コンプトン散乱を用いた CT における逐次近似再構成法

中島 諒大　　　指導教員：戸田 尚宏

1　はじめに

X 線 CT は, X 線透過強度のデータから計算機によって断層像画像を得る装置であり, 直接線光子のみでの再構成を前提としているが, 直接線以外にも散乱線が存在し, これがアーティファクト (虚像) を発生させる要因となるため, 散乱線を除去して再構成を行っている．しかしながら, 散乱線にも物体の情報が含まれていることから, その散乱線が持つ物体の情報と被曝を無駄にしていると考えられる．古くから散乱線を利用する試みがされてきたが, Norton は診断用 X 線の散乱のうち, ほとんどを占めるコンプトン散乱の物理的性質を利用した再構成法を提案している [1]．この方法では, 回転走査の必要がなく機械的な煩雑さが少ないなどの利点があるが, 非常に高いエネルギー分析能力を持つ検出器が必要とされている．そこで, 小林 [3] は, 直接線のみを扱う現行の X 線 CT で高い精度で再構成できることから普及している逐次近似再構成法を Norton の方法に導入できれば, 現実的な分解能の検出器でも再構成できる可能性があると考え, O' Sullivan ら [2] によって提案された I-Divergence を評価量にもつ逐次近似再構成法を導入する方法を提案し, その有効性を示した．しかし, X 線の特性である光子の減弱を考慮しておらず, 検証が不十分であった．そこで, 本研究では, 光子の減弱を取り入れた逐次再構成法を提案し, 数値実験により検証を行う．

2　コンプトン散乱を用いた再構成法 [1]

初期エネルギー E_0 の光子が散乱角 α でコンプトン散乱を行う場合, エネルギーは E_α に変化する. この時, $k = \dfrac{E_0}{mc^2}$ であり, 静止質量エネルギー $mc^2 \fallingdotseq 511[keV]$ である.

$$E_\alpha = \frac{E^{(0)}}{1 + k(1 + \cos\alpha)},\ 0 \leq \alpha \leq \pi \tag{1}$$

散乱角によってエネルギーの大きさが決定するという性質により, 図 1 に示したように X 線源 (Source) と検出器 (Detector) を端点とした弦からなる円で円周角の定理が成立するため, 検出器はその円周上で散乱する光子の散乱強度の総和を測定することになる．また, 検出器の位置によって円の半径 ρ, 円の中心への仰角 ϕ が決まる．

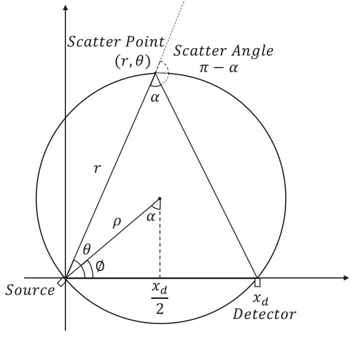

図 1　Norton の方法の円弧とパラメータ

投影データを $I(\rho,\phi)$, 極座標表示した (r,θ) 位置での推定する電子密度 $f(r,\theta)$, 散乱角依存の重み関数 $W(r,\theta,\rho,\phi)$, 物体を横切る長さ dl とすると, 投影データは電子密度の重み付き線積分となり,

$$I(\rho,\phi) = \int_{C(\rho,\phi)} f(r,\theta) W(r,\theta;\rho,\phi) dl \tag{2}$$

と表される．また, 積分経路 $C(\rho,\phi)$ は, 極座標方程式 $r = 2\rho\cos(\theta-\phi)$ に従うため, フィルタ補正逆投影は, Shepp-Logan フィルタ $h(x)$ を用いて

$$f(r,\theta) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\rho_{max}} \rho d\rho \frac{I(\rho,\phi)}{W(r,\theta;\rho,\phi)} \times h[r - 2\rho\cos(\theta-\phi)] \tag{3}$$

と表すことが出来る．以下, この方法をコンプトン散乱断層像再構成法 Compton Scattering Tomography (CST) と呼ぶ.

