ermittelt, die die TSP-Vektor Restriktionen erfüllen<sup>50</sup>.

## 6.2 Mean-TSP-Portfolios im $\mu$ - $\sigma$ -Raum

Um den Verlauf der Mean-TSP-effizienten Portfolios im  $\mu$ - $\sigma$ -Raum zu untersuchen, wurden anhand von empirischen Daten Berechnungen durchgeführt. Die Ergebnisse zeigten den Verlauf der Mean-TSP-effizienten Linie und gaben Hinweise auf die Rechenzeiten<sup>51</sup>, den Umfang von Mean-TSP-Portfolios und die Kontinuität der Entwicklung von Aktiengewichten auf der effizienten Linie.

Als Datenbasis wurden die 86 größten japanischen Aktien ausgewählt, die im Zeitraum vom 5. September 1988 bis zum 1. November 1999 durchgehend an der Börse in Tokyo notiert waren (vgl. Anhang Tab. 7). Zu diesem Zeitraum wurden auf der Basis von den 135 dividenden- und kapitalbereinigten Kursen zu jedem Monat gleitend Jahresrenditen berechnet. Die Anzahl  $T$  der dadurch zur Verfügung stehenden Jahresrenditen beträgt 123.

<sup>48</sup> vgl. Pratt J.: Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 32 (1964), p. 122 – 136.

<sup>49</sup> vgl. z.B. Schneeweis H., S. 100

<sup>50</sup> Diese Modelle werden chance-constrained Modelle genannt (vgl. Charnes, A., Cooper, W. W., (1960) und Haegert, L., (1970)). Gelegentlich wird diese Form auch als „gemischtes Extremierungs- und Satisfizierungskonzept“ bezeichnet (vgl. Bitz M., S. 108).

<sup>51</sup> Die Berechnungen wurden mit einem PC (Pentium III 500 MHz / 256 MRAM) mit dem linearen gemischt ganzzahligen Optimizer CPLEX 6.5.1 und z.T. mit CPLEX 7.0 durchgeführt.

Anhand der Renditen dieser 86 Aktien wurden Mean–TSP effiziente Portfolios bestimmt. Als Target wurde der Wert -5 gewählt. Um die effiziente Linie im  $\mu$ - $\sigma$ -Raum abzutasten, wurde die TSP schrittweise um 0.01 variiert, bis einerseits das größte Alpha gefunden wurde, zu dem der zulässige Bereich des linearen Modelles leer ist bzw. bis andererseits nur noch die Aktie mit dem höchsten Renditeerwartungswert im Portfolio ist.

Der Minimale-Varianz-Punkt (MVP) wurde in Abb. 7 lediglich zur Orientierung eingezeichnet.

Zum Target von  $\tau = -5$ , konnten Portfolios zu  $\alpha = 0.11$  bis  $\alpha = 0.23$  befunden werden (vgl. Abb. 7). Die Wahrscheinlichkeit, höchstens  $-5\%$  Rendite zu erzielen ist minimal ca. 11%. Das Portfolio mit dem höchsten Renditeerwartungswert, bestehend aus einer Aktie, besitzt ein  $\alpha$  von 23%. Dieses Portfolio liegt auf der durch Quadratpunkte angedeuteten Mean-Varianz-effizienten Linie.

