

## Метод подавления случайных шумов инерциальных датчиков на основе комплексирования AR-модели и адаптивного фильтра Калмана типа SRUKF при начальной выставке БИНС на неподвижном основании

Нгуен Чонг Иен<sup>1</sup>✉, Нгуен Куок Хань<sup>1</sup>, Нгуен Ван Хой<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Вьетнамский государственный технический университет имени Ле Куи Дона, Ханой, Вьетнам

<sup>2</sup> Академия наук и технологий, Ханой, Вьетнам

✉ trongyen@lqdtu.edu.vn

### Аннотация

**Введение.** В режиме гироскопирования начальный угол курса бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) определяется на основе данных акселерометров и гироскопов, измеряющих проекции вектора гравитационного ускорения и вектора угловой скорости вращения Земли на оси связанной системы координат в начальном неподвижном режиме работы БИНС. Из-за неизбежного наличия нестабильности смещения нуля и случайных шумов в сигналах акселерометров и гироскопов требуется длительное время для получения достаточного объема данных датчиков, чтобы достичь требуемой точности определения полезных измеряемых значений методом усреднения. Поэтому, чтобы сократить время режима гироскопирования, необходимо использовать методы обработки данных для снижения нестабильности смещения нуля и случайных шумов в полученных от инерциальных датчиков БИНС сигналах.

**Цель работы.** Разработка метода подавления случайных шумов и уменьшения нестабильности смещения нуля в сигналах инерциальных датчиков, благодаря чему сокращается время режима гироскопирования БИНС при обеспечении требуемой точности определения ее начального угла курса.

**Материалы и методы.** Используется модель авторегрессии (англ. autoregressive – AR) для построения математической модели случайных шумов в сигналах датчиков, затем эти шумы фильтруются путем использования фильтра Калмана типа SKURF (англ. Square-Root Unscented Kalman Filter) с применением Sage-окна (англ. Sage window Square-Root Unscented Kalman Filter – SW-SRUKF).

**Результаты.** Математическая модель случайных шумов инерциальных датчиков в неподвижном режиме. Алгоритм подавления случайных шумов. Результаты обработки реальных данных в виде рисунков и таблиц для апробации эффективности предложенного метода.

**Заключение.** Предлагается метод шумоподавления для снижения нестабильности смещения нуля и случайных шумов акселерометров и гироскопов БИНС путем комплексирования AR-модели и SW-SRUKF. Корректность и эффективность предложенного метода подтверждена результатами обработки реальных данных с инерциальных датчиков. Полученные результаты значимы для сокращения времени начальной выставки БИНС в режиме гироскопирования.

**Ключевые слова:** инерциальный датчик, случайный шум, фильтр Калмана типа SRUKF, Sage-окно, интегрированная модель авторегрессии – скользящего среднего, начальная выставка

**Для цитирования:** Нгуен Чонг Иен, Нгуен Куок Хань, Нгуен Ван Хой. Метод подавления случайных шумов инерциальных датчиков на основе комплексирования AR-модели и адаптивного фильтра Калмана типа SRUKF при начальной выставке БИНС на неподвижном основании // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 2. С. 101–119. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-2-101-119

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 03.02.2023; принята к публикации после рецензирования 24.03.2023; опубликована онлайн 28.04.2023



## Random Noise Suppression Method for Inertial Sensors Based on Complexing an AR Model and Adaptive SRUKF Kalman Filter under the PINS Alignment on a Stationary Platform

Nguyen Trong Yen<sup>1</sup>✉, Nguyen Quoc Khanh<sup>1</sup>, Nguyen Van Khoi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Le Quy Don Technical University, Hanoi, Vietnam

<sup>2</sup> Academy of Science and Technology, Hanoi, Vietnam

✉ trongyen@lqdtu.edu.vn

### Abstract

**Introduction.** In the gyrocompassing mode, the initial heading angle of a platformless inertial navigation system (PINS) is determined based on the data obtained from accelerometers and gyroscopes that measure the projections of the gravitational acceleration vector and the Earth's angular velocity vector on the axes of the body coordinates system in the PINS initial stationary mode. Due to unavoidable circumstances, such as bias instability and random noise in the accelerometer and gyroscope signals, much time is required to obtain the sufficient amount of sensor data for achieving the necessary accuracy of useful measurement values by the averaging method. In this context, in order to reduce the time of the gyrocompassing mode, data processing methods should be used to eliminate the bias instability and random noise in the signals received from PINS inertial sensors.

**Aim.** To develop a method for suppressing random noise and reducing bias instability in the signals of inertial sensors, thereby reducing the time of the gyrocompassing mode of PINS and providing for the required accuracy of its initial heading angle determination.

**Materials and methods.** An autoregressive (AR) model was used to simulate random noise in the measured sensor signals followed by its filtering using a Sage-window square-root unscented Kalman filter (SW-SRUKF).

**Results.** A mathematical model describing random noise in the PINS inertial sensors in the stationary mode was derived. A methodology for suppressing random noise was proposed. The effectiveness of the proposed method was tested on actual data, with the results presented in the form of figures and tables.

**Conclusion.** A method for eliminating the bias instability and random noise of PINS accelerometers and gyroscopes was proposed based on AR model and SW-SRUKF. The accuracy and effectiveness of the proposed method was confirmed by processing actual inertial sensor data. The results obtained are significant for reducing the initial alignment time of a PINS in the gyrocompassing mode.

**Keywords:** inertial sensor, random noise, square-root unscented Kalman filter, Sage window, autoregressive integrated moving average model, initial alignment

**For citation:** Nguyen Trong Yen, Nguyen Quoc Khanh, Nguyen Van Khoi. Random Noise Suppression Method for Inertial Sensors Based on Complexing an AR Model and Adaptive SRUKF Kalman Filter under the PINS Alignment on a Stationary Platform. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 2, pp. 101–119. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-2-101-119

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 03.02.2023; accepted 24.03.2023; published online 28.04.2023

**Введение.** Для запуска бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) необходимо ввести начальные значения координат местоположения объекта, его скорости и параметров ориентации. Начальная выставка (НВ) является процессом определения углового положения объекта относительно географической системы координат в период подготовки БИНС к запуску. НВ может быть как автономной, так и с привлечением информации от других навига-

онных систем (магнитометров, систем спутниковой навигации). При автономном способе НВ происходит на неподвижном относительно Земли объекте, при этом входной измерительной информацией являются ускорение силы тяжести для акселерометров и угловая скорость суточного вращения Земли для гироскопов (датчиков угловой скорости) [1, 2].

Точность навигации и ориентации БИНС зависит от многих факторов, в том числе игра-

ет важную роль и точность НВ. Для повышения точности НВ часто применяются методы калибровки инерциальных датчиков, таких как акселерометры и оптические гироскопы – ОГ (лазерные гироскопы – ЛГ, волоконно-оптические гироскопы – ВОГ). Благодаря этому обеспечивается низкий уровень систематических ошибок датчиков (смещения нулей, масштабные коэффициенты, неортогональности измерительных осей датчиков). Однако в сигналах любых инерциальных датчиков всегда присутствуют низкочастотные и высокочастотные составляющие, представляющие собой нестабильность смещения нулей, окрашенные и белые шумы. Эти шумы обуславливаются изменчивыми условиями измерения (температура, влажность, электромагнитное поле, электронные шумы, а также воздействие, вызванное перезапуском датчиков). По этой причине требуется длительное время для получения достаточного объема данных от гироскопов и акселерометров, чтобы достигнуть требуемой точности определения полезных измеряемых значений методом усреднения. В результате чего увеличивается время НВ, что снижает пригодность использования БИНС в некоторых случаях, когда требуется быстрый запуск.

Основную часть времени НВ занимает процесс определения начального угла курса объекта, следовательно, именно его ускорение является ключевым. Определение угла курса при автономном способе на основе данных, получаемых из акселерометров и гироскопов, измеряющих проекции вектора гравитационного ускорения и вектора скорости вращения Земли на оси связанной системы координат, в начальном неподвижном режиме работы БИНС составляет суть режима гироскопирования. Угол курса БИНС при выставке определяется следующей формулой [2]:

$$\psi_0 = \arccos \frac{\omega_x - U \sin \theta_0 \sin \varphi}{U \cos \theta_0 \cos \varphi}, \quad (1)$$

где  $\omega_x$  – выходной сигнал гироскопа по оси  $x$ , измеряющий проекцию вектора угловой скорости вращения Земли на продольную ось БИНС;  $U$  – угловая скорость вращения Земли;  $\varphi$  – широта местоположения БИНС при запуске;  $\theta_0$  – угол тангажа БИНС, при этом

$$\theta_0 = \arcsin \frac{a_x}{g}, \quad (2)$$

где  $a_x$  – выходной сигнал акселерометра по оси  $x$ , измеряющий проекцию вектора ускорения силы тяжести на продольную ось БИНС;  $g$  – ускорение силы тяжести.

Из (1) и (2) видно, что угол курса зависит только от  $\omega_x$  и  $a_x$ , так как  $U$  и  $g$  – константы.

Объектом данной работы является бесплатформенная инерциальная навигационная система БИНС-2М [22], произведенная компанией НПК "Электрооптика". В ней установлены кварцевые акселерометры и лазерные гироскопы. Согласно спецификациям, опубликованным производителем, время НВ в режиме гироскопирования составляет 9 мин с погрешностью определения начального угла курса 20'. В данной работе была поставлена задача сокращения времени НВ гироскопированием, с обеспечением указанной производителем погрешности определения начального угла курса. При проведении начальной выставки БИНС гироскопированием, ядром которой являются ОГ и акселерометры, важным фактором, влияющим на точность выставки, является их случайный дрейф. Следовательно, моделирование и фильтрация случайных шумов являются критической задачей для повышения точности БИНС.

В последнем десятилетии были опубликованы разные модели и методы компенсации случайного дрейфа инерциальных датчиков. В [3] представлен обзор применяемых алгоритмов снижения случайных шумов МЭМС инерциальных датчиков, в котором они были обобщены и распределены на 7 основных групп: простые алгоритмы фильтрации; калмановские алгоритмы; алгоритмы, основанные на вейвлетах; алгоритмы слияния датчиков; машинное обучение; глубокое обучение и адаптивные алгоритмы. Результаты обзора литературы показывают, что сигнал ОГ нелинеен и очень чувствителен к внешним воздействиям, поэтому метод использования адаптивного фильтра Калмана (АФК) является наиболее популярным и эффективным.

