

# **Schwellverhalten des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers an der Grenze zum entarteten Regime**

**Dissertation**

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Eberhard Karls Universität Tübingen  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von  
Hannah Tomczyk  
aus Albstadt-Onstmettingen

Tübingen  
2015

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation: 17.07.2015

Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel

1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann

2. Berichterstatter: PD Dr. Sebastian Slama

---

## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden  $^{87}\text{Rb}$ -Atome zwischen 0,4 und 9  $\mu\text{K}$  im optischen Ringresonator untersucht. Durch Einstrahlen eines zur atomaren Resonanz rotverstimmtten Pumpasers mit variierender Leistung lässt sich die Schwelle des kollektiven atomaren RückstoßLasers (CARL) bestimmen. Dies wurde bei Variation der Pumpaserfrequenz relativ zur Resonatorresonanz durchgeführt. Man erhält für alle untersuchten Temperaturen Stabilitätsdiagramme, die eine deutliche Asymmetrie aufweisen. Die Daten werden in Bezug gesetzt zu Messungen, die im Rahmen einer anderen Doktorarbeit mit entarteten Rubidium-Quantengasen aufgenommen und mit einer quantenmechanischen Theorie beschrieben wurden. Die hier vorliegenden experimentellen Daten zeigen dieselbe Asymmetrie wie diese Messungen und können durch eine klassische Theorie wiedergegeben werden. Durch ein vereinfachtes klassisches Modell lässt sich eine intuitive Erklärung der Asymmetrie der Stabilitätsdiagramme finden, die auf einer verstimmungsabhängigen Änderung der durch den CARL-Prozess verursachten langreichweitigen interatomaren Wechselwirkung basiert. Des Weiteren wurde die Separation von Impulsklassen untersucht, die bei Erhöhung der Pumpleistung für positive Verstimmung auftritt und bei negativer Verstimmung nicht zu beobachten ist. Mit Hilfe des vollen und des vereinfachten klassischen Modells kann eine Erklärung für das Phänomen gefunden werden.





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>13</b>
2.1	Atom im Lichtfeld: semiklassisches Modell . . . . .	13
2.2	Atom im Lichtfeld: klassisches Modell . . . . .	15
2.3	Beeinflussung von Licht durch Atome . . . . .	16
2.4	Beeinflussung von Atomen durch Licht . . . . .	18
2.5	CARL Gleichungen . . . . .	19
2.5.1	Quantenmechanischer CARL . . . . .	19
2.5.2	Klassischer CARL . . . . .	22
2.5.3	Spiegelrückstreuung . . . . .	25
2.6	Simulation . . . . .	25
2.7	Vereinfachtes klassisches Modell . . . . .	30
2.7.1	Asymmetrie der Stabilitätsdiagramme . . . . .	31
2.7.2	Dämpfung . . . . .	34
2.7.3	Stabilitätsdiagramm . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>37</b>
3.1	Atome kühlen und fangen . . . . .	37
3.1.1	Das Kühl-Lasersystem . . . . .	42
3.2	Das Pumplicht . . . . .	45
3.2.1	Der Titan:Saphir Pumplaser . . . . .	49
3.2.2	Platzierung der Atome . . . . .	52
3.3	Elektronische Steuerung . . . . .	53
3.3.1	Der ADwin . . . . .	54
3.3.2	Eigenbau-Elektronik und Arduino . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Stabilitätsdiagramme des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers</b>	<b>59</b>
4.1	Durchführung der Messungen . . . . .	60
4.2	Stabilitätsdiagramm mit kondensierten Atomen . . . . .	62
4.3	Stabilitätsdiagramme mit thermischen Atomen . . . . .	63
4.3.1	Messung bei 400nK . . . . .	64
4.3.2	Messungen bei 9 $\mu$ K . . . . .	65
4.3.3	Weitere Temperaturen . . . . .	66
4.3.4	Veränderter Modenabstand . . . . .	67
4.4	Vergleich mit Simulationen . . . . .	68
4.4.1	Vergleich vereinfachtes und volles Modell . . . . .	71
4.4.2	Simulationen mit schmaler Linienbreite . . . . .	72

<b>5</b>	<b>Atomare Geschwindigkeitsklassen bei positiver Verstimmung</b>	<b>75</b>
5.1	Vergleich mit Simulation . . . . .	77
5.2	Erklärung des Phänomens . . . . .	79
5.3	Mikroskopieren der Ortsverteilung . . . . .	82
5.3.1	Ordnungsparameter der Geschwindigkeitsklassen . . . . .	85
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>87</b>
6.1	Stabilitätsdiagramme . . . . .	87
6.2	Separation von Impulsklassen . . . . .	89
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>91</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>95</b>

# 1 Einleitung

Seit mehreren hundert Jahren wird am Verständnis der Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht geforscht und unser Bild von diesen grundlegenden physikalischen Entitäten wird immer weiter verfeinert. Je präziser eine physikalische Fragestellung die tatsächliche Natur eines Teilchens behandelt, desto aufwändiger und komplexer werden in der Regel die experimentellen Aufbauten, die zu ihrer Beantwortung notwendig sind. Während im Alltag üblicherweise Atome im Molekülverbund bei hohen kinetischen Energien vorliegen, lassen sich in der atomphysikalischen Forschung wenige Atome bei extrem niedrigen Temperaturen betrachten, die sehr gut kontrolliert werden können. Auch im Falle des Lichts lassen sich drastische Einschränkungen der Komplexität vornehmen: Von den vielen Moden des freien Raums, die Licht üblicherweise besetzt, kann mit Hilfe eines optischen Resonators eine einzelne Mode ausgewählt werden. Je höher die Reflektivität der Spiegel und damit die Finesse des Resonators, desto ausschließlicher befindet sich das Licht in der ausgewählten Mode. Durch Verwendung von Laserlicht ist dieses Licht außerdem kohärent.

Abhängig davon, ob man ein einzelnes Atom oder eine größere Menge betrachtet, lassen sich unterschiedliche Fragestellungen bearbeiten. Ein einzelnes kaltes Atom im Hochfinesse-Resonator eröffnet das große Forschungsfeld der Cavity-Quantenelektrodynamik [Wal06]. So kann zum Beispiel die Anwesenheit eines Resonators die Lebensdauer eines angeregten atomaren Zustands verkürzen, da die Dichte der Vakuummoden, an die das Atom koppeln kann, im Resonator erhöht ist [Pur46], [Goy83]. Auch kann die Dynamik von Atomen im Lichtfeld beobachtet [Hoo98], [Hoo00], [Mue99], oder sogar ein Atom durch einzelne Photonen gefangen werden [Pin00]. Berühmt wurden in der Gruppe von S. Haroche durchgeführte Experimente mit einem ultrakalten Mikrowellenresonator und Rydberg-Atomen [Bru96], [Del08]. Dabei konnten unter anderem einzelne Photonen zerstörungsfrei im Resonator beobachtet werden [Bru90], [Gle07], [Gue07]. Für diese Messung werden Rydberg-Atome durch den Resonator geschickt, deren Zustände durch die Anwesenheit eines Photons beeinflusst werden. Durch Vermessen der Atomzustände lässt sich feststellen, wie lange sich das Photon im Resonator befindet.

Die Kontrolle der äußeren Freiheitsgrade eines Atoms im Resonator bietet die Möglichkeit zur Kühlung. Hierfür wird Licht verwendet, das von der atomaren Resonanz verstimmt ist. Durch Streuung eines Photons erhält ein Atom einen klar definierten Rückstoß. Ist dieser der Bewegung des Atoms entgegen gerichtet, so wird das Atom abgebremst. Da Licht, das einen Teil der Bewegungsenergie des Atoms aufgenommen hat, durch einen Resonatorspiegel entweichen kann, wird Energie abtransportiert. Damit ist ein effektives Kühlen des Atoms möglich [Hor97], [Vul00], [Mau04]. Im Gegensatz zum Laserkühlen [Chu85], [Pro85] ist das Resonatorkühlen auch auf Ionen oder Moleküle anwendbar [Lei09], [Mor07].

Eine schrittweise Erhöhung der Komplexität des Systems erlaubt die Untersuchung einer Vielzahl an Szenarien. Wird statt eines einzelnen Atoms eine größere Menge von Atomen verwendet, so lassen sich kollektive Effekte studieren. Dabei sind verschiedene Aufbauten realisiert worden. Bei Verwendung eines linearen Resonators gibt es zum einen die Möglichkeit, Licht direkt einzukoppeln, sodass es mit Atomen im Resonator wechselwirken kann [Tuc06], [Sau04]. Alternativ kann durch Lichtstreuung an den Atomen die Resonatormode befüllt werden. Dabei lässt sich entweder eine laufende elektromagnetische Welle senkrecht zum Resonator einstrahlen [Zip05] [Dom02], oder eine Stehwelle [Cha03], [Bau10].

In einem linearen Resonator lässt sich Licht nicht in nur einer Laufrichtung einkoppeln, da beide Laufrichtungen fest aneinander gekoppelt sind. Die Situation ändert sich bei einem Ringresonator, der die beiden Laufrichtungen trennt. Der einfachste Ringresonator besteht aus drei Spiegeln, die im Dreieck angeordnet sind. Auch hier lässt sich wieder auf unterschiedliche Weise Licht einkoppeln. Realisiert wurde die Einkopplung einer laufenden Welle von der Seite über Streuung von Atomen [Bux11], und die Befüllung beider Moden, wobei entweder beide stark gepumpt sind [Nag03], oder eine eine deutlich stärkere Leistung besitzt [Kru03]. Außerdem lässt sich auch nur von einer Seite Licht einkoppeln, das durch die Atome in die andere Laufrichtung gestreut wird [Sla07].

Die letzten beiden Szenarien wurden im Rahmen des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers (collective atomic recoil laser, CARL) diskutiert [Kru03], [Jav04], [Rob04]. Hierbei handelt es sich um ein System, in dem Licht an kalten Atomen so gestreut wird, dass durch einen kollektiven Effekt kohärentes Licht mit einer neuen Frequenz entsteht. Dieses Konzept ähnelt dem freien Elektronenlaser [Mad71], [Eli76], bei dem durch kollektives Oszillieren von Elektronen kohärentes Licht produziert wird. Der ursprüngliche Vorschlag zu CARL [Bon94a], [Bon94b], [Bon95] sieht vor, dass von einer Seite ein starker Laserstrahl die Atome bestrahlt, und von der gegenüberliegenden Seite ein schwacher. Damit liegt eine schwache Stehwelle vor, dessen Dipolpotential auf die Atome wirkt. Da das Licht rotverstimmt ist, wirkt auf die Atome eine Kraft, die zu den Intensitätsmaxima weist. Die daraus resultierende Strukturierung der Atome im Abstand einer halben Wellenlänge führt dazu, dass das von den Atomen gestreute Licht konstruktiv interferiert. Dies verstärkt das Dipolpotential und damit die weitere Strukturierung der Atome. Es handelt sich also um einen selbstverstärkten, oder selbstorganisierten, Prozess.

Diese Art der Strukturbildung ist aus vielen Bereichen der Wissenschaft bekannt. So gibt es eine Art von Zikaden, deren Zirpen über längere Zeiträume hin synchronisiert. Auch bei Glühwürmchen tritt der Effekt auf, dass das periodische Aufglühen vieler Tiere synchronisiert [Cam03]. In der Geologie sind symmetrische Gesteinsformen bekannt, die sich in einem selbstorganisierten Prozess aus Lava gebildet haben. In der Physik ist die einfachste Form von Selbstorganisation bei gekoppelten Pendeln zu finden. Schon Huygens bemerkte, dass zwei Pendel, die an einem gemeinsamen Holzbalken hängen, mit der Zeit die Phase der Pendelbewegung angleichen [Huy73] [Pik01]. Die ma-

---

thematische Beschreibung des Phänomens wurde später von Kuramoto formuliert [Kur84].

Auch der CARL-Prozess kann mit dem Kuramoto-Modell verglichen werden [Jav08]. Es ist möglich, eine formale Analogie zwischen den beiden Modellen herzustellen, wenn eine zusätzliche Reibung eingeführt wird. Diese Bedingung ist realisiert im ersten Experiment, das eindeutig den CARL-Prozess zeigt [Kru03]. Hierfür wurden Atome mit einer Temperatur um  $150\mu\text{K}$  verwendet. Zusätzlich zum Pumpelaser werden hier Laserstrahlen für eine optische Melasse eingestrahlt, die eine Dissipationswirkung auf das System ausübt. Als Signatur des CARL ist die plötzlich verstärkte Lichtstreuung beobachtbar, die ab einer kritischen Pumpleistung auftritt und eine Frequenzdifferenz zum Pumplicht aufweist. Die Abhängigkeit der Laserschwelle von einigen experimentellen Parametern wie Atomzahl und Verstimmung zur atomaren Resonanz wurde in [Cub04] untersucht.

Später wurden bei deutlich kleineren Temperaturen, knapp oberhalb der atomaren Rückstoßtemperatur, CARL-Messungen realisiert [Sla07]. Auch mit Bose-Einstein-Kondensaten, also makroskopischen Quantenzuständen [And95], ließ sich die Instabilität erzeugen und in einem quantenmechanischen Modell beschreiben. Da bei diesen Experimenten keine optische Melasse vorlag, lässt sich die Situation nicht auf das Kuramoto-Modell übertragen. Jedoch lässt sich eine Analogie zu einem fundamentalen Modell herstellen [Dic54], das 1954 von R. Dicke entwickelt wurde. In den ursprünglichen Überlegungen wird die Situation betrachtet, in der sich eine Menge an Atomen im elektronisch angeregten Zustand befindet. Die Atome sind über einen Raum verteilt, der deutlich kleiner ist als die Wellenlänge des Lichts, das von den Atomen durch spontane Emission abgegeben werden kann. Durch einen kollektiven Effekt der Atome können die Phänomene Subradianz oder Superradianz auftreten. Im ersten Fall gerät das System nach anfänglicher Streuung in einen angeregten Zustand, in dem kein Licht mehr gestreut wird. Diese Situation wurde experimentell mit kalten Atomen realisiert [Pav85], aber bisher nur wenig untersucht. Es gibt jedoch Vorschläge zu möglichen zukünftigen Experimenten [Col09], [Bie12]. Bei der Superradianz geben alle Atome ihre Energie ab, jedoch ist die Leistung des gestreuten Lichts nicht proportional zur Anzahl der Atome, sondern zu ihrem Quadrat. Superradianz ist in verschiedenen Experimenten realisiert worden [Skr73], [Gro76], [Ino99].

Überträgt man den Formalismus der Superradianz auf den CARL-Prozess, so entsprechen die angeregten Atome bei Dicke den unbewegten Atomen bei CARL, da dies die instabile Situation ist, sie sich ändern kann. Durch Lichtstreuung geraten Atome in den Endzustand, den bewegten Zustand. Anstelle des Zerfalls elektronisch angeregter Atome betrachtet man also den Übergang unbewegter Atome in bewegte. Es konnte gezeigt werden, dass das CARL-Szenario der Materiewellen-Superradianz entspricht, die jedoch nicht exakt übertragbar ist auf die Dicke Superradianz. Auch durch transversales Pumpen kann ein superradiantes System erzeugt werden [Bux11].

Während bei der Diskussion der Superradianz der Fokus auf das gestreute Licht gerichtet wird, wurden ähnliche Experimente unter einem anderen Paradigma betrachtet: im Zusammenhang mit Quantenphasenübergängen [Voj03]. Dabei handelt es sich um

Situationen, in denen bei  $T=0$  zwei mögliche quantenmechanische Grundzustandsphasen für ein System vorliegen. Durch Quantenfluktuationen kann der Übergang vom einen in den anderen Zustand ermöglicht werden. In der Festkörperphysik gibt es eine Vielzahl an unterschiedlichen Quantenphasenübergängen [Bit96], [Sac00], [Son97], in der Atomphysik ist der Begriff besonders bekannt durch das Beispiel des Mott-Isolator-Übergangs [Gre02]. Dabei wird ein Bose-Einstein-Kondensat in ein optisches Gitter geladen und geht in einen reinen Fock-Zustand über, bei dem sich in jedem Gittertopf nur ein einzelnes Atom befindet. Während im Kondensat eine kohärente Phasenbeziehung aller Atome vorliegt, ist diese Kohärenz im Mott-Isolator nicht mehr vorhanden. Der Übergang vom einen in den anderen Zustand wird durch Vakuumfluktuationen verursacht.

Als Quantenphasenübergang mit langreichweitigen Wechselwirkungen zwischen Atomen wurde schon vor einiger Zeit der Dicke Quantenphasenübergang vorgeschlagen [Lie73], [Wan73]. In Zürich wurde er experimentell mit einem linearen Resonator realisiert [Dom02], [Asb07], [Bau10]. Hier wird eine Stehwelle senkrecht zu einem linearen Resonator eingestrahlt. Ab einer verstimmungsabhängigen, kritischen Pumpleistung streuen Atome, die sich im Resonator befinden, Licht in den Resonator. Dadurch ordnen sich die Atome in einem Schachbrettmuster an, wobei es zwei mögliche Anordnungen gibt – entsprechend den weißen oder schwarzen Feldern eines Schachbretts. Aufgrund der langreichweitigen Symmetrie der superfluiden Atome wird dieser Zustand supersolid genannt. Der Hamiltonoperator, der die Wechselwirkung im System beschreibt, lässt sich schreiben als

$$H = \lambda(\hat{a}^+ + \hat{a})(\hat{J}_+ + \hat{J}_-).$$

Dabei steht  $\hat{a}$  für die Lichtmode, die durch Streuung befüllt wird, und  $\hat{J}_+$  bzw.  $\hat{J}_-$  bezeichnet den Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperator, der Übergänge zwischen den Impulszuständen beschreibt. Die Stärke der Wechselwirkung ist durch  $\lambda$  gegeben. Dieser Hamilton entspricht dem Hamilton des Dicke Quantenphasenübergangs [Ema03].

Auch mit einem Ringresonator lässt sich eine ähnliche Situation untersuchen. Dies wurde von uns während der Zeit meiner Doktorarbeit realisiert und ist Thema der Doktorarbeit meines Kollegen Dag Schmidt. Wir verwendeten kondensierte Atome und bestimmten abhängig von der Verstimmung des Pumplichts zum Resonator die Schwelle, ab der der CARL-Prozess stattfindet [Sch14]. Die Situation lässt sich mit einer quantenmechanischen Theorie beschreiben. Simulationen der Gleichungen liefern Ergebnisse, die den experimentellen gut entsprechen. Unter der Annahme, dass – an der Schwelle – sich die Besetzung des unbeschleunigten Zustands nicht ändert, kann die Beschreibung weiter vereinfacht werden. Der Hamilton, der dann der Wechselwirkung im System zugrunde liegt, lässt sich auf folgende Form bringen:

$$H = \lambda_1(\hat{a}\hat{c}_1 + \hat{a}^+\hat{c}_1^+ + \hat{a}\hat{c}_{-1}^+ + \hat{a}^+\hat{c}_{-1}),$$

mit der Kopplungsstärke  $\lambda_1$  und den Entwicklungskoeffizienten der Eigenwerte  $\hat{c}_1$  und  $\hat{c}_{-1}$ . Dabei bezeichnen die Indizes der Entwicklungskoeffizienten die Orientierung des atomaren Impulses, der entweder parallel zum Pumpstrahl (1) oder antiparallel dazu

---

(-1) gerichtet sein kann. Die ersten beiden Terme sind im Dicke Hamilton und unserem identisch, bei den letzten beiden Termen unterscheiden sich jedoch die Vorzeichen der Indizes. Damit entspricht unsere Situation nicht dem Dicke Phasenübergang, ist diesem jedoch sehr ähnlich. Während das Züricher Experiment als Phasenübergang in einem offenen System verstanden wird, handelt es sich bei der Situation mit Ringresonator um eine dynamische Instabilität.

Trägt man die kritische Pumpleistung in Abhängigkeit von der Verstimmung zum Resonator auf, so fällt die starke Asymmetrie der Daten auf. Für negative Verstimmung wächst die Schwelle deutlich schneller an als für positive. Auch in der theoretischen Beschreibung tritt diese Asymmetrie auf. Um dies zu erklären, hilft eine Betrachtung der Eigenwerte von Licht- und Atomzuständen. Für alle Verstimmungen ist die Schwelle bei einer Pumpleistung erreicht, bei der eine Entartung zweier Zustände auftritt. Für negative Verstimmung sind dies Eigenzustände, die ursprünglich einem Atomzustand und dem Licht zuzuordnen sind, für positive Verstimmung zwei Atomzustände. Das Licht besitzt also im ersten Fall eine deutlich stärkere Rolle. Dies erklärt, dass die Schwelle für negative Verstimmung sehr schnell ansteigt, wenn die Verstimmung des Lichts größer wird. Diese formale Erklärung liefert jedoch noch keinen intuitiven, anschaulichen Grund, der die zugrunde liegende Physik beleuchtet.

Es stellte sich für uns die Frage, inwieweit quantenmechanische Effekte in unserem Experiment eine Rolle spielen. Da für unseren Resonator Spiegelrückstreuung gut untersucht ist [Kre07] und einen deutlichen Einfluss auf das System hat, können wir davon ausgehen, dass nicht Vakuumfluktuationen die Selbstorganisation in Gang bringen, sondern Photonen, die durch Rauigkeit an den Spiegeln gestreut werden. Auch Streuung an den – nicht in perfekter Unordnung vorliegenden – Atomen ist sicherlich relevant. Doch auch abgesehen von der Verursachung der Instabilität wären bei Experimenten mit Bose-Einstein-Kondensaten quantenmechanische Effekte denkbar, die die Form des Stabilitätsdiagramms bestimmen.

Aus diesem Grund führten wir verstimmungsabhängige CARL-Messungen auch mit thermischen Atomen bei Temperaturen zwischen  $0,4$  und  $9\mu\text{K}$  durch. Sie werden in dieser Arbeit vorgestellt und diskutiert. Während man sich bei  $0,4\mu\text{K}$  im Übergangsbereich zwischen Quantenmechanik und klassischer Physik befindet, ist die De Broglie-Wellenlänge der Atome bei  $9\mu\text{K}$  so klein, dass die Situation eindeutig klassisch ist. Anhand der Form des thermischen Stabilitätsdiagramms erwarteten wir, Rückschlüsse über die Natur der Instabilität ziehen zu können: Wäre die Form des Diagramms deutlich anders als das mit Kondensaten aufgenommene, so wäre eine quantenmechanische Erklärung des Kondensat-Diagramms notwendig. Im gegenteiligen Fall würde auch die klassische Physik eine angemessene Erklärung des Prozesses liefern. Um die thermischen Daten theoretisch zu beschreiben, wird die CARL-Theorie aus [Hec98], [Gan00] verwendet.

Es stellt sich heraus, dass die thermischen Diagramme dem BEC-Diagramm stark ähneln. Damit ist zumindest die Form des Stabilitätsdiagramms kein Anzeichen für quanten-

mechanische Effekte. Die thermische Theorie gibt außerdem die Daten gut wieder. Wir entwickelten des weiteren eine vereinfachte thermische Theorie, die wir für die Situation mit nur einem bis drei Atomen analysierten. Dadurch lässt sich eine anschauliche Erklärung der Asymmetrie der Stabilitätsdiagramme finden. Des weiteren analysierten wir die atomaren Geschwindigkeitsverteilungen für erhöhte Pumpleistung. Während für negative Verstimmung die Verteilung breiter und im Mittel beschleunigt wird, gibts es für positive Verstimmung eine Auftrennung der Atomwolke in zwei Geschwindigkeitsklassen: Die kleine verbleibt unbeschleunigt, die größere gelangt zu immer höheren Geschwindigkeiten. Die Analyse dieses Phänomens führte zu weiteren Erkenntnissen bezüglich der grundlegenden Physik, die beim CARL-Prozess stattfindet.

Die Arbeiten an den Stabilitätsdiagrammen wurden von meinem Kollegen Dag Schmidt und mir zusammen durchgeführt. Die Instandhaltung und Optimierung des Labors involvierte uns beide gleichermaßen. Die Experimente mit kondensierten Atomen wurden von Dag Schmidt vorgenommen, die mit thermischen Atomen von mir. Die Arbeit an der Theorie und den Simulationen teilte sich so auf, dass mein Kollege sich mit dem quantenmechanischen und dem vereinfachten thermischen Modell beschäftigte und ich mich mit dem vollen thermischen Modell.



## 2 Theorie

Die CARL-Dynamik, die in unserem Experiment untersucht wird, hat die Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht zur Grundlage. Diese muss, wenn man sie genau betrachtet, quantenmechanisch behandelt werden. Für unseren Fall genügt allerdings eine klassische Beschreibung mit dem Lorentz-Modell. Hierbei wird angenommen, das Atom verhalte sich wie ein Dipol, der durch das Lichtfeld zum Schwingen angeregt wird und seinerseits wiederum Licht aussendet. Betrachtet man nicht nur ein Atom, sondern eine große Anzahl Atome, dann hängt die Richtung der kollektiv abgestrahlten Lichtleistung sehr stark von der Anordnung der Atome ab. Als Extremfall wird die periodische Anordnung im Abstand der halben Lichtwellenlänge vorgestellt. In unserem Experiment wird diese Anordnung nicht vorgegeben, sondern stellt sich in einem selbstorganisierten Prozess unter Mitwirkung des Resonators ein. Diese Situation wird durch ein System gekoppelter Differentialgleichungen beschrieben, deren numerische Lösung durch Simulation erlangt werden kann. Ein vereinfachtes Modell vernachlässigt die Dynamik des Lichts im Resonator. Hierdurch können anschauliche Einblicke in die grundlegende Physik des Systems erlangt werden.

### 2.1 Atom im Lichtfeld: semiklassisches Modell

Ein Atom besteht aus einem positiv geladenen Atomkern und negativ geladenen Elektronen, sodass das Atom im Ganzen keine Ladung besitzt. Photonen, also Licht, koppeln über die elektromagnetische Wechselwirkung an Teilchen. Betrachtet man das Atom nur als neutrales Teilchen, so ist eine Kopplung von Licht an ein Atom nicht denkbar. Es stellt sich also die Frage, wie im Atom eine Ladungstrennung entstehen kann, die dies ermöglicht.

Das Außenelektron kann im Feld des Kerns bestimmte, quantisierte Zustände einnehmen. Die Energie eines Zustands ist verbunden mit räumlichen Vorgaben für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons. In jedem Zustand ist die Ladungsverteilung des Elektrons um den Kern symmetrisch, sodass es aus einer Distanz betrachtet keine Trennung der Ladungen, also keinen Dipol gibt. Dass das Elektron eine Energie annimmt, die zwischen zwei Zuständen liegt, ist gemäß den Gesetzen der Quantenmechanik verboten. Jedoch kann es in einen Überlagerungszustand zweier Zustände gebracht werden, wodurch sich ein Dipol ausbilden kann. Dies geschieht zum Beispiel durch Einwirkung eines Lichtfeldes und ermöglicht gleichzeitig die Wechselwirkung mit einem Lichtfeld. Ein solches System wird mit einem Hamiltonoperator beschrieben, der sich aufteilt in den Anteil  $H_{at}$ , der die atomaren Energiezustände beschreibt, und den Anteil  $V = -\mathbf{d}\mathbf{E}$ , der für den Licht-Atom-Wechselwirkungsoperator steht. Dabei wird der Dipoloperator  $\mathbf{d} = -er$  verwendet,

der die Ladung  $e$  und die Länge des Dipols  $\mathbf{r}$  enthält, und das Lichtfeld  $\mathbf{E}$ . Die zeitabhängige Schrödingergleichung ist also

$$i\hbar \frac{\delta}{\delta t} \Psi(\mathbf{r}, t) = (H_{at} + V) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.1)$$

Durch die Anwesenheit des Lichts gelangt das Atom in einen Überlagerungszustand zwischen dem energetisch tiefsten Zustand und einem angeregten Zustand. Der Anteil des angeregten wird immer größer, bis das Atom sich schließlich ganz in diesem Zustand befindet. Dann wächst der Anteil des Grundzustands wieder an, bis das Atom ganz im Grundzustand ist. Diese Oszillation zwischen beiden Zuständen hält für einige Zeit an (diese Zeit ist durch die Dämpfung gegeben, welche im einfachsten Fall nur vom spontanen Zerfall herrührt) und wird Rabi-Oszillation genannt. Im eingeschwungenen Fall ist die Besetzung des angeregten Zustands abhängig von 1. der Lichtleistung und 2. der Verstimmung der Lichtfrequenz zur Resonanz des Atoms höchstens  $1/2$ , das heißt die Wahrscheinlichkeit, dass das Atom bei einer Messung im angeregten Zustand vorliegt, ist  $1/2$ . Die Änderung der Besetzung von Grund- bzw. angeregtem Zustand (als Dichtematrixelemente  $\rho_{11}$  bzw.  $\rho_{22}$ ) wird durch die optischen Bloch-Gleichungen beschrieben [Lou03].

$$\dot{\rho}_{11} = -\dot{\rho}_{22} = \frac{1}{2}i\Omega(e^{i\delta t}\rho_{12} - c.c.) - \gamma\rho_{11} \quad (2.2)$$

$$\dot{\rho}_{12} = \dot{\rho}_{21}^* = \frac{1}{2}i\Omega e^{-i\delta t}(\rho_{11} - \rho_{22}) - \gamma/2\rho_{12} \quad (2.3)$$

mit der Rabi-Frequenz  $\Omega = \frac{e\mathbf{E}}{\hbar} \langle \mathbf{r} \rangle$ , der Verstimmung zwischen Feldfrequenz und Resonanzfrequenz des Dipols  $\delta = \omega - \omega_0$ , den gemischten Dichtematrixelementen  $\rho_{12}$  und  $\rho_{21}$  und der Dämpfungskonstanten  $\gamma$ , die der Linienbreite des Übergangs entspricht.

Das Atom kann die angesammelte Energie entweder durch stimulierte oder durch spontane Emission abgeben. Im ersten Fall ist die Phase des gestreuten Lichts kohärent zum äußeren Lichtfeld. Im letzteren Fall ist der Zeitpunkt der Emission und damit auch die Phase zufällig. Je größer die Besetzung des angeregten Zustands, desto größer ist die Rate des spontan emittierten Lichts. Da die Besetzungswahrscheinlichkeit über die Leistung des Lichtfeldes gegeben ist, ist diese ein Maß für die Kohärenzeigenschaft des gestreuten Lichts. In diesem Zusammenhang ist die Sättigungsintensität  $I_{sat}$  eine nützliche Größe. Ist das Lichtfeld resonant, so beträgt die Besetzung des angeregten Zustands bei Sättigungsintensität genau  $1/4$ . Der allgemeine Zusammenhang zwischen Rabi-Frequenz und Lichtintensität ist dabei [Lou03]

$$\frac{I}{I_{sat}} = \frac{2\Omega^2}{\gamma^2} \quad (2.4)$$

Möchte man eine kohärente Lichtstreuung, so muss die Lichtintensität deutlich unterhalb der Sättigungsintensität bleiben. In diesem Fall kann die durch Vakuumfluktuationen verursachte spontane Emission vernachlässigt werden und die Situation lässt sich klassisch beschreiben.

## 2.2 Atom im Lichtfeld: klassisches Modell

Als klassische Betrachtung von Lichtstreuung an Teilchen, die kleiner sind als die Wellenlänge des Lichts, dient das Lorentz-Modell [Gri00]. Dabei wird das Außenelektron des Atoms als Teilchen in einem harmonischen Potential behandelt. Mit der Schwingung des Elektrons um den Kern ist ein sich zeitlich veränderndes Dipolmoment verbunden. Dieses kann durch externe elektromagnetische Felder angetrieben werden und strahlt selbst ein Feld ab. Ist die Energie des Lichts zu klein, um einen atomaren Übergang zu bewirken, so wird die auftretende Streuung als Rayleigh-Streuung bezeichnet.

Die Formulierung des Problems entspricht der eines klassischen harmonischen Oszillators. Die zeitabhängige Kraft  $m\ddot{x}$  (in unten stehender Gleichung durch die Elektronenmasse  $m$  geteilt), die auf das Elektron wirkt, setzt sich aus folgenden Kräften zusammen [Mil88]: Die Rückstellkraft ist proportional zum Ort des Elektrons  $x$  und entspricht einer Federkraft, wie sie vom Hook'schen Gesetz bekannt ist. Sie ist das zentrale Element eines harmonischen Oszillators. Ein Dämpfungsterm, der proportional zur Dämpfungsrate  $\Gamma$  ist, gibt den Energieverlust durch Strahlungsemission des schwingenden Dipols an. Auch Stöße zwischen Atomen können im klassischen Bild zu Dämpfung führen. Der Gleichung kann außerdem eine äußere Kraft hinzu gefügt werden, die den Oszillator antreibt. Dies ist das elektrische Feld  $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{e}}E_0 \cdot e^{-i\omega t}$ .

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - \Gamma \dot{x} - (e/m_e)E \quad (2.5)$$

Grundsätzlich existieren bei einer bewegten Ladung im Feld auch magnetische Kräfte, sie spielen aber eine deutlich geringere Rolle und können hier vernachlässigt werden.

Die Lösung der Gleichung ist

$$x = \frac{\alpha(\omega)}{e} E \quad (2.6)$$

mit

$$\alpha(\omega) = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega}. \quad (2.7)$$

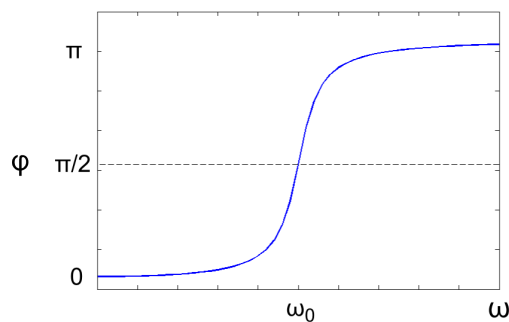
Durch die Auslenkung des Elektrons relativ zum positiven Kern entsteht ein Dipol. Das Dipolmoment ist dabei gegeben durch die Ladung des Elektrons und seine Entfernung vom Kern

$$\mathbf{p} = ex = \alpha(\omega)E \quad (2.8)$$

Da das E-Feld zu Anfang komplex definiert wurde, ist auch die Auslenkung  $x$  hier eine komplexe Größe. Der tatsächliche Ort ist der Realteil dieser Größe. Eindimensional, also in Auslenkungsrichtung, betrachtet, beträgt er

$$Re(x) = E_0 Re(\alpha) \cos(\omega t) + E_0 Im(\alpha) \sin(\omega t) \quad (2.9)$$

Es hängt also vom Real- bzw. Imaginärteil von  $\alpha(\omega)$  ab, ob die Auslenkung des Elektrons stärker durch eine Kosinus- oder eine Sinusfunktion definiert ist [Hec05]. Der Kosinus bedeutet eine Schwingung, die gleichphasig zum antreibenden äußeren Lichtfeld stattfindet, der Sinus ist um  $\pi/2$  dazu phasenversetzt.  $\alpha(\omega)$  wiederum ist abhängig von der Frequenz des Lichtfeldes, das heißt die antreibende Frequenz relativ zur Resonanzfrequenz des Dipols bestimmt die Phasenbeziehung der Dipolschwingung im Feld. Die Relativphase  $\phi = \text{Im}(\alpha(\omega)) / \text{Re}(\alpha(\omega))$  ist in Abb. 2.1 illustriert. Das Verhalten entspricht der bekannten Phasendynamik eines Pendels. Ist die antreibende Frequenz sehr klein, so kann der Oszillator folgen und schwingt mit derselben Phase. Bei Resonanz ist die Phasenverschiebung genau  $\pi/2$ , darüber hinaus wird sie größer und nähert sich schließlich  $\pi$  an.



**Abbildung 2.1:** Die Relativphase  $\phi$  von Imaginär- zu Realteil von  $\alpha$  bestimmt die Phasenbeziehung zwischen Dipol und antreibendem Feld. Bei kleinen Frequenzen ist sie 0, wächst bei Resonanz an auf  $\pi/2$ , und erreicht für hohe Frequenzen schließlich  $\pi$ .

Für deutlich negative Verstimmung, wie sie in den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten vorlag, schwingt der Dipol in Phase mit dem Lichtfeld. Dies ist die Situation, die als Rayleigh-Streuung bekannt ist. Die Streurate ist durch den Cosinus-Term gegeben und damit proportional zum Realteil von  $\alpha$ .

### 2.3 Beeinflussung von Licht durch Atome

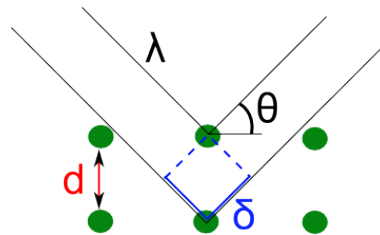
Angeregte Atome geben in der Näherung geringer Lichtleistung und großer Verstimmung ihre Energie in Form von kohärenter Strahlung ab. Hier soll betrachtet werden, in welche Richtung diese Strahlung ausgesendet wird. Wenn man nur ein einziges Atom betrachtet, dann wird das Licht wie bei einer Antenne hauptsächlich in der Ebene senkrecht zur Dipolachse ausgesendet. Je größer die Abweichung von dieser Ebene, desto geringer die Lichtleistung. Parallel zur Dipolachse wird kein Licht gestreut.

Betrachtet man jedoch nicht nur ein Atom, sondern eine große Ansammlung von Atomen, so können verschiedene Streusituationen entstehen. Im Fall einer homogenen Verteilung findet nur in Vorwärtsrichtung konstruktive Interferenz statt. In allen anderen Richtungen gibt es zu jeder abgestrahlten Welle eine Welle, die mit dieser destruktiv interferiert. In Vorwärtsrichtung macht sich die Anwesenheit der Atome in einem veränderten Brechungsindex bemerkbar: Durch jeden Streuvorgang gibt es eine Phasenverzögerung,

sodass die gesamte Phase des Lichts beim Austritt aus dem Medium geändert ist [Mil88].

Anders ist die Situation, wenn die Atome in Gitterebenen strukturiert sind. In einer bestimmten Richtung ist die Phasenbeziehung zwischen den gestreuten Wellen mehrerer Atome dann gleich, wenn der Gangunterschied  $2\delta$  einem ganzzahligen Vielfachen  $n$  der Wellenlänge  $\lambda$  entspricht.

$$2\delta = n\lambda \quad (2.10)$$



**Abbildung 2.2:** Normalerweise überlagern sich Lichtwellen beim Durchgang durch ein Medium nur in Vorwärtsrichtung konstruktiv. Liegt das Medium jedoch in einer Gitterstruktur vor, so kann es in einem ganz bestimmten Winkel zur konstruktiven Überlagerung der gestreuten Lichtwellen kommen. Dieser Winkel ist durch die Bragg-Bedingung gegeben.

