

andorkormanyos_7_22

andorkormanyos_7_22

Tézisfüzet

Spin-pálya csatolás atomi vékonyságú anyagokban és heteroszerkezeteikben



Dr. Kormányos Andor
Eötvös Loránd Tudományegyetem
Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Website: <http://akormanyos.web.elte.hu/>

Budapest, 2022 szeptember

Bevezetés és előzmények

Az egyrétegű grafén [1, 2, 3] felfedezése óta, amely egyetlen atom vastagságú kétdimenziós anyag, az atomi vékony anyagok tanulmányozása a szilárdtestfizika egyik legnagyobb figyelmet vonzó területévé vált.

A egyrétegű grafén elektromos tulajdonságait tekintve egy félfém. Az elmúlt években azonban szinte minden elektromos tulajdonságra találtak példát atomi vékony anyagokban: ismertek fémek [4], félvezetők [5, 6, 7], szigetelők [8], ferromágnesek [9, 10], antiferromágnesek [11], szupravezető [4] és topologikus szigetelők [12, 13] is. Néhány réteg vastag anyagokat kezdetben a természetben előforduló, tömbi anyagminták felületéről történő leválasztással nyertek. Nemrégiben azonban olyan atomi vékony anyagokat is előállítottak kémiai szintézis segítségével [14, 15, 16], amelyeknek nem ismert természetben megtalálható formája. Ezzel még tovább növekedet annak a lehetősége, hogy valamilyen szempontból érdekes tulajdonsággal rendelkező atomi vékonyságú anyagokat tanulmányozhassunk.

Nemcsak maguk az atomi vékony anyagok, hanem a segítségükkel előállítható, szintén atomi vékony heteroszerkezetek is nagy érdeklődésnek örvendenek. Ezt a területet “van der Waals építkezésnek” (angolul “van der Waals engineering”) [17, 18] is nevezhetjük. A különböző rétegek közötti gyenge van der Waals típusú kölcsönhatást ki lehet használni ezen heteroszerkezetek bizonyos tulajdonságainak tudatos tervezésére. A van der Waals építkezés alatt két közeli, de nem azonos dolgot érthetünk: az egyik eset az, amikor különböző típusú atomi vékony anyagokból készítünk heteroszerkezetet [17, 18]. A másik esetben pedig azonos típusú atomi rétegeket használunk, de az egyes rétegek egymáshoz képest egy meghatározott szöggel el vannak forgatva [19, 20]. Mindkét esetben a heteroszerkezet olyan tulajdonságokkal rendelkezhet, amelyekkel az egyes alkotóelemei önmagukban nem rendelkeznek. Ez azért lehetséges, mert az atomi vékony anyagok esetén a felületi tulajdonságok és ezek esetleges módosulása alapvető fontosságú lehet.

A két atomi vékony réteg közötti elfordulási szögről kiderült, hogy maga is alapvető módon változtathatja meg a heteroszerkezetek tulajdonságait [19, 20]. Az elfordulási szögnek két fontos hatása ismert jelenleg. Az első az, hogy a töltéshordozók mozgását befolyásoló periódikus potenciál jöhet létre, melyet általában moiré potenciálnak neveznek. A moiré potenciál változásának skáláját megadó hullámhossz, amely függ az elfordulás szögétől, sokkal nagyobb lehet a rétegen belüli atomi távolságoknál. Egy sokat tanulmányozott heteroszerkezet, ahol ez a moiré potenciál fontos szerepet játszik, a grafén és boron-nitrid (hBN) heteroszerkezete [21, 22, 23]. Ebben az esetben a hBN hatására alakul ki egy effektív, hosszú hullámhosszú potenciál a grafénban, amely befolyásolja annak transzport tulajdonságait. Nemrégiben az is lehetővé vált kísérletileg, hogy *in-situ* módon változtassák a grafén és a hBN réteg közötti elfordulási szöget és mérésekkel kövessék ennek hatását a grafénra [24].

A rétegek közötti elfordulás másik hatása ennél még drámaibb lehet: elméleti számításokat [25] követően kísérletileg is igazolták, hogy ha a heteroszerkezet két grafén [20] vagy két átmenetifém dikalkogenid rétegből áll [26, 27], akkor bizonyos elfordulási szögek esetén a kettős réteg sáv-szerkezete gyökeresen módosulhat a különálló rétegek sáv-szerkezetéhez képest. A kialakult sáv-szerkezet legérdekesebb tulajdonsága az, hogy közel diszperzió mentes, ún. *lapos sávok* jönnek létre. Mivel a töltéshordozók kinetikus energiája kicsi a lapos sávokban, az elektron-elektron kölcsönhatási effektusok meghatározóak lehetnek. A töltéssűrűségtől és a hőmérséklettől függően bonyolult, erősen korrelált fázisok [20, 28, 29, 27, 30] és szupravezetés [20] is létrejöhet ezekben a két atomi réteg vékony szerkezetekben. Mivel ezen a heteroszerkezetek tulajdonságai könnyen változtathatóak például a rétegek mechanikai feszítése, külső nyomás és az elfordulási szög függvényében, ezért egy fontos platformot kínálhatnak a topologikus tulajdonságok és az erősen korrelált elektronrendszerek egymásra hatásának tanulmányozására. Ehhez kapcsolódóan ún. kvantum szimulátorokként [31] szolgálhatnak, amelyek segítségével kísérletileg is megvalósíthatóvá válnak korábban csak elméleti úton tanulmányozott soktestfizikai modell rendszerek. Habár kvantum szimulátorokat korábban már készítettek hideg atomi gázok segítségével, ezekkel bizonyos jelenségeket, pl. amelyek

a részecskék közötti hosszútávú kölcsönhatásból erednek, nem lehet tanulmányozni. Ilyen szempontból az atomi vékony rétegeken alapuló kvantum szimulátorok fontos új problémák vizsgálatát tehetik lehetővé.

