

**OBTENCION SIMULTANEA DEL COCIENTE DE DENSIDADES
EN EL LIMITE: NUCLEO-MANTO Y EL VALOR MEDIO DEL
FACTOR DE CALIDAD ESPECIFICA EN FUNCION DE LA
FRECUENCIA A PARTIR DE LAS ONDAS ScS y ScP. TEORIA**

J. A. CANAS* ** ***

(Recibido 9 de junio, 1981)

(Aceptado: 2 de marzo, 1982)

RESUMEN

Se desarrolla un método teórico a partir del cual se pueden determinar simultáneamente la razón entre las densidades correspondientes al núcleo y al manto en la zona límite núcleo-manto y el valor medio de Q_β en el manto y litosfera terrestre en función de la frecuencia, utilizando tan solo una estación sismográfica.

ABSTRACT

By using one seismographic station, a theoretical method is developed that provides simultaneously the jump in densities at the core-mantle boundary, and the mean Q_β values as functions of the frequency.

* *Cátedra de Geofísica. Universidad Complutense de Madrid, Madrid (3) - España.*

** *Department of Earth and Atmospheric Sciences, Saint Louis University, Saint Louis, Mo. 63156, U. S. A.*

*** *Dirección actual: Instituto de Geofísica, UNAM, 04510 - México, D. F. MEXICO.*

Contribución No. 181. Cátedra de Geofísica. Universidad Complutense de Madrid.

INTRODUCCION

A partir del análisis de las ondas internas se han obtenido valores medios de Q correspondientes al manto y litosfera terrestres, así como cocientes de densidades correspondientes al límite núcleo-manto.

Entre los estudios que han proporcionado valores de Q para el manto y litosfera cabe citar los de Kovack y Anderson (1964), Sato y Espinosa (1967), Kanamori (1967), Yoshida y Tsujiura (1975), Canas y Mitchell (1978), Nortman y Duda (1980), Canas (1981) y Canas (1982).

Los estudios que han proporcionado diversos valores para el cociente de densidades entre el núcleo y el manto, entre otros, son los de Bath (1969), Bolt (1956), Buchbinder (1968), Haddon y Bullen (1969), Ibrahim (1971), Dziewonski y Gilbert (1973) y Jordan y Anderson (1974).

Canas y Bolt (1982) han desarrollado un método teórico, utilizando ondas PcP y PcS, que permite la obtención simultánea del valor medio de Q_β en el manto y litosfera así como el salto de densidades en el límite núcleo-manto. La aplicación del método anterior a observaciones (Bolt y Canas, 1982) correspondientes a regiones oceánicas y continentales ha mostrado que Q_β es una función dependiente de la frecuencia ω (en el rango: 0.2 a 1 seg^{-1}) en la forma $Q_\beta \propto \omega^\alpha$, siendo α una variable también dependiente de la frecuencia.

En este trabajo teórico, expongo un método que permite obtener también simultáneamente el cociente de densidades antes citado y el valor medio de Q_β en el manto y litosfera en función de la frecuencia a partir de las ondas ScS y ScP.

Este método y el método de Canas y Bolt (1982) pueden resultar ciertamente valiosos en la obtención de variaciones laterales (si las hubiese) del salto de densidades entre el núcleo-manto y el valor medio de Q_β como una función de la frecuencia.

Lista de símbolos

- φ, φ', ψ potenciales asociados a las ondas compresionales y de cizalla en la Figura 1.
- $\varphi s', \psi s$ potenciales asociados a las ondas compresional y de cizalla en la Figura 3.
- $A_1, A', A_1^*, A^{*'}$ amplitudes potenciales asociadas a las ondas compresionales (ver Figura 1).

B, B_1, B^*, B_1^* amplitudes potenciales asociadas a las ondas de cizalla (ver Figura 1).

C_{S1} amplitud potencial asociada a la onda compresional (ver Figura 3).

F_S, F_{S1} amplitudes potenciales asociadas a las ondas de cizalla (ver Figura 3).

A_S, A_{S1} amplitudes potenciales asociadas a las ondas compresionales (ver Figura 4).