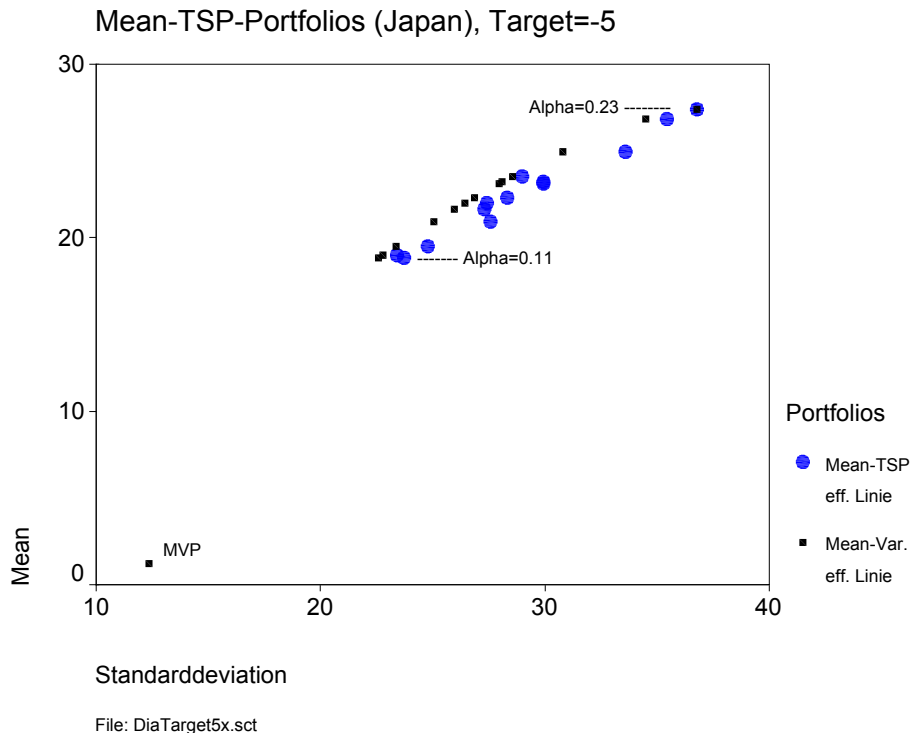


Abb. 7: Mean-TSP-Portfolios

Die durchschnittliche Erhöhung der Standardabweichung ist bei den Mean-TSP–Portfolios ca. 6% (vgl. Abb. 7). Bei Mean-Absolute-Deviation–Portfolios wird die Erhöhung der Standardabweichung im Vergleich zu den effizienten Mean–Variance–Portfolios auf über 10 % geschätzt:

„According to numerical experiments using the 5 years’ monthly data of the stocks included in the Nikkei 225 Index, portfolios generated by Mean-Variance model and the Mean–Absolute-Deviation model are very much the same in terms of their organizations, ex-ante and ex-post performances. Also the standard (absolute) deviation of the Mean–Absolute-Deviation (Mean–Variance) portfolio is at most 10% greater than that of the Mean–Variance (Mean–Absolute-Deviation) portfolio. We conclude from this that the Mean–Absolute-Deviation model can serve as an alternative to the Mean–Variance model.“<sup>52</sup>

<sup>52</sup> Konno, H. u.a. (1993), S. 211



Die Erfassung der TSP über diskrete Zeitschritte verhindert auch bei marginalen Veränderungen der TSP das Entstehen eines stetigen Verlaufs der Linie der effizienten Mean–TSP-Portfolios. Die Anzahl der ins Modell einfließenden Renditezeiträume  $T$  bewirkt das Ausmaß dieser Unstetigkeit. Bei der vorliegenden Anzahl von  $T = 123$  kann die Wahrscheinlichkeit nur bis zu einer Genauigkeit von  $1/123 = 0.00813$  erfaßt werden.

Um die Abhängigkeit des Verlaufes der Linie der TSP-Portfolios von der Anzahl der einbezogenen Renditezeiträume zu untersuchen, wurde  $T$  von 123 auf  $T=266$  für den Target  $-5$  erhöht, ohne dabei den Betrachtungszeitraum der Renditeentwicklungen zu verändern. Im Falle von  $T=123$  wurde monatlich und im Falle von  $T=266$  wurde alle 14-Tage eine Jahresrendite berechnet.<sup>53</sup> Dabei stellte sich heraus, daß die beiden „holprigen“ Stellen im Verlauf der Portfoliolinie (trotz niedriger Rendite vergrößert sich die Standardabweichung) auch mit der erhöhten Datenmenge ( $T=266$ ) erhalten blieben. Dies deutet darauf hin, daß nicht die Datenmenge bzw. -dichte, sondern in erster Linie die Art der Verteilung der empirischen Renditewerte Ursache für diese „Holprigkeit“ im Verlauf der Punkte der TSP-Portfolios sind.

Die Rechenzeit (in Sek.) zur Bestimmung der Mean–TSP effizienten Portfolios erhöhte sich bei einem Datenumfang von  $T=266$  drastisch (vgl. Tab. 4), ohne erkennbare Effekte auf z.B. die kontinuierliche Entwicklung der Aktiengewichte über die effizienten Portfolios hinweg.

