Differential geometry on unitary-symmetric Kaehlerian manifolds

著者	Watanabe Yoshiyuki
内容記述	Thesis--University of Tsukuba, D.Sc.(B), no. 429, 1988. 1. 31
発行年	1988
URL	http://hdl.handle.net/2241/5159

氏　名（本　籍）	渡辺義之（新潟県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第429号
学位授与年月日	昭和63年1月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Differential Geometry On Unitary—Symmetric Kahlerian Manifolds （ユニタリー対称ケーラー多様体上の微分幾何学）

主　査	筑波大学教授	理学博士	中川久雄
副　査	筑波大学教授	理学博士	高橋恒郎
副　査	筑波大学教授	理学博士	阿部英一
副　査	筑波大学教授	理学博士	内山三郎

論文の要旨

ケーラー多様体の研究は，微分幾何学の重要な研究課題のひとつである。

本論文においては，ユニタリー対称ケーラー多様体の構造を研究している。著者の研究目標は，複素空間形に等長的でない完備なユニタリー対称ケーラー計量が存在することを示すことにある。これについて，本論文では，その存在定理をはじめ，ユニタリー対称ケーラー多様体の幾何的な構造を決定し，Blaschke予想に関連する結果を証明している。

第一章では本論文で用いるリーマン幾何学からの準備をし，第二章で概複素及び複素多様体の構成と，エルミート及びケーラー多様体の構成をしている。 リーマン多様体（M，g）上の概複素構造Jが概エルミートで，そのリーマン接続に関して平行であるとき，（M，g，J）をケーラー多様体という。（M，g，J）を複素次元nのケーラー多様体とし，Mからそれ自身への正則同型な等長変換を（M，g，J）の自己同型と呼ぶ。もし（M，g，J）の自己同型群のMの点mにおける線型イソトロピー群がU（n）であれば，（M，g，J）は点mにおいてユニタリー対称であるといい，それをユニタリー対称ケーラー多様体という。第三章では，本論文の主要部分である次の定理が証明される。

定理A.（M，g，J）を連結，単連結，完備ケーラー多様体とする。（M，g，J）がMの点mでユニタリー対称ならば，そのケーラー計量，ケーラー形式はmの接空間における単位球面上の佐々木構造と，ある性質を持つ関数によって決定される。

第四章では上の性質をみたすケーラー計量，ケーラー形式をもつ多様体の幾何学的特徴を与える次の定理Cを証明し，それを用いて定理Aの逆（定理B）を証明した。

定理C.（M, g, J）を複素次元n（≧２）の連結，単連結，コンパクト・ケーラー多様体でそのケーラー計量，ケーラー形式が定理Aの条件をみたす点における最小軌跡は，Mの全測地的，複素超曲面である。

主定理A，Bを用いて，第五章では，その複素構造は変えないユニタリー対称であるケーラー変形を与えることを示して，次の定理を証明している。

定理F. 複素射影空間上には標準的でないケーラー構造で，ある点から出る全ての測地線が単純で閉ループになるものが存在する。

審　査　の　要　旨

複素空間形はケーラー多様体の典型的な例であり，種々の異なる立場から多くの研究が行われてきた。本論文で導入されたユニタリー対称ケーラー多様体の概念は，複素空間形の自然な拡張であり，その本質的な例が存在することも知られている。本論文において，著者はユニタリー対称ケーラー計量を完全に決定し，その幾何的構造も完全に解明した。さらに，Blaschke予想に関連して本質的な一点におけるBlaschke多様体の存在を示した。本論文の内容はこの方面の研究において殆んど決定的な結果といえよう。

著者の研究は独創的であり，またケーラー幾何学，測地線論，佐々木幾何学など微分幾何学の多方面の理論や，関数論的理論を駆使して得られたものである。本論文はケーラー幾何学の研究に大きな貢献をなしたものであり，多くの研究者から高く評価されている。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。