B_{S1} amplitud potencial asociada a la onda de cizalla (ver Figura 4).

e_1, e_c ángulos de incidencia (ver Figura 2).

$a = \operatorname{tg} e, a' = \operatorname{tg} e', b = \operatorname{tg} f, b^* = \operatorname{tg} f^*, a^* = \operatorname{tg} e^*, a^{*'} = \operatorname{tg} e^{*'}$;
donde e, e', f, f^*, e^* y $e^{*'}$ son ángulos de emergencia (ver Figura 1).

$b_s = \operatorname{tg} f_s, a_s = \operatorname{tg} e_s$; donde f_s y e_s son ángulos de emergencia (ver Figura 3).

$a'_s = \operatorname{tg} e'_s, b'_s = \operatorname{tg} f'_s$; donde e'_s y f'_s son ángulos de emergencia (ver Figura 4).

$a_i = \operatorname{tg} e_i, b_i = \operatorname{tg} f_i, a_j = \operatorname{tg} e_j, b_j = \operatorname{tg} f_j$; donde e_i, e_j y b_i, b_j son los ángulos de emergencia de las ondas compresionales y de cizalla generadas al incidir una onda tipo SV en la superficie de separación i o j del modelo de Tierra considerado ($j = i + 1$).

$\lambda_i, \lambda_j, \mu_i, \mu_j$ constantes de Lamé en los medios i y j determinados por las superficies de separación anteriores.

$\alpha, \alpha', \alpha_s$ velocidades compresionales en la capa del manto límite con la superficie núcleo-manto, capa del núcleo límite con la superficie núcleo-manto y superficie terrestre respectivamente.

ρ, ρ', ρ_s densidades en las mismas zonas citadas anteriormente.

$\lambda, \lambda', \lambda_s$ constantes de Lamé en las mismas zonas citadas anteriormente.

β, β_s velocidades de cizalla en la capa del manto límite con la superficie núcleo-manto y superficie terrestre respectivamente.

μ, μ_s constantes de Lamé en las mismas regiones citadas anteriormente.

| | |
|---------------------|---|
| k, k_s, k' | números de onda en el límite núcleo-manto, en la superficie terrestre (generado por la onda incidente SVcSV) y en la superficie terrestre generado por la onda incidente SVcP, respectivamente. |
| c | velocidad de fase. |
| p | esfuerzo. |
| t | tiempo. |
| u | desplazamiento. |
| r_c | radio del núcleo terrestre. |
| T, T' | periodos de las ondas SVcSV y SVcP respectivamente. |
| X, X' | longitudes de onda de las ondas citadas anteriormente. |
| Q_α, Q_β | factores de calidad específicos de las ondas compresionales y de cizalla respectivamente. |
| Δ' | mitad de la distancia epicentral Δ correspondiente a la onda SVcSV. |

METODO

Este se ha subdividido en seis apartados que a continuación se pasan a detallar.

a) Obtención del cociente de amplitudes SVcSV/SVcP en el límite núcleo-manto utilizando una estación sismográfica para las observaciones.

Considérese la Figura 1. El límite núcleo-manto se representa por el eje x y la dirección según el radio por el eje z . Al utilizar tan solo una estación sismográfica los puntos de incidencia en el núcleo-manto serán distintos, ya que uno dará lugar a la onda SVcP y otro a la onda SVcSV. Se deben considerar tres casos distintos: $\Delta \leq 28$, $28 < \Delta \leq 46$, y $\Delta > 46$ (Estas distancias epicentrales pueden diferir ligeramente, dependiendo de las velocidades utilizadas en el cálculo de los ángulos de emergencia de las ondas incidentes en el núcleo-manto).

Caso: $\Delta \leq 28$

En la Figura 1a se representan las ondas que se obtienen en el punto de incidencia, entre las cuales figura la onda SVcP. En la Figura 1b se representan las ondas que se obtienen en el punto de incidencia (distinto del anterior), entre las cuales figura la onda SVcSV. Ambos conjuntos de ondas son obtenidos al incidir en dichos puntos sendas ondas SV.

