



JAÉN

20 | 20  
22 | 21

OCTUBRE

XXIII CONGRESO  
NACIONAL DE  
INGENIERÍA  
MECÁNICA



# Mejora del comportamiento lateral y vertical de un vehículo mediante una suspensión activa

F. Viadero<sup>1</sup>, María Jesús L. Boada<sup>1</sup>, Vicente Díaz<sup>1</sup>, Beatriz L. Boada<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Mecánica, Instituto de Seguridad de Vehículos Automóviles (ISVA), Universidad Carlos III de Madrid, [fvadero@ing.uc3m.es](mailto:fvadero@ing.uc3m.es), [mjboada@ing.uc3m.es](mailto:mjboada@ing.uc3m.es), [vdiaz@ing.uc3m.es](mailto:vdiaz@ing.uc3m.es), [bboada@ing.uc3m.es](mailto:bboada@ing.uc3m.es)

*Según la Dirección General de Tráfico, en 2018 se produjeron 102.299 accidentes de tráfico sólo en territorio nacional, los cuales se cobraron la vida de 1.806 personas. La gran mayoría de estos accidentes son debidos al factor humano, ya bien por conductas temerarias o baja capacidad de reacción por parte de los conductores. Para evitar estas situaciones y mejorar, por tanto, el comportamiento de los vehículos, se están incorporando en estos sistemas como son el ABS, ESC, RSC, suspensiones activas. En el campo de la seguridad vehicular también es muy relevante mejorar el confort durante la conducción, ya que está fuertemente ligado a problemas de salud. El confort está relacionado con las aceleraciones que experimenta el vehículo. El reducir estas aceleraciones permite evitar que su comportamiento sea brusco, minimizando efectos adversos para el conductor y los pasajeros como es el latigazo vertical ante frenadas bruscas. En este trabajo, se propone el diseño de un sistema activo de suspensión que mejora tanto el comportamiento vertical como lateral del vehículo, evitando el despegue de las ruedas de la carretera y su vuelco, así como su confort. El diseño de la suspensión de un vehículo es una tarea compleja debido a la existencia de múltiples limitaciones físicas y perturbaciones estocásticas. Es difícil mantener simultáneamente un nivel adecuado de comodidad, maniobrabilidad y estabilidad. Para lograr la estabilidad del sistema, se ha diseñado un controlador robusto por H-infinito a partir del modelo de suspensión del vehículo completo que minimiza las aceleraciones del vehículo para garantizar el confort, y que controla la transferencia de carga evitando que los neumáticos se despeguen de la carretera, teniendo en cuenta las limitaciones de deflexión en la suspensión y las fuerzas máximas posibles en los actuadores.*

## 1. Introducción

La suspensión de un vehículo se evalúa según su capacidad de asegurar la adherencia de un vehículo a la carretera, a la par que evita que las perturbaciones presentes en el trazado se traduzcan en vibraciones del habitáculo, disminuyendo el confort. Es difícil diseñar un sistema de suspensión pasiva que pueda garantizar adherencia y confort simultáneamente, ya que la mejora de uno de estos compromete al otro; si el vehículo dispone de una suspensión blanda, la conducción será cómoda, pero las ruedas se desplazarán según el perfil de la carretera, siendo muy posible la pérdida de adherencia a la misma; por otra parte, si el sistema incluye una suspensión dura, el contacto carretera-suelo se puede garantizar para todo el trazado, mientras que los pasajeros sufriran elevadas aceleraciones, haciendo el trayecto incómodo e incluso perjudicial, pudiendo producirse fenómenos perjudiciales para su salud, como por ejemplo el latigazo cervical, que puede llegar a tener efectos permanentes en el individuo [1]. Es común que los vehículos deportivos presenten suspensiones rígidas, mientras que las berlinas optan por suspensiones blandas.

Los sistemas de suspensión activos surgen como alternativa a la hora de solucionar el dilema entre adherencia y confort, con el objetivo de hacer tales problemas independientes entre sí. Dentro de este tipo de sistemas se encuentran los sistemas puramente activos, los cuales cuentan con actuadores que pueden aplicar una fuerza variable entre la rueda y el chasis, para así mejorar el comportamiento dinámico del vehículo; y los sistemas adaptativos o semi-activos, que, mediante variaciones en las características de la suspensión durante la conducción, logran garantizar tanto adherencia como confort. Dentro del grupo de suspensiones puramente activas se pueden encontrar las suspensiones hidráulicas y suspensiones con barras estabilizadoras, entre otras.

Varios ejemplos de suspensiones adaptativas o semi-activas son las suspensiones con amortiguadores magneto-reológicos o las suspensiones con inerte [2].

Para resolver el conflicto entre los requisitos de comportamiento dinámico del vehículo, diversos métodos de control se han investigado con este objetivo, como son los controladores PID [3], controladores de lógica difusa [4], controladores  $L_2$ - $L_\infty$  (*Energy to peak*) [5] y controladores  $H_\infty$  [6], siendo este último el método empleado en el trabajo actual. Un controlador  $H_\infty$  funciona por realimentación, lo que supone que se rige según los estados del vehículo, variantes debido a las irregularidades de la carretera. Si las perturbaciones se pudiesen prever antes de que afecten al sistema, se podría alterar la ley de control para que el vehículo se anticipe a estas.

