

教育実践報告

割合の見方・考え方を育てる指導に関する研究 —小数の乗法の意味指導を通して—

佐藤 茂太郎・斉藤 雄佑

Research on Teaching to Develop the Perspective and Concept of Proportion:
Through the Teaching of the Meaning of Decimal Multiplication

SATO Shigetaro and SAITO Yusuke

要 旨

割合の意味理解や活用は、児童にとって困難であることが指摘されている。そこで、第5学年の小数の乗法に焦点をあて、割合の意味理解を促すために、割合の見方を意識した指導と再測定(基準をかえて測定し直すこと)を意識した指導を行い、乗法の意味をどのように拡張させ、成長させていけばよいかを検証した。また、「ユニット化とノルム化」を分析枠組みとして、小数の乗法において児童がどのように比例的推論を働かせているかを分析することとした。

本研究の結果、小数の乗法で単元を通して再測定を行うことで、基準を変えるという考えを児童が自らできるようになった。また、乗法で用いた考えを除法でも活用できることがわかった。

キーワード

割合 小数の乗法 再測定

目 次

- I. 本研究の背景と目的
- II. 研究の方法
- III. 授業分析のための枠組み
- IV. 実際の授業
- V. 考察
- VI. 本研究の結論と今後に残された課題

文献

I. 本研究の背景と目的

1. 本研究の背景

「割合」は日常生活に広く用いられている。例えば、定価の20%引きといった表示、スマートフォン等の様々なデバイスの充電残量などである。「割合」を学習することにより、算数・数学の学習だけでなく、実生活に直接役立つ力を身に付けることも期待できる。

しかし、国立教育政策研究所(2015)¹⁾において「割合の意味理解や活用は、児童にとって困難である」と指摘している。また、多くの先行研究からも割合指導に関する困難さは指摘され続けている。例えば、中村(1996)²⁾は割合の理解における困難な要因として、「どちらの数をもとにするかによって、相対的な関係を数値化した結果が異なること」「二量の関係の結果を表すとき、様々な表しかたがあること」「百分率だけでなく、乗除の意味づけや、速さなどの異種の量を数値化する際にも用いられているため」と3点指摘している。そうしたこともあり、平成29年度告示の学習指導要領解説算数編³⁾(以下、学習指導要領解説算数編)では、第4学年から「簡単な場合についての割合」を取り扱う等、割合指導の充実を図っている(文部科学省、2017)。

ただし、割合の見方については、第4学年の「簡単な場合についての割合」において初めて指導するものではない。市川(2022)⁴⁾は「第2学年の乗法の指導では倍を導入している。この倍は2量の比較であり、割合の見方である。第3学年の除法の指導でも包含除の場面は倍を求めるものであり、割合の意味を扱っている。さらに、包含除の場面は整数倍、小数倍、分数倍を扱っており、割合の意味を深めている。」としている。つまり、下学年からの整数や小数の乗除法や倍概念の理解が重要であることがわかる。

ここで、本研究における問題意識を明確にするために児童の実態調査の結果を示すことにする。以下の問題は乗除法、倍概念の理解に関する調査である(国立教育政策研究所、2007)⁵⁾。

平成19年度(2007)のA問題大問4は「答えが 210×0.6 の式で求められる問題を、下の1から4までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。」である。そして、選択肢の4つは以下の通りである。

- 1 砂糖を0.6kg買って、210円はらいました。この砂糖1kgのねだんはいくらでしょう。
- 2 210kgの大豆を0.6kgずつふくろにつめます。大豆を全部つめるには、ふくろはいくついるでしょう。
- 3 1mのねだんが210円のリボンを0.6m買いました。リボンの代金はいくらでしょう。
- 4 赤いテープの長さは210cmです。赤いテープの長さは白いテープの長さの0.6倍です。白いテープの長さは何cmでしょう。

問題文から 210×0.6 の式を選択する問題は4択であるにもかかわらず54.3%の正答率である。最も多い誤答は選択肢の4であり、反応率は30.1%である。多くの児童が「倍」という言葉からかけ算であると考えたと推測される。

また、国立教育政策研究所(2012)⁶⁾のA問題大問3「赤いテープの長さは120cmです。赤いテープの長さは、白いテープの長さの0.6倍です。赤いテープと白いテープの長さの関係を正しく表している図はどれですか。」として適切な図を選択させる問題である(図1を参照)。正答率は34.3%である。最も多い誤答は選択肢の3であった。基準となる赤いテープが120cmであることを理解しても、比較する白いテープとの数量の関係を捉えることができていないと推測できる。

