

EDN: AVCFWK

УДК 51–74

Mathematical Simulation of Induction MHD Pump for Transportation of Aluminum Melt

Ivan V. Kizhaev*,
Victor N. Timofeev and Maksim Y. Khatsayuk
*Siberian Federal University
Krasnoyarsk, Russian Federation*

Received 26.12.2022, received in revised form 04.02.2023, accepted 28.02.2023

Abstract. This article analyzes the electromagnetic and thermohydrodynamic processes occurring in an MHD pump using a numerical method of mathematical modeling based on the finite element method. The distribution patterns of the electromagnetic field in the channel and magnetic circuit of the machine, vector distributions of forces with hydrodynamic flows, as well as thermal patterns of the magnetic circuit and windings of the MHD pump are obtained.

Keywords: numerical mathematical model, finite element method, MHD pump, electromagnetic problem, thermohydrodynamic problem, numerical calculation.

Citation: Kizhaev, I.V., Timofeev, V.N., Khatsayuk, M. Y. Mathematical simulation of induction MHD pump for transportation of aluminum melt. J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2023, 16(2), 228–241. EDN: AVCFWK



Математическое моделирование индукционного МГД-насоса для транспортировки расплава алюминия

И. В. Кижаяев, В. Н. Тимофеев, М. Ю. Хацаюк
*Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, Красноярск*

Аннотация. В данной статье проведен анализ электромагнитных и термогидродинамических процессов, протекающих в МГД-насосе с помощью численного метода математического

© Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

* Corresponding author E-mail address: ivan333x@mail.ru

моделирования на основе метода конечных элементов. Получены картины распределения электромагнитного поля в канале и магнитопроводе машины, векторные распределения сил с гидродинамическими течениями, а также тепловые картины магнитопровода и обмоток МГД-насоса.

Ключевые слова: численная математическая модель, метод конечных элементов, МГД-насос, электромагнитная задача, термогидродинамическая задача, численный расчет.

Цитирование: Кижаяев И. В. Математическое моделирование индукционного МГД-насоса для транспортировки расплава алюминия / И. В. Кижаяев, В. Н. Тимофеев, М. Ю. Хацаюк. Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2023, 16(2). С. 228–241. EDN: AVCFWK

Введение

В настоящее время в плавильно-литейном производстве алюминиевых сплавов существует необходимость транспортировки жидкого алюминия из печи переплава 1 в миксер 4 (рис. 1). Зачастую транспортировка осуществляется самотеком через металлотракт. Однако отсутствие перепада высот между печью и миксером не позволяет осуществить данный технологический процесс. Поэтому жидкий алюминий переливают в транспортировочные ковши. Затем с помощью мостового крана и погрузчиков расплав отправляется в заливочный карман миксера 4. Отсюда возникают недостатки, связанные с серьезными времязатратами и привлечением сторонней техники, что не всегда осуществимо.

Для ускорения технологического процесса, увеличения производительности и преодоления отрицательного перепада высот Δh предлагается использовать МГД-насосы 2 (рис. 1). Однако стоит учитывать специфику работы данных устройств, так как жидкий алюминий отличается высокой температурой плавления и химической агрессивностью. Использование классических кондукционных МГД-насосов, в которых токоподводы контактируют с жидким металлом, нежелательно ввиду высокой химической активности жидкого алюминия, а индукционные МГД-насосы винтового и цилиндрического типов будут менее эффективны из-за перегрева внутренних сердечников. Соответственно, самым оптимальным решением будет применение плоских линейных индукционных МГД-насосов, простота изготовления и эксплуатации которых играет немаловажную роль.

Проблеме изучения вопроса об использовании МГД-устройств в металлургии посвящено большое количество работ, к которым относятся [1–7]. Решение проблем по увеличению про-

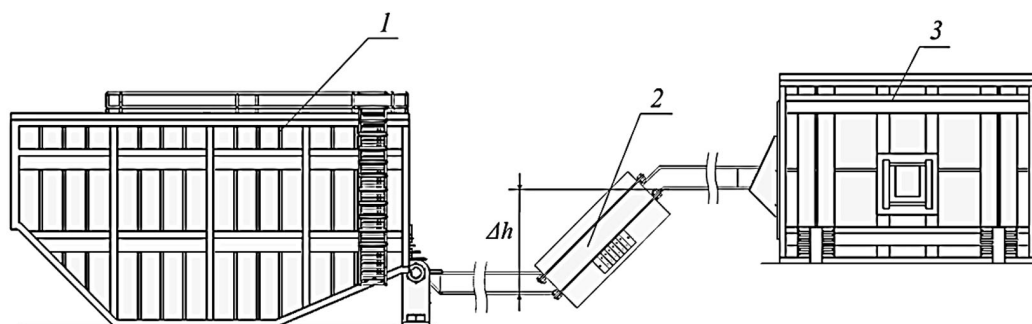


Рис. 1. Система транспортировки расплава алюминия: 1 – печь переплава; 2 – МГД-насос; 3 – миксер

Fig. 1. Aluminum melt transportation system: 1 – remelting furnace; 2 – MHD pump; 3 – mixer

изводительности и долговечности МГД-устройств и по сей день остается актуальной задачей. Для этого необходимо минимизировать затраты времени и ресурсов на проектирование и изготовление МГД-насосов, что позволяют сделать современные методы математического моделирования.

В настоящее время широко используются аналитические и численные методы математического моделирования. Аналитические модели [8–12] позволяют быстро выбрать геометрические размеры и провести экспресс-анализ характеристик проектируемого устройства. Численные модели [13–16] позволяют моделировать физические процессы в двухмерной и трехмерной постановках с минимальными допущениями.

