Automorphisms of root systems and codes,and their applications

著者	Kobayashi Zenji
内容記述	Thesis (Ph. D. in Science)--University of Tsukuba, (B), no. 1869, 2002.10.31 Includes bibliographical references
発行年	2002
URL	http://hdl.handle.net/2241/5550

【312】

氏　名（本 籍）　小 林 善 司（大 阪 府）

学 位 の 種 類　博　　士（理　　学）

学 位 記 番 号　博 乙 第 1869 号

学位授与年月日　平成14年10月31日

学位授与の要件　学位規則第4条第2項該当

審 査 研 究 科　数理物質科学研究科

学 位 論 文 題 目　Automorphisms of root systems and codes, and their applications
（ルート系と符号の自己同型とその応用について）

主　査	筑波大学教授	理学博士	竹 内 光 弘
副　査	筑波大学教授	理学博士	森 田　　純
副　査	筑波大学教授	理学博士	宮 本 雅 彦
副　査	筑波大学助教授	理学博士	坂 井　　公

論 文 の 内 容 の 要 旨

この論文において小林善司氏はルート系の自己同型及び符号の自己同型とその応用について次の研究を行った。

論文は3つの章からなる。第1章で研究の背景，必要な概念を説明したのち本論文の主要結果を概観している。第2章ではルート系の自己同型とその応用を以下のように論じている。2.1でKac-Moodyリー代数について必要事項を概観したのち，2.2では一般カルタン行列Aに対し，そのルート格子の自己同型群$O(\Gamma)$を導入し，その部分群$\tilde{W}$の指数として$Ind(A)$なる量を定義し，次の各場合にその値をそれぞれ求め決定した。

定理2.1　Aが有限型の場合

定理2.2　Aがアファイン型の場合

定理2.3　Aが2×2双曲型の場合

定理2.4　Aが3×3双曲型の場合

2.3ではAがアファイン型の場合にそのルート系の$\mathbb{R}$-span V上の対称代数のW－不変元の部分代数の生成元を決定している（定理2.5）。また定理2.6ではその双対空間V^*上の対称代数のW－不変元の部分代数を考察し，その生成元の個数を決定している。2.4では$A_{n-1}^{(1)}$型のアファイン・リー代数について，その素数位数の自己同型を共役を除き完全に決定する問題を考えた。その前半で，まずこの問題を，さまざまな作用に関する群$PGL_n(R)$のコホモロジーを計算することに帰着させ，定理2.1でそのコホモロジーの計算を実行し，定理2.8，2.9としてこの問題に関する完全な結果を得ている。

第3章では近年応用数理代数で注目されているグレイ符号について下記のような研究を行った。グレイ符号とは本質的にn次元超立方体の頂点を1度ずつ通るハルミトン回路のことであるが，2^nより小さい非負整数の2進展開から定まる標準的なグレイ符号が存在する。3.1では一般のグレイ符号が座標の置換やビット変換により，いつ標準的グレイ符号になるかという問題を考察し，定理3.2で，この問題に対する，エッジタイプによる完全な解答を得た。定理3.3ではnビットの標準的グレイ符号と同値なグレイ符号の個数を求め決定した。3.3では自然数のグレイ符号表示によるデジタル和，指数和を導入し，これらについて詳しく研究した。デジタル和，ベキ和，指数和等に関しTrollope, Delange, Coquet等による，先行の研究がある。著者の研究はこれらの先行の研究に対するグレイ符号版にあたる。定理3.4ではグレイ指数和を確立測度の分布関数を使って具体的に表現する公式を得た。定理3.5では，その表示に現れる特異関数の高次微分とグレイ高木関数の関係を得た。命題3.7ではグレイベキ和

を，ある帰納的に定義される周期連続関数の列を用いて具体的に表示する公式を得た。この内定理3.5の証明はかなり難しく，補題3.6，3.7，3.8等の準備を必要とする。

審 査 の 結 果 の 要 旨

この論文における著者の研究は前半のルート系及びKac-Moodyリー代数に関する部分と後半のグレイ符号に関する部分に分けられる。これらはその技法，哲学において密接な関わりをもつと同時に，かなり隔たった研究領域と言えるが，このことは著者の研究対象の多様性をもあらわしている。前半のルート系に関する研究の内，アファイン型リー代数の素数位数の自己同型を論じた2.4は20項近くと長大で，内容も充実したよい結果である。論分の要旨では簡潔に述べたが，この結果は非常に簡明で美しい。しかしこれらの簡明な結果に到達するためにはコモホロジーの面倒で困難な計算の実行を必要とする。著者がこの困難を乗り越えて，これらの好結果を得たことは賞讃に値する。また他の節2.1，2.2，2.3の諸結果もそれぞれ興味深く重要である。

後半のグレイ符号に関する仕事は著者の最新の結果で，現在もさらに発展的に進行中である。近年代数学は応用数理科学において重要性を増しつつあるが，中でも符号理論，暗号の数理等は情報理論との関わりで注目を集めている。著者の仕事は，論文の要旨でも述べたように，Trollope, Delange, Coquet等の先行する仕事のグレイ符号版に当たる。これらの結果を得るには技術的にもかなりの習練を必要とする。著者の得たこの方面の結果は高く評価できるものであり，情報数学等にさまざまな応用が期待される。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。