

Научная статья  
УДК 532.542

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИИ ТРУБОПРОВОДА

Евгений Владиславович Полуяхтов<sup>1</sup>, Денис Олегович Тоймурзин<sup>2</sup>,  
Сергей Николаевич Исаков<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Уральский государственный лесотехнический университет,  
Екатеринбург, Россия

<sup>1</sup> polujaxtov@mail.ru

<sup>2</sup> world.russia.ekb.qq@mail.ru

<sup>3</sup> isakovsn@m.usfeu.ru

**Аннотация.** В статье представлено сравнение методик расчета собственных частот колебаний трубопроводов. Расчет жесткостно-частотных характеристик требуется для определения околорезонансных частот.

**Ключевые слова:** трубопровод, собственная частота колебаний

Scientific article

## MATHEMATICAL MODELING OF PIPELINE VIBRATION

Evgeny V. Poluyakhtov<sup>1</sup>, Denis O. Toymurzin<sup>2</sup>, Sergey N. Isakov<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Ural State Forest Engineering University, Yekaterinburg, Russia

<sup>1</sup> polujaxtov@mail.ru

<sup>2</sup> world.russia.ekb.qq@mail.ru

<sup>3</sup> isakovsn@m.usfeu.ru

**Abstract.** The article presents comparisons of methods for calculating natural frequencies of pipeline vibrations. Calculation of the stiffness-frequency characteristics is required to determine the near-resonant frequencies.

**Keywords:** pipeline, natural oscillation frequency

Современные технологические комплексы имеют развитую трубопроводную систему, в которой у труб различные диаметры с поворотами во всех направлениях (рис. 1). Опоры трубопроводов не все «жесткие», а сам трубопровод имеет температурные компенсаторы.

Как правило, трубопроводы испытывают динамические внешние нагрузки от нагнетающего или технологического оборудования. В некоторых случаях трубопроводы сами являются источниками вибраций, например при пульсации перекачиваемой жидкости или гидравлических ударах. Из-за этого при уходе от резонансов требуется знать собственные частоты колебаний трубопроводов и его участков.



Рис. 1. Промышленные трубопроводы

Рассмотрим аналитический способ определения консольного участка трубопровода.

Система уравнений малых колебаний в матричном виде:

$$M \cdot \ddot{x} + K \cdot x = 0. \quad (1)$$

Решение будем определять в виде:

$$x = x_0 \cdot \cos(\omega_{0i} \cdot t). \quad (2)$$

Подстановка этого решения в систему уравнений:

$$K - \omega_{0i}^2 \cdot M = 0, \quad (3)$$

где  $\omega_{0i} = 2 \cdot \pi \cdot f_i$  –  $i$ -а круговая частота собственных колебаний;

[K] – матрица жесткости;

[M] – матрица масс системы.

Матрица жесткости для консольного участка трубопровода представлена ниже:

$$K := \begin{bmatrix} 12 \cdot E \cdot \frac{J}{l^3} & 6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2} & -12 \cdot E \cdot \frac{J}{l^3} & 6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2} \\ 6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2} & 4 \cdot E \cdot \frac{J}{l} & -\left(6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2}\right) & 2 \cdot E \cdot \frac{J}{l} \\ -12 \cdot E \cdot \frac{J}{l^3} & -\left(6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2}\right) & 12 \cdot E \cdot \frac{J}{l^3} & -\left(6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2}\right) \\ 6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2} & 2 \cdot E \cdot \frac{J}{l} & -\left(6 \cdot E \cdot \frac{J}{l^2}\right) & 4 \cdot E \cdot \frac{J}{l} \end{bmatrix}$$

Матрица масс для стального трубопровода диаметром 219 мм и стенкой 8 мм:

$$M = \begin{pmatrix} 83.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 83.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 83.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 83.2 \end{pmatrix}$$

Рассчитав первую собственную частоту получим, что  $f_1 = 52,4 \text{ Гц}$ .

Для подтверждения этого рассчитаем собственные частоты по методике СА 03-003-07 «Расчет на прочность и вибрацию стальных технологических трубопроводов».

Первая собственная частота вычисляется по формуле

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{K_1^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{m}}, \quad (4)$$

где  $K_1 = 1,88$  – корень частотного уравнения;

$L = 2m$  – длина трубопровода;

$J = 0,00003 \text{ м}^4$  – момент инерции поперечного сечения трубы;

$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$  – модуль упругости материала;

$m = 41,6 \text{ кг/м}$  – погонная масса трубопровода.

Рассчитав первую собственную частоту по вышеприведенной методике, получим  $f_1 = 53,4 \text{ Гц}$ .

Эта же задача рассчитана в программе инженерных расчетов, основанной на методе конечных элементов. Результаты расчета приведены на рис. 2. Расчетная первая собственная частота  $f_1 = 51,6 Гц$ .

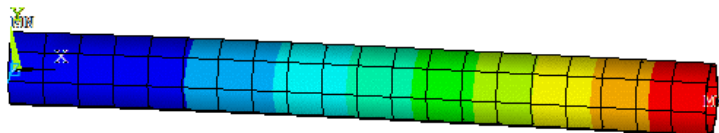


Рис. 2. Картина перемещений при первой собственной частоте  $f_1 = 51,6 Гц$

Результаты расчета первой собственной частоты представлены в таблице ниже.

#### Сравнение расчетных первых собственных частот

Расчетный способ	Первая собственная частота, Гц	Соотношение, %
По аналитической методике	52,4	100
По методике СА 03-003-07	53,4	98
В программе инженерных расчетов	51,6	102