Der Winkel, in dem dann konstruktive Interferenz der Lichtstrahlen stattfindet ist über die Bragg-Bedingung gegeben

$$n\lambda = 2d\sin(\Theta) \quad (2.11)$$

wobei  $d$  der Abstand zwischen zwei Gitterebenen ist und  $\Theta$  der gesuchte Streuwinkel.

Eine besondere Situation liegt vor, wenn die Gitterebenen senkrecht zur Einfallrichtung des Lichts liegen. In diesem Fall ist neben Streuung in Vorwärtsrichtung auch Streuung in Rückwärtsrichtung möglich. Dies kann man sich zunutze machen, wenn man die Atome in einem Ringresonator plaziert. Ohne Resonator wechselwirkt das rückwärts gestreute Licht nur einmal mit den Atomen. Wenn das Licht aber die Mode eines Resonators besetzt, verbleibt es in dieser Mode entsprechend der Zerfallszeit des Resonators. Es kann dadurch viele Male mit den Atomen wechselwirken.

Handelt es sich bei den Atomen um mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegte Atome, so kann dennoch Bragg-Streuung stattfinden. Allerdings ist im Ruhesystem des Atoms dann die Wellenlänge des Lichts eine andere, sodass das gestreute Licht im Laborsystem eine veränderte Frequenz aufweist. Die Frequenzänderung beträgt

$$\Delta\omega = qv \quad (2.12)$$

wobei  $q = k_1 - k_2$  die Differenz der Wellenzahlen der beiden Lichtwellen ist.

## 2.4 Beeinflussung von Atomen durch Licht

Durch die Atom-Licht-Wechselwirkung ändert sich nicht nur das Lichtfeld, sondern auch die Atome werden beeinflusst. Die Kraft, die auf die Atome wirkt, lässt sich aufteilen in die Dipolkraft und den Strahlungsdruck.

Die Dipolkraft ist relevant, wenn das Lichtfeld eine inhomogene Intensitätsverteilung aufweist, wie sie zum Beispiel in einer stehenden Welle vorliegt. Ein Dipol im elektrischen Feld hat allgemein die Energie  $U = -\mathbf{d}\mathbf{E}$ . Dies gilt auch für einen Dipol im oszillierenden Feld. Wenn die Frequenz des Lichtfelds kleiner ist als die Resonanzfrequenz des Dipols, dann schwingt das Atom in Phase mit dem Feld, das Dipolmoment steht parallel zum Feld. Dadurch entsteht eine Kraft in Richtung Intensitätsmaximum des Feldes. Eine Wolke von Atomen, die sich in einer rotverstimmten Stehwelle befindet, wird sich also in den Intensitätsmaxima verteilen. Anders ist die Situation bei blauverstimmtem Licht. Hier kann der Dipol dem schnell oszillierenden Feld nicht mehr folgen, er steht antiparallel zum Feld und wird aus den Orten großer Intensität herausgedrängt. Die Dipolkraft, die in diesen Situationen entsteht ist gegeben durch [Gri00]

$$F_{dip} = -\nabla U_{dip}(r) = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(r). \quad (2.13)$$

Da das Feld zeitlich nicht konstant ist, ist es auch die Dipolkraft nicht. Die hier angegebene Größe erhält man durch Mittelung über eine Schwingungsperiode des Feldes. Eine wichtige Anwendung der Dipolkraft sind Dipolfallen, in denen kalte Atome gespeichert werden können.

Der Strahlungsdruck ist ein Phänomen, das in den hier vorgestellten Experimenten nicht von Bedeutung ist. Da in den vollen CARL-Gleichungen jedoch auch Strahlungsdruck beschrieben ist, soll er hier kurz vorgestellt werden [Gri00]. Intuitiv ist der Strahlungsdruck im Photonenbild zu verstehen. Durch die Absorption und Reemission eines Photons wird auf das Atom ein Impuls übertragen. Dieser Impuls ist abhängig vom Richtungsunterschied zwischen absorbiertem und emittiertem Photon. Im klassischen Bild bekommt man über den Poynting-Vektor  $\mathbf{S} = \epsilon_0 c^2 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$  die durch das Feld übertragene Leistung, durch die das Atom beschleunigt wird.

Die Rate, mit der Photonen aus dem Lichtfeld gestreut werden, entspricht der gesamten absorbierten Leistung geteilt durch die Energie eines Photons

$$\Gamma_{str} = \frac{P_{abs}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(r) \quad (2.14)$$

Diese Gleichung beschreibt, dass für große Intensitäten die Streurrate auch immer größer wird. Dies gilt nicht für sehr große Intensitäten, da dann, wie oben beschrieben, Sättigung auftritt. Für kleine Intensitäten ist die hier angegebene Rate aber eine gute Näherung.

## 2.5 CARL Gleichungen

Die in unserem Experiment realisierte Situation verbindet zwei Phänomene, die oben beschrieben wurden: Die Bragg-Streuung an Atomen, die in Gitterebenen strukturiert sind und die Bewegung von Atomen zu den Orten hoher Lichtintensität in einem rotverstimmten Lichtgitter. Dabei wird die Gitterstruktur, die das Experiment bestimmt, aber nicht von außen vorgegeben. Vielmehr bildet sie sich durch Selbstorganisation aus.

Damit dies möglich ist, befinden sich die zu extrem niedrigen Temperaturen gekühlten Atome in einem optischen Ringresonator. Im Gegensatz zu einem linearen Resonator zeichnet sich der Ringresonator dadurch aus, dass es zwei voneinander trennbare Umlaufrichtungen des Lichts gibt. Durch Befüllen einer Mode, der Pumpmode, ist die andere, die Testmode, zunächst unbeeinflusst. Die Übertragung von Licht in die Testmode geschieht mit Hilfe der Atome: wenn diese etwas Licht in die Testmode streuen, dann bildet sich durch die gleichzeitige Anwesenheit beider Lichtmoden eine Gitterstruktur in der Lichtintensität aus. Dies ist ähnlich einer stehenden Welle, aber wegen der Impulsübertragung auf die Atome hat das gestreute Licht eine etwas geringere Frequenz, sodass das Gitter sich langsam bewegt. In dieser schwachen Gitterstruktur wirkt nun eine Dipolkraft auf die Atome, die sich darum zu Orten großer Lichtintensität bewegen. Durch die derartige Strukturierung der Atome wird wiederum die Braggstreuung erhöht und das Gitter wird tiefer, weswegen die Dipolkraft anwächst. In sehr kurzer Zeit entstehen durch diesen selbstorganisierten Prozess höhere Impulszustände der Atome und kohärentes Licht, das sich in der Testmode, in Rückwärtsrichtung, durch den Resonator bewegt. Aus diesem Grund wird der Prozess CARL genannt: kollektive atomic recoil lasing, also das Entstehen eines Lasers durch kollektiven atomaren Rückstoß.

Die Theorie, die diesen Prozess beschreibt, ist in [Bon94a], [Bon94b] zum ersten Mal vorgestellt. In anderer Notation wird sie in [Gan00] wieder aufgenommen und erweitert. Da in letzterer Notation die Variablen leichter mit experimentellen Größen vergleichbar sind, wird sie in den experimentellen Arbeiten, die in der Vergangenheit in unserem Labor durchgeführt wurden, verwendet (z.B. [Kru03] [Cub04] [Sla07]).

### 2.5.1 Quantenmechanischer CARL

Der CARL Prozess kann prinzipiell auf zwei Arten beschrieben werden: quantenmechanisch und klassisch. Der größte Unterschied liegt in der Quantisierung der Impulszustände im quantenmechanischen Bild: Hier kann ein Atom nicht auf kontinuierliche Weise im Potential beschleunigt werden, sondern nur in Schritten, die dem Rückstoß eines Photons entsprechen. Die quantenmechanischen CARL-Gleichungen lassen sich mit Operatoren beschreiben. Dies ist dann interessant, wenn man Verschränkungseffekte zwischen Licht und Atomen betrachten will, wie es in [Pio01] [Pio03] vorgeschlagen wird. In den bisherigen CARL-Messungen ist dies aber nicht relevant, sodass statt der Operatoren der

## 2 Theorie

---

Lichtfelder  $\hat{a}$  und  $\hat{a}_p$  von Test- und Pumpmode die Erwartungswerte  $a$  und  $a_p$  verwendet werden können.

Die makroskopische Wellenfunktion des Kondensats lässt sich dank der Quantisierung der Impulszustände mit Hilfe einer Fourier-Entwicklung als Linearkombination von Impuls-eigenzuständen  $|n\rangle$  angeben

$$|\Psi(x)\rangle = \sum_n c_n |n\rangle, \quad (2.15)$$

mit den Entwicklungskoeffizienten der Eigenwerte  $c_n$ .

Damit können die semi-klassischen CARL-Gleichungen geschrieben werden als

$$\dot{a} = (-\kappa - i\Delta_c - i\frac{U_0}{\hbar}N) \cdot a - i\frac{U_0}{\hbar}a_p \sum_n c_n^* c_{n-1}. \quad (2.16)$$

$$\dot{c}_n = -in^2\omega_r c_n - i\frac{U_0}{\hbar}(c_{n-1}a_p a^* + c_{n+1}a a_p^*). \quad (2.17)$$

Hierbei tritt die Rückstoßfrequenz  $\omega_r$  auf, außerdem die Feldzerfallsrate  $\kappa$  und die Verstimmung zur Resonanz des Resonators  $\Delta_c$ . Die Kopplungsstärke pro Photon  $U_0$  ist definiert als

$$U_0 := \frac{g^2}{\Delta_a} \quad (2.18)$$

mit der Verstimmung zur atomaren Resonanz  $\Delta_a$  und der Kopplungskonstante

$$g := \sqrt{\frac{\omega d_{eff}^2}{2\hbar\epsilon_0 V}}. \quad (2.19)$$

Das Modenvolumen  $V$  ist dabei

$$V = \frac{1}{2}L \cdot \pi w_x w_y = \frac{\pi}{2} \cdot 87mm \cdot 88\mu m \cdot 117\mu m = 1,40mm^3. \quad (2.20)$$

Für die Berechnung des effektiven Matrixelements  $d_{eff}$  werden die  $\sigma_-$ -Kopplungen an die Zustände  $F = 2, m_F = 1$  und  $F = 1, m_F = 1$  der  $^{87}\text{Rb}$  D1 Linie berücksichtigt. Diese sind mit  $d_1$  bzw.  $d_2$  bezeichnet und gegeben als

$$d_1 = -\sqrt{\frac{1}{6}}d, \quad (2.21)$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{1}{2}}d, \quad (2.22)$$

mit dem reduzierten Matrixelement

$$d = \langle J = 1/2 ||er|| J' = 1/2 \rangle = 2.537 \times 10^{-29} Cm. \quad (2.23)$$

Damit ist



$$d_{eff} = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2}. \quad (2.24)$$

Der Faktor  $\frac{1}{2}$  vor der Wurzel rührt daher, dass bei einer Quantisierungsachse parallel zur optischen Achse das linear polarisierte optische Feld in eine links- und eine rechtszirkular polarisierte Komponente zerlegt werden muss. Da nur eine Komponente des Feldes an die Atome koppelt, ist das effektive Matrixelement um einen Faktor 2 reduziert.

Damit berechnet sich die Kopplungskonstante  $g_{theo}$  zu

$$g_{theo} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} d \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\epsilon_0 V}} = 2\pi \cdot 48,9 \text{kHz}. \quad (2.25)$$

Um die Daten dieser Arbeit korrekt wiederzugeben, muss diese Kopplungskonstante allerdings modifiziert werden. Die hier verwendete Kopplungskonstante ist

$$g = K \cdot g_{theo} = K \cdot 2\pi \cdot 48,9 \text{kHz}, \quad (2.26)$$

mit  $K = 1,75$ .

Die erste CARL-Gleichung beschreibt die Änderung des gestreuten Lichtfeldes. Das Feld zerfällt entsprechend der Rate, die durch die Linienbreite des Resonators gegeben ist: je schmaler die Linie, desto länger bleibt das Feld erhalten. Dieser Term wird modifiziert mit der Verstimmung von der Resonatorresonanz  $\Delta_c = \omega_c - \omega$  und dem Brechungsindex  $U_0 N$ , der durch die Anwesenheit der Atome entsteht. Die Streuung von Licht aus der Pumpmode in die gestreute Mode ist durch die Kopplungsstärke gegeben. Außerdem spielt für die Streuung das Dichtegitter der Atome, wie es durch die Summe gegeben ist, eine zentrale Rolle.

Die zweite Gleichung bezieht sich auf die Änderung des Impulszustandes, dessen Besetzung durch  $c_n^2$  gegeben ist. Die Besetzung kann nur in Schritten von der Rückstoßfrequenz  $\omega_r$  größer oder kleiner werden. Die Befüllung des n-ten Zustands aus benachbarten Zuständen variiert räumlich entsprechend der Form des Dipolpotentials und ist proportional zur Kopplungsstärke.

Diese Gleichungen beschreiben die Schwelle des CARL: Zu Anfang besetzen alle Atome den Zustand  $c_0$ , und kein Licht befindet sich in der gestreuten Mode. Ab einer kritischen Pumpleistung beginnen die Atome jedoch sehr schnell, höhere Impulszustände zu besetzen und das gestreute Licht wächst an. Um diese Schwelle - abhängig von der Verstimmung zum Resonator - zu erhalten, müssen die Gleichungen gelöst werden. Mit der Näherung, dass nur die atomaren Zustände  $c_0, c_1$  und  $c_{-1}$  berücksichtigt werden, lassen sich die Gleichungen numerisch lösen. Man erhält ein Stabilitätsdiagramm, also eine Darstellung der kritischen Pumpleistung abhängig von der Verstimmung, wie es in Abb. 2.6 gezeigt ist.

Für die Situation genau an der Schwelle kann außerdem die zusätzliche Näherung gemacht werden, dass die Besetzung des nullten Impulszustands  $c_0$  sich nicht ändert. Man kann damit den Hamilton, der das System beschreibt, umformulieren in

$$H_{3m} = \lambda(\hat{a}\hat{c}_1 + \hat{a}^+\hat{c}_1^+ + \hat{a}c_{-1}^+ + \hat{a}^+c_{-1}) \quad (2.27)$$

Hier gibt  $\lambda$  die Kopplungsstärke an, die Dächer auf den Zuständen zeigen an, dass es sich um Operatoren handelt - die aber später durch ihre Erwartungswerte ersetzt werden können. Diese Formulierung des Hamilton erlaubt es, eine Parallele zur Beschreibung eines Phasenübergangs im Dicke Formalismus zu ziehen [Dic54], [Ema03]. Damit ist eine Verbindung zu einem quantenmechanischen Phänomen hergestellt, das sich klassisch nicht verstehen lässt und aus diesem Grund interessant ist. Die nähere Betrachtung dieser Beschreibung ist aber Thema der Dissertation von Dag Schmidt und soll hier nicht weiter ausgeführt werden.

### 2.5.2 Klassischer CARL

Es ist auch möglich, die Gleichungen 2.16 und 2.17 in klassische Gleichungen umzuschreiben. Wann dies eine sinnvolle Näherung ist, ist eine interessante Frage. Zum einen kann man die quantenmechanische Natur des Kondensats in den Vordergrund stellen und davon ausgehen, dass das System klassisch wird, sobald die Atome nicht mehr ein entartetes Quantengas darstellen. Dann weisen die Wellenfunktionen der Atome nicht mehr alle dieselbe Phase auf und ihre Wellennatur ist in ihrem Verhalten weniger prägnant.

Jedoch lassen sich auch unkondensierten Atomen bis ca. 200nK Wellenlängen zuordnen, die über den interatomaren Abstand und auch über die Gitterkonstante des Lichts hinausgehen. Erst wenn die thermische de Broglie-Wellenlänge kleiner ist als diese beiden Größen, befindet man sich definitiv im klassischen Bereich. Nimmt man für den kondensierten Zustand eine Dichte von  $10^{12}$  Atomen pro  $\text{cm}^3$  an, also in einer Raumrichtung  $10^4$  pro cm, so ist der abgeschätzte interatomare Abstand  $1\mu\text{m}$ . Die Gitterkonstante des optischen Gitters beträgt 390nm. Die thermische Wellenlänge eines Atoms ist gegeben durch [Yan00]

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\pi mk_B T}}, \quad (2.28)$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum  $\hbar$ , der atomaren Masse  $m$  und der Boltzmann-Konstante  $k_B$ . Bei 400nK - der tiefsten Temperatur, bei der wir mit thermischen Atomen arbeiteten - ist damit die thermische Wellenlänge 300nm, also knapp unterhalb der Gitterkonstanten. Man befindet sich also im Übergangsbereich zwischen klassischem und Quantenregime. Bei der höchsten von uns verwendeten Temperatur,  $9\mu\text{K}$ , beträgt die thermische Wellenlänge 60nm, die Situation ist klassisch.

Für die Beschreibung des klassischen Systems müssen die quantenmechanischen Gleichungen umformuliert werden. Dabei wird der Impuls der Atome als kontinuierliche Va-

riable angesehen und die Bewegung des Atoms im Potential geschieht nach Newton'schen Bewegungsgleichungen. Die Herleitung ist in [Hec98] [Gan00] zu finden. Man erhält Gleichungen für das Pumpfeld  $\alpha_+$ , das gestreute Feld  $\alpha_-$  und die Positionen  $z_n$  von N Atomen.

$$\dot{\alpha}_{\pm} = (-\kappa - N\gamma_0 + i\Delta_c - iNU_0)\alpha_{\pm} - (\gamma_0 + iU_0)\alpha_{\mp} \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n} + \eta_{\pm} \quad (2.29)$$

$$m\ddot{z}_n = 2\hbar k\gamma_0(\alpha_+^* \alpha_+ - \alpha_-^* \alpha_-) + i2\hbar kU_0(\alpha_+^* \alpha_- e^{-2ikz_n} - \alpha_-^* \alpha_+ e^{2ikz_n}). \quad (2.30)$$

Wie im quantenmechanischen Fall, ist auch hier in Gleichung 2.29 zunächst die Zerfallsrate des Resonators berücksichtigt, durch die das Licht in einer Mode abnimmt. Verluste können außerdem durch inkohärente Streuung geschehen. Dabei ist

$$\gamma_0 = \frac{\Gamma}{\Delta_a^2} g^2,$$

wobei hier die Dämpfungsrate  $\Gamma$  durch die natürliche Linienbreite des Übergangs gegeben ist. Die zeitliche Oszillation der Amplitude  $\alpha$  ist beeinflusst durch die Verstimmung zur Resonanz und durch den aufgrund der Anwesenheit der Atome geänderten Brechungsindex. Weiter ist die Streuung von einer Mode in die andere beschrieben, die von der Kopplungsstärke und der Anordnung der Atome abhängt. Letztere ist in der Summe über die e-Funktionen enthalten, deren Phase über den Ort der Atome gegeben ist. Darum wird der Term

$$b = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n} \quad (2.31)$$

auch Ordnungsparameter oder „bunching“-Term genannt. Bei gleichmäßiger Verteilung der Atome ist der Term Null. In diesem Fall wird auch kein Licht von der einen in die andere Mode gestreut. Liegen die Atome in Abständen der halben Wellenlänge vor, so ist der Term 1 und die maximale Menge an Licht wird gestreut. Die Größe  $\eta_{\pm}$  beschreibt die Pumprate, mit der Licht von außen in die jeweilige Mode eingebracht wird.

Gleichung 2.30 beschreibt die Kraft, die auf das Atom mit dem Index n wirkt. Sie enthält zunächst einen Term, der die Dämpfungsrate darstellt. Dieser Term beschreibt den in Kapitel 2.4 beschriebenen Strahlungsdruck. Der zweite Term gibt das Dipolpotential an, das bei rot verstimmtem Licht die Atome in Richtung großer Lichtleistung beschleunigt. Diese Kraft wird größer, je tiefer das optische Dipolpotential ist.

Damit die in der Theorie verwendeten Größen  $\alpha_{\pm}$  in experimentelle Größen umgerechnet werden können, sei hier noch die Abhängigkeit der Leistung P in den beiden Moden angegeben:

$$P_{\pm} = \hbar\omega\Delta_{fsr}|\alpha_{\pm}|^2, \quad (2.32)$$

mit dem freien Spektralbereich  $\Delta_{fsr}$ . Die beiden Gleichungen 2.29 und 2.30 enthalten einige

Größen, die für die bei uns realisierte Situation vernachlässigt werden können. Sie wurden hier zum einen der Vollständigkeit halber angegeben, zum anderen, um den Vergleich zu anderen Experimenten zu erleichtern, in denen der CARL-Prozess unter anderen Rahmenbedingungen untersucht wurde. Die Vereinfachungen, die hier vorgenommen werden, sind die folgenden:

- Da von außen Licht nur in die Pumpmode gebracht wird, kann  $\eta_-$  gleich Null gesetzt werden.
- Die Befüllung der Pumpmode von außen ist so groß, dass das Licht, das von der Testmode in die Pumpmode gestreut wird, vernachlässigt werden kann. Aufgrund der relativ großen Linienbreite des Resonators gerät die Lichtleistung in der Pumpmode sehr schnell in einen Gleichgewichtszustand, sodass die Änderung dieses Lichts nicht betrachtet werden muss. Es gilt also  $\dot{\alpha}_+ = 0$ .
- Die Verstimmung zur atomaren Resonanz ist so groß, dass spontane Emission keine Rolle spielt:  $\gamma_0 \ll U_0$  und  $N\gamma_0 \ll \kappa$ . Darum können alle Terme, die  $\gamma_0$  enthalten, vernachlässigt werden.
- Diese Beschreibung enthält eine Differenzialgleichung pro beteiligtes Atom. Selbst wenn man die Lösung numerisch, also durch Simulation am Computer, sucht, kann nicht eine beliebig große Anzahl an Gleichungen gelöst werden. Darum wird als weitere Größe die Anzahl der simulierten Atome  $N_{simu}$  eingeführt. Die Kopplungsstärke  $U_0$ , die für ein einzelnes Atom gilt, wird in der Gleichung für das Lichtfeld ersetzt durch  $\tilde{U}_0 = (N/N_{simu})U_0$ . Damit wird zwar nicht die Dynamik jedes einzelnen Atoms berücksichtigt, aber die Veränderung der Kopplungsstärke durch die große Atomzahl.

Damit sind die CARL-Gleichungen, wie sie in dieser Arbeit verwendet werden:

$$\dot{\alpha}_- = (-\kappa + i\Delta_c - iNU_0)\alpha_- - i\frac{N}{N_{simu}}U_0\alpha_+ \sum_{n=1}^{N_{simu}} e^{2ikz_n} \quad (2.33)$$

$$m\ddot{z}_n = i2\hbar kU_0(\alpha_+^* \alpha_- e^{-2ikz_n} - \alpha_-^* \alpha_+ e^{2ikz_n}). \quad (2.34)$$

Die Lösungen der Gleichungen werden durch Simulation ermittelt. Mehr dazu ist in Kapitel 2.6 beschrieben.

### 2.5.3 Spiegelrückstreuung

Aufgrund von Rauigkeit der Spiegeloberflächen gibt es im Resonator auch dann Streuung von Pumplicht in die rücklaufende Mode, wenn keine Atome sich im Resonator befinden. Diese Spiegelrückstreuung wurde in unserem Resonator ausführlich untersucht [Kre07]. Die Streuung ist proportional zum Raumwinkel  $\Omega_S$ :

$$\frac{\Omega_S}{4\pi} = \left(\frac{\omega_{waist}}{4L}\right)^2 \quad (2.35)$$

Der Anteil des gestreuten Lichts hängt von der Reflektivität der Spiegel ab. Die Streuverluste  $S$  werden vom Spiegelhersteller angegeben und betragen bei uns maximal 1100ppm. Damit ist der Koeffizient, der die Reflektion bestimmt

$$\beta = \sqrt{\frac{S\Omega_S}{4\pi}}, \quad (2.36)$$

und die Kopplungsstärke zwischen Pump- und gestreuter Mode

$$U_S = \pi\Delta_{fsr}\beta, \quad (2.37)$$

was in Einheiten der Feldzerfallsrate  $U_S \approx 0,6\kappa$  pro Spiegel beträgt. Ein zusätzlicher Term, der zu dieser Kopplungsstärke proportional ist, kann in die Gleichung für  $\alpha_-$  eingefügt werden. Damit ist

$$\dot{\alpha}_- = (-\kappa + i\Delta_c - iN_{simu}\tilde{U}_0)\alpha_- - i\tilde{U}_0\alpha_+ \sum_{n=1}^N e^{2ikz_n} + iU_S\alpha_+ \quad (2.38)$$

Allerdings ist dies nur eine grobe Abschätzung der tatsächlichen Spiegelstreuung. Wie in [Kre07] gezeigt, kann schon eine Verstimmung der Pumplichtfrequenz um einen freien Spektralbereich zu einer großen Veränderung der Spiegelrückstreuung führen. Wenn sich außerdem die Resonatorlänge ändert, kann dies weitere Auswirkungen haben. Die angegebene Kopplungsstärke ist also ein Wert, der die Größenordnung der Streuung angibt. Da wir im Experiment die Spiegelrückstreuung nicht kontrollierten, ist ihr Einfluss auf die Stabilitätsdiagramme nicht bekannt. Die Spiegelrückstreuung lässt sich aber als Fitparameter in den Simulationen verwenden.

## 2.6 Simulation

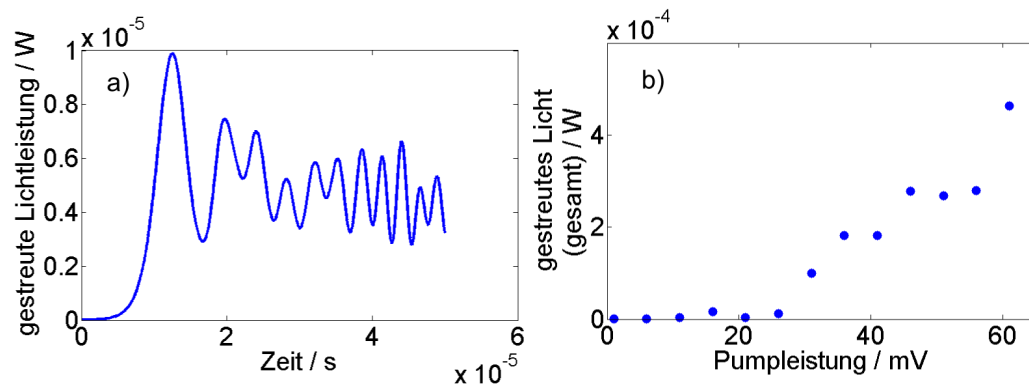
Um beurteilen zu können, inwieweit die klassischen CARL-Gleichungen die experimentelle Situation richtig beschreiben, müssen sie mit Parametern aus dem Experiment gelöst werden. Da die Beschreibung eine Gleichung pro Teilchen involviert, ist bei 200.000 Teilchen eine analytische Lösung nicht möglich. Mit Hilfe der Software Matlab kann aber eine numerische Lösung gefunden werden. Zu diesem Zweck werden zwei Skripte verwendet: Im ersten werden die Variablen definiert und der Integrator ode45 wird aufgerufen, der die zu lösenden Gleichungen bearbeitet, die in einem zweiten Programm definiert sind. Der Integrator bestimmt für jeden Zeitschritt einen Wert für Parameter wie z.B. den Ort

eines Teilchens. Diese Parameter können am Ende zeitabhängig in Diagrammen dargestellt werden. Damit die Berechnung mit Matlab auf einem PC möglich ist, muss die Anzahl an Teilchen von im Experiment verwendeten  $200.000$  bis  $4 \cdot 10^6$  reduziert werden auf  $1000$  bis  $5000$ . Dies ist möglich dank des Korrekturterms  $\frac{N}{N_{simu}}$ .

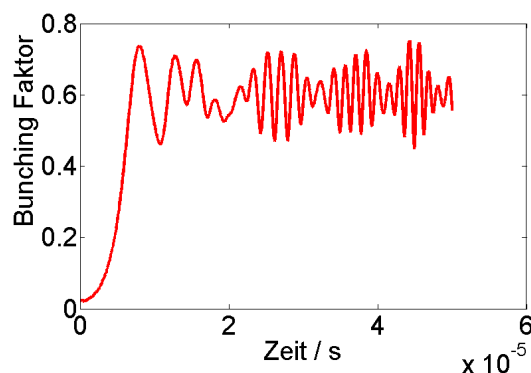
Die Zuweisung von Zahlenwerten an die Variablen ist in den meisten Fällen einfach - z.B. wird die Linienbreite als Zahl in Hertz angegeben. Soll das Programm alle Berechnungen für eine Reihe von Parametern durchführen, werden diese mit Schleifen angegeben. Dies wird für verschiedene Werte von Pumpleistung und Verstimmung so durchgeführt. Für den Ort und den Impuls von Teilchen sollen allerdings Zufallswerte in einem realistischen Rahmen verwendet werden. Für die Ortswerte wird mit der Funktion „rand“ einem Teilchen ein zufälliger Zahlenwert zwischen  $0$  und einer gewählten Obergrenze von z.B.  $50\mu\text{m}$  zugeteilt. Für die Geschwindigkeit wird die Maxwell-Boltzmann-Verteilung als Grundlage genommen. Ein Teilchen erhält einen zufälligen Geschwindigkeitswert gemäß der Wahrscheinlichkeit, die durch diese Verteilung gegeben ist. Die Orte der Teilchen, ihre Geschwindigkeiten, und die Besetzung der Lichtmode, in die gestreut wird, werden als Startwerte für die Differentialgleichungen angenommen. Die anfängliche Modenbesetzung ist dabei immer Null.

Nach Beendigung des Programms können verschiedene Variablen in Abhängigkeit von anderen ausgegeben werden. Zum Teil sind sie direkt vergleichbar mit Variablen aus dem Experiment und erlauben Rückschlüsse darauf, ob der simulierte Fall dem Experiment entspricht. In anderen Fällen ermöglichen simulierte Größen einen Einblick in Vorgänge während des Experiments, die dort nicht beobachtbar sind. Die für uns interessanten Größen werden im folgenden vorgestellt.

- Das in die rücklaufende Mode gestreute Licht über die Zeit ist ein Indikator für den CARL-Prozess: Bleibt die Lichtleistung, die zu Anfang auf Null gesetzt ist, bei sehr niedrigen Werten, so ist die Schwelle nicht erreicht worden. Wenn aber ein sprunghafter Anstieg der gestreuten Lichtleistung zu sehen ist, befindet man sich oberhalb der kritischen Pumpleistung (siehe Abb. 2.3 a)). Um für verschiedene Pumpleistungen das gestreute Licht zu vergleichen, wird die zu allen Zeitpunkten gestreute Lichtleistung addiert (Abb. 2.3 b)). Der Wert wird dann über die Pumpleistung aufgetragen. Hier ist sehr klar ein Schwellverhalten zu erkennen.
- Eine interessante Größe, die man betrachten kann, ist der Ordnungsparameter, oder „bunching“-Faktor. Er ist klein, wenn die Atome gleichmäßig im Raum verteilt sind, und wächst aber an, wenn sie sich an Orten im Abstand von  $\lambda/2$  verteilen. Ein schneller Anstieg des Ordnungsparameters lässt darum auch darauf schließen, dass die kritische Pumpleistung überschritten ist (Abb. 2.4).

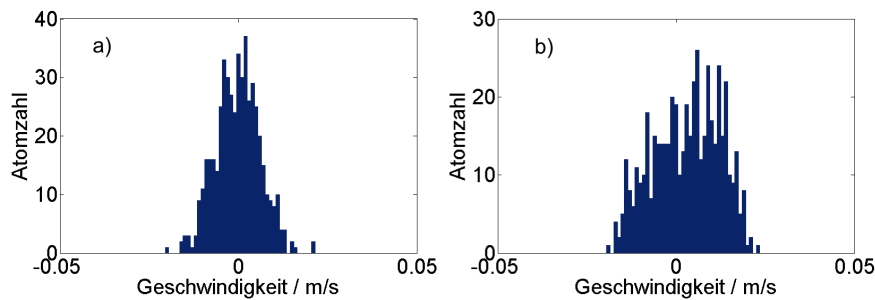


**Abbildung 2.3:** a) Oberhalb der Schwelle steigt die in die Rückrichtung des Resonators gestreute Lichtleistung zunächst steil an, fällt dann wieder ab und oszilliert. Die in der Simulation verwendete Zeit von  $50\mu\text{s}$  entspricht dem experimentellen Wert. b) Wenn man für jede Pumpleistung die gesamte gestreute Lichtleistung aufaddiert und das Ergebnis über die Pumpleistung aufträgt, ist klar eine Schwelle zu erkennen. In beiden Simulationen betrug die gesamte Atomzahl 200.000 und die Temperatur 400nK.



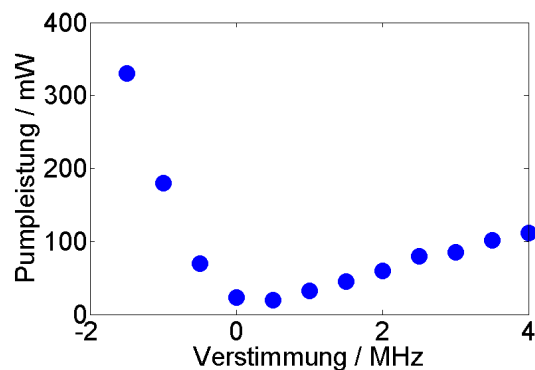
**Abbildung 2.4:** Der Ordnungsparameter zeigt an, inwieweit sich die Atome in einem regelmäßigen Gitter im Abstand der halben Licht-Wellenlänge anordnen. Oberhalb der Schwelle wächst er schnell an, und oszilliert dann um einen Wert von ca. 0,6.

- Durch Analyse des gestreuten Lichts bei einer jeweiligen Pumpleistung lässt sich das charakteristische Schwellverhalten eines Experiments simulieren. Alternativ dazu kann aber auch die Geschwindigkeitsverteilung der Atome nach der Wechselwirkung mit dem Licht betrachtet werden. Befindet man sich unterhalb der Schwelle, so ist die atomare Verteilung unverändert. Oberhalb der Schwelle ist ein Teil der Atome durch Streuung des Lichts beschleunigt worden. Dies lässt sich in Geschwindigkeits-Histogrammen darstellen (Abb. 2.5).
- Die Werte für die kritische Pumpleistung, ab der der CARL-Prozess beginnt, kann man über die Verstimmung des Pumplichts zur Resonanz des Resonators auftragen (Abb. 2.6). Wenn man die Daten durch Analyse des Lichts erhält, sind die Schwellwerte geringfügig tiefer, weil mit dieser Methode die „echte“ Schwelle erkannt wird,



**Abbildung 2.5:** Durch die Wechselwirkung mit dem Licht kann sich die Geschwindigkeitsverteilung der Atome, wie sie hier gezeigt ist, verändern. In a) ist die Pumpleistung mit 1mW deutlich unter der Schwelle, in b) ist sie mit 40mW deutlich darüber, die Geschwindigkeitsverteilung ist breiter geworden.

also die Pumpleistung, für die das gestreute Licht gerade beginnt, anzusteigen. In den Geschwindigkeits-Histogrammen ist der CARL-Prozess erst dann zu erkennen, wenn sich die Verteilung deutlich geändert hat. Die dafür nötige Pumpleistung ist geringfügig höher. Allerdings wird im Experiment nicht das Licht, sondern die Atomverteilung betrachtet. Für die bessere Vergleichbarkeit werden darum in der Simulation die Geschwindigkeits-Histogramme ausgewertet. Die so erstellten Stabilitätsdiagramme werden mit Diagrammen aus dem Experiment verglichen und sind von zentraler Bedeutung für diese Arbeit.

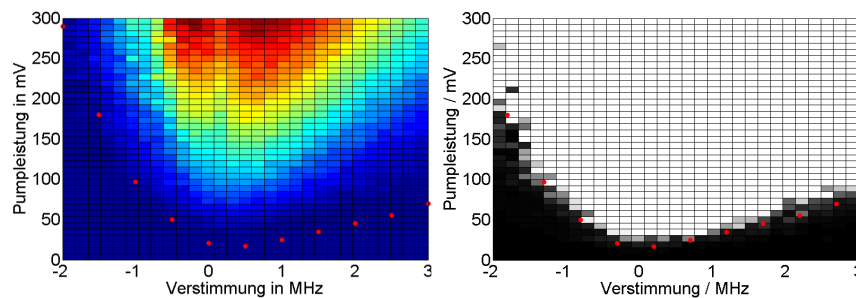


**Abbildung 2.6:** Variiert man die Verstimmung des Lasers zum Resonator (x-Achse), so verändert sich die kritische Pumpleistung (y-Achse), ab der der CARL Prozess stattfindet. Auffällig ist die Asymmetrie des Diagramms: für negative Verstimmung steigt die kritische Pumpleistung deutlich schneller an als für positive.

- Möchte man für verschiedene Verstimmungen die Zunahme des gestreuten Lichts im Resonator bei erhöhter Pumpleistung zeigen, so kann man, wie in Abb. 2.7, die gestreute Lichtleistung als Farbinformation für alle Pumpleistungen darstellen. Da die Leistung des gestreuten Lichts für hohe Pumpleistungen sehr stark anwächst, geht allerdings die Information über die genaue Position der Schwelle verloren. Auch durch

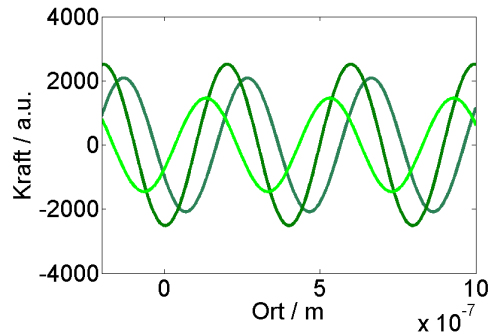


Änderung der Farbskala können nicht beide Informationen - Stärke des gestreuten Lichts und Schwelle - gleichzeitig dargestellt werden. Diese Art der Darstellung ist für unsere Zwecke darum nicht geeignet.