T=123	Targets	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	
	Alphas	0.23	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	unzulässig
	CPU-Zeit (CPLEX 7.0)	1	1	7	11	11	12	17	22	22	26	41	62	20	50	
T=266	Target	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	-5.00	
	Alphas	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	unzulässig
	CPU-Zeit (CPLEX 7.0)	1	4	7	92	527	1121	1866	3040	1300	3877	1325	955	2517	18828	

Tab. 4: Rechenzeiten bei  $T=123$  und  $T=266$

Die Auswirkung der Bündelung von mehreren TSPs zu einem TSP-Vektor auf die resultierenden Portfolios ist in Abb. 8 dargestellt. Die effizienten Portfolios zu den einzelnen TSPs sind durch Dreiecke gekennzeichnet, das TSP-Vektor-Portfolio durch einen dicken Punkt. Die Elemente des Vektors  $[\tau_k, \alpha_k]$  ( $k=1, \dots, 4$ ) sind:  $[0, 0.25]$ ,  $[-5, 0.20]$ ,  $[-10, 0.10]$ , und  $[-20, 0.02]$ . Die Portfoliogruppe in der rechten oberen Ecke wurde ohne Beschränkung einzelner Aktienanteile berechnet, die in der linken unteren Ecke entstanden unter der Bedingung, daß der in eine einzelne Aktie investierte Anteil auf maximal 10% des Budgets limitiert ist<sup>54</sup>.

In beiden Fällen ist das Mean–TSP-Vektor-Portfolio nicht (wie bei normalverteilten Renditen und einer stetigen Erfassung der Wahrscheinlichkeit) identisch mit einem der Portfolios, die nur eine TSP berücksichtigen (vgl. Abb. 8 und  $P_0$  in Abb. 4). Offensichtlich bewirkt die Verwendung eines TSP-Vektors auch eine Reduktion der Varianz.

<sup>53</sup> Der Versuch, die Anzahl der Renditezeiträume auf  $T=532$  zu erhöhen scheiterte, da die Portfolioberechnung bei  $\tau = -5$  und dem  $\alpha = 0.19$  abgebrochen werden mußte. Nach ca. 55 CPU-Stunden war kein Optimum ermittelt worden; die bis dahin gefundene Lösung war maximal 1.34% vom Optimum entfernt.

<sup>54</sup> Die Auswirkung der Limitierung mittels  $p=10\%$  auf die Streuung ist anhand der Abb. 6 nicht vollständig ersichtlich, da die Mean-Varianz-Portfolios aus weniger als 10 Aktien gebildet wurden. Würden die Mean-Varianz-Portfolios auch mittels  $p=10\%$  limitiert, würde sich die effiziente Linie (Quadratpunkte) nach rechts verschieben.

### Mean-TSP-Vektor-Portfolios (Japan)

Target/Alpha= (0/0.25), (-5/0.20), (-10/0.10), (-20/0.02)

Höchster Anteil einer einzelnen Aktie: 10% bzw. 100%

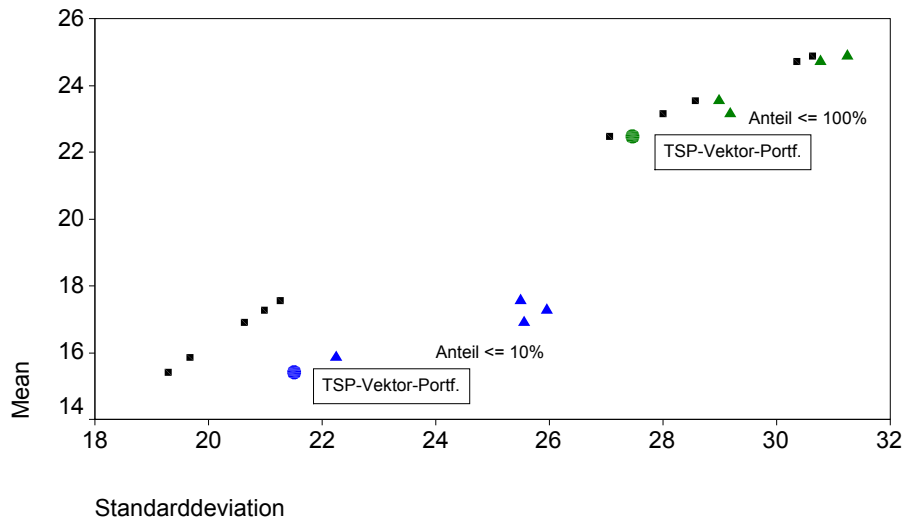


Abbildung: DiaTargetVektorx.sct

Abb. 8: Mean-TSP-Vektor-Portfolios

### 6.3 Aktienanzahl im Portfolio

Die Verwendung der TSP als Risikokriterium hat zur Folge, daß die Anzahl der Aktien im Portfolio i.d.R. zwischen 5 - 10 liegt. Diese Eigenschaft wurde auch beim Risikokriterium Skewness festgestellt. Will man diese beschränken bzw. maximieren, so benötigt man lediglich ein paar Aktien:

„A number of researchers<sup>55</sup> show that positive skewness is diversified away by as few as six or seven securities.“<sup>56</sup>

Diese Eigenschaft scheint nicht vom Umfang der Aktienanzahl abzuhängen, aus der die Aktien ausgewählt werden sollen.