これらのことから、児童にとって、倍概念の理解や基準量、比較量、割合の関係をとらえることは困難であることがわかる。そして、児童に割合の意味理解を促すためには、「割合」の指導前における小数の乗除法における指導の改善の必要があると考え

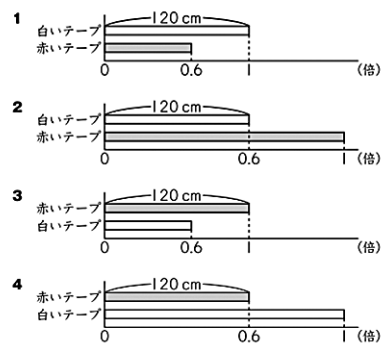


図1. 平成24年度 全国学力学習状況調査より一部抜粋

る。

2. 本研究の目的

そこで本研究では、第5学年の児童が乗法及び除法に意味を拡張させ、成長させる指導のあり方について検証することを目的とする。なお、本研究では主に小数の乗法に焦点化して議論することにする。

II. 研究の方法

本研究の目的を達成するために授業のプロトコル、ノートの記述におけるデータをもとに分析する。

III. 授業分析のための枠組み

まず、本研究における割合の意味について確認しておく。割合について、日本数学教育学会(2016)⁷⁾では「二つの数または同種の量A、Bについて、AがBの何倍であるかを表した数Pを、AのBに対する割合という。」としている。また、学習指導要領解説算数編では、部分と部分を比べるときには「比べるために必要となる二つの数量の関係を、比例関係を前提に、割合でみてよいかを判断する。」としている。つまり、割合とは、比例関係を前提として、一方を1と見たときにもう一方がどれだけ(何倍)にあたるかを表した数であることとらえることができる。本研究はこの立場に立ったうえで進めていく。

次に、授業分析のための枠組みについて説明する。本研究では、Lamon(1994)⁸⁾を参照し、本研究の目的達成のために「ユニット化とノルム化」を分析枠組みとして設定した(例えば、市川(2003)⁹⁾を参照している)。

Lamon(1994)は、子どもによる問題解決場面での比例的推論を分析・考察する視点として「UnitizingとNorming」という2つの見方を提供している。市川(2003)は、「Unitizing」を「ユニット化」、「Norming」を「ノルム化」と表現し説明している。また、市川(2003)はユニット化とノルム化を次のように捉えている。「ユニット化とは、1つまたは複数の要素をひとまとまり(ユニット)にすること、もしくはひとまとまり(ユニット)と見ることである。または、複数の要素だけでなく、複数の集合をひとまとまり(ユニッ

ト)にする、またはひとまとまり(ユニット)と見ることである。ノルム化はユニット化と対をなす概念で、ユニットによって場面を再構成することである。」本研究はこれらの先行研究に依拠して実践したことを報告することとする。

さらに、市川(2003)はユニット化とノルム化を用いた分析の可能性の1つとして、「1と見ている対象の特定である。これにより、～中略～「倍が量に張り付いた状態」、徐々に独立した数の系列になっていく過程が精緻に捉えられる可能性がある。また、1と見ている対象を特定していくことにより、基準の交換がどのように行われているのかを、より細かく記述することができる可能性がある。」と述べている。本研究の立場においても、「1とみている対象の特定」「基準の交換がどのように行われているか」は割合指導において重要であると考えられる。そこで、本研究では「ユニット化とノルム化」を分析枠組みとして、小数の乗法において児童がどのように比例的推論を働かせているかを分析することとする。

3. 本授業の基本的な構想

小数の乗法の学習では、一般的に次のような問題で導入される。

1m80円のリボンがあります。2.3mでは代金はいくらでしょう。

この導入場面で児童は、形式不易の考えで(1mの代金) \times (長さ)=(代金)という言葉の式に当てはめて考えたり、整数の乗法から類推して 80×2.3 と式を立てたりする。しかし、既習である同数累加の考えは乗数が小数では使えない。そこで、「同数累加の考え」から「倍(割合)の考え」へと意味を拡張する必要が生じる。

言葉の式に関して盛山(2012)¹⁰⁾は「言葉の式に当てはめて指導するのは、かけ算の意味を拡張したとは言えない。ましてやこの指導過程では、割合の意味に置き換えることもできていないと考える。」と述べている。また、市川(2022)は、「問題場面に1mの値段が示されている場合、 80×2.3 の2.3意味は「2.3mの2.3」と捉えることが多く、「2.3倍の2.3」と捉えにくくなるのが考えられる。」と述べている。そこで、本研究では児童から「倍(割合)の考え」を引き出す