Расчетная модель МГД-насоса и принятые допущения

Устройство системы транспортировки жидкого металла (рис. 2) состоит из канала с жидким металлом 1 и индукторов МГД-насоса, которые включают в себя катушки 2 и магнитопроводы 3. Данная система симметрична относительно средней плоскости канала с расплавом, поэтому моделирование электромагнитных и гидродинамических процессов можно провести в половине МГД-насоса. Поскольку длина канала значительно превосходит длину индукторов, можно принять, что канальная часть имеет бесконечную длину, это, в свою очередь, упростит геометрию расчетной области. Каждому построенному объему присваиваются свои удельные электрические сопротивления γ , относительные магнитные проницаемости μ и плотности токов δ .

Исходя из вышеперечисленных факторов, для решения электромагнитной задачи приняты следующие допущения:

1. Электромагнитное поле в расчетной области изменяется по гармоническому закону;
2. Магнитопроводы индукторов моделируются анизотропной средой с магнитной проницаемостью и удельными электрическими сопротивлениями: $\mu_{\text{магн } x} = 1000$, $\gamma_{\text{магн } x} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\gamma_{\text{магн } y} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\gamma_{\text{магн } z} = 10^{32} \text{ Ом} \cdot \text{м}$;

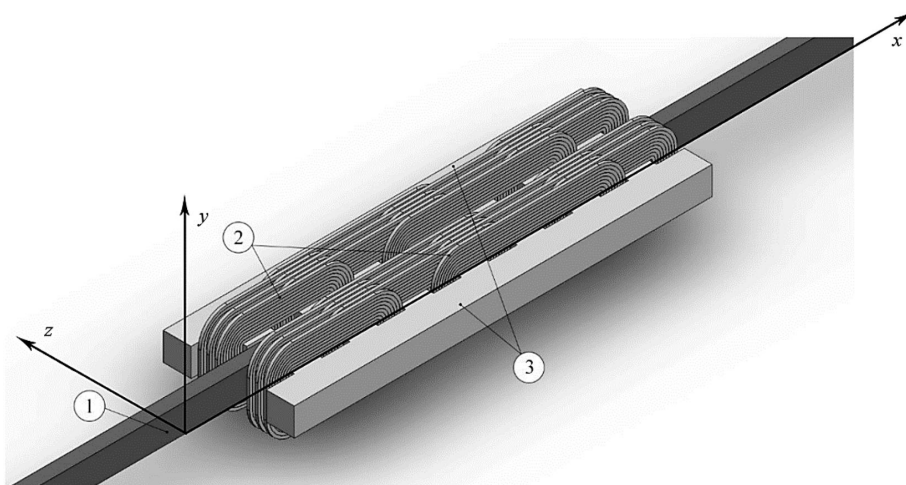


Рис. 2. Эскиз системы транспортировки жидкого металла: 1 – канал; 2 – катушка; 3 – магнитопровод

Fig. 2. Sketch of the liquid metal transportation system: 1 – channel; 2 – coil; 3 – concentrator

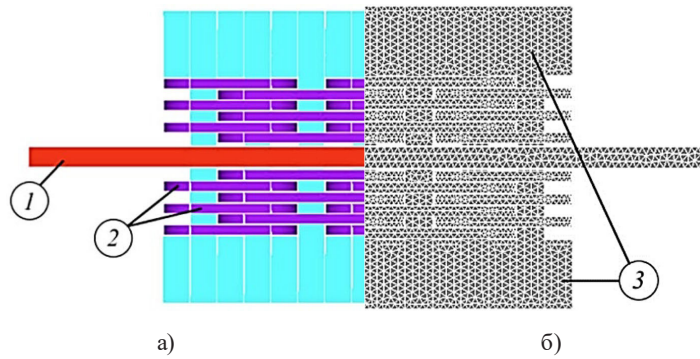


Рис. 3. Расчетная трехмерная модель МГД-насоса: а – геометрия расчетной области; б – сетка расчетной области

Fig. 3. Computational three-dimensional model of the MHD pump: а – geometry of the computational domain; б – computational domain grid

3. Обмотки индукторов моделируются распределенными источниками электромагнитного поля с $\delta = 3 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$, $f = 50 \text{ Гц}$;

4. Расплав алюминия в канальной части моделируется средой с $\mu_{ал} = 1$ и $\gamma_{ал} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ I}/(\text{Ом} \cdot \text{м})$.

При принятых допущениях расчетная модель МГД-насоса будет иметь вид (рис. 3)

Математическая модель МГД-насоса

Математическое описание электромагнитных и гидродинамических процессов основано на взаимодействии сил электромагнитного поля с жидкими металлами с учетом формирующегося массопереноса. Система уравнений, описывающих электромагнитное поле, записанная относительно векторного и скалярного потенциалов (1–3), будет иметь вид [17]:

$$\nabla^2 \bar{A} - \nabla \left(\nabla \bar{A} + \varepsilon_a \mu_a (\partial \varphi / \partial t) \right) - \varepsilon_a \mu_a (\partial^2 \bar{A} / \partial t^2) = \mu_a \bar{\delta}; \quad (1)$$

$$\nabla^2 \varphi + (\partial / \partial t) \nabla \bar{A} = -\rho_q / \varepsilon_a; \quad (2)$$

$$\nabla \bar{\delta} = -(\partial \rho_q / \partial t), \quad (3)$$

где \bar{A} – векторный потенциал, Вб/м ; φ – скалярный потенциал неподвижных зарядов, В ; $\bar{\delta}$ – вектор плотности тока, А/м^2 ; $\varepsilon_a = 8,85 \cdot 10^{-12}$, Ф/м – абсолютная диэлектрическая проницаемость; ρ_q – плотность свободных зарядов, Кл/м .

