

---

## BAYANGAN KONSEP SISWA PADA MATERI POLA BILANGAN DITINJAU DARI KEMAMPUAN MATEMATIKA

Nur Hasanah Syarief<sup>1\*</sup>, Agustin Fatmawati<sup>2</sup>, Uke Ralmugiz<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Prodi S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Kupang

email : <sup>1\*</sup>[nurhasanahsyarief@gmail.com](mailto:nurhasanahsyarief@gmail.com), <sup>2</sup>[Agustin.fatma@gmail.com](mailto:Agustin.fatma@gmail.com), <sup>3</sup>[Ukeralmugiz@unmuhkupang.ac.id](mailto:Ukeralmugiz@unmuhkupang.ac.id)

\* Korespondensi penulis

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan bayangan konsep siswa pada materi pola bilangan berdasarkan kemampuan matematika. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian adalah dua siswa kelas VIII yang dipilih berdasarkan kemampuan matematikanya. Instrumen penelitian yang digunakan adalah tes dan wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi memiliki bayangan konsep yang sesuai dengan konsep matematika atau konsep pola bilangan. Namun, bayangan konsep siswa berkemampuan rendah tidak sesuai dengan konsep matematika pola bilangan.

**Kata Kunci** : Bayangan Konsep, Pola Bilangan, Kemampuan Matematika

### Abstract

*This study aimed to describe students' concept image on the topic of number patterns based on their mathematical ability. The study is descriptive research adopting the qualitative approach. The subjects were two eighth-grade students who were chosen according to their mathematical ability (high and low). The research instruments used were a test and an interview protocol. The findings of the study revealed that the student with a high mathematical ability had the concept image that corresponds to the mathematical concept or idea of number patterns. However, the concept image of the student with low ability was different compared to the mathematical concept of number patterns.*

**Keywords** : Concept Image, Mathematical Ability, Number Patterns

Cara Penulisan Sitasi : Syarief, N. H., Fatmawati, A., & Ralmugiz, U. 2023. Bayangan Konsep Siswa pada Meteri Pola Bilangan ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika Sekolah (JP2MS)*, 7(1), 10-19.

---

## PENDAHULUAN

Pemahaman konseptual memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika. Menurut NCTM, (2000), pemahaman konseptual merupakan salah satu komponen penting dalam kecakapan matematika. Hal ini karena pemahaman konseptual diperlukan untuk menyelesaikan masalah. Pemahaman konseptual merupakan kemampuan siswa dalam mengaplikasikan konsep yang telah dipelajari pada masalah dalam kehidupan sehari-hari yang termasuk di dalamnya kemampuan untuk menggali informasi yang baru, mengidentifikasi ketidaksesuaian, dan mencari hubungan antara informasi yang berbeda (Nieswandt, 2007). Kilpatrick et al., (2001), mengatakan bahwa pemahaman konseptual adalah pemahaman ide matematis yang terintegrasi dan fungsional terkait konsep, operasi, dan hubungan dalam matematika. Dengan demikian, Pemahaman konseptual adalah pemahaman tentang ide atau konsep matematis dan bagaimana ide atau konsep tersebut diterapkan.

Salah satu materi matematika yang membutuhkan pemahaman konseptual adalah pola bilangan. Pola bilangan yaitu susunan bilangan yang mempunyai kriteria sebagai berikut:(a) Suku berikutnya dapat ditentukan/diprediksi, (b) cara penulisannya dalam bentuk  $a, b, c, \dots$ , dimana  $a, b, c$  adalah bilangan. Pola merupakan salah satu konsep utama yang berkontribusi untuk memahami konsep-konsep matematika, mengenali hubungan matematika dan menafsirkannya dengan benar (Fadiana, 2016). Menurut Vogel, (2005), salah satu tujuan matematika adalah menganalisis pola, mendeskripsikan

keteraturan dan sifat-sifat pola. Hashemi et al., (2013) juga mengatakan bahwa dengan melatih siswa bekerja dengan pola dapat meningkatkan pengetahuan matematika khususnya berpikir aljabar.

Pola bilangan memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika, namun masih banyak siswa yang mengalami kesulitan pada materi pola bilangan. Berdasarkan hasil penelitian Ariyanti & Setiawan, (2019), diperoleh bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah pola bilangan. Kesulitan yang dialami siswa antara lain siswa kesulitan untuk menentukan pola yang ada pada soal, siswa kesulitan dalam merumuskan generalisasi dari keteraturan/pola bilangan dan siswa terlalu fokus pada rumus. Selain itu, Sari et al., (2016), menemukan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menentukan pola dan struktur untuk mendeteksi keteraturan, merumuskan generalisasi dari dugaan tentang keteraturan yang diobservasi, mengevaluasi dugaan, dan membangun dan mengevaluasi argumen matematika. Rahayu (2015), juga menemukan kesulitan siswa antara lain kesulitan dalam menyatakan apa yang diketahui dan ditanyakan, kesulitan dalam mengaitkan konsep matematika yang telah dipelajari, kesulitan dalam proses penentuan rumus fungsi suku ke- $n$ , serta kesulitan dalam mengomunikasikan jawaban. Berdasarkan hal ini, maka peneliti menganggap penting untuk menganalisis pemahaman konseptual siswa.