Существует множество различных типов адаптивных фильтров Калмана, но в целом все

они имеют общую структуру и схему реализации, отличаясь только параметрами, подлежащими настройке, и алгоритмами оптимизации параметров коэффициента адаптации. Процесс построения алгоритмов фильтрации случайных шумов ОГ на основе АФК состоит из двух основных этапов: первый этап заключается в построении математической модели, описывающей характеристики сигнала гироскопа; на втором этапе выполняется фильтрация случайного шума гироскопа с помощью АФК, при этом уравнения состояния фильтра берутся из математической модели, построенной на первом этапе (рис. 1).

Для моделирования выходного сигнала инерциальных датчиков используются несколько методов, таких как авторегрессионное интегрированное скользящее среднее (Autoregressive Integrated Moving Average – ARIMA), авторегрессия (Auto Regressive – AR), скользящее среднее (Moving Average – MA) и авторегрессионное скользящее среднее (Autoregressive-Moving-Average – ARMA) [4–9]. Кроме того, с развитием технологии машинного обучения опорная векторная регрессия (Support Vector Regression – SVR) также нашла использование для моделирования выходных данных гироскопа [12]. Однако сигнал оптического гироскопа очень чувствителен к внешним воздействиям, поэтому в реальном времени изменяется характеристика входных данных для изученной модели SVR, что приводит к искажению на ее выходе. Следовательно, на практике модель SVR будет иметь ограниченную эффективность для моделирования ОГ.

Для простоты восприятия адаптивные фильтры Калмана понимаются как комбинация фильтров Калмана, таких как оптимальный фильтр Калмана (Optimal Kalman Filter – OKF), расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter – EKF), "ансцентный" фильтр Калмана (Unscented Kalman Filter – UKF) и другие, с алгоритмами адаптивных вычислений для правильной оценки характеристик шумов ( $Q_k, R_k$ ), а также матрицы ковариаций ошибок  $P_k$  в реальном времени. В [2–8, 13] были представлены методы адаптивной фильтрации Калмана в сочетании с моделями AR, ARMA для уменьшения случайного шума инерциальных датчиков. Однако в большинстве этих исследований были сделаны предположения, что шум измеряемого сигнала является белым. Из-за воздействия различных факторов случайный шум реальных данных инерциальных датчиков представляет собой комбинацию окрашенных и белых шумов. Поэтому неучитывание окрашенных шумов в модели случайных шумов датчика вызывает ошибку фильтра Калмана. В [9] предлагается метод шумоподавления сигнала ВОГ с использованием адаптивного Sage-Husa фильтра Калмана (Sage-Husa Kalman Filter – SHKF), в котором автор учитывал ненулевое математическое ожидание значений шума ВОГ. Однако в данной работе не оценили значение угловой скорости вращения Земли в выходных сигналах датчиков. Для задачи начальной выставки в режиме гирокомпасирования важным требованием является обеспечение

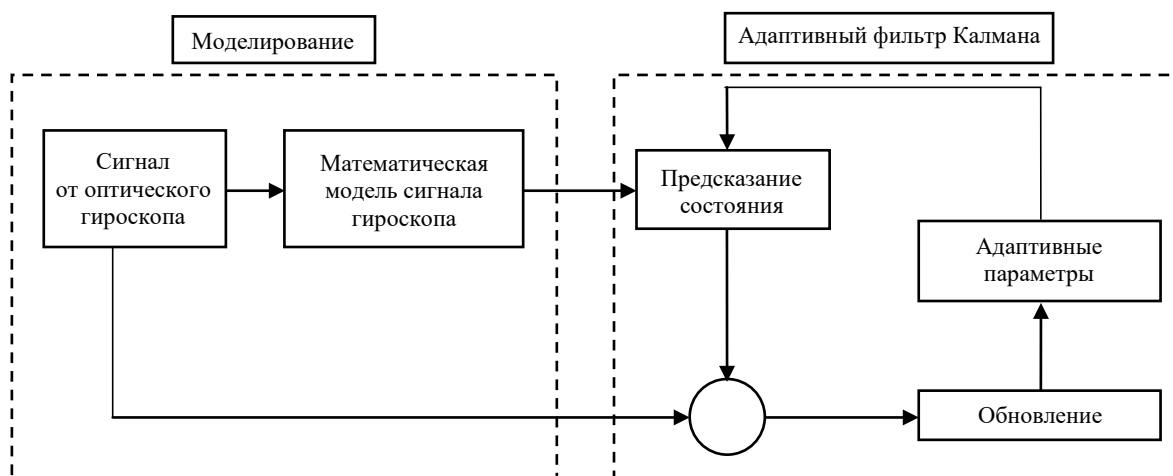


Рис. 1. Структурная схема алгоритма подавления случайных шумов ОГ

Fig. 1. Block scheme of the random noise suppression algorithm

точности среднего значения полезного сигнала (угловая скорость Земли) после подавления случайных шумов.

В целом алгоритм фильтра Калмана оценивает среднее и ковариацию системы, используя обновление времени и измерений. Если система линейна, то они могут быть точно оценены с помощью ОКФ. Если система нелинейна, то их можно приблизительно оценить с помощью ЕКФ. В случае ЕКФ состояние системы аппроксимируется приближением Тейлора первого порядка путем вычисления матрицы Якоби. Хотя этот метод может быть применен для подавления шума в нелинейной системе, тем не менее он обеспечивает приближение первого порядка к оптимальным условиям. Эта аппроксимация состояния вносит большую ошибку. Для преодоления этого недостатка был предложен UKF [10]. В UKF оценка распределений распространяется через нелинейное, так называемое ансцентное преобразование (АП). АП используется для преобразования выборочных точек с заданным математическим ожиданием (МО) и ковариацией через ансцентное преобразование. Преобразованные МО и ковариации извлекаются из преобразованных точек, известных как сигма-точки. Недостатком UKF является то, что преобразование требует трудоемкого вычисления  $2L + 1$  сигма-точек ( $L$  – количество состояний фильтра). Кроме того, в UKF сигма-точки определяются через факторизацию Холецкого матрицы ковариации состояния  $P$ , при этом требуется чтобы матрица удовлетворяла условию: была положительно определена. В теории матрица  $P$  всегда является неотрицательно определенной, но в дискретных нелинейных системах из-за внешних случайных шумов в обрабатываемых сигналах и ошибок компьютерного округления на практике часто возникают случаи, когда матрица  $P$  не обеспечивается условиями факторизации Холецкого, тогда система будет расходиться.

Для устранения недостатков UKF был предложен квадратно-корневой ансцентный фильтр Калмана (Square-Root Unscented Kalman Filter – SRUKF) [18, 19]. Фильтр SRUKF в основном подобен фильтру UKF, но вместо обновления матрицы  $P$  при реализации SRUKF будет прямо обновляться ее квадратный

корень  $S$  ( $P = SS^T$ ), избегая необходимости рефакторизации на каждом временном шаге. Исходя из этого в данной статье предлагается новый метод подавления случайных окрашенных шумов инерциальных датчиков на основе SRUKF в сочетании с использованием скользящего Sage-окна (SW-SRUKF) [14–16], который дает возможность снижения нестабильности сдвига нуля, интенсивности белого шума, обеспечивая требуемую точность осреднения.

## Методы.

**1. Идентификация составляющей и построение математической модели случайных шумов гироскопа и акселерометра.** В общем случае в выходные сигналы инерциальных датчиков входят шумы, представляющие сумму следующих независимых составляющих (рис. 2):

$$\delta\omega = \omega_b + \omega_r + \varepsilon,$$

где  $\omega_b$  – случайная систематическая составляющая смещения нуля;  $\omega_r$  – случайная составляющая смещения нуля (дрейф смещения нуля), задаваемая случайным процессом с заданными свойствами;  $\varepsilon$  – высокочастотная (белая шумная) составляющая.

Систематическая составляющая смещения нуля  $\omega_b$  при постоянных внешних условиях является случайной константой, включающей в себя погрешность определения смещения нуля и изменение среднего значения от пуска к пуску.

Случайная составляющая смещения нуля  $\omega_r$  передает изменчивость смещения нуля в пуске.

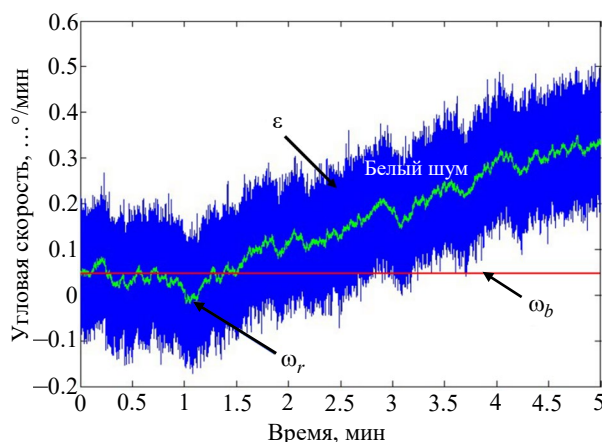


Рис. 2. Пример вида погрешности реального оптического гироскопа по времени

Fig. 2. An example of the error type of an actual optical gyroscope in time

Эти составляющие называются окрашенными шумами. Для их описания в инерциальных датчиках часто применяются марковские процессы, такие как винеровский процесс, экспоненциально-коррелированный процесс первого порядка, либо немарковские, такие как фликкер-шум.

Белый шум ( $\varepsilon$ ) – центрированная случайная последовательность, значения которой в различные моменты времени не коррелированы между собой, а его спектральная плотность постоянна на всех частотах. Белый шум характеризуется интенсивностью  $q$ .

В рамках данной статьи уделяется внимание разработке метода идентификации и подавления двух составляющих: случайной составляющей смещения нуля  $\omega_r$  и белого шума  $\varepsilon$ , в результате чего снижается нестабильность смещения нуля выходных сигналов датчиков, обеспечивая требуемую точность осреднения, что будет сокращать время начальной выставки БИНС.

Сигнал инерциального датчика представляет собой временной ряд. В литературе представлено несколько методов идентификации стохастических ошибок во временной и частотной областях. Среди них метод вариации Аллана (AV) является популярным методом во временной области. На основе спецификаций стандарта IEEE стохастические ошибки могут быть охарактеризованы как большие ошибки (низкие частоты) и малые ошибки (высокие частоты). В основе метода AV лежит представление среднеквадратичного отклонения случайного дрейфа гироскопа  $\sigma(\tau)$  в зависимости от времени усреднения  $\tau$ .

Кроме вариации Аллана часто используется спектральная плотность, чтобы идентифицировать составляющие модели выходных сигналов. Спектральное представление стационарных случайных процессов основывается на преобразовании Фурье от корреляционной функции:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-j\omega\tau} dt,$$

где  $K(\tau)$  – корреляционная функция.