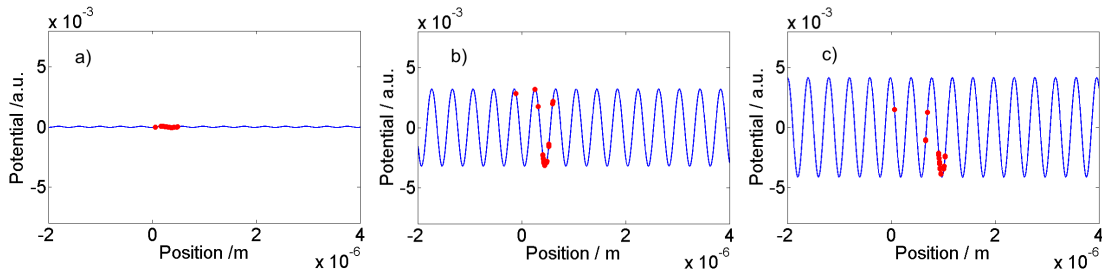


**Abbildung 2.7:** Die Leistung des gestreuten Lichts lässt sich in Abhängigkeit von sowohl Verstimmung als auch Pumpleistung als Farbplot darstellen. Links ist zu sehen, dass die Leistung für zunehmende Pumpleistung stark anwächst. Jedoch lässt die Farbcodierung die Verortung der Schwelle nicht zu. Sie ist mit roten Kreuzen markiert. Das rechte Bild hat dieselben Daten zur Grundlage, die Farbverteilung ist aber so geändert, dass man zwar die Schwelle sieht, aber nicht mehr die Zunahme der Lichtleistung. Beide Darstellungen sind für die Untersuchungen in dieser Arbeit weniger gut geeignet als Abb. 2.6.

- Im Zusammenhang mit der Frage, ob man sich oberhalb oder unterhalb der Schwelle befindet, steht außerdem die Kraft, die an einem Ort auf ein Atom wirkt. Sie ist durch die Gleichung 2.34 gegeben und wird im Programm simuliert. Da die Kraft durch die Dipol-Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht gegeben ist, variiert sie gemäß der Struktur des optischen Gitters. Die Kraft ist also eine Sinusfunktion, deren Wellenlänge der halben Lichtwellenlänge entspricht (Abb. 2.8). Je deutlicher sich die Atome im Abstand der halben Lichtwellenlänge angeordnet haben, desto größer ist die rückgestreute Lichtleistung, und desto stärker damit die Kraft, die sie zum Potentialminimum beschleunigt.
- Anstelle der Kraft kann man auch das Potential, als Integral der Kraft, betrachten. Besonders instruktiv ist es dabei, das Potential gemeinsam mit einigen Atomen als kurzen Film darzustellen. Hierfür wird für eine ausgewählte Anzahl an Zeitschritten das ortsabhängige Potential simuliert. Zusätzlich wird das Potential am Ort eines zufällig ausgewählten Atoms als farbiger Punkt markiert. Eine schnelle Präsentation der Bilder hintereinander erlaubt es, die zeitliche Veränderung als Film zu sehen. Dabei sieht es so aus, als würden die Atome durch das Potential „rollen“, was dabei hilft, eine Intuition für das experimentelle Geschehen zu entwickeln (Abb. 2.9).



**Abbildung 2.8:** Die Dipolkraft, die auf die Atome wirkt, entsteht als Überlagerung von Pump- und Testwelle. Sie hat die Form einer quasi stehenden Welle, die sich aber aufgrund der leicht unterschiedlichen Lichtfrequenzen langsam bewegt. Dargestellt ist hier die Kraft über den Ort zu drei verschiedenen Zeitpunkten. Die Welle ändert sich mit der Zeit sowohl in der Amplitude als auch in der Phase.



**Abbildung 2.9:** a) Das Potential in Abhängigkeit von der Position (blau) ist zu einem frühen Zeitpunkt sehr klein, da noch kaum Licht umgestreut wurde. b) und c) In den nächsten beiden Zeitschritten ist es deutlich größer. Mit roten Punkten markiert sind die Potentiale an den Orten zufällig ausgewählter Atome. Betrachtet man mehr Bilder dieser Art, lässt sich das Verhalten der Atome im Potential beobachten. Hier ist gut zu sehen, dass viele Atome sich im Potentialminimum ansammeln und gemeinsam mit dem Potential nach rechts wandern.

## 2.7 Vereinfachtes klassisches Modell

Durch Lösen der vollen CARL-Gleichungen kann die Theorie mit den Messwerten verglichen werden. Wie in späteren Kapiteln gezeigt, stimmen Theorie und Messungen gut überein. Jedoch bleiben Fragen zur Dynamik während der Instabilität offen. Die eine betrifft die Asymmetrie der Diagramme. Ein intuitives Verständnis dafür, dass die Schwelle für negative Verstimmung deutlich schneller ansteigt als für positive, konnte weder im quantenmechanischen Modell noch im vollen klassischen Modell gefunden werden. Die andere offene Frage bezieht sich auf die Dämpfung des Systems. Damit zufällig verteilte Atome sich in den Potentialminima eines optischen Gitters ansammeln können, müssen sie Bewegungsenergie verlieren. Durch welchen Vorgang dies möglich ist, ist aber zunächst unklar. Um diesen Fragen zu begegnen, ist es hilfreich, die klassische Theorie zu vereinfachen. Dies wird hier mit einem qualitativen Minimalmodell versucht, das nur wenige Atome berücksichtigt.

### 2.7.1 Asymmetrie der Stabilitätsdiagramme

Als erstes wird die Situation für ein einziges Atom betrachtet. Dabei wird eine Trennung der Zeitskalen von Atom- und Lichtdynamik vorgenommen. Die Lebensdauer des Lichts in der Low Finesse Mode ist durch den Kehrwert der Linienbreite gegeben und beträgt ca.  $0,1\mu\text{s}$ . Auf dieser Zeitskala erreicht das Licht einen Gleichgewichtszustand im Resonator. Bewegt sich das Atom mit einer Rückstoß-Geschwindigkeit von  $1\text{cm/s}$ , so legt es in dieser Zeit eine Strecke von ungefähr  $1\text{nm}$  zurück, was eine sehr geringe Distanz ist im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts. Dies zeigt, dass der Resonatorzerfall deutlich schneller stattfindet als die Bewegung der Atome und es rechtfertigt die Annahme, dass der Resonator sich immer im Gleichgewichtszustand befindet. Der langsamen Dynamik der Atome folgt der Resonator adiabatisch. Statt die Amplitude des Lichtfeldes mit einer Differentialgleichung zu beschreiben, kann darum angenommen werden

$$\dot{\alpha}_- = 0. \quad (2.39)$$

Damit lässt sich Gleichung 2.33 nach  $\alpha_-$  auflösen:

$$\alpha_- = \frac{iNU_0\alpha_+}{-\kappa + i(\Delta_c - NU_0)} e^{2ikz_n} = \tilde{\alpha}_- e^{2ikz_n} \quad (2.40)$$

mit der zeitunabhängigen Amplitude  $\tilde{\alpha}_-$ . Damit gilt für die Lichtwelle, die von dem Atom in die Testmode gestreut wird

$$A_n = \tilde{\alpha}_- e^{-ik(z-2z_n)} e^{-i\omega t}. \quad (2.41)$$

Entsprechend ist das Feld des Pumplichts

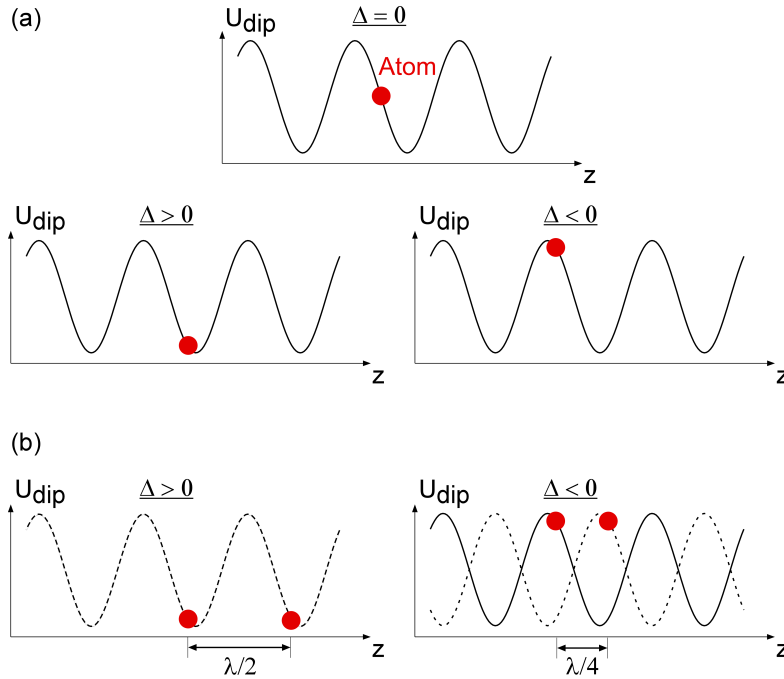
$$A_p = \alpha_+ e^{ikz} e^{-i\omega t}. \quad (2.42)$$

Die Überlagerung von Pumpfeld und Testfeld erzeugt ein räumlich variierendes Dipolpotential in Form eines sich langsam bewegenden eindimensionalen Lichtgitters. Mit der Lichtleistung, welche wiederum proportional zum Quadrat des Feldes ist, ist das Dipolpotential (hier für  $n$  Atome angegeben)

$$U_{dip}(z) \propto -|A_p + \sum_n A_n|^2. \quad (2.43)$$

Interessant ist es nun, zu betrachten, an welcher Stelle des Potentials sich das Atom befindet. Die komplexe Amplitude des gestreuten Feldes  $\tilde{\alpha}_-$  beeinflusst die Phasenbeziehung zwischen Pump- und Testlicht. Da  $\tilde{\alpha}_-$  von der Verstimmung zum Resonator abhängig ist, verändert sich der Wert des Dipolpotentials am Ort des Atoms mit der Verstimmung. Auf Resonanz sitzt das Atom an der Flanke des Potentials. Für  $\Delta \rightarrow +\infty$  nähert es sich dem Minimum an, für  $\Delta \rightarrow -\infty$  dem Maximum (Abb. 2.10a). Dies ist der grundlegende Unterschied zwischen den Verstimmungen, der letztlich zu der Asymmetrie des Stabilitätsdiagramms führt.

Zu dem einen Atom in seinem eigenen Dipolpotential fügt man nun ein zweites, mit ei-



**Abbildung 2.10:** a) Abhängig von der Verstimmung  $\Delta$  befindet sich ein einzelnes Atom an unterschiedlichen Orten in dem Potential, das es selbst durch Lichtstreuung verursacht. Auf Resonanz ist es an der Flanke, für positive Verstimmung am Minimum, für negative am Maximum des Potentials. b) Fügt man ein zweites Atom hinzu, so ist die Gesamtenergie abhängig von dem Abstand der Atome zueinander. Für positive Verstimmung ist der energetisch günstigste Abstand  $n \cdot \lambda/2$ , für negative Verstimmung  $(2n - 1) \cdot \lambda/4$ .

genem Potential, hinzu. Auf beide Atome wirkt sowohl das eigene Feld als auch das des anderen Atoms. Die Gesamtenergie beider Atome ist gegeben durch die Summe der Energien im gemeinsamen Dipolpotential.

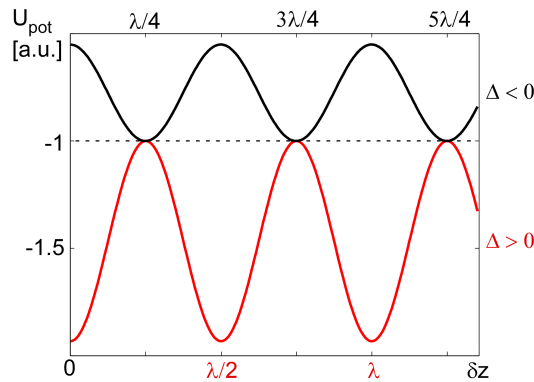
$$U_{pot}(z_1, z_2) = U_{dip}(z_1) + U_{dip}(z_2) \quad (2.44)$$

mit dem Dipolpotential an den Orten von Atom 1 ( $U_{dip}(z_1)$ ) und Atom 2 ( $U_{dip}(z_2)$ ). Mit Gleichung 2.43 erhält man

$$U_{pot} \propto -\alpha_+^2 - 2(|\tilde{\alpha}_-|^2 + \alpha_+ \text{Re}(\tilde{\alpha}_-)) [1 + \cos(2k\delta z)] \quad (2.45)$$

mit dem Relativabstand  $\delta z = z_2 - z_1$ .  $U_{pot}$  ist sowohl abhängig von der Verstimmung als auch vom Abstand der Atome zueinander. Durch Veränderung des Atomabstands ist eine Minimierung der Gesamtenergie erreichbar. Der optimale Abstand ist abhängig von der Verstimmung. Für große positive Verstimmung befinden sich beide Atome im Minimum ihres eigenen Potentials, sodass sie sich bei einem  $\lambda/2$  Abstand auch im Minimum des anderen Potentials befinden. Der optimale Abstand beträgt also  $n \cdot \lambda/2$ , mit  $n \in \mathbb{N}$  (Abb. 2.10b). Bei negativer Verstimmung gilt dies nicht. Bei einem  $\lambda/2$  Abstand sitzen beide Atome nicht nur am Maximum ihres eigenen Potentials, sondern auch am Maximum des anderen. Durch eine Verteilung im  $\lambda/4$  Abstand ist jedoch zumindest das jeweils andere

Potential minimal. Die Atome favorisieren also einen Abstand von  $(2n - 1) \cdot \lambda/4$ . Die Energie in Abhängigkeit vom Abstand ist in Abb. 2.11 gezeigt.



**Abbildung 2.11:** Gesamte potentielle Energie zweier Atome als Funktion des relativen Abstands  $\delta z$ . Die gestrichelte Linie ist die Summe der Energien, die die beiden Atome nur in ihrem eigenen Potential hätten. Für positive Verstimmung kann eine tiefere Energie erreicht werden, indem sich die Atome im  $n \cdot \lambda/2$  Abstand anordnen. Für negative Verstimmung ist der optimale Abstand  $(2n - 1) \cdot \lambda/4$ , jedoch führt dies zu keiner Verringerung der Energie.

Für positive Verstimmung ist bemerkenswert, dass hier der optimale Abstand nicht nur die gesamte potentielle Energie minimiert, sondern ein einzelnes Atom durch Anwesenheit des zweiten Atoms noch zusätzlich Energie verliert (Abb. 2.11). Dies gilt nicht für negative Verstimmung, wo das einzelne Atom im Optimalfall genau die potentielle Energie besitzt, die es ohne das zweite Atom auch hätte

Sind Atome im  $\lambda/2$  Abstand angeordnet, so interferieren die gestreuten Felder konstruktiv. Überträgt man den Fall mit nur zwei Atomen auf die Situation mit vielen Atomen so bedeutet das, dass das Dipolpotential bei positiver Verstimmung tiefer wird, wenn sich die Atome im  $\lambda/2$  Abstand angeordnet haben. Dadurch wird wiederum die Strukturierung der Atome stärker, was die Streuung erhöht. Dies ist der Fall, in dem der CARL-Prozess optimal abläuft. Anders ist die Situation für negative Verstimmung. Der optimale Abstand ist hier ein ungerades Vielfaches von  $\lambda/4$ , was zu destruktiver Interferenz führt. Es wird also besonders wenig Licht in Rückrichtung gestreut. Für negative Verstimmung ist darum der CARL-Prozess unterdrückt.

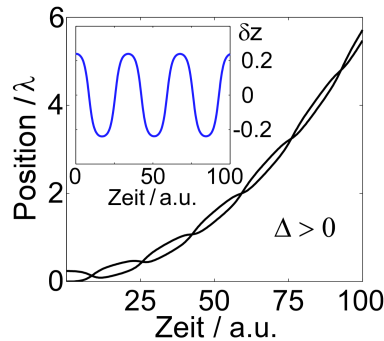
Dieses Verhalten zeigt sich im Stabilitätsdiagramm: Bei positiver Verstimmung wächst die kritische Pumpleistung sehr langsam an, während der Anstieg für negative Verstimmung sehr steil ist. Die Asymmetrie des Phasendiagramms lässt sich also im vereinfachten Modell verstehen.

### 2.7.2 Dämpfung

Wenn die Atome nicht schon zum Startzeitpunkt im optimalen Abstand angeordnet sind, so gewinnen sie auf dem Weg zu diesem Abstand kinetische Energie. Da kein Dämpfungsmechanismus vorhanden ist, behalten sie diese Energie, was zu einer konstanten Oszillation des Atoms im Potential führt. Die Dynamik eines Atoms lässt sich dabei mit Hilfe der Bewegungsgleichung

$$m\ddot{z}_n = F_{dip}(z_n) = -\left.\frac{dU_{dip}}{dz}\right|_{z=z_n} \quad (2.46)$$

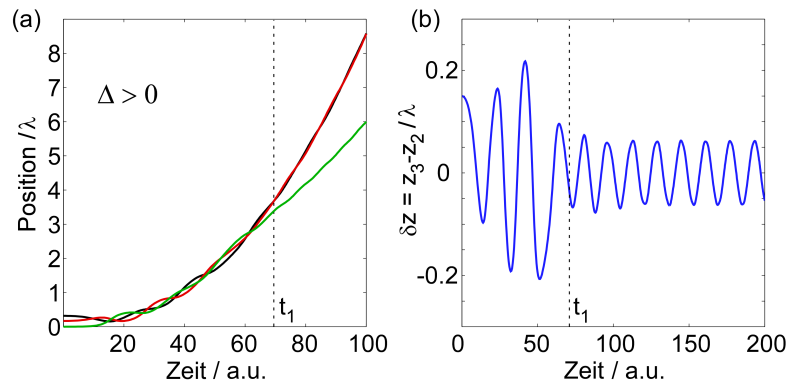
bestimmen. Die Oszillation ist in Abb. 2.12 zu sehen. Für die CARL-Instabilität muss aber eine Strukturierung der Atome stattfinden. Hier soll geklärt werden, wie es dazu kommen kann.



**Abbildung 2.12:** Wenn man die Positionen der beiden Atome (für  $\Delta > 0$ ) in Abhängigkeit von der Zeit aufträgt, ist deutlich, dass die Atome sich beschleunigt bewegen. Dabei kommt es zu einer Oszillation der Atome umeinander. Im Inset ist der relative Abstand der Atome gezeigt. Da es keine Dämpfung gibt, wird die Oszillation mit der Zeit nicht kleiner.

Zu diesem Zweck werden nun zunächst für positive Verstimmung drei Atome betrachtet. Wie in Abb. 2.13a) gezeigt, sieht zwar der Beginn der Dynamik ähnlich aus wie bisher: Die Atome werden beschleunigt und oszillieren dabei um einen gemeinsamen Schwerpunkt. Ab einem Zeitpunkt  $t_1$  jedoch trennt sich ein Atom von den anderen beiden. Es verändert seine Geschwindigkeit kaum mehr, während die anderen Atome es beschleunigt überholen. Gleichzeitig wird die Oszillation der schnellen Atome umeinander, wie in Abb. 2.13b) zu sehen, kleiner. Die Atome haben offenbar Energie an das zurückbleibende Atom abgegeben, und werden dadurch in ihr Potentialminimum hineingedämpft. Bei negativer Verstimmung tritt dieser Effekt nicht auf. Dies erklärt, wie es für positive Verstimmung zu einer Strukturierung der Atome ohne expliziten Dämpfungsterm kommen kann.

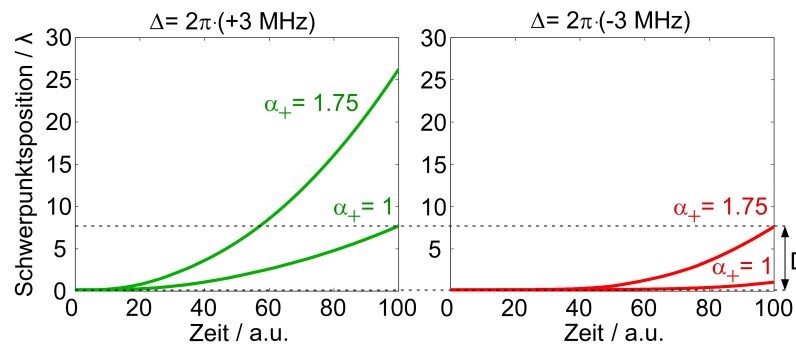
Es ist naheliegend, dass derselbe Mechanismus auch bei großen Atomzahlen auftritt und dazu führt, dass sich eine Anzahl an Atomen vermehrt in Potentialminima sammelt und stark beschleunigt wird, während die verbleibenden Atome weniger stark beschleunigt werden oder zurückbleiben. Dies wird in Kapitel 5 näher behandelt.



**Abbildung 2.13:** a) Bei der Bewegung von drei Atomen kommt es zum Zeitpunkt  $t_1$  zu einer Trennung: Während sich zwei Atome (rot und schwarz) weiter beschleunigt bewegen, verändert das dritte (grün) seine Geschwindigkeit nicht mehr. Dies hat auch eine Auswirkung auf den relativen Abstand der ersten beiden Atome. Ab dem Zeitpunkt  $t_1$  ist ihre Oszillation umeinander deutlich kleiner. Sie haben offenbar Energie an das dritte Atom abgegeben.

### 2.7.3 Stabilitätsdiagramm

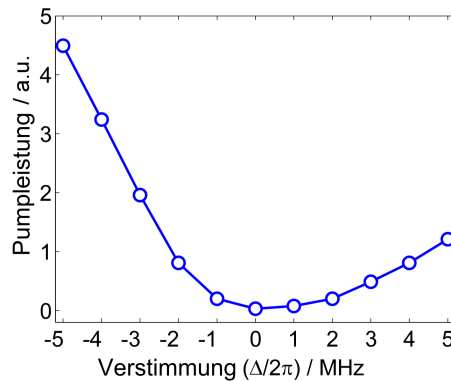
Im vereinfachten Modell mit nur drei Atomen kann ein Stabilitätsdiagramm nicht erzeugt werden, indem man die Breite der atomaren Geschwindigkeitsverteilung betrachtet, da die räumliche Verteilung der drei Atome zu sensibel von den Anfangsbedingungen abhängt. Auch in der Leistung des gestreuten Lichts ist kein Schwellverhalten zu beobachten. Vielmehr oszilliert die Lichtleistung (die ja nur drei gestreute Lichtwellen mit konstanter Amplitude  $\tilde{\alpha}_-$  enthält) in jedem Fall zwischen Null und der maximalen Leistung.



**Abbildung 2.14:** Der Schwerpunkt der simulierten Atome verändert seine Position mit der Zeit. Je größer die Pumpleistung  $\alpha_+$ , desto größer ist der nach der Zeit  $t=100$  zurückgelegte Weg. Die gestrichelte Linie gibt in beiden Bildern eine beliebige, aber feste Distanz  $D$  an. Im linken Bild, also für positive Verstimmung, wird dieser Abstand für  $\alpha_+ = 1$  zurückgelegt. Das rechte Bild zeigt eine Simulation für negative Verstimmung. Hier ist eine Pumpleistung von  $\alpha_+ = 1.75$  nötig, damit der Schwerpunkt sich um denselben Weg bewegt. Auf diese Weise können kritische Pumpleistungen für ein Stabilitätsdiagramm erlangt werden.

Um ein Stabilitätsdiagramm zu erzeugen, wird darum der Schwerpunkt der Atome analysiert. Innerhalb einer vorgegebenen Zeitdauer entfernt sich der Schwerpunkt für jede Ver-

stimmung von seiner ursprünglichen Position. Man definiert einen beliebigen, aber festen Abstand  $D$  des finalen Schwerpunkts zur Anfangsposition. Für positive Verstimmung und große Pumpleistung wird der Schwerpunkt diesen Abstand sehr schnell erreichen (Abb. 2.14). Bei einer kleineren Pumpleistung ist der Abstand  $D$  genau nach Ablauf der gegebenen Zeit erreicht. Dies definiert die kritische Pumpleistung. Für negative Verstimmung ist bei derselben Pumpleistung der Abstand deutlich kleiner. Es ist mehr Pumpleistung nötig, damit  $D$  erreicht werden kann. Die kritische Pumpleistung kann nun über die Verstimmung aufgetragen werden (Abb. 2.15). Jeder aufgetragene Punkt ist dabei der Mittelwert von 500 Simulationen.



**Abbildung 2.15:** Auf die in Abb. 2.14 dargestellte Weise kann ein Stabilitätsdiagramm für drei Atome mit dem vereinfachten klassischen Modell erzeugt werden. Aufgetragen ist dabei die kritische Pumpleistung über die Verstimmung  $\Delta$ . Man sieht deutlich dieselbe Asymmetrie wie im vollen klassischen Modell, im quantenmechanischen Modell und in den Messungen.

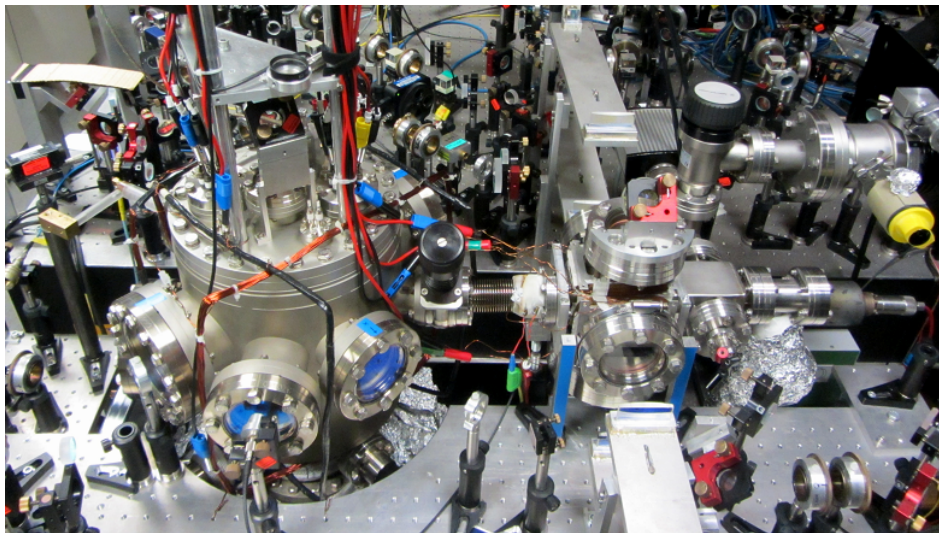
Das resultierende Stabilitätsdiagramm ist deutlich asymmetrisch. Dies spricht dafür, dass trotz der Näherungen dieses vereinfachte Modell die Physik des Systems gut beschreibt. Die anschaulichen Erkenntnisse bezüglich Dämpfung und Asymmetrie, die daraus gezogen werden, lassen sich qualitativ auf das volle System übertragen.



## 3 Experimenteller Aufbau

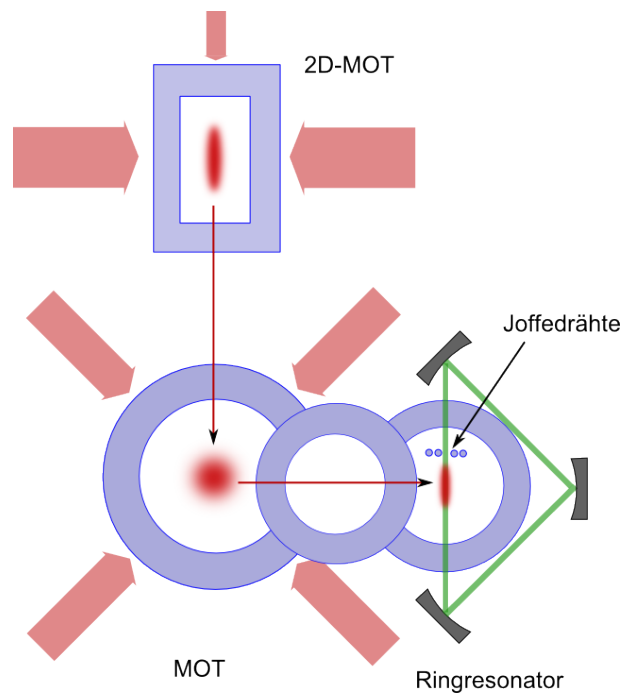
Bei Experimenten, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt wurden, werden Atome auf Temperaturen knapp über dem absoluten Nullpunkt gekühlt und Licht wird in einen hochreflektierenden optischen Resonator eingekoppelt, der sich im Vakuum befindet. Dies erfordert einen herausfordernden experimentellen Aufbau. Für die Kühlung der Atome ist die Herstellung eines extrem guten Vakuums notwendig, sowie eine sehr gute Kontrolle mehrerer Laser, Magnetfelder und der zugehörigen Elektronik. Das Licht, das in den Resonator im Vakuum eingekoppelt wird, wird von einem selbst gebauten Titan: Saphir Laser erzeugt und muss auf aufwendige Weise präpariert werden, um sowohl als Pump- als auch als Stabilisierungsstrahl dienen zu können. Alles wird von einem Steuerrechner organisiert, der einen fast vollautomatischen Betrieb des experimentellen Zyklus ermöglicht. Dies soll im folgenden vorgestellt werden.

### 3.1 Atome kühlen und fangen



**Abbildung 3.1:** In dieser Fotografie des Labors ist links die Hauptvakuumkammer zu sehen. Sie ist über einem Wellbalg mit differentieller Pumpstrecke verbunden mit der Vorvakuumkammer, die hier rechts im Bild ist. Rechts unten ist die Hülle aus geknülltem Aluminium zu sehen, die das Rohr umgibt, in dem sich 1g Rubidium befindet und dort erhitzt wird. Dahinter sieht man die Ionengetterpumpe der Vorvakuumkammer, darüber die Turbopumpe. Die Kammern sind umgeben von Optik, die hauptsächlich zur Kühlung der Rubidium-Atome dient.

Um Atome zu kühlen, muss in Vakuumkammern gearbeitet werden (Abb. 3.1), da unter Raumdruck häufige Stöße mit Atomen aus der Luft das Gas aufheizen würden. In unserem Labor werden zwei Vakuumkammern verwendet (Abb. 3.2), wobei die Vorkammer einen Druck von  $2 - 4 \cdot 10^{-7}$  mbar aufweist und die Hauptkammer einen Druck von  $1 \cdot 10^{-11}$  mbar. Damit diese Drücke erreicht werden können, werden die Kammern zunächst mit einer Drehschieberpumpe ausgepumpt, die einen Druck von  $10^{-4}$  mbar herstellt. Eine Turbopumpe pumpt dann weiter ab auf  $10^{-7}$  mbar. Da eine Turbopumpe mechanische Erschütterungen verursacht, kann sie im laufenden Experiment nicht verwendet werden. Darum ist für beide Kammern jeweils eine Ionen-Getter-Pumpe eingebaut, die einen Druck von  $10^{-7} - 10^{-9}$  mbar hält. Für die Vorkammer ist dies gut genug, für die Hauptkammer wird außerdem noch eine Titan-Pumpe verwendet. Atome, die auf das Titan stoßen, werden durch Adsorption an dieses gebunden, was das Vakuum deutlich verbessert. Heizt man außerdem die Kammer einige Tage auf ca.  $200^\circ\text{C}$  aus, so kann der erwünschte, extrem geringe Druck von  $1 \cdot 10^{-11}$  mbar oder sogar weniger erreicht werden. Eine zusätzliche Verbesserung des Drucks ist durch Kühlung mit flüssigem Stickstoff möglich. Diese Methode wird von uns nicht angewendet, da keine Notwendigkeit dafür besteht.



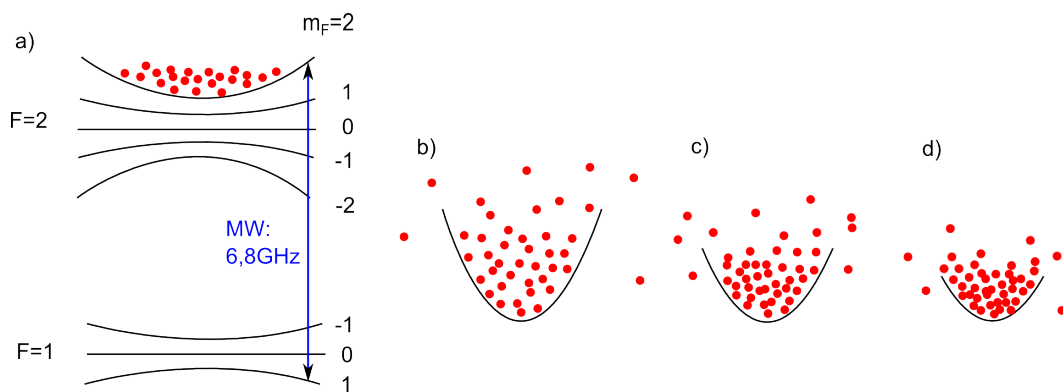
**Abbildung 3.2:** In der Vorvakuumkammer wird eine zweidimensionale MOT hergestellt und die Atome werden mit einem Beschleunigungsstrahl in die Hauptkammer gebracht. Dort kühlt eine dreidimensionale MOT weiter. Nach dem Laserkühlen werden die Atome in eine Magnetfalle geladen und mit Hilfe der Transferspulen zu den Joffedrähten gebracht. In der Joffefalle wird durch evaporatives Kühlen die gewünschte ultrakalte Temperatur erreicht, und die angestrebte Wechselwirkung mit dem Licht im Ringresonator kann untersucht werden.

Die Atome, die in unserem Setup verwendet werden, sind  $^{87}\text{Rb}$  Atome. Rubidium hat als Alkali-Element den Vorteil, dass zur Manipulation mit Lasern, wie sie hier durchgeführt wird, nur das einzelne Außenelektron berücksichtigt werden muss. Außerdem ist die Wellenlänge von 780nm der D2 Linie mit kommerziell erhältlichen Laserdioden gut erreichbar. Um Rubidiumgas zu erhalten, muss das bei Zimmertemperatur in fester Form vorliegende Metall erwärmt werden. Dies geschieht bei uns in der Vorvakuumkammer. Dort wird mit einem von außen angelegten Heizband 1g Rubidium auf ca. 40°C erhitzt, sodass ein Teil des Stoffes gasförmig wird und sich in der Kammer ausbreitet. Nun wird das warme Gas in einer zweidimensionalen Magneto-Optischen Falle (2D-MOT) gekühlt. Die Bezeichnung zweidimensional bezieht sich auf die beiden räumlichen Dimensionen, in denen Laserstrahlen auf die Atome gerichtet sind. Bezüglich dieser Richtungen wird die Geschwindigkeit der Atome verringert, während sie sich in der dritten Dimension frei bewegen können. Das Prinzip des Laserkühlens ist, dass ein Atom ein Photon aus einer definierten Richtung in eine zufällige Richtung streut. Damit ist der Impulsübertrag bei der Aufnahme des Photons entgegen der Bewegung des Atoms gerichtet, wodurch es gebremst wird. Bei der Abgabe des Photons ist die Richtung zufällig, was bei vielen Streuvorgängen keine statistische Auswirkung hat. Um Atome entsprechend ihrer Bewegungsrichtung anzusprechen - also die schnellen zu bremsen und die ruhenden nicht zu manipulieren -, wird Licht verwendet, das zum atomaren Übergang so verstimmt ist, dass immer nur eine bestimmte Geschwindigkeitsklasse von Atomen durch den Dopplereffekt dieses Licht streut. Der Laser, der die Atome kühlt, koppelt den  $F=2$  Hyperfein Grundzustand an den angeregten Zustand  $F'=3$  der D2 Linie (siehe Abb. 3.4). Damit Atome, die bei der Emission in den unerwünschten Grundzustand  $F=1$  zerfallen, nicht aus der Falle verloren gehen, wird außerdem ein Rückpump-Laser eingestrahlt, der diese Atome wieder anregt.

Um Atome nicht nur zu kühlen, sondern auch an einem definierten Ort zu versammeln, werden zusätzlich zu den Laserstrahlen mit Anti-Helmholtz-Spulen inhomogene Magnetfelder eingestrahlt. Wegen des Zeeman-Effekts wird der Energieabstand der mit dem zirkular polarisierten Laser angesprochenen Übergänge damit ortsabhängig gemacht, sodass Atome im Außenraum mit dem Licht wechselwirken und gekühlt werden, jedoch im Zentrum der Falle weitgehend ungestört von den Laserstrahlen sind. So erhält man kalte Atome in einer langgestreckten, zweidimensionalen Falle. Die dritte Dimension zeigt in Richtung der Hauptkammer. Von einem zusätzlichen Laserstrahl („Push-Beam“) noch weiter in diese Richtung beschleunigt, können Atome durch ein extrem schmales Rohr, die differentielle Pumpstrecke, in die Hauptkammer gelangen. Der große Druckunterschied zwischen Vor- und Hauptkammer bei gleichzeitiger Durchlässigkeit für die Rb-Atome ist nur möglich, weil das Durchgangrohr so schmal ist, dass nur äußerst selten ein Atom von der einen Seite auf die andere gelangen kann.

In der Hauptkammer werden die Atome in einer dreidimensionalen MOT gefangen und nach dem oben besprochenen Prinzip weiter gekühlt. Nach 10-15s Ladezeit befinden sich mit ca.  $5 \cdot 10^8$  ausreichend viele Atome in der Falle. Um die Temperatur weiter zu verringern, wird in der Melasse-Phase für 5ms der Kühlmechanismus des Sisyphus-Kühlens verwendet. Hierfür werden die Magnetfelder ausgeschaltet und die Laserfrequenzen weit

verstimmt. Damit erreicht man eine Temperatur von ca.  $100\mu\text{K}$ . Anschließend werden in  $150\mu\text{s}$  die Atome in den magnetisch fangbaren  $F = 2, m_F = 1$  Grundzustand umgepumpt, die Laser werden aus- und die Magnetfelder angeschaltet. Aufgrund ihrer magnetischen Momente erfahren die Atome an Orten großer Magnetfeldstärke eine Energieminimierung, sodass sie im Magnetfeld gefangen bleiben. Für den Übergang von MOT zu Magnetfalle müssen die Mittelpunkte von MOT, Magnetfalle und Mittelpunkt der Laserstrahlen genau übereinstimmen. Andernfalls wird in der Melasse-Phase der Schwerpunkt der Atome verschoben und beim Zurückfallen in die Magnetfalle gewinnen die Atome Temperatur. Um diese Feineinstellung der Mittelpunkte zu ermöglichen, sind außer den Spulen in der Kammer auch noch große Spulen außerhalb der Kammer angebracht, die Kompensationspulen. Mit ihrer Hilfe kann ein leichtes seitliches Verschieben der atomaren Wolke erzielt werden.