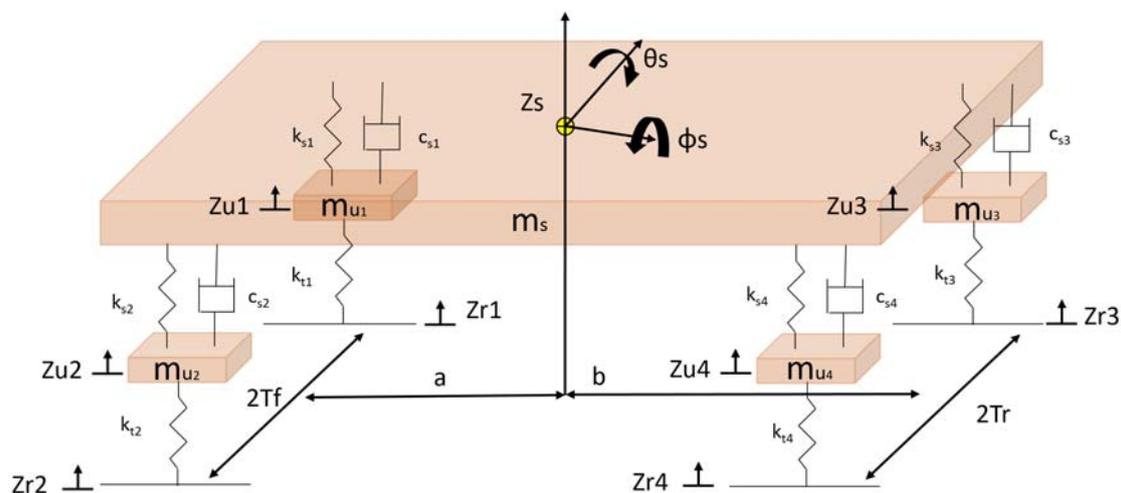
Los vehículos inteligentes disponen hoy en día de múltiples sensores para mantenerse informados tanto del estado del sistema como de la carretera, y actuadores para reaccionar sobre la dinámica del vehículo; son comunes los sensores de deflexión de la suspensión, giro de rueda, unidades de medición inercial; y actuadores en el volante, freno, o en la suspensión. Cuanta más información se pueda extraer del medio y del vehículo, además de disponer de capacidad de actuación sobre el mismo, más fiable podrá ser la ley de control. Al ser los sensores imperfectos, ya que pueden presentar fallos de funcionamiento y retrasos en el envío de señales, diversos autores realizan el control del vehículo centrándose en este problema [7]; en cuanto a los actuadores, se puede adaptar la ley de control según su estado de fallo, logrando así la estabilidad en el sistema [8].

El modelado del sistema se realiza en el espacio de estados, debido a las ventajas que presenta este método, como son la posibilidad de linealizar sistemas de ecuaciones diferenciales, y la facilidad de trabajar con múltiples entradas y salidas, a diferencia del control clásico. A la hora de representar el sistema físico según un modelo matemático, muchos autores optan por el modelo de cuarto de vehículo, el cual es muy interesante si se desea estudiar la dinámica vertical; sin embargo, este modelo no permite estudiar el comportamiento lateral del vehículo, razón por la que es necesario trabajar con modelos de mayor complejidad, como el modelo de vehículo completo, el cuál es objeto de estudio en este trabajo [9].

En este artículo se diseña un controlador  $H_\infty$  que minimiza el efecto de las irregularidades del terreno al vehículo, garantizando la adherencia al trazado, teniendo en cuenta las limitaciones presentes en el sistema físico, como es la máxima elongación y deflexión en la suspensión y la fuerza máxima que cada actuador puede aportar.

El artículo se ha estructurado de la siguiente forma: la sección 2 presenta el modelo matemático empleado, su transformación al espacio de estados, limitaciones físicas y salidas de control; la sección 3 desarrolla la síntesis del controlador por  $H_\infty$ ; la sección 4 incluye los resultados de la simulación del comportamiento del vehículo frente a una perturbación; la sección 5 cierra el artículo con una conclusión sobre el trabajo realizado.

## 2. Formulación del problema



**Figura 1:** Modelo de suspensión de vehículo completo.

La Figura 1 muestra un modelo general de vehículo completo, en el cual  $z_s$ ,  $\theta_s$  y  $\phi_s$  representan los movimientos de la masa suspendida; desplazamiento vertical, ángulo de cabeceo y ángulo de balanceo, respectivamente;  $z_{r_i}$  es el perfil de la carretera en la posición de la rueda correspondiente;  $u_i$  es la fuerza aportada según el actuador. Los parámetros  $m_s$  y  $m_{u_i}$  representan la masa del chasis del vehículo y las masas de

cada rueda, respectivamente.  $I_\theta$  e  $I_\varphi$  son las inercias al cabeceo y balanceo;  $a$  y  $b$  las distancias del centro de gravedad del vehículo al eje delantero y trasero;  $T_f$  y  $T_r$  definen el ancho de vía de cada eje,  $k_{s_i}$  y  $c_{s_i}$  representan la rigidez y amortiguación en la suspensión de cada rueda, mientras que  $k_{t_i}$  y  $c_{t_i}$  son la rigidez y amortiguación de cada neumático, respectivamente. La amortiguación del neumático es considerablemente menor que su rigidez, por lo que a efectos prácticos, es común despreciarla.