Végül fontos megemlíteni, hogy az atomi vékony anyagok abban is sokat segítettek, hogy még egy érdekes kérdéskör az érdeklődés előterébe kerüljön. Ez azzal kapcsolatos, hogy a töltéshordozók rendelkeznek spin szabadsági fokkal, rendelkezhetnek ún. völgy szabadsági fokkal, ami a sávok diszperziójában található minimumokkal kapcsolatos, illetve a réteg szabadsági fokkal, amely azt jelenti, hogy a töltéshordozók nem egyforma valószínűséggel találhatók meg a heteroszerkezetet alkotó egyes rétegekben. Ezen szabadsági fokok egymásra hatásával kapcsolatos jelenségek tanulmányozása fogja a dolgozat gerincét alkotni.

Irodalomjegyzék

- [1] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov. “Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films”. *Science* 306.5696 (2004), pp. 666–669.
- [2] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov. “Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene”. *Nature* (Nov. 2005), pp. 197–200.
- [3] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim. “The electronic properties of graphene”. *Rev. Mod. Phys.* 81 (1 Jan. 2009), pp. 109–162.
- [4] Xiaoxiang Xi, Zefang Wang, Weiwei Zhao, Ju-Hyun Park, Kam Tuen Law, Helmuth Berger, László Forró, Jie Shan, and Kin Fai Mak. “Ising pairing in superconducting NbSe₂ atomic layers”. *Nature Physics* 12 (Nov. 2015).
- [5] Qing Hua Wang, Kourosch Kalantar-Zadeh, Andras Kis, Jonathan N. Coleman, and Michael S. Strano. “Electronics and optoelectronics of two-dimensional transition metal dichalcogenides”. *Nature Nanotechnology* 7 (11 Nov. 2012).
- [6] Fengnian Xia, Han Wang, James C. M. Hwang, A. H. Castro Neto, and Li Yang. “Black phosphorus and its isoelectronic materials”. *Nature Reviews Physics* 1 (May 2019), pp. 306–317.
- [7] Denis A. Bandurin et al. “High electron mobility, quantum Hall effect and anomalous optical response in atomically thin InSe”. *Nature Nanotechnology* 12 (Nov. 2016).
- [8] Li Song, Lijie Ci, Hao Lu, Pavel B. Sorokin, Chuanhong Jin, Jie Ni, Alexander G. Kvashnin, Dmitry G. Kvashnin, Jun Lou, Boris I. Yakobson, and Pulickel M. Ajayan. “Large Scale Growth and Characterization of Atomic Hexagonal Boron Nitride Layers”. *Nano Letters* 10.8 (2010), pp. 3209–3215.
- [9] Bevin Huang, Genevieve Clark, Efrén Navarro-Moratalla, Dahlia R. Klein, Ran Cheng, Kyle L. Seyler, Ding Zhong, Emma Schmidgall, Michael A. McGuire, David H. Cobden, Wang Yao, Di Xiao, Pablo Jarillo-Herrero, and Xiaodong Xu. “Layer-dependent ferromagnetism in a van der Waals crystal down to the monolayer limit”. *Nature* 546 (June 2017).
- [10] Yujun Deng, Yijun Yu, Yichen Song, Jingzhao Zhang, Nai Zhou Wang, Zeyuan Sun, Yangfan Yi, Yi Zheng Wu, Shiwei Wu, Junyi Zhu, Jing Wang, Xian Hui Chen, and Yuanbo Zhang. “Gate-tunable room-temperature ferromagnetism in two-dimensional Fe₃GeTe₂”. *Nature* 563 (Nov. 2018), pp. 94–99.
- [11] Kangwon Kim, Soo Yeon Lim, Jae-Ung Lee, Sungmin Lee, Tae Yun Kim, Kisoo Park, Gun Sang Jeon, Cheol-Hwan Park, Je-Geun Park, and Hyeonsik Cheong. “Suppression of magnetic ordering in XXZ-type antiferromagnetic monolayer NiPS₃”. *Nature Communications* 10 (Jan. 2019).

- [12] Xiaofeng Qian, Junwei Liu, Liang Fu, and Ju Li. “Quantum spin Hall effect in two-dimensional transition metal dichalcogenides”. *Science* 346.6215 (2014), pp. 1344–1347.
- [13] Sanfeng Wu, Valla Fatemi, Quinn D. Gibson, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Robert J. Cava, and Pablo Jarillo-Herrero. “Observation of the quantum spin Hall effect up to 100 kelvin in a monolayer crystal”. *Science* 359.6371 (2018), pp. 76–79.
- [14] Andrew J. Mannix, Zhuhua Zhang, Nathan P. Guisinger, Boris I. Yakobson, and Mark C. Hersam. “Borophene as a prototype for synthetic 2D materials development”. *Nature Nanotechnology* 13.6 (June 2018), pp. 444–450.
- [15] Yi-Lun Hong, Zhibo Liu, Lei Wang, Tianya Zhou, Wei Ma, Chuan Xu, Shun Feng, Long Chen, Mao-Lin Chen, Dong-Ming Sun, Xing-Qiu Chen, Hui-Ming Cheng, and Wencai Ren. “Chemical vapor deposition of layered two-dimensional MoSi₂N₄ materials”. *Science* 369.6504 (2020), pp. 670–674.
- [16] Kostya S Novoselov. “Discovery of 2D van der Waals layered MoSi₂N₄ family”. *National Science Review* 7.12 (Aug. 2020), pp. 1842–1844.
- [17] A. K. Geim and I. V. Grigorieva. “van der Waals heterostructures”. *Nature* 499.7459 (July 2013), pp. 419–425.
- [18] K. S. Novoselov, A. Mishchenko, A. Carvalho, and A. H. Castro Neto. “2D materials and van der Waals heterostructures”. *Science* 353.6298 (2016).
- [19] Rebeca Ribeiro-Palau, Changjian Zhang, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, James Hone, and Cory R. Dean. “Twistable electronics with dynamically rotatable heterostructures”. *Science* 361.6403 (2018), pp. 690–693.
- [20] Yuan Cao, Valla Fatemi, Ahmet Demir, Shiang Fang, Spencer L. Tomarken, Jason Y. Luo, Javier D. Sanchez-Yamagishi, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Efthimios Kaxiras, Ray C. Ashoori, and Pablo Jarillo-Herrero. “Correlated insulator behaviour at half-filling in magic-angle graphene superlattices”. *Nature* 556 (Mar. 2018), 80 EP.
- [21] C. R. Dean, L. Wang, P. Maher, C. Forsythe, F. Ghahari, Y. Gao, J. Katoch, M. Ishigami, P. Moon, M. Koshino, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. L. Shepard, J. Hone, and P. Kim. “Hofstadter’s butterfly and the fractal quantum Hall effect in moiré superlattices”. *Nature* 497.7451 (2013), pp. 598–602.
- [22] L. A. Ponomarenko et al. “Cloning of Dirac fermions in graphene superlattices”. *Nature* 497.7451 (2013), pp. 594–597.
- [23] D. I. Indolese, R. Delagrèze, P. Makk, J. R. Wallbank, K. Watanabe, T. Taniguchi, and C. Schönenberger. “Signatures of van Hove Singularities Probed by the Supercurrent in a Graphene-hBN Superlattice”. *Phys. Rev. Lett.* 121 (13 Sept. 2018), p. 137701.
- [24] Yaping Yang, Jidong Li, Jun Yin, Shuigang Xu, Ciaran Mullan, Takashi Taniguchi, Kenji Watanabe, Andre K. Geim, Konstantin S. Novoselov, and Artem Mishchenko. “In situ manipulation of van der Waals heterostructures for twistrionics”. *Science Advances* 6.49 (2020).
- [25] Rafi Bistritzer and Allan H. MacDonald. “Moiré bands in twisted double-layer graphene”. *PNAS* 108.30 (July 2011), pp. 12233–12237.
- [26] Fengcheng Wu, Timothy Lovorn, Emanuel Tutuc, and A. H. MacDonald. “Hubbard Model Physics in Transition Metal Dichalcogenide Moiré Bands”. *Phys. Rev. Lett.* 121 (2 July 2018), p. 026402.
- [27] Lei Wang et al. “Correlated electronic phases in twisted bilayer transition metal dichalcogenides”. *Nature Materials* 19.8 (Aug. 2020), pp. 861–866.
- [28] Aaron L. Sharpe, Eli J. Fox, Arthur W. Barnard, Joe Finney, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, M. A. Kastner, and David Goldhaber-Gordon. “Emergent ferromagnetism near three-quarters filling in twisted bilayer graphene”. *Science* 365.6453 (2019), pp. 605–608.