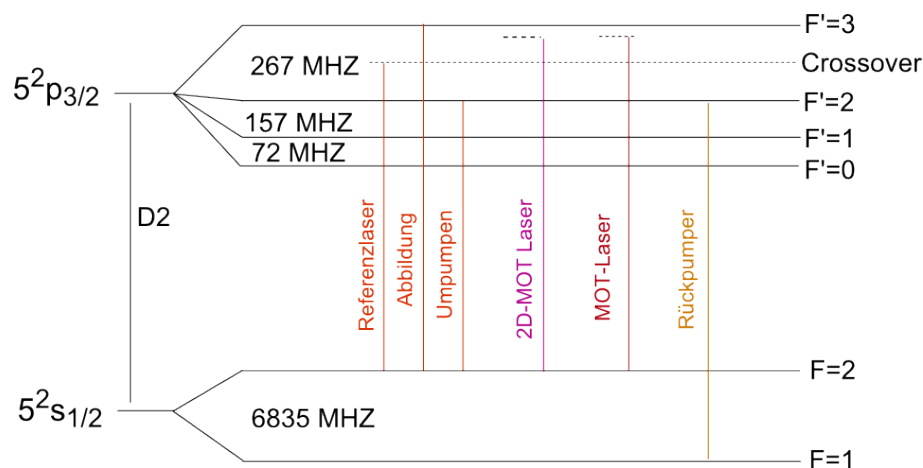


**Abbildung 3.3:** a) In der Magnetfalle sind die Atome im Zustand  $F=2, m_F=2$  gefangen. Die Energie des Zustands im Feld nimmt mit zunehmendem Abstand vom Zentrum der Falle zu. Mit einer 6,8GHz-Mikrowelle werden die äußersten Atome an den Zustand  $F=1, m_F=1$  gekoppelt und gehen aus der Falle verloren. Da die äußersten Atome gleichzeitig die wärmsten sind, sinkt damit die Temperatur der Wolke. b)-d) Wiederholt man diesen Vorgang mit kleiner werdender Mikrowellenfrequenz, so werden die Atome - unter Atomzahlverlust - bis zur gewünschten Temperatur gekühlt.

Durch langsames An- und Ausschalten der verschiedenen Spulen werden die Atome von den MOT-Spulen über die Transferspulen bis zu den Fallenspulen transportiert. Nach dem Transport beginnt das Evaporative Kühlen, mit dem letztlich bis zum Kondensat gekühlt wird. Dabei wird die Veränderung der Energieniveaus eines Atoms abhängig von seiner Position im Magnetfeld ausgenutzt. Es werden Mikrowellen eingestrahlt, die für die Atome, die sich am Rand der Falle befinden, den  $F = 2, m_F = 2$  Zustand an den  $F = 1, m_F = 1$  Zustand koppeln. Damit gehen Atome in den letztgenannten Zustand über und sind nicht mehr in der Falle gefangen. Da diese Atome, die sich weit weg vom Minimum der Falle befanden, diejenigen mit großer kinetischer Energie waren, ist die gesamte kinetische Energie der Atomwolke verringert. Die Wolke thermalisiert und es können mit einer geringeren Mikrowellenfrequenz die Atome entfernt werden, die sich am neuen Rand der Wolke befinden. Mit dieser Technik wird die Wolke auf einige  $10\mu\text{K}$  gekühlt. Nun werden die Atome in die Joffe-Falle geladen. Diese besteht aus vier

stromdurchflossenen Drähten, deren Magnetfelder zusammen mit denen der Fallenspulen eine sehr steile Falle mit einer longitudinalen Frequenz von 50Hz und einer radialen von 400Hz ergeben. In der Joffefalle wird mit den drei letzten Mikrowellen-Rampen bis zur gewünschten Temperatur - zwischen Kondensat und  $9\mu\text{K}$  - gekühlt.

Um die Temperatur der Atome zu bestimmen, oder um ihre Geschwindigkeitsverteilung nach der Wechselwirkung mit dem Pumplicht zu analysieren, wird mit dem Abbildungslaser ein Bild der Atome aufgenommen. Das dafür verwendete Licht ist resonant zum atomaren Übergang. Das Licht wird auf eine Kamera gerichtet. Befinden sich im Strahlengang Atome, so verursachen diese einen Schatten auf der Kamera, da sie das Licht absorbieren und ungerichtet streuen. Dieser Schatten gibt die Form der Atomwolke wieder. Um die Qualität der Abbildung zu erhöhen, werden insgesamt drei Bilder aufgenommen, im Abstand von jeweils 40ms. Das erste Bild zeigt den Laserstrahl und die Atome, beim zweiten Bild sind die Atome schon nicht mehr in der Falle, sodass nur das Laserlicht zu sehen ist. Beim dritten Bild ist der Laserstrahl ausgeschaltet, sodass es den Hintergrund zeigt. Mit Hilfe der beiden Hintergrundbilder kann eine optimale Abbildung der Atomwolke erreicht werden.



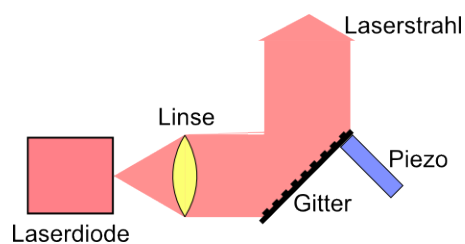
**Abbildung 3.4:** Für das Laserkühlen wird die D2 Linie des  $^{87}\text{Rb}$  verwendet, die den 5s-Grundzustand an den höherenergetischen Feinstruktur-Zustand des 5p-Zustands,  $5p_{3/2}$ , koppelt. 2D-MOT- und MOT-Laser sind leicht rotverstimmt zum Übergang von  $F=2$  nach  $F'=3$ . Atome, die nach der Anregung in den  $F=1$  Grundzustand zerfallen, werden vom Rückpumper wieder angeregt. Der Referenzlaser ist auf die Crossover-Linie zwischen  $F'=2$  und  $F'=3$  stabilisiert und wird außer als Frequenzreferenz auch als Umpumper und Abbildungslaser verwendet. Dazu wird er mit AOMs auf die nötigen Frequenzen gestellt, die den  $F=2$  an  $F'=3$  (Abbildung), bzw. an  $F'=2$  (Umpumper) koppeln.

Sind beim evaporativen Kühlen alle Rampen angeschaltet, so ist der Endzustand der Atomwolke das Bose-Einstein Kondensat. Wenn eine höhere Temperatur gehalten werden soll, werden die Frequenzen der letzten beiden Rampen erhöht bis die Wolke am Ende die gewünschte Temperatur hat. Rampen wegzulassen bietet sich nicht an, da damit der Zyklus verkürzt wird, was zu einer Temperaturveränderung und damit zu Oszillationen in

der Resonatorresonanz führt. Um die Temperatur einer Wolke zu bestimmen, verarbeitet das in Matlab programmierte Abbildungsprogramm die Abbildungen der Wolken. Da die „time of flight“, also die Dauer der freien Bewegung der Atome bei ausgeschalteter Magnetfalle bekannt ist, lässt sich über die räumliche Ausbreitung der Atome die Geschwindigkeitsverteilung und damit die Temperatur bestimmen.

#### 3.1.1 Das Kühl-Lasersystem

Um die verschiedenen Aufgaben beim Kühlen der Atome zu realisieren, sind mehrere Laser und einige optische und elektronische Elemente vonnöten, die im folgenden vorgestellt werden sollen. Alle Laser sind in Littrow-Anordnung in Eigenbau konstruierte Diodenlaser. Bei dieser Bauart wird, wie in Abb. 3.5 dargestellt, das Licht von einer kommerziellen Laserdiode emittiert, dann von einer Linse kollimiert und an einem Gitter reflektiert. Die breite Emissionslinie, die aus der Diode kommt, wird dadurch reduziert, dass abhängig vom Winkel des Gitters bei einer bestimmten Wellenlänge die erste Gitterbeugungsordnung in die Laserdiode zurück reflektiert wird. Dadurch wird die Emission der Diode auf diese Wellenlänge gebracht. Eine weitere Einschränkung entsteht durch den Resonator, den das Gitter zusammen mit der Diode bildet. Auch dadurch werden bestimmte Wellenlängen favorisiert. Die grobe Einstellung der gewünschten Wellenlänge geschieht durch Wahl des Gitterwinkels. Dieser kann elektronisch mit Hilfe eines Piezoaktuators verstellt werden. Für die Feineinstellung lässt sich der Strom verändern, der die Diode betreibt. Die Diodenlaser haben eine maximale Ausgangsleistung von ca. 80mW. Für die meisten Anwendungen genügt dies, für die MOT-Strahlen wird jedoch das Diodenlaserlicht von einem DLX 100 der Firma Toptica verstärkt, indem dieser mit dem Licht des Diodenlasers injiziert wird und damit Licht der gleichen Wellenlänge emittiert. Der DLX 100 könnte auch ohne Injektion betrieben werden, wegen der schwierigen Justierbarkeit ist es jedoch sinnvoller, ihn als Verstärker zu verwenden.



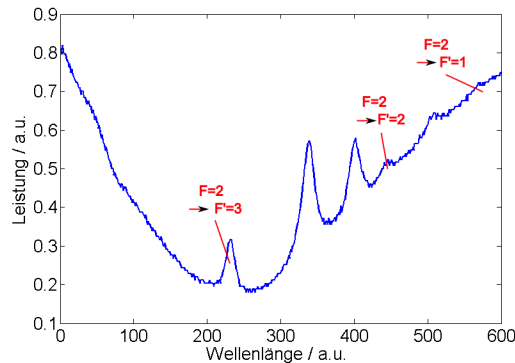
**Abbildung 3.5:** Bei einem Diodenlaser in Littrow-Anordnung wird das Licht von einer Laserdiode emittiert, anschließend von einer Linse kollimiert. An einem Gitter wird die erste Beugungsordnung zurück in die Laserdiode geleitet, die nullte Beugungsordnung stellt den Laserstrahl dar, der im Experiment verwendet wird.

Die Laserstrahlen müssen auf verschiedene Weisen modifiziert werden, um ihre spezifische Aufgabe bei der Kühlung der Atome erfüllen zu können. Im folgenden sollen kurz zwei wichtige optische Bauelemente und eine Technik vorgestellt werden, die im Aufbau mehrmals Verwendung finden.

- **Faraday-Isolator:** Licht, das von einem Laser ausgeht und direkt in diesen zurückreflektiert wird, stört die Frequenzstabilisierung des Lasers und kann im schlimmsten Fall die Diode zerstören. Um dies zu vermeiden, wird vor den Ausgang eines jeden Lasers ein Optischer Isolator, oder Faraday-Isolator, gestellt. In diesem wird Licht in der einen Richtung transmittiert, in der Rückrichtung jedoch abgelenkt, sodass es nicht zurück in den Laser fallen kann. Zu diesem Zweck befindet sich im Isolator ein Medium, das durch ein passend gewähltes Magnetfeld die Polarisation des Strahls bei Passieren des Isolators um genau  $45^\circ$  dreht. Die Drehrichtung ist dabei abhängig von der Laufrichtung des Lichtstrahls. Auf beiden Seiten des Elements befinden sich Polarisationsstrahlteiler, die zueinander um  $45^\circ$  gedreht sind. Damit wird das vom Laser kommende Licht in der Polarisation so gedreht, dass es den zweiten Strahlteiler ungehindert passiert. Licht, das in der Gegenrichtung in den Isolator eintritt, wird am hinteren Strahlteiler abgelenkt und trifft auf einen Abschwächer.
- **AOM:** In vielen Fällen muss die Frequenz eines Lasers leicht verstimmt werden, das heißt in einem Bereich um  $\pm(100-200)$ MHz. Dies ist die Größenordnung des Abstands der Hyperfeinstruktur-Linien von Rubidium. Zu diesem Zweck werden Akusto-Optische Modulatoren (AOM) verwendet. Bei einem AOM handelt es sich um einen transparenten Festkörper, in dem durch eine Schallwelle eine mit Schallgeschwindigkeit laufende Gitterstruktur geschaffen wird. An diesem Gitter wird eine einfallende Lichtwelle gebeugt. Wegen der Dopplerverschiebung durch Reflexion am bewegten Gitter ist die erste Beugungsordnung dabei in der Frequenz verstimmt. Die Größe der Verstimmung wird durch den Beugungswinkel und damit (über die Bragg-Bedingung) durch die Frequenz der Schallwelle definiert. Die Intensität des Lichts in der ersten Beugungsordnung ist durch die Amplitude der Schallwelle gegeben. Sowohl Frequenz als auch Amplitude des AOMs lassen sich darum einfach durch elektronische Signale bestimmen.
- **Frequenz-Modulations(FM)-Spektroskopie:** Die Frequenzen der Laser müssen mit einer großen Genauigkeit eingestellt werden. Es gibt verschiedene Arten, die Frequenz eines Lasers zu stabilisieren, unter anderem kann dafür ein Resonator verwendet werden oder ein kommerzielles Wellenlängenmessgerät. In unserem Fall werden die Laser direkt auf atomare Übergänge stabilisiert. Zu diesem Zweck befindet sich Rubidiumgas in kleinen Glaszellen, die in den Strahlengang gestellt werden, sodass sich damit eine Sättigungsspektroskopie aufbauen lässt [Dem00]. Hierbei passiert der Laserstrahl die Glaszelle (und stellt damit den Sättigungsstrahl dar), wird dahinter reflektiert und mit sich selber überlagert in Rückrichtung durch die Zelle geschickt (dies ist der Teststrahl). Danach wird die Leistung des Lichts mit einer Photodiode gemessen. Um die Resonanz herum entsteht eine dopplerverbreiterte Absorptionslinie. Genau auf Resonanz wird eine große Anzahl ruhender Atome vom Sättigungsstrahl angeregt, sodass sie kein Licht des Teststrahls mehr absorbieren können.



Dadurch entstehen Einbrüche in der Absorption, die Sättigungslinien, deren Breite der natürlichen Linienbreite des Übergangs entspricht (Abb. 3.6). Zwischen jeweils zwei Sättigungslinien gibt es eine „Crossover“-Linie.



**Abbildung 3.6:** Sättigungsspektrum der  $^{87}\text{Rb}$  D2 Linie, zu sehen sind die Übergänge von  $F=2$  nach  $F'=1, 2$  und  $3$  und die zugehörigen Crossover-Linien. Der große Einbruch über die ganze Bildbreite entspricht der dopplerverbreiterten Absorptionslinie. Um Laserlicht auf die Resonanzen zu stabilisieren, wird eine FM-Spektroskopie durchgeführt, deren Signal die Ableitung der hier gezeigten Linie ist.

Die Sättigungslinien erlauben es nicht, auf das Zentrum einer Resonanz zu stabilisieren, da für die elektronische Stabilisierung bei einer gewünschten Frequenz dort eine Flanke erforderlich ist, nicht ein Extremum. Diesem Problem wird begegnet, indem der Strom des Diodenlasers schwach in der Frequenz moduliert wird. Dadurch bekommt der Laser zusätzlich zur zentralen Frequenz zwei Seitenbänder. Die Modulationsfrequenz wird mit dem Photodiodensignal gemischt, das resultierende Signal entspricht der Ableitung der Sättigungslinie. Damit entsteht ein Nulldurchgang an der Stelle der Resonanz, auf den mit Hilfe einer „Lock-Box“ stabilisiert werden kann [Dem00]. Das Regelsignal wird dafür an den Piezo des Diodenlasers geleitet, der die Frequenz entsprechend einstellt.

Wie im vorigen Kapitel vorgestellt, werden mehrere Laser zur Kühlung der Atome verwendet. Auf welche Weise die Frequenz der Laser festgelegt ist, wird nun dargestellt.

Der **Referenzlaser** wird mit Hilfe einer FM-Spektroskopie auf die Crossover-Linie zwischen  $F'=2$  und  $F'=3$  stabilisiert. Er dient als Frequenzreferenz für andere Laser. Mit AOMs wird Licht des Referenzlasers in der Frequenz verstimm und zum einen als **Umpumplicht** verwendet, zum anderen als **Abbildungslicht** für die MOT und für das Kondensat/die ultrakalte Atomwolke.

Ein weiterer Teil des Referenzlichts wird mit einem AOM verstimm und injiziert den **2D-MOT-Laser** über einen Faraday-Isolator. Der 2D-MOT Laser ist eine frei laufende Laserdiode ohne Gitterstabilisierung, sodass die Frequenz der Diode ganz durch das Injektions-



licht bestimmt wird. Die Leistung des Lasers ist aufgrund des fehlenden Gitters mit 120mW sehr hoch, sodass das Licht für die Laserkühlung in der Vorkammer ausreicht.

Der **MOT-Laser** injiziert, wie oben beschrieben, den DLX100, sodass eine große Leistung von 450mW zur Verfügung steht. Da der MOT-Laser um einen größeren Frequenzbereich verstimmbar sein soll, ist hier eine Injektionsstabilisierung nicht sinnvoll. Statt dessen wird ein Teil des Referenzlichts und ein Teil des MOT-Laser-Lichts auf eine Avalanche-Photodiode gebracht, mit welcher die Schwebung zwischen den beiden Lichtstrahlen aufgenommen wird. Über einen Frequenz-zu-Spannungs-Konverter wird dieses Signal in eine frequenzabhängige Spannung umgewandelt. Mit Hilfe einer Lockbox kann in einem großen Frequenzbereich auf die gewünschte Frequenz stabilisiert werden. Während der MOT-Phase beträgt die Verstimmung des MOT-Lasers zum atomaren Übergang -15MHz, und während der Sisyphus-Phase -90MHz.

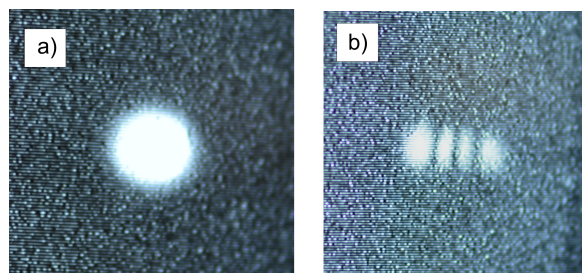
Die Verstimmung vom Referenzlaser zum **Rückpumper** ist mit 6.8GHz sehr groß, und sie könnte nur mit einer speziellen Schwebungselektronik überbrückt werden. Statt auch über den Referenzlaser stabilisiert zu sein, ist der Rückpumper darum über eine eigene FM-Spektroskopie auf den Übergang vom energetisch tiefer liegenden Hyperfeinstruktur-Grundzustand  $F=1$  auf den  $F'=2$  Zustand stabilisiert.

## 3.2 Das Pumplicht

Der Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist die Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht. Die Selbstorganisation, die dabei geschieht, strukturiert sowohl die Atome als auch das Licht. Damit diese Strukturierung des Lichts geschehen kann, darf es nicht als freier Laserstrahl vorliegen. Statt dessen wird es in einem Resonator gehalten, sodass gestreutes Licht mehrere Male mit den Atomen wechselwirken kann. Dadurch formiert sich das Licht zu einem langsam bewegten Gitter. Die Besonderheit in unserem Experiment ist, dass es sich bei dem Resonator um einen Ringresonator handelt - im Gegensatz zu häufiger verwendeten linearen Resonatoren. Dies ermöglicht es, in einer Richtung Licht einzukoppeln und in die andere nicht. Unterscheiden sich die Frequenzen des Lichts in den beiden Richtungen, so stellt das Lichtfeld keine stehende Welle dar, sondern eine, die entsprechend der Differenzfrequenz wandert.

Unser Resonator hat eine Umlauflänge von 8.7cm und damit einen freien Spektralbereich von 3.45GHz. Die Finesse ist abhängig von der Polarisation des eingekoppelten Lichts. Für s-polarisiertes Licht ist die Finesse mit 130000 sehr hoch, für p-polarisiertes Licht mit 2800 deutlich kleiner. Dies hängt direkt zusammen mit der Transmission der Spiegel. Dabei muss unterschieden werden zwischen zwei Hochreflektoren und dem Einkoppelspiegel. Die Hochreflektoren zeigen eine Transmission von 1,5ppm für s-Polarisation und von 7ppm für p-Polarisation. Der Einkoppelspiegel 11ppm für s-Polarisation und von 1100ppm für p-Polarisation.

Während der Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht muss das Licht mit festgelegter Leistung in den Resonator eingekoppelt sein. Da die Länge des Resonators nicht verstellbar ist, muss dafür das Licht auf den Resonator stabilisiert werden. Diese Stabilisierung stellt eine besondere Herausforderung in unserem Experiment dar. Hierzu ist die gegebene Modenstruktur des Resonators wichtig. Es gibt im Resonator eine große Anzahl an Transversal Elektromagnetischen Moden (TEM), die verwendbar sind. Die Grundmode ist die TEM<sub>00</sub> Mode, die ein reines Gauss-Profil aufweist, das heißt die höchste Intensität ist auf der Achse des Resonators und fällt symmetrisch dazu ab (Abb. 3.7 a). Höhere Moden kombinieren das Gauss-Profil mit Hermitschen Polynomen, sodass mehrere Knoten und Bäuche entstehen. Die wichtige Mode ist für uns die TEM<sub>03</sub> Mode, die drei Knoten in horizontaler Richtung besitzt (Abb. 3.7 b).

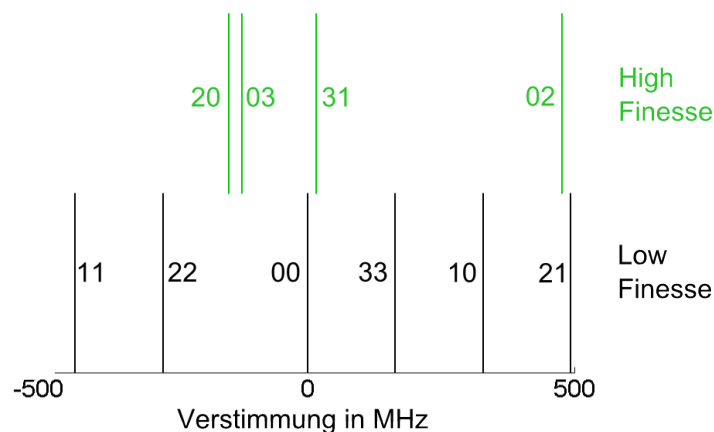


**Abbildung 3.7:** Das durch einen Resonatorspiegel transmittierte Licht wird auf einen Papier-  
schirm geleitet und dort von einer Kamera abgebildet. Damit kann überprüft werden, auf  
welcher Mode das Licht in den Resonator eingekoppelt ist. Hier sind die TEM<sub>00</sub> Mode (a)  
und die TEM<sub>03</sub> Mode (b) gezeigt.

Für die Wechselwirkung mit den Atomen soll der räumliche Überlappbereich von Lichtmode und Atomen möglichst groß sein. Dies ist bei der TEM<sub>00</sub> Mode gegeben. Diese Mode kann entweder in Low Finesse oder in High Finesse eingestrahlt werden. Der Vorteil der High Finesse Mode ist die schmale Linienbreite. In diesem Fall ist ein Photon, das einmal von einem Atom gestreut wurde, so weit in der Frequenz verstimmt, dass eine zweite Streuung nicht stattfinden kann, da danach das Licht nicht mehr resonant mit dem Resonator wäre. Dies reduziert die möglichen atomaren Impulszustände auf 0, 1 und -1. Damit mit der High Finesse Mode gearbeitet werden kann, muss aber die Stabilisierung so gut sein, dass die Frequenz des Lasers auf einen Bruchteil der Linienbreite stabilisiert ist. Dies stellt sehr hohe Anforderungen an Laser, Elektronik und Resonator, die von unserem Setup nicht erfüllt werden. Besonders eine mechanische Instabilität des Resonators führt zu großen und schnellen Schwankungen, die durch die Elektronik nicht ausgeglichen werden können. Da außerdem für die hier beschriebenen Experimente eine schmale Linienbreite nicht notwendig ist, wurde die Low Finesse TEM<sub>00</sub> Mode als Pumpmode verwendet. Für die Stabilisierung bietet sich aber die hohe Finesse an, da damit eine engere Frequenzeinschränkung erzielbar ist.

Wichtig ist dabei, dass während der Stabilisierung die kalten Atome nicht durch das Licht aufgewärmt werden. Darum muss am Ort der Atome, also auf der Achse des Resonators, die Mode ein Intensitätsminimum besitzen. Außerdem muss die Stabilisierungsmode in ei-

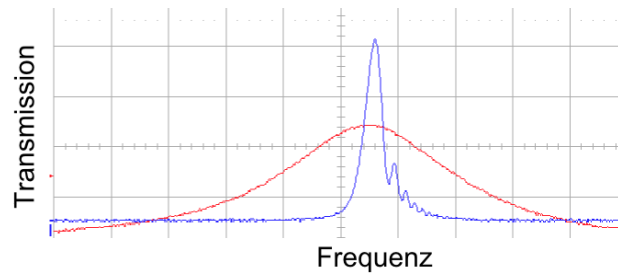
nem Frequenzabstand zur TEM00 Low Finesse Mode vorliegen, der mit Hilfe eines AOMs überbrückt werden kann. Ein Ausschnitt des berechneten Modenspektrums ist in Abb. 3.8 zu sehen. Die Berechnung des Modenspektrums ist in [Sod13], [Geo15] ausgeführt. Entsprechend der Rechnung ist in einem Abstand von 124MHz zur Low Finesse TEM00 Mode die High Finesse TEM03 Mode zu erwarten. Diese hat ein Minimum auf der Achse des Resonators und ist darum als Stabilisierungsmode geeignet.



**Abbildung 3.8:** Die TEM Moden liegen für Low Finesse und High Finesse auf unterschiedlichen Frequenzen. In diesem berechneten Modenspektrum ist die Low Finesse TEM00 Mode auf die Frequenz 0MHz gesetzt. Die Positionen einiger anderer Low Finesse (schwarz) und High Finesse (grün) Moden sind zusätzlich eingezeichnet.

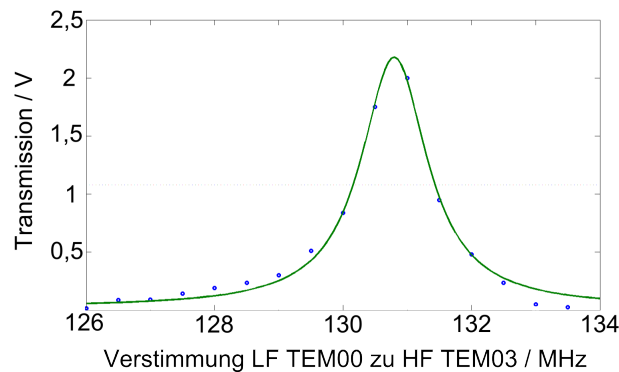
Um die Rechnung zu überprüfen, wird der Frequenzabstand der Moden im Experiment bestimmt. Dafür wird das Licht in zwei Strahlen aufgeteilt: Der eine wird als Stabilisierungsmode auf der TEM03 High Finesse Mode eingekoppelt, der andere wird mit einem AOM um die berechnete Differenzfrequenz verstimmt und auf Low Finesse in die Gegenrichtung des Resonators eingekoppelt. Auf zwei getrennten Photodioden kann dann das Transmissionslicht der jeweiligen Moden betrachtet werden. Die Differenzfrequenz wird so lange verstellt, bis beide Transmissionslinien auf dem Oszilloskop zu sehen sind. In Abb. 3.9 sind die Sweeps über beide Moden gezeigt. Der experimentell bestimmte Frequenzabstand beträgt 130MHz und liegt damit sehr nah am berechneten. Der Unterschied rührt vermutlich daher, dass die tatsächliche Länge des Resonators und damit der freie Spektralbereich temperaturabhängig ist und sich damit auch die relativen Modenabstände mit der Temperatur verschieben.

Auf der schmalen High Finesse Mode ist auf der rechten Seite „Ringing“ zu sehen, also eine schnelle Oszillation der transmittierten Leistung. Der Effekt kommt dadurch zustande, dass das Licht, das sich im Resonator aufgrund der hohen Reflektivität für lange Zeit befindet, mit dem Licht, das von außen neu hinzukommt, interferiert. Wegen des schnellen Scans ist die tatsächliche Linienbreite der High Finesse Mode im Bild nicht zu sehen, aber sie ist deutlich schmaler als die Low Finesse Mode.



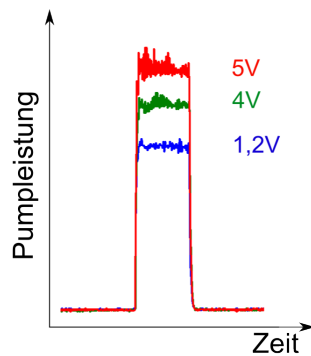
**Abbildung 3.9:** Bei einem relativen Frequenzabstand von 130MHz liegen die Maxima von High Finesse TEM03 Mode (blau) und Low Finesse TEM00 Mode (rot) aufeinander. Wegen der hohen Scangeschwindigkeit ist die tatsächliche Linienbreite der High Finesse Mode nicht aufzulösen, aber die Anwesenheit des „Ringing“-Interferenzeffekts weist auf die hohe Finesse der Mode hin.

Um die Linienbreite der Low Finesse Mode zu bestimmen, wird nun auf die High Finesse Mode stabilisiert. Der Frequenzabstand zur Low Finesse Mode wird geändert und für jeden Frequenzabstand wird die Transmission gemessen. Dies führt zu der in Abb. 3.10 gezeigten Aufnahme. Die Messwerte lassen sich durch den Fit mit einer Lorentzfunktion gut annähern, der Fit liefert eine Linienbreite von 1,3MHz, was der erwarteten Finesse von 2800 entspricht. Dies bedeutet, dass die Stabilisierung gut genug ist um die tatsächliche Linienbreite der Low Finesse Mode aufzulösen. Die Messung zeigt auch, dass sich durch Veränderung der AOM Frequenz die Verstimmung zum Maximum der Low Finesse Mode sehr gut kontrollieren lässt, was für das Experiment eine notwendige Voraussetzung ist.



**Abbildung 3.10:** Bei stabilisiertem TEM03-Licht wird in Abhängigkeit vom Frequenzunterschied der Low Finesse und High Finesse Moden die Transmission des Low Finesse Lichts gemessen (blaue Kreise). An die Messwerte wird eine Lorentzfunktion angepasst (grüne Linie), die eine Linienbreite von 1,3MHz liefert.

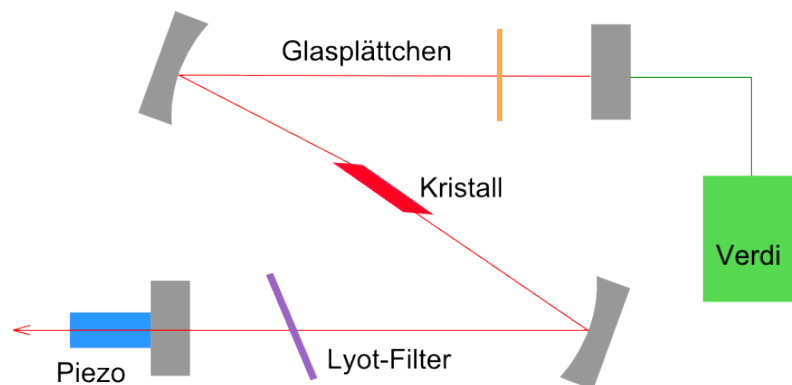
Für die späteren Messungen muss außerdem die Leistung des Pumplichts bequem verändert werden können. Hierfür lässt sich die Radiofrequenzleistung elektronisch einstellen, die auf den AOM geleitet wird und die Stärke der Beugung bestimmt. Abhängig von dem Stellsignal verändert sich die transmittierte Leistung (Abb. 3.11).



**Abbildung 3.11:** Abhängig von dem analogen Stellsignal, das vom ADwin geliefert wird, verändert sich die Stärke der Beugung des AOM und damit die Leistung des Pumplichts. So wird bei 5V das stärkste Signal erreicht, bei 1,2V deutlich weniger.

### 3.2.1 Der Titan:Saphir Pumplaser

Für die Aufgabe als Pumplaser wird eine große Laserleistung auf 794nm - der D1-Linie von Rubidium - benötigt, sowie eine gute Verstimmbareit. Aus diesen Gründen wird ein Titan:Saphir Laser (Ti:Sa) verwendet (Abb. 3.12) [Zim95].



**Abbildung 3.12:** Der Ti:Sa Laser besteht aus einem Stehwellenresonator mit vier Spiegeln. Darin befindet sich der Kristall, in dem die stimulierte Emission stattfindet. Gepumpt wird der Laser mit einem grünen Verdi-Diodenlaser. Um die Frequenz des Ti:Sa einzustellen, befinden sich ein Lyot-Filter und ein Glasplättchen im Strahlengang, außerdem kann der Auskoppelspiegel mit einem Piezo verschoben werden.

Das aktive Medium ist dabei ein mit Titan dotierter Saphirkristall, der von einem Stehwellenresonator aus vier Spiegeln umschlossen wird. Die Länge des Resonators beträgt 12.35cm, damit ist der freie Spektralbereich 1,2GHz. Der Laser wird von einem kommerziellen Neodym-Vanadat-Laser (Typ Verdi der Firma Coherent) mit einer Wellenlänge von 532nm mit 5W gepumpt. Als frequenzselektive Elemente sind im Ti:Sa Resonator ein dünnes Etalon sowie ein Lyot-Filter eingebaut [Gue06]. Das Etalon ist ein Mikroskopdeckplättchen mit einer Dicke von  $d \approx 170\mu\text{m}$ . Durch Reflexion an den Seiten des Plättchens kommt es zur konstruktiven Interferenz der resonanten Frequenzen, die darum im Resonator favorisiert werden. Der Lyot-Filter besteht aus einem doppelbrechenden

Quartzplättchen, das für manche Frequenzen das Licht in der Polarisation dreht und für andere nicht. Diese Frequenzen können durch Einstellung des Winkels zum Lichtstrahl gewählt werden. Da nur die waagerechte, also die unveränderte Polarisation, vom Ti:Sa verstärkt wird, kann damit die Ti:Sa Frequenz weiter eingestellt werden. Am Auskopspiegel ist außerdem ein Piezoaktuator angebracht, der für die Feineinstellung der Resonatorlänge zuständig ist. Dies ist das feinste Stellglied der Frequenz.

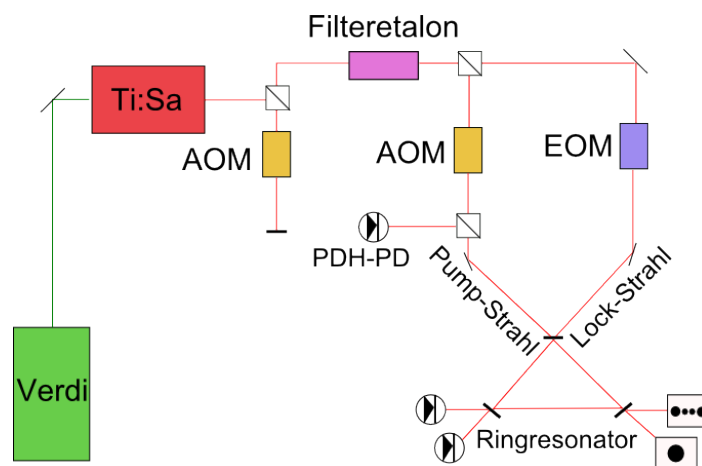
Ein Ti:Sa läuft bauartbedingt immer auf zwei Moden, die zueinander einen Abstand von einem freien Spektralbereich, also 1,2GHz, besitzen. Da für uns das Pumplicht nur eine Frequenz haben darf, wird die andere vor Eintritt in den Ringresonator ausgefiltert. Die maximale Ausgangsleistung des Ti:Sa bei einer Wellenlänge zwischen 650-1100nm ist ca. 850mW. Für unsere Zwecke ist die Justage auf 795nm optimiert, der Laser wird 90MHz rotverstimmt zum  $^{87}\text{Rb}$  D1 Übergang bei 794.978nm betrieben.

Wie in Abb. 3.13 gezeigt, wird das Ti:Sa Licht zunächst von einem AOM in Double-Pass-Konfiguration in der Frequenz verstimmt. Da hierbei das Licht zweimal durch den AOM geht, ändert die Verstellung der AOM Frequenz den Strahlengang nicht merklich. Anschließend passiert der Laserstrahl ein Filteretalon, das die Lichtleistung bei der unerwünschten Frequenz ausfiltert. Das Filteretalon ist ein linearer Resonator aus zwei Spiegeln, die mit einem Abstand von ca. 5cm angeordnet sind, wobei einer der Spiegel von einem Piezo verschoben werden kann. Damit lässt sich der Abstand der beiden Spiegel so einstellen, dass nur eine der beiden Frequenzen resonant zum Etalon ist und transmittiert wird. Der Laserstrahl, der nun nur noch eine Frequenz aufweist, wird nach dem Etalon mit einem Polarisationsstrahlteiler getrennt in den Stabilisierungs-Strahl (oder Lock-Strahl) und den Pump-Strahl.

**Stabilisierungs- (Lock-) Strahl:** Der Stabilisierungs-Strahl wird durch einen Elektro-Optischen Modulator (EOM) geleitet, der durch Phasenmodulation dem Licht Seitenbänder aufprägt. Das Licht passiert einige Abschwächer und wird dann mit geringer Leistung in den Ringresonator, der sich in der Vakuumkammer befindet, mit s-Polarisation, also auf High Finesse, eingekoppelt. Am Einkoppelspiegel wird der Großteil des Lichts reflektiert und für eine Pound-Drever-Hall Stabilisierung verwendet. Dafür wird das Licht über einen Polarisationsstrahlteiler auf eine Photodiode geleitet. Das Photodiodensignal sowie die Frequenz der Seitenbänder werden von einem Mischer aufgenommen. Das Ausgangssignal hat eine dispersive Form und ermöglicht es, auf den Nulldurchgang, also direkt auf die Resonanz, zu stabilisieren. Zur Anpassung der Frequenz wird zum einen der Piezo im Ti:Sa Laser verwendet, der für die feinste Stufe der Frequenzjustierung des Ti:Sa zuständig ist. Da der Piezo aber nicht schnell genug reagieren kann, um alle Störungen auszuregulieren, wird als zusätzliches Regelement der erste AOM verwendet, der sich im Ti:Sa Strahlengang befindet.

Im Prinzip wäre es möglich, das Stabilisierungs-Licht fortlaufend in den Resonator eingekoppelt und stabilisiert zu belassen. Jedoch stellt es eine große Herausforderung dar, die kalte Atomwolke durch die TEM03 Mode hindurch in das Zentrum der Joffefalle zu be-

fördern. Wenn diese Justierung nicht perfekt ist, wird die kalte Wolke durch das Licht ge- oder zerstört. Darum wird das Licht während der letzten Sekunden des Kühlzyklus ausgeschaltet. Erst wenn die Atome an ihrer Endposition sind, wird es wieder angeschaltet. Wegen einer mechanischen Instabilität des Resonators ist keine Stabilisierung über eine lange Zeit möglich. Bei der sehr geringen Lichtleistung, die hier verwendet wird, kann das Stabilisierungs-Licht maximal für eine Millisekunde auf der Resonanz gehalten werden. Da unser Experiment nur  $50\mu\text{s}$  dauert, stellt dies aber kein Problem dar.