Erweitert man z.B. die oben beschriebene Datenbasis mit den 86 japanischen Aktien auf 681 Aktien, so erhält man zu den in Tab. 5 abgebildeten Targets ein Portfolio mit 8 Aktien.

Da meist rechtliche Bedingungen die Aktiengewichte in einem Aktienfonds limitieren, ist es für diese Anwendungen notwendig, die Anzahl der Aktien im Portfolio zu erhöhen. Die Einführung eines Limits für einzelne Aktien auf einen maximalen Anteil des Investitionsbudgets von  $p$  entspricht zwar teilweise der naiven Diversifikation, erzwingt aber ein Portfolio mit mindestens  $1/p$  Aktien. Erfahrungsgemäß wird diese Anzahl  $1/p$  um 5-10 Aktien überschritten.

<sup>55</sup> vgl. Simkowitz, M.A., u.a. (1978), Duvall, R., u.a., (1981), Kane, A., (1982)

<sup>56</sup> Nawrocki, D. N., (1991), S. 468

Beschränkt man im obigen Beispiel mit 681 Aktien den maximalen Anteil einer Aktie im Portfolio auf  $p = 5\%$ , so resultiert ein Portfolio, das 26 Aktien umfaßt. Der Rendite-Mean reduziert sich dadurch von 23.79 auf 16.49%.

Aktie	Anteil im Portfolio
ONO_PHARMA_190	0.040060
NIDEC_SHIM_326	0.022215
HOSIDEN_CO_390	0.034507
ROHM_CO_407	0.441869
SHIMANO_444	0.150994
NINTENDO_C_469	0.022338
SEVEN_ELEV_527	0.279366
YORK_BENIM_529	0.008651

Solution time = 1769.88 sec.	
<b>TSP-Vektor:</b>	
Target/Alpha:	0 / 0.25
	- 5 / 0.20
	-10 / 0.10
	-20 / 0.02
<b>Mean:</b>	23.792925

Tab. 5: Mean–TSP-Vektor Portfolio zu 681 Aktien

Eine interessante Alternative zur Erweiterung der Aktienanzahl im Portfolio ist die Integration der TSP-Vektor-Restriktionen in andere lineare Portfolioansätze. Die Erweiterung des Mean–AD–Ansatzes von Konno u.a. (1991) und Feinstein u.a. (1993) um die TSP Restriktionen ergeben bei normalverteilten Aktienrenditen approximativ Ergebnisse wie das Mean–Variance–Modell.

#### 6.4 Performance-Test

Für den Test der Performance wurden aus den Daten zu den 681 größten japanischen Aktien, zufällig 54 mal 50 Aktien<sup>57</sup> ausgewählt aus denen jeweils ein Portfolio selektiert wurde.

Im Gegensatz zu klassischen Performance-Tests wurden alle Portfolios zum selben Termin (31. Oktober 1997) berechnet. Die beiden darauf folgenden Jahre waren in der ersten Hälfte durch eine Baisse und in der zweiten durch eine Hausse gekennzeichnet.

Ziel des Tests war, das Rendite- und Shortfall-Verhalten bei Verwendung von TSPs bzw. von Varianz als Risikomaß in einer Baisse als auch in einer Hausse zu vergleichen. Dabei wurde für die Berechnung der Mean–TSP–Portfolios stets ein  $\alpha = 10\%$  vorgegeben. Als Targetwerte wurden  $\tau = -10\%$  bis  $-20\%$  verwendet<sup>58</sup>. Zur Rendite des jeweiligen Mean–TSP effizienten Portfolios wurde ebenso das Mean–Varianz effiziente Portfolio berechnet. Die Ergebnisse aus den zweimal 54 Portfolio-optimierungen sind in der Tab. 6 zusammengefaßt.