ことをねらいとする。

具体的には、単元の第1時で、リボンの長さを示さずに問題を提示し、長さに着目するのではなく、比例関係に着目し、「倍(割合)の考え」ができるようにした。第2時では数直線図を活用し、0.1mを基準として(ユニット化)2.3mがどれだけに当たるか(ノルム化)を測定しなおす「再測定」を意識して行った。第8時では、1当たりが示されていない問題を扱い、乗数が相対的にみた数であることに気付けるようにした。

IV. 実際の授業

2022年6月にS県内の公立小学校5年生1クラス24名を対象にして、「小数の乗法(除法)」の授業を行った。以下に述べていく実際の指導は指導計画上の第1時、第2時、第8時に設定している。

1. 第1時の授業の実際：長さの示されていない2本のリボンA、Bから、 80×2.3 という式を立て、代金を求める活動

導入ではまず1本のリボンを提示し、それが80円であることを確認した。次に2倍の長さのリボンを提示してそれがいくらかを問うた。160円という発言が大半であったため、理由を問うと、「2倍だから」と発言した。そこで、2倍の場合はどういう式で求めることができるかを問うと、 80×2 であると答えた。3倍の場合も同じように確認をして図と式に表していった。(図2)

そして次に2.3倍のリボンを提示した。「中途半端(A児・B児)」「195円(A児)」「200円(B児)」「パッと見2倍(A児)」「2.2倍(C児)」といった反応が見られた。「このまま解こうと言われたらできそう」と問うたところ

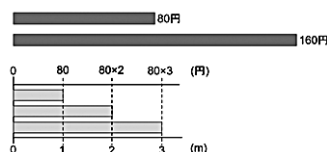


図2. 2倍、3倍はかけ算で求められることを確認した図

ろ、「何点何倍かがわかれば(D児)」とか「定規を使えばできそう(B児)」と反応があったため、ここで初めてリボンの長さを測定し、80円のリボンが1m、本時で代金を求めるリボンが2.3mであることを確認した。

児童は整数の場合から類推して 80×2.3 と立式したが、第2学年では「(1つ分の数) × (いくつ分) = (全部の数)」のように掛け算を累加とらえていたことを想起させ、「2.3個分ではなく2.3倍として考えればよい(E児)」という発言から、意味の拡張を行った。

自力で解決する時間を設定したところ、筆算で解決し、正答を記述している児童が12名(図3)、10cmあたりの代金を求めて正答している児童が1名(図4、C児)、 8×23 として計算して、正答している児童が1名(F児)、誤答ではあるが一応の解決をした児童が2名、答えまでたどり着かない児童が8名であった。筆算で解決した12名の中にはA児やD児も含まれていた。

第1時では答えを求めることができても、計算の仕方を言葉や図を用いて説明できる児童がいなかったため、第2時では図で説明していこうと焦点化した課題を設定した。

ここでの項では、一部の児童は10cmあたり8円と考える児童が1名おり、この児童についてはユニット化しているものと考えられる。

図3. 形式的な筆算をする児童

図4. 10cmあたりの値段を求める児童

2. 第2時の授業の実際：数直線図を用いて計算の仕方を説明する活動

第1時では「×小数」も「×整数」の場合から類推し、筆算で解決しようとする児童や、100cmが80円

を10cm8円に基準を変え(ユニット化)、測定し直す児童は見られた。しかし、根拠を持って説明することができる児童がいなかったため、第2時では計算の仕方を説明する活動を取り入れた。児童には図5を配付し、「下の図を使って計算の仕方を説明しよう」という課題を設定した。

第2時は自力解決の時間と話し合いを入れながら学習を進めた。D児の「0.1mの値段がわかれば求められそう。」という発言から図6のように0.1mに目盛りを入れ、その代金が8円であることを確認し(ユニット化)、図に表す児童が現れた。

また、この児童の考えをもとに、0.1m当たりの代金を $\times 23$ すれば2.3mの代金が求められることに気づき(ノルム化)、図に表す児童も現れた。

これらの考えを全体で共有した(図7)。その際、0.1m当たりの代金を求めるために「 $\div 10$ 」をしたこと、もとを変えて測定し直していることについて、子どもたちとやり取りをしながら確認をした。

授業の振り返りでは、「もとの数が分かれば答えが求められる」「もとを見つけて比例の関係が分かればできました」等、もとの数に言及する記述(3名)や比例関係を意識した記述(6名)が見られた。