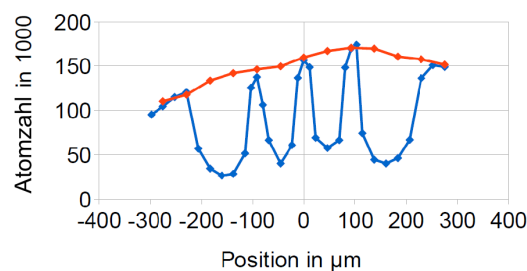


**Abbildung 3.13:** Der Ti:Sa Laser wird von einem kommerziellen Diodenlaser mit 5W gepumpt. Die Laserfrequenz wird durch ein AOM in Double-Pass-Konfiguration verstimmt und mit einem Filterretalon wird eine Frequenz des zweimodig betriebenen Ti:Sa ausgefiltert. Der Lock-Strahl für die Stabilisierung bekommt von einem EOM Seitenbänder aufgeprägt. Über eine Pound-Drever-Hall-Stabilisierung wird er auf den Resonator gelockt. Die Frequenz des Pump-Strahls wird durch einen AOM bestimmt, anschließend wird er von der anderen Seite in den Resonator eingekoppelt. Die Transmissionsleistungen der beiden Strahlen und die Form der Mode des Resonators, die sie besetzen, werden in der Transmission durch die Hochreflektoren des Resonators bestimmt.

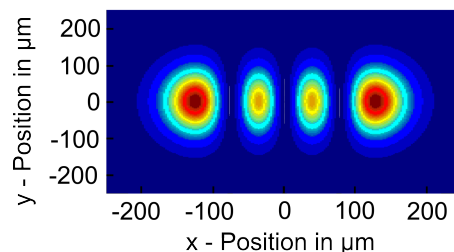
**Pumpstrahl:** Der andere Teil des Lichtstrahls, das Pump-Licht, wird zunächst von einem AOM in der Frequenz verstimmt, sodass er die Frequenz der Low Finesse TEM00 Mode aufweist, also 130MHz. Diese werden wiederum im Experiment um  $-2\text{MHz}$  bis  $+5\text{MHz}$  verändert, da die Abhängigkeit des CARL-Effekts von der Verstimmung zur Resonanz des Resonators getestet wird. Dazu wird ein Frequenzgenerator der Firma PTS verwendet. Die Leistung des vom AOM gebeugten Lichts wird am PC eingestellt und kann damit einfach an die experimentellen Anforderungen angepasst werden. Das Licht wird auf Low Finesse, also mit p-Polarisation, in den Resonator eingekoppelt. Die beiden Hochreflektoren des Resonators sind für einen geringen Anteil des Lichts durchlässig, sodass hiermit das eingekoppelte Licht überprüft werden kann: Das aus dem einen Spiegel austretende Licht trifft auf eine Photodiode, sodass auf die Leistung des Lichts im Resonator zurückgerechnet werden kann. Das Licht, das vom anderen Spiegel kommt, beleuchtet einen Papierschirm, der von einer Kamera abgebildet wird. Hier wird beobachtet, welche der möglichen transversalen Moden des Resonators vom Licht besetzt ist.

### 3.2.2 Platzierung der Atome

Wenn sich sowohl Atome als auch Stabilisierungslicht im Resonator befinden, ist es von größter Bedeutung, dass die Anwesenheit des Lichts nicht zu einer Erwärmung der Atomwolke führt. Damit dies nicht geschieht, muss die Platzierung der Atome in der Stabilisierungsmode sorgfältig vorgenommen werden. Dabei ist besonders eine Verschiebung senkrecht zur Achse problematisch - sie führt zu starken Verlusten in der Atomzahl. Mit Hilfe der durch die Spulen erzeugten Magnetfelder können die Atome in der Falle verschoben werden. Dabei ändert sich aber nicht nur die Position, sondern auch die Form der Magnetfalle, was zu Atomverlusten führen kann. Um dies zu quantifizieren, wurde zunächst die Atomzahl im Kondensat in Abhängigkeit von der senkrechten Verschiebung in Abwesenheit des Stabilisierungslichts gemessen. Dies ist in Abb. 3.14 in orange zu sehen. Nun wird das Stabilisierungslicht angeschaltet und dieselbe Messung wird vorgenommen. Es ist deutlich zu sehen, dass an den vier Intensitätsmaxima der TEM03 Mode die Atomzahl kleiner wird. Mit Hilfe dieser Messung kann die optimale Position für die Atome in senkrechter Richtung von der Achse im Resonator bestimmt werden.



**Abbildung 3.14:** Die Abhängigkeit der Atomzahl im Kondensat von der Verschiebung in senkrechter Richtung zur Resonatorachse kann ohne Stabilisierungslicht (orange) oder mit Stabilisierungslicht (blau) bestimmt werden. Die Form der TEM03 Mode ist deutlich zu erkennen und erlaubt eine sehr gute Platzierung der Atome im Resonator, bei der die Atome möglichst wenig vom Stabilisierungslicht beeinflusst werden.

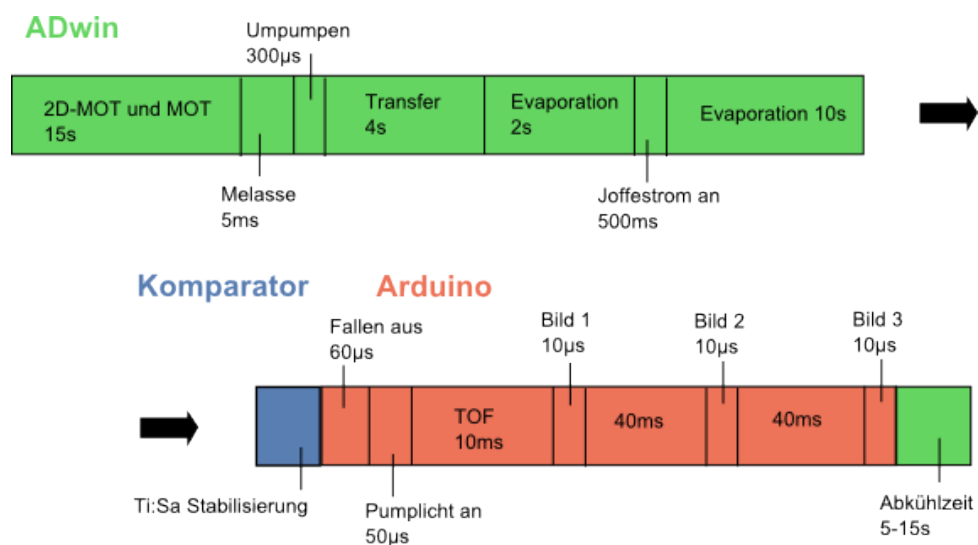


**Abbildung 3.15:** Eine Simulation der TEM03 Mode am Ort des Fokus liefert eine sehr ähnliche räumliche Ausdehnung, wie sie im Experiment bestimmt wird (Simulation von Dag Schmidt).



Damit die Position in Längsrichtung zur Resonatorachse bestimmt werden kann, wurde eine Simulation der Resonatormode erstellt. Abb. 3.15 zeigt das Profil der Intensitätsverteilung. Dies ist die Form der TEM<sub>03</sub> Mode an der Position des Fokus, wo sich auch die Atome befinden sollten. Ein Größenvergleich mit den experimentellen Daten führt zu der Erkenntnis, dass sich das äußerste Intensitätsmaximum im Experiment etwa  $20\mu\text{m}$  weiter von der Achse entfernt befindet als in der Theorie. Damit halten sich die Atome in guter Näherung am Fokus auf.

### 3.3 Elektronische Steuerung



**Abbildung 3.16:** Der größte Teil des Experiments wird vom ADwin gesteuert (grün), die letzten 100ms vom Arduino (rot). Den Zeitpunkt des Übergangs bestimmt der Komparator (blau), der die Stabilisierung des Ti:Sa überprüft.

Für den Ablauf des Experiments ist es essentiell, dass die vielfältigen Aufgaben der verschiedenen Elemente zur jeweils richtigen Zeit stattfinden. Um dies zu gewährleisten, wird ein Steuerrechner verwendet, der elektronische Signale an die Geräte sendet. Für diesen Steuerrechner ist es nicht wichtig, dass er komplexe Aufgaben lösen oder besonders schnell Daten verarbeiten kann. Seine Aufgabe ist die absolut zuverlässige zeitliche Schaltung der Steuersignale. Zu diesem Zweck ist ein ADwin-Rechner besonders geeignet und wird darum von uns verwendet. Über digitale Ausgänge werden elektronische Geräte an- und ausgeschaltet, über analoge Ausgänge können Einstellungen vorgenommen werden. Der Arbeitsauftrag des ADwin wird im Labor-PC programmiert und per Ethernet an den ADwin geschickt.

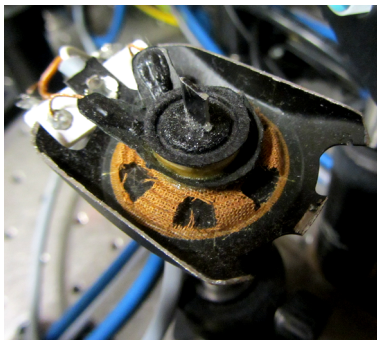
Mit der von uns verwendeten Programmiersprache für den ADwin ist es leider nicht möglich, den Eingang des ADwin anzusteuern. Dies führt zu einem Problem am Ende des Zyklus: Der Ti:Sa wird auf den Resonator stabilisiert, und sobald das Transmissionsignal einen bestimmten Spannungswert überschreitet, soll das Experiment durchgeführt

werden. Da dies nicht mit dem ADwin gesteuert werden kann, verwenden wir eine selbst gebaute Elektronik für die Registrierung dieses Spannungswertes und einen Arduino-Mikroprozessor für die darauf folgenden letzten Schritte des Zyklus. Diese Elemente werden unten weiter beschrieben.

Während des Zyklus, der ca. 40s dauert (abhängig von der gewählten Abkühlzeit), werden in definierten Zeitabständen die Ströme durch Spulen und Joffedrähte an- und ausgeschaltet. Dies hat einen starken Einfluss auf die Temperatur der Vakuumkammer, was wiederum die Frequenz des Ringresonators verändert. Um eine möglichst konstante Temperatur zu haben, wird der Zyklus jeden Tag 24h lang betrieben. Damit bleiben zwar die unvermeidlichen Temperaturänderungen im Minutentakt, aber es gibt kein Driften auf großen Zeitskalen. Das ADwin Programm wird also nie unterbrochen, jedoch werden Laser und Shutter ausgeschaltet, wenn sie nicht gebraucht werden.

#### 3.3.1 Der ADwin

Im folgenden sollen die Elemente kurz vorgestellt werden, die vom ADwin angesteuert werden.



**Abbildung 3.17:** Um Laserstrahlen schnell zu blockieren, werden Shutter verwendet. Diese sind im Eigenbau aus Lautsprechern hergestellt. Dabei ist eine Rasierklinge auf dem Lautsprecher angeklebt, die den Strahl blockiert wenn die Membran sich hebt. Der Hub wird mit einem 0V/5V Signal gesteuert. In die Lautsprechermembran sind Löcher eingeschnitten, um die Geschwindigkeit des Hubs zu erhöhen, wie im Bild gut zu sehen ist.

#### Shutter und AOMs

Die Laserstrahlen, die zur Kühlung der Atome verwendet werden, müssen jeweils für eine gewisse Zeit angeschaltet sein und dann sehr schnell ausgehen. Zum einen wird dies über mechanische Shutter realisiert, ähnlich denen die in Kameras verwendet werden. In unserem Labor werden Shutter verwendet, die aus kleinen Lautsprechern hergestellt wurden (Abb. 3.17). Ein Anlegen von 5V oder 0V durch den digitalen Ausgang des ADwin hebt oder senkt die Membran des Lautsprechers um 1-2mm. Auf die Membran ist ein kleines Metallplättchen aufgeklebt, das sich dabei mitbewegt und den Laserstrahl blockiert oder passieren lässt. Durch Schließen eines Shutters wird das Licht absolut blockiert, jedoch ist seine Schaltzeit mit wenigen Millisekunden für manche Anwendungen zu groß.

Darum werden zusätzlich auch AOMs verwendet, um das Licht ein- und auszuschalten. Ob ein AOM Licht beugt oder nicht, kann auch über ein digitales Signal vom ADwin bestimmt werden. Zwar gelangt auch im ausgeschalteten Zustand noch etwas Licht in eine höhere Beugungsordnung eines AOM, jedoch ist die Schaltzeit deutlich kleiner als eine Millisekunde. Durch Verwendung von sowohl Shuttern als auch AOMs kann für alle Situationen das Licht wie gewünscht gesteuert werden.

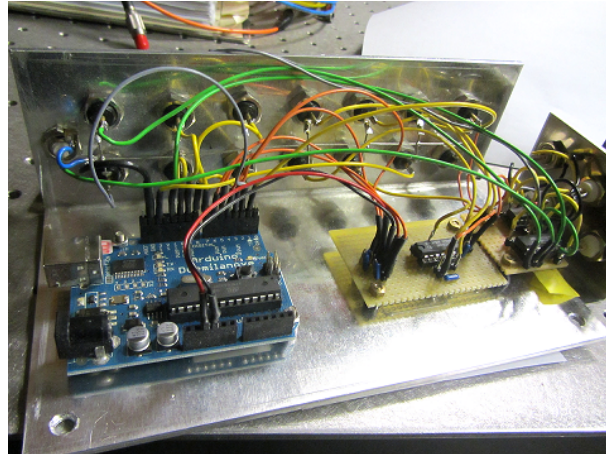
#### **Spulen**

Die Spulen, die angesteuert werden müssen, sind die 2D-MOT-Spulen, MOT-Spulen, Transferspulen, Fallenspulen und Kompensationsspulen. Außerdem muss der Strom in den inneren und äußeren Joffedrähten kontrolliert werden. Über digitale Signale vom ADwin lassen sich Ströme an- und ausschalten, und über analoge Signale können die Spulenströme bestimmt werden. Da ein abruptes Schalten der Spulenströme die Atomwolken aufheizen und ruckartig verschieben würde, werden die Ströme in langsamen Rampen geschaltet.

#### **Mikrowelle**

Die Mikrowelle für das evaporative Kühlen wird von einem Frequenzgenerator der Firma Rhode-Schwarz erzeugt. In diesem Frequenzgenerator lassen sich Listen von Frequenzen einprogrammieren, sodass durch ein digitales Signal von einem Listenplatz zum nächsten gewechselt werden kann. Pro Listenplatz kann über ein analoges Signal die Frequenz im Bereich von  $\pm 10\text{MHz}$  gewählt werden. Für die meisten Frequenzrampen beim evaporativen Kühlen wird dies so gehandhabt: Der ADwin schaltet einen Listenplatz weiter, schaltet dann den Frequenzgenerator an (beides über digitale Kanäle) und fährt über den gesamten möglichen Frequenzbereich auf diesem Listenplatz eine Rampe (über einen analogen Kanal). Dann wird das Signal des Frequenzgenerators ausgeschaltet, auf den nächsten Listenplatz gewechselt usw. Für die letzten, sensitivsten Rampen bleibt der Generator auf dem letzten Listenplatz und die Rampen werden extrem langsam gefahren.

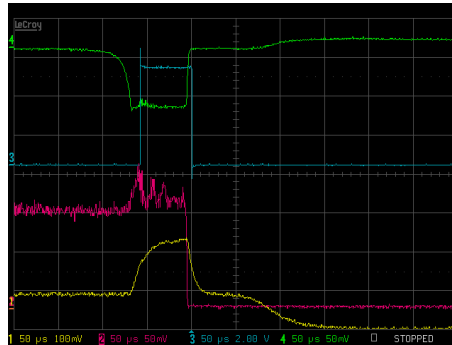
#### 3.3.2 Eigenbau-Elektronik und Arduino



**Abbildung 3.18:** Links ist in blau der Arduino-Mikroprozessor zu sehen. Rechts davon sind auf einer Platine die UND-Gatter und der Komparator aufgelötet. Die verschiedenen Kabel führen zu BNC-Anschlüssen, die mit dem ADwin bzw. mit Elementen des Experiments verbunden sind.

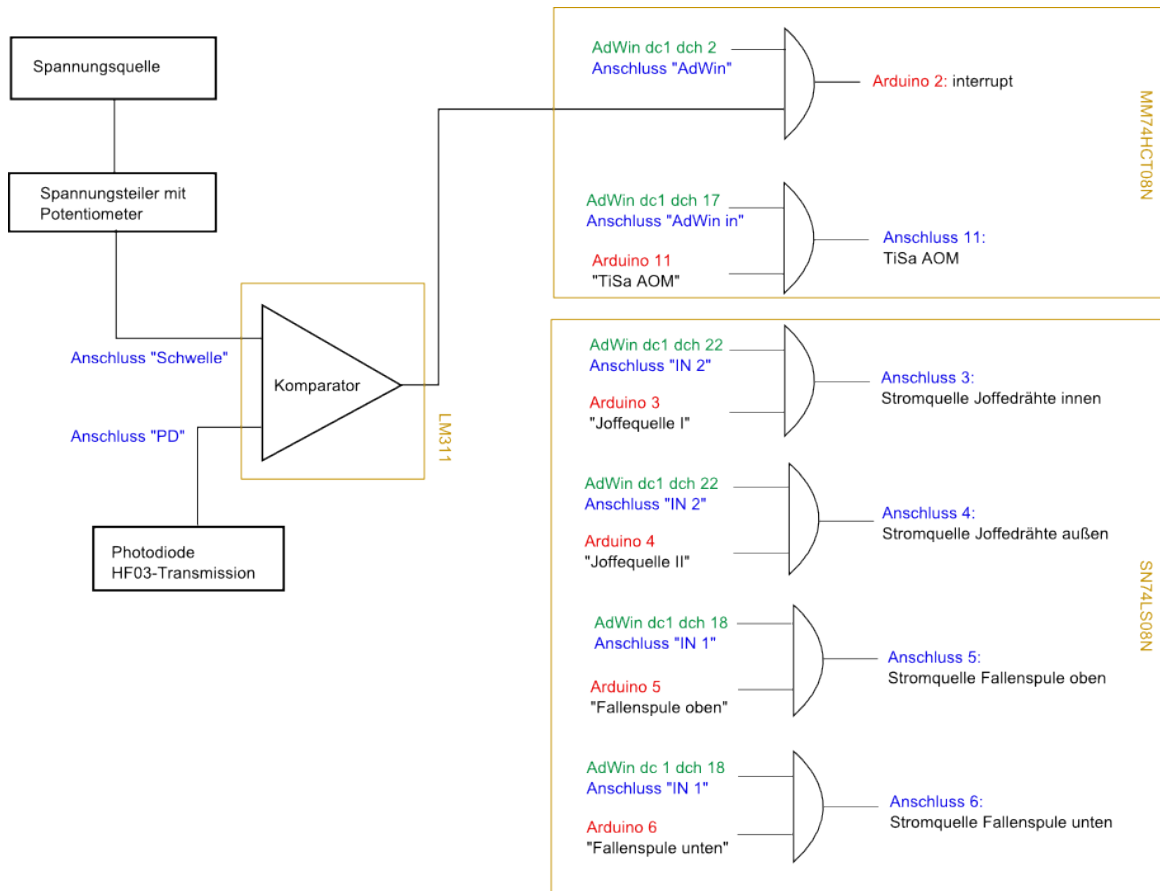
Wegen der Verwendung des Arduino-Mikroprozessors (Abb. 3.18) für die letzten Aufgaben des Experiments müssen einige Elemente sowohl vom ADwin als auch vom Arduino angesteuert werden können. Dafür werden UND-Gatter (MM74HCT08N und SN74LS08N) verwendet, die dann ein positives Signal ausgeben wenn sie sowohl vom ADwin als auch vom Arduino ein positives Eingangssignal erhalten. Am Anfang des Zyklus liefert darum der Arduino fortlaufend ein 5V-Signal, sodass der ADwin das Experiment steuert, und am Ende des Zyklus andersrum. Dies betrifft, wie in Abb. 3.20 dargestellt, die Ströme von Fallenspulen und Joffedrähten, sowie den AOM, der das Ti:Sa Licht anschaltet. Zusätzlich gibt es eine Elektronik, die steuert, wann der Arduino das Experiment übernehmen soll. Am Ende seines Zyklus erzeugt der ADwin eine Spannungsrampe, mit der die Frequenz des Ti:Sa über die Resonanz der Stabilisierungsmode gefahren wird. Ist die Resonanz erreicht, so greift die Stabilisierungselektronik und das Licht bleibt für einige Zeit auf der Resonanz. Jetzt soll der Arduino die Steuerung des Experiments übernehmen. Hierfür wird ein Komparator eingesetzt: Es wird von einer externen Spannungsquelle ein Spannungssignal erzeugt, das einen bestimmten Schwellwert definiert, welcher an das Komparator-Element (LM311) geliefert wird. Der andere Eingang des Komparators ist das verstärkte Photodiodensignal des Stabilisierungs-Transmissionslichts. Überschreitet dieses Signal den Schwellwert, so ist das Licht auf Resonanz und der Komparator liefert ein 5V-Signal an das UND-Gatter. Der Arduino-Interrupt Eingang schaltet den Arduino um, sodass dieser die Abbildung steuert. Die Ströme werden ausgeschaltet, das Pumplicht geht für die gewählte Zeit an und die drei Abbildungen werden gemacht. Dann schaltet der Arduino wieder um auf den Normalbetrieb, in dem für die Ströme positive Signale ausgegeben werden. In Abb. 3.16 ist der gesamte Zyklus mit dem jeweiligen Steuerelement dargestellt.

Gleichzeitig mit den Abbildungen wird auch das Licht der Transmissions-Photodioden von einem digitalen Oszilloskop aufgenommen und das Signal wird in derselben Datei abgespeichert wie die Abbildungen (siehe Abb. 3.19).



**Abbildung 3.19:** Sobald das Stabilisierungs-Licht (gelb) einen bestimmten Schwellwert überschreitet, wird ein 5V-Signal an das Oszilloskop ausgegeben (blau), das nun eine Aufnahme macht. Zu sehen sind das Pumplight (grün) und das im Resonator rückgestreute Licht (pink). Bei dieser Aufnahme wurde eine sehr große Pumpleistung verwendet, sodass die Atome mehrfach streuten, was an der großen Anzahl an Maxima im pinken Signal zu sehen ist. Befindet man sich knapp oberhalb der Schwelle, so kann das rückgestreute Licht nicht beobachtet werden, weil es zu wenig ist.

### 3 Experimenteller Aufbau



**Abbildung 3.20:** Der größte Teil des Zyklus wird vom ADwin gesteuert. In dieser Zeit läuft der Arduino in einer „loop“-Funktion, in der er an die Anschlüsse „TiSa AOM“, „Joffequelle I“, „Joffequelle II“, „Fallenspule oben“ und „Fallenspule unten“ der UND-Gatter SN74LS08N und MM74HCT08N 5V-Signale liefert. Die jeweils anderen Eingänge erhalten Signale vom ADwin, so dass dieser die Ströme steuert. In der Abbildung sind die ADwin Ausgänge (grün) benannt nach Karte und Kanal - so bezeichnet zum Beispiel dc1 dch2 die Karte 1 und den Kanal 2. Die Arduino Ausgänge (rot) enthalten die Nummer des Anschlusskanals auf der Arduino-Platine.

Der letzte Programmschritt des ADwin ist es, seinerseits die obigen Eingangssignale auf 5V zu schalten und eine Frequenzrampe über die Stabilisierungslicht-Resonanz zu fahren. Wenn das Stabilisierungslicht in den Ringresonator eingekoppelt ist, soll der Arduino das Experiment übernehmen. Dazu vergleicht der Komparator LM311 (links) das Signal der TEM03-Transmissions-Photodiode mit einem gewählten Spannungswert. Letzterer kann über ein Dreh-Potentiometer eingestellt werden. Wenn der Ti:Sa auf den Ringresonator stabilisiert ist, so ist das Photodiodensignal groß genug und der Komparator liefert ein positives Ausgangssignal an das UND-Gatter MM74HCT08N. Da zu diesem Zeitpunkt auch der ADwin ein 5V-Signal sendet, liegt am Arduino interrupt-Eingang ein 5V-Signal an. Damit schaltet der Arduino von der „loop“ Funktion um in das Programm zur Steuerung des Restzyklus.

## 4 Stabilitätsdiagramme des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers

Die hier vorgestellten Messungen mit thermischen Atomen stehen im Zusammenhang mit Untersuchungen, die von uns mit kondensierten Atomen durchgeführt wurden [Sch14]. Dabei wurde die Verstimmungsabhängigkeit des CARL-Prozesses als Stabilitätsdiagramm dargestellt. Das Stabilitätsdiagramm ließ sich erfolgreich mit einer quantenmechanischen Theorie erklären, welche auch die markante asymmetrische Form des Diagramms auf ein verstimmungsabhängiges Verhalten der Eigenwerte zurückführen konnte. Diese Theorie wurde außerdem im Kontext des Dicke Phasenübergangs diskutiert.

Dies kann nun einerseits bedeuten, dass das im Experiment beobachtete Phänomen auch nur durch eine quantenmechanische Deutung fassbar ist – wie es zum Beispiel beim Phasenübergang vom Bose-Einstein-Kondensat zu einem Mott-Isolator der Fall ist – und dass es keine klassische Erklärung der Form des Stabilitätsdiagramms gibt. Oder aber ein äquivalentes Stabilitätsdiagramm lässt sich auch in einer klassischen Situation erstellen und ist mit einer klassischen Theorie beschreibbar. In diesem Fall ist immer noch die quantenmechanische Deutung die fundamentale, aber eine klassische liefert dennoch befriedigende Ergebnisse.

Aus diesem Grund führten wir Messungen mit thermischen Atomen zwischen  $0,4$  und  $9\mu\text{K}$  durch. Die Atome sind damit ultrakalt und ermöglichen das Auftreten der CARL-Instabilität. Aber da die De Broglie-Wellenlänge klein ist im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts, ist die Situation in dem Bereich der klassischen Physik zu verorten. Diese Messungen werden verglichen mit der im Theoriekapitel vorgestellten Beschreibung. Es stellt sich heraus, dass die Beschreibung die Experimente gut wiedergibt und dass die thermischen Stabilitätsdiagramme kein anderes Verhalten zeigen als die mit Kondensaten aufgenommenen. Daraus lässt sich schließen, dass die Form des Stabilitätsdiagramms durch eine klassische Beschreibung in angemessener Weise wiedergegeben werden kann.

Dies eröffnet die Möglichkeit, mit Hilfe der Theorie sowie mit ihrer vereinfachten Form neue Erkenntnisse darüber zu erlangen, was im CARL-Prozess geschieht. Insbesondere betrifft dies die Ursache der Asymmetrie des Stabilitätsdiagramms, die im quantenmechanischen Bild nicht intuitiv verständlich ist. Im vereinfachten klassischen Modell lässt sich eine anschauliche Erklärung finden.

## 4.1 Durchführung der Messungen

Die Atome werden, wie im vorigen Kapitel beschrieben, auf die gewünschte Temperatur gekühlt und in die Joffe-Falle geladen, die sie auf der Achse des Ringresonators festhält. Dann wird das Stabilisierungslicht auf die TEM<sub>03</sub> Mode des Resonators stabilisiert, und vom Arduino wird für  $50\mu\text{s}$  das Pumplicht angeschaltet. Jetzt findet die Wechselwirkung der Atome mit dem Licht statt. Die Frequenz des Pumplichts wird dabei auf eine Verstimmung zwischen  $-2\text{MHz}$  und  $+4\text{MHz}$  zur Resonanz des Resonators eingestellt. Anschließend wird die Magnetfalle geöffnet, sodass sich die Atome für  $10\text{ms}$  frei bewegen. Dann wird die Abbildung mit resonantem Licht durchgeführt. Um Informationen über die Atom-Licht-Wechselwirkung auszulesen, werden die Bilder ausgewertet.

Die Frequenz des Pumplichts unterscheidet sich um  $130\text{MHz}$  von der des Stabilisierungslichts. Dieser Frequenzunterschied wird mit einem AOM eingestellt. Mit diesem kann auch die Verstimmung des Pumplichts zur Resonanz des Ringresonators mit großer Präzision kontrolliert werden. Die Leistung des Pumplichts wird auch über diesen AOM eingestellt. Jedoch ist hier die Einstellung sehr ungenau. Dies hängt mit dem Filteretalon zusammen, dessen Resonanzfrequenz von Hand so eingestellt wird, dass immer gleich viel Licht das Etalon passiert. Diese Einstellung ist jedoch unpräzise und führt zu Leistungsschwankungen nach dem Etalon. Durch Messung der Transmission des Pumplichts wird die Lichtleistung überprüft. Das Licht trifft auf eine Photodiode, die mit Hilfe eines Powermeters geeicht wurde. Mit der so bestimmten transmittierten Lichtleistung lässt sich damit die tatsächliche Lichtleistung im Resonator bestimmen. Bei einer Spiegeltransmission von  $7\text{ppm}$  (durch den Hochreflektor, auf Low Finesse) ist der Zusammenhang zwischen Spannung  $U$  auf der Photodiode und Leistung im Resonator  $P_{res}$

$$P_{res}[\text{W}] \cong 5,17 \cdot 10^{-4} \cdot U[\text{V}]. \quad (4.1)$$

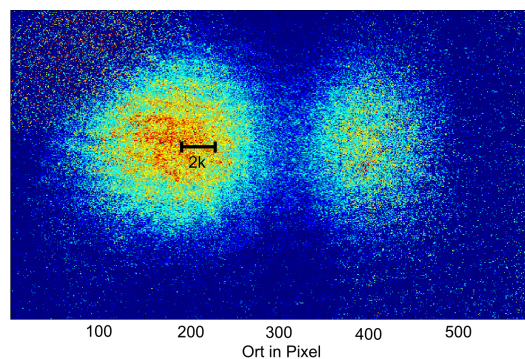
Dadurch, dass man die Leistung nicht genau einstellen kann, müssen mehr Messungen gemacht werden, bis die gewünschte Anzahl an Messungen bei der gewünschten Pumpleistung durchgeführt wurde. Dies hat eine längere Messzeit zur Folge, jedoch verschlechtert es nicht die Ergebnisse.

Um zu wissen, ob in einer Messung der CARL-Prozess stattgefunden hat oder nicht, ließe sich das Licht analysieren, das in die Rückrichtung des Resonators gestreut wird. Eine hohe Leistung in dieser Mode zeigt an, dass in dem selbstverstärkten Prozess kohärentes Licht in diese Mode eingekoppelt wurde. Die Beobachtung des Lichts gestaltet sich aber als nicht praktikabel, da erst bei großen Leistungen hier Licht beobachtbar ist.

Statt dessen wird der Fokus auf die Atome gerichtet. Ab einer kritischen Pumpleistung werden mit zunehmender Pumpleistung mehr und mehr Atome zu höheren Geschwindigkeiten befördert. Hier gilt es, eine sinnvolle Schwelle für die kritische Pumpleistung zu definieren. Da die Auflösung der Abbildung nicht beliebig gut ist, muss eine einigermaßen große Menge an Atomen beschleunigt worden sein, damit man sicher sein kann, sich ober-



halb der Schwelle zu befinden. Für die BEC Messungen ist die Schwelle darum so definiert, dass  $30\% \pm 10\%$  der Atome im ersten Impulszustand sein müssen. Bei größeren, thermischen Wolken sind die quantisierten Impulszustände nicht auflösbar, da die Impulsverteilung der Atome größer ist als ein Rückstoßimpuls (siehe Abb. 4.1). Je mehr Licht die Atome streuen, desto breiter wird die Wolke, bis sich erst bei hohen Pumpleistungen ein Teil der Atome abspalten und eine zweite Impulsklasse erzeugen kann. Als Schwelle wird hier ein Aspektverhältnis von  $1,4 \pm 0,2$  gewählt. Sowohl im Fall kondensierter Atome als auch bei thermischen Wolken ist das Kriterium für die Schwelle, dass dies der kleinste Wert ist, bei dem man im Experiment sicher sein kann, dass der CARL-Prozess stattgefunden hat.

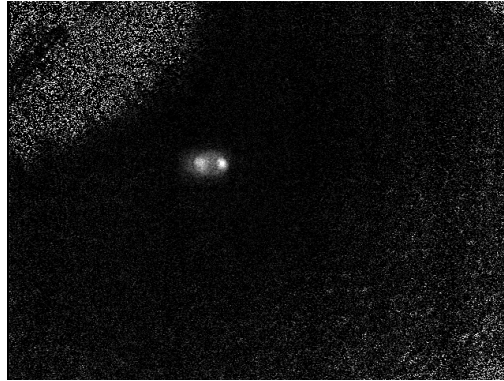


**Abbildung 4.1:** In diesem bei  $9\mu\text{K}$  weit oberhalb der Schwelle aufgenommenen Beispielbild ist als schwarzer Strich die räumliche Distanz eingezeichnet, die ein Atom ausgehend vom Schwerpunkt in 10ms Flugzeit zurücklegen würde, das die kinetische Energie von genau einem Photonenrückstoß aufgenommen hat. Während bei kondensierten Atomen damit ein klar auflösbarer zweiter Impulszustand zu sehen wäre, geht dieser in der großen thermischen Wolke unter und an der Schwelle wird die Wolke durch die beschleunigten Atome verbreitert statt in zwei Wolken aufgetrennt. Erst bei hohen Pumpleistungen ist, wie hier gezeigt, eine zweite Impulsklasse sichtbar.

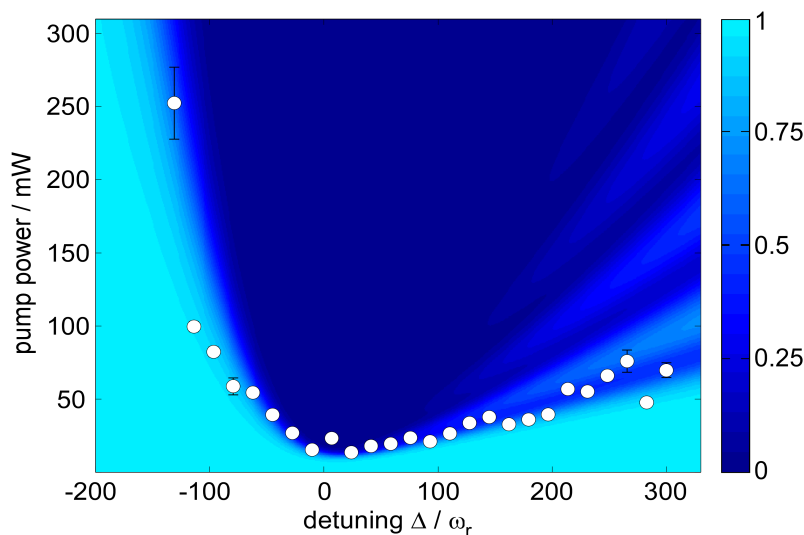
Die Stabilitätsdiagramme sind so erstellt, dass man bei jeder gewählten Verstimmung zum Resonator die Pumpleistung so lange erhöht, bis eine Messung an der Schwelle aufgenommen wurde. Es werden für jede Verstimmung drei Messungen aufgenommen und abgespeichert. In den Stabilitätsdiagrammen zeigen die Datenpunkte die Mittelwerte der Messungen und die Fehlerbalken die statistische Standardabweichung, die sich durch die drei Werte ergibt.

Die Frequenz, die in den Diagrammen als x-Achse gezeigt ist, ist im Experiment die Differenzfrequenz zwischen High Finesse TEM03 Mode und Low Finesse TEM00 Mode, die auf Werte um 130MHz eingestellt wird. Um dies in die Verstimmung zur Resonatorresonanz umzurechnen, wird die Kurve in x-Richtung so verschoben, dass das Minimum der Kurve bei 0MHz liegt. Dies ist abhängig vom Experiment eine Verschiebung um 130,2MHz bis 130,5MHz (mit der Ausnahme der in 4.3.4 vorgestellten Messungen).

## 4.2 Stabilitätsdiagramm mit kondensierten Atomen



**Abbildung 4.2:** In der Abbildung des Kondensats oberhalb der Schwelle sind klar zwei Impulzzustände zu unterscheiden.



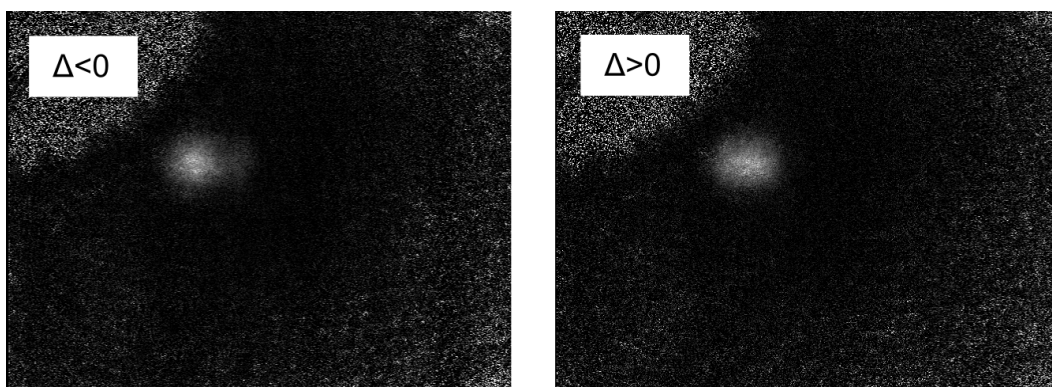
**Abbildung 4.3:** Als weiße Kreise aufgetragen sind die Pumpleistungen, für die bei der jeweiligen Verstimmung zur Resonatorresonanz die CARL-Schwelle erreicht ist. Die Fehlerbalken geben die Standardabweichung der jeweils drei Messwerte an. Farbiger unterlegt sind die Simulationsdaten einer quantenmechanischen Theorie, mit der berechnet wird, bei welchen Pumpleistungen die Besetzung des nullten Impulzzustands (hellblau) übergeht in den ersten beschleunigten Impulzzustand (dunkelblau).