Wie die Tabelle „Performance“ zeigt, scheinen die Mean–TSP–Portfolios in der Baisse keinen Vorteil im Vergleich zu den Mean–Variance–Portfolios zu besitzen. Zwar kann die durchschnittlich erzielte Rendite der 54 Mean–TSP–Portfolios in etwa als gleich groß wie die der 54 Mean–Variance–Portfolios bezeichnet werden, betrachtet man jedoch die Unterschreitung der jeweiligen Targets so sieht man, daß beim Mean–TSP–Modell der Target zweimal öfter unterschritten wurde.

In der Hausse kam es in keinem Falle zu einer Unterschreitung des Targets. Hier erzielten die Mean–TSP–Portfolios mit 34.82% im Durchschnitt eine höhere Rendite

<sup>57</sup> Die kleine Datenbasis von 50 Aktien mit 100 Renditezeiträumen (alle 29 Tage wurde gleitend eine Jahresrendite bestimmt) ermöglichte, da nur eine shortfall-Restriktion verwendet wurde, eine relativ sichere Ergebnisermittlung innerhalb von 10 Sekunden.

<sup>58</sup> Konnte für  $\tau = -10\%$  kein zulässiges Portfolio gefunden werden, wurde  $\tau = -15\%$  verwendet etc..

als die Mean–Variance–Portfolios mit 32.77%, so daß sich auch eine leicht höhere durchschnittliche Gesamttrendite von 9.63% in den 2 Jahren ergibt.

	Mean–TSP–Portfolios	Mean–Variance–Portfolios
<b>Anzahl der Unterschreitung der jeweiligen Targets:</b>		
Baisse:	17	15
Hausse:	0	0
gesamt:	17	15
<b>Durchschnittlich erzielte Rendite:</b>		
Baisse:	- 10.85%	- 10.78%
Hausse:	+ 34.82%	+ 32.77%
gesamt:	+ 9.63%	+ 8.83%

Tab. 6: Performance

Obwohl die Unterschiede bei dem Testumfang von 54 Portfolios je Modell nicht als signifikant bezeichnet werden können, sind sie doch wegen ihrer Plausibilität erwähnenswert. Es scheinen sowohl die TSP-Restriktionen als auch die Minimierung der Renditevarianz die Beschränkung von Risiken zu ermöglichen (vgl. Baisse). Bei stark steigenden Kursen dagegen kann sich die Minimierung der Varianz als Nachteil herausstellen, falls die Renditeverteilungen nicht normal- bzw. symmetrisch verteilt sind.

## 7. Schluß

Die TSP ist als Kriterium, das ergänzend kontrolliert wird, z.B. beim Asset-Liability-Management von Pensionsfonds bereits in der Praxis im Einsatz. Aufgrund der Rechenzeiten bietet sich darüber hinaus die Möglichkeit, TSP nicht nur zu kontrollieren, sondern direkt in die Portfoliooptimierung in der Form eines TSP-Vektors zu integrieren. Die Entwicklung immer schnellerer Rechner als auch die Verbesserung der Optimierungssoftware<sup>59</sup> wird dazu beitragen, auch größere Problemstellungen in Zukunft optimieren zu können. Die flexible nutzentheoretische Eigenschaft des TSP-Vektors, seine Kombinationsmöglichkeit mit anderen linearen Modellen, wie dem Mean-AD-Modell, die Erfassung des von Investoren intuitiv empfundenen Risikos, die Möglichkeit auch bei schiefen Verteilungen effiziente Portfolios zu ermitteln und die scheinbar günstigen Performanceeigenschaften zeigen, daß es sich schon heute lohnt die längere Rechenzeit in Kauf zu nehmen.

Für nicht-institutionelle Investoren, die nicht mehr als 10 verschiedene Aktien kaufen wollen, bietet das Mean-TSP-Vektor-Modell durch die stets geringe Anzahl der Aktien im Portfolio einen zusätzlichen Vorteil, den kaum ein anderes Portfoliooptimierungsmodell bieten kann. Darüberhinaus bietet die lineare Struktur der Modelle die Möglichkeit, durch die Integration unterschiedlicher Zusatzrestriktionen das professionell erstellte Portfolios individuell bzw. kundenorientiert zu gestalten.

Neben der Portfoliooptimierung fand die TSP auch in anderen Bereichen des Risikomanagements Anwendung. So empfahl die „Global Derivatives Study Group“ 1993 Marktrisiken in der Form des Value-at-Risk zu messen. Der Value-at-Risk stellt quasi den Target dar, der zu einem bestehenden Handelsportfolio oder einer einzelnen Handelsposition innerhalb einer positionsadäquaten Halteperiode eine festgelegte

<sup>59</sup> In Zusammenarbeit mit dem Institut für Diskrete Mathematik an der Universität Darmstadt wird daran gearbeitet, Problemstellungen mit TSP-Restriktionen schneller zu lösen.