*Построение математической модели случайных шумов гироскопа и акселерометра.*

В настоящее время существует множество методов и стандартов для определения структуры моделей ARMA [11], таких как автокорреляционная (ACF) и частичная автокорреляционная (PACF) функции; информационный критерий Акаике (Akaike Information Criterion – AIC); байесовский информационный критерий (Bayesian Information Criterion – BIC). Благодаря своей простоте и интуитивной ясности по сравнению с остальными методами, методы ACF и PACF были выбраны для построения математических моделей случайных шумов гироскопа и акселерометра в данной статье. Тип модели ARMA и их порядок определяются на основе анализа графиков ACF и PACF по следующим признакам: если PACF показывает резкий скачок и автокорреляция с запаздыванием 1 (на 0.005 с при частоте опроса датчика 200 Гц) положительна, в то время как ACF затухает медленнее (т. е. имеет значительные всплески при более высоких задержках), это означает, что стационарные ряды соответствуют "признаку AR"; если ACF разностного ряда показывает резкий скачок и/или автокорреляция с запаздыванием 1 отрицательна, это означает "признак MA". Запаздывание, при котором ACF обрывается, равно указанному порядку модели MA [17]. Критерии выбора модели ARMA по графикам ACF и PACF изложены в табл. 1.

На рис. 3 и 4 представлены графики нормированной автокорреляционной и частичной автокорреляционной функций сигнала гироскопа и акселерометра, определенных для БИНС-2М.

Из рис. 3 и 4 видно, что ACF разностного ряда сигналов гироскопа и акселерометра показывают резкое отсечение при 1-м шаге запаздывания с отрицательными значениями, а PACF затухают медленнее к нулевым порогам. Исходя из этого модель MA порядка 1 (MA(1)) является подходящим вариантом для сигналов гироскопа и акселерометра.

Табл. 1. Критерии выбора модели ARMA по ACF и PACF графикам

Tab. 1. ARMA model selection criteria by ACF and PACF charts

График ACF	График PACF	Модель и порядок
Затухание	Резкое отсечение	AR( $p$ )
Резкое отсечение	Затухание	MA( $q$ )
Затухание	Затухание	ARMA( $p, q$ )

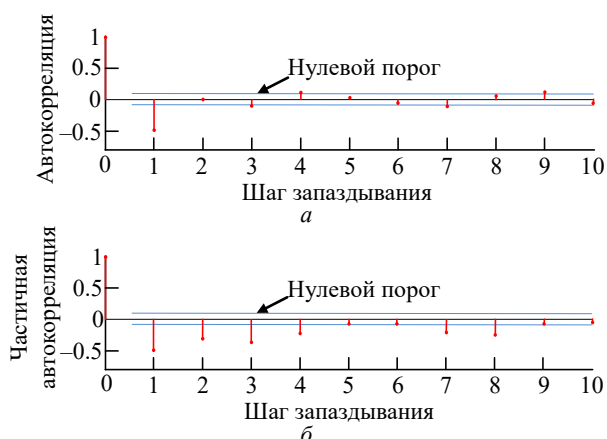


Рис. 3. График автокорреляционной (а) и частичной (б) корреляционной функций сигнала гироскопа

Fig. 3. Autocorrelation (a) and partial (b) correlation function of the gyroscope signal

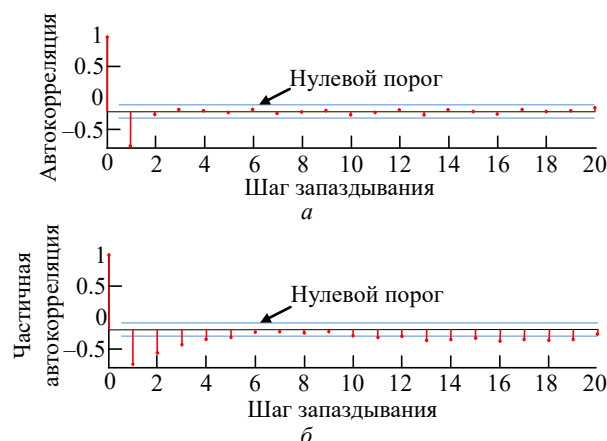


Рис. 4. График автокорреляционной (а) и частичной (б) корреляционной функций сигнала акселерометра

Fig. 4. Autocorrelation (a) and partial (b) correlation function of the accelerometer signal

Модель MA(1) имеет следующий вид:

$$y_k = \mu_k + \varepsilon_k + \theta_1 \varepsilon_{k-1}, \quad (3)$$

где  $y_k$  – измеряемое значение на выходе датчика в момент  $k$ ;  $\mu_k$  – константа, которая пропорциональна среднему значению полезного сигнала;  $\varepsilon_k$  и  $\varepsilon_{k-1}$  – белые шумы в моментах  $k, k-1$  соответственно;  $\theta_1$  – коэффициент модели MA(1).

С помощью лагового оператора данную модель можно переписать следующим образом:

$$y_k = \mu_k + (1 + \theta_1 L) \varepsilon_k, \quad (4)$$

где  $L$  – лаговый оператор, который определяется [17] выражением

$$L^n \varepsilon_k = \varepsilon_{k-n}. \quad (5)$$

Отметим, что в правую часть (3) входит сумма двух составляющих белого шума (в моментах  $k, k-1$ ). Это означает нелинейность системы. Для линеаризации системы, так чтобы можно было использовать математическую модель описания сигнала гироскопа или акселерометра для подавления случайных шумов на основе фильтра Калмана, было выполнено преобразование модели MA(1) в линейную модель AR бесконечного порядка AR( $\infty$ ). Алгоритм преобразования модели MA(1) в модель AR( $\infty$ ) заключается в следующем.

Умножив обе части (4) на фактор  $(1 + \theta_1 L)^{-1}$ , получим:

$$(1 + \theta_1 L)^{-1} y_k = (1 + \theta_1 L)^{-1} [\mu_k + (1 + \theta_1 L) \varepsilon_k].$$

Это эквивалентно:

$$(1 + \theta_1 L)^{-1} y_k = (1 + \theta_1 L)^{-1} \mu_k + \varepsilon_k. \quad (6)$$

Известно математическое равенство для всех реальных чисел ( $|x| < 1$ ):

$$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 \dots + (-1)^n x^n,$$

при этом  $n$  – целое число  $n \rightarrow \infty$ .

Заменив  $x$  на  $\theta_1 L$ , получим:

$$(1 + \theta_1 L)^{-1} = 1 - \theta_1 L + \theta_1^2 L^2 - \theta_1^3 L^3 \dots + (-1)^n \theta_1^n L^n; n \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим:

$$\begin{aligned} [1 - \theta_1 L + \theta_1^2 L^2 - \theta_1^3 L^3 + \dots + (-1)^n \theta_1^n L^n] y_k = \\ = [1 - \theta_1 L + \theta_1^2 L^2 - \theta_1^3 L^3 + \dots + (-1)^n \theta_1^n L^n] \mu_k + \varepsilon_k. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив (5) в (8), получим:

$$\begin{aligned} y_k = \theta_1 y_{k-1} - \theta_1^2 y_{k-2} - \dots - \\ - (-1)^n \theta_1^n y_{k-n} + \mu_k - \theta_1 \mu_{k-1} + \\ + \theta_1^2 \mu_{k-2} + \dots + (-1)^n \theta_1^n \mu_{k-n} + \varepsilon_k. \end{aligned} \quad (9)$$

Обозначим  $\varphi_i = (-1)^{i+1} \theta_1^i; i = 1, 2, \dots, \infty$ , учитывая  $\mu = \mu_k = \mu_{k-1} = \dots = \mu_{k-n}$  как константы, тогда (9) становится

$$y_k = \varphi_1 y_{k-1} + \varphi_2 y_{k-2} + \dots + \varphi_n y_{k-n} + \mu(1 - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_n) + \varepsilon_k.$$

Обозначив константу  $c = \mu(1 - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_n)$ , получаем:

$$y_k = \varphi_1 y_{k-1} + \varphi_2 y_{k-2} + \dots + \varphi_n y_{k-n} + c + \varepsilon_k. \quad (10)$$

Уравнение (10) представляет собой модель AR бесконечного порядка.

Определение значения коэффициента  $\theta_1$  модели MA(1) и  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$  для модели AR( $\infty$ ) начинается с рассмотрения процесса MA(1) по уравнению (3).

Значение автокорреляционной функции равно (демонстрация формулы в [20]):

$$r_1 = \frac{\theta_1}{1 + \theta_1^2}; r_L = 0 \text{ при } L > 1.$$

Сначала используем константу временного ряда  $\mu$ , вычитая это значение из всех значений временного ряда, чтобы получить нулевое среднее значение временного ряда. Затем рассчитываем  $r = \text{ACF}(1)$  временного ряда. Коэффициент  $\theta_1$  вычисляем с помощью уравнения

$$r = \frac{\theta_1}{1 + \theta_1^2},$$

что эквивалентно квадратному уравнению

$$r\theta_1^2 - \theta_1 + r = 0,$$

которое имеет решения

$$\theta_1 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4r^2}}{2r}. \quad (11)$$

На самом деле  $\theta_1$  – это оценочное значение  $\hat{\theta}_1$ . Эти решения реальны при условии  $|r| < 0.5$ . Коэффициент  $\hat{\theta}_1$  должен удовлетворять условию  $|\theta_1| < 1$ , чтобы модель MA(1) была инвертируемым процессом.

Зная  $\theta_1$ , можно определить коэффициенты модели AR( $\infty$ ) по (10). Здесь необходимо отметить, что  $|\theta_1| < 1$ , поэтому при увеличении порядка AR( $\infty$ ) коэффициент  $\varphi_n$  приближается к нулю по экспоненциальному закону. На

практике часто выбираются AR( $\infty$ ) в диапазоне до 5-го порядка.

Построение уравнения состояния и уравнения измерения для фильтра Калмана. На основе (10) построено уравнение состояния, при этом вектор состояния имеет вид

$$\mathbf{x}_k = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}, y_{k-4}, c]^T.$$

Уравнение состояния

$$\mathbf{x}_k = F\mathbf{x}_{k-1} + G\varepsilon_k,$$

где

$$F = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 & \varphi_5 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x}_{k-1} = [y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}, y_{k-4}, y_{k-5}, c]^T;$$

$G = \text{diag}([100000]); \varepsilon_k$  – белый шум процесса.

Уравнение измерения

$$\mathbf{z}_k = H \cdot \mathbf{x}_k + v_k,$$

где  $\mathbf{z}_k = y_k$ ;  $H = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ ;  $v_k$  – белый шум измерения.

Ковариационная матрица процесса имеет вид

$$Q_{6 \times 6} = \text{diag}([\sigma^2 \ \sigma^2 \ \sigma^2 \ \sigma^2 \ \sigma^2 \ 0]),$$

где  $\sigma$  – случайный угловой уход, который определяется с помощью вариации Аллана.