- [29] M Serlin, C. L. Tschirhart, H. Polshyn, Y. Zhang, J. Zhu, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. Balents, and A. F. Young. “Intrinsic quantized anomalous Hall effect in a moiré heterostructure”. *Science* 367.6480 (2020), pp. 900–903.
- [30] Emma C. Regan et al. “Mott and generalized Wigner crystal states in WSe₂/WS₂ moiré superlattices”. *Nature* 579.7799 (Mar. 2020), pp. 359–363.
- [31] Dante M. Kennes, Martin Claassen, Lede Xian, Antoine Georges, Andrew J. Millis, James Hone, Cory R. Dean, D. N. Basov, Abhay N. Pasupathy, and Angel Rubio. “Moiré heterostructures as a condensed-matter quantum simulator”. *Nature Physics* 17.2 (Feb. 2021), pp. 155–163.

Célkitűzések

Az atomi vékonyságú kétdimenziós anyagok izgalmas lehetőséget nyújtanak arra, hogy a töltéshordozók különböző szabadsági fokainak, mint pl. a spin, a völgy és a réteg, egymásra hatásából eredő érdekes fizikai effektusokat tanulmányozhassuk. A doktori dolgozat egyik fontos célkitűzése ennek bemutatása néhány példán keresztül. Habár a dolgozat címében a spint, pontosabban a spin-pálya csatolást emeltük ki, a völgy és a réteg szabadsági fokok is ismételtelen megjelennek az egyes problémák tárgyalásában.

Első lépésként az ABC szerkezetű háromrétegű grafént tekintjük. Ez a rendszer egy jó példa arra, hogy csoportelméleti megfontolások segítségével hogyan lehet meghatározni az atomi vastagságú anyagok bizonyos tulajdonságait, adott esetben a spin-pálya csatolás általános formáját. Látni fogjuk, hogy egyes spin-pálya csatolási együtthatók összefüggésbe az elektron hullámfüggvényének egyes rétegekre való lokalizáltságával is. Ehhez a fejezethez hasonlóan, egy csoportelméleten alapuló módszer lesz segítségünkre a következők fejezetben is, ahol az egyrétegű átmenetifém dikalkogénidek sávszerkezetét tárgyaljuk az ún. $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ módszer keretében. Mivel a spin-pálya csatolás egy fontos energiaskálát jelent ezekben az anyagokban, külön figyelmet szentelünk a sávszerkezetre gyakorolt hatásának. Érdekes már itt megemlíteni, hogy a spin-pálya csatolás nem-diagonális mátrixelemei fontos szerepet játszanak a grafén/átmenetifém dikalkogénid heteroszerkezetek esetén is, amit a dolgozat utolsó fejezetben fogunk tárgyalni.

Az egyrétegű átmenetifém dikalkogénidekre bevezetett $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ model szolgál alapul ezen anyagok mágneses térbeli viselkedésének leírásához is. Megmutatjuk, hogy a sávszerkezet K és $-K$ völgyében levő állapotok degenerációja felhasad a rétegre merőleges külső mágneses térben. Ez közvetlenül látható a Landau szintek spektrumában. Vizsgálni fogjuk a longitudinális vezetőképesség mágneses térbeli oszcillációit is. Az elméleti számolásokat kísérleti eredményekkel összehasonlítva rámutatunk, hogy az egyrészcseke képben kapott eredmények hasznos kiindulási pontként szolgálhatnak a mérések értelmezéséhez. Alacsony hőmérsékleteken azonban az elektron-elektron kölcsönhatás fontossá válik és olyan effektusok jelennek meg a mérésekben, amelyeket nem lehet egyrészcseke kép segítségével magyarázni.

A dolgozatban tanulmányozott legtöbb kérdés a kétdimenziós anyagok tömbi tulajdonságait érinti. Ez alól egy kivételt teszünk, amikor is átmenetifém dikalkogénidekben kapuelektrodákkal létrehozott kvantum pöttyökek tanulmányozunk. Megvizsgáljuk, hogy találhatók-e olyan kétállapotú rendszerek a spektrumukban, amelyek qubitként használhatóak. Kettős kvantum pöttyöket is tanulmányozunk, elsősorban a erős spin-pálya csatolás és a Coulomb kölcsönhatás együttes jelenlétének köszönhető effektusokra figyelve.