TSP (von i.d.R. 5% bzw. 1%) besitzt<sup>60</sup>. Der Value-at-Risk als TSP Risikomaßstab wird heute in den Geschäftsberichten vieler Finanzdienstleister ausgewiesen. Er wird zur Ermittlung der bankaufsichtlichen Eigenkapitalunterlegung entsprechend der Marktrisiken eingesetzt. Die Verwendung eines TSP-Vektors könnte dieses Risikomaß verbessern und im Rahmen eines Optimierungsmodells<sup>61</sup> auch zur Einsparung von Eigenkapital beitragen.

## Anhang

Aktien	Aktien
ADVANTEST CORP	MURATA MANUFACTURING CO
AJINOMOTO CO	NEC CORP
ALL NIPPON AIRWAYS Y50	NIKKO SECURITIES Y50
ASAHI BANK	NINTENDO CO
ASAHI BREWERIES	NIPPON EXPRESS CO
ASAHI CHEMICAL IND CO	NIPPON STEEL CORP
ASAHI GLASS CO	NIPPON TELEVISION NETWORK
BANK TOKYO-MITSUBISHI	NISSAN MOTOR CO
BRIDGESTONE CORP	NOMURA SECURITIES CO
CANON INC	OJI PAPER CO
CASIO COMPUTER CO	ORIX CORP
CITIZEN WATCH CO	OSAKA GAS CO
DAI NIPPON PRINTING CO	RICOH Y50
DAI-ICHI KANGYO BANK Y50	ROHM CO
DAIWA SECURITIES GROUP	SAKURA BANK
DENSO CORP	SANKYO CO
FANUC	SANWA BANK
FUJI BANK	SANYO ELECTRIC CO
FUJI PHOTO FILM CO	SECOM CO
FUJITSU	SEKISUI HOUSE
HITACHI	SEVEN-ELEVEN JAPAN NPV
HONDA MOTOR CO	SHARP CORP
INDUSTRIAL BANK OF JAPAN	SHIN-ETSU CHEMICAL CO
ITO-YOKADO CO	SHISEIDO CO
JAPAN AIRCRAFT MFG CO	SONY CORP
JUSCO CO	SUMITOMO BANK
KANSAI ELECTRIC POWER CO	SUMITOMO CHEMICAL CO
KAO CORP	SUMITOMO CORP
KAWASAKI STEEL CORP	SUMITOMO ELECTRIC IND
KIRIN BREWERY CO	TAISHO PHARMACEUTICAL CO
KOMATSU	TAKEDA CHEMICAL IND
KYOCERA CORP	TDK CORP Y50
MARUI CO	TOKAI BANK
MATSUSHITA ELECT IND'L	TOKIO MARINE & FIRE
MATSUSHITA ELECTRIC WORKS	TOKYO ELECTRIC POWER CO
MINOLTA Y50	TOKYO ELECTRON
MITSUBISHI CORP	TOKYO GAS CO
MITSUBISHI ELECTRIC CORP	TOPPAN PRINTING CO
MITSUBISHI ESTATE CO	TOSHIBA CORP
MITSUBISHI HEAVY IND	TOYOTA MOTOR CORP
MITSUBISHI TRUST	YAMANOUCHI PHARM.
MITSUMI & CO	YAMATO TRANSPORT CO
MITSUMI FUDOSAN CO	YASUDA FIRE & MARINE INS Y50

Tab. 7: Auswahl von 86 japanischen Aktien

<sup>60</sup> Der Value-at-Risk wird analog zur TSP kritisiert. Deshalb fordert z.B. Johanning, L., (1998a) neben der TSP auch den Target-Shortfall-Mean zur Charakterisierung des Risikos zu verwenden.