El modelo matemático del sistema físico se puede representar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s &= -c_{s_f} (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) - c_{s_f} (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) - c_{s_r} (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) \\ &- c_{s_r} (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) - k_{s_f} (z_{s1} - z_{u1}) - k_{s_f} (z_{s2} - z_{u2}) \\ &- k_{s_r} (z_{s3} - z_{u3}) - k_{s_r} (z_{s4} - z_{u4}) + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} I_p \ddot{\theta}_s &= -c_{s_f} a (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) - c_{s_f} a (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) + c_{s_r} b (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) \\ &+ c_{s_r} b (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) - k_{s_f} a (z_{s1} - z_{u1}) - k_{s_f} a (z_{s2} - z_{u2}) \\ &+ k_{s_r} b (z_{s3} - z_{u3}) + k_{s_r} b (z_{s4} - z_{u4}) + a u_1 + a u_2 - b u_3 - b u_4 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} I_r \ddot{\varphi}_s &= -c_{s_f} T_f (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{u1}) + c_{s_f} T_f (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{u2}) - c_{s_r} T_r (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{u3}) \\ &+ c_{s_r} T_r (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{u4}) - k_{s_f} T_f (z_{s1} - z_{u1}) + k_{s_f} T_f (z_{s2} - z_{u2}) \\ &- k_{s_r} T_r (z_{s3} - z_{u3}) + k_{s_r} T_r (z_{s4} - z_{u4}) + T_f u_1 - T_f u_2 + T_r u_3 - T_r u_4 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} m_{u_i} \ddot{z}_{u_i}(t) + c_{s_i} [\dot{z}_{u_i}(t) - \dot{z}_{s_i}(t)] + k_{s_i} [z_{u_i}(t) - z_{s_i}(t)] \\ + c_{t_i} [\dot{z}_{u_i}(t) - \dot{z}_{r_i}(t)] + k_{t_i} [z_{u_i}(t) - z_{r_i}(t)] = -u_i(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Las ecuaciones (1-3) definen el desplazamiento vertical, cabeceo y balanceo del vehículo, estudiado desde su centro de gravedad, respectivamente, mientras que (4) expone el movimiento vertical para cada rueda. El desplazamiento de la masa suspendida en la posición de cada rueda se puede obtener mediante cálculos geométricos sencillos a partir del desplazamiento vertical, ángulos decabeceo y balanceo, y posición de cada rueda respecto al centro de gravedad:

- Desplazamiento de la masa suspendida en la posición de la rueda 1:

$$z_{s1}(t) = T_f \varphi_s(t) + a \cdot \theta_s(t) + z_s(t) \quad (5)$$

- Desplazamiento de la masa suspendida en la posición de la rueda 2:

$$z_{s2}(t) = -T_f \varphi_s(t) + a \cdot \theta_s(t) + z_s(t) \quad (6)$$

- Desplazamiento de la masa suspendida en la posición de la rueda 3:

$$z_{s3}(t) = T_r \varphi_s(t) - b \cdot \theta_s(t) + z_s(t) \quad (7)$$

- Desplazamiento de la masa suspendida en la posición de la rueda 4:

$$z_{s4}(t) = -T_r \varphi_s(t) - b \cdot \theta_s(t) + z_s(t) \quad (8)$$

Las ecuaciones (1-8) son usadas para realizar la traslación del modelo matemático del sistema al espacio de estados. Los estados del vehículo, entradas de control y perturbaciones han sido definidos como:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) & \dot{\theta}(t) & \varphi(t) & \dot{\varphi}(t) & z_s(t) & \dot{z}_s(t) & z_{u_1}(t) & \dot{z}_{u_1}(t) & z_{u_2}(t) & \dot{z}_{u_2}(t) & z_{u_3}(t) & \dot{z}_{u_3}(t) & z_{u_4}(t) & \dot{z}_{u_4}(t) \end{bmatrix}^T$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) & u_3(t) & u_4(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\omega(t) = \begin{bmatrix} z_{r_1} & z_{r_2} & z_{r_3} & z_{r_4} & \dot{z}_{r_1} & \dot{z}_{r_2} & \dot{z}_{r_3} & \dot{z}_{r_4} \end{bmatrix}^T$$

Una vez definidos los estados, entradas al sistema y perturbaciones, las ecuaciones (1-8) se pueden expresar a partir de cálculos matriciales como

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1\omega(t) + Bu(t) \quad (9)$$

donde  $A \in \mathbf{R}^{14 \times 14}$ ,  $B_1 \in \mathbf{R}^{14 \times 8}$ ,  $B \in \mathbf{R}^{14 \times 4}$ . La obtención de estas matrices es directa a partir de (1-8) una vez definidos los estados.