Ezek után egy másik, a közelmúltban nagy érdeklődést kiváltó témakört is érintünk: az anyagok topológikus tulajdonságait. Kétrétegű átmenetifém dikalkogénideket tekintve azt vizsgáljuk, hogy a rétegek egymáshoz képesti elhelyezkedése és a rétegek közötti csatolás hogyan befolyásolja az anyag Berry görbüettel kapcsolatos tulajdonságait. Korábbi tanulmányok alapján várható, hogy a Berry görbület érdekes transzport jelenségekhez vezethet, mint pl. a völgy és spin Hall effektus. Megvizsgálva ezeket az effektusokat kétrétegű átmenetifém dikalkogénidekben látni fogjuk, hogy a

töltéshordozók spin, völgy és a réteg szabadsági fokai hogyan hatnak egymásra.

A dolgozat utolsó fejezetében egyrétegű grafén és átmenetifém dikalkogenid heteroszerkezetét fogjuk vizsgálni. Két kérdés fog bennünket érdekelni: i) az átmenetifém dikalkogenid réteg által a grafénban keltett spin-pálya csatolás mikroszkópikus mechanizmusa, és ii) a keltett spin-pálya csatolás függése a két réteg közötti elfordulási szögtől. Megmutatjuk, hogy az elfordulási szög függvényében a keltett spin-pálya csatolás erőssége jelentősen változhat. Az általunk alkalmazott módszer, amely rétegek közötti virtuális alagutazáson alapul, segíthet egy tágabb jelenségkör, az ún. proximity keltette tulajdonságok jobb megértésében is.

Az új tudományos eredmények tézispontjai

1. Meghatároztuk a spin-pálya csatolás általános alakját ABC rétegsorrendű háromrétegű grafénra. Csoportelméleti megfontolások és a szoros kötésű közelítés felhasználásával azt találtuk, hogy ehhez a d_{xz} , d_{yz} és d_{z^2} atomi pályákat is figyelembe kell venni a szokásosan használt p_z atomi pályák mellett. Megmutattuk, hogy az ABC grafénban összesen hét együtthatóval jellemezhető a spin-pálya csatolás. Négy ezek közül az ABC grafén egyes rétegei közötti spin-pálya csatolást írják le, egy pedig magasabb energiákon található, egyébként négyszeres sávdegeneráció felhasadását okozza. A maradék két spin-pálya csatolási együttható annak köszönhető, hogy az alsó és a felső grafén rétegben található két szénatom különböző módon kapcsolódik a többi rétegben levő szénatomokhoz, és az kihat a spin-pálya csatolásra is. A hét csatolási együtthatót kifejeztük az atomi pályák energiájának és hullámfüggvény átfedéseinek segítségével. Felhasználva korábbról ismert eredményeket a kétrétegű grafénra, ez lehetővé tette, hogy becslést adjunk az ABC grafén spin-pálya csatolási együtthatóinak értékére. A kapott eredmények felhasználásával meghatároztuk annak az alacsonyabb dimenziós, effektív Hamilton operátornak az alakját, amely a rendszer alacsony energiás tulajdonságait írja le. Megmutattuk, hogy az eredeti Hamiltoniban a rétegek közötti spin-pálya csatolást leíró együtthatók a vezető rendű hullámszám függő tagon keresztül jelennek meg az alacsony energiás Hamiltoniban.

Az eredmények a [1] publikációban jelentek meg.

2. Meghatároztuk a $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ Hamiltoni általános alakját egyrétegű átmenetifém dikalkogenidekre a Brillouin zóna $\pm K$, Γ , Q és M pontjaiban. Ennek során felhasználtuk azt, hogy meghatároztuk a tiltott sáv alatti és feletti néhány sáv szimmetria tulajdonságait. A $\pm K$ pont esetén egy hét sávból álló $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ modellt állítottunk fel, amely figyelembe veszi a valencia és a vezetési sáv csatolódását, illetve ezen sávoknak további, energiában távolabb elhelyezkedő sávokhoz való kapcsolódását. Ebben a hét sávot tartalmazó bázisban meghatároztuk a spin-pálya csatolás mátrixelemeit. Mivel rendszer nem rendelkezik inverziós szimmetriával, a spin-pálya csatolás következtében az energiasávok felhasadnak és spin-polarizáltak lehetnek a Brillouin zóna általános pontjaiban. A kapott eredmények segítségével egy olyan effektív modellt vezettünk le, amely jól leírja a valencia és a vezetési sáv diszperzióját a $\pm K$ völgyekben. Rámutattunk arra, hogy az eredeti, hét sávot tartalmazó modellben meghatározott spin-pálya csatolási mátrix nemdiagonális elemei segítenek megérteni a vezetési sáv spin-pálya felhasadásának részleteit az effektív modellben. A sávok szimmetria tulajdonságaira támaszkodva és feltételezve, hogy a rétegre merőleges külső elektromos tér és jelen van, meghatároztuk a Bychkov-Rashba féle spin-pálya csatolás Hamilton operátorának általános alakját. Megmutattuk, hogy ez a Hamilton operátor két tag összegeként írható fel, amelyek közül az egyik tag újdonságot jelent a III-V félvezetők esetéhez képest.

Az eredmények a [2, 3, 4] publikációkban jelentek meg.