Menurut Yanik (2014), salah satu cara untuk mengeksplor pemahaman konseptual siswa adalah dengan melihat bayangan konsepnya. Tall & Vinner (1981), menyatakan bahwa bagaimana siswa memahami dan memikirkan suatu konsep dari aspek pembelajaran dapat dianalisis menggunakan bayangan konsep. Bayangan konsep adalah himpunan semua gambar mental yang terkait dalam pikiran siswa dengan suatu konsep, disertai dengan semua sifat yang menjadi ciri konsep tersebut (Tall & Vinner, 1981; Vinner & Dreyfus, 1989). Bayangan konsep bervariasi dari satu individu ke individu yang lainnya (Kaya, 2017; Köğce, 2015; Nordlander & Nordlander, 2011; Tsamir et al., 2015). Wright (2013), mengatakan bahwa bayangan konsep dapat konsisten dengan ide matematis dari konsep ataupun bertentangan dengan ide matematisnya. Bayangan konsep bersifat kumulatif, dapat berubah seiring waktu bergantung pada kematangan individu, rangsangan baru dan pengalamannya (Serhan, 2015; Vincent et al., 2015; Wawro et al., 2011).

Kebanyakan siswa menggunakan bayangan konsepnya untuk memahami definisi dari suatu konsep. Melihat hal ini, maka sangat penting bagi guru untuk mengetahui bagaimana bayangan konsep yang dimiliki siswa. Hal ini bertujuan untuk memastikan bahwa bayangan konsep siswa sudah sesuai dengan ide matematis atau belum. Jika bayangan konsep yang dimiliki siswa menyimpang dari ide/konsep matematis maka memungkinkan hasil pembelajaran siswa tidak sesuai dengan target pembelajaran (Baya et al., 2017). Bagian berbeda dari bayangan konsep diaktifkan sesuai dengan kebutuhan siswa pada waktu tertentu. Bagian dari bayangan konsep ini disebut sebagai bayangan konsep yang ditimbulkan (Bingolbali & Monaghan, 2008; Tall & Vinner, 1981). Dalam mendeskripsikan bayangan konsep peneliti mengacu pada cara analisis yang dilakukan Przenioslo (2004) yaitu dengan menggunakan aspek asosiasi, intuisi, efisien, degenerasi dan elemen kunci. Apabila siswa mampu menjelaskan ide atau konsep pola bilangan maka dapat dikatakan memenuhi aspek asosiasi. Siswa mampu menjelaskan ide atau konsep dengan cepat tanpa memerlukan pembenaran atau bukti maka dapat dikatakan memenuhi aspek intuisi. Siswa mampu menyelesaikan masalah dengan benar maka dikatakan memenuhi aspek efisien. Jika siswa salah dalam menjelaskan ide atau konsep pola bilangan maka dikatakan memenuhi aspek degenerasi. Ide atau konsep yang sering digunakan disebut elemen kunci.

## **METODE**

Fokus utama penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi bayangan konsep siswa pada materi pola bilangan berdasarkan kemampuan matematika siswa. Berdasarkan hal tersebut maka peneliti menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif untuk mendapatkan data yang mendalam dan akurat. Penelitian dilakukan kepada siswa SMP Muhammadiyah 4 Malang kelas VIII. Subjek dalam penelitian

ini terdiri dari dua siswa, dengan kategori satu siswa dengan kemampuan tinggi dan satu siswa dengan kemampuan rendah. Data penelitian diperoleh dari hasil tes yang diberikan kepada siswa dan wawancara. Tes yang diberikan kepada subjek penelitian berjumlah dua soal tentang materi pola bilangan. Soal pertama bertujuan untuk mengungkapkan bayangan konsep siswa pada materi pola bilangan. Soal kedua bertujuan untuk melihat kemampuan pemecahan masalah siswa. Wawancara yang dilakukan adalah wawancara semi terstruktur dan terbuka. Dalam hal ini pertanyaan-pertanyaan yang diberikan tidak bersifat mutlak tetapi dalam pelaksanaannya mungkin akan muncul pertanyaan dari peneliti. Wawancara dilakukan untuk mengungkapkan data-data yang belum terungkap secara tertulis saat pemberian tes. Soal tes dalam penelitian ini ditunjukkan dalam tabel berikut:

**Tabel 1. Instrumen Penelitian**

Soal Tes Pola Bilangan

1. Jelaskan apa yang anda ketahui tentang pola bilangan!
2. Rina memiliki 132 pulpen dengan 4 warna yaitu hitam, merah, biru, dan hijau. Banyaknya pulpen untuk masing-masing warna adalah sama. Jika pulpen-pulpen tersebut disusun dengan pola pulpen ke-1 berwarna hitam, pulpen ke-2 berwarna merah, pulpen ke-3 berwarna biru, pulpen ke-4 berwarna hijau, pulpen ke-5 berwarna hitam dan selanjutnya mengikuti pola tersebut, tentukan:
  - a. Warna pulpen ke 15?
  - b. Warna pulpen ke 72 dan 112?