Zunächst führten wir Messungen des Stabilitätsdiagramms mit kondensierten Atomwolken durch, die in [Sch14] vorgestellt sind. Die Messung und der Vergleich mit einer quantenmechanischen theoretischen Beschreibung werden in der Arbeit von Dag Schmidt ausführlich diskutiert und sollen hier nur kurz vorgestellt werden, um einen Vergleich mit den thermischen Messungen zu ermöglichen. Die Experimente wurden mit 80.000 Atomen durchgeführt. Die Impulzzustände sind oberhalb der Schwelle klar getrennt (Abb. 4.2), sodass der Atomanteil im ersten Impulzzustand bestimmt und als Kriterium

verwendet wird. In Abb. 4.3 zeigen die weißen Kreise die Messdaten an der Schwelle, die farbige Unterlegung gibt die Simulation der quantenmechanischen Theorie wieder. Die maximale positive bzw. negative Verstimmung, bei der Messdaten aufgenommen wurden, ist darüber definiert, wie viel Pumpleistung bei der jeweiligen Verstimmung noch in den Resonator einkoppelbar war. Die Simulation zeigt die Besetzung des nullten, unbeschleunigten Impulszustands. Die hellblaue Farbe bedeutet dabei, dass dieser Zustand voll besetzt ist, im dunkelblauen Bereich befinden sich keine Atome mehr darin. An der Schwelle ist also gerade der Übergang vom besetzten in den unbesetzten Zustand. Die theoretische Beschreibung geht davon aus, dass Atome nur Impulse in Einheiten des Rückstoßimpulses gewinnen oder verlieren können. Dies stimmt mit den experimentellen Daten gut überein, in denen klar getrennte Impulszustände vorliegen. In der Theorie ist nur Streuung in den ersten und den minus ersten beschleunigten Impulszustand beschrieben. Im Experiment kommt es bei großen Pumpleistungen zu deutlich höheren besetzten Impulszuständen. Da dies aber weit oberhalb der Schwelle passiert, ist es für die hier betrachteten Untersuchungen nicht relevant. Die Stabilitätsdiagramme in Theorie und Experiment sind in sehr guter Übereinstimmung, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die theoretische Beschreibung eine angemessene ist.

### 4.3 Stabilitätsdiagramme mit thermischen Atomen

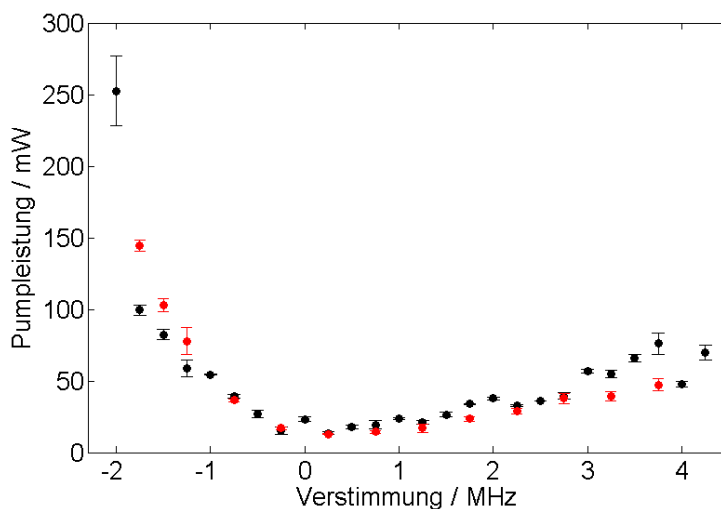
Im folgenden sollen Messungen mit thermischen Atomen vorgestellt werden. Bei diesen Experimenten ist die thermische De Broglie-Wellenlänge der atomaren Wolken kleiner als die Wellenlänge des Lichts, sodass eine klassische Beschreibung gültig sein sollte. Die entstehenden Stabilitätsdiagramme werden verglichen mit dem BEC-Stabilitätsdiagramm.



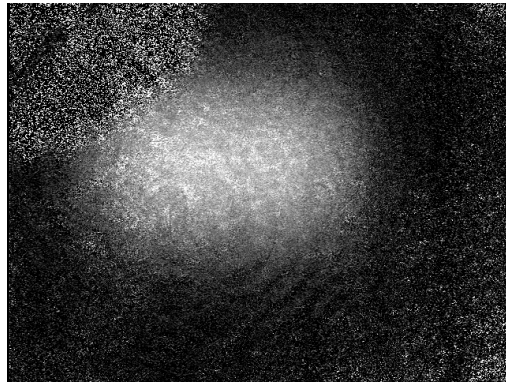
**Abbildung 4.4:** Bei 400nK unterscheiden sich die Abbildungen oberhalb der Schwelle abhängig von der Verstimmung. Bei  $\Delta < 0$  werden einige Atome zu deutlich höheren Geschwindigkeiten beschleunigt, sodass diese gezählt werden können. Für  $\Delta > 0$  werden viele Atome leicht beschleunigt, die Wolke wird breiter und das Aspektverhältnis wird analysiert.

### 4.3.1 Messung bei 400nK

Die kleinste Temperatur oberhalb der Kondensationstemperatur, bei der CARL-Messungen durchgeführt wurden, beträgt 400nK. Dabei ist die de Broglie-Wellenlänge mit 300nm knapp kleiner als die halbe Wellenlänge des Lichts, die Situation ist damit in den Übergangsbereich zwischen Quantenmechanik und klassischer Physik zu verorten. Um diese Temperatur zu erreichen, wurde die letzte Evaporationsrampe auf eine etwas größere Frequenz gestellt, sodass im Bild der Atome kein kondensierter Anteil zu sehen war. Es befanden sich dabei noch 200.000 Atome in der kalten Wolke. Das Verhalten der Atomwolke oberhalb der Schwelle unterscheidet sich abhängig von der Verstimmung. Für  $\Delta < 0$  werden wenige Atome zu großen Geschwindigkeiten beschleunigt, sodass diese Atome gezählt werden können. (Abb. 4.4 links). Für  $\Delta > 0$  jedoch wird ein großer Teil der Atome leicht beschleunigt (Abb. 4.4 rechts). Der Vergleich mit der Abbildung der BEC-Wolke in Abb. 4.2 lässt vermuten, dass sie in den ersten Impulszustand übergehen, jedoch ist die Temperatur der Atome schon zu groß, um dies mit Sicherheit bestimmen zu können. Das unterschiedliche Verhalten für positive und negative Verstimmung ist aber bei der Wahl der Schwelle zu berücksichtigen: Für negative Verstimmungen ist die Schwelle so gewählt wie in den BEC-Messungen. Das Kriterium sind  $30 \pm 10\%$  Atome im beschleunigten Zustand. Für positive Verstimmung sind die Zustände nicht klar zu trennen, sodass das Kriterium ein Aspektverhältnis von  $1,4 \pm 0,2$  ist. Mit diesen Kriterien lässt sich das Diagramm in Abb. 4.5 erstellen. Die dort gezeigte Messung wurde mit 200.000 Atomen bei 400nK durchgeführt. In der Abbildung ist zum Vergleich noch einmal die BEC Messung gezeigt, die im Rahmen der Messungenauigkeit deckungsgleich mit der thermischen Messung ist.



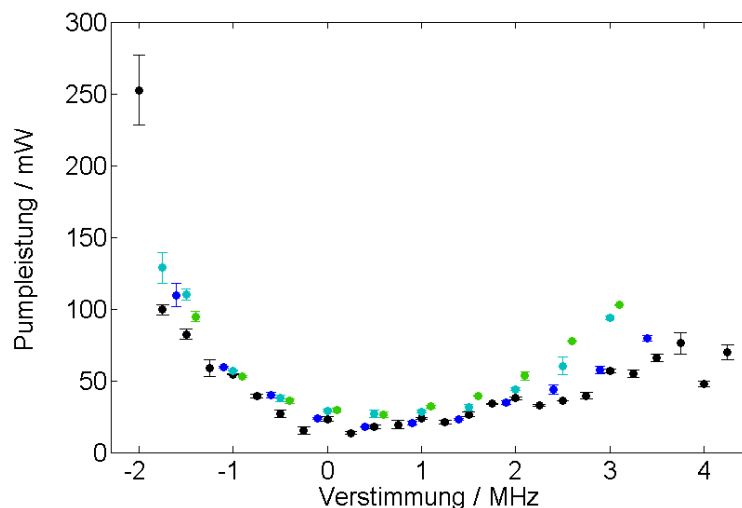
**Abbildung 4.5:** Das gemessene Stabilitätsdiagramm von 200.000 Atomen bei 400nK (rot) stimmt sehr gut mit dem BEC-Diagramm (schwarz) überein.



**Abbildung 4.6:** Im Vergleich zu oben vorgestellten Messungen sind die Atomwolken bei  $9\mu\text{K}$  so groß, dass sie im Flugzeitbild die Ioffe-Drähte links oben im Bild berühren. Das Kriterium für die CARL-Schwelle ist das vergrößerte Aspektverhältnis, wie es hier gezeigt ist.

### 4.3.2 Messungen bei $9\mu\text{K}$

Die höchste Temperatur, die in Messungen verwendet wurde, betrug  $9\mu\text{K}$ . Wie in Abb. 4.1 zu sehen, ist dabei die Wolke schon so groß, dass sie im Flugzeitbild die Joffedrähte links oben berührt. Bei Verwendung von wärmeren Atomen und damit größeren Wolken wäre ein Teil der Atome im Bild nicht sichtbar, woraus eine unsaubere Auswertung resultieren würde. Darum wurde  $9\mu\text{K}$  als obere Temperaturgrenze gewählt. Für die Messungen gilt, dass hier keine quantisierten Impulzzustände auflösbar waren und zur Bestimmung der Schwelle immer das Aspektverhältnis betrachtet wurde.



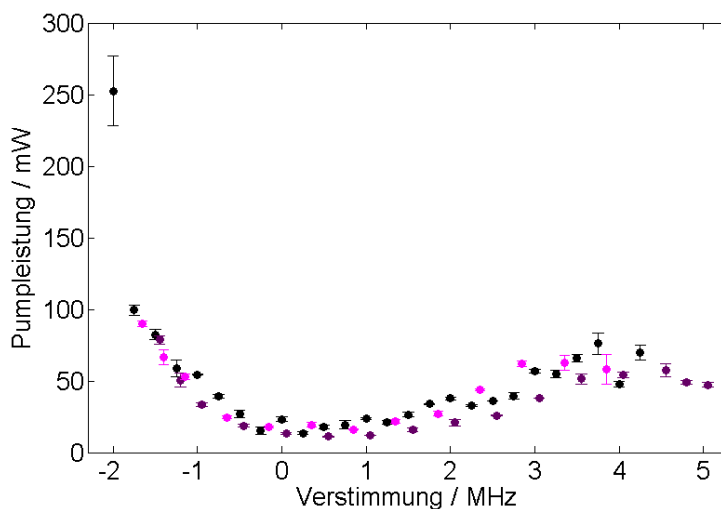
**Abbildung 4.7:** In verschiedenen Messungen bei  $9\mu\text{K}$  wird der Einfluss der Atomzahl auf das Stabilitätsdiagramm deutlich. Bei der mit  $4 \cdot 10^6$  Atomen größten Atomzahl (dunkelblau) ist die Messung deckungsgleich mit der BEC-Messung (schwarz). Bei  $2,3 \cdot 10^6$  Atomen ist die Schwelle etwas höher (hellblau) und bei  $1,8 \cdot 10^6$  Atomen ist sie am höchsten (grün). Hier unterscheidet sich das Diagramm deutlich vom BEC-Diagramm.

Es wurden mehrere Messungen durchgeführt, die zu unterschiedlichen Stabilitätsdiagrammen führten. Diese Unterschiede sind auf eine unterschiedliche Atomzahl zurückzuführen: Eine Verwendung von weniger Atomen verursacht insgesamt eine höhere Schwelle. Dies ist bei den drei Diagrammen in Abb. 4.7 zu sehen. In der Messung, die mit dunkelblauen Datenpunkten dargestellt ist, und mit  $4 \cdot 10^6$  Atomen erstellt wurde, zeigen die Atome dasselbe Verhalten wie in den Messungen mit kondensierten Atomen und Atomen bei  $400\text{nK}$ . Die de Broglie-Wellenlänge beträgt bei  $9\mu\text{K}$   $60\text{nm}$  und ist damit um mehr als eine Größenordnung kleiner als die Wellenlänge des Lichts, was das Experiment sehr klar in den Bereich der klassischen Physik verortet.

Da die Atomzahl einen deutlichen Einfluss auf die Form des Diagramms hat, ist ein Vergleich mit den BEC-Daten schwierig. Zwar stimmt eines der  $9\mu\text{K}$ -Diagramme mit dem BEC-Diagramm überein, jedoch ist kein Grund ersichtlich, warum die zu diesem Diagramm gehörige Atomzahl vor den anderen ausgezeichnet sein könnte. Jedoch bleibt festzustellen, dass das Diagramm mit kondensierten Atomen reproduziert werden kann, indem man thermische Atome bei  $9\mu\text{K}$  verwendet.

### 4.3.3 Weitere Temperaturen

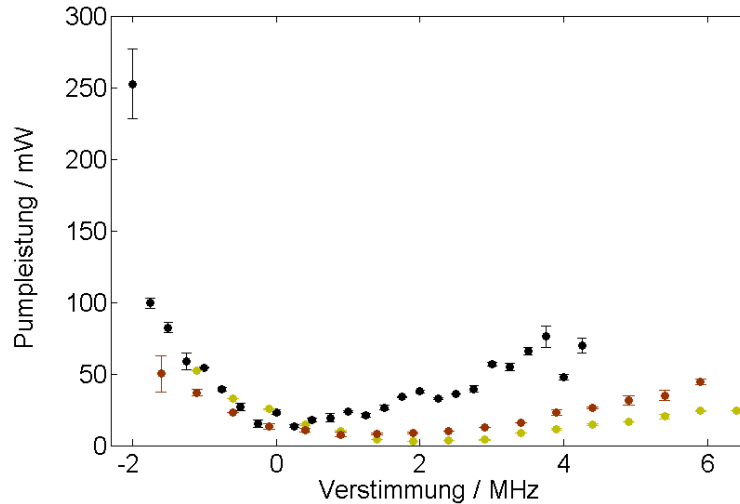
Es wurden auch Messungen bei Temperaturen größer als  $0,4\mu\text{K}$  und kleiner als  $9\mu\text{K}$  durchgeführt. Diese sind in Abb. 4.8 gezeigt. Auch diese Messungen, die bei  $2,7\mu\text{K}$  und  $5,8\mu\text{K}$  erstellt wurden, sind in der Abbildung mit der BEC-Messung verglichen und ähneln dieser sehr stark. Hier wurde nicht, wie oben, die Atomzahl bei gegebener Temperatur verändert, sodass keine Abhängigkeit davon untersucht werden konnte.



**Abbildung 4.8:** Die Messungen mit  $2,7\mu\text{K}$  (violett) und  $5,8\mu\text{K}$  (pink) ähneln sich und dem BEC-Diagramm (schwarz) stark.



#### 4.3.4 Veränderter Modenabstand



**Abbildung 4.9:** Ein Abkühlen der experimentellen Anlage führt zu einem verringerten Frequenzabstand zwischen High Finesse TEM03 und Low Finesse TEM00 Mode. Dies ist in den Stabilitätsdiagrammen bei  $9\mu\text{K}$  (braun) und  $1,3\mu\text{K}$  (gelb) daran zu sehen, dass das Minimum deutlich nach rechts verschoben ist (für den Plot wurde, wie bei den anderen Messungen, ein Modenabstand von  $130,4\text{MHz}$  angenommen). Die tiefere Schwelle hat ihre Ursache in einer stark erhöhten Spiegelrückstreuung. Der Grund für den veränderten Modenabstand ist wahrscheinlich eine durch die Temperatur modifizierte Resonatorlänge, damit ein veränderter freier Spektralbereich, der den Frequenzabstand zweier Moden verändert.

In den Diagrammen in diesem Kapitel ist die Verstimmung in MHz zwischen  $-2$  und  $+5$  als  $x$ -Achse gezeigt. Die tatsächliche  $x$ -Achse in den experimentellen Daten ist aber der Frequenzabstand zwischen der Stabilisierungsmode TEM00 auf High Finesse und der Pumpmode TEM03 auf Low Finesse. Dieser Abstand wurde vor Durchführung der CARL-Untersuchungen gemessen. Dies lässt sich relativ einfach dadurch realisieren, dass man auf die TEM00 Mode stabilisiert und dann die Frequenz des Pumpstrahl-AOMs so anpasst, dass die maximale Leistung auf der TEM03 Mode in den Resonator eingekoppelt wird. Diese Leistung misst man in der Transmission. Auf diese Weise erhielten wir einen Modenabstand von  $130\text{MHz}$ , von dem wir annahmen, er würde sich nicht ändern. Im Laufe der CARL-Messungen wurde aber klar, dass das Minimum der Diagramme, das immer bei  $130\text{MHz}$  liegen sollte, leicht variierte. Eine erneute Bestimmung des Modenabstands klärte, dass dieser um einige  $100\text{kHz}$  angewachsen war. Der variiierende Modenabstand verschiebt die Diagramme auf der  $x$ -Achse. Die hier gezeigten Diagramme sind durch Verschieben auf der  $x$ -Achse um  $0,2$ - $0,6\text{MHz}$  so angepasst, dass sie plausibel aufeinander liegen, jedoch besteht eine Unsicherheit bezüglich der  $x$ -Achse.

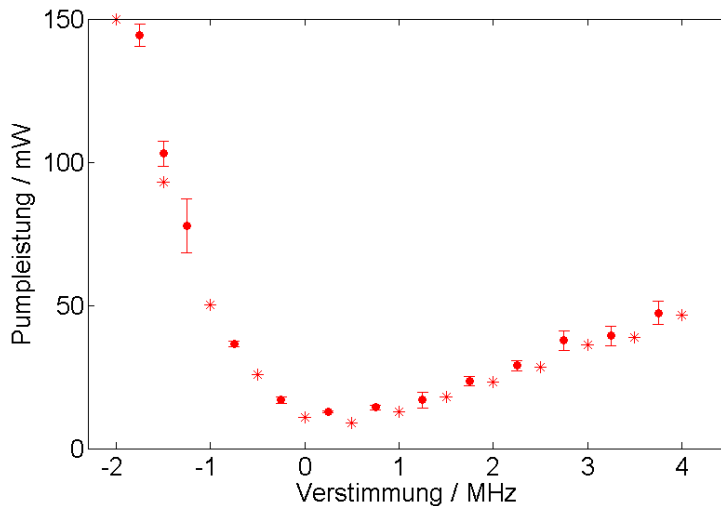
Wir vermuteten, dass Veränderungen der Temperatur über längere Zeiträume die Ursache für die Veränderung des Modenabstands sein könnten. Die Temperatur bestimmt die Länge des Resonators und damit den freien Spektralbereich, welcher wiederum den

Abstand zweier Moden definiert. Um diese Theorie zu überprüfen, ließen wir die Anlage zwei Tage lang abkühlen und bestimmten dann den Modenabstand. Tatsächlich war er mit 129MHz nun deutlich kleiner.

Mit diesem veränderten Modenabstand wurden auch Stabilitätsdiagramme aufgenommen. Sie sind in Abb. 4.9 gezeigt. Die x-Achse wurde in dieser Abbildung nicht angepasst, sodass sichtbar ist, wie weit das Minimum des Diagramms vom Minimum der BEC-Messung verschoben ist. Außerdem ist die Schwelle deutlich tiefer. Der Grund hierfür ist vermutlich eine modifizierte Spiegelrückstreuung bei der Mode, die jetzt verwendet wird [Kre07]. Eine größere Spiegelrückstreuung verursacht eine größere Leistung des gestreuten Lichts im Resonator, was den CARL-Prozess begünstigt.

Die Messung mit verändertem Modenabstand ist interessant und zeigt den Einfluss des Modenabstands. Sie kann aber wegen der größeren Spiegelrückstreuung nicht direkt mit der BEC-Messung verglichen werden. Der Vergleich zwischen dem BEC-Stabilitätsdiagramm und den thermischen Stabilitätsdiagrammen muss anhand der anderen Messungen vollzogen werden.

### 4.4 Vergleich mit Simulationen

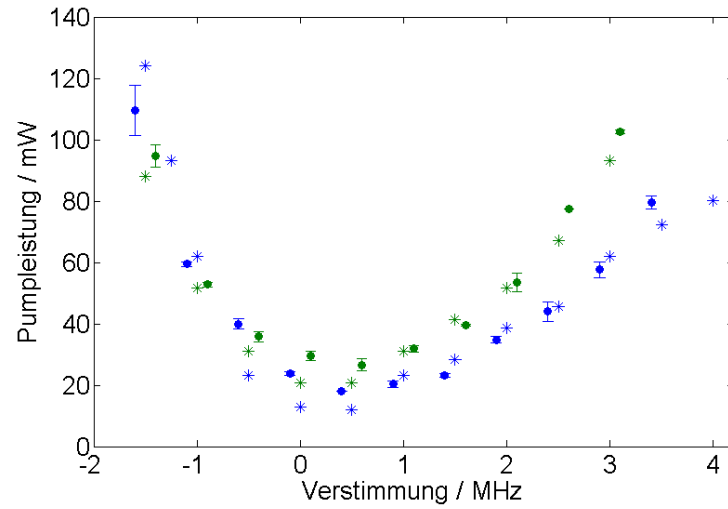


**Abbildung 4.10:** Im Experiment bei 400nK (Kreise) wurden 200.000 Atome verwendet. Auch die Theorie (Sterne) simuliert 200.000 Atome bei 400nK. Die Anzahl der simulierten Atome beträgt 5000, die Spiegelrückstreuung  $0,05\kappa$ . Beide Diagramme stimmen sehr gut überein.

Auf die im Theoriekapitel beschriebene Weise lassen sich Stabilitätsdiagramme simulieren. Diese können mit den Daten verglichen werden. In Abb. 4.10 sind simuliertes und gemessenes Stabilitätsdiagramm für 400nK gezeigt. Simuliert sind 5000 Atome, die Gesamtatomzahl beträgt, wie im Experiment, 200.000. Die Spiegelrückstreuung, die in der Simulati-



on angenommen wird um die Daten bestmöglich anzunähern, beträgt  $0,05\kappa$ . Auch in der Theorie ist die Schwelle als Aspektverhältnis von  $1,4\pm 0,2$  definiert. Die Fehlerbalken sind in der Abbildung nicht gezeigt. Sie betragen bei einer Verstimmung von  $0\text{MHz} \pm 5\text{mW}$ , und für größer bzw. kleiner werdende Verstimmung wachsen sie an bis ca.  $\pm 50\text{mW}$ , wobei der Anstieg bei negativer Verstimmung deutlich größer ist. Dieses Verhalten der Fehlerbalken entspricht qualitativ dem im Experiment beobachteten.



**Abbildung 4.11:** Auch für  $9\mu\text{K}$  passen experimentelle (Kreise) und simulierte (Sterne) Diagramme gut zusammen. Die reelle Atomzahl von  $4 \cdot 10^6$  Atomen (blau) wurde wegen der großen räumlichen Ausdehnung der Atomwolke im Vergleich zur Resonatormode in der Theorie reduziert auf  $2 \cdot 10^6$ . Die simulierte Spiegelrückstreuung betrug  $0,5\kappa$ . Die Messung mit  $1,8 \cdot 10^6$  Atomen (grün) wurde durch eine Simulation mit  $0,9 \cdot 10^6$  Atomen und einer Spiegelrückstreuung von  $1,2\kappa$  angenähert.

Auch für  $9\mu\text{K}$  lassen sich die gemessenen Diagramme mit simulierten Werten vergleichen. In Abb. 4.11 ist dieser Vergleich vorgenommen, für das in Abb. 4.7 gezeigte Diagramm mit  $4 \cdot 10^6$  Atomen und das mit  $1,8 \cdot 10^6$  Atomen. Allerdings muss hier eine Komplikation beachtet werden: Im Experiment ist die  $9\mu\text{K}$ -Atomwolke so groß, dass die Atome am Rand der Wolke nicht mehr mit dem Licht in der Resonatormode wechselwirken können. Um genau abzuschätzen, welche Atome mit dem Licht mit welcher Kopplungsstärke wechselwirken, müsste die Dichteverteilung der Atome sowie die des Lichts in der Simulation des Experiments berücksichtigt werden. Da dies die Simulation wesentlich komplexer machen würde, ist hier darauf verzichtet. Statt dessen wird eine Abschätzung vorgenommen.

Für die Dichteverteilung  $n(r)$  einer kalten, thermischen Atomwolke in einem harmonischen Potential gilt [Dal99]

$$n(r) \propto \exp(-V_{\text{ext}}(r)/k_B T) \quad (4.2)$$

mit der Boltzmann-Konstante  $k_B$ , der Temperatur  $T$  und dem Potential

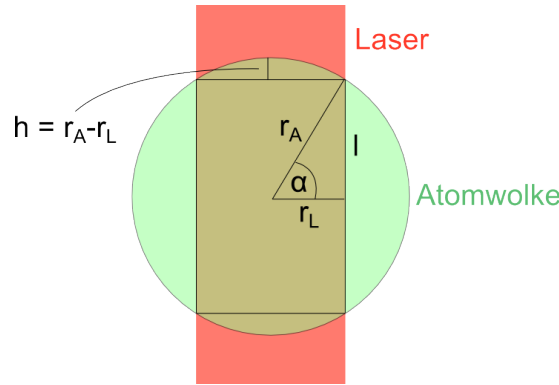
$$V_{ext}(r) = -\frac{1}{2}m\omega_r^2 r^2, \quad (4.3)$$

das die radiale Fallenfrequenz  $\omega_r$  enthält.

Die radiale Feldverteilung am Ort des minimalen Strahlradius ist gegeben durch [Kog66]

$$E \propto \exp(-r/\omega_0)^2 \quad (4.4)$$

mit dem Strahlradius  $\omega_0$ .



**Abbildung 4.12:** Um den Überlapp zwischen Atomwolken bei  $9\mu\text{K}$  und dem Laserstrahl abzuschätzen, wird die Wolke als Kugel angenähert und der Laser als Zylinder. Der Überlappbereich setzt sich aus einem Zylinder und zwei Kugelsegmenten zusammen.

Damit ist der  $1/e$ -Radius der atomaren Dichte ungefähr doppelt so groß wie der  $1/e$ -Radius des Lichtfeldes. Wie in Abb. 4.12 schematisch gezeigt, lässt sich damit das Volumen der Überlappung von Atomen und Licht bestimmen. Dazu wird zunächst das Volumen des von Licht befüllten Zylinders berechnet, der sich in der mit Atomen gefüllten Kugel befindet. Der Zylinderradius  $r_L$  beträgt die Hälfte vom Radius der Kugel  $r_A$ . Die Länge  $l$  lässt sich mit Hilfe des Winkels  $\alpha = \arccos(r_L/r_A)$  berechnen. Sie beträgt  $l = \sin(\alpha) \cdot r_A$ .

Zusätzlich zum Volumen des Zylinders wird das Volumen der beiden Kugelsegmente bestimmt, in deren Volumen sich sowohl Licht als auch Atome befinden. Das Volumen eines Kugelsegments ist  $V_{KS} = \frac{h^2\pi}{3}(3r_A - h)$ , mit der Höhe des Segments  $h = r_A - r_L$ .

Damit ist das gesamte Volumen des Atom-Licht-Überlapps

$$V_{\text{Überlapp}} = \pi r_L^2 l + 2 \cdot \left( \frac{h^2\pi}{3} (3r_A - h) \right), \quad (4.5)$$

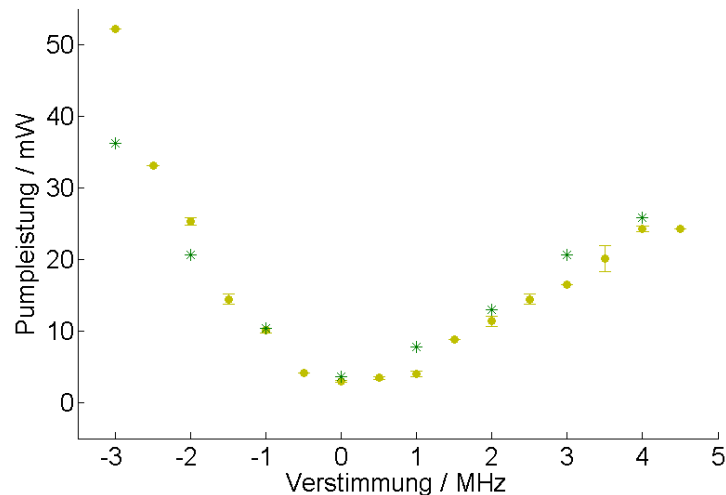
im Gegensatz zum Volumen der mit Atomen gefüllten Kugel

$$V_{\text{Atome}} = \frac{4}{3}\pi r_A^3. \quad (4.6)$$

Damit erhält man als Ergebnis, dass 43% der Atome mit dem Licht wechselwirken. Da dies nur eine Abschätzung ist, wird in den Simulationen die runde Zahl 50% angenommen.

Mit dieser Modifikation der Atomzahl stimmen die Simulationen gut mit den Messungen überein. Die Unsicherheit in der Simulation bei 0MHz beträgt  $\pm 5\text{mW}$ , und wächst auch hier mit zunehmender Verstimmung an bis ca.  $\pm 50\text{mW}$ .

Auch die Diagramme, die mit verändertem Modenabstand aufgenommen wurden, lassen sich durch Simulationen wiedergeben. Dies wurde für die Messung bei  $1,3\mu\text{K}$  vorgenommen. Dafür muss - im Gegensatz zu Abb. 4.9 - das Diagramm auf der x-Achse so verschoben werden, dass der tiefste Punkt der Schwelle bei einer Verstimmung von 0MHz liegt. Um die im Vergleich zu anderen Messungen deutlich geringere Schwelle wiederzugeben, wurde eine große Spiegelrückstreuung von  $10\kappa$  angenommen.



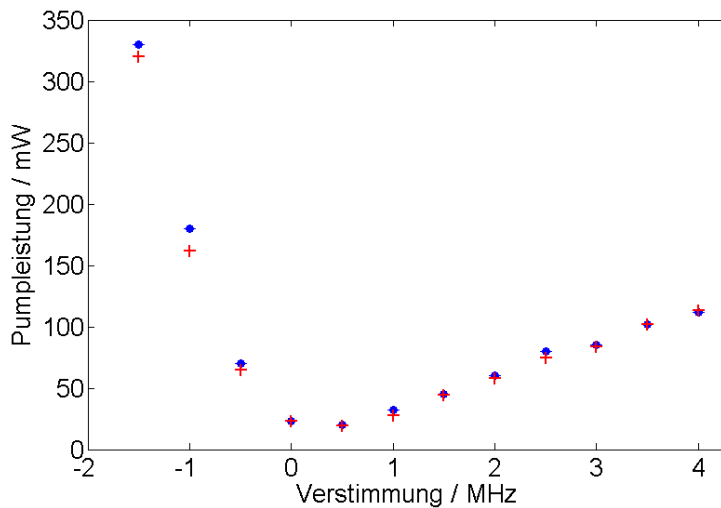
**Abbildung 4.13:** Um die insgesamt extrem niedrige Schwelle der Messung (gelbe Kreise) von  $5,4 \cdot 10^5$  Atomen bei  $1,3\mu\text{K}$  mit einer Simulation (grüne Kreuze) wiederzugeben, muss eine sehr hohe Spiegelrückstreuung von  $10\kappa$  angenommen werden.

#### 4.4.1 Vergleich vereinfachtes und volles Modell

Das volle Modell kann die Daten gut wiedergeben. Es wurde aber außerdem, wie im Theoriekapitel beschrieben, ein zweites, vereinfachtes Modell entwickelt. Dieses enthält keine Differentialgleichung für das gestreute Lichtfeld, welches als näherungsweise konstant angenommen und über Gleichung 2.40 berechnet wird. Die Beschreibung der atomaren Bewegung mittels einer Differentialgleichung für die Kraft, die auf ein Atom wirkt, führt schon für drei Atome zu einem Stabilitätsdiagramm. Hierbei wird ein anderes Kriterium verwendet als bei den Simulationen der vollen Gleichungen. Allerdings kann man die volle Simulation auch durchführen, indem man das Lichtfeld aus dem

vereinfachten Modell verwendet, und die Differentialgleichungen für die Kräfte, die auf die Atome wirken, für eine beliebige Anzahl Atome löst. Spiegelrückstreuung kann nicht berücksichtigt werden, da sie das gestreute Lichtfeld auf der Zeitskala beeinflusst, die in diesem Modell vernachlässigt wird. Auf diese Weise erhält man Geschwindigkeits-Histogramme, die von Verstimmung und Pumpleistung abhängen. Wie im vollen Modell, kann das Aspektverhältnis der simulierten Wolken ausgewertet werden. Damit lässt sich ein Stabilitätsdiagramm erzeugen, das der Instabilität dasselbe Kriterium zugrunde legt wie das volle Modell. Dies erlaubt einen direkten Vergleich der beiden Theorien.

Auf diese Weise wurden zwei Simulationen erstellt - eine mit dem vollen Modell, eine mit dem vereinfachten - die jeweils 400nK und 200.000 Atome annehmen (Abb. 4.14). Die Anzahl der simulierten Atome beträgt 1000, die Spiegelrückstreuung ist Null.

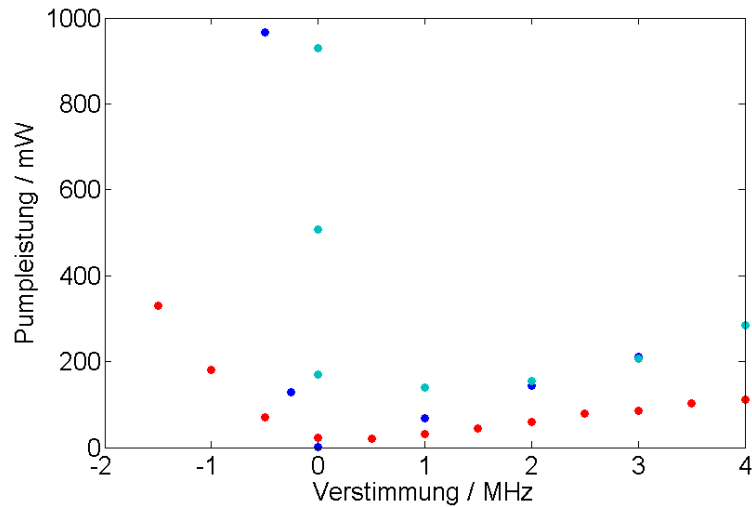


**Abbildung 4.14:** Die Simulation von 1000 Atomen im vollen Modell (blaue Kreise) für 400nK und 200.000 Atome ergibt ohne Spiegelrückstreuung dasselbe Diagramm wie die Simulation von 1000 Atomen im vereinfachten Modell (rote Kreuze), auch hier für 400nK und 200.000 Atome.

Es ist deutlich, dass die beiden Diagramme im Rahmen einer gewissen Ungenauigkeit deckungsgleich sind. Bei Vernachlässigung von Spiegelrückstreuung lassen sich also mit dem vollen und mit dem vereinfachten Modell dieselben Diagramme erzeugen. Da in den Experimenten Spiegelrückstreuung auftritt, ist damit kein direkter Vergleich von vereinfachtem Modell und Experiment möglich. Jedoch spricht der hier vorgenommene Vergleich für die Güte des vereinfachten Modells.

### 4.4.2 Simulationen mit schmaler Linienbreite

Wie im Theoriekapitel ausgeführt, ist der CARL-Prozess für positive Verstimmung stark favorisiert, da nur bei positiver Verstimmung ein einzelnes Atom Energie verliert, indem



**Abbildung 4.15:** Für eine Temperatur von 400nK und eine Atomzahl von 200.000 sind simulierte Stabilitätsdiagramme für eine Resonatorlinienbreite von 1,3kHz gezeigt. Dabei entsprechen die dunkelblauen Punkte dem vollen Modell und die hellblauen dem vereinfachten Modell. Verglichen damit ist die Simulation im vollen Modell für eine Linienbreite von 1,3MHz (rote Punkte). Alle Simulationen vernachlässigen die Spiegelrückstreuung.

es sich relativ zu den anderen in einem Abstand von  $n \cdot \lambda/2$ , mit  $n \in \mathbb{N}$ , befindet. In dieser Konfiguration interferiert das von den Atomen gestreute Licht konstruktiv. Bei negativer Verstimmung ist eine Verteilung im  $(2n - 1) \cdot \lambda/4$  Abstand am günstigsten, der zu destruktiver Interferenz führt und damit den CARL-Prozess nicht in Gang bringen kann. Dass es trotzdem zur CARL-Instabilität bei negativer Verstimmung kommt, liegt an der großen Linienbreite des Resonators. Auch wenn der Laser auf -1MHz eingestellt ist, befindet sich Licht mit einer positiven Verstimmung im Resonator und verursacht den CARL-Effekt. Dies lässt aber vermuten, dass bei einer deutlich schmaleren Linienbreite des Resonators keine Instabilität bei negativer Verstimmung auftreten würde. Dies im Experiment zu testen erfordert den Einbau eines neuen Resonators. Einfacher ist der Test in der Theorie. In Abb. 4.15 ist das mit dem vollen Modell simulierte Stabilitätsdiagramm für eine Linienbreite von 1,3kHz (blau) statt 1,3MHz (rot) gezeigt. Das Schwellkriterium liegt bei einem Aspektverhältnis von 3. Während das Diagramm für positive Verstimmung nur eine leicht größere Steigung aufweist als die Simulation mit der großen Linienbreite, ist für negative Verstimmung die Steigung drastisch erhöht.

Auch mit dem vereinfachten Modell wurde die Simulation mit schmalen Linienbreite durchgeführt (hellblau). Hier ist ein deutlicher Unterschied zum vollen Modell zu erkennen: Bei positiver Verstimmung liegen die Diagramme ungefähr aufeinander, bei negativer Verstimmung zeigt das vereinfachte Modell aber eine noch größere Steigung als das volle. Der größte negative Wert bei dem ein Punkt aufgenommen wurde, beträgt -0,0007MHz und weist dabei ungefähr die gleiche Pumpleistung auf wie die Verstimmung -0,5MHz im vollen Modell. Dieser Unterschied macht deutlich, dass bei schmalen Resonatorlinien die

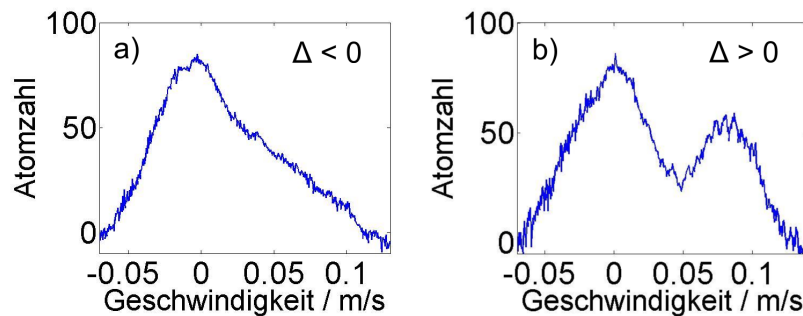
#### 4 Stabilitätsdiagramme des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers

---

Näherung, dass das Licht der atomaren Bewegung adiabatisch folgen kann, nicht mehr gilt. Das Licht hat eine so große Lebensdauer im Resonator, dass die Lichtdynamik in die Beschreibung aufgenommen werden muss.