3. Felhasználva az egyrétegű átmenetifém dikalkogenidek esetén a $\pm K$ völgyre kapott $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ Hamiltonit és az ún. Luttinger átírást, meghatároztuk a külső mágneses térben létrejövő

Landau szintek spektrumát. Azt találtuk, hogy a K és $-K$ völgyekben levő elektronállapothoz tartozó Landau szintek nem lesznek degeneráltak. A völgy állapotok degenerációjának felhasadása a mágneses térben lineáris és egy effektív völgy g -faktossal jellemezhető. Megmutattuk, hogy a völgy g -faktor hogyan számolható ki a $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ Hamiltoniban megjelenő sáv szerkezet paraméterek segítségével. A Landau szintekre kapott eredményeket felhasználtuk arra, hogy a σ_{xx} hosszirányú vezetőképesség Shubnikov-de Haas oszcillációira végezzünk számításokat. Megmutattuk, hogy a völgy állapotok degenerációjának felhasadása hasonlóan befolyásolja σ_{xx} -t mint a Zeeman féle spin felhasadás a kétdimenziós elektrongázban. Modelünkben a teljes σ_{xx} -t az egyes spin-felhasadt sávokból jövő járulékok összegzésével számítottuk ki. Kísérleti eredményekkel való összehasonlítás azt mutatta, hogy ezek az eredmények, melyeket egyrészecske képben kaptunk, hasznos kiindulópontot jelentenek az egyrétegű MoS₂ mintán végzett Shubnikov-de Haas mérések értelmezésében. Azt találtuk, hogy a $1 - 1.7\text{ K}$ hőmérsékleti tartományban az elektron-elektron kölcsönhatás figyelembe vehető oly módon, hogy az egyrészecske képben kapott völgy g -faktor és a spin-pálya csatolás értékekhez képest ezek renormalizált értékét használjuk. Alacsonyabb hőmérsékleteken ($T < 1\text{ K}$) azonban a mérések eredményei világosan jelezték, hogy az egyrészecske kép nem elégséges és erős elektron-elektron kölcsönhatási effektusok lépnek fel.

Az eredmények a [5] és [6] publikációkban jelentek meg.

4. Tanulmányoztuk az egyrétegű átmenetifém dikalkogenidekben kapuelektrodákkal létrehozható kvantumpöttyök tulajdonságait. Elsőként egy forgási szimmetrikus kvantumpöttyöt tekintettünk a nem-kölcsönható határesetben és meghatároztuk a kötött állapotok energiáját a mágneses tér függvényében. Rámutattunk, hogy a mágneses tér miatt a völgy állapotok energiája ebben az esetben is nem-degenerált lesz és ezt felhasználva a legalacsonyabb energiájú Kramer pár felhasználható mint spin-völgy qubit. Kettős kvantum pöttyöket is tanulmányoztunk az $(1, 1)$ töltés konfigurációban. A modellben feltételeztük, hogy mind a két kvantum pöttyben elégséges egy-egy energiaszint figyelembe vétele, továbbá, hogy az elektronok közötti Coulomb tasztítást leírhatjuk egy Hubbard Hamiltonival. Azt vizsgáltuk, hogy a völgy szabadsági fok, az erős spin-pálya csatolás, a Coulomb kölcsönhatás, a kvantumpöttyök energiaszintjei közötti különbség és a kvantumpöttyök közötti alagutazás erőssége hogyan befolyásolja a kettős kvantumpötty alacsony energiás spektrumát. Abban a határesetben, amikor a Coulomb kölcsönhatás domináns a spin-pálya csatoláshoz képest egy olyan effektív Hamiltonit vezetünk le, amely az $(1, 1)$ töltéskonfiguráció által megengedett minden állapotot leír, és meghatároztuk az alapállapotot. Az ellenkező határesetben, amikor a spin-pálya csatolás nagyobb mint a Coulomb tasztítás, megmutattuk, hogy az alacsony energiás alteret négy állapot feszíti ki. Ebben az altérben kombinált spin-völgy operátorokat definiáltunk. Ezek segítségével kifejezve az altérben ható Hamiltonit azt találtuk, hogy ez formálisan olyan formába írható, mint két lokalizált spin kölcsönhatását leíró Heisenberg féle kicserélődési Hamiltoni.

Az eredmények a [4] és [7] publikációkban jelentek meg.

5. Tanulmányoztuk a Berry görbületet és az általa létrejövő völgy és spin Hall vezetőképességet kétrétegű átmenetifém dikalkogenidekben. Konkrét példaként kétrétegű MoS₂-t tekintettük. Első lépésként meghatároztuk a $\pm K$ völgyekben érvényes $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ Hamiltonit. Ennek segítségével megmutattuk, hogy a Berry görbülethez az egyes rétegeken belüli és a két réteg közötti csatolások is adnak járulékot. A rétegek közötti csatolás miatt a Berry görbület hangolható a rétegekre merőleges elektromos tér segítségével. Ez egy ritka példáját jelenti annak, hogy egy anyag bizonyos topológikus tulajdonsága változtatható legyen egy külső paraméter hangolásával. Azt is megmutattuk, hogy a két réteg egymáshoz képesti elhelyezkedése fontos a Berry görbület szempontjából, ezért az általunk tanulmányozott 2H és 3R típusú kétrétegű átmenetifém dikalkogenidek Berry görbülettel kapcsolatos tulajdonságai eltérnek. Vizsgáltuk a Berry görbületen alapuló völgy és spin Hall effektust és kiszámoltuk az

ezekhez tartozó σ_{xy}^{vH} és σ_{xy}^{sH} vezetőképességeket kétrétegű MoS₂ esetén. Azt találtuk, hogy ezek a vezetőképességek szintén hangolhatóak merőleges elektromos térrel. Megmutattuk, hogy a 2H típusú kétrétegű MoS₂ esetén σ_{xy}^{vH} vezető rendben lineárisan függ a két réteg közötti potenciálkülönbségtől, míg σ_{xy}^{sH} értéke akkor is véges lehet, ha nincs jelen rétegekre merőleges elektromos tér. Megmutattuk, hogy külső elektromos tér jelenlétében a σ_{xy}^{vH} és σ_{xy}^{sH} előjele megváltozik amikor a rétegek közötti potenciálkülönbség nagyobb lesz mint a spin-pálya csatolás értéke a vezetési sávban. Ez emlékeztet az ún. Chern szigetelőkre, amelyek esetén az előjelváltozás a topológikus tulajdonságok megváltozását jelzi. Azonban rámutattunk, hogy kétrétegű átmenetifém dikalkogenideknél a σ_{xy}^{vH} és σ_{xy}^{sH} értéke nem kvantált és nem válnak topológikus szigetelőkké az átmenet során.

Az eredmények a [8] publikációban jelentek meg.