Ковариационная матрица измерения  $R_{1 \times 1}$  равна дисперсии измеряемых данных.

## 2. Разработка фильтра Калмана типа SRUKF с использованием Sage-окна для подавления случайных шумов гироскопа и акселерометра.

Алгоритм фильтра Калмана типа SKURF. Рассмотрим следующую дискретную нелинейную систему:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(x_{k-1}) + w_k; \\ \mathbf{z}_k = h(x_k) + v_k, \end{cases}$$

где  $\mathbf{x}_k$  – вектор состояния;  $f(\cdot)$  – динамическая функция системы;  $w_k$  – шум процесса;



$v_k$  – шум измерения;  $\mathbf{z}_k$  – вектор измерений;  $h(\cdot)$  – функция измерения;  $k$  – временной шаг измерения. В данной работе функция  $f(\cdot)$  представляет собой модель AR бесконечного порядка, что означает линейность системы, функция  $h(\cdot)$  является линейной.

Для оригинального алгоритма SRUKF часто предполагается, что  $w_k$  и  $v_k$  не коррелированы, имеют нулевые значения математического ожидания и распределяются по закону Гаусса, т. е.

$$\begin{cases} M[w_k] = 0; \\ M[v_k] = 0; \\ \text{cov}(w_k, w_k) = Q\delta_{kj}; \\ \text{cov}(v_k, v_k) = R\delta_{kj}; \\ \text{cov}(w_k, v_k) = 0. \end{cases}$$

Реализация алгоритма SRUKF предполагает следующую последовательность действий.

Шаг 1. Инициализация:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = M[x_0];$$

$$S_0 = \text{chol}\left\{M\left[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T\right]\right\},$$

где  $\text{chol}(\cdot)$  – факторизация Холецкого [18]; " $\hat{\cdot}$ " – оценка параметра;  $S_0 = \text{chol}(P_0)$ , тогда

$$P_0 = S_0 S_0^T;$$

$$\begin{cases} M[w_k] = 0; \\ M[v_k] = 0; \\ \text{cov}(w_k, w_k) = Q\delta_{kj}; \\ \text{cov}(v_k, v_k) = R\delta_{kj}; \\ \text{cov}(w_k, v_k) = 0, \end{cases}$$

для всех  $k = \{1, \dots, \infty\}$ .

Шаг 2. Определение сигма-точек состояния:

$$\begin{aligned} \chi_{k-1} &= \left[ \hat{x}_{k-1}, \hat{x}_{k-1} + \sqrt{n+\lambda} S_{k-1}, \hat{x}_{k-1} - \sqrt{n+\lambda} S_{k-1} \right]; \\ \chi_{k|k-1} &= f(\chi_{k-1}), \end{aligned}$$

где  $S_{k-1} = \text{chol}(P_{k-1})$  или  $P_{k-1} = S_{k-1} S_{k-1}^T$ ;  $n$  – размер вектора состояния;  $\lambda$  – композитный масштабный коэффициент, определяемый по

формуле  $\lambda = (\alpha^2 - 1)n$ ;  $\alpha$  – масштабный коэффициент, означающий разброс сигма-точек вокруг  $\hat{x}_k$ , обычно задается как  $1e^{-4} \leq \alpha \leq 1$ .

Шаг 3. Весовые коэффициенты всех точек выборки рассчитываются как

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n+\lambda}; \\ W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta); \\ W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{\lambda}{2(n+\lambda)}; i = 1, 2, \dots, 2n, \end{cases}$$

где  $W_i^{(m)}$  – средний вес точек выборки;  $W_i^{(c)}$  – ковариационный вес;  $\beta$  – неотрицательный весовой коэффициент, который используется для введения априорной информации распределения  $x_k$  (если  $x_k$  имеет нормальное распределение, то оптимальное значение  $\beta = 2$ ) [21].

Шаг 4. Определение априорных значений вектора состояния:

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1};$$

$$S_k^- = qr\left\{\left[\sqrt{W_1^{(c)}}\left(\chi_{1:2L,k|k-1} - \hat{x}_k^-\right)\sqrt{Q}\right]\right\};$$

$$S_k^- = \text{cholupdate}\left\{S_k^-, \chi_{0,k|k-1} - \hat{x}_k^-, W_0^{(c)}\right\}.$$

Здесь  $qr$  – функция QR-разложения ( $[Q, R] = qr\{A\}$ ), тогда  $A^T = QR$  [18];  $\text{cholupdate}\{\cdot\}$  – функция обновления факторизации Холецкого, при этом

$$\text{cholupdate}\{S, u, \pm v\} = S,$$

где  $S$  – факторизация Холецкого от матрицы  $P \pm \sqrt{vuu}^T$ .

Шаг 5. Определение сигма-точек измерения:

$$\chi_k = \left[ \hat{x}_k^-, \hat{x}_k^- + \beta S_k^-, \hat{x}_k^- - \beta S_k^- \right];$$

$$Y_{k|k-1} = h(\chi_{k-1});$$

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Y_{i,k|k-1}.$$

Шаг 6. Уравнения обновления измерения:

$$Y_{k|k-1} = h(\chi_k);$$

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Y_{i,k|k-1};$$

$$S_{yk} = qr \left\{ \left[ \sqrt{W_1^{(c)}} \left( Y_{1:2L,k|k-1} - \hat{y}_k^- \right) \sqrt{R} \right] \right\};$$

$$S_{yk} = \text{cholupdate} \left\{ S_{yk}, Y_{0,k|k-1} - \hat{y}_k^-, W_0^{(c)} \right\};$$

перекрестная ковариация между  $\hat{x}_k^-$  и  $\hat{y}_k^-$  определяется как

$$P_{xy} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \left( \chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^- \right) \left( Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^- \right)^T.$$

Определение Калмановского коэффициента:

$$K_k = \left( P_{xy} / S_{yk}^T \right) / S_{yk};$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \left( y_k - \hat{y}_k^- \right);$$

$$U = K_k S_{yk};$$

$$S_{yk} = \text{cholupdate} \left\{ S_k^-, U, -1 \right\}.$$

Алгоритм адаптивного фильтра Калмана типа SRUKF с использованием Sage-окна (SW-SRUKF). В данном случае используется выходной сигнал гироскопа в момент  $k+1$  в качестве измерения на входе фильтра Калмана, а в вектор состояния входят измеряемые значения момента  $k$  и предыдущих шагов по времени измерения, а также постоянное ожидаемое значение (средние значения). В традиционном фильтре Калмана обычно предполагается, что шумы процесса и измерения являются белыми шумами с гауссовым распределением и нулевым ожидаемым значением. Но на практике в выходных сигналах инерциальных датчиков часто содержатся компоненты, не относящиеся к белому шуму, ожидаемое значение которых не равно нулю и случайно меняется по времени, что вызывает нестабильность смещения нуля в пуске. Следовательно, для уменьшения нестабильности смещения нуля в сигнале датчика необходимо учитывать и отфильтровать такой параметр. Исходя из этого имеется следующая нелинейная система:

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}) + \omega_k; \\ z_k = h(x_k) + v_k; \\ v_k = r_k + \varepsilon_k; \end{cases}$$

$$M[\omega_k] = 0;$$

$$M[\varepsilon_k] = 0;$$

$$M[v_k] = r_k;$$

$$\text{cov}(\omega_k, \omega_k) = Q\delta_{kj};$$

$$\text{cov}(\varepsilon_k, \varepsilon_k) = R\delta_{kj};$$

$$\text{cov}(\omega_k, \varepsilon_k) = 0;$$

$$r_k = M[v_k] = M[z_k - h(x_k) - \varepsilon_k] =$$

$$= M[z_k - h(x_k)], \quad (12)$$

так как  $M[\varepsilon_k] = 0$ .

Однако уравнение (12) не может быть использовано в процедуре фильтрации, поскольку реальное состояние  $x_k$  ненаблюдаемо. Рассмотрим скользящее окно из  $N$  шагов измерения. Предположим, что статистика шума в окне постоянна или ее вариации очень малы. Тогда заменяя значение  $x_k$  на его оценку после фильтра  $\hat{x}_k$  и используя оконное приближение методом осреднения, можно оценить оптимальное значение  $\hat{r}_k$  в реальном времени. Получим следующую субоптимальную оценку:

$$\hat{r}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_{k-j} - h(\hat{x}_{k-j|k-1-j}),$$

где  $h(\hat{x}_{k-j|k-1-j}) = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} h(\chi_{i,k|k-1-j})$ .

Следует отметить, что время начала расчета  $\hat{r}_k$  наступает, когда фильтр достигает установившегося режима через определенное количество шагов с начала инициализации фильтра. Общая схема алгоритма SW-SRUKF представлена на рис. 5. В схеме значение  $N\_window$  означает размер скользящего Sage-окна,  $N\_start$  равно значению шага обновления, в котором фильтр достигает установившегося режима.

**Эксперименты и результаты обработки данных.** Установка для эксперимента. Объектом исследования в статье является БИНС-2М производства компании «НПК "Электрооптика"». БИНС-2М построена на базе трех лазерных гироскопов типа ГЛ-2Д, собранных в общем корпусе, и трех кварцевых маятниковых акселерометров ВА-3. Для проведения измерения БИНС устанавливалась на трехосном стенде, с помощью которого можно изменить угол наклона

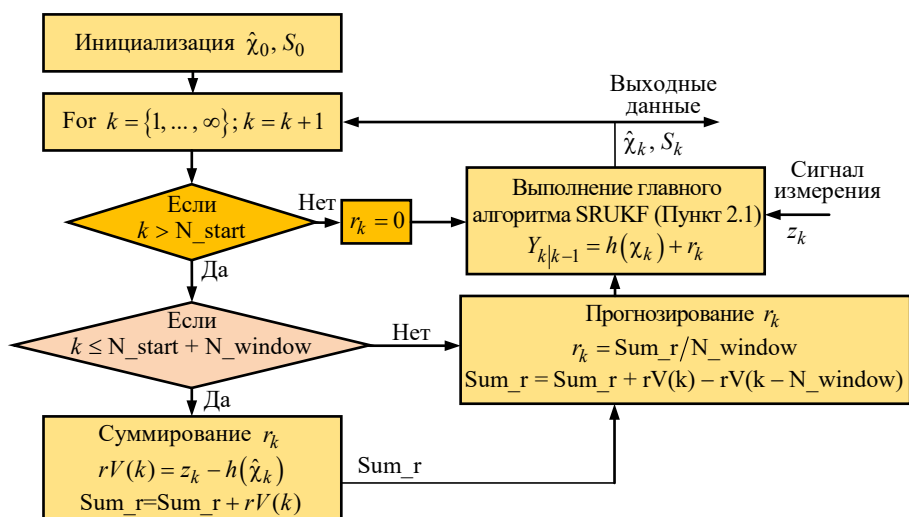


Рис. 5. Схема алгоритма SW-SRUKF

Fig. 5. Scheme of the SW-SRUKF algorithm

и угол курса БИНС. Внешний вид установки БИНС на стенде представлен на рис. 6.