Una vez transformado el modelo matemático al espacio de estados, es conveniente tener en cuenta las limitaciones físicas del sistema, para así poder mejorar tanto la seguridad como el confort durante la conducción. Al estar estudiando el modelo de vehículo completo, el confort está vinculado a las aceleraciones del sistema, esto es, aceleración vertical, aceleración de cabeceo y aceleración de balanceo. El comportamiento de la suspensión no debe en ningún momento exceder sus limitaciones especificadas por el fabricante, lo cual supone que la deflexión de la suspensión tiene que mantener unos valores limitados en todo instante, así como la señal de control de fuerza de referencia enviada a los actuadores. Uno de los objetivos principales de este trabajo es minimizar la afección de las perturbaciones presentes en el trazado a las aceleraciones del sistema, teniendo en cuenta la necesidad de limitar las posibilidades de la suspensión; para ello se puede diseñar un controlador por  $H_\infty$  que logre este propósito. De forma previa a la síntesis del controlador, es necesario tener en cuenta todas las restricciones que se deben asegurar:

- 1) La deflexión de la suspensión en cada rueda no puede exceder el valor máximo de referencia especificado por el fabricante.

$$\left| z_{s_i}(t) - z_{u_i}(t) \right| \leq z_{\max_i} \quad (10)$$

Siendo  $z_{\max}$  la limitación de máxima deformación posible en la suspensión.

- 2) La carga dinámica en cada rueda debe ser menor que la carga estática para así garantizar una adherencia constante a la carretera

$$k_{r_i} (z_{u_i}(t) - z_{r_i}(t)) < (m_{s_i} + m_{u_i}) g \quad (11)$$

- 3) La señal de referencia de fuerza enviada a los actuadores debe encontrarse siempre entre los rangos admisibles

$$\left| u_i(t) \right| \leq u_{\max_i} \quad (12)$$

Tras la definición de estas limitaciones, se establece  $z_1(t)$  como salida de control del funcionamiento del sistema, mientras que se estudian las limitaciones (10-11) en las salidas de control  $z_{2_1}(t)$ ,  $z_{2_2}(t)$ ,  $z_{2_3}(t)$  y  $z_{2_4}(t)$ .

$$z_1(t) = \begin{bmatrix} \ddot{z}_s(t) & \ddot{\theta}_s(t) & \ddot{\varphi}_s(t) \end{bmatrix}^T \quad z_{2_i}(t) = \begin{bmatrix} \frac{|z_{s_i}(t) - z_{u_i}(t)|}{z_{\max_i}} & \frac{k_{r_i} (z_{u_i}(t) - z_{r_i}(t))}{(m_{s_i} + m_{u_i}) g} \end{bmatrix}^T$$

Añadiendo las restricciones del sistema físico al modelo en el espacio de estados definido en (9), el sistema se expande, quedando

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1\omega(t) + Bu(t) \\ z_1(t) &= C_1x(t) + D_1u(t) \\ z_{2_i}(t) &= C_{2_i}x(t); \quad i = 1, 2, 3, 4\end{aligned}\tag{13}$$

Cuando se realice el control en bucle cerrado, la señal de control será función de los estados del sistema; entonces se puede definir como

$$u(t) = Kx(t)\tag{14}$$

donde K es la matriz de ganancia de control a obtener por  $H_\infty$ . Realizando la sustitución expuesta en (14) en el sistema en el espacio de estados (13), se llega a que

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1\omega(t) + BKx(t) \\ z_1(t) &= C_1x(t) + D_1Kx(t) \\ z_{2_i}(t) &= C_{2_i}x(t); \quad i = 1, 2, 3, 4\end{aligned}\tag{15}$$

Las perturbaciones que afectan al sistema se asumen  $\omega \in L_2[0, \infty)$ , con  $\|\omega\|_2^2 \leq \omega_{\max} < \infty$ . El objetivo de este trabajo es entonces obtener una matriz de ganancia de control la cual verifique que:

- 1) El sistema en bucle cerrado es estable.
- 2) Partiendo de condiciones iniciales estacionarias, el sistema en bucle cerrado garantiza que  $\|z_1\|_2 < \gamma \|\omega\|_2$  ante cualquier perturbación  $\omega \in L_2[0, \infty)$ , siendo  $\gamma > 0$  un valor escalar
- 3) Las limitaciones físicas del sistema no se exceden.

$$\left| \{z_{2_i}(t)\}_q \right| \leq 1, \quad q = 1, 2 \quad i = 1, 2, 3, 4\tag{16}$$

- 4) La señal de fuerza de referencia enviada al actuador no excede la fuerza máxima que es capaz de aportar.

$$|u_i(t)| \leq u_{\max}, \quad i = 1, 2, 3, 4\tag{17}$$

Se contempla el problema de control como un objetivo de minimización múltiple, lo que se puede expresar como varias desigualdades matriciales lineales (a partir de ahora se referirá a ellas como LMIs), que tienen como incógnita la matriz de ganancia de control, la cuál existirá si existe alguna solución viable en el sistema de LMIs.

