

Projekcije zemaljske izmjere u Hrvatskoj i Slavoniji.

Napisao Vl. Filkuka, profesor geodetskog tečaja u Zagrebu.

Konačna je svrha zemaljske horizontalne izmjere predodžena zemaljske površine u ravnini. To postizavamo indirektnim načinom: mjerimo dužine i kuteve na fizičkoj površini zemlje, reduciramo te elemente na jednu zajedničku temeljnu niveau-plohu. površinu pako ove plohe projiciramo na ravninu izravno, ili uvrštavamo još jednu ili više ploha projekcije. Ta zajednička temeljna niveau-ploha je geoid, čija je površina približno identična sa srednjom razinom mora. Taj geoid možemo kod izmjere zemlje nadomjestiti rotacionim elipsodom, kako su dokazala mnogobrojna mjerenja lučnih stupnjeva, gravitacije i astronomska nivelacija. Položaj i dimenzije toga elipsoida morao bi biti takav, da bude suma kvadrata otklona normala elipsoida od faktičnih težišnica, te otklona faktičnih azimuta od izračunatih — minimum. Nu dosada nema nijedna država takovoga elipsoida, jer ga nije mogla izabrati uslijed sasvim nepravilnoga oblika geoida. Zadovoljavamo se sa takovim smještanjem sferoida da uzimljemo clopsoid, koji ima sa geoidom bar jednu zajedničku točku (normalna točka) i to u okolici sredine zemlje, koja se mjeri i zajednički azimut jedne stranice, koja iz te točke izlazi. Za dimenzije zemaljskog elipsoida rabe se veličine izračunate ili po Besselu ili po Clarkeu, na temelju mnogobrojnih mjerenja lučnih stupnjeva. Tako je za izmjeru Ugarske, Hrvatske i Slavonije izabran rotacioni elipsoid sa Besselovim dimenzijama koji ima sa geoidom zajedničku točku „Gellertov brijeg“ i zajednički azimut stranice „Gellertov brijeg“ — „Széchenyihegy“.

Što se tiče redukcije na fizičkoj zemaljskoj površini izmjerenih elemenata — na temeljnu plohu (rotacioni elipsoid), spomenuti je samo to, da se horizontalni kutevi, koji su izmjereni na fizičkoj zemaljskoj površini mogu bez ikakove redukcije smatrati reduciranim na temeljnu plohu i kod triangulacija I. reda, dok horizontalne izmjere dužina treba reducirati na izabranu niveau-plohu, jer je međusobna udaljenost projiciranih dviju točaka različita na raznim koncentričnim i paralelnim niveau-plohama uslijed toga, što mjesne vertikale, kojima projiciramo — možemo reći — konvergiraju. Ta se redukcija s obzirom na kratke mjerene dužine može obaviti po ovoj formuli.

$$A_0B_0 = AB \left(1 - \frac{H}{R} + \frac{H^2}{R^2} \dots \right).$$

gdje je AB horizontal. izmjera dužine u nadmorskoj visini H. R srednji polumjer zemlje, koji je jednak $R = \sqrt{M \cdot N}$, M polumjer krivine elipsoida u geografskoj širini $\frac{\varphi_A + \varphi_B}{2} = \varphi_C$ u ravnini

meridijana, N polumjer krivine istoga mjesta u ravnini, koja je okomita na ravninu meridijana i prolazi kroz težišnicu mjesta C.

Možemo u daljnjem pretpostavljati, da su u trokutnoj mreži izmjereni kutevi sferoidički kutevi, te da su izmjerene dužine sferoidičke dužine — dakle da imamo mrežu sferoidičkih trokuta.

Radi jednostavnijeg rješavanja tih trokuta projicirat ćemo sferoidičke elemente na kuglu, na kojoj možemo lahko obaviti potrebite geodetske račune pomoću sferičke trigonometrije. Projekciju sferoidičkih elemenata na kuglu projicirat ćemo na ravninu, na kojoj dobivamo traženu sliku zemaljske površine.

Ova dvostruka — posredna projekcija elipsoida na ravninu pruža u praksi veliku prednost naprama neposrednoj projekciji elipsoida na ravninu, poimence u tome, što se između kugle i ravnine dadu postaviti jednostavne, za praksu vrlo zgodne sveze. Neposrednu projekciju elipsoida u ravninu upotrijebio je Gauss kod izmjere Hanoveranske.

Projiciranjem jedne plohe na drugu ne možemo dobiti projekciju indentičnu sa izvornom konfiguracijom, već deformiranu projekciju, izuzevši plohe, koje se dadu jedna u drugu razviti (developable plohe). Sve se matematske projekcije dadu s obzirom na deformaciju razdijeliti u tri grupe:

1. projekcije opće deformacije, kod kojih se deformiraju dužine, kutevi i površine;
2. projekcije, kod kojih se deformiraju dužine i kutevi, dok je površina projicirane konfiguracije strogo identična sa površinom izvorne konfiguracije, dakle projekcije koje pridržavaju površinu;
3. projekcije, koje pridržavaju kut (konformne); deformiraju se dužine i površine — kutevi su dakle projekcije identični sa izvornim kutevima.