Результаты оценки адекватности математических моделей случайных шумов гироскопа и акселерометра. В этом разделе представлены результаты создания моделей случайных шумов гироскопа и акселерометра. Корректность математических моделей оценивается путем сравнения характеристик вариации Аллана, спектральной плотности, корреляционной функции смоделированных сигналов и реальных данных гироскопа и акселерометра. Для этого были сняты данные датчиков в статике в течение 15 ч с частотой съема 200 Гц.

По рис. 3 и 4 можно определить значения автокорреляционных функций для гироскопа  $r_{g1} = 0.4631$  и акселерометра  $r_{a1} = 0.45791$ .



Рис. 6. Внешний вид экспериментальной установки

Fig. 6. View of the experiment setup

Из (11) получается  $\hat{\theta}_{g1} = -0.66581$ ;

$\hat{\theta}_{a1} = -0.6534$ .

На основе (10) определяются коэффициенты  $AR(\infty)$  (табл. 2). Из представленных в табл. 2 данных видно, что при порядке  $>5$  значение коэффициента  $\varphi_n \approx 0$ . Поэтому для описания математической модели сигнала гироскопа и акселерометра выбирается модель  $AR(5)$ .

Математическая модель случайных шумов гироскопа имеет вид

$$g_{xk} = -0.6658g_{xk-1} - 0.4433g_{xk-2} - 0.2951g_{xk-3} - 0.1965g_{xk-4} - 0.1308g_{xk-5} + \mu_g + \varepsilon_{gk}.$$

Значение  $\mu_g$  зависит от углового положения БИНС относительно географической системы координат.

Табл. 2. Коэффициенты математических моделей  $AR(6)$  для гироскопа и акселерометра

Tab. 2. Coefficients of  $AR(6)$  mathematical models for gyroscope and accelerometer

Коэффициент модели	Для гироскопа	Для акселерометра
$\varphi_1$	-0.6658	-0.6534
$\varphi_2$	-0.4433	-0.4269
$\varphi_3$	-0.2951	-0.2790
$\varphi_4$	-0.1965	-0.1823
$\varphi_5$	-0.1308	-0.1191
$\varphi_6$	-0.0871	-0.0778

Математическая модель случайных шумов акселерометра имеет вид

$$a_{xk} = -0.6534a_{xk-1} - 0.4269a_{xk-2} - 0.2790a_{xk-3} - 0.1823a_{xk-4} - 0.1191a_{xk-5} + \mu_a + \varepsilon_{ak}.$$

Значение  $\mu_a$  зависит от углового положения БИНС относительно географической системы координат.

На основе этих математических моделей были созданы модели сигналов гироскопа и акселерометра. Для оценки правильности математических моделей случайных шумов датчиков были построены графики вариации Аллана, спектральной плотности и корреляционной функции смоделированных и реальных сигналов, представленных на рис. 7, 8.

**Вывод.** Анализируя изображения выходных данных, графиков вариации Аллана, спектральной плотности и корреляционной функции на рис. 7, 8, можно обнаружить совпадение статистических характеристик смоделированного и оригинального сигналов гироскопа и акселерометра. Это подтверждает адекватность предложенных математических моделей сигналов гироскопа и акселерометра.

Результаты оценки эффективности предложенного метода SW-SRUKF для подавления случайных шумов гироскопа и акселерометра. Эффективность предложенного метода оценивается на основе сравнения 2 параметров случайных шумов до и после фильтра: нестабильность смещения нуля, по которой можно сказать о необходимом количестве данных для достижения требуемой точности осреднения; интенсивность белого шума. Эта оценка будет сделана на основе анализа вариации Аллана, изображения выходных сигналов и таблиц числовых расчетов. Для сравнения было выполнено подавление случайных шумов гироскопа традиционными методами (OKF, SHKF, SRUKF) и предложенным методом SW-SRUKF.

На рис. 9 показан сигнал гироскопа до и после использования различных фильтров и соответствующие вариации Аллана и графики спектральной плотности. На основе графиков вариации Аллана были определены характеристики случайных шумов в сигнале гироскопа до и после применения различных методов, которые представлены в табл. 3.

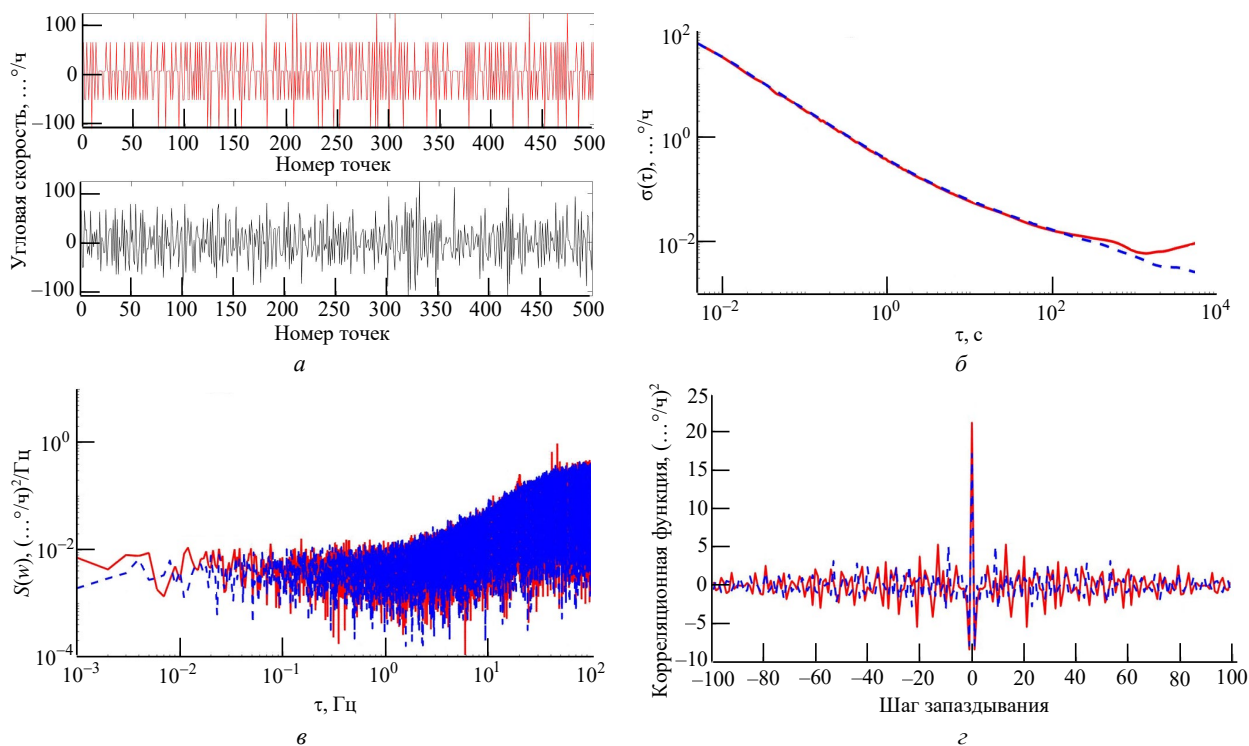


Рис. 7. Графики сравнения характеристик реальных (красный цвет) и смоделированных (синий цвет) сигналов гироскопа: а – изображение реального и смоделированного сигналов лазерного гироскопа; б – вариация Аллана реального и смоделированного сигналов лазерного гироскопа; в – спектральная плотность реального и смоделированного сигналов лазерного гироскопа; г – корреляционная функция реального и смоделированного сигналов лазерного гироскопа

Fig. 7. Graphs comparing the characteristics of simulated (blue) and actual (red) gyroscope signals: а – image of actual and simulated laser gyroscope signals; б – Allan variance of actual and simulated laser gyroscope signals; в – spectral density of actual and simulated laser gyroscope signals; г – correlation function of actual and simulated laser gyroscope signals

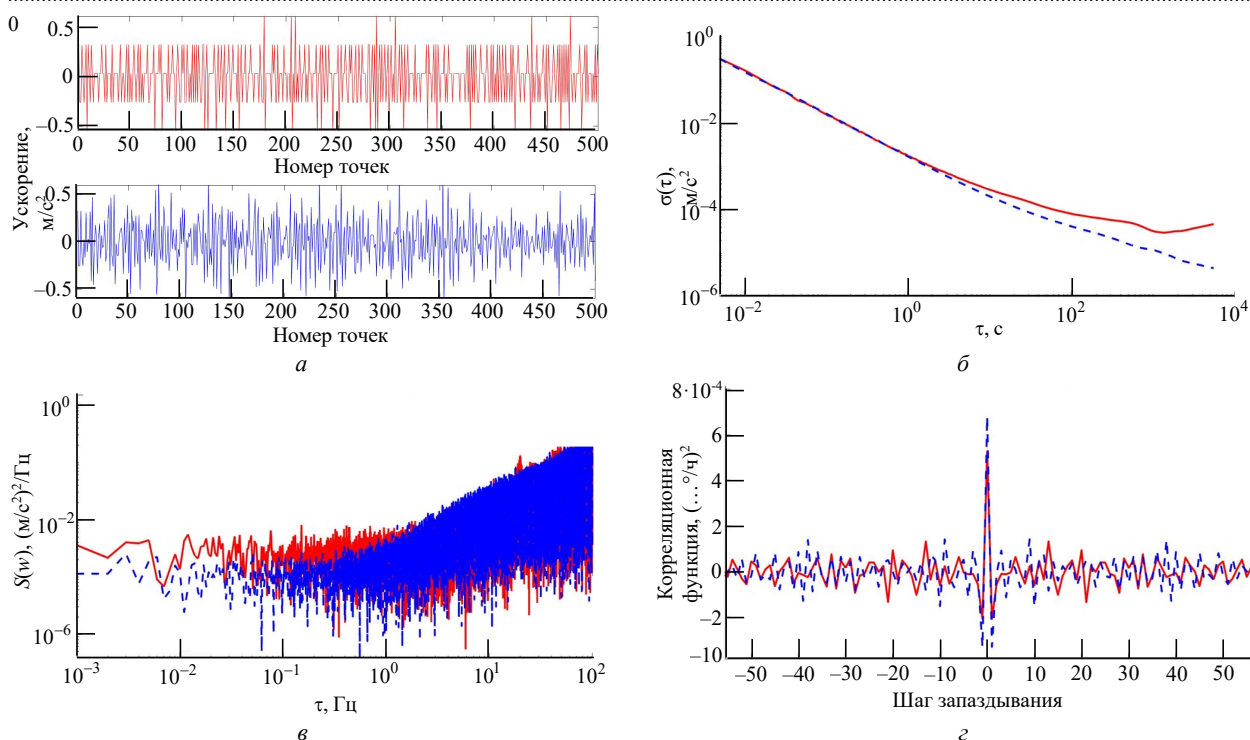


Рис. 8. Графики сравнения характеристик реальных (красный цвет) и смоделированных (синий цвет) сигналов акселерометра: а – изображение реального и смоделированного сигналов акселерометра; б – вариация Аллана реального и смоделированного сигналов акселерометра; в – спектральная плотность реального и смоделированного сигналов акселерометра; з – корреляционная функция реального и смоделированного сигналов акселерометра