Вектор плотности тока, входящий в уравнения (1, 3):

$$\bar{\delta} = \gamma (-\nabla \varphi - (\delta \bar{A} / \delta t) + \bar{u} \times (\nabla \times \bar{A})). \quad (4)$$

Для однозначного определения электромагнитного поля в расчетной области систему уравнений (1–3) необходимо дополнить граничными условиями. При расчете используются граничные условия, выраженные через векторный потенциал. Так как на границах индукторов отсутствуют поверхностные токи проводимости i , условия $B_{n2} - B_{n1} = 0$, $H_{t2} - H_{t1} = 4\pi i/c$ будут иметь вид:

$$A_{n2} = A_{n1}; \quad (5)$$

$$A_{t2} / \mu_0 \mu_2 = A_{t1} / \mu_0 \mu_1. \quad (6)$$

Если принять что расчетную область окружает среда с бесконечной магнитной проницаемостью, то на границах расчетной области будут выполняться условия:

$$\partial A_t / \partial n = 0; \quad (7)$$

$$A_n = 0, \quad (8)$$

где n – нормаль к поверхности расчетной области.

Термогидродинамические процессы можно описать системой уравнений, состоящей из уравнения сохранения массы (9), движения (10) и энергии (11): При этом жидкость можно рассматривать как несжимаемую. В качестве источниковых членов уравнений движения и энергии при решении задач магнитной гидродинамики служат удельная электромагнитная сила $\vec{f}_{эм}$ и удельная Джоулева энергия $q_{эм}$. С учетом данных факторов система уравнений будет выглядеть:

$$\nabla \bar{u} = 0; \quad (9)$$

$$(\partial \rho_0 \bar{u} / \partial t) + \nabla(\rho_0 \bar{u} \bar{u}) = -\nabla p + \nabla \bar{\tau} + \rho(T) \bar{g} + \vec{f}_{эм}; \quad (10)$$

$$(\partial \rho_0 h / \partial t) + \nabla(\rho_0 \bar{u} h) = -\nabla(\lambda \nabla T) + q_{эм}. \quad (11)$$

p – давление, Па; $\bar{\tau}$ – тензор вязких напряжений; h – энтальпия, Дж/кг; T – температура, °С.

Компоненты тензора вязких напряжений $\bar{\tau}$ определяются:

$$\bar{\tau}_{ij} = \eta \left((\partial u_i h / \partial x_j) + (\partial u_j h / \partial x_i) - (2 \partial u_k h / 3 \partial x_k) \delta_{ij} \right), \quad (12)$$

где u_i, u_j, u_k – компоненты вектора скорости; δ_{ij} – символ Кронекера.

Математическое моделирование электромагнитных и термогидродинамических процессов

Моделирование термогидродинамических и электромагнитных процессов проведено в среде ANSYS CFX. Исходными данными для решения электромагнитной и гидродинамической задач служат геометрические размеры (рис. 4, табл. 1), свойства материалов (табл. 2) и параметры питания обмоток (табл. 3). В качестве базовых геометрических параметров системы транспортировки жидкого металла с помощью МГД-насоса были приняты параметры, представленные в табл. 1.

На основе построенной математической модели проведен расчет и анализ интегральных и дифференциальных характеристик электромагнитного поля. Получены матричные величины магнитного поля B , плотности тока δ и объемных электромагнитных сил $f_{эм}$. Данные результаты сведены в таблицу и характеризуют собой ту или иную величину в конкретном элементе построенной геометрии.

Результаты позволяют определить предпочтительные величины плотности тока в обмотках МГД-насоса, а также оценить насыщение сердечника линейной индукционной машины. На рис. 5 представлены картины распределения магнитной индукции и напряженности магнитного поля в магнитопроводах МГД-насоса. Максимальные значения индукции в зубцах