Od svih ovih matematskih projekcija rabe se kod zemaljskih izmjera najčešće projekcije 3. grupe i to za to, jer te projekcije pružaju po obliku najvjernije slike, a računanje je vrijednosti deformacije kod tih projekcija jednostavnije, nego kod projekcija prvih dvaju grupa. I sve su današnje projekcije hrvatsko-slavonske zemaljske izmjere konformne projekcije.

Pravila po kojima se može jedna ploha konformno predočiti na drugoj, pokazao je Gauss g. 1822. te je svoje teoretske izvode primjenio kod izmjere Hanoveranske. (Vidi: „Gauss Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie“).

Ako je jednadžba jedne plohe P

$$F(x, y, z) = 0,$$

gdje je $x = f_1(u, v)$; $y = f_2(u, v)$; $z = f_3(u, v)$; (u, v jesu parametri površine kao nove varijable), onda je element dužine krivulje na toj plohi jednak

$$1. \quad \text{---} \quad ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \text{ odnosno}$$

$$1a. \quad \text{---} \quad ds^2 = A \cdot du^2 + 2B \, du \cdot dv + C \, dv^2, \text{ gdje je}$$

$$A = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2$$

$$B = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial u}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)$$

$$C = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2$$

Jednadžbu 1a. možemo pisati u ovom obliku:

$$ds^2 = \frac{1}{A} (A \, du + B \, dv + i \, dv \sqrt{AC - B^2}) \cdot (A \, du + B \, dv - i \, dv \sqrt{AC - B^2}).$$

Načinimo sada diferencijalnu jednadžbu:

$$2. \quad \text{---} \quad A \frac{du}{dv} + B \pm i \sqrt{AC - B^2} = 0, \text{ a neka je}$$

ω odnosno ω' njezin integralni faktor, onda je

$$\frac{dv}{\omega} \left(A \frac{du}{dv} + B + i \sqrt{AC - B^2} \right) = d(p + iq) = 0$$

$$\frac{dv}{\omega'} \left(A \frac{du}{dv} + B - i \sqrt{AC - B^2} \right) = d(p - iq) = 0$$

Ako ove vrijednosti uvrstimo u jednadžbu za ds^2 dobivamo:

$$3. \quad \text{---} \quad ds^2 = \omega \omega' \frac{1}{A} (dp^2 + dq^2), \text{ gdje su } p \text{ i } q \text{ neke funkcije varijabela } u, v.$$

$$4. \quad \text{---} \quad \int d(p \pm iq) = C$$

Za drugu koju plohu K možemo pisati, da je

$$5. \quad dS^2 = \Omega \Omega' \frac{1}{A} (dP^2 + dQ^2), \text{ gdje je opet}$$

$$6. \quad \int d(P \pm iQ) = C'$$

Ako želimo, da bude predočenje jedne plohe na drugoj konformno, mora biti izraz

$$7. \frac{dS^2}{ds^2} = \frac{\Omega \Omega' A}{\omega \omega' A'} \frac{dP^2 + dQ^2}{dp^2 + dq^2} = m^2 \text{ neovisan od veli-}$$

čina dP , dQ , dp , dq , koje znače promjenu smjera linealnog elementa S odn. s .

Kod traženja takove relacije treba dakle uvažiti izraz

$$\frac{dP^2 + dQ^2}{dp^2 + dq^2} = \frac{d(P + iQ)}{d(p + iq)} \frac{d(P - iQ)}{d(p - iq)} = \frac{dC_1}{dC_1} \cdot \frac{dC_2}{dC_2}$$

$$\frac{dC_1}{dC_1} = \frac{dP + i dQ}{dp + i dq}; \frac{dC_2}{dC_2} = \frac{dP - i dQ}{dp - i dq} \text{ a ovi su izrazi}$$

neovisni od gornjih diferencijala, ako je udovoljeno Cauchy-Riemannovom kriteriju, da je naime

$$i \frac{\delta C}{\delta p} = \frac{\delta C'}{\delta q}, \text{ to jest, ako je}$$

8. $P + iQ = f(p + iq)$. Ovo je zakon konformnog predočivanja.

Točke C i C' jesu konjugirane. Ako točka C opisuje koju krivulju, opisuje točka C' također neku krivulju. Dvije krivulje opisane točkom C zatvaraju međusobno isti kut, kao što i njima konjugirane krivulje točke C' ; neizmjereno maleni trokuti slični su u obim sustavima.

(Nastavit će se.)

Zemljišni katastar u Bosni i Hercegovini.

Nadgeom Ivan Baše.

Nakon dovršene okupacije Bosne i Hercegovine počela je uprava bivše Austro-Ugarske monarhije uvadjeti u novim svojim zemljama upravni red po uzoru ostalih modernih zapadnoevropskih država. Upravna sredstva stare otomanske vlade bila su postepeno dokinuta osim onih, koje je trebalo očuvati iz razloga „više političke mudrosti“; na njihovo su mjesto uvedene razne nove uredbe.

Sama je poljoprivredna narav Bosne i Hercegovine namećavala već pitanje tačnijeg uspostavljanja zemljišnog posjeda i sviju ostalih odnošaja, koji su sa zemljišnim posjedom u svezi. I pošto samo dovoljno tačna izmjera može zemljišni posjed osigurati, to se je okupaciona uprava odlučila, da Bosnu i Hercegovinu dade premjeriti.