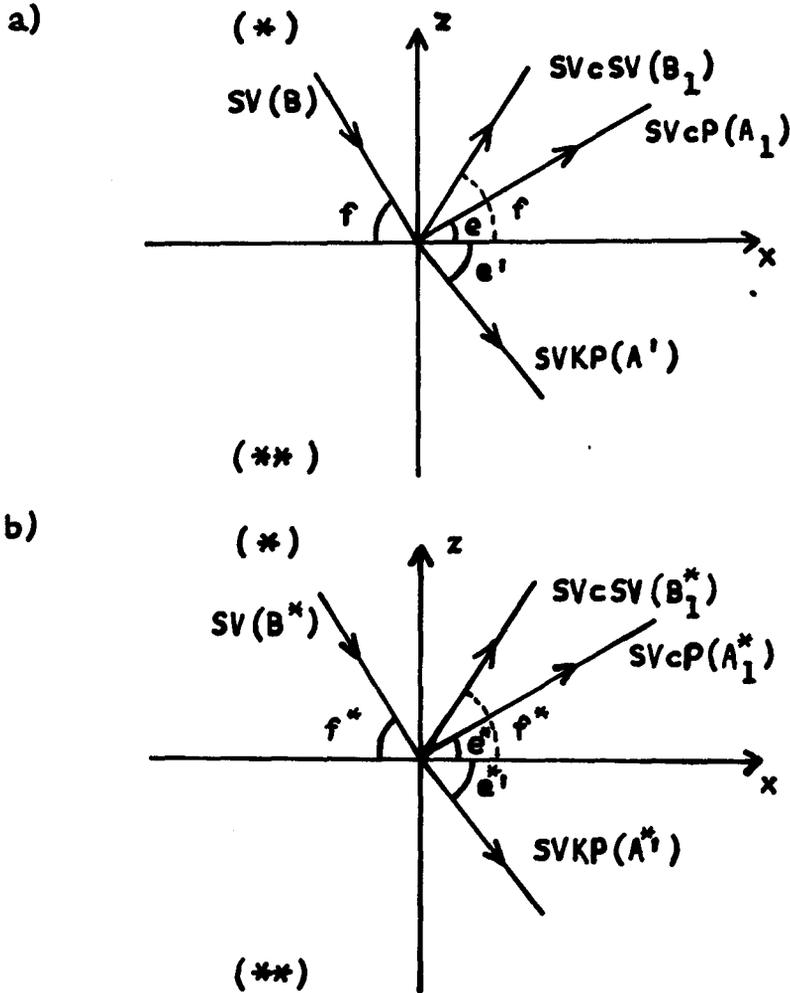


Fig. 1. a) ondas originadas por la onda SV incidente en un punto de la superficie núcleo-manto. b) Ondas originadas por la onda SV incidente en un punto de la superficie núcleo-manto (distinto al anterior). Las letras entre paréntesis indican las amplitudes potenciales de las diversas ondas.

La resolución general válida tanto para la Figura 1a como para la 1b es la siguiente:

La ecuación de ondas en dos dimensiones viene dada por:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \alpha^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \beta^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$$

Las soluciones correspondientes al medio (*) son:

$$\varphi = A_1 e^{ik(x+az-ct)} \quad (2a)$$

$$\psi = B e^{ik(x-bz-ct)} + B_1 e^{ik(x+bz-ct)}$$

y las correspondientes al medio (**) son:

$$\varphi' = A' e^{ik(x-a'z-ct)} \quad (2b)$$

Las condiciones límites son :

- i) u_z continuo en $z = 0$.
- ii) P_{ZZ} continuo en $z = 0$.
- iii) $P_{ZX} = 0$ en $z = 0$.