Langkah pertama dalam mengumpulkan data bayangan konsep siswa adalah dengan memberikan soal tes kepada siswa. Kemudian kedua siswa mengerjakan soal selama 40 menit. Langkah kedua setelah memperoleh data hasil tes siswa, peneliti melakukan wawancarai lebih lanjut tentang jawabannya. Langkah ketiga, peneliti mengidentifikasi apakah bayangan konsep siswa sesuai dengan ide/konsep matematis atau tidak.

Bayangan Konsep siswa dideskripsikan menggunakan beberapa aspek yang dikembangkan oleh Przenioslo (2004).

**Tabel 2. Aspek Bayangan Konsep Siswa**

Aspek	Indikator
Asosiasi	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menjelaskan pemahamannya secara tertulis atau lisan tentang pola bilangan seperti: pengertian pola bilangan, contoh dan bukan contoh pola bilangan, jenis-jenis pola bilangan.</li></ul>
Intuisi	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menjelaskan ide atau konsep pola bilangan secara spontan, seperti: menjelaskan pemahamannya tentang pola bilangan secara spontan, menjelaskan strategi yang bisa digunakan untuk menyelesaikan masalah dengan cepat.</li></ul>
Efisien	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menuliskan atau menyebutkan informasi dari pemecahan masalah pola bilangan berupa: apa yang diketahui dan ditanyakan</li><li>• Membuat rencana penyelesaian masalah pola bilangan berupa: menuliskan startegi yang bisa digunakan dalam menyelesaikan masalah, memilih strategi atau cara yang sesuai untuk menyelesaikan masalah.</li></ul>
Degenerasi	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ide atau konsep yang dijelaskan mengalami miskonsepsi atau berbeda dari konsep sebenarnya.</li></ul>
Elemen Kunci	<ul style="list-style-type: none"><li>• Konsep yang paling sering digunakan oleh siswa</li></ul>

Dalam penelitian ini bayangan konsep siswa dikatakan baik jika ide atau konsep yang dipahami siswa sesuai dengan ide atau konsep matematis pola bilangan.

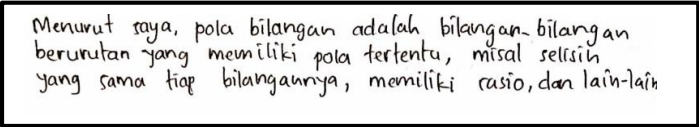
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Berikut akan dijelaskan hasil penelitian terhadap dua subjek penelitian yaitu subjek dengan kemampuan tinggi yang diberi kode Subjek 1(S1) dan subjek dengan kemampuan rendah yang diberi kode subjek 2 (S2)

### Bayangan Konsep Subjek 1 (S1)

Berikut ini akan dideskripsikan hasil tes S1 untuk soal nomer 1 dan 2. Gambar 1 di bawah ini merupakan hasil tes soal nomer 1.



Menurut saya, pola bilangan adalah bilangan-bilangan berurutan yang memiliki pola tertentu, misal selisih yang sama tiap bilangannya, memiliki rasio, dan lain-lain

### Gambar 1. Jawaban S1 Soal Nomer 1

Pada Gambar 1. dapat dilihat bahwa S1 mampu mengungkapkan apa yang diketahui tentang pola bilangan. S1 menjelaskan bahwa pola bilangan adalah bilangan-bilangan berurutan yang memiliki pola tertentu, misalnya selisih yang sama tiap bilangannya, memiliki rasio, dan lain-lain. S1 juga mampu menjelaskan pemahamannya yang telah ditulis pada saat wawancara disertai dengan contoh. Berikut adalah kutipan wawancara antara peneliti dan S1.

*Peneliti: Dijawaban adek, dijelaskan bahwa pola bilangan adalah bilangan-bilangan berurutan yang memiliki pola tertentu, misalnya selisih yang sama tiap bilangannya, memiliki rasio, dan lain-lain. maksud dari jawaban itu gimana?*

*Subjek: Maksudnya ada bilangan-bilangan berurutan yang memiliki pola tertentu. Polanya itu seperti selisih yang sama atau memiliki rasio.*

*Peneliti: Contohnya gimana?*

*Subjek: (diam sambil mikir) emmm, 1, 4, 7, 10, ... itu contohnya bu*

*Peneliti: Kenapa contohnya itu?*

*Subjek: Karena punya selisih 3 setiap bilangannya. Antara 1 dan 4 punya selisih 3, 4 dan 7 punya selisih 3, 7 dan 10 juga punya selisih 3.*