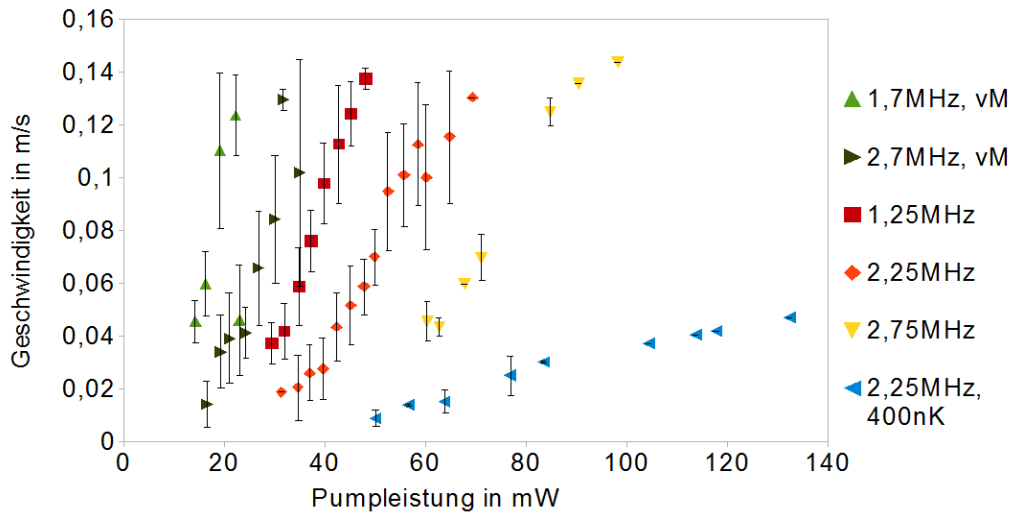
## 5 Atomare Geschwindigkeitsklassen bei positiver Verstimmung

In einem einfachen Bild wäre für die atomare Geschwindigkeitsverteilung für Pumpleistungen oberhalb der Schwelle folgendes zu erwarten: Mehr und mehr Atome gelangen zu immer größeren Geschwindigkeiten, die Wolke wird dadurch zunächst breiter und ihr Schwerpunkt wird beschleunigt. Dies wird für negative Verstimmungen auch so beobachtet. Überraschenderweise zeigt sich jedoch für positive Verstimmungen ein anderes Verhalten. Zunächst wird die Wolke oberhalb der Schwelle zwar breiter, doch dann trennt sich ein Teil der Atome vom anderen. Dieser Teil wird zu immer größeren Geschwindigkeiten beschleunigt, während der andere unbewegt zurückbleibt (Abb. 5.1). Dieses Verhalten wurde näher untersucht und soll im folgenden erörtert werden.



**Abbildung 5.1:** Ein Aufaddieren der Pixelwerte für eine Dimension zeigt die Abbildungen der Atomwolke in der hier dargestellten Form. Eine Erhöhung der Pumpleistung hat abhängig von der Verstimmung eine andere Auswirkung. a) Bei negativer Verstimmung wird die Atomwolke breiter und zu höheren Geschwindigkeiten verschoben. b) Bei positiven Verstimmungen teilt sich die Wolke auf in zwei Geschwindigkeitsklassen, von denen die eine zu höheren Geschwindigkeiten beschleunigt wird, während die andere zurückbleibt.

Die Auftrennung in zwei Geschwindigkeitsklassen wurde systematisch untersucht, indem bei gleichbleibender positiver Verstimmung die Pumpleistung erhöht wurde. Der Effekt war in jeder der durchgeführten Messungen klar zu sehen. Um die Trennung in Impulsklassen zu quantifizieren, wurde eine grobe Auswertung bereits während der Messung durchgeführt. Dafür wurde mit dem Matlab-Programm, das während der Messung die Bilder aufnimmt, der beschleunigte Anteil der Atome mit einem Gauss-Fit angenähert. Der Mittelwert dieses Fits wurde mit der ursprünglichen Position der Wolke verglichen, der Abstand der beiden Werte gibt die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Zustände an. Da die Position der unbeschleunigten Geschwindigkeitsklasse leicht variieren kann, ist die so erhaltene Geschwindigkeitsdifferenz nicht ganz genau, genügt aber für eine vorläufige Auswertung. In Abb. 5.2 sind die Daten gezeigt, die auf diese Weise entstanden sind.

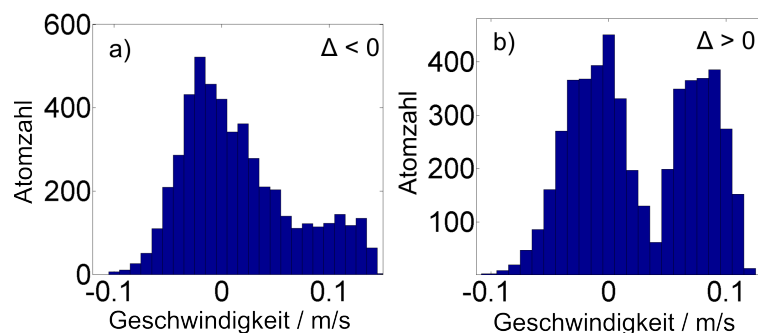


**Abbildung 5.2:** Für verschiedene Messungen ist die Geschwindigkeit des schnellen Zustands in Abhängigkeit von der Pumpleistung aufgetragen. Die Fehlerbalken geben die statistische Abweichung von 4-15 Messwerten an. Fast alle Werte wurden bei  $7\text{-}9\mu\text{K}$  aufgenommen, nur die blaue Kurve bei  $400\text{nK}$ . Die grünen Kurven wurden bei verändertem Modenabstand bestimmt. Die Verstimmungen von der Resonatorresonanz sind in der Legende angegeben. Bei größerer Verstimmung wächst die Schwelle und die Steigung der Kurven scheint leicht abzunehmen. Die Kurve für  $400\text{nK}$  ist deutlich flacher als die anderen.

Der tiefste gezeigte Messwert einer Datenreihe entspricht der kleinsten Pumpleistung, bei der eine Separation der Geschwindigkeitsklassen zu sehen ist. Dieser Wert ist immer etwas höher als der Wert der Schwelle, die in den oben diskutierten Experimenten gefunden wurde, da an der Schwelle eine Atomwolke zunächst im Aspektverhältnis zunimmt, bevor zwei unterscheidbare Geschwindigkeitsklassen vorliegen. Der größte Datenwert entspricht der Pumpleistung, bei der der schnelle Geschwindigkeitszustand am Rand des Bildausschnitts der Abbildung angelangt ist. Erhöht man die Pumpleistung weiter, so ist nur noch der zurückbleibende, unbewegte Geschwindigkeitszustand zu sehen. Die meisten Untersuchungen zur Separation der Geschwindigkeitszustände wurden bei  $9\mu\text{K}$  durchgeführt, zwei davon bei reduziertem Modenabstand und damit erhöhter Spiegelrückstreuung (siehe oben). Eine größere Verstimmung zur Resonanz des Resonators verursacht eine höhere Schwelle und damit ist gleichermaßen eine größere Pumpleistung nötig, um den beschleunigten Anteil der Atome zu großen Geschwindigkeiten zu bringen. Die Daten, die bei  $400\text{nK}$  aufgenommen wurden, zeigen aufgrund der starken Verstimmung eine größere Schwelle und eine schwächere Zunahme der Geschwindigkeit mit der Pumpleistung. Die Fehlerbalken in der Abbildung entstehen durch das Zusammenfassen von zwischen 4 und 15 Werten.



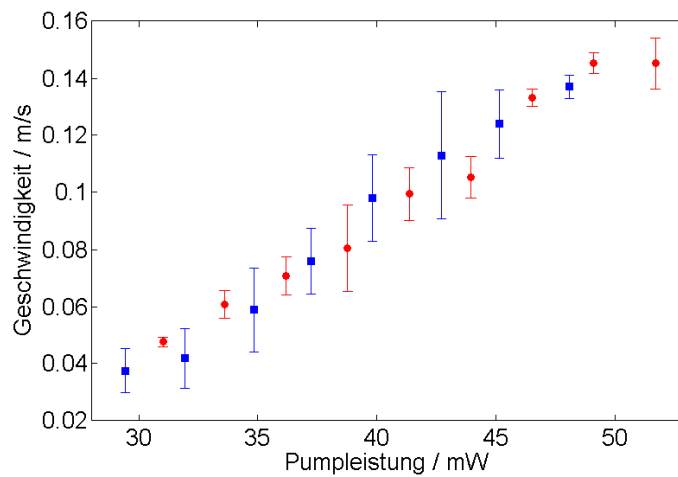
## 5.1 Vergleich mit Simulation



**Abbildung 5.3:** Auch in der Simulation unterscheidet sich die atomare Geschwindigkeitsverteilung für positive und negative Verstimmung. a) Bei negativer Verstimmung wird die Geschwindigkeitsverteilung breiter und der Schwerpunkt wandert mit zunehmender Pumpleistung nach rechts. b) Für positive Verstimmung trennen sich zwei Geschwindigkeitsklassen, von denen die eine beschleunigt wird, und die andere unbeweglich zurückbleibt.

Auch in den Simulationen ist das beschriebene Verhalten zu beobachten. Für negative Verstimmungen wird die Wolke breiter und wird dann als Ganzes beschleunigt. Für positive Verstimmungen trennen sich zwei Geschwindigkeitsklassen (Abb. 5.3). Es wurden Simulationsdaten erstellt, bei denen die Parameter denen des in dunkelrot gezeigten Experiments aus Abb. 5.2 entsprechen, in dem die Verstimmung 1,25MHz betrug und die Atomzahl  $2,8 \cdot 10^6$ . Simuliert wurden also  $1,4 \cdot 10^6$  Atome bei  $9\mu\text{K}$ , bei einer Spiegelrückstreuung von  $0,03\kappa$  und einer Verstimmung von 1,25MHz. Die Mittelpunkte der Impulsklassen werden von Hand ausgelesen und ihr Abstand wird in Abhängigkeit der Pumpleistung aufgetragen (Abb. 5.4). Die Fehlerbalken in der Theorie entsprechen der statistischen Abweichung von jeweils 4 simulierten Geschwindigkeitsverteilungen.

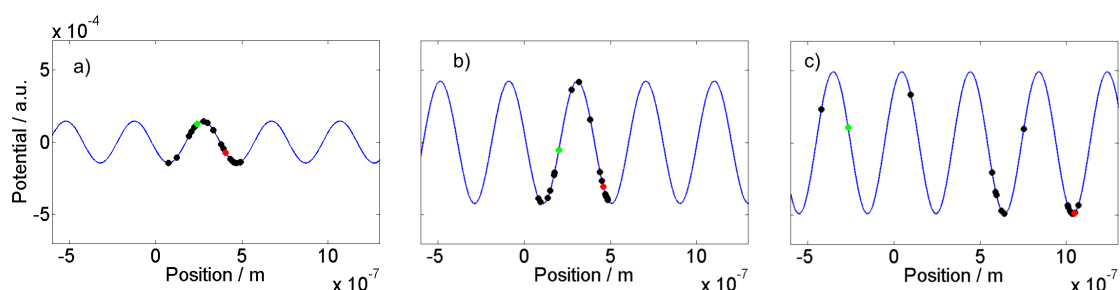
Für den Vergleich von Theorie und Experiment wurden die experimentellen Daten nochmals ausgewertet. Dabei wurde die Position des beschleunigten Zustands nicht in Relation zur ursprünglichen Position der Wolke bestimmt, sondern in Relation zur mittleren Position des unbeschleunigten Zustands. Dies verändert die Daten jedoch nur leicht. Die Übereinstimmung von Experiment und Simulation ist gut.



**Abbildung 5.4:** Mit zunehmender Pumpleistung vergrößert sich die Geschwindigkeit der schnellen Atome. In blauen Quadraten sind die experimentellen Daten gezeigt. Im Experiment wurden  $2,8 \cdot 10^6$  Atome bei  $9\mu\text{K}$  verwendet, die Verstimmung betrug  $1,25\text{MHz}$ . Die Fehlerbalken entsprechen der Standardabweichung von 4-15 Datenpunkten. Die roten Kreise geben die simulierten Daten wieder. Es wurden  $1,4 \cdot 10^6$  Atome bei  $9\mu\text{K}$  bei einer Spiegelrückstreuung von  $0,03\kappa$  und einer Verstimmung von  $1,25$  simuliert. Die Differentialgleichungen wurden dabei für  $10.000$  Atome gelöst. Die Standardabweichung wurde mit jeweils vier Datenpunkten bestimmt. Experiment und Theorie sind in guter Übereinstimmung.

## 5.2 Erklärung des Phänomens

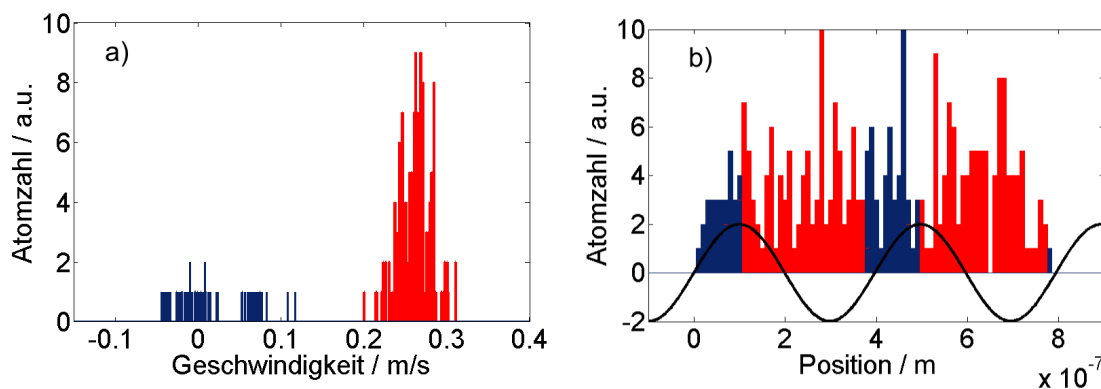
Zwar zeigt das Experiment eine klare Separation der Geschwindigkeitsklassen, und die Daten stimmen mit der Simulation übereinstimmen. Doch ist die Begründung dieses Phänomens zunächst nicht klar. Geht man von der einfachen Erklärung des CARL aus, so sollte solch ein Verhalten aus folgendem Grund nicht auftreten: Die Annahme ist hier, dass in einem selbstverstärkten Prozess das Lichtgitter immer tiefer wird, sodass aufgrund der Dipolkraft sich die Atome immer stärker an den Orten großer Lichtintensität ansammeln. Durch diese Konzentration der Atome im Abstand einer halben Wellenlänge wird die gestreute Lichtleistung erhöht, was wiederum zu einem tieferen Gitter führt. Diese einfache Beschreibung des CARL lässt keinen Raum für eine Trennung von Geschwindigkeitsklassen, da auf alle Atome dieselbe Dipolkraft wirkt und sie dasselbe Bestreben zeigen, sich im Gitter anzuordnen.



**Abbildung 5.5:** Die drei Bilder zeigen drei hintereinander liegende Momentaufnahmen aus dem simulierten Video. Der Sinus (blau) entspricht dem Potential, wie es zum gewählten Zeitpunkt aussieht, die Punkte zufällig ausgewählten Atomen. a) Zu diesem Zeitpunkt hat sich zwar schon ein Potentialgitter gebildet, die Atome sind jedoch noch zufällig verteilt. Das rot markierte Atom befindet sich in der Nähe des Potentialminimums, das grüne auf der linken Seite des Potentialmaximums. b) Etwas später ist das Potential größer geworden. Das rote Atom ist immernoch im Potentialminimum, während das grüne seine potentielle Energie in Bewegungsenergie umwandelt. Das grüne Atom wird in seiner Bewegung nach links das nächste Maximum überschreiten können und in c) sich etwas links von dem Ort  $0\mu\text{m}$  befinden. Das rote Atom hingegen hat sich aus seinem Minimum nicht herausbewegt und wird zusammen mit dem Gitter beschleunigt.

Eine Betrachtung der im Kapitel „Simulation“ beschriebenen Videos führt zu einem verbesserten intuitiven Verständnis des Prozesses (Abb. 5.5). Sieht man sich an, wie sich wenige Atome im zeitlich veränderlichen Potential bewegen, so kann man den Atomen dabei zuschauen, wie sie entweder mit dem Gitter beschleunigt werden, oder aber entgegen der Laufrichtung des Potentials über die herankommenden Potentialmaxima hinweglaufen und faktisch am Ursprungsort verbleiben. Die dabei entstehende Vermutung ist, dass die Eigenschaft, die schnelle Atome von langsamen unterscheidet, der Aufenthaltsort im Potential ganz zu Anfang ist. Befindet sich ein Atom im Potentialminimum, so gewinnt es keine potentielle Energie und kann kein Potentialmaximum erklimmen. Eine Bewegung des Potentials führt notwendigerweise zu einer Bewegung des Atoms. Ist der Anfangsort des Atoms aber auf einem Potentialmaximum, so gewinnt es auf dem Weg ins Potential-

minimum genügend Energie, um danach die potentielle Energie des Maximums wieder zu erlangen. Hinzu kommt eine Unterscheidung der Laufrichtungen: Da sich das Gitter beschleunigt bewegt - hier in der Simulation nach rechts -, wirkt auf die Atome eine Scheinkraft entgegen der Bewegungsrichtung des Gitters, also nach links. Darum kann ein sich nach rechts bewegendes Atom nie genug Energie haben, um in dieser Richtung ein Potentialmaximum zu überwinden. In Laufrichtung nach links jedoch hilft die zusätzliche Kraft, sodass das Atom über das Maximum gelangt. Es scheint sich außerdem eine derartig beschaffene Synchronisierung der Potentialtiefe zu ergeben, dass ein hochenergetisches Atom immer dann am Potentialmaximum ankommt, wenn dieses gerade kleiner wird, sodass es überwunden werden kann.

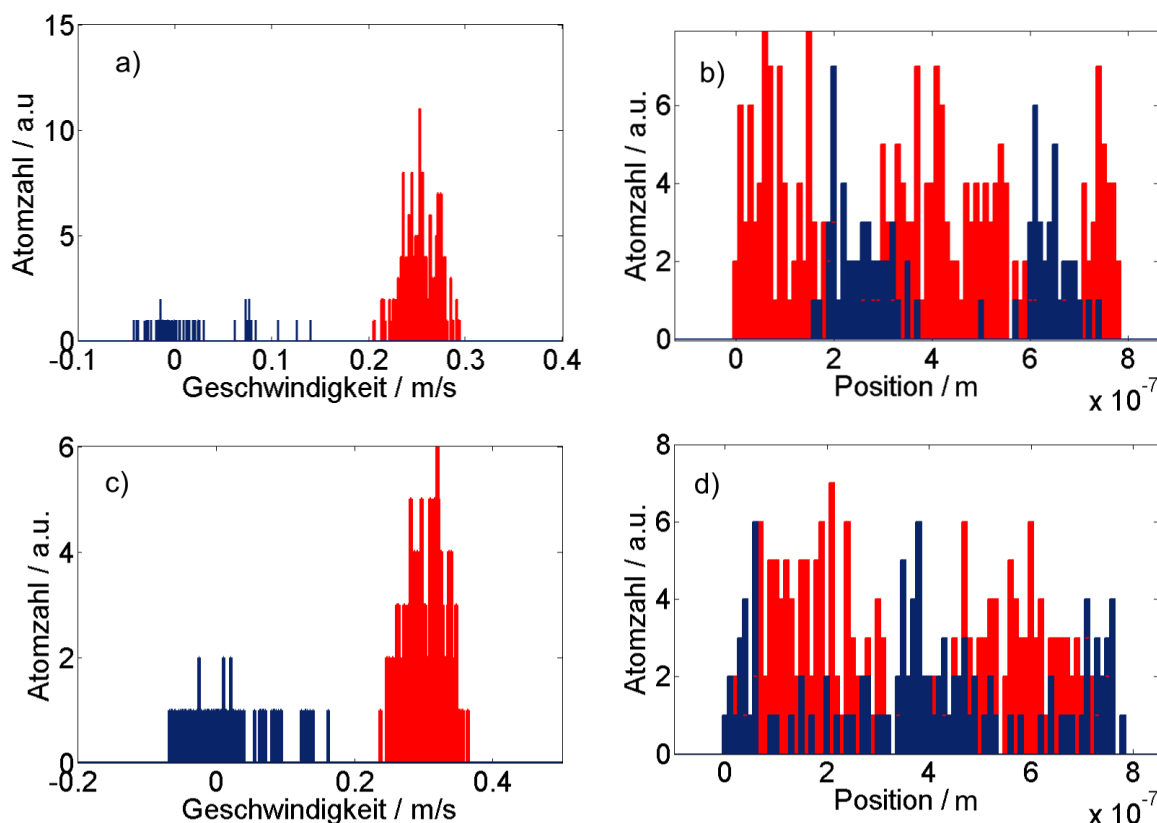


**Abbildung 5.6:** Nach Beendigung der (simulierten) Atom-Licht-Wechselwirkung sind die Atome aufgeteilt in zwei Geschwindigkeitsklassen, die hier im Geschwindigkeits-Histogramm farblich markiert sind (a). Diese Atome werden in denselben Farben im Orts-Histogramm markiert, das den Zustand vor Beginn der Wechselwirkung darstellt (b). Zur Veranschaulichung der Größe der Wolke ist das Potential kurz nach Beginn des Experiments eingezeichnet (schwarz). Es ist zu sehen, dass bei Beginn der Wechselwirkung der Ort eines Atoms determiniert, ob dieses am Ende zur schnellen oder zur langsamen Geschwindigkeitsklasse gehört.

Um die Richtigkeit der Vermutung zu zeigen, kann wieder die Simulation herangezogen werden. Da die Annahme ist, die schnellen und die langsamen Atome unterscheiden sich in ihrer Anfangsposition im entstehenden Potential, kann genau dies betrachtet werden. In Abb. 5.6 sind die beiden Geschwindigkeitsklassen, wie sie am Ende des simulierten Experiments vorliegen, farblich markiert. Dieselben Atome können gemäß ihrer Ortsverteilung vor der Wechselwirkung mit dem Licht in den gleichen Farben dargestellt werden. Die Simulation wurde mit Atomen ohne Anfangsgeschwindigkeit durchgeführt. Zu sehen ist klar, dass die schnellen und die langsamen Atome sich am Anfang des Experiments an um  $\lambda/2$  verschobenen Orten aufhalten. Dies bestätigt die angenommene Erklärung der Separation von Geschwindigkeitsklassen.

Führt man die Simulation mit Atomen durch, die eine Temperatur ungleich Null aufweisen, also eine anfängliche Geschwindigkeitsverteilung, so ist diese räumliche Trennung der

beiden Klassen weniger klar (Abb. 5.7). Mit zunehmender Temperatur vermischen sich die beiden Zustände zu Anfang. Dies ist der erhöhten Dynamik geschuldet, die durch die zusätzliche Geschwindigkeit der Atome entsteht.

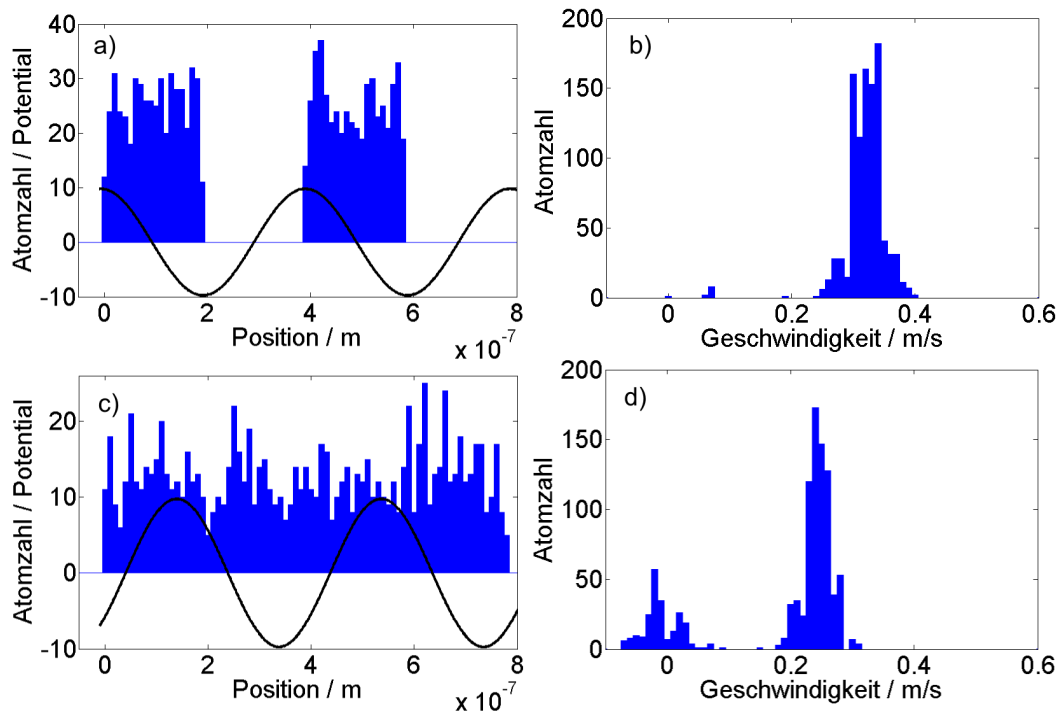


**Abbildung 5.7:** Wie in Abb. 5.6 sind auch hier links das Geschwindigkeits-Histogramm nach dem Experiment und rechts das Ortshistogramm davor dargestellt. Hier wurden Atome mit 400 nK ( a) und b) ) bzw.  $9 \mu\text{K}$  ( c) und d) ) simuliert, was zu einer Vermischung der anfänglichen Ortszustände führt. Mit zunehmender Temperatur der Atome ist die Zuordnung von anfänglichem Ort zu Endgeschwindigkeit unklarer.

Dies bedeutet also, dass zumindest für Atome bei extrem kleinen Geschwindigkeiten der Aufenthaltsort eines Atoms am Anfang des CARL-Prozesses mit einer Auflösung erkannt werden kann, die kleiner ist als die Wellenlänge des Lichts. Für einen begrenzten Anwendungsbereich stellt die CARL-Instabilität damit ein hochauflösendes Mikroskop dar.

### 5.3 Mikroskopieren der Ortsverteilung

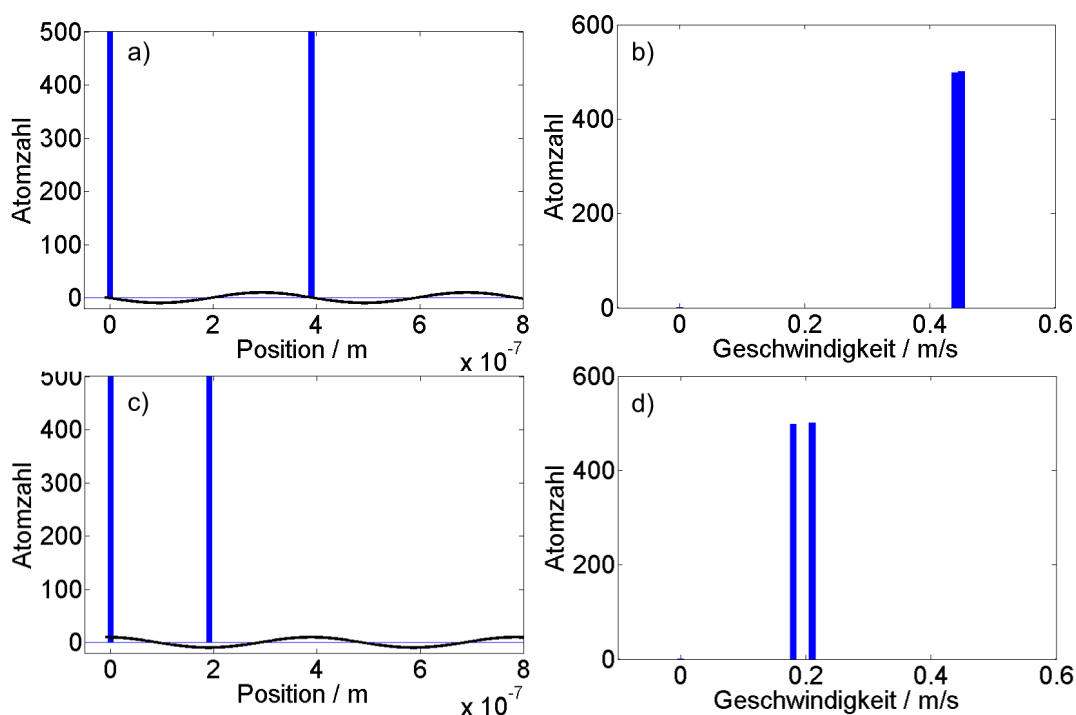
Wenn die Atome in einer kontinuierlichen Verteilung im Ort vorliegen, ergibt sich die oben beschriebene Geschwindigkeitsverteilung. Ist die atomare Verteilung vor Beginn der Wechselwirkung mit dem Licht aber schon strukturiert, so ist eine andere Geschwindigkeitsverteilung zu erwarten. Einige Beispiele werden hier vorgestellt.



**Abbildung 5.8:** a) Die Atome sind über eine Strecke von  $\lambda/4$  kontinuierlich verteilt, bei einem Abstand von  $\lambda/4$  zur nächsten Atomverteilung. Das optische Potential zu einem sehr frühen Zeitpunkt bildet sich so aus, dass auf den linken Flanken keine Atome sind. b) Dies führt dazu, dass fast alle Atome zu einer großen Geschwindigkeit (Mittelwert  $0,32$  m/s) beschleunigt werden. c) Hier ist die atomare Verteilung über eine Strecke von  $\lambda$  kontinuierlich. d) Dadurch bleibt eine große Anzahl an Atomen unbeschleunigt. Der Mittelwert der schnellen Atome ist mit ca.  $0,24$  m/s kleiner als oben.

In Abb. 5.8a) sind Simulationsdaten gezeigt, bei denen die Anfangspositionen der Atome zwischen  $0$  und  $\lambda/4$  kontinuierlich verteilt sind. In den nächsten  $\lambda/4$  befinden sich keine Atome, aber von  $\lambda/2$  bis  $3/4\lambda$  sind wieder kontinuierlich Atome vorhanden. In der Abbildung ist außerdem das Potential gezeigt, wie es sich zu einem Zeitpunkt kurz nach Beginn der Wechselwirkung mit dem Licht gebildet hat. Auf den linken Flanken des Potentials befinden sich dabei keine Atome. Darum können auch fast keine Atome genügend potentielle Energie gewinnen, um entgegen der Bewegung des Potentials an ihrer Anfangsposition zu verbleiben. Im Histogramm der Geschwindigkeiten ( Abb. 5.8b)) ist das zu sehen: Nur ein sehr kleiner Anteil an Atomen ist bei einer Geschwindigkeit von  $0$  m/s. Fast alle Atome sind beschleunigt worden bis zu einer Geschwindigkeit um  $0,32$  m/s.

Zum Vergleich ist in der Abbildung c) und d) gezeigt, wie die Situation bei einer kontinuierlichen Verteilung über 780nm aussieht, wenn alle anderen Parameter außer der atomaren Anfangsverteilung gleich bleiben. Im Geschwindigkeits-Histogramm befindet sich ein deutlich größerer Anteil der Atome bei der unbeschleunigten Geschwindigkeit. Außerdem sind die Geschwindigkeiten der schnellen Atome geringer als im vorigen Fall. Der Mittelwert ist bei ca. 0,24m/s. In beiden Simulationen wurden  $2 \cdot 10^6$  Atome bei 0K simuliert, die Verstimmung betrug 2MHz und die Pumpleistung 120mW.



**Abbildung 5.9:** a) Die Hälfte der simulierten Atome befindet sich bei 0, die andere bei  $\lambda/2$ . b) Damit werden alle Atome zu einer großen Geschwindigkeit von 0,45m/s beschleunigt. c) Hier beträgt der Abstand der beiden möglichen Startwerte  $\lambda/4$ . d) Damit werden alle Atome beschleunigt, aber nur zu deutlich kleineren Geschwindigkeiten von 0,18m/s und 0,21m/s.

Ein Extremfall einer atomaren Verteilung wäre eine diskrete. Dazu wurden Simulationen mit denselben Parametern wie oben erstellt. In Abb. 5.9a) befindet sich die Hälfte der Atome bei 0 und die andere Hälfte bei  $\lambda/2$ . Im Vergleich mit dem Potential wird deutlich, dass sich die Atome im wachsenden Potential nicht an den Potentialminima befinden, obwohl dies das vereinfachte Modell für positive Verstimmung so voraussagt. Dies liegt daran, dass die Verstimmung von 2MHz zwar positiv, aber nicht groß ist. Bei einer Verstimmung von 20MHz sind die Positionen der Atome im wachsenden Potential deutlich näher an den Minima. Die Geschwindigkeitsverteilung in b) weist nur einen Wert auf: Alle Atome sind zu einer Geschwindigkeit von 0,45m/s beschleunigt worden. Diese Geschwindigkeit ist deutlich größer als bei den kontinuierlichen Verteilungen oben.

## 5 Atomare Geschwindigkeitsklassen bei positiver Verstimmung

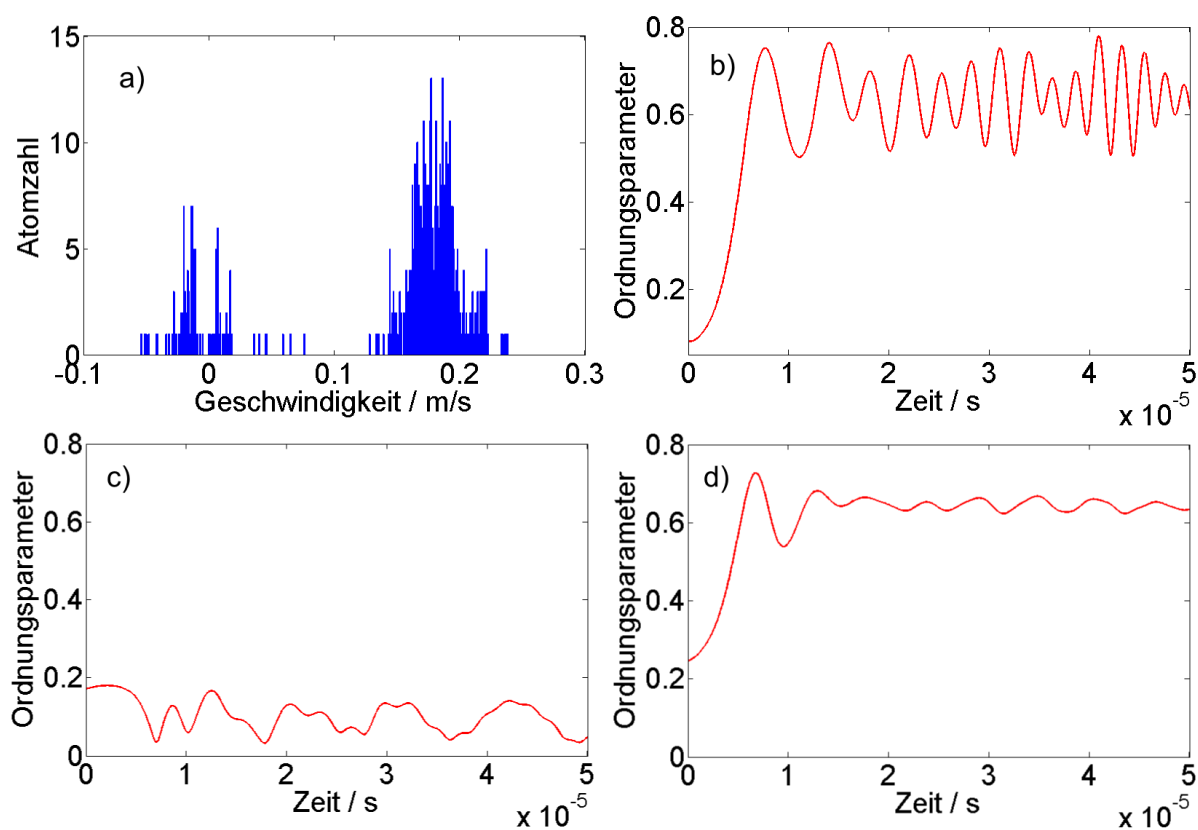
---

In c) ist die Verteilung auch diskret, aber der Abstand der beiden diskreten Ortswerte beträgt  $\lambda/4$ . Das Potential bildet sich so, dass die Hälfte der Atome im Potentialminimum, die andere Hälfte im Potentialmaximum ist. Auch in der Geschwindigkeit ergeben sich zwei diskrete Werte: Die Hälfte der Atome ist bei 0,21m/s und die andere Hälfte bei 0,18m/s. Damit sind zwar alle Atome beschleunigt, jedoch nur zu sehr kleinen Geschwindigkeiten.



### 5.3.1 Ordnungsparameter der Geschwindigkeitsklassen

Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die Betrachtung des Ordnungsparameters. Im Theoriekapitel wurde dieser vorgestellt. Er ist ein Maß dafür, inwieweit die Atome in einem Abstand von einer halben Wellenlänge zueinander angeordnet sind. Beträgt der Ordnungsparameter 1, so sind alle Atome in dieser Weise sortiert, bei 0 liegen sie ungeordnet vor. Wenn durch die Trennung der Geschwindigkeitsklassen sich nur die schnellen Atome in den Potentialminima ansammeln, so ist zu erwarten, dass auch nur diese im  $\lambda/2$  Abstand vorliegen. Die zurückbleibenden Atome gehen über Potentialmaxima und -minima hinweg, ohne sich der Struktur anzupassen. Es ist also zu erwarten, dass für die schnellen Atome der Ordnungsparameter groß ist und für die langsamen klein.



**Abbildung 5.10:** a) Für eine Verstimmung von 2MHz weist die atomare Verteilung deutlich oberhalb der Schwelle eine Trennung von zwei Geschwindigkeitsklassen auf. b) Der Ordnungsparameter, der mit allen Atomen ermittelt wurde, zeigt große Oszillationen um einen Mittelwert von ca. 0,63. c) Werden nur die Atome berücksichtigt, deren Endgeschwindigkeit kleiner als 0,1m/s ist, so bleibt der Ordnungsparameter in der Zeit immer klein und entspricht dem eines ungeordneten Systems. d) Für die Atome, die schneller als 0,1m/s sind, ist der Ordnungsparameter mit ca. 0,64 groß und oszilliert nur sehr schwach. Diese Atome befinden sich zeitlich konstant in einem Abstand von  $\lambda/2$  zueinander.