Fig. 8. Graphs comparing the characteristics of actual (red) and simulated (blue) accelerometer signals: а – image of actual and simulated accelerometer signals; б – Allan variance of actual and simulated accelerometer signals; в – spectral density of actual and simulated accelerometer signals; з – correlation function of actual and simulated accelerometer signals

**Вывод.** Анализируя полученные данные, можно получить следующие численные оценки: при использовании ОКФ, ШКФ, SRUKF и SW-SRUKF, соответственно, случайный угловой уход сигнала уменьшается на 89.4, 98.5, 99.4 и 99.9 %; нестабильность сдвига нуля уменьшается на 81.5, 92.6, 96.3 и 99.9 %; случайный уход угловой скорости уменьшается на 73.3, 79, 81 и 99.9 %. Сопоставляя гистограммы на рис. 9, з, д, е, следует отметить, что выходные данные фильтров SRUKF и SW-SRUKF имеют более нормальное гауссовское распределение по сравнению с выходными данными ОКФ и ШКФ. Результаты показывают эффективность предложенного метода по сравнению с традиционными методами.

Результаты оценки погрешности определения угла курса и сокращения времени режима гироскопирования БИНС. Согласно вариации Аллана (рис. 9, з), можно считать оптимальным время для осреднения, равное значению интервала времени  $\tau$  в самой низкой точке графика AV. По графику вариации Аллана данных гироскопа и акселерометра (рис. 7, 8) было определено, что время для осреднения примерно равно 20 мин, при

этом полученное среднее значение считается эталонным значением (полезная величина) для оценки нестабильности смещения нуля сигналов.

Нестабильность сигнала будет оцениваться следующим образом: из набора данных, полученных от датчика за 20 мин, будут сформированы 200 разных наборов данных с соответствующим каждому набору данных временному

Табл. 3. Сравнение характеристик вариации Аллана сигнала гироскопа по оси X до и после использования различных методов

Tab. 3. Comparison of gyroscope signal Allan variance characteristics on X-axis before and after using different methods

Метод	Случайный угловой уход, ...°/√ч	Нестабильность сдвига нуля, ...°/ч	Случайный уход угловой скорости, (...°/ч)/√ч
Исходные данные	0.198	0.0121	3.00E-04
ОКФ	0.021	0.0022	8.00E-05
ШКФ	0.003	0.00089	6.00E-05
SRUKF	0.0011	0.00045	6.00E-05
SW-SRUKF	6.00E-05	2.99E-06	2.00E-10

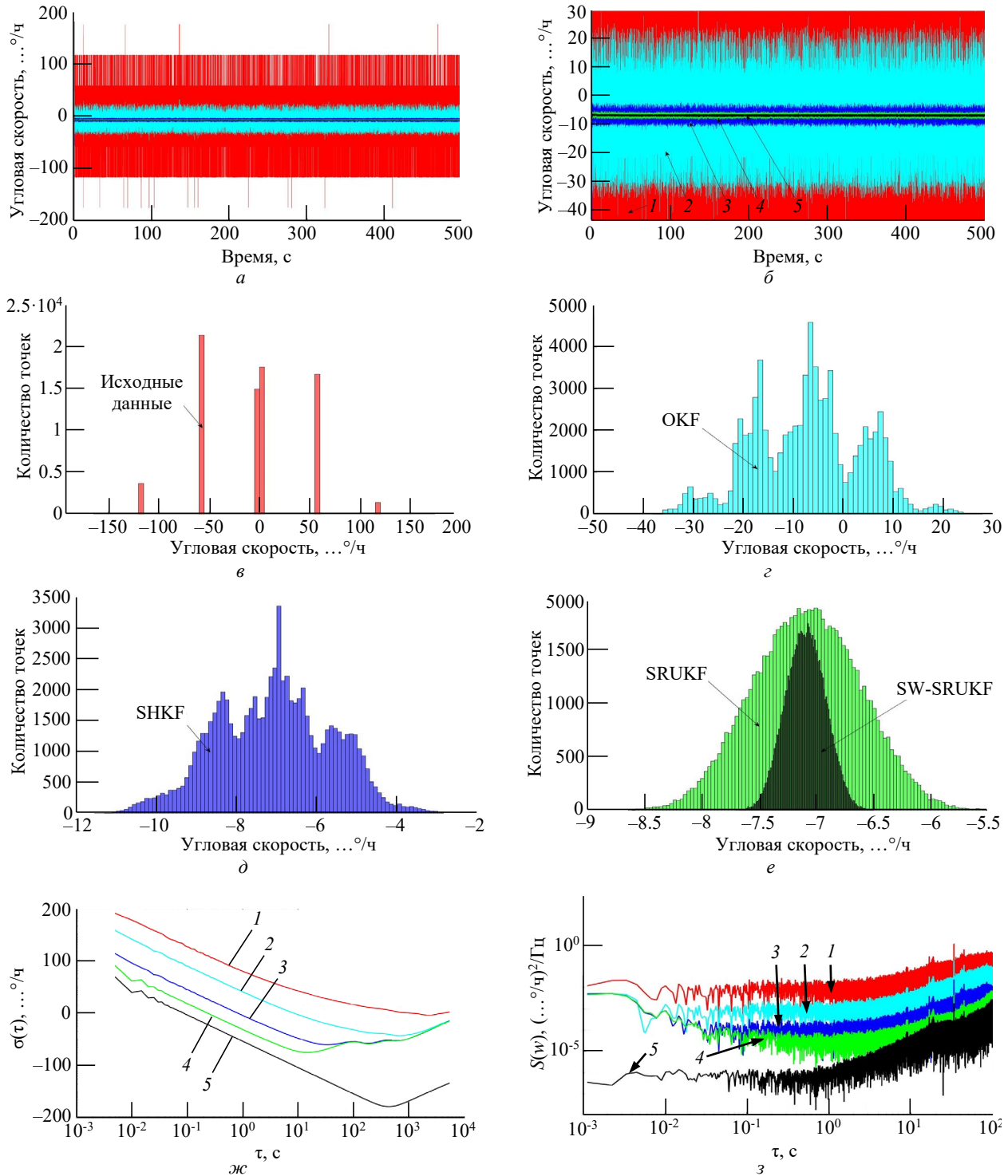


Рис. 9. Изображения характеристик сигнала гироскопа до и после использования различных фильтров: а – реальные сигналы гироскопа до и после различных фильтров; б – увеличенное изображение реальных сигналов гироскопа до и после различных фильтров; в – гистограмма исходных данных гироскопа; з – гистограмма выходных данных гироскопа после фильтра ОКФ; д – гистограмма выходных данных гироскопа после фильтра SHKF; е – гистограмма выходных данных гироскопа после фильтров SRUKF и SW-SRUKF; ж – сравнение вариаций Аллана реальных сигналов гироскопа до и после различных фильтров; з – спектральные плотности реальных сигналов гироскопа до и после различных фильтров (1 – исходные данные; 2 – ОКФ; 3 – SHKF; 4 – SRUKF; 5 – SW-SRUKF)

Fig. 9. Images of gyro signal characteristics before and after using different filters: а – actual gyroscope signals before and after various filters; б – enlarged image of actual gyroscope signals before and after various filters; в – histogram of the initial gyroscope data; з – gyro output histogram after OKF filter; д – gyro output histogram after SHKF filter; е – gyro output histogram after SRUKF and SW-SRUKF filters; ж – comparison of the Allan variance of actual gyroscope signals before and after different filters; з – spectral densities of actual gyroscope signals before and after various filters (1 – original; 2 – OKF; 3 – SHKF; 4 – SRUKF; 5 – SW-SRUKF)

интервалу 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 мин. Затем вычисляется среднее значение каждого набора. Сравнив их с эталонным значением, можно получить ошибку определения среднего значения и оценить нестабильность смещения для каждого выбранного времени. По техническим характеристикам БИНС-2М от производителя время НВ в режиме гирокомпасирования составляет 9 мин, поэтому будем считать нестабильность смещения для наборов данных за 9 мин той точностью, которой необходимо достичь. Задача данной статьи заключается в том, что необходимо определить минимальное время НВ для достижения требуемой нестабильности смещения нуля с помощью предложенного метода. Все результаты обработки полученных данных внесены в табл. 4. График, описывающий зависимость нестабильности среднего значения сигнала гироскопа от времени сбора данных для осреднения, представлен на рис. 10.

По данным табл. 4 и графикам на рис. 10 видно, что чем больше времени сбора данных для осреднения, тем меньше нестабильности среднего значения сигнала гироскопа, при этом за 9 мин сбора данных нестабильность среднего значения исходных данных гироскопа достигает  $0.0147 \text{ }^\circ/\text{ч}$ , в то время как для достижения такого значения нестабильности необходимо собрать данных на 5, 4, 2 и 1 мин (не включая время для достижения установившегося режима) при использовании OKF, SHKF,

SRUKF и SW-SRUKF соответственно. Согласно изображениям выходных данных фильтров (рис. 9, б) было определено время для достижения установившегося режима, равное 2 мин для SRUKF и SW-SRUKF. Таким образом, можно говорить о необходимом времени сбора данных с момента пуска БИНС до достижения значения нестабильности среднего значения  $0.0147 \text{ }^\circ/\text{ч}$ , которое равно 3 мин. Исходя из этого можно утверждать эффективность предложенного метода подавления случайных шумов, благодаря чему можно сократить необходимое время сбора данных с 9 мин до 3 мин при обеспечении заданной производителем нестабильности.

*Оценка погрешности определения угла курса предложенным методом.* Для оценки погрешности определения угла курса БИНС использован трехосный поворотный стенд (см. рис. 6). Сначала выставляем платформу стенда так, чтобы основание стенда находилось в горизонте. Процесс измерения выполняется по следующим шагам.