utilizando los potenciales asociados se pueden escribir en la forma:

$$\text{iv) } \left\{ (\partial\varphi/\partial z) - (\partial\psi/\partial x) = (\partial\varphi'/\partial z) \right\}_{z=0}$$

$$\text{v) } \left\{ \lambda((\partial^2\varphi/\partial x^2) + (\partial^2\varphi/\partial z^2)) + 2\mu((\partial^2\varphi/\partial z^2) - (\partial^2\psi/\partial x\partial z)) = \lambda'((\partial^2\varphi'/\partial x^2) + (\partial^2\varphi'/\partial z^2)) \right\}_{z=0}$$

$$\text{vi) } \left\{ 2(\partial^2\varphi/\partial x\partial z) - (\partial^2\psi/\partial x^2) + (\partial^2\varphi/\partial z^2) = 0 \right\}_{z=0}$$

Sustituyendo (2a) y (2b) en iv), v) y vi) se obtiene:

$$\begin{array}{ccc|c|c}
 a & -1 & a' & A_1/B & 1 \\
 \frac{\lambda + (\lambda + 2\mu)a^2}{2\mu b} & 1 & \frac{\lambda'(1+a'^2)}{2\mu b} & B_1/B & = 1 \\
 \frac{2a}{1-b^2} & -1 & 0 & A'/B & 1
 \end{array} \quad (3)$$

Lo que se pretende obtener es la razón entre las amplitudes potenciales de las ondas SVcSV y SVcP respectivamente, es decir la razón B_1^*/A_1 (Ver Figuras 1a y 1b). Resolviendo el sistema (3) para A_1/B en la Figura 1a y para B_1^*/B^* en la figura 1b, y dividiendo el segundo cociente por el primero se obtiene:

$$\frac{B_1^*}{A_1} = \frac{U}{V} \quad (4)$$

donde:

$$U = \left\{ \begin{array}{l} (\rho'/\rho)\alpha'^2(1+a'^2)a^*(1+b^2) - (\alpha^2(1+a^2) - 2\beta^2)a^*(1-b^2) - 4a^*a'\beta^2b^* \\ (\rho'/\rho)\alpha'^2(1+a'^2)a(1+b^2) + (\alpha^2(1+a^2) - 2\beta^2)a'(1-b^2) + 4aa'\beta^2b \end{array} \right\} \cdot B^* \quad (5a)$$

y

$$V = \left\{ \begin{array}{l} (\rho'/\rho)\alpha'^2(1+a'^2)a^*(b^2 - 2) - (\alpha^2(1+a^2) - 2\beta^2)a^*(1-b^2) - 4a^*a'\beta^2b^* \\ 4a'\beta^2b(1-b^2) \quad B \end{array} \right\} \quad (5b)$$

donde en (5a) y (5b) se han tenido en cuenta las relaciones generales $\alpha = ((\lambda + 2\mu)/\rho)^{1/2}$ y $\beta = (\mu/\rho)^{1/2}$.

La expresión (4), teniendo en cuenta (5a) y (5b) nos proporciona el cociente de amplitudes potenciales en el límite núcleo-manto correspondiente a las ondas SVcSV y SVcP en función del cociente de densidades en ese límite ($B_1^*/A_1 = f(\rho'/\rho)$).

Caso: $28 < \Delta \leq 46$

La única diferencia con el caso anterior es que la onda incidente que da lugar a la SVcSV, produce en este caso una onda SVcP inhomogénea, es decir la expresión

(4) es compleja ya que su denominador lo es. Ahora bien ya que el método propuesto se basa en la comparación de amplitudes observadas (es decir reales), dicha expresión sigue siendo válida tomando la parte real de ella. En general el método propuesto se basa en la comparación de valores absolutos de las amplitudes observadas, lo cual implica que los cambios de signo en las razones teóricas carecen de importancia en el método propuesto.

Caso: $\Delta > 46$

En este caso la onda incidente que da lugar a la SVcSV produce ondas SVcP y SVKP inhomogéneas, lo que implica cociente complejo en (4).

Lo expuesto en el caso anterior es válido para éste, teniendo en cuenta que debe tomarse la parte real de la expresión (4) en este rango de distancias.

b) Distribución geométrica de la energía.