<sup>61</sup> Erste Optimierungsideen zur Einsparung von Eigenkapital bauen auf Kovarianzen auf (vgl. Lui, R. Y. (1996), S. 30 bzw. Johanning, L., (1998b), S.146)

## Literaturverzeichnis:

- Ang, J. S., (1975), A Note on the E, SL Portfolio Selection Model, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, December, S. 849-857.
- Arrow, K. J., (1971), *Essays in the theory of risk-bearing*, Amsterdam: North Holland.
- Bamberg, G., Coenenberg, A. G., (1977), *Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre*, Vahlen, München.
- Bey, R. P., Howe, K. M., (1984), Gini's Mean Difference and Portfolio Selection: An empirical Evaluation, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1984, S. 329-338.
- Bitz, M., (1981), *Entscheidungstheorie*, München, Vahlen.
- Bruns, Ch., Meyer-Bullerdiek, F., (2000), *Professionelles Portfolio Management*, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Charnes, A., Cooper, W. W., (1960), Chance-constrained programming, *Management Science* Vol. 6, S. 73-79.
- Duvall, R., Quinn, J. L., (1981), Skewness preference in stable markets, *Journal of Financial Research*, Vol. 4, S. 249-263.
- Engesser, K., Schubert, L., (1997), Linear Models for Portfolio Optimisation and Alternative Measures of Risk, Vortrag auf der „1. Conference of the Swiss Society for Financial Market Research“, Universität St. Gallen, 10. Oktober 1997.
- Feinstein, C. D., Thapa, M. N., (1993), A Reformation of a Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model, *Management Science*, Vol. 39, S. 1552-1553.
- Fishburn, P. C., (1977), Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-target Returns, in *American Economic Review*, Vol. 67, No. 2, S. 116-126.
- Hadar, J., Russell, W. R., (1969), Rules for Ordering Uncertain Prospects, *The American Economic Review*, Vol. 59, S. 25-34.
- Haegert, L., (1970), Die Aussagefähigkeit der Dualvariablen und die wirtschaftliche Deutung der Optimalitätsbedingungen beim Chance-Constrained Programming, in Hax, H. (Hrsg.), *Entscheidungen bei unsicheren Erwartungen*, Köln, Westdeutscher Verlag, Springer, Berlin, S. 101-128.
- Hanoch, G., Levy, H., (1969), The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk, *The Review of Economic Studies*, Vol. 36, S. 335-346.
- Harlow, W. V., (1991), Asset Allocation in a Downside Risk Framework, *Financial Analysts Journal*, September/October, S. 28-40.
- Jäger, S., Rudolf, M., Zimmermann, H., (1995), Efficient Shortfall Frontier, *zfbf* 47, April, S. 355-365.
- Johanning, L., (1998a), Zur Eignung des Value-at-Risk als bankaufsichtliches Risikomass, *Finanzmarkt und Portfolio Management*, 12. Jahrgang, Nr. 3, S. 283-303.
- Johanning, L., (1998b), Value-at-Risk zur Marktrisikosteuerung und Eigenkapitalallokation, Reihe: Rudolph, B., *Risikomanagement und Finanzcontrolling*, Uhlenbruch, Bad Soden, Band 1.
- Kaduff, J. V., Spremann, K. (1996), Sicherheit und Diversifikation bei Shortfall-Risk, *zfbf* 48, September, S. 779-802.
- Kane, A., (1982), Skewness preference and portfolio choice, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 17, S. 15-26.
- Kariya, T., Tsukuda, Y., Maru, J., (1989), *Variation of Stock Prices of Tokyo Stock Exchange (in Japanese)*, Toyo Keizai Publishing Co..
- Kataoka, S. (1963), A Stochastic Programming Model, *Econometrica*, Vol. 31, 1963, S. 181-196.
- King, A. J., (1993), Asymmetric risk measure and tracking models for portfolio optimization under uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol. 45, S. 165-177.
- Konno, H., Gotoh J., (2000), Third Degree Stochastic Dominance and Mean-Risk Analysis, *Management Science*, Vol. 46, No. 2, Febr., S. 289-301.
- Konno, H., Shirakawa, H., Yamazaki, H., (1993), A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model, *Annals of Operations Research*, Vol. 45, S. 205-220.
- Konno, H., Suzuki, T., Kobayashi, D., (1998), A branch and bound algorithm for solving mean-risk-skewness portfolio models, *Optim. Methods and Softwares*, vol. 10, S. 297-317.
- Konno, H., Yamazaki, H., (1991), Mean – Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Markets, *Management Science*, Vol. 37, May, S. 519-531.
- Leibowitz, M. L., Henrickson, R. D., (1989), Portfolio Optimization with shortfall constraints: A Confidence-Limit Approach to Managing Downside Risk, *Financial Analysts Journal*, March/April, S. 34-41.
- Leibowitz, M. L., Kogelmann, S., (1991), Asset allocation under shortfall constraints, *The Journal of Portfoliomanagement*, S. 18-23.
- Leibowitz, M. L., Kogelmann, S., Bader L. N., (1992), Asset performance and surplus control: A dual shortfall approach, *The Journal of Portfolio Management*, Ausgabe 2, S. 28-37.