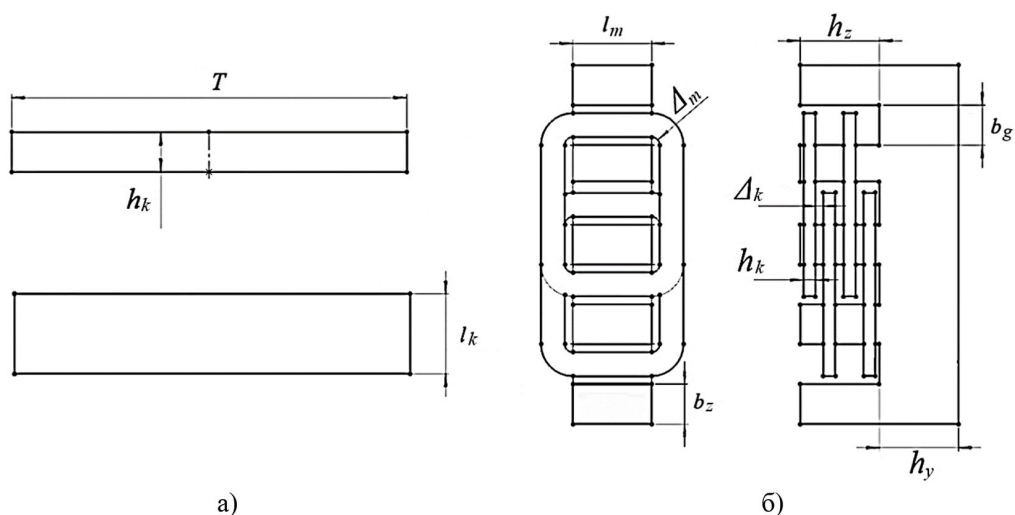


Рис. 4. Основные геометрические размеры: а – канала; б – индуктора МГД-насоса

Fig. 4. Main geometric dimensions: а – channel; б – MHD pump inductor

Таблица 1. Геометрические параметры МГД-насоса

Table 1. Geometric parameters of the MHD pump

Описание	Обозначение	Значение
Высота канала	l_k	150 мм
Длина канала	T	1500 мм
Ширина канала	h_k	45 мм
Высота зубца	h_z	150 мм
Высота ярма	h_y	150 мм
Длина зубца	b_z	60 мм
Длина паза	b_q	60 мм
Ширина магнитопровода	l_m	150 мм
Высота катушки	h_k	24 мм
Зазор между катушками	Δ_k	3 мм
Зазор между катушкой и магнитопроводом	Δ_m	3 мм
Зазор между индуктором и каналом	Δ_i	30 мм

близки к значению в 1 Тл, что свидетельствует о правильном выборе геометрических и энергетических параметров.

Наибольший интерес представляет распределение электромагнитных сил в канале (рис. 6). Направления векторов данных сил определяют характер и направления циркуляции расплава, а величина – интенсивность циркуляции.

Тянущая (тангенциальная) составляющая векторного поля электромагнитных сил преимущественно направлена вдоль канала с жидким металлом, при этом на выходе имеются завихрения, меняющие свое направление на противоположное за счет краевых эффектов,

Таблица 2. Физические свойства материалов

Table 2. Physical properties of materials

Наименование	Значение
Электротехническая сталь	
Удельное электрическое сопротивление в направлении осей	$4 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Удельное электрическое сопротивление в направлении оси	$4 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Удельное электрическое сопротивление в направлении осей	$1 \cdot 10^{32} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Относительная магнитная проницаемость	1000
Медь	
Удельное электрическое сопротивление	$1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Относительная магнитная проницаемость	1
Жидкий алюминий	
Удельное электрическое сопротивление	$2,42 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Относительная магнитная проницаемость	1
Плотность	2500 кг/м^3
Теплопроводность	$230 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$
Теплоемкость	$1036 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$
Динамическая вязкость	$0,001 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$
Воздушная среда	
Удельное электрическое сопротивление	$1 \cdot 10^{32} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Относительная магнитная проницаемость	1

Таблица 3. Параметры электропитания индукторов МГД-насоса

Table 3. Power supply parameters of MHD pump inductors

Описание	Обозначение	Значение
Плотность тока в фазах A, B, C	$\delta_{A, B, C}$	$3 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$
Число слоев катушек	$n_{\text{слоев}}$	6
Число фаз катушек	n_{ϕ}	3
Сдвиг фаз между токами соседних пазов	φ_{ϕ}	60°
Частота питающего напряжения	f	50Гц

присущих линейным машинам. Отталкивающая (нормальная) составляющая сил направлена перпендикулярно каналу в направлении оси u .

Как отмечалось выше, величина и направление векторного поля электромагнитных сил преимущественно определяет характер течений и их интенсивность, поэтому необходимо проанализировать зависимость интегрального значения данных сил от энергетических и геометрических параметров, а практический интерес представляют зависимости этих сил от частоты питающего напряжения f и размера воздушного зазора между индукторами и канальной частью при фиксированных размерах системы.

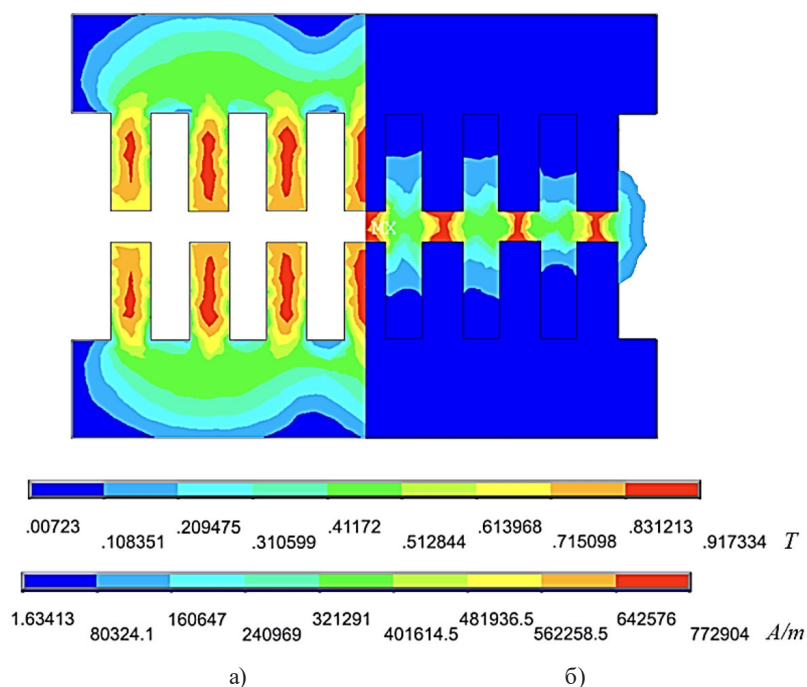


Рис. 5. Растровые распределения: а – магнитной индукции в магнитопроводах МГД-насоса; б – напряженности магнитного поля в воздушном зазоре