この項では、第2時の活動から0.1m当たりの代金をユニット化し、それをノルム化するという思考様式が確かめられた。

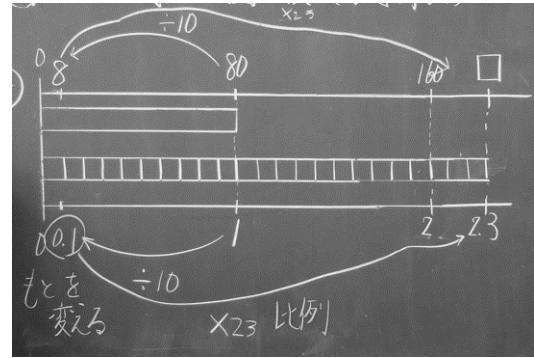


図7. 全体で共有した数直線図

3. 第8時の授業の実際：1当たりが示されていない問題を解決する活動

導入で次の問題提示をした。

3mのねだんが36円のリボンがあります。このリボン7.5mの代金はいくらでしょうか。

児童が「1mあたりがない(E児)」や「かけ算だけではできない(E児)」と発言をしたため、めあてを「1mのねだんがないときの代金の求め方を考えよう」と焦点化して自力解決に入った。自力解決では、1mあたりを求める帰一法の考え(図8、図9)や、3mを一つのまとまりとして考え(ユニット化)、その何倍かを求める考えが出た(図10)。

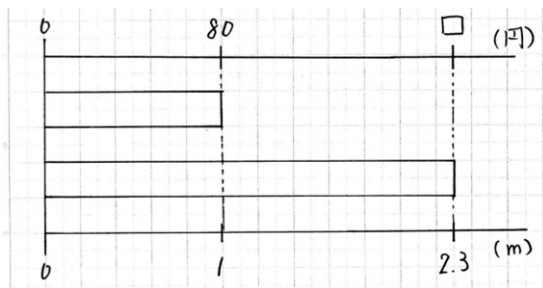


図5. 第2時で児童に提示した数直線図

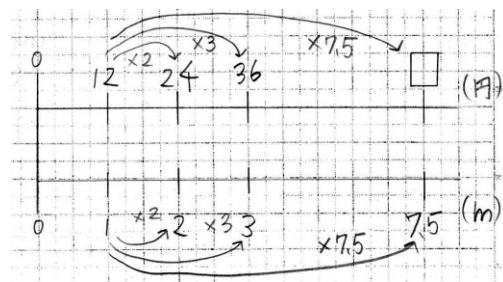


図8. 帰一法の考えで解決児童A

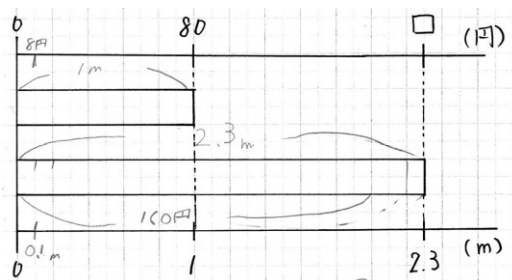


図6. 基準を0.1に変えている児童(D児)

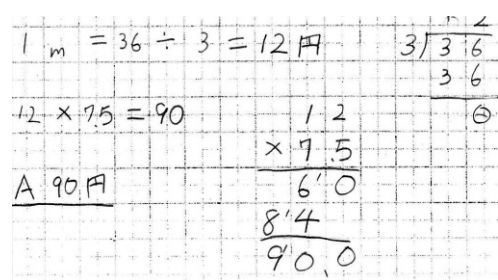


図9. 帰一法の考えで解決児童B

そして、この2つの考えを全体で共有した。3mから7.5mが何倍かを求める考えを共有する際、割合の見方を意識させるために、教師から「3mを1とみて、7.5mが何倍にあたるかを考えている」と「ユニット化」して考えている考え方を価値付けした(図11)。また、数直線図の中に倍を表す線をかき入れ、長さや代金の関係を顕在化させた。

授業の振り返りでは「1ではないものを1とみるというやり方がわかった。」という記述(S児)や、「1あたりが示されていない場合も、1あたりを求めたり、何倍かがわかれば求められる。」という記述(P児)があった(8名)。