- Lui, R. Y. (1996), VAR und VAR derivatives, in *Capital Market Strategies*, No. 11, S. 23-33.
- Markowitz, H., (1952), Portfolio Selection, *Journal of Finance*, Vol. 7, S. 77-91.
- Nawrocki, D. N., (1991), Optimal Algorithms and Lower Partial Moments: Ex Post Results, *Applied Economics*, Vol. 23, S. 465-470.
- Neumann, J. von, Morgenstern, O., (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, 1944.
- Ogryczak, W., Ruszczyński, A., (1999), From stochastic dominance to mean-risk models: Semivariations as risk measure, *European J. Oper. Res.*, Vol. 116, S. 33-50.
- Okunev, J., (1988), A comparative Study of Gini's Mean difference and Mean Variance in Portfolio Analysis, *Accounting and Finance*, May 1988, S. 1-15.
- Philippatos, G. C., Wilson, Ch. J., (1972), Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios, *Applied Economics*, Vol. 4, S. 209-220.
- Philippatos, G. C., Wilson, Ch. J., (1974), Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios: reply, *Applied Economics*, Vol. 6, S. 77-81.
- Pratt, J., (1964), Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, Vol. 32, S. 122 – 136.
- Reichling, P., (1996), Safty First-Ansätze in der Portfolio-Selektion, in *zfbf*, Jg. 48, Nr. 1, S. 31-55.
- Riss, M., (1996), *Effizienzkonzepte und nutzentheoretische Ansätze zur Lösung stochastischer Entscheidungsmodelle*, Physica-Verlag, Heidelberg.
- Roy, A. D., (1952), Safety – First and the Holding of Assets, *Econometrica*, Vol. 20, S. 431-449.
- Rudolf, M., (1994), *Efficient Frontiere and Shortfall Risk*, Finanzmarkt und Portfolio Management, Ausgabe 1, S. 88-101.
- Salinger, E., (1988), *Betriebswirtschaftliche Entscheidungstheorie*, 2. Aufl., München, Wien, Oldenbourg.
- Schneeweis, H., (1967), *Entscheidungskriterien bei Risiko*, Berlin, Heidelberg, New York, Springer, 1967.
- Schubert, L., (1994), Finanzportefeuilles mit Restriktionen, *Operations Research Proceedings*, Springer-Verlag, Berlin, S. 296-300.
- Schubert, L., (1996), Lower Partial Moments in Mean-Varianz-Portefeuilles, *Finanzmarkt und Portfolio Management*, Ausgabe 4, S. 496-509.
- Shalit, H., Yitzhaki, S., (1984), Mean-Gini, Portfolio theory, and the Pricing of risky Assets, *Journal of Finance*, 39. Jg., 1984, S. 1449-1468.
- Shalit, H., Yitzhaki, S., (1989), Evaluating the Mean-Gini Approach to Portfolio Selection, *The International Journal of Finance*, Vol. 1, No. 2, Spring 1989, S. 15-31.
- Sharpe, W. F., (1964), Capital Asset Prices: A Theorie of markets equilibriums under conditions of risk, *Journal of Finance*, Nr. 19, S. 425-442.
- Simaan, Y., (1997), Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model Versus the Mean-Absolute Deviation Model, *Management Science*, Vol. 43, October, S. 1437-1446.
- Simkowitz, M. A., Beedles, W. L. (1978), Diversification in a three moment world, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 13, S. 927-941.
- Stone, B. K., (1973), A Linear Programming Formulation of the General Portfolio Selection Problem, *Journal of Financial and quantitative Analysis*, September, S. 621-636.
- Telser, L. G., (1955), Safty First and Hedging, *The Review of Economic Studies*, Vol. 23, S. 1-16 .
- Wayne, L. W., (1995), *Operations Research, Applications and Algorithms*, Duxbury Press, Belmont, 1994.
- White, D. J., (1974), Entrophy, market risk and the selection of efficient portfolios: comment, *Applied Economics*, 1974, Vol. 6, S. 73-75.
- Wittrock, C., (1998), Moderne Verfahren der Performancemessung, in Kleeberg, J. M., Rehkugler, H., *Handbuch Portfoliomanagement*, Uhlenbruch, Bad Soden, 1998, S. 933-971.
- Young, M. R., (1998), A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution, *Management Science*, Vol. 44, No. 5, S. 673-683.