Fig. 5. Raster distributions: a – magnetic induction in the magnetic circuits of the MHD pump; б – magnetic field strength in the air gap

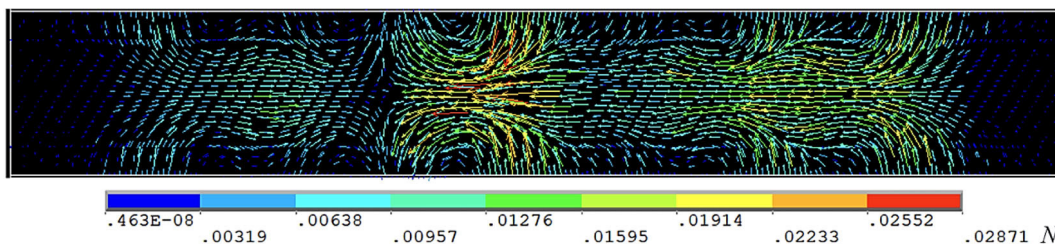


Рис. 6. Векторное распределение электромагнитных сил в канале в продольном сечении канальной части
Fig. 6. Vector distribution of electromagnetic forces in the channel in the longitudinal section of the channel part

Параметры МГД-машины подобраны таким образом, чтобы тангенциальная составляющая силы имела свой максимум приблизительно при частоте питающего напряжения $f = 50$ Гц. При увеличении частоты напряжения наблюдается повышение нормальной составляющей электромагнитной силы (рис. 7).

Увеличение воздушного зазора между канальной частью и индукторами МГД-насоса приводит к снижению электромагнитных сил. Минимальная величина данного зазора зависит от конструкции индукторов и канальной части, а также от толщины футеровочных материалов. На основании полученных источниковых членов уравнений движения и энергии, в результате решения электромагнитной задачи, выполнен расчет с последующим анализом интегральных и дифференциальных характеристик системы транспортировки жидкого металла.

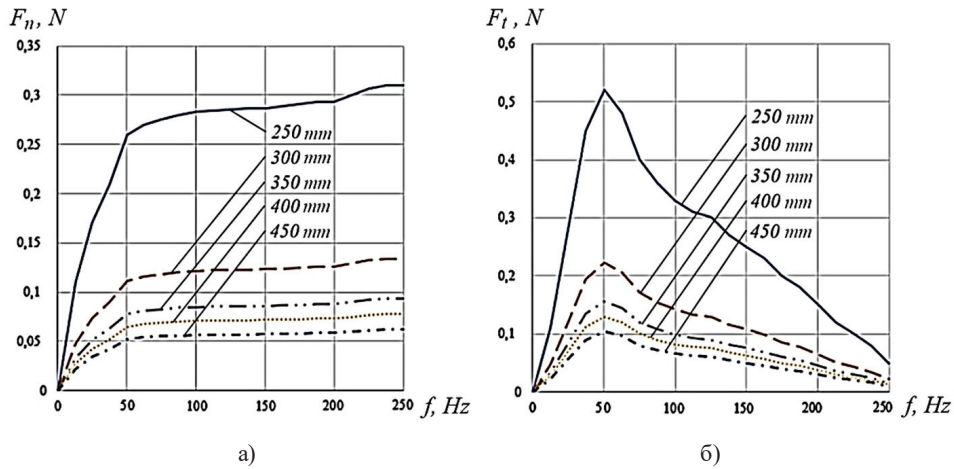


Рис. 7. Зависимости: а – нормальной; б – тангенциальной составляющей электромагнитных сил от частоты питающего напряжения при различных величинах воздушного зазора

Fig. 7. Dependencies: a – normal; б – tangential component of electromagnetic forces on the frequency of the supply voltage at various values of the air gap

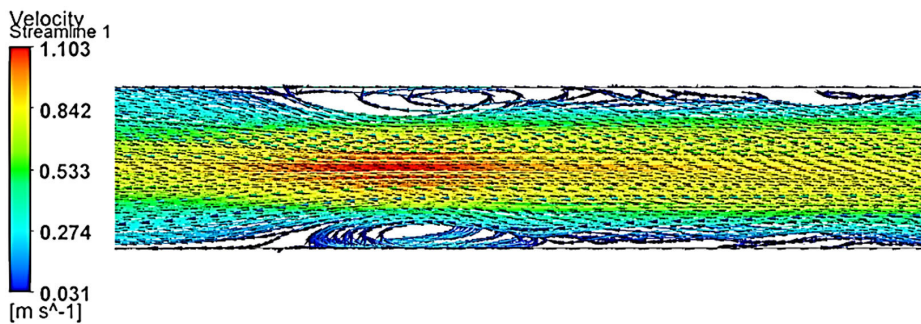


Рис. 8. Векторное распределение скорости расплава в продольном сечении канальной части

Fig. 8. Vector distribution of the melt velocity in the longitudinal section of the channel part

Силовое действие бегущего электромагнитного поля на жидкий металл приводит к его движению. На рис. 8 представлены траектории течения с присущими завихрениями. Максимальная скорость располагается в центре канальной части, а нулевая на стенках канала соответственно.

Для определения зависимости давления в канале P от расхода жидкости Q (рис. 9) используется интегральная электромагнитная сила, действующая на жидкий металл в активной зоне канала длиной l_{can} :

$$F_{em} = f_{em} \cdot S \cdot l_{can}, \quad (13)$$

где S – площадь прямоугольного сечения канала, m^2 .