### 3. Diseño de controlador por $H_\infty$

En esta sección se diseña un controlador  $H_\infty$  por realimentación de estados, con el objetivo de que el sistema en bucle cerrado expuesto en (15) sea estable de forma asintótica, a la par que garantice una transferencia desde el origen de perturbaciones a las salidas a minimizar menor que un valor definido. Las limitaciones físicas no deben ser excedidas en ningún momento; esto supone que la deflexión de la suspensión presenta un rango de valores adecuado, y las señales de control de fuerza enviadas a los actuadores no implican que estos deban tener un comportamiento fuera de sus límites; esto significa garantizar las inecuaciones (16) y (17) respectivamente.

**Teorema 1**

Siguiendo los desarrollos presentes en [8], para el sistema en bucle cerrado en (15), dado un valor escalar positivo  $\rho > 0$ ,  $q = 1, 2$  y  $i = 1, 2, 3, 4$ , si existen las matrices  $\bar{P} > 0$  y  $K$ , de forma que las LMIs a continuación verifiquen que

$$\begin{bmatrix} \text{sym}(A\bar{P} + B\bar{K}) & B_1 & \bar{P}C_1^T + \bar{K}D_1^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -u_{\max}^2 \bar{P} & \sqrt{\rho} \bar{K}_s^T \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{P} & \sqrt{\rho} \bar{P} \{C_{2_i}\}_q^T \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

Entonces un controlador por realimentación de estados de la forma (14) existe, asegurando que:

- 1) El sistema en bucle cerrado es estable asintóticamente.
- 2) La afección de las perturbaciones sobre la salidas  $\|T_{z_1\omega}\| < \gamma$  es minimizada según las restricciones presentes en (16) y (17), definiendo la máxima energía de la perturbación como

$$\omega_{\max} = (\rho - V(0)) / \gamma^2 \quad (21)$$

Si las LMIs (18-20) tienen una solución viable, el controlador definido según (14) se obtiene según

$$u(t) = \bar{K}\bar{P}^{-1}x(t) \quad (22)$$

**4. Resultados de simulación**

Se ha diseñado y verificado el funcionamiento teórico de un controlador, con el objetivo de estudiar la eficacia, eficiencia y fiabilidad del mismo y del método. Los parámetros del modelo de suspensión del vehículo completo empleados se presentan en la Tabla 1. Al especificar  $\rho = 1$ , un controlador del tipo  $u(t) = Kx(t)$  es obtenido para el sistema modelado según (15). Las LMIs (18-20) han sido resueltas mediante algoritmos presentes en el complemento de control robusto de Matlab. Existen diversas alternativas de software libre capaces de ejecutar dicha tarea con eficiencia, como Yalmip, por ejemplo; no obstante, se ha optado por Matlab debido a su facilidad de uso y fiabilidad. El mínimo índice de rendimiento garantizado según el criterio de  $H_\infty$ ,  $\gamma_{\min}$  es 683.72.

**Tabla 1:** Parámetros del modelo de suspensión de vehículo completo

Masa suspendida ( $m_s$ )	1653 kg
Masa no suspendida en el eje delantero ( $m_{uf}$ )	90 kg
Masa no suspendida en el eje trasero ( $m_{ur}$ )	90 kg
Rigidez de la suspensión delantera ( $k_{sf}$ )	34000 N/m
Rigidez de la suspensión trasera ( $k_{sr}$ )	46000 N/m
Rigidez de los neumáticos delanteros ( $k_{tf}$ )	230000 N/m
Rigidez de los neumáticos traseros ( $k_{tr}$ )	230000 N/m
Amortiguación de la suspensión delantera ( $c_{sf}$ )	1095 N·s/m
Amortiguación de la suspensión trasera ( $c_{sr}$ )	1095 N·s/m
Amortiguación de los neumáticos delanteros ( $c_{tf}$ )	14.6 N·s/m
Amortiguación de los neumáticos traseros ( $c_{tr}$ )	14.6 N·s/m
Inercia de cabeceo ( $I_p$ )	2765 kg·m <sup>2</sup>