## 5 Atomare Geschwindigkeitsklassen bei positiver Verstimmung

---

In Abb. 5.10 ist genau dies zu sehen. Es wurde eine Atomwolke für eine Verstimmung von 2MHz deutlich oberhalb der Schwelle simuliert. Im ersten Bild ist die Geschwindigkeitsverteilung der Atome zu sehen, in der zwei Geschwindigkeitsklassen vorliegen. Im Bild daneben ist die Entwicklung des gesamten Ordnungsparameters in der Zeit zu sehen. Er beinhaltet also das Verhalten aller Atome. Nach einem anfänglichen steilen Anstieg oszilliert der Ordnungsparameter mit einer Amplitude von ca. 0,2 um einen Wert von ca. 0,63. In Bild c) ist der Ordnungsparameter für die langsamen Atome gezeigt. Bei einem Mittelwert von ca. 0,1 mit Oszillationen in derselben Größenordnung repräsentiert er ein ungeordnetes System. Anders ist die Situation bei Bild d), das das Verhalten der schnellen Atome zeigt. Der Mittelwert des Ordnungsparameters beträgt ca. 0,64 und zeigt mit Oszillationen um 0,04 kaum Variation. Die schnellen Atome sind also stabil im  $\lambda/2$ -Abstand angeordnet, während die langsamen in Unordnung zurückbleiben.

## 6 Zusammenfassung

### 6.1 Stabilitätsdiagramme

Es wurden Stabilitätsdiagramme mit thermischen Atomen zwischen  $0,4$  und  $9\mu\text{K}$  aufgenommen, wobei Temperatur und Atomzahl variiert wurden. Die Diagramme wurden analysiert, um Erkenntnis darüber zu erlangen, inwieweit bei der Messung mit kondensierten Atomen Quanteneffekte eine Rolle spielen, die kein klassisches Pendant haben. Wären Diagramme oberhalb der kritischen Temperatur deutlich zu unterscheiden gewesen von dem BEC-Diagramm, so wäre die Quantennatur der BEC-Messung klar geworden. Bis auf die Diagramme, die bei verändertem Modenabstand aufgenommen wurden, ähneln aber die Diagramme dem BEC-Stabilitätsdiagramm stark.

Der Einfluss der Atomzahl wird im Vergleich der Messungen bei  $9\mu\text{K}$  deutlich: Eine verringerte Atomzahl führt zu einer erhöhten Schwelle. Dies ist intuitiv verständlich, da es die kollektive atomare Wechselwirkung mit dem Licht ist, die die Instabilität verursacht. Bei weniger Atomen wird die Kopplungsstärke reduziert, sodass mehr Lichtleistung nötig ist, um den selbstverstärkten Prozess in Gang zu bringen. Die Abhängigkeit der Diagrammform von der Atomzahl macht aber den Vergleich der thermischen Daten mit den BEC-Daten schwierig. Es gibt kein Kriterium, das festlegen würde, welche Atomzahl am besten geeignet wäre, um den Vergleich zu vollziehen. Wie in [Moo99] untersucht wird, haben außerdem Stöße zwischen Atomen einen Einfluss auf die Form des Diagramms. Dieser wurde von uns nicht näher analysiert. Jedoch ist festzustellen, dass die verschiedenen Diagramme sich nicht stark von dem BEC-Diagramm unterscheiden und dass die Asymmetrie, die charakteristisch für die BEC-Messung ist, auch in den thermischen Diagrammen auftritt.

Außer der Atomzahl hat die Spiegelrückstreuung einen Einfluss auf die Diagramme. Dies ist besonders deutlich in den Messungen, die bei geringerem Modenabstand aufgenommen wurden, und bei denen eine sehr große Spiegelrückstreuung in der Theorie angenommen werden muss um die Daten wiederzugeben. Da Spiegelrückstreuung sowohl im BEC-Experiment als auch in den Experimenten mit thermischen Atomen ein unbekannter Faktor ist, besteht hier eine Unsicherheit bezüglich der Vergleichbarkeit der Daten. Jedoch spielt bei den meisten Messungen Spiegelrückstreuung eine untergeordnete Rolle und dient nur der Feinanpassung der Theorie an die Daten. Einen großen Einfluss hat sie nur bei den erwähnten Messungen mit geringerem Modenabstand. Da diese unter anderen Bedingungen als die übrigen Messungen aufgenommen wurden, werden sie nicht für den Vergleich der Daten mit thermischen und mit kondensierten Atomen herangezogen.

Am aufschlussreichsten ist ein Vergleich der BEC-Messung mit den Daten, die mit Atomen aufgenommen wurden, die sich nur leicht oberhalb der für das Kondensat nötigen Temperatur befanden, also bei 400nK. Die Atomzahl unterscheidet sich hier nur um einen Faktor zwei von der Zahl der Atome im Kondensat. Das 400nK-Diagramm ist innerhalb der Fehlergrenzen deckungsgleich mit dem BEC-Diagramm. Dies spricht stark dafür, dass die Instabilität durch klassische Physik näherungsweise gut beschrieben werden kann, und keine quantenmechanische Theorie zur Erklärung notwendig ist.

Durch Simulation der vollen CARL-Gleichungen lassen sich die experimentellen Daten gut wiedergeben, wobei die Spiegelrückstreuung als Anpassungsparameter verwendet wird. Offenbar beschreibt die thermische Theorie das System auf eine sinnvolle Weise und es ist zu erwarten, dass sich weitere Erkenntnisse aus der Theorie ableiten lassen. In diesem Zusammenhang ist besonders das vereinfachte Modell interessant. Unter Vernachlässigung der Spiegelrückstreuung lassen sich mit vollem und vereinfachtem Modell dieselben Diagramme erzeugen. Dies spricht dafür, dass die Annahme, die Lichtleistung im Resonator würde adiabatisch auf atomare Bewegungen reagieren, angemessen ist. Die schnelle Dynamik des gestreuten Lichts muss in unserem Experiment nicht beachtet werden bei der Beschreibung der CARL-Instabilität.

Welche Rolle die Dynamik des Lichts in einem schmalen Resonator hat, wäre ein interessanter Untersuchungsgegenstand zukünftiger Experimente. Dazu ist jedoch der Einbau eines stabilen Resonators mit extrem schmaler Linienbreite ins Vakuum notwendig, was ein zeitaufwendiges Unterfangen darstellt. Um die Rolle der schmalen Linienbreite im Voraus einzuschätzen, lassen sich Simulationen mit schmaler Linienbreite erstellen. Sowohl das volle Modell als auch das vereinfachte liefern für diesen Fall ein deutlich asymmetrischeres Stabilitätsdiagramm. Während sich für positive Verstimmung der Anstieg der Schwelle mit der Frequenz nur leicht ändert, ist diese Steigung für negative Verstimmung sehr steil. Hier zeigt sich auch ein Unterschied der beiden Modelle: Die Steigung weist im vereinfachten Modell einen um ein Vielfaches steileren Anstieg auf. Die Annahme, die Lichtleistung passe sich adiabatisch an das Verhalten der Atome an, ist bei einer schmalen Linienbreite nicht mehr angemessen. Da die Lebensdauer des Lichts im Hochfinesse-Resonator sehr lang ist, entspricht dieses Ergebnis auch der Intuition.

Die wichtigste Erkenntnis, die aus dem vereinfachten Modell gezogen werden kann, ist die Erklärung der Asymmetrie der Stabilitätsdiagramme, die hier zusammengefasst werden soll: Ein einzelnes Atom im Pumpfeld streut Licht in die Gegenrichtung. Dadurch entsteht ein optisches Gitter, in dem sich das Atom aufhält. Ist das Licht resonant zum Resonator, so befindet sich das Atom an der Flanke des Dipolpotentials. Ändert man jedoch die Verstimmung des Lichts, so entsteht eine Phasenänderung des Feldes, sodass sich das Atom für negative Verstimmung am Maximum, für positive Verstimmung am Minimum des Potentials befindet. Fügt man dem System ein zweites Atom hinzu, so ist die gesamte potentielle Energie beider Atome abhängig von ihrem Abstand zueinander. Diese Betrachtung für zwei Atome ist auch übertragbar auf eine große Anzahl an Atomen. Bei negativer Verstimmung ist der energetisch günstigste Abstand der Atome  $(2n - 1) \cdot \lambda/4$ . Sind Atome

in diesen Abständen angeordnet, so interferieren gestreute Lichtwellen destruktiv. Die Anordnung begünstigt also den CARL-Prozess nicht. Für positive Verstimmung hingegen ist der optimale Abstand  $n \cdot \lambda/2$ , sodass es zu konstruktiver Interferenz von gestreutem Licht kommt. Durch die Anordnung der Atome wird damit das optische Gitter tiefer, was wiederum die Dipolkraft erhöht, die die Atome in die Potentialminima zieht. Die Selbstverstärkung des CARL-Prozesses funktioniert also für positive Verstimmung sehr gut.

## 6.2 Separation von Impulsklassen

Bei positiver Verstimmung wurde beobachtet, dass sich mit zunehmender Pumpleistung die Atome in zwei Geschwindigkeitsklassen auftrennen, von denen eine bei 0m/s zurückbleibt, während die andere mit der Pumpleistung beschleunigt wird. Dies wurde in mehreren Experimenten systematisch untersucht. Simulationen zeigen dasselbe Phänomen, die Theoriedaten geben die experimentellen Daten gut wieder.

Zur Erklärung ist es sinnvoll, ins bewegte System des in Vorwärtsrichtung beschleunigten Potentialgitters zu wechseln. Auf ein Atom wirkt die Dipolkraft entsprechend der Höhe des Potentials, und außerdem eine Scheinkraft, die durch die Beschleunigung des Bezugssystems entsteht. Sie neigt das Potentialgitter so, dass ein Atom weniger Energie benötigt um sich rückwärts zu bewegen, als vorwärts. Ein Atom im Gitter gewinnt eine große potentielle Energie, wenn es sich an einem Potentialmaximum befindet. Es kann sich dann in die rücklaufende Richtung bewegen und mit Hilfe der Scheinkraft Potentialmaxima überwinden. Ein Atom an einem Potentialminimum bleibt am Minimum. Bei Rücktransformation ins Laborsystem sind die Atome in Potentialmaxima diejenigen, die unbeschleunigt zurückbleiben und die Atome an Minima die, die sich mit dem beschleunigten Potentialgitter nach vorne bewegen.

Die Richtigkeit dieser Interpretation lässt sich zeigen, indem man in der Simulation die Korrelation zwischen Endgeschwindigkeit und Anfangsort der Atome betrachtet. Es stellt sich heraus, dass sich die zurückbleibenden Atome tatsächlich an den Potentialmaxima und den linken Flanken des sich bildenden Potentialgitters befinden. Die größere Gruppe der schnellen Atome verteilt sich an Potentialminima und an den rechten Flanken. Mit zunehmender Temperatur lässt sich keine klare Zuordnung von Anfangsort zu Endgeschwindigkeit mehr herstellen.

Schneidet man aus der Anfangsverteilung der Orte Gruppen von Atomen mit der Breite  $\lambda/4$  im Abstand  $\lambda/4$  heraus, so kann man damit erreichen, dass fast alle Atome beschleunigt werden. In der Extremsituation, dass sich nur bei 0 und bei  $\lambda/2$  Atome befinden, ist die Endgeschwindigkeit aller Atome gleich und besonders hoch. Verteilt man die Atome aber in 0 und  $\lambda/4$ , so gewinnen diese zwei verschiedene Geschwindigkeiten, die relativ klein und nah beieinander sind.

Bei genauerer Betrachtung des Ordnungsparameters stellt man fest, dass der Ordnungsparameter für die beschleunigte Geschwindigkeitsklasse hoch ist und kaum Oszillationen aufweist. Im Gegensatz dazu ist der Ordnungsparameter für die zurückbleibenden Atome sehr klein. Offenbar ordnen sich nur die schnellen im Abstand  $\lambda/2$  an, was auch obiger Erklärung entspricht.

Hier besteht ein Zusammenhang zu der Frage nach der Dämpfung, die im Theoriekapitel diskutiert wird. Wenn Atome in einer Landschaft von Potentialtöpfen kontinuierlich verteilt sind, so oszillieren zunächst alle Atome in den Potentialen. Damit ein Teil der Atome sich im Abstand von  $\lambda/2$  anordnen kann, muss potentielle Energie der Atome abgegeben werden. Dies wäre möglich durch ein zusätzliches externes Lichtfeld, wie es in [Kru03] realisiert wurde. In unserem Fall existiert aber keine solche externe Dämpfung. Wie sich in einem System aus drei Atomen im vereinfachten Modell zeigen lässt, können zwei Atome Energie an ein drittes Atom abgeben. Dadurch verringert sich die Oszillation der beiden Atome umeinander, ihr Ordnungsparameter erhöht sich. Diese beiden Atome werden beschleunigt, während das dritte zurückbleibt. Dieses Konzept lässt sich auch übertragen auf eine große Anzahl an Atomen, bei denen die schnellen Atome Energie an die zurückbleibenden abgeben und dadurch ihre Ordnung erhöhen.

## 7 Ausblick

Eine interessante Modifikation am experimentellen Aufbau ist die Verkleinerung der Linienbreite. Ist diese kleiner als die Rückstoßfrequenz der Rubidium-Atome, so lassen sich neue Arten von Experimenten durchführen. Da die Spiegel, die in bisherigen Experimenten verwendet wurden, bereits die maximale Reflektivität erreichen, die für die gewünschte Wellenlänge industriell erzielt werden kann, kann die Finesse  $F$  des Ringresonators nicht erhöht werden. Für die Linienbreite  $\Delta\nu$  gilt jedoch der Zusammenhang

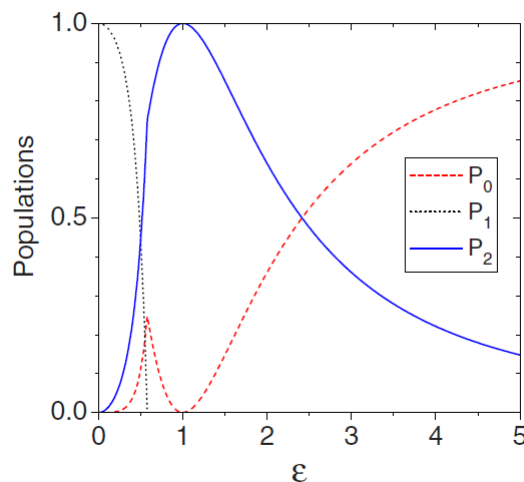
$$\Delta\nu = \frac{\Delta_{f_{sr}}}{F}$$

mit dem freien Spektralbereich  $\Delta_{f_{sr}}$ . Eine Verkleinerung des freien Spektralbereichs führt also zu einer schmalen Linienbreite. Um den freien Spektralbereich zu ändern, muss aufgrund des Zusammenhangs

$$\Delta_{f_{sr}} = \frac{c}{2L},$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und der Resonatorlänge  $L$ , die Umläufänge des Resonators erhöht werden. Im Rahmen der Diplomarbeiten von Dirk Sodke und Christoph Georges wurde in den letzten zwei Jahren ein Resonator für unseren Versuchsaufbau konstruiert und gebaut, der eine Umlauflänge von 40cm besitzt. Mit einer Finesse von ca. 200.000 ist damit eine Linienbreite  $\Delta\nu$  von 2kHz erreichbar. Aus verschiedenen experimentellen Ursachen kann sich die Finesse der Spiegel verringern, sodass die tatsächlich erreichbare Linienbreite eher etwas größer ist. Die interessante Grenze der Linienbreite liegt bei 14,5kHz, der Rückstoßfrequenz eines Rubidium-Atoms. Wenn ein Atom im Resonator ein Photon streut, ist das Atom entsprechend der Rückstoß-Frequenz beschleunigt worden. Bei einer erneuten Streuung am bewegten Atom ist der Doppler-Effekt relevant, der die Frequenz des Photons um eine weitere Rückstoß-Frequenz verstimmt. Ist die Linienbreite des Resonators schmaler als eine Rückstoß-Frequenz, so kann diese zweite Streuung nicht stattfinden. Die möglichen Geschwindigkeitszustände eines Atoms, und gleichermaßen die möglichen Frequenzen von gestreutem Licht im Resonator sind also drastisch eingeschränkt. In diesem reduzierten System kann interessante Physik betrieben werden. Im Moment gibt es weltweit nur einen experimentellen Aufbau, in dem Sub-Rückstoß-Experimente durchgeführt werden können. Das Experiment befindet sich in Hamburg und verwendet einen linearen Resonator. Damit wurde unter anderem Resonator-Kühlen unter der Rückstoß-Grenze realisiert [Wol12] und optomechanische Wechselwirkung zwischen Atomen und Resonator untersucht [Kes14]. Auch das Stabilitätsdiagramm des Übergangs vom Kondensat in die selbstorganisierte Phase wurde untersucht und als offener Dicke Phasenübergang diskutiert [Kli15].

Die Verwendung eines Ringresonators mit extrem schmaler Linienbreite macht es möglich, ein subradiantes System zu erzeugen. Der Vorschlag zu diesem Experiment wurde vor einigen Jahren gemacht [Col09]. Wie schon in der Einleitung erwähnt, stammt die erste theoretische Untersuchung von Subradianz von Dicke aus dem Jahr 1954. Befindet sich eine Ansammlung von Atomen im angeregten Zustand und ist die räumliche Ausdehnung der Atomwolke klein im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts, dann sind zwei unterschiedliche kollektive Effekte beim Zerfall der Atome möglich: Superradianz und Subradianz. Während bei der Superradianz alle Atome spontan zerfallen und dabei eine besonders hohe Lichtleistung emittieren, bleibt bei der Subradianz ein Teil der Atome im angeregten Zustand. Anschaulich lässt sich das folgendermaßen verstehen: Um ihre Energie in Form von Licht abzugeben, müssen die Atome einen oszillierenden Dipol ausbilden. Ist die Phase zweier Dipolschwingungen genau entgegengesetzt, so interferiert das von ihnen ausgesendete Licht destruktiv. Das bedeutet, dass kein Licht emittiert wird und dass auch die Dipolschwingung aus diesem Grunde unterdrückt ist. Die Atome verbleiben im angeregten Zustand.



**Abbildung 7.1:** Für die Untersuchung von Subradianz im Ringresonator werden zwei Laser mit den Feldern  $E_1$  und  $E_2$  eingestrahlt. Abhängig vom Verhältnis der Felder  $\epsilon = E_2/E_1$  variiert die Gleichgewichtsbesetzung der atomaren Impulszustände. Wird nur der Laser eingestrahlt, der den Übergang in den ersten Impulszustand  $P_1$  anregt, so enthält die Gleichgewichtsbesetzung auch nur Atome in diesem Zustand. Durch vermehrtes Einstrahlen des anderen Lasers nimmt die Besetzung von  $P_1$  ab und sowohl  $P_0$  als auch  $P_2$  werden besetzt. Je stärker der Einfluss des zweiten Lasers wird, desto mehr Atome verbleiben für großes  $\epsilon$  im nullten Impulszustand. Quelle: [Col09].

Subradianz wurde mit kalten Atomen bisher nur einmal beobachtet [Pav85]. Zwar ist der subradiante Zustand stabil, jedoch ist es schwierig, ihn zu erzeugen. Überträgt man die Idee auf ein System kalter Atome im Hochfinesse-Ringresonator, so entspricht - wie bei der Superradianz - der angeregte Atomzustand dem unbewegten Impulszustand, und der elektronische Grundzustand dem bewegten Impulszustand. Wenn die Linienbreite des Re-



---

sonators so klein ist, dass durch Lichtstreuung nur ein Impulszustand erzeugt werden kann, dann enthält das betrachtete System nur diese beiden Zustände. Für das Subradianz-Experiment muss ein weiterer Laser eingestrahlt werden, der um eine Rückstoßfrequenz verstimmt ist, sodass ein dritter Impulszustand erzeugbar ist. Strahlt man beide Laser für eine lange Zeit auf die Atome, so besagt die naive Annahme, dass sich irgendwann alle Atome im zweiten beschleunigten Impulszustand befinden. Tatsächlich kann jedoch abhängig vom Verhältnis der Pumpleistungen der beiden Laser ein Teil der Atome im unbeschleunigten Zustand verbleiben (siehe Abb. 7.1). Dies ist der subradiante Zustand. Nachdem der neue Ringresonator mit schmaler Linienbreite im Experiment eingebaut ist, kann Subradianz möglicherweise in unserem Labor untersucht werden.



## Literaturverzeichnis

- [And95] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, UND E. A. CORNELL, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, SCIENCE, **269**, 198 (1995).
- [Asb07] J. ASBOTH, H. RITSCH, UND P. DOMOKOS, *Collective excitations and instability of an optical lattice due to unbalanced pumping*, PHYS. REV. LETT., **98**, 203008 (2007).
- [Bau10] K. BAUMANN, C. GUERLIN, F. BRENNER, UND T. ESSLINGER, *Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity*, NATURE, **464**, 1301 (2010).
- [Bie12] T. BIENAIME, N. PIOVELLA, UND R. KAISER, *Controlled Dicke Subradiance from a Large Cloud of Two-Level Systems*, PHYS. REV. LETT., **108**, 123602 (2012).
- [Bit96] D. BITKO, T. F. ROSENBAUM, UND G. AEPPLI, *Quantum Critical Behavior for a Model Magnet*, PHYS. REV. LETT., **77**, 940 (1996).
- [Bon94a] R. BONIFACIO UND L. DE SALVO, *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two-level atoms*, NUCL. INSTRUM. METHODS PHYS. RES. A, **341**, 360 (1994).
- [Bon94b] R. BONIFACIO, L. DE SALVO, L. M. NARDUCCI, UND E. J. DANGELO, *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser*, PHYS. REV. A, **50**, 1716 (1994).
- [Bon95] R. BONIFACIO UND L. DE SALVO, *Analytical Theory of the Collective Atomic Recoil Laser in the FEL Limit*, APPL. PHYS. B, **60**, S233 (1995).
- [Bru90] M. BRUNE, S. HAROCHE, V. LEFEVRE, J. M. RAIMOND, UND N. ZAGURY, *Quantum nondemolition measurement of small photon numbers by Rydberg-atom phase-sensitive detection*, PHYS. REV. LETT., **65**, 976 (1990).
- [Bru96] M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAITRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J. M. RAIMOND, UND S. HAROCHE, *Observing the Progressive Decoherence of the „Meter“ in a Quantum Measurement*, PHYS. REV. LETT., **77**, 4887 (1996).
- [Bux11] S. BUX, C. GNAHM, R.A.W. MAIER, C. ZIMMERMANN, UND P.W. COURTEILLE, *Cavity-Controlled Collective Scattering at the Recoil Limit*, PHYS. REV. LETT., **106**, 203601 (2011).
- [Cam03] S. CAMAZINE, J-L. DENEUBOURG, N.R. FRANKS, J. SNEYD, G. THERAULAZ, UND E. BONABEAU, *Self-organization in biological systems*, PRINCETON UNIVERSITY PRESS 2003.

- [Cha03] H.W. CHAN, A.T. BLACK, UND V. VULETIC, *Observation of Collective-Emission-Induced Cooling of Atoms in an Optical Cavity*, PHYS. REV. LETT., **90**, 063003 (2003).
- [Chu85] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE, UND A. ASHKIN, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, PHYS. REV. LETT., **55**, 48 (1985).
- [Col09] M. M. COLA, D. BIGERNI, UND N. PIOVELLA, *Recoil-induced subradiance in an ultracold atomic gas*, PHYS. REV. A, **79**, 053622 (2009).
- [Cub04] C. VON CUBE, S. SLAMA, D. KRUSE, C. ZIMMERMANN, P. W. COURTEILLE, G. R. M. ROBB, N. PIOVELLA, UND R. BONIFACIO, *Self-Synchronization and Dissipation-Induced Threshold in Collective Atomic Recoil Lasing*, PHYS. REV. LETT., **93**, 083601 (2004).
- [Dal99] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L.P. PITAEVSKII, UND S. STRINGARI, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, REV. MOD. PHYS., **71**, 463 (1999).
- [Del08] S. DELEGLISE, I. DOTSENKO, C. SAYRIN, J. BERNU, M. BRUNE, J-M. RAIMOND, UND S. HAROCHE, *Reconstruction of non-classical cavity field states with snapshots of their decoherence*, NATURE, **445**, 510 (2008).
- [Dic54] R. H. DICKE, *Coherence in Spontaneous Radiation Processes*, PHYS. REV., **93**, 99 (1954).
- [Dem00] W. DEMTRÖDER, *Laserspektroskopie*, SPRINGER-VERLAG, 4.AUFLAGE (2000).
- [Dom02] P. DOMOKOS, UND H. RITSCH, *Collective Cooling and Self-Organization of Atoms in a Cavity*, PHYS. REV. LETT., **89**, 253003 (2002).
- [Eli76] L.R. ELIAS, W.M. FAIRBANK, J.M.J. MADEY, H.A. SCHWETTMAN, UND T.I. SMITH, *Observation of Stimulated Emission of Radiation by Relativistic Electrons in a Spatially Periodic Transverse Magnetic Field*, PHYS. REV. LETT., **36**, 717 (1976).
- [Ema03] C. EMARY, UND T. BRANDES, *Chaos and the quantum phase transition in the Dicke model*, PHYS. REV. E, **67**, 066203 (2003).
- [Gan00] M. GANGL UND H. RITSCH, *Cold Atoms in a High-Q Ring cavity*, PHYS. REV. A, **61**, 043405 (2000).
- [Geo15] C. GEORGES, *Diplomarbeit*, TUEBINGEN 2015.
- [Gle07] S. GLEYZES, S. KUHR, C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELEGLISE, U. B. HOFF, M. BRUNE, J-M. RAIMOND, UND S. HAROCHE, *Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity*, NATURE, **446**, 297 (2007).
- [Goy83] P. GOY, J.M. RAIMOND, M. GROSS, UND S. HAROCHE, *Observation of Cavity-Enhanced Single-Atom Spontaneous Emission*, PHYS. REV. LETT., **50**, 1903 (1983).

- [Gre02] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T.W. HÄNSCH, UND I. BLOCH, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, NATURE, **415**, 39 (2002).
- [Gri00] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER, UND Y. B. OVCHINNIKOV, *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, ADV. AT. MOL. OPT. PHYS., **42**, 95 (2000).
- [Gro76] M. GROSS, C. FABRE, P. PILLET, UND S. HAROCHE, *Observation of Near-Infrared Dicke Superradiance on Cascading Transitions in Atomic Sodium*, PHYS. REV. LETT., **36**, 1035 (1976).
- [Gue06] S. GÜNTHER, *Dissertation*, TUEBINGEN 2006.
- [Gue07] C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELEGLISE, C. SAYRIN, S. GLEYZES, S. KUHR, M. BRUNE, J-M. RAIMOND, UND S. HAROCHE, *Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting*, NATURE, **448**, 889 (2007).
- [Hec98] G. HECHENBLAIKNER, M. GANGL, P. HORAK UND H. RITSCH, *Cooling an atom in a weakly driven high-Q cavity*, PHYS. REV. A, **58**, 3030 (1998).
- [Hec05] E. HECHT, *Optik*, OLDENBOURG WISSENSCHAFTSVERLAG 2005.
- [Hoo98] C. J. HOOD, M. S. CHAPMAN, T. W. LYNN, UND H. J. KIMBLE, *Real-Time Cavity QED with Single Atoms*, PHYS. REV. LETT., **80**, 4157 (1998).
- [Hoo00] C. J. HOOD, T. W. LYNN, A. C. DOHERTY, A. S. PARKINS, UND H. J. KIMBLE, *The Atom-Cavity Microscope: Single Atoms Bound in Orbit by Single Photons*, SCIENCE, **287**, 1447 (2000).
- [Hor97] P. HORAK, G. HECHENBLAIKNER, K.M. GHERI, H. STECHER, UND H. RITSCH, *Cavity-induced atom cooling in the strong coupling regime*, PHYS. REV. LETT., **79**, 4974 (1997).
- [Huy73] C. HUYGENS, *Horologium Oscillatorium*, PARISIIS, APUD F. MAGUET (1673).
- [Ino99] S. INOUE, A. P. CHIKKATUR, D. M. STAMPER-KURN, J. STENGER, D. E. PRITCHARD, UND W. KETTERLE, *Superradiant Rayleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate*, SCIENCE, **285**, 571 (1999).
- [Jav04] J. JAVALOYES, M. PERRIN, G. L. LIPPI, UND A. POLITI, *Self-generated cooperative light emission induced by atomic recoil*, PHYS. REV. A, **70**, 023405 (2004).
- [Jav08] J. JAVALOYES, M. PERRIN, UND A. POLITI, *Collective atomic recoil laser as a synchronization transition*, PHYS. REV. E, **78**, 011108 (2008).
- [Kes14] H. KESSLER, J. KLINDER, M. WOLKE, UND A. HEMMERICH, *Optomechanical atom-cavity interaction in the subrecoil regime*, NEW JOURNAL OF PHYSICS, **16**, 053008 (2014).

- [Kli15] J. KLINDER, H. KESSLER, M. WOLKE, L. MATHEY, UND A. HEMMERICH, *Dynamical phase transition in the open Dicke model*, PNAS, **112**, 3290 (2015).
- [Kog66] H. KOGELNIK UND T. LI, *Laser Beams and Resonators*, APPLIED OPTICS, **5**, 1550 (1966).
- [Kre07] G. KRENZ, S. BUX, S. SLAMA, C. ZIMMERMANN, UND P.W. COURTEILLE, *Controlling mode locking in optical ring cavities*, APPL. PHYS. B, **87**, 643 (2007).
- [Kre10] G. KRENZ, *Dissertation*, TUEBINGEN 2010.
- [Kru03] D. KRUSE, C. VON CUBE, C. ZIMMERMANN, UND P.W. COURTEILLE, *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*, PHYS. REV. LETT., **91**, 183601 (2003).
- [Kur84] Y. KURAMOTO, *Cooperative Dynamics of Oscillator Community*, PROGR. THEOR. PHYS. SUPPL., **79**, 223 (1984).
- [Lie73] E.H. LIEB UND K. HEPP, *On the superradiant phase transition for molecules in a quantized radiation field: the Dicke maser model*, ANN. PHYS., **76**, 360 (1973).
- [Lei09] D.R. LEIBRANDT, J. LABAZIEWICZ, V. VULETIĆ, UND I.L. CHUANG, *Cavity Sideband Cooling of a Single Trapped Ion*, PHYS. REV. LETT., **103**, 103001 (2009).
- [Lou03] R. LOUDON, *The Quantum Theorie of Light*, CLARENDON, OXFORD 2003.
- [Mad71] J.M.J. MADEY, *Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a Periodic Magnetic Field*, J. APPL. PHYS., **42**, 1906 (1971).
- [Mau04] P. MAUNZ, T. PUPPE, I. SCHUSTER, N. SYASSEN, P.W.H. PINKSE, UND G. REMPE, *Cavity cooling of a single atom*, NATURE, **428**, 50 (2004).
- [Mil88] P. W. MILONNI UND J. H. EBERLY, *Lasers*, JOHN WILEY 1988.
- [Moo99] M. G. MOORE, O. ZOBAY, UND P. MEYSTRE, *Quantum optics of a Bose-Einstein condensate coupled to a quantized light field*, PHYS. REV. A, **60**, 1491 (1999).
- [Mor07] G. MORIGI, P.W.H. PINKSE, M. KOWALEWSKI, UND R. DE VIVIE-RIEDLE, *Cavity Cooling of Internal Molecular Motion*, PHYS. REV. LETT., **99**, 073001 (2007).
- [Mue99] P. MÜNSTERMANN, T. FISCHER, P. MAUNZ, P. W. H. PINKSE, UND G. REMPE, *Dynamics of Single-Atom Motion in a High-Finesse Cavity*, PHYS. REV. LETT., **82**, 3791 (1999).
- [Nag03] B. NAGORNY, TH. ELSÄSSER, UND A. HEMMERICH, *Collective Atomic Motion in an Optical Lattice Formed Inside a High Finesse Cavity*, PHYS. REV. LETT., **91**, 153003 (2003).
- [Pav85] D. PAVOLINI, A. CRUBELLIER, P. PILLET, L. CABARET, UND S. LIBERMAN, *Experimental Evidence for Subradiance*, PHYS. REV. LETT., **54**, 1917 (1985).

- [Pik01] A. PIKOVSKY, M. ROSENBLUM UND J. KURTHS, *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS (2001).
- [Pin00] P. W. H. PINKSE, T. FISCHER, P. MAUNZ, UND G. REMPE, *Trapping an atom with single photons*, NATURE, **404**, 365 (2000).
- [Pio01] N. PIOVELLA, M. GATELLI, UND R. BONIFACIO, *Quantum effects in the collective light scattering by coherent atomic recoil in a Bose-Einstein condensate*, OPT. COMM, **194**, 167 (2001).
- [Pio03] N. PIOVELLA, M. COLA, UND R. BONIFACIO, *Quantum fluctuations and entanglement in the collective atomic recoil laser using a Bose-Einstein condensate*, PHYS. REV. A, **67**, 013817 (2003).
- [Pro85] J. PRODAN, A. MIGDALL, W.D. PHILLIPS, I. SO, H. METCALF, UND J. DALIBARD, *Stopping Atoms with Laser Light*, PHYS. REV. LETT., **54**, 992 (1985).
- [Pur46] E. M. PURCELL, *Spontaneous emission probabilities at radio frequencies*, PHYS. REV., **69**, 681 (1946).
- [Rob04] G. R. M. ROBB, N. PIOVELLA, A. FERRARO, R. BONIFACIO, P. W. COURTEILLE, UND C. ZIMMERMANN, *Collective atomic recoil lasing including friction and diffusion effects*, PHYS. REV. A, **69**, 041403 (2004).
- [Sac00] S. SACHDEV, *Quantum Criticality: Competing Ground States in Low Dimensions*, SCIENCE, **288**, 475 (2000).
- [Sau04] J. A. SAUER, K. M. FORTIER, M. S. CHANG, C. D. HAMLEY, UND M. S. CHAPMAN, *Cavity QED with optically transported atoms*, PHYS. REV. A, **69**, 051804 (2004).
- [Sch14] D. SCHMIDT, H. TOMCZYK, S. SLAMA, UND C. ZIMMERMANN, *Dynamical Instability of a Bose-Einstein Condensate in an Optical Ring Resonator*, PHYS. REV. LETT., **112**, 115302 (2014).
- [Skr73] N. SKRIBANOWITZ, I. P. HERMAN, J. C. MACGILLIVRAY, UND M. S. FELD, *Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas*, PHYS. REV. LETT, **30**, 309 (1973).
- [Sla07] S. SLAMA, S. BUX, G. KRENZ, C. ZIMMERMANN, UND P. W. COURTEILLE, *Superradiant Rayleigh Scattering and Collective Atomic Recoil Lasing in a Ring Cavity*, PHYS. REV. LETT., **98**, 053603 (2007).
- [Sod13] D. SODTKE, *Diplomarbeit*, TUEBINGEN 2013.
- [Son97] S. L. SONDHI, S. M. GIRVIN, J. P. CARINI, UND D. SHAHAR, *Continuous quantum phase transitions*, REV. MOD. PHYS., **69**, 315 (1997).

- [Tuc06] A. K. TUCHMAN, R. LONG, G. VRIJSEN, J. BOUDET, J. LEE, UND M. A. KASEVICH, *Normal-mode splitting with large collective cooperativity*, PHYS. REV. A, **74**, 053821 (2006).
- [Voj03] M. VOJTA, *Quantum phase transitions*, REP. PROG. PHYS., **66**, 2069 (2003).
- [Vul00] V. VULETIC UND S. CHU, *Laser cooling of atoms, ions, or molecules by coherent scattering*, PHYS. REV. LETT., **84**, 3787 (2000).
- [Wan73] Y.K. WANG UND F.T. HIOE, *Phase transition in the Dicke model of superradiance*, PHYS. REV. A, **7**, 831 (1973).
- [Wal06] H. WALTHER, B.T.H. VARCOE, B-G. ENGLERT, UND T. BECKER, *Cavity quantum electrodynamics*, REP. PROG. PHYS., **69**, 1325 (2006).
- [Wol12] M. WOLKE, J. KLINNER, H. KESSLER, UND A. HEMMERICH *Cavity Cooling Below the Recoil Limit*, SCIENCE, **337**, 75 (2012).
- [Yan00] Z. YAN, *General thermal wavelength and its applications*, EUR. J. PHYS., **21**, 625 (2000).
- [Zim95] C. ZIMMERMANN, V. VULETIC, A. HEMMERICH, L. RICCI, UND T. W. HAENSCH, *Design of a Compact Tunable Ti:Sapphire Laser*, OPT. LETT., **20**, 297 (1995).
- [Zip05] S. ZIPPILLI UND G. MORIGI, *Mechanical effects of optical resonators on driven trapped atoms: Ground-state cooling in a high-finesse cavity*, PHYS. REV. A, **72**, 053408 (2005).



## Danksagung

Mein herzlicher Dank gilt...

- ... Prof. Claus Zimmermann für das großartige Engagement für unser Projekt, für viele Diskussionen und hilfreiche Erklärungen, und für die immerwährende Verbreitung von wissenschaftlicher Motivation.
- ... meinem Kollegen und guten Freund Dag Schmidt für die hervorragende Zusammenarbeit, für fruchtbare Diskussionen und angenehmes Laborarbeiten und für schöne gemeinsame Konferenzbesuche.
- ... unseren Diplomanden Dirk Sodtke und Christoph Georges für ihren engagierten Einsatz für unser Labor und das Extra an guter Atmosphäre.
- ... dem 5. Stock für Kameradschaft und für ständige Hilfsbereitschaft, die sich auf großzügige ideelle Hilfe, aber auch aufs Ausleihen von Geräten bezog.
- ... dem evangelischen Studienwerk Villigst für die Finanzierung und für die Möglichkeit, in Villigst eine wunderbare Gemeinschaft von Menschen aus unterschiedlichen wissenschaftlichen Disziplinen erleben zu dürfen.
- ... COSCALI für motivierende und lehrreiche Konferenzen.
- ... den Werkstätten und Sekretärinnen, die immer ansprechbar und hilfsbereit waren.
- ... natürlichem meinem Freund, meiner Familie, meinen Freunden und Mitbewohnern für, naja ist ja klar, für alles!