Расход Q представляет собой объем жидкости, перекачиваемый в единицу времени, m^3/c . Создаваемое насосом давление P определяется как отношение электромагнитной силы на площадь поперечного сечения канала, H/m^2 , при этом напор H зависит от давления P соотношением:

$$Q = S \cdot u; \quad (14)$$

$$P = F_{em} / S; \quad (15)$$

$$H = P / \rho \cdot g. \quad (16)$$

Коэффициент полезного действия МГД-насоса определяется как отношение полезной гидравлической мощности PQ к общей мощности, потребляемой МГД-насосом:

$$\eta = P \cdot Q / UI. \quad (17)$$

При развиваемом давлении $16 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$ МГД-насос преодолевает гидростатическое давление расплава алюминия и позволяет поднять его на высоту в 0,6 м при этом производительность данного МГД-насоса будет составлять 4200 кг/ч. Полученные данные позволяют сделать вывод о возможности транспортировки расплава алюминия из плавильной печи в миксер с преодолением разности высот Δh , составляющей 0,6 м.

Согласно системе уравнений, описывающих термогидродинамические процессы, данная модель позволяет дискретно определить температуры различных элементов. В результате были построены графики изменения температур лобовых, пазовых частей обмотки, а также магнитопровода МГД-насоса с течением времени при мощности МГД-насоса 8000 Вт (рис. 10).

Исходя из полученных результатов видно, данные температуры превышают нормированные значения для эксплуатации в промышленных условиях, поэтому для охлаждения индуктора МГД-насоса необходимо применить принудительное воздушное охлаждение. Это позволит

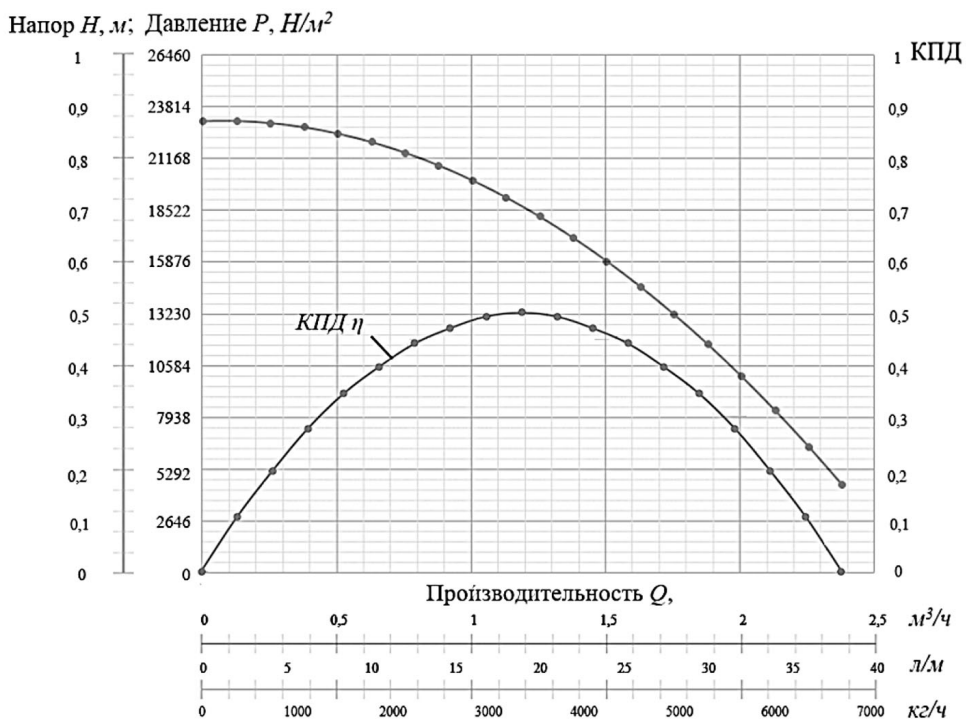


Рис. 9. Расход-напорная характеристика МГД-насоса

Fig. 9. Flow-pressure characteristic of the MHD pump

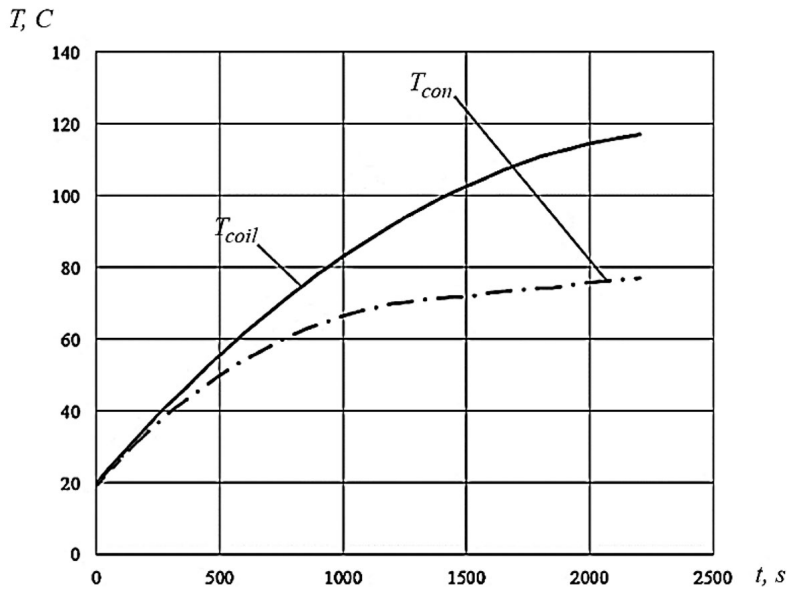


Рис. 10. Температурные графики обмоток T_{coil} и магнитопровода T_{con} индукторов МГД-насоса