*Peneliti: Kalo yang punya rasio itu seperti apa?*

*Subjek: 1, 2, 4, 8 ... Setiap suku di kali dua atau punya rasio 2.*

*Peneliti: Oke. Berarti contoh itu pola karena punya selisih yang sama atau punya rasio, Kalau yang bukan contoh pola gimana?*

*Subjek: Emmm, mungkin kalo tidak punya pola berarti bukan pola bilangan.*

Dari cuplikan wawancara di atas dapat dilihat bahwa S1 mampu menjelaskan pemahamannya disertai contoh. S1 menjelaskan contoh pola dengan selisih bilangan yang sama dan pola yang memiliki rasio. Pada cuplikan wawancara tersebut S1 memberikan contoh pola bilangan yang pertama yaitu 1,4,7,10,.. karena memiliki selisih 3 antara setiap bilangan dan 1,2,4,8, ... karena memiliki rasio 2. Hal ini berarti S1 pemahaman yang dimiliki S1 sesuai dengan ide matematisnya karena S1 menyadari bahwa dalam suatu susunan bilangan diperlukan suatu keteraturan atau pola sehingga suku-suku berikutnya dari susunan bilangan tersebut dapat ditentukan atau diprediksikan. S1 dapat memberikan contoh yang dengan benar itu berarti S1 memahami cara penulisan pola bilangan. Dalam wawancara S1 juga dapat membedakan contoh pola bilangan dan bukan contoh pola bilangan.

*Peneliti: Kalo misal mbak punya susunan bilangan 2, 4, 7, 11, 16, ... dan 2, 10, 13, 11, 17, ... mana yang pola bilangan dan mana yang bukan pola?*

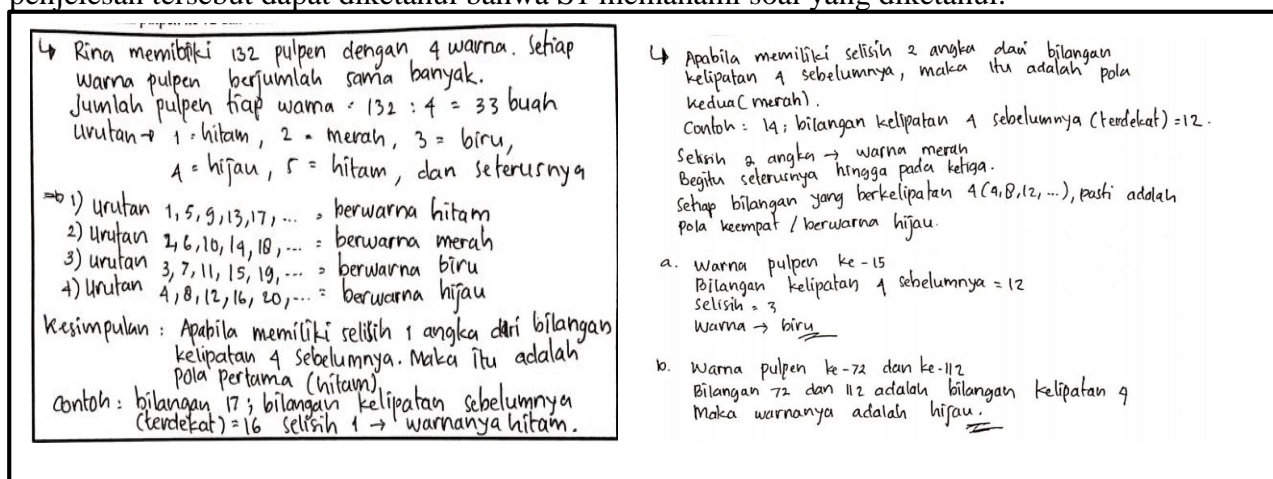
*Subjek: (menulis pola di bukunya dan sambil mencari jawaban) 2, 4, 7, 11, 16, ... adalah pola bilangan kalo 2, 10, 13, 11, 17, ... kayaknya bukan pola bilangan*

*Peneliti: Kenapa 2, 4, 7, 11, 16, ... adalah pola bilangan dan 2, 10, 13, 11, 17, ... bukan pola*  
*Subjek: Karena 2, 4, 7, 11, 16, ... mempunyai pola yaitu bertambah 2, 3, 4, 5, ... dan seterusnya sedangkan 2, 10, 13, 11, 17, ... polanya gak bisa di tentukan.*

Dari kutipan wawancara di atas S1 mampu membedakan contoh dan bukan contoh pola bilangan karena melihat pola dari setiap susunan bilangan yang diberikan. S1 menjelaskan bahwa 2,4,7,11,16 merupakan pola bilangan karena setiap suku selalu ditambah dengan bilangan asli mulai dari dua. Sedangkan susunan bilangan 2,10,13,11,17, bukan pola bilangan karena polanya tidak dapat ditentukan.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara yang telah dideskripsikan, dapat diketahui bahwa S1 memenuhi aspek asosiasi karena S1 mampu menjelaskan ide/konsep pola bilangan, S1 juga mampu menyebutkan contoh pola bilangan, S1 juga mampu membedakan contoh dan bukan contoh pola bilangan. Karena konsep yang dijelaskan S1 benar maka dapat dikatakan bahwa pemahaman S1 sesuai dengan ide/konsep matematis pola bilangan. Tidak ada kesalahpahaman atau miskonsepsi dalam memahami konsep pola bilangan sehingga bayangan konsep S1 dikatakan tidak memenuhi aspek degenerasi.