6. Elméleti leírását adtuk a grafénban keltett spin-pálya csatolás mikroszkópikus mechanizmusának grafén/átmenetifém dikalkogenid heteroszerkezetek esetén. Ehhez a két réteg energiasávjai közötti alagutazást vettük alapul és egy olyan perturbációs közelítést használtunk, amelyben az egyes rétegek közötti csatolás egy kis paraméter. Azt találtuk, hogy kétfajta spin-pálya kölcsönhatás kelthető a grafén rétegben, melyeket völgy-Zeeman és Bychkov-Rashba típusú spin-pálya csatolásnak neveznek. Az izolált grafén rétegben található saját spin-pálya csatolás nagysága viszont nem növelhető meg az átmenetifém dikalkogenid réteg segítségével. Megmutattuk, hogy a völgy-Zeeman típusú keltett spin-pálya csatolás az átmenetifém dikalkogenid réteg spin-pálya csatolás mátrixának diagonális elemeitől függ. Eredményeink szerint a keltett Bychkov-Rashba típusú spin-pálya csatolás egy három lépésből álló folyamattal magyarázható. Az első lépés a grafén és az átmenetifém dikalkogenid közötti, spin-független virtuális alagutazás, melyet második lépésben az átmenetifém dikalkogenid réteg bizonyos energiasávjai közötti spint átbillentő alagutazás követ. Végül az elektron egy spin-független alagutazás után visszatér a grafén rétegbe. Rámutattunk, hogy a grafén és az átmenetifém dikalkogenid energiasávok egymáshoz képesti energiakülönbsége jelentősen befolyásolja a keltett λ_{vZ} és λ_R spin-pálya csatolási együtthatók nagyságát. Az általunk használt elméleti keret lehetővé teszi, hogy a két réteg közötti elfordulás szög hatását is vizsgáljuk a keltett spin-pálya csatolás nagyságára. Numerikus számolásaink eredményei szerint az elfordulás szög függvényében a keltett spin-pálya csatolás jelentősen megnőhet. Ezt az átmenetifém dikalkogenid réteg sáv szerkezetének jellegzetességeivel magyaráztuk.

Az eredmények a [9] és [10] publikációban jelentek meg.

7. Megmutattuk, hogy grafén/átmenetifém dikalkogenid heteroszerkezetben a keltett Bychkov-Rashba típusú spin-pálya csatolást általános esetben két paraméter jellemzi: az egyik a λ_R csatolási amplitúdó, a másik pedig egy spin elforgatással kapcsolatos ϑ_R szög. A ϑ_R értéke maga is függ a két réteg közötti θ elfordulási szögtől és a grafén réteg energiasávjainak spin-polarizációját befolyásolja. Ha $\vartheta_R + \theta$ értéke megegyezik a π egész számú többszörösével, akkor a grafén állapotok spin-polarizációja a Fermi felület érintőjének irányába mutat, mint a kétdimenziós elektrongáz esetén. Ha ez a feltétel nem teljesül a $\vartheta_R + \theta$ értékére, akkor a spin-polarizációnak a Fermi felületre merőleges komponense is van. Rámutattunk, hogy az egyes átmenetifém dikalkogenid réteghez tartozó ϑ_R fázisfaktorok interferenciaeffektusokhoz vezethetnek átmenetifém dikalkogenid/grafén/átmenetifém dikalkogenid három rétegből álló heteroszerkezet esetén. Ez az interferencia mind a keltett Bychkov-Rashba spin-pálya csatolás $\lambda_R^{(tls)}$ erősségét, mind a $\vartheta^{(tls)}$ spin elforgatási szögét befolyásolja. Számításaink alapján a $\lambda_{vZ}^{(tls)}$ és $\lambda_R^{(tls)}$ spin-pálya csatolási együtthatók rétegek közötti elfordulási szögtől való függésének detektálására a háromrétegű heteroszerkezetekben végrehajtott a spin élettartam mérések alkalmasak lehetnek.

Az eredmények a [10] publikációban jelentek meg.

Tézispontokban hivatkozott publikációk

- [1] Andor Kormányos and Guido Burkard. “Intrinsic and substrate induced spin-orbit interaction in chirally stacked trilayer graphene”. *Phys. Rev. B* 87 (4 Jan. 2013), p. 045419.
- [2] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Neil D. Drummond, Péter Rakyta, Guido Burkard, and Vladimir I. Fal’ko. “Monolayer MoS₂: Trigonal warping, the Γ valley, and spin-orbit coupling effects”. *Phys. Rev. B* 88 (4 July 2013), p. 045416.
- [3] Andor Kormányos, Guido Burkard, Martin Gmitra, Jaroslav Fabian, Viktor Zólyomi, Neil D Drummond, and Vladimir Fal’ko. “ $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ theory for two-dimensional transition metal dichalcogenide semiconductors”. *2D Materials* 2.2 (2015), p. 022001.
- [4] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Neil D. Drummond, and Guido Burkard. “Spin-Orbit Coupling, Quantum Dots, and Qubits in Monolayer Transition Metal Dichalcogenides”. *Phys. Rev. X* 4 (1 Mar. 2014), p. 011034.
- [5] Andor Kormányos, Péter Rakyta, and Guido Burkard. “Landau levels and Shubnikov-de Haas oscillations in monolayer transition metal dichalcogenide semiconductors”. *New Journal of Physics* 17.10 (2015), p. 103006.
- [6] Riccardo Pisoni, Andor Kormányos, Matthew Brooks, Zijin Lei, Patrick Back, Marius Eich, Hiske Overweg, Yongjin Lee, Peter Rickhaus, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Atac Imamoglu, Guido Burkard, Thomas Ihn, and Klaus Ensslin. “Interactions and Magnetotransport through Spin-Valley Coupled Landau Levels in Monolayer MoS₂”. *Phys. Rev. Lett.* 121 (24 Dec. 2018), p. 247701.
- [7] Alessandro David, Guido Burkard, and Andor Kormányos. “Effective theory of monolayer TMDC double quantum dots”. *2D Materials* 5.3 (June 2018), p. 035031.
- [8] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Vladimir I. Fal’ko, and Guido Burkard. “Tunable Berry curvature and valley and spin Hall effect in bilayer MoS₂”. *Phys. Rev. B* 98 (3 July 2018), p. 035408.
- [9] Alessandro David, Péter Rakyta, Andor Kormányos, and Guido Burkard. “Induced spin-orbit coupling in twisted graphene–transition metal dichalcogenide heterobilayers: Twistronics meets spintronics”. *Phys. Rev. B* 100 (8 Aug. 2019), p. 085412.
- [10] Csaba G. Péterfalvi, Alessandro David, Péter Rakyta, Guido Burkard, and Andor Kormányos. “Quantum interference tuning of spin-orbit coupling in twisted van der Waals trilayers”. *Phys. Rev. Research* 4 (2 May 2022), p. L022049.