3　逐次近似再構成法 [2]

逐次近似再構成法は, 計算機上で作成したモデルとなる投影データと実際の投影データで比較評価を行い, 対象物の持つ減弱係数のパラメータの更新を逐次的に行うことで再構成像を得る方法である．モデルの作成に多くの計算時間が必要とされるが, 再構成像のボケをなくすためのフィルタによる補正が必要なく, 低線量でも雑音による影響が少ない再構成が可能である．ここでは, 直接線による CT において, O'Sullivan ら [2] によって提案された I-Divergence を評価量に持つ逐次近似再構成法 (以下, I-Divergence 法) の原理を説明する．

k ステップ目の減弱係数 $\mu^{(k)}(\boldsymbol{x})$ について, 計算機により得られる投影データ $q(\tau)$ と実際の投影データを $p(\tau)$ を用いて,

$$\tilde{b_k}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\tau\in T} d(\tau,\boldsymbol{x}) p(\tau) \tag{4}$$

$$\hat{b_k}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\tau\in T} d(\tau,\boldsymbol{x}) q(\tau) \tag{5}$$

を計算する．ここで, $d(\tau,\boldsymbol{x})$ は, 測定位置 τ と撮像空間の点 $\boldsymbol{x}$ により決定される重み関数である．この値を利用し,

$$\mu^{(k+1)}(\boldsymbol{x}) = \mu^{(k)}(\boldsymbol{x}) - \frac{1}{B_k(\boldsymbol{x})} log\left(\frac{\tilde{b_k}(\boldsymbol{x})}{\hat{b_k}(\boldsymbol{x})}\right) \tag{6}$$

により $k+1$ ステップ目の減弱係数 $\mu^{(k+1)}(\boldsymbol{x})$ を求める．ここで, $B_k(\boldsymbol{x})$ は, スケーリングパラメータであり定数である.

以上の手順を次式の I-Divergence が十分小さくなるまで反復して再構成を行う.

$$I_{div} = \sum_{\tau\in T}\left(p(\tau) log\frac{p(\tau)}{q(\tau)} - p(\tau) + q(\tau)\right) \tag{7}$$

4　小林による提案法 [3] とその問題点

CST ではエネルギーの分割数が 50000 個の 1eV の分解能を持つ検出器を想定していたが, 実際にある Ge(ゲルマニウム) 検出器はエネルギーの分割数が 100 個又は 50 個の 500eV や 1keV 程度の分解能になってる．そこで, 小林はエネルギー分解能の問題を解決するため CST のフィルタ補正逆投影による再構成を I-Divergence を用いた逐次近似再構成に置き換える方法を提案している.

I-Divergence 法を導入するにあたり, 直接線用の減弱係数の更新式を散乱線用に修正しており, 入射 X 線強度を I_0, 測定される直接線の X 線強度を I, 散乱線の強度を I_s とすると $I_s = I_0 - I$ と表すことができるため, 直接線と散乱線では減弱係数の更新

が逆方向になる．式 (6) の対数の係数を正とし，減弱係数分布 $f(r,\theta)$ とすると，更新は以下の式 (8) により行われる．

$$f^{(k+1)}(r,\theta)=f^{(k)}(r,\theta)+\frac{1}{B_k(\boldsymbol{x})}log\left(\frac{\tilde{b_k}(\boldsymbol{x})}{\hat{b_k}(\boldsymbol{x})}\right) \tag{8}$$

小林は数値実験によりその有効性を示したが投影データ作成の際に光子の減弱が考慮されておらず，投影に関する検証が不十分であった．そこで，散乱点の前後での減弱を考慮し，新たな投影データを作成すると，以下の図 3 のようになった．

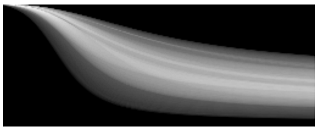

図 2　減弱のない条件の投影データ

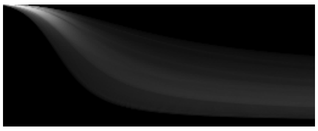

図 3　減弱のある条件の投影データ

実際の減弱のある投影データを減弱のないモデルで再構成を行うと，更新途中で減弱係数の解が不安定となり計算不能になる問題があることが分かった．

5　提案する方法

前節で指摘した問題を解決するため，本研究では従来の方法のモデルを作成する際に光子の減弱を行うようにアルゴリズムの修正を行った．以下の図 4 に提案するフローチャートを示す．