S1 juga dapat menyelesaikan soal nomer 2 dengan baik. Gambar 2, merupakan jawaban S1 dalam menyelesaikan soal nomer 2. Langkah awal yang dilakukan S1 dalam menyelesaikan soal nomer 2 yaitu menuliskan hal-hal yang diketahui dalam soal yaitu pulpen yang dimiliki Rina sebanyak 132 pulpen dengan 4 warna yang banyaknya sama. Dari informasi ini S1 memperoleh jumlah pulpen setiap warna yaitu 33 buah. S1 juga menuliskan urutan pola yang diketahui yaitu pulpen pertama berwarna hitam, pulpen kedua berwarna merah, pulpen ketiga berwarna biru dan pulpen ke 4 berwarna hijau. Berdasarkan penjelasan tersebut dapat diketahui bahwa S1 memahami soal yang diketahui.



**Gambar 2. Jawaban S1 Soal Nomer 2**

Langkah kedua dalam menyelesaikan soal adalah membuat pola untuk setiap warna sehingga di peroleh 4 pola yaitu pola untuk pulpen berwarna hitam yaitu 1,5,9,13,17, ..., pulpen berwarna merah yaitu 2,6,10,14,18, ... , pulpen berwarna biru 3,7,11,15,19, ... dan pulpen berwarna hijau 4,8,12,16,20, .... Berdasarkan pola yang dibuat, S1 memperoleh 4 kesimpulan dan contohnya. Berikut merupakan kesimpulan yang dibuat oleh S1. (a) Jika pola pulpen ke-n memiliki selisih 1 dari bilangan kelipatan 4 sebelumnya maka pola pulpen ke-n tersebut berwarna hitam. (b) Jika pola pulpen ke-n selisih 2 dari bilangan kelipatan 4 sebelumnya maka pola pulpen ke-n berwarna merah. (c) Jika pola pulpen ke-n selisih 3 dari bilangan kelipatan 4 sebelumnya maka pola pulpen ke-n berwarna biru, dan (d) Jika pola pulpen ke-n adalah bilangan kelipatan 4 maka pola pulpen ke-n berwarna hijau. kesimpulan ini dibuat berdasarkan urutan-urutan yang telah dibuat sebelumnya. Hal ini diungkapkan oleh S1 pada saat wawancara. Berikut cuplikan wawancaranya.

*Peneliti: Di lembar jawabanmu ada 4 kesimpulan itu, nah kamu dapat kesimpulannya dari mana?*

*Subjek :* Dari urutan-urutan yang sudah saya buat itu buu, misalnya 17 bilangan kelipatan 4 sebelumnya itu kan 16, 17 dan 16 punya selisih 1 jadinya warna pulpen ke 17 itu hitam.


*Peneliti:* Berarti kamu liat hubungan antara setiap urutannya?

*Subjek :* Iya, saya hubungkan dengan warna hijau karena urutan warna hijau itu bilangan kelipatan 4.

S1 membuat kesimpulan ini karena melihat hubungan dari urutan-urutan yang dibuat. Setelah membuat kesimpulan tersebut, S1 menggunakannya untuk menjawab pertanyaan (a) dan (b). S1 memperoleh warna pulpen ke 15 adalah biru dan warna pulpen ke 72 dan 112 adalah hijau. Berdasarkan deskripsi hasil tes dan wawancara siswa pada soal nomer 2 dapat disimpulkan bahwa bayangan konsep S1 memenuhi aspek efisien. Hal ini karena S1 dapat menuliskan apa yang diketahui, S1 juga dapat menemukan aturan sehingga dapat menentukan pola ke-n dengan benar. S1 juga memenuhi aspek intuisi karena dapat menjawab secara langsung warna pulpen ke-n. Elemen kunci dari bayangan konsep S1 adalah pengertian dari pola bilangan. Pemahaman yang dijelaskan juga sesuai dengan ide matematis pola bilangan sehingga elemen kuncinya sesuai dengan ide/konsep pola bilangan.

### Bayangan Konsep Subjek 2 (S2)

Berikut adalah hasil tes S2 dalam menyelesaikan soal nomer 1 dan nomer 2. Gambar 3. adalah hasil tes S2 dalam menyelesaikan soal nomer 1.



aturan suatu kelompok bilangan.