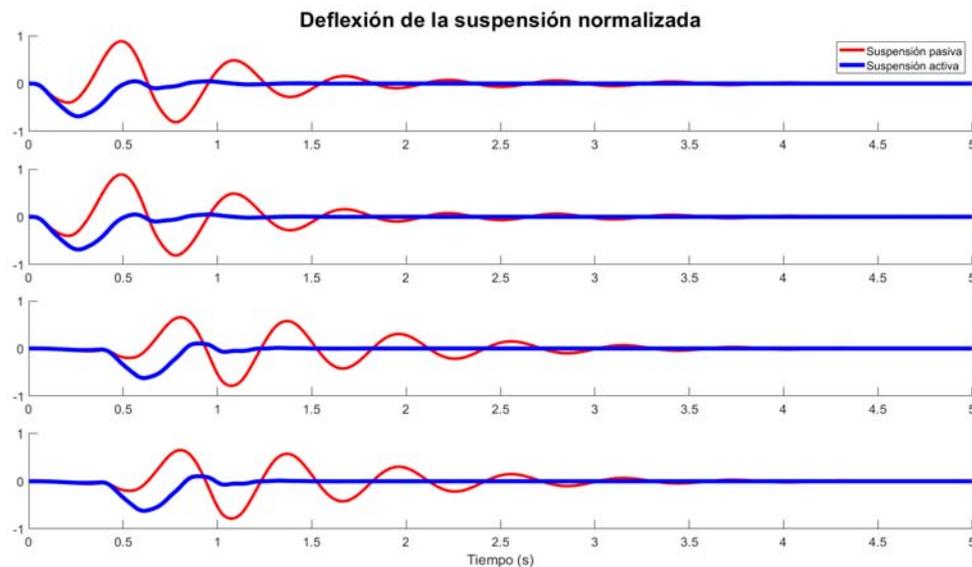
Inercia de balanceo ( $I_r$ )	614 kg·m <sup>2</sup>
Distancia de eje delantero al c.d.g. (a)	1.5 m
Distancia de eje trasero al c.d.g. (b)	1.5 m
Mitad del ancho de vía delantero ( $T_f$ )	1 m
Mitad del ancho de vía trasero ( $T_r$ )	1 m

Para estudiar la eficacia del controlador propuesto, se espera que las aceleraciones de la masa suspendida; vertical, de cabeceo y de balanceo, presenten valores tan reducidos como sea posible a lo largo del tiempo, a la par que se mantienen las limitaciones físicas de deflexión en la suspensión y fuerzas máximas que los actuadores pueden aplicar, además de asegurar que las ruedas del vehículo permanecen adheridas al asfalto. Para evaluar el comportamiento dinámico de la suspensión, se ha definido una perturbación en la carretera con la forma típica de un resalto, pudiendo así determinar la eficacia y fiabilidad del controlador propuesto en este trabajo. Teniendo como objeto de estudio el funcionamiento de una suspensión activa, es común presentar las perturbaciones en la carretera como impulsos; eventos de breve duración, pero con elevada transferencia de energía y afección al sistema, los cuales pueden llegar a tener consecuencias graves. El perfil diseñado se rige según:

$$z_{r_i}(t) = \begin{cases} \frac{A}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi V t}{L}\right) \right), & 0 \leq t \leq \frac{L}{V} \\ 0, & t > \frac{L}{V} \end{cases} \quad i = 1, 2 \quad (23)$$

Donde A y L son la altura y longitud de la perturbación del resalto, y V la velocidad longitudinal del vehículo. Se ha optado por definir la perturbación de forma que  $A = 60$  mm,  $L = 5$  m y  $V = 30$  km/h. El perfil de la carretera afecta de igual forma sobre ambos ejes, teniendo un desfase entre perturbaciones de  $(a+b)/L$ , d.

Las Figuras 2-5 presentan la respuesta de la deflexión de la suspensión normalizada y transferencia de carga normalizada para cada rueda, además de las aceleraciones del vehículo y fuerzas aplicadas por cada actuador, respectivamente, comparando el funcionamiento del sistema en bucle abierto (suspensión pasiva) frente a bucle cerrado (suspensión activa).