Fig. 10. Temperature plots of the windings T_{coil} and the magnetic circuit T_{con} of the inductors of the MHD pump

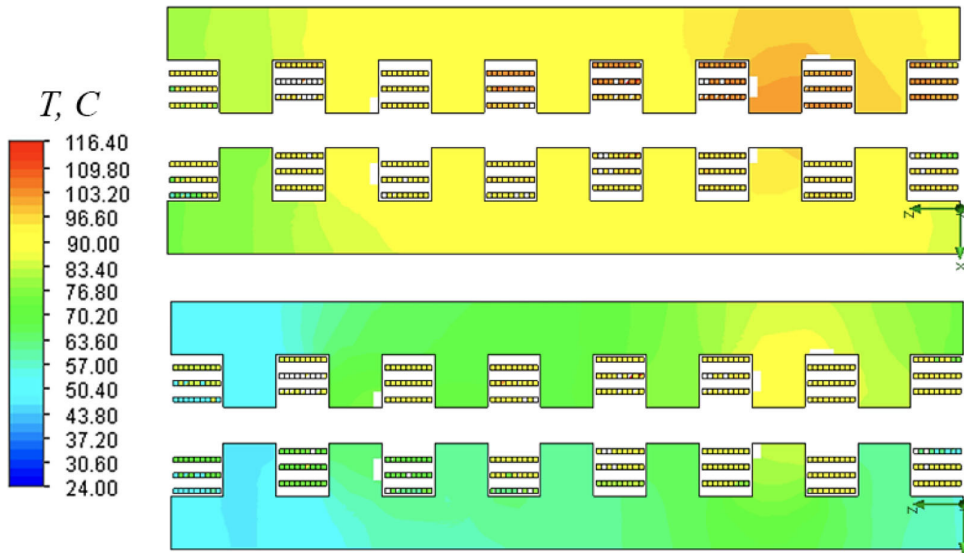


Рис. 11. Распределение температур индуктора МГД-насоса в продольном сечении при отсутствии принудительного охлаждения и с принудительным воздушным охлаждением соответственно

Fig. 11. Temperature distribution of the MHD pump inductor in the longitudinal section in the absence of forced cooling and with forced air cooling, respectively

снизить температуры обмоток, магнитопровода и повысить срок службы МГД-насоса. Результаты математического моделирования тепловой задачи без принудительного охлаждения и с принудительным воздушным охлаждением индуктора МГД-насоса с расходом $7000 \text{ м}^3/\text{ч}$ представлены на рис. 11. Процесс моделирования показывает, что принудительное воздушное

охлаждение позволяет серьезно снизить температуры установки, повысив ее срок службы. Средние температуры обмоток и магнитопровода индуктора МГД-насоса снизились на 30 % со 103 °С и 90 °С до 77 °С и 63 °С соответственно.

Выводы

С помощью математического моделирования, основанного на методе конечных элементов в программном комплексе ANSYS, решена электромагнитная задача. Данные решения электромагнитной задачи интегрированы в модули CFX и SolidWorks, благодаря которым удалось получить гидродинамические и тепловые характеристики соответственно. Результаты моделирования можно использовать для построения расход-напорной характеристики и проектирования промышленных образцов МГД-насосов для транспортировки алюминия при заданном перепаде высот между печью переплава и миксером.

Список литературы / References

- [1] Горемыкин В. А. *Численное и физическое моделирование электромагнитного лотка для транспортировки расплавов алюминия. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук.* Екатеринбург, 2015. 26. [Goremykinn V. A. *Numerical and physical modeling of an electromagnetic tray for transporting aluminum melts. Dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences.* Yekaterinburg, 2015. 26. (in Rus.)]
- [2] Тарасов Ф. Е. *Индукционный МГД-насос с одноплоскостной концентрической обмоткой индуктора для транспортировки магния. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук.* Екатеринбург, 2015. 18. [Tarasov F. E. *Induction MHD pump with a single-plane concentric winding of an inductor for transporting magnesium. Dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences.* Yekaterinburg, 2015. 18 (in Rus.)]
- [3] Тимофеев В. Н. *Применение МГД устройств в металлургии. Учебное пособие по самостоятельной работе.* Красноярск. Сибирский федеральный университет, 2007. 139. [Timofeev V. N. *The use of MHD devices in metallurgy. A textbook on independent work.* Krasnoyarsk. Siberian Federal University, 2007. 139 (in Rus.)]
- [4] Al-Hababeh O. M. Review of magnetohydrodynamic pump applications. Al-Saqqa M. Safi M. Abo Khater T. *Alexandria Engineering Journal.* 55(2), June 2016, 1347–1358.
- [5] Ivo D. Magnetohydrodynamic Pumps with Permanent Magnets for Pumping Molten Metals or Salts. Vaclav Kotlan/ Bohus Ulrych. Vaclav Valenta. *Electroscope Journal.* Czech Technical University, Faculty of Electrical Engineering, Praha, Czech Republic. University of West Bohemia, Faculty of Electrical Engineering, Plzen, Czech Republic. ŠKODA JS a.s. (Nuclear Machinery), Plzen, Czech Republic. Ročník 2009. Číslo III.
- [6] Хацаюк М. Ю. *Теория и моделирование магнитогидродинамических процессов в электротехнологических комплексах металлургического назначения. Дис. ... д-ра тех. наук.* 05.09.10. Красноярск, 2019. 338. [Hatsayuk M. Yu. *Theory and modeling of magnetohydrodynamic processes in electrotechnological complexes of metallurgical purpose. Dis. ... doctor of Technical Sciences.* 05.09.10. Krasnoyarsk, 2019. 338 (in Rus.)]
- [7] Тимофеев В. Н. *Электромагнитные вращатели, перемешиватели и дозаторы алюминиевых расплавов. Дис. ... д-ра техн. наук.* Красноярск, 1994. 210. [Timofeev V. N. *Electromagnetic*

rotators, agitators and dispensers of aluminum melts. Dis. ... doctor of technical sciences. Krasnoyarsk, 1994. 210(in Rus.)]