**Gambar 3. Jawaban S2 Soal Nomer 1**

Berdasarkan jawaban di atas dapat dilihat bahwa S2 memahami pola bilangan sebagai aturan suatu kelompok bilangan. Kelompok bilangan yang dimaksud oleh S2 adalah kelompok bilangan ganjil dan genap. Hal ini diungkapkan oleh S2 pada saat wawancara. Berikut adalah wawancara antara peneliti dan S2.

*Peneliti:* Aturan suatu kelompok bilangan yang dimaksud adek itu gimana?

*Subjek :* Maksudnya ada suatu kelompok bilangan, terus ada aturannya.

*Peneliti:* Kelompok bilangan yang gimana?

*Subjek :* Kelompok bilangan ganjil dan kelompok bilangan genap

*Peneliti:* Contohnya seperti apa?

*Subjek :* 3, 9, 13, dst, itu contoh kelompok bilangan ganjil  
2, 4, 6, 10 contoh kelompok bilangan genap

*Peneliti:* Apakah bilangan yang disebutkan tadi adalah contoh pola bilangan?

*Subjek :* Iya bu

Berdasarkan cuplikan wawancara di atas S2 menjelaskan bahwa contoh kelompok bilangan ganjil adalah 3,9,13, sedangkan kelompok bilangan genap adalah 2,4,6,10. Pada wawancara tersebut S2 juga menegaskan bahwa contoh tersebut adalah pola bilangan. Contoh yang diberikan S2 kurang sesuai dengan konsep pola bilangan karena S2 hanya menyebutkan bilangan ganjil dan genap tanpa memperhatikan pola dari bilangan-bilangan yang disebutkan.

S2 juga mengungkapkan pemahamannya tersebut dalam kutipan wawancara berikut.

*Peneliti:* Misalkan saya punya bilangan 3, 5, 7, 9, ... apakah itu termasuk pola atau bukan pola?

*Subjek :* Iya itu pola

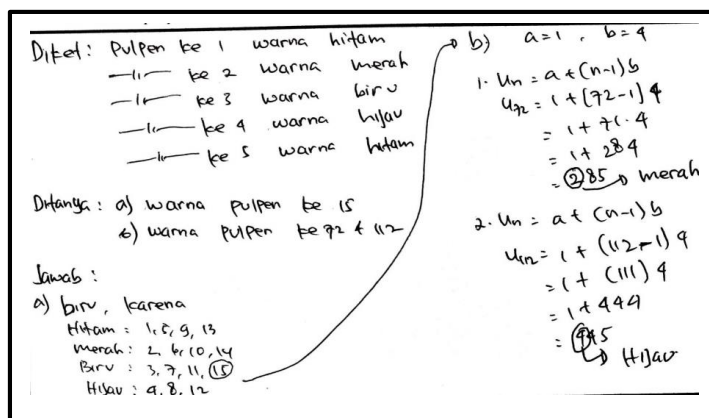
*Peneliti:* Kenapa itu disebut pola?

*Subjek :* Karena itu bilangan ganjil

*Peneliti:* Kalo misal saya punya lagi susunan bilangan 2, 5, 8, 11, apakah itu pola bilangan atau bukan pola bilangan?

Subjek : Bukan bu  
Peneliti: Kenapa bukan pola?  
Subjek : Soalnya ada bilangan ganjil dan genap.

Berdasarkan kutipan wawancara di atas dapat dilihat bahwa S2 memenuhi aspek asosiasi. Hal ini karena S2 dapat menjelaskan apa yang ada dalam pikirannya terkait konsep pola bilangan. Berdasarkan penjelasan S2 saat wawancara dapat disimpulkan bahwa S2 memiliki pemahaman yang keliru tentang pola bilangan. S2 menganggap bahwa jika ada bilangan ganjil atau genap berturut-turut maka itu adalah contoh pola bilangan. Sedangkan jika ada gabungan antara pola bilangan ganjil dan genap maka itu bukan pola bilangan. Berdasarkan hal ini dapat disimpulkan bahwa bayangan konsep S2 tidak sesuai dengan ide matematis pola bilangan. Hal ini berarti S2 memenuhi aspek degenerasi. Selanjutnya akan dideskripsikan hasil tes S2 dalam menyelesaikan soal nomer 2. Gambar 4 adalah jawaban S2 untuk soal nomer 2.



Gambar 4. Jawaban S2 Soal Nomer 2

Berdasarkan Gambar 4, dapat dilihat bahwa S2 dapat menyelesaikan soal nomer 2. Dalam menyelesaikan soal nomer 2, S2 menuliskan apa yang diketahui dan ditanya terlebih dahulu. Untuk jawaban pertanyaan (a) S2 mendaftar warna pulpen mengikuti pola yang telah diketahui sampai urutan warna yang diminta, sehingga S2 memperoleh jawaban warna pulpen ke 15 adalah warna biru. Cara tersebut juga dilakukan oleh S2 untuk menjawab pertanyaan (b), sehingga S2 memperoleh warna pulpen ke 72 adalah biru dan warna pulpen ke 112 adalah merah. Meskipun S2 dapat menjawab pertanyaan (b) namun jawaban yang diperoleh siswa belum benar. Cara S2 memperoleh jawaban pertanyaan (b) diungkapkan dalam wawancara. Berikut adalah kutipan wawancara peneliti dan S2.