**Figura 2:** Deflexión de la suspensión en cada rueda.

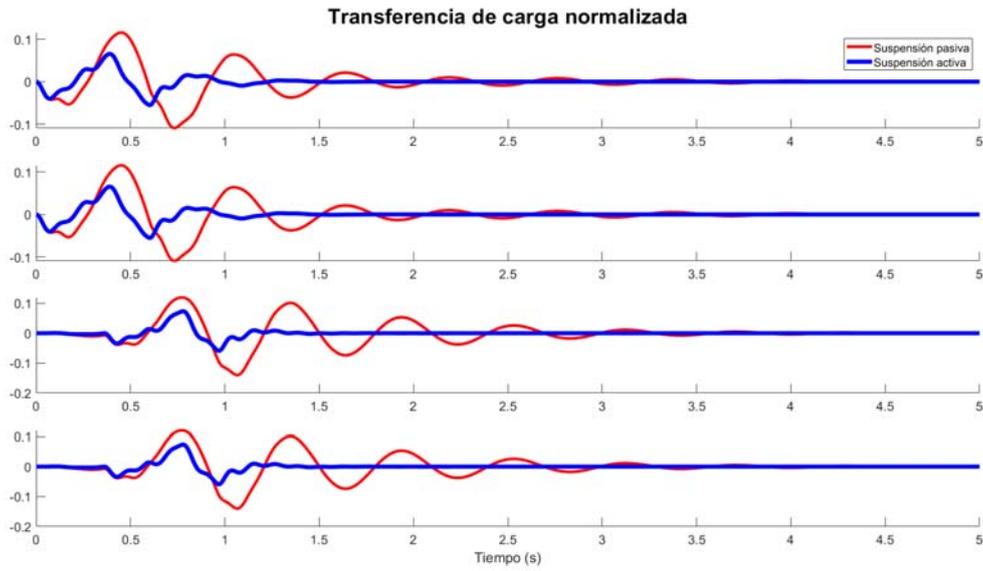


Figura 3: Transferencia de carga normalizada en cada rueda

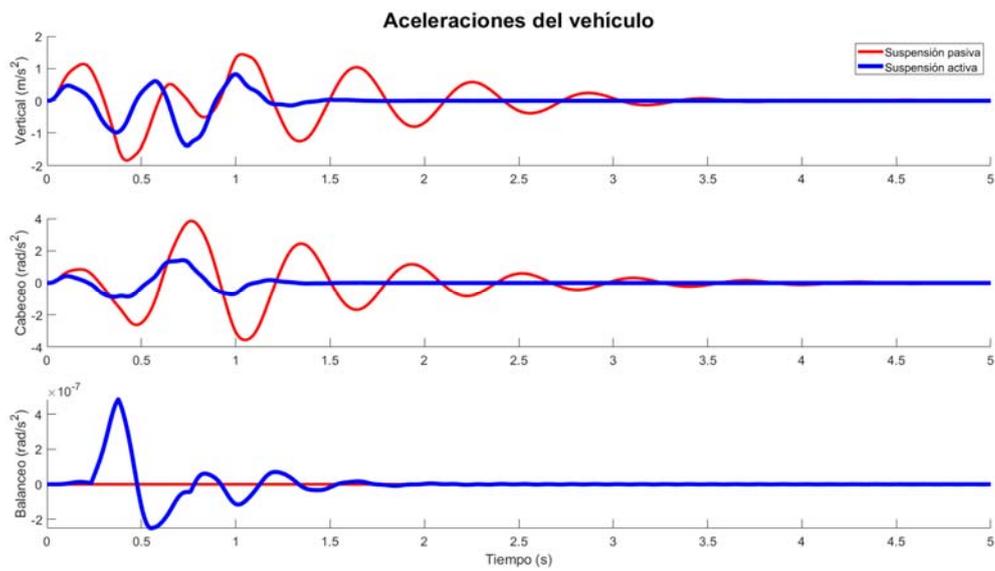
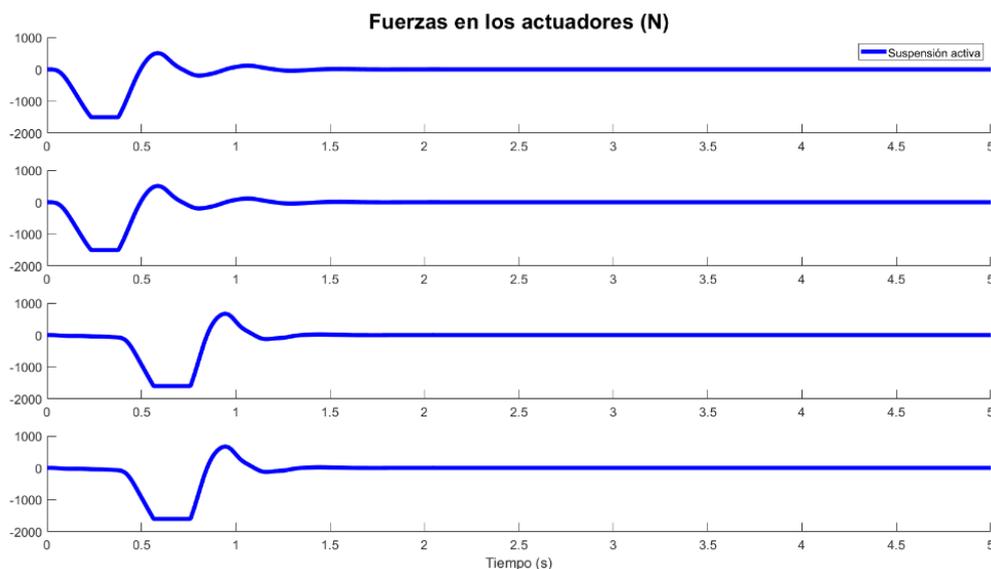


Figura 4: Aceleraciones del vehículo



**Figura 5:** Fuerzas en cada actuador.

Se puede observar en la Figura 2 que el comportamiento de la suspensión no excede sus límites; de la Figura 3 se extrae que el vehículo mantiene su adherencia a la calzada; la Figura 4 muestra cómo varían las aceleraciones del sistema, siendo la de balanceo nula debido a la forma en que se ha definido la perturbación. La suspensión activa presenta un comportamiento más adecuado que la activa, ya que en todo caso presenta menor tiempo de establecimiento y sobreimpulso en las señales que la suspensión pasiva. Teóricamente, supone un sistema más seguro, al aminorar las aceleraciones que experimenta el vehículo y hacer menos brusca la variación de deflexión en la suspensión. En la Figura 5 se detectan varios casos de saturación en la señal de fuerza enviada a los actuadores, para no exceder su rango de funcionamiento, no obstante, se logra un adecuado resultado en el sistema pese a ello. Se puede asumir que el controlador diseñado cumple con los objetivos propuestos, ya que logra mejor resultado que el sistema en bucle abierto (pasivo), al presentar valores más reducidos en todas las variables a mejorar.