Шаг 1. Задать начальный угол курса БИНС, соответствующий нулевому угловому положению на шкале по внешней оси стенда. Далее провести съемку 4 наборов данных с датчиков в неподвижном состоянии по 20 мин, сохранить полученные данные. На основе этих наборов исходных данных выполняется подавление случайных шумов датчиков предложенным алгоритмом, далее берется 1 мин выходных данных

Табл. 4. Нестабильность среднего значения сигнала гироскопа в зависимости от времени осреднения  
 Tab. 4. Instability of the gyroscope signal mean value depending on averaging time

Время сбора данных, мин	Максимальная нестабильность среднего значения, ... $^\circ/\text{ч}$				
	Исходные данные	OKF	SHKF	SRUKF	SW-SRUKF
1	0.1146	0.0370	0.0294	0.0220	0.0022
2	0.0509	0.0305	0.0240	0.0150	0.0011
3	0.0335	0.0261	0.0170	0.0100	0.0007
4	0.0249	0.0201	0.0135	0.0065	0.0005
5	0.0212	0.0138	0.0127	0.0042	0.0004
6	0.0178	0.0128	0.0123	0.0043	0.0003
7	0.0168	0.0118	0.0105	0.0038	0.0003
8	0.0150	0.0119	0.0110	0.0040	0.0002
9	0.0147	0.0115	0.0116	0.0048	0.0002

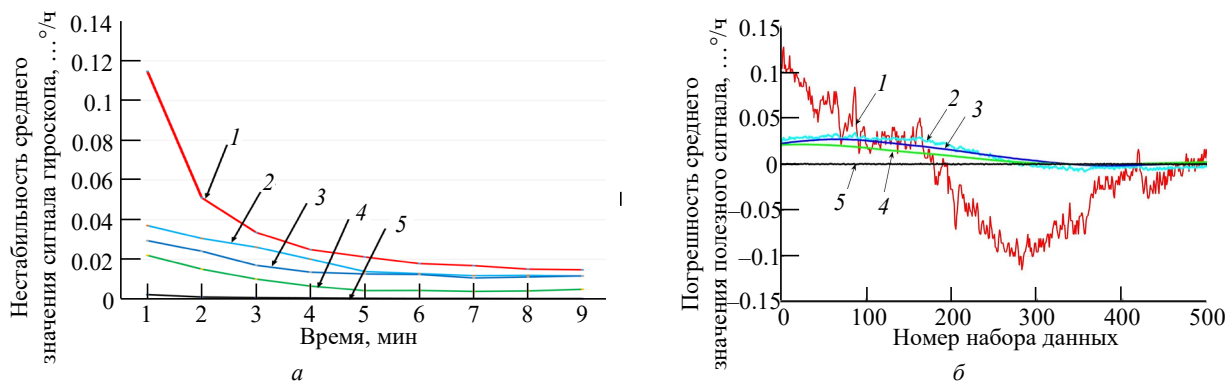


Рис. 10. График оценки нестабильности среднего значения сигнала гироскопа: а – зависимость нестабильности среднего значения сигнала гироскопа от времени сбора данных для осреднения; б – нестабильности среднего значения сигнала гироскопа при осреднении наборов данных за 1 мин до и после использования различных фильтров (1 – исходные данные; 2 – ОКФ; 3 – ШКФ; 4 – SRUKF; 5 – SW-SRUKF)

Fig. 10. Graph of gyroscope average signal instability estimation: а – dependence of the instability of the average value of the gyroscope signal on the time of data collection for averaging; б – instability of the average value of the gyroscope signal when averaging data sets one minute before and after using different filters (1 – initial data; 2 – ОКФ; 3 – ШКФ; 4 – SRUKF; 5 – SW-SRUKF)

фильтра для осреднения, затем по (1) и (2) рассчитывается угол курса, при этом угловая скорость вращения Земли задана  $15.041^\circ/\text{ч}$ , а широта места проведения эксперимента составляет  $59.97138^\circ$ . Для сравнения был рассчитан угол курса на основе исходных данных, при этом были использованы наборы данных на 9 мин.

Шаг 2. Выполнить поворот БИНС по курсу на  $10^\circ$  относительно исходного углового положения. Повторить в новом угловом положении процедуру измерения и обработки данных как в шаге 1.

Шаг 3. Вычислить по показаниям БИНС угол поворота стенда до и после применения фильтра и затем сравнить его с углом поворота по шкале стенда для оценки погрешности определения угла курса БИНС.

Полученные данные приведены в табл. 5 и представлены на рис. 11.

Вывод. Согласно данным табл. 5 и изображению, представленному на рис. 11, ошибка определения угла курса БИНС уменьшается с

$54.72'$  до  $12.936'$ , так что обеспечивается лучшая погрешность в сравнении с опубликованной производителем погрешностью определения угла курса в режиме гирокомпасирования. Таким образом, приходим к выводу, что предложенный метод не только обеспечивает сокращение времени гирокомпасирования, но и повышает точность определения угла курса.

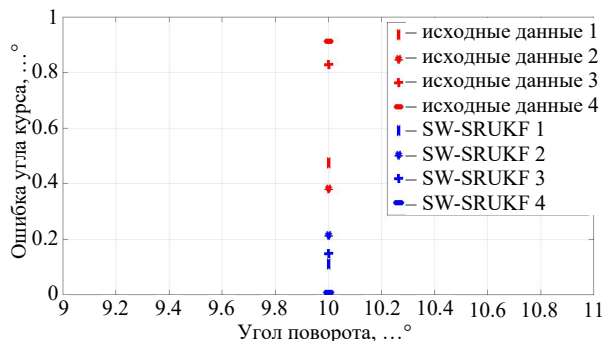


Рис. 11. Ошибка определения угла курса БИНС до и после фильтра методом SW-SRUKF

Fig. 11. Error of PINS heading angle determination before and after filtering by SW-SRUKF

Табл. 5. Ошибка определения угла курса БИНС

Tab. 5. PINS heading angle error

Показание угла на шкале стенда, ...°	Номер эксперимента	Для исходных данных на 9 мин			Для выходных данных фильтра на 2 мин		
		Угол курса, ...°	Угол поворота стенда, ...°	Ошибка определения угла курса, ...'	Угол курса, ...°	Угол поворота стенда, ...°	Ошибка определения угла курса, ...'
0	1	160.34	10.47	28.51	160.12	9.88	6.738
0	2	160.25	10.38	22.96	160.02	9.78	12.936
0	3	160.69	10.82	49.69	160.09	9.85	8.928
0	4	160.77	10.91	54.72	160.24	10.0	0.54
10	1	149.86	0		150.23	0	



В результате можно заключить, что эффективность предложенного метода подтверждена результатами эксперимента.

**Заключение.** В данной статье был предложен метод шумоподавления для снижения неустойчивости смещения нуля и случайных шумов акселерометров и гироскопов БИНС путем комплексирования модели AR и SW-SRUKF. Была продемонстрирована адекватность математических моделей AR случайных шумов ла-

зерного гироскопа и акселерометра. Корректность и эффективность предложенного метода SW-SRUKF была подтверждена результатами обработки реальных данных инерциальных датчиков. Результаты работы значимы не только для сокращения времени с 9 мин до 3 мин, но и для повышения точности определения угла курса (до 13') при начальной выставке БИНС в режиме гирокомпасирования.

### Список литературы

1. Боронахин А. М., Лукьянов Д. П., Филатов Ю. В. Оптические и микромеханические инерциальные приборы. СПб.: Элмор, 2008. 400 с.
2. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения беспилотных инерциальных навигационных систем. СПб.: РНИЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ "Электронприбор"», 2009. 208 с.
3. Random Error Reduction Algorithms for MEMS Inertial Sensor Accuracy Improvement / Sh. Han, Zh. Meng, O. Omisore, T. Akinyemi, Y. Yan // A Review. *Micromachines*. 2020. Vol. 11, iss. 11. P. 1021. doi: 10.3390/mi11111021
4. Huang L. Auto Regressive Moving Average (ARMA) Modeling Method for Gyro Random Noise Using a Robust Kalman Filter // *Sensors*. 2015. Vol. 15, iss. 10. P. 25277–25286. doi:10.3390/s151025277
5. An improved Sage Husa adaptive robust Kalman filter for de-noising the MEMS IMU drift signal / M. Narasimhappa, A. D. Mahindrakar, V. C. Guizilini, M. H. Terra, S. L. Sabat // *Proc. of the IEEE Conf. on Indian Control Conf. (ICC)*. Kanpur, India, 04–06 January 2018. IEEE, 2018. P. 229–234. doi: 10.1109/INDIANCC.2018.8307983
6. Duan D. Study on modeling and filtering of random drift on FOG // *Proc. of SPIE*. 2011. Vol. 8191. P. 81912G. doi: 10.1117/12.90323
7. ARMA model based adaptive unscented fading Kalman filter for reducing drift of fiber optic gyroscope / M. Narasimhappa, J. Nayak, M. H. Terra, S. L. Sabat // *Sensor and Actuator A*. 2016. Vol. 251. P. 42–51. doi: 10.1016/j.sna.2016.09.036
8. Sage A. P., Husa W. Adaptive Filtering with Unknown Prior Statistics // *Proc. of the Joint Automatic Control Conf.*, Washington, DC, USA, 22–24 June 1969. P. 760–769.
9. FOG random drift signal denoising based on the improved AR model and modified Sage-Husa adaptive Kalman filter / J. Sun, X. Xu, Y. Liu, T. Zhang, Y. Li // *Sensors*. 2016. Vol. 16, № 7. P. 1–19. doi: 10.3390/s16071073
10. Julier S. J., Uhlmann J. K. Unscented filtering and nonlinear estimation // *Proc. of the IEEE*, 2004. Vol. 92, № 3. P. 401–422. doi: 10.1109/JPROC.2003.823141
11. Viswanathan M. *Wireless Communication Systems in Matlab*. 2nd Ed. Independently published, 2020. 382 p.
12. Wang P., Li G., Gao Ya. A compensation method for gyroscope random drift based on unscented Kalman filter and support vector regression optimized by adaptive beetle antennae search algorithm // *Applied Intelligence*. 2022. Vol. 53. P. 4350–4365. doi: 10.1007/s10489-022-03734-7
13. Yang Yu., Gao W. Comparison of Adaptive Factors in Kalman Filters on Navigation Results // *The J. of Navigation*. 2005. Vol. 58, iss. 3. P. 471–478. doi: 10.1017/S0373463305003292
14. Yang Y., Xu T. An adaptive Kalman filter based on Sage windowing weights and variance components // *The J. of Navigation*. 2003. Vol. 56, iss. 2. P. 231–240. doi: 10.1017/S0373463303002248
15. Sage windowing and random weighting adaptive filtering method for kinematic model error / Sh. Gao, W. Wei, Yo. Zhong, A. Subic // *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*. 2015. Vol. 51, № 2. P. 1488–1500. doi: 10.1109/TAES.2015.130656
16. Gao Sh., Hu G., Zhong Yo. Windowing and random weighting-based adaptive un-scented Kalman filter // *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* 2015. Vol. 29, iss. 2. P. 201–223. doi: 10.1002/acs.2467
17. ARIMA models for time series forecasting. URL: <https://people.duke.edu/~rnau/411arim3.htm> (дата обращения 10.04.2022)
18. Merwe R. Van der, Wan E. A. The square-root unscented Kalman filter for state and parameter estimation // 2001 IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing. Proc. (Cat. No.01CH37221). Salt Lake City, USA, 07–11 May 2001. IEEE, 2001. Vol. 6. P. 3461–3464 doi: 10.1109/ICASSP.2001.940586
19. Radar Target Tracking for Unmanned Surface Vehicle Based on Square Root Sage-Husa Adaptive Robust Kalman Filter / Shuanghu Qiao, Yunsheng Fan, Guofeng Wang, Dongdong Mu, Zhiping He // *Sensors*. 2022. Vol. 22, iss. 8. P. 2924. doi: 10.3390/s22082924
20. Moving Average Proofs. URL: <https://real-statistics.com/time-series-analysis/moving-average-processes/moving-average-proofs/> (дата обращения 16.03.2022)