Publikációs lista

Az alábbi publikációs listában a PhD fokozat megszerzése óta megjelent fontosabb tudományos közleményeim kerülnek felsorolásra.

- [1] F. Libisch, S. Rotter, J. Burgdörfer, A. Kormányos, and J. Cserti. “Bound states in Andreev billiards with soft walls”. *Phys. Rev. B* 72 (7 Aug. 2005), p. 075304.
- [2] A. Kormányos, Z. Kaufmann, J. Cserti, and C. J. Lambert. “Quantum-Classical Correspondence in the Wave Functions of Andreev Billiards”. *Phys. Rev. Lett.* 96 (23 June 2006), p. 237002.
- [3] Z. Kaufmann, A. Kormányos, J. Cserti, and C. J. Lambert. “Quantized invariant tori in Andreev billiards of mixed phase space”. *Phys. Rev. B* 73 (21 June 2006), p. 214526.
- [4] Andor Kormányos and Henning Schomerus. “Superconducting Terminals as Sensitive Probes for Scarred States”. *Phys. Rev. Lett.* 97 (12 Sept. 2006), p. 124102.

- [5] L. Oroszlány, A. Kormányos, J. Koltai, J. Cserti, and C. J. Lambert. “Nonthermal broadening in the conductance of double quantum dot structures”. *Phys. Rev. B* 76 (4 July 2007), p. 045318.
- [6] P. Rakyta, A. Kormányos, Z. Kaufmann, and J. Cserti. “Andreev edge channels and magnetic focusing in normal-superconductor systems: A semiclassical analysis”. *Phys. Rev. B* 76 (6 Aug. 2007), p. 064516.
- [7] L. Oroszlány, P. Rakyta, A. Kormányos, C. J. Lambert, and J. Cserti. “Theory of snake states in graphene”. *Phys. Rev. B* 77 (8 Feb. 2008), p. 081403.
- [8] A. Kormányos, P. Rakyta, L. Oroszlány, and J. Cserti. “Bound states in inhomogeneous magnetic field in graphene: Semiclassical approach”. *Phys. Rev. B* 78 (4 July 2008), p. 045430.
- [9] A. Kormányos, I. Grace, and C. J. Lambert. “Andreev reflection through Fano resonances in molecular wires”. *Phys. Rev. B* 79 (7 Feb. 2009), p. 075119.
- [10] József Cserti, Imre Hagymási, and Andor Kormányos. “Graphene Andreev billiards”. *Phys. Rev. B* 80 (7 Aug. 2009), p. 073404.
- [11] P. Rakyta, A. Kormányos, and J. Cserti. “Trigonal warping and anisotropic band splitting in monolayer graphene due to Rashba spin-orbit coupling”. *Phys. Rev. B* 82 (11 Sept. 2010), p. 113405.
- [12] P. Rakyta, A. Kormányos, J. Cserti, and P. Koskinen. “Exploring the graphene edges with coherent electron focusing”. *Phys. Rev. B* 81 (11 Mar. 2010), p. 115411.
- [13] Imre Hagymási, Andor Kormányos, and József Cserti. “Josephson current in ballistic superconductor-graphene systems”. *Phys. Rev. B* 82 (13 Oct. 2010), p. 134516.
- [14] Andor Kormányos. “Semiclassical study of edge states and transverse electron focusing for strong spin-orbit coupling”. *Phys. Rev. B* 82 (15 Oct. 2010), p. 155316.
- [15] P. Rakyta, A. Kormányos, and J. Cserti. “Effect of sublattice asymmetry and spin-orbit interaction on out-of-plane spin polarization of photoelectrons”. *Phys. Rev. B* 83 (15 Apr. 2011), p. 155439.
- [16] A. M. Gilbertson, M. Fearn, A. Kormányos, D. E. Read, C. J. Lambert, M. T. Emeny, T. Ashley, S. A. Solin, and L. F. Cohen. “Ballistic transport and boundary scattering in InSb/In_{1-x}Al_xSb mesoscopic devices”. *Phys. Rev. B* 83 (7 Feb. 2011), p. 075304.
- [17] A. M. Gilbertson, D. Benstock, M. Fearn, A. Kormányos, S. Ladak, M. T. Emeny, C. J. Lambert, T. Ashley, S. A. Solin, and L. F. Cohen. “Sub-100-nm negative bend resistance ballistic sensors for high spatial resolution magnetic field detection”. *Applied Physics Letters* 98.6 (2011), p. 062106.
- [18] A. M. Gilbertson, A. Kormányos, P. D. Buckle, M. Fearn, T. Ashley, C. J. Lambert, S. A. Solin, and L. F. Cohen. “Room temperature ballistic transport in InSb quantum well nanodevices”. *Applied Physics Letters* 99.24 (2011), p. 242101.
- [19] A. M. Gilbertson, M. Fearn, A. Kormányos, D. E. Read, C. J. Lambert, L. Buckle, T. Ashley, S. A. Solin, and L. F. Cohen. “Ballistic transport effects in a sub-micron InSb quantum well cross structure”. *30th International Conference on the Physics of Semiconductors, ICPS-30*. Ed. by Im Chi-sun and Cheong Hyeonsik. Vol. 1399. 1. AIP Press, 2011, pp. 325–326.
- [20] Andor Kormányos and Guido Burkard. “Intrinsic and substrate induced spin-orbit interaction in chirally stacked trilayer graphene”. *Phys. Rev. B* 87 (4 Jan. 2013), p. 045419.
- [21] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Neil D. Drummond, Péter Rakyta, Guido Burkard, and Vladimir I. Fal’ko. “Monolayer MoS₂: Trigonal warping, the Γ valley, and spin-orbit coupling effects”. *Phys. Rev. B* 88 (4 July 2013), p. 045416.