## 5. Conclusiones

Este artículo ha presentado una solución para mejorar la adherencia a la carretera y el confort de un vehículo, mediante el control de una suspensión activa, manteniendo las restricciones físicas de los componentes presentes en el sistema. Se ha diseñado un controlador a partir del modelo de suspensión del vehículo completo según el método  $H_{\infty}$ , fijando como objetivo minimizar las aceleraciones del vehículo frente a las perturbaciones en la carretera. El hacer uso de la teoría de control moderna frente a la clásica ha permitido estudiar con facilidad un sistema con múltiples entradas y salidas de control; por el lado de las entradas, se encuentran las perturbaciones en la carretera y las fuerzas aportadas en cada actuador; las salidas de control estudiadas han sido las aceleraciones del vehículo, deflexión de la suspensión y transferencia de carga en cada neumático. El problema se ha resuelto según una optimización de un sistema multivariable sujeto a diversas LMIs. Tras obtener un controlador viable, una perturbación similar a un resalto ha sido definida como ejemplo de una posible perturbación común. El comportamiento del vehículo ante esta perturbación ha presentado interesantes diferencias al comparar el sistema en bucle abierto (suspensión pasiva) y bucle cerrado (suspensión activa), mostrando este último claras ventajas de funcionamiento y mayor seguridad, al presentar menores aceleraciones, afección a la suspensión y adherencia a la calzada que el sistema pasivo. Como parte de un trabajo futuro, ya está en marcha por parte de los autores el estudio del comportamiento del sistema en caso de que los actuadores o sensores presenten fallos y/o existan retrasos en el envío de señales en el sistema.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) del Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España por medio del proyecto [RTI2018-095143-B-C21].

## 6. Referencias

- [1] Y. Takahashi *et al.*, “Prediction of probability of fatality due to brain injury in traffic

- accidents,” *Traffic Inj. Prev.*, vol. 20, no. sup1, pp. S27–S31, 2019, doi: 10.1080/15389588.2019.1591621.
- [2] Y. Shen, Y. Liu, L. Chen, and X. Yang, “Optimal design and experimental research of vehicle suspension based on a hydraulic electric inerter,” *Mechatronics*, vol. 61, no. May, pp. 12–19, 2019, doi: 10.1016/j.mechatronics.2019.05.002.
- [3] A. Ahmed, S. A. Ahmed, N. M. Ghazaly, and G. T. A. el- Jaber, “PID controller of active suspension system for a quarter car model,” *Int. J. Adv. Eng. Technol.*, vol. 8, no. 6, pp. 899–909, 2015.
- [4] H. Li, Z. Zhang, H. Yan, and X. Xie, “Adaptive Event-Triggered Fuzzy Control for Uncertain Active Suspension Systems,” *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 49, no. 12, pp. 4388–4397, 2018, doi: 10.1109/TCYB.2018.2864776.
- [5] H. Shen, J. Wang, H. Zhang, and J. Zhou, “Fuzzy energy-to-peak control for nonlinear Markovian jump systems,” *Proc. World Congr. Intell. Control Autom.*, pp. 1518–1523, 2012, doi: 10.1109/WCICA.2012.6358119.
- [6] W. Zhao, L. Ji, and C. Wang, “ $H_\infty$  control of integrated rollover prevention system based on improved lateral load transfer rate,” *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 41, no. 3, pp. 859–874, 2019, doi: 10.1177/0142331218773527.
- [7] G. Wang, M. Chadli, H. Chen, and Z. Zhou, “Event-triggered control for active vehicle suspension systems with network-induced delays,” *J. Franklin Inst.*, vol. 356, no. 1, pp. 147–172, 2019, doi: 10.1016/j.jfranklin.2018.10.012.
- [8] M. Li, H. & Gao, Hengliang & Liu, H. & Liu, “Fault-tolerant Hinf control for active suspension vehicle systems with actuator faults,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part I J. Syst. Control Eng.*, vol. 226, pp. 348–363, 2011, [Online]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/270619145\\_Fault-tolerant\\_H\\_control\\_for\\_active\\_suspension\\_vehicle\\_systems\\_with\\_actuator\\_faults](https://www.researchgate.net/publication/270619145_Fault-tolerant_H_control_for_active_suspension_vehicle_systems_with_actuator_faults).
- [9] J. D. Setiawan, M. Safarudin, and A. Singh, “Modeling, simulation and validation of 14 DOF full vehicle model,” *Int. Conf. Instrumentation, Commun. Inf. Technol. Biomed. Eng. 2009, ICICI-BME 2009*, pp. 1–6, 2009, doi: 10.1109/ICICI-BME.2009.5417285.