Peneliti: Bagaimana adek memperoleh jawaban pola pulpen ke 72 dan 112?

Subjek : Kan ada 5 pulpen, pulpen tersebut dihitung dari awal sampai pulpen yang ditanyakan di soal itu.

Dari hasil tes dan wawancara dapat disimpulkan bahwa bayangan konsep yang dimiliki S2 kurang efisien. S2 dapat menuliskan apa yang diketahui dan ditanya, S1 juga memahami susunan pola namun, S2 salah dalam menentukan pola yang lebih besar. S2 keliru dalam perhitungannya sehingga hasil yang diperoleh tidak sesuai dengan pola. Elemen kunci dari bayangan konsep S2 adalah pengertian pola bilangan. Namun pemahaman yang dijelaskan tidak sesuai dengan ide atau konsep matematis pola bilangan. Sehingga elemen kunci S1 tidak sesuai dengan ide matematis pola bilangan.

## Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian tentang bayangan konsep siswa pada materi pola bilangan diperoleh data bahwa setiap subjek memiliki bayangan konsep yang berbeda-beda, baik dari konsepsi yang disampaikan ataupun solusi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pola bilangan. Hal ini sesuai

dengan Nordlander & Nordlander, (2011) & Tsamir dkk, (2015) mengatakan bahwa bayangan konsep bervariasi dari satu individu ke individu yang lainnya.

Bayangan konsep subjek dengan kemampuan tinggi tentang pola bilangan cenderung pada ide matematis pola bilangan. S1 juga dapat menyebutkan contoh dan bukan contoh pola bilangan. Pemahaman S1 tentang pola bilangan yang diungkapkan sesuai dengan ide/konsep matematis pola bilangan. Bayangan konsep S1 memiliki intuisi. Bayangan konsep S1 efisien dalam menyelesaikan masalah. Hal ini karena S1 dapat membangun suatu aturan untuk menentukan warna pulpen ke- $n$ . Menurut Fadiana (2016) strategi ini disebut strategi kontekstual. Hal ini karena ciri-ciri dari strategi kontekstual adalah Membangun aturan atau formula yang berfokus pada konteks, yaitu informasi berkaitan dengan situasi.

Bayangan konsep subjek dengan kemampuan rendah berkaitan dengan pengertian pola bilangan. S2 juga memiliki pemahaman tentang jenis-jenis pola bilangan, namun S2 tidak mampu memberikan contoh dari jenis pola bilangan yang disebutkan. Bayangan konsep S2 tidak sesuai dengan ide/konsep matematis pola bilangan. Hal ini karena S2 memahami pola bilangan sebagai aturan suatu kelompok bilangan ganjil dan genap. Berdasarkan hal tersebut maka bayangan konsep siswa mengalami degenerasi. S2 tidak memiliki intuisi dalam menjelaskan pemahamannya tentang pola bilangan. Bayangan konsep S2 cukup efisien dalam menyelesaikan masalah. S2 mencari solusi dengan menggunakan suku sebelumnya untuk menentukan suku berikutnya. Menurut Fadiana (2016) strategi ini disebut strategi mengulang dan menambah. Hal ini karena ciri-ciri dari strategi mengulang dan mengecek yaitu menggunakan suku sebelumnya pada pola untuk menemukan suku berikutnya atau siswa mencoba untuk menemukan selisih antara dua suku dan menambahkan selisih yang diperoleh pada suku terakhir untuk menemukan suku selanjutnya.

Setiap subjek memiliki strategi yang berbeda-beda dalam menyelesaikan masalah. S1 menggunakan strategi kontekstual dalam menggeneralisasi pola. S2 menggunakan strategi mengulang dan menambah. Hal ini sesuai dengan penelitian Fadiana (2016), yang mengatakan bahwa dalam menggeneralisasi pola siswa menggunakan cara yang berbeda-beda. Radford (2006) juga menyatakan bahwa jika siswa dihadapkan dengan masalah generalisasi pola, siswa akan menyelesaikan masalah menggunakan strategi yang berbeda-beda.

### **Simpulan**

Bayangan konsep S1 memenuhi aspek asosiasi. Pemahaman S1 tentang pola bilangan berkaitan dengan pengertian pola bilangan. Bayangan konsep S1 memenuhi aspek intuisi dan aspek efisien. Tidak ada miskonsepsi dalam pemahaman S1 sehingga bayangan konsepnya tidak memenuhi aspek degenerasi. Elemen kunci S1 sesuai dengan konsep pola bilangan.

Bayangan konsep S2 memenuhi aspek asosiasi. Pemahamannya tentang pola bilangan berkaitan dengan pengertian pola bilangan namun S2 tidak bisa menjelaskan maksud dari pengertian yang dituliskan. Karena tidak ada miskonsepsi dari pemahaman S2 maka bayangan konsep S2 tidak memenuhi aspek degenerasi. Bayangan konsep S2 memenuhi aspek intuisi dan efisien. Elemen kunci S2 tidak memenuhi konsep pola bilangan.