この項では、問題の中に「1あたり」を示さないことにより子どもたちが何をユニットとして考えるか解決の仕方を分析した。

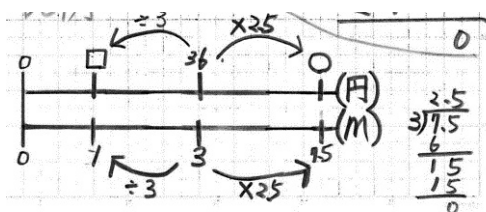


図10. 3m当たりの値段を1つのユニットとして考える児童

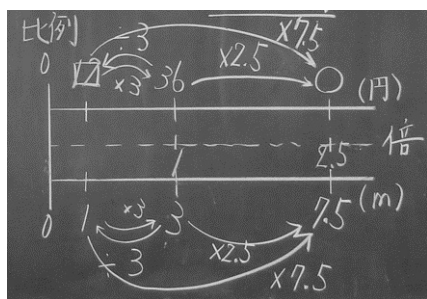


図11. 教師が割合の見方を指導した場面における板書

V. 考察

本研究の目的は、第5学年の児童が乗法及び除法に意味を拡張させ、成長させる指導のあり方について検証することであった。検証するための一つの視点として、児童の比例的推論を分析することとして「ユニット化とノルム化」という枠組みをもとにした。

本研究では第5学年の同種の量の割合への適切な接続のために、小数の乗法の意味の拡張を、図で説明することを重視した。その理由は、児童が何をひとまとまり(ユニット)と見ているか、またその基準の変換が明らかになると考えたからである。そのために第2時では教師が図を提示し、そこに児童が考えを描き入れられるようにした。それにより、第2時では、図で示したように児童が何を基準としているかが明らかとなり、どのように場面を再構成したかが明らかとなった。

第8時で扱った問題「3mのねだんが36円のリボンがあります。このリボン7.5mの代金はいくらでしょうか。」では児童は1あたりを求めたり、3mが36円という関係を1つのユニットと見てその何倍かを求めたりして、解決することができた。

さらに、小数の除法の問題においても多くの児童は基準を意識して、例えば図12を描き、問題解決をすることができていた。このことから小数の乗法において基準の変換を明らかにすることが、除法でも活用できることが分かった。

VI. 本研究の結論と今後に残された課題

1. 本研究の結論

本研究の結論は児童に「ユニット化」「ノルム化」を意識して指導をすることで、「1とみる」「基準を変える」ことを図に表そうとする態度が見られたことである。そのことが、小数の除法の学習でも生きていたことが分かる。

この2つの考えは同種の量の割合において重要な見方・考えである。また、一連の実践で、数直線図に関係を表すことは有効な手立てであることがわ

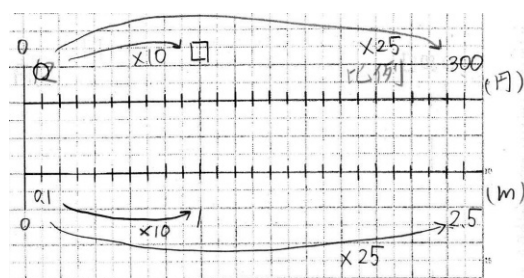


図12. 小数の除法第1時で児童が描いた図

かった。児童にとって数直線図に目盛りを入れて下位ユニットを作り出すことは困難さを感じていなかった。同種の量の割合においても数直線図の活用は有効な手立ての一つであると考ええる。

2. 今後に残された課題

小数の乗法においては下位ユニットを作り出すことで十分解決ができるが、適用範囲を広げるために、ユニット化を様々な場面で行えるように検討する必要がある。また、本研究で授業を行った児童に対し、同種の量の割合における理解に関しては、今後も継続的に検証していく。

文献

- 1) 国立教育政策研究所, 「平成27年度 全国学力・学習状況調査【小学校】調査結果資料」(2015).
- 2) 中村享史, 「小数の乗法の割合による意味づけ」日本数学教育学会誌 第78巻 第10号, pp.7-13 (1996).
- 3) 文部科学省, 『小学校学習指導要領(平成29年告示)解説 算数編』文部科学省(2017).
- 4) 市川啓, 『割合』東洋館出版社(2022).
- 5) 国立教育政策研究所, 「平成19年度 全国学力・学習状況調査【小学校】調査結果資料」(2007).
- 6) 国立教育政策研究所, 「平成24年度 全国学力・学習状況調査【小学校】調査結果資料」(2012).
- 7) 日本数学教育学会編, 『算数教育指導用語辞典 第四版』, 教育出版(2016).
- 8) Lamon, S. J., Ratio and proportion: Cognitive Foundations in Unitizing and Norming: G. harel & Confrey (Eds.) *The developing of MULTIPLICATIVE REASONING in the learning of mathematics*, Albany, NY: State University of York Press, pp.89-120, (1994).
- 9) 市川啓, 「割合の見方を育てる小数倍の意味指導」日本数学教育学会誌 第85巻 第12号, pp.31-41 (2003).
- 10) 盛山隆雄, 『算数授業論究「割合に強くなる」』東洋館出版(2012).