21. Unscented Kalman filter: limitation and combination / L. Chang, B. Hu, A. Li, F. Qin // IET Signal Process. 2013. Vol. 7, iss. 3. P. 167–176. doi: 10.1049/iet-spr.2012.0330

22. Datasheet SINS-2M. Electrooptika. URL: <http://www.electrooptika.ru/index.php/bins/bins-mezhdovogo-primeneniya> (дата обращения 15.02.2022)

### Информация об авторах

**Нгуен Чонг Иен** – магистр по направлению "Приборостроение" и специальности "Системы навигации, стабилизации и ориентации" (2014), аспирант Вьетнамского государственного технического университета им. Ле Куй Дона (Ханой, Вьетнам). Автор 10 научных публикаций. Сфера научных интересов: инерциальные системы навигации и ориентации.

Адрес: Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона, 236 Хоанг Куок Вьет, Ко Нхуэ, Бак Ты Лиэм, Ханой, Вьетнам  
E-mail: trongyen@lqdtu.edu.vn  
<https://orcid.org/0000-0003-4330-8542>

**Нгуен Куок Хань** – инженер по направлению "Приборостроение" (2020), аспирант Вьетнамского государственного технического университета им. Ле Куй Дона (Ханой, Вьетнам). Автор трех научных публикаций. Сфера научных интересов: инерциальные системы навигации и ориентации.

Адрес: Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона, 236 Хоанг Куок Вьет, Ко Нхуэ, Бак Ты Лиэм, Ханой, Вьетнам  
E-mail: nguyenuockhanh183@gmail.com

**Нгуен Ван Хой** – кандидат технических наук (2014), сотрудник отдела "Система бортового управления" Академии наук и технологий (Ханой, Вьетнам). Автор 9 научных работ. Сфера научных интересов: системы управления техническими процессами.

Адрес: Академия наук и технологий, 17 Хоанг Шам, Кау Заи, Ханой, Вьетнам  
E-mail: vankhoi2603@gmail.com

### References

1. Boronakhin A. M., Lukyanov D. P., Filatov Yu. V. *Opticheskie i mikromekhanicheskie inertsiyal'nye pribory* [Optical and Micromechanical Inertial Devices]. SPb, Ehlmor, 2008, 400 p. (In Russ.)

2. Matveev V. V., Raspopov V. Ya. *Osnovy postroeniya besplatformennykh inertsiyal'nykh navigatsionnykh system* [Basics of Building Strapdown Inertial Navigation Systems]. SPb, RNTS RF OAO «Kontsern «TSNII «EhlektroripboR», 2009, 208 p. (In Russ.)

3. Han Sh., Meng Zh., Omisore O., Akinyemi T., Yan Yu. Random Error Reduction Algorithms for MEMS Inertial Sensor Accuracy Improvement. A Review. *Micromachines*. 2020, vol. 11, iss. 11, p. 1021. doi: 10.3390/mi11111021

4. Huang L. Auto Regressive Moving Average (ARMA) Modeling Method for Gyro Random Noise Using a Robust Kalman Filter. *Sensors*. 2015, vol. 15, iss. 10, pp. 25277–25286. doi:10.3390/s151025277

5. Narasimhappa M., Mahindrakar A. D., Guizilini V. C., Terra M. H., Sabat S. L. An improved Sage Husa Adaptive Robust Kalman Filter for Denoising the MEMS IMU Drift Signal. Proc. of the IEEE Conf. on Indian Control Conf. (ICC). Kanpur, India, 04–06 January 2018. IEEE, 2018, pp. 229–234. doi: 10.1109/INDIANCC.2018.8307983

6. Duan D. Study on Modeling and Filtering of Random Drift on FOG // Proc. of SPIE. 2011, vol. 8191, p. 81912G. doi: 10.1117/12.90323

7. Narasimhappa M., Nayak J., Terra M. H., Sabat S. L. ARMA Model Based Adaptive Unscented Fading Kalman Filter for Reducing Drift of Fiber Optic Gyro-

scope. *Sensor and Actuator A*. 2016, vol. 251, pp. 42–51. doi: 10.1016/j.sna.2016.09.036

8. Sage, A.P.; Husa, W. Adaptive Filtering with Unknown Prior Statistics. Proc. of the Joint Automatic Control Conf., Washington, DC, USA, 22–24 June 1969, pp. 760–769.

9. Sun J., Xu X., Liu Y., Zhang T., Li Y. FOG Random Drift Denoising Based on the Improved AR Model and Modified Sage-Husa Adaptive Kalman Filter. *Sensors*. 2016, vol. 16, no. 7, pp. 1–19. doi: 10.3390/s16071073

10. Julier S. J., Uhlmann J. K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. Proc. of the IEEE. 2004, vol. 92, no. 3, pp. 401–422. doi: 10.1109/JPROC.2003.823141

11. Viswanathan M. *Wireless Communication Systems in Matlab*, 2nd Ed. Independently published, 2020, 382 p.

12. Wang P., Li G., Gao Ya. A Compensation Method for Gyroscope Random Drift Based on Unscented Kalman Filter and Support Vector Regression Optimized by Adaptive Beetle Antennae Search Algorithm. *Applied Intelligence*. 2022, vol. 53, pp. 4350–4365. doi: 10.1007/s10489-022-03734-7

13. Yang Yu, Gao W. Comparison of Adaptive Factors in Kalman Filters on Navigation Results. *The J. of Navigation*. 2005, vol. 58, iss. 3, pp. 471–478. doi: 10.1017/S0373463305003292

14. Yang Y., Xu T. An Adaptive Kalman Filter Based on Sage Windowing Weights and Variance Components. *The J. of Navigation*. 2003, vol. 56, iss. 2, pp. 231–240. doi: 10.1017/S0373463303002248

15. Gao Sh., Wei W., Zhong Yo., Subic A. Sage Windowing and Random Weighting Adaptive Filtering Method for Kinematic Model Error. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2015, vol. 51, no. 2, pp. 1488–1500. doi: 10.1109/TAES.2015.130656
16. Gao Sh., Hu G., Zhong Yo. Windowing and Random Weighting-Based Adaptive Un-Scented Kalman Filter. Int. J. Adapt. Control Signal Process. 2015, vol. 29, iss. 2, pp. 201–223. doi: 10.1002/acs.2467
17. ARIMA models for time series forecasting. Available at: <https://people.duke.edu/~mau/411arim3.htm> (accessed 10.04.2022)
18. Merwe R. Van der, Wan E. A. The Square-Root Unscented Kalman Filter for State and Parameter-Estimation. 2001 IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proc. (Cat. No.01CH37221). Salt Lake City, USA, 07–11 May 2001. IEEE, 2001, vol. 6, pp. 3461–3464 doi: 10.1109/ICASSP.2001.940586
19. Qiao Sh., Fan Yu., Wang G., Mu D., He Zh. Radar Target Tracking for Unmanned Surface Vehicle Based on Square Root Sage–Husa Adaptive Robust Kalman Filter. Sensors. 2022, vol. 22, iss. 8, p. 2924. doi: 10.3390/s22082924
20. Moving Average Proofs. Available at: <https://real-statistics.com/time-series-analysis/moving-average-processes/moving-average-proofs/> (accessed 16.03.2022)
21. Chang L., Hu B., Li A., Qin F. Unscented Kalman Filter: Limitation and Combination. IET Signal Process. 2013, vol. 7, iss. 3, pp. 167–176. doi: 10.1049/iet-spr.2012.0330
22. Datasheet SINS-2M. Electrooptika. Available at: <http://www.electrooptika.ru/index.php/bins/bins-mezhvidovogo-primeneniya> (accessed 15.02.2022)

### Information about the authors

**Nguyen Trong Yen**, Master in Instrumentation Engineering and Navigation, Stabilization and Orientation Systems (2014), Postgraduate student at Le Quy Don State Technical University (Hanoi, Vietnam). The author of 10 scientific publications. Area of expertise: inertial navigation and orientation systems.

Address: Le Quy Don Technical University, 236 Co Nhue, Bac Tu Liem, Ha Noi, Viet Nam.

E-mail: [trongyen@lqdtu.edu.vn](mailto:trongyen@lqdtu.edu.vn)

<https://orcid.org/0000-0003-4330-8542>

**Nguyen Quoc Khanh**, Engineer in Instrumentation Engineering (2020), Postgraduate student at Le Quy Don State Technical University (Hanoi, Vietnam). The author of 3 scientific publications. Area of expertise: inertial navigation and orientation systems.

Address: Le Quy Don Technical University, 236 Co Nhue, Bac Tu Liem, Ha Noi, Viet Nam.

E-mail: [nguyenquockhanh183@gmail.com](mailto:nguyenquockhanh183@gmail.com)

**Nguyen Van Khoi**, PhD (Eng.) (2014), Employee of the Department of Airborne Management System, Academy of Science and Technology, Hanoi, Vietnam. The author of 9 scientific publications. Area of expertise: control systems of technical processes and productions.

E-mail: [hamatha@lqdtu.edu.vn](mailto:hamatha@lqdtu.edu.vn)

Address: Academy of Science and Technology, 17 Hoang Sam, Cau Giay, Ha Noi, Viet Nam

<https://orcid.org/0000-0001-9985-6105>

---