### **Saran**

Berdasarkan simpulan yang telah paparkan, maka terdapat beberapa saran yang diajukan sebagai berikut. Pertama, bagi peneliti lain yang akan melakukan penelitian serupa, hendaknya meneliti dengan mempertimbangkan pengalaman belajar yang berbeda seperti guru yang berbeda atau dari sekolah yang berbeda pada jenjang yang sama. Selain itu, juga memperhatikan karakteristik subjek penelitian secara mendalam seperti gaya belajar, gaya kognitif, jenis kelamin atau kemampuan matematikanya. Kedua, bayangan konsep siswa terhadap suatu konsep dalam pembelajaran sangat penting, sehingga disarankan untuk guru selalu memperhatikan bayangan konsep dari setiap siswa.



## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam proses pembuatan artikel ini, mulai dari dari penelitian, analisis data hingga dipublikasikannya artikel ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ariyanti, S. N., & Setiawan, W. (2019). Analisis Kesulitan Siswa SMP Kelas VIII dalam Menyelesaikan Soal Pola Bilangan Berdasarkan Kemampuan Penalaran Matematik. *Journal On Education*, 01(02), 390–398.
- Baya, N., Daher, W., & Mahagna, S. (2017). The Effect of Collaborative Computerized Learning Using Geogebra on The Development of Concept Images of The Angle Among Seventh Graders. *The 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 13 Concept*.
- Bingolbali, E., & Monaghan, J. (2008). Concept Image Revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 68(1), 19–35. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9112-2>
- Fadiana, M. (2016). Strategi Generalisasi Pola pada Siswa Kelas VII. *Seminar Nasional Matematika X Universitas Negeri Semarang*, 61, 230–240.
- Hashemi, N., Salleh, M., Kashefi, H., & Rahimi, K. (2013). Generalization in the Learning of Mathematics. *International Seminar on Quality and Affordable Education (ISQAE 2013)*, 2(2), 208–215.
- Kaya, D. (2017). *Self-Organizing Neural Network Map for the Purpose of Visualizing the Concept Images of Students on Angles To cite this article : Self-Organizing Neural Network Map for the Purpose of Visualizing the Concept Images of Students on Angles*. <https://doi.org/10.21890/ijres.327909>
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). Helping Children Learn Mathematics. In *Helping Children Learn Mathematics*. <https://doi.org/10.17226/10434>
- Köğçe, D. (2015). Conceptions and Concept Images of Prospective Mathematics Teachers in a Teacher Training Program Regarding Basic Mathematical Concepts. *International J. Soc. Sci. & Education*, 5(4), 2223–4934.
- National Council of Teacher of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. In *School Science and Mathematics* (Vol. 47, Issue 8). <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb17957.x>
- Nieswandt, M. (2007). Student Affect and Conceptual Understanding in Learning Chemistry. *Journal of Research in Science Teaching*, 44(7), 1269–1291. <https://doi.org/10.1002/tea>
- Nordlander, M. C., & Nordlander, E. (2011). On the concept image of complex numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 627–641. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.633629>
- Przenioslo, M. (2004). Images of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1–3), 103–132. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000017667.70982.05>
- Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and The Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., and Méndez, A.(Eds) (2006). *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*, 1(5), 1–21. <https://doi.org/10.5840/jphil20019858>
- Sari, N. I. P., Subanji, & Hidayanto, E. (2016). Diagnosis Kesulitan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan dan Pemberian Scaffolding. *Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya (KNPMP I) Universitas Muhammadiyah Surakarta*, 2502–6526, 385–394.
- Serhan, D. (2015). Students ' Understanding of the Definite Integral Concept. *International Journal of*

- Research in Education and Science*, 1(1), 84–88.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image And Concept Definition In Mathematics With Particular Reference To Limits And Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151–169.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 497–509. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0641-8>
- Vincent, B., LaRue, R., Sealey, V., & Engelke, N. (2015). Calculus students' early concept images of tangent lines. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(5), 641–657. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1005700>
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356–366.
- Vogel, R. (2005). Patterns - a fundamental idea of mathematical thinking and learning. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 37(5), 445–449. <https://doi.org/10.1007/s11858-005-0035-z>
- Wawro, M., Sweeney, G. F. ., & Source, J. M. . R. (2011). Subspace in linear algebra: investigating students' concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78(1), 1–19. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9307-4>
- Wright, V. (2013). Pre-service Teachers ' Concept Image for Circle and Ellipse. *Mathematics Education: Yesterday, Today and Tomorrow (Proceedings of the 36th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)*, 1981, 682–689.
- Yanik, H. B. (2014). Middle-school students' concept images of geometric translations. *Journal of Mathematical Behavior*, 36, 33–50. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.08.001>