- [22] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Neil D. Drummond, and Guido Burkard. “Spin-Orbit Coupling, Quantum Dots, and Qubits in Monolayer Transition Metal Dichalcogenides”. *Phys. Rev. X* 4 (1 Mar. 2014), p. 011034.
- [23] David MacNeill, Colin Heikes, Kin Fai Mak, Zachary Anderson, Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Jiwoong Park, and Daniel C. Ralph. “Breaking of Valley Degeneracy by Magnetic Field in Monolayer MoSe₂”. *Phys. Rev. Lett.* 114 (3 Jan. 2015), p. 037401.
- [24] Andor Kormányos, Péter Rakyta, and Guido Burkard. “Landau levels and Shubnikov-de Haas oscillations in monolayer transition metal dichalcogenide semiconductors”. *New Journal of Physics* 17.10 (2015), p. 103006.
- [25] Csaba G. Péterfalvi, Andor Kormányos, and Guido Burkard. “Boundary conditions for transition-metal dichalcogenide monolayers in the continuum model”. *Phys. Rev. B* 92 (24 Dec. 2015), p. 245443.
- [26] Andor Kormányos, Guido Burkard, Martin Gmitra, Jaroslav Fabian, Viktor Zólyomi, Neil D Drummond, and Vladimir Fal’ko. “**k**·**p** theory for two-dimensional transition metal dichalcogenide semiconductors”. *2D Materials* 2.2 (2015), p. 022001.
- [27] Andor Kormányos, Guido Burkard, Martin Gmitra, Jaroslav Fabian, Viktor Zólyomi, Neil D Drummond, and Vladimir Fal’ko. “Corrigendum: k.p theory for two-dimensional transition metal dichalcogenide semiconductors (2015 i2D Mater./i b2/b 022001)”. *2D Materials* 2.4 (Nov. 2015), p. 049501.
- [28] Péter Rakyta, Andor Kormányos, and József Cserti. “Magnetic field oscillations of the critical current in long ballistic graphene Josephson junctions”. *Phys. Rev. B* 93 (22 June 2016), p. 224510.
- [29] Gábor Széchenyi, Máté Vigh, Andor Kormányos, and József Cserti. “Transfer matrix approach for the Kerr and Faraday rotation in layered nanostructures”. *Journal of Physics: Condensed Matter* 28.37 (July 2016), p. 375802.
- [30] Péter Rakyta, László Oroszlány, Andor Kormányos, and József Cserti. “Finite-size effects on the minimal conductivity in graphene with Rashba spin-orbit coupling”. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 75 (2016), pp. 1–6.
- [31] G. Nanda, J. L. Aguilera-Servin, P. Rakyta, A. Kormányos, R. Kleiner, D. Koelle, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. M. K. Vandersypen, and S. Goswami. “Current-Phase Relation of Ballistic Graphene Josephson Junctions”. *Nano Letters* 17.6 (2017). PMID: 28474892, pp. 3396–3401.
- [32] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Vladimir I. Fal’ko, and Guido Burkard. “Tunable Berry curvature and valley and spin Hall effect in bilayer MoS₂”. *Phys. Rev. B* 98 (3 July 2018), p. 035408.
- [33] Alessandro David, Guido Burkard, and Andor Kormányos. “Effective theory of monolayer TMDC double quantum dots”. *2D Materials* 5.3 (June 2018), p. 035031.
- [34] Riccardo Pisoni, Andor Kormányos, Matthew Brooks, Zijin Lei, Patrick Back, Marius Eich, Hiske Overweg, Yongjin Lee, Peter Rickhaus, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Atac Imamoglu, Guido Burkard, Thomas Ihn, and Klaus Ensslin. “Interactions and Magnetotransport through Spin-Valley Coupled Landau Levels in Monolayer MoS₂”. *Phys. Rev. Lett.* 121 (24 Dec. 2018), p. 247701.
- [35] Alessandro David, Péter Rakyta, Andor Kormányos, and Guido Burkard. “Induced spin-orbit coupling in twisted graphene–transition metal dichalcogenide heterobilayers: Twistronics meets spintronics”. *Phys. Rev. B* 100 (8 Aug. 2019), p. 085412.

- [36] P. Rakytá, A. Alanazy, A. Kormányos, Z. Tajkov, G. Kukucska, J. Koltai, S. Sangtarash, H. Sadeghi, J. Cserti, and C. J. Lambert. “Magic Number Theory of Superconducting Proximity Effects and Wigner Delay Times in Graphene-Like Molecules”. *The Journal of Physical Chemistry C* 123.11 (2019), pp. 6812–6822.
- [37] Andor Kormányos, Viktor Zólyomi, Vladimir I. Fal’ko, and Guido Burkard. “Tunable Berry curvature, valley and spin Hall effect in Bilayer MoS₂”. *Spintronics XII*. Ed. by Henri-Jean M. Drouhin, Jean-Eric Wegrowe, and Manijeh Razeghi. Vol. 11090. International Society for Optics and Photonics. SPIE, 2019, pp. 63–72.
- [38] Noel L. Plaszkó, Péter Rakytá, József Cserti, Andor Kormányos, and Colin J. Lambert. “Quantum Interference and Nonequilibrium Josephson Currents in Molecular Andreev Interferometers”. *Nanomaterials* 10.6 (May 2020), p. 1033.
- [39] Bálint Szentpéteri, Peter Rickhaus, Folkert K. de Vries, Albin Márffy, Bálint Fülöp, Endre Tóvári, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Andor Kormányos, Szabolcs Csonka, and Péter Makk. “Tailoring the Band Structure of Twisted Double Bilayer Graphene with Pressure”. *Nano Letters* 21.20 (2021). PMID: 34662136, pp. 8777–8784.
- [40] Csaba G. Péterfalvi, Alessandro David, Péter Rakytá, Guido Burkard, and Andor Kormányos. “Quantum interference tuning of spin-orbit coupling in twisted van der Waals trilayers”. *Phys. Rev. Research* 4 (2 May 2022), p. L022049.