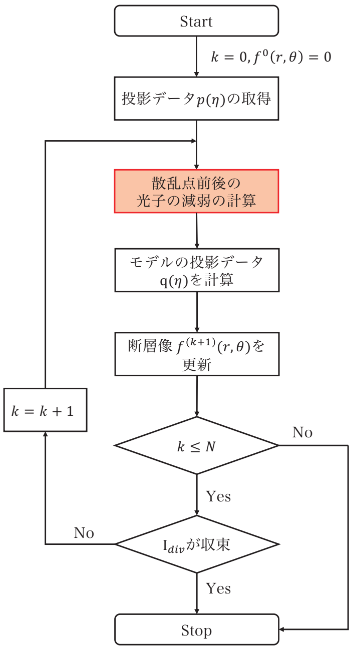

図 4　提案する方法のフローチャート

5.1　数値実験

数値実験では，再構成する断層像の画素数を 128 × 128[pixel] とし，対象物として，Shepp-Logan ファントムを用いる．入射 X 線エネルギーは単色エネルギーを仮定し，エネルギーは 90[keV] から 140[keV] を様々な段階で分析できるエネルギー分析検出器 1024 個を一列に並べることを想定する．光子数は，10^3 個から 10^{10} 個までの 8 通りで再構成を行う．

再構成像を見ると，500eV のような低いエネルギー分解能の時に CST では画像のムラが多く精度が低かったのに対し，提案法では高い精度で再構成が出来ており，光子数を増やすことで，再構成の精度の向上が見られた．また，1keV のエネルギー分解能で再構成を行っても，500eV と近い精度で再構成できる事も確認できた．

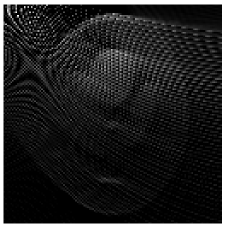

図 5　CST での再構成像 10^9

図 6　提案法での再構成像 10^9

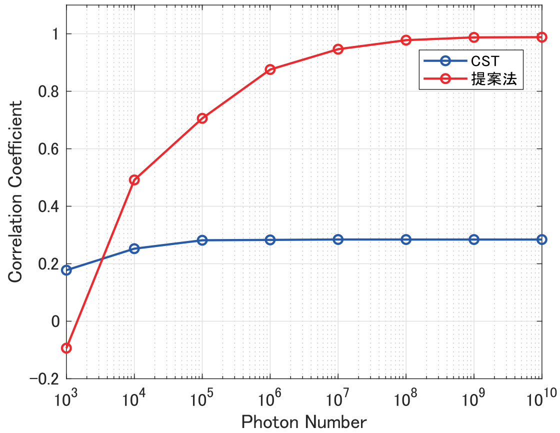

図 7　各光子数での相関係数の推移

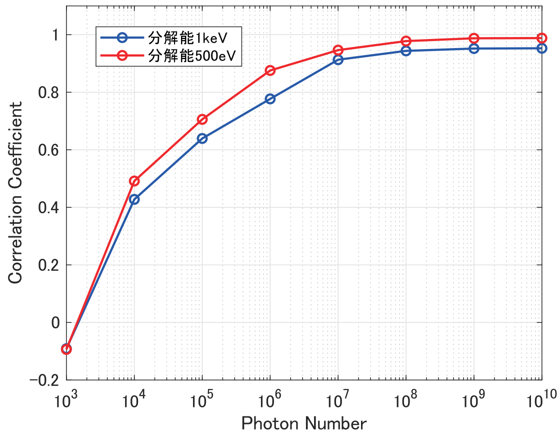

図 8　各エネルギーでの相関係数の比較

6　おわりに

数値実験により，小林の方法に対して X 線の特性である光子の減弱を導入しても再構成可能であり，低いエネルギー分解能においても高い精度で再構成可能であることを示した．

今後は，実際の状況をさらに忠実に再現したモンテカルロ・シミュレーションによる評価を行う必要がある．

参考文献

[1] S. J. Norton, “Compton scattering tomography“, Journal of Applied Physics, vol.76, no.4, pp.2007-2015, 1994.

[2] J.A.O’ Sullivan and J.Benac: “Alternating Minimization Algorithms for Transmission Tomography”, IEEE Trans.Med.Imaging, Vol.26, No.3, pp.283-297, 2007

[3] 小林 奈央, 戸田尚宏: “コンプトン散乱を用いた C T に対する逐次再構成法”, 信学技法 vol 120, MBE2020-39 pp.7-10, 2021.