[8] Тимофеев В.Н. *Трехмерная теория линейного асинхронного двигателя с разомкнутыми типами обмоток.* ЛПИ им. М.И. Калинина, Л., 1976, 24. [Timofeev V.N. *Three-dimensional theory of a linear asynchronous motor with open types of windings.* LPI named after M. I. Kalinin, L., 1976, 24(in Rus.)]

[9] Тимофеев В.Н. *Теория одностороннего линейного асинхронного двигателя с шихтованным или массивным вторичным магнитопроводом. Дис. д-ра техн. наук.* [Timofeev V.N. *Theory of a one-way linear asynchronous motor with a charged or massive secondary magnetic circuit. Dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences*(in Rus.)]

[10] Yamamura S. *Theories of the linear induction motor and compensated linear induction motor.* IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. 1972, 91. 4, 1700–1710.

[11] Вольдек А. И. *Индукционные магнетогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом.* Л., «Энергия», 1970. 38. [Voldek A.I. *Induction magnetohydrodynamic machines with a liquid metal working fluid.* L., “Energy”, 1970. 38.(in Rus.)]

[12] Сарапулов Ф.Н., Сарапулов С.Ф., Шымчак П. *Математические модели линейных индукционных машин на основе схем замещения, учеб. пос. 2-е изд., перераб. и доп.* Екатеринбург. УГТУ-УПИ, 2005. 431. [Sarapulov F.N., Sarapulov S.F., Shymchak P. *Mathematical models of linear induction machines based on substitution schemes. Textbook, 2nd ed., reprint. and add.* Yekaterinburg. UGTU-UPI, 2005. 431(in Rus.)]

[13] Копылов И.П., Беляев Е. Ф. Численное моделирование линейных асинхронных двигателей высокоскоростных транспортных систем. Изв. АН СССР. *Энергетика и транспорт.* 1977. 3. 65 [Kopylov I.P., Belyaev E.F. Numerical modeling of linear asynchronous motors of high-speed transport systems. Izv. of the USSR Academy of Sciences. *Energy and transport.* 1977. 3. 65(in Rus.)]

[14] Jiang Y. [at al.] Prediction of PbLi fluid flow and temperature field in a thermal convection loop for qualification of fusion materials. *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2021. 172. 121198.

[15] Siriano S., Tassone A., Caruso G. Numerical Simulation of Thin-Film MHD Flow for Nonuniform Conductivity Walls. *Fusion Science and Technology.* 2021. 77, 2. 144–158

[16] Doležel I., Karban P., Mach F., Kůs P., Pánek D. Numerical solution of coupled problems using code Agros 2D. *Computing.* 2013. 95(1) Supplement. 381.

[17] Хацаюк М.Ю., Минаков А.В., Первухин М.В. Математическое моделирование процессов литья и кристаллизации алюминиевых сплавов в электромагнитном поле с учетом свободной поверхности жидкого металла. *Сборник научных трудов международной конференции “Актуальные проблемы энергосберегающих электротехнологий «АПЭЭТ-2014»”.* 2014. 111. [Khatsayuk M. Y., Minakov A. V., Pervukhin M. V. Mathematical modeling of casting and crystallization of aluminum alloys in an electromagnetic field taking into account the free surface of a liquid metal. *Collection of scientific papers of the international conference “Actual problems of energy-saving electrical technologies “APET-2014””.* 2014. 111(in Rus.)]

[18] Хацаюк М.Ю. *Индукционная установка с МГД-воздействием в процессе приготовления и разлива высоколегированных алюминиевых сплавов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук.* Красноярск. 2013. 65. [Khatsayuk M. Yu. *Induction*

plant with MHD exposure in the process of preparation and casting of high-alloy aluminum alloys. Dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences. Krasnoyarsk. 2013. 65(in Rus.)]

[19] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика: гидродинамика. Москва. ФИЗМАТЛИТ. 2001. 736. [Landau L. D., Lifshitsa E. M. Theoretical physics: hydrodynamics. Moscow. FIZMATLIT. 2001. 736(in Rus.)]*

[20] Остроумов Г. А. *Свободная тепловая конвекция в условиях внутренней задачи. Москва. Гостехиздат. 1952. 286. 150 [Ostroumov G. A. Free thermal convection in the conditions of an internal problem. Moscow. Gostekhizdat. 1952. 286. 150(in Rus.)]*

[21] Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Москва. Наука. 1972. 392. [Gershuni G. Z., Zhukhovitsky E. M. Convective stability of incompressible fluid. Moscow. Nauka. 1972. 392(in Rus.)]*

[22] Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. *Устойчивость конвективных течений. Москва. Наука. 1989. 320. [Gershuni G. Z., Zhukhovitsky E. M. Stability of convective currents. Moscow. Nauka. 1989. 320(in Rus.)]*