Ya que el problema que se trata utiliza tan solo una estación sismográfica, la distribución geométrica de la energía deberá considerarse tanto para el camino que las ondas recorren entre el foco y la superficie límite: núcleo-manto como para el camino recorrido entre este límite y la estación sismográfica.

La expresión para la distribución geométrica de la energía para la onda SVc (desde el foco hasta el límite núcleo-manto) se obtiene de la siguiente forma:

Considérese en la Figura 2, un punto M en la superficie de la Tierra que emite energía radiante simétrica y esféricamente. Suponiendo una esfera de radio unidad alrededor de M, el área del anillo en esta esfera vendrá dado por:

$$dS_u = 2\pi \operatorname{sen} e_1 de_1 \quad (6)$$

Si la energía que sale por M por unidad de área es E(M), la energía a través de dS_u será:

$$E(dS_u) = E(M) 2\pi \operatorname{sen} e_1 de_1 \quad (7)$$

El área en la superficie del núcleo correspondiente a la energía que ha pasado a través de dS_u vendrá dada por:

$$dS = 2\pi r_c^2 \operatorname{sen} \Delta' d\Delta' \quad (8)$$

El área perpendicular a los rayos incidentes viene dada por $dS \cos e$; así pues, la densidad de energía que llega al núcleo por unidad de área será:

$$E(\Delta') = \frac{E(M) 2\pi \operatorname{sen} e_1 \operatorname{de}_1}{2\pi r_c^2 \operatorname{sen} \Delta' d\Delta' \cos e} \quad (9)$$

Teniendo en cuenta que las velocidades en la superficie terrestre y en el límite núcleo-manto son distintas, así como las densidades correspondientes, la amplitud de la onda SV en la superficie del núcleo-manto se puede escribir de acuerdo con la siguiente proporcionalidad:

$$A_{SV} \propto \left(\frac{\rho \alpha}{\rho_s \alpha_s} \frac{\operatorname{sen} e_1}{r_c^2 \operatorname{sen} \Delta' \cos e} \frac{\operatorname{de}_1}{d\Delta'} \right)^{1/2} = GS_{f-m} \quad (10)$$

$\operatorname{de}_1/d\Delta'$ puede calcularse utilizando la curva $e_1 = f(\Delta')$, o bien a partir de la relación $\operatorname{de}_1/d\Delta' \propto d^2t/d\Delta^2$ (Δ es la distancia epicentral).

El cálculo de la distribución geométrica de la energía para las ondas cSV y cP (desde el límite núcleo-manto hasta la estación sismográfica en la superficie terrestre) puede ser obtenido utilizando fórmulas análogas a la anterior (ver Canas y Bolt, 1982).

c) *Atenuación anelástica.*

El cociente de amplitudes correspondientes a las ondas SVcSV y SVcP, es decir A_{SVcSV}/A_{SVcP} , es proporcional a la atenuación anelástica que sufren estas ondas desde el foco hasta el sismógrafo. Se puede escribir que:

$$\frac{A_{SVcSV}}{A_{SVcP}} \propto \frac{AT_{SVcSV}}{AT_{SVcP}} \quad (11)$$

donde AT_{SVcSV} se expresa como:

$$AT_{SVcSV} = \exp(-(\pi/TQ_\beta)(s/\beta_m)) \quad (12)$$

donde s/β_m es el tiempo de viaje de la onda SVcSV. Tiempo que puede calcularse a partir de las tablas de Jeffreys-Bullen (1967).

AT_{SVcP} viene dada por:

$$AT_{SVcP} = \exp(-(\pi/TQ_\beta)(s_1/\beta_{1m}) - (\pi/TQ_\alpha)(s_2/\alpha_{2m})) \quad (13)$$

donde s_1/β_{1m} es el tiempo de la onda SVcP como SV; s_2/α_{2m} es el tiempo de viaje de la onda SVcP como P. Como anteriormente, estos tiempos de viaje se pueden obtener de las tablas de Jeffreys-Bullen (1967).

Q_β se puede expresar en función de Q_α siguiendo a Anderson *et al.* (1965) o a Nortmann' y Duda (1981), con lo cual la expresión (13) se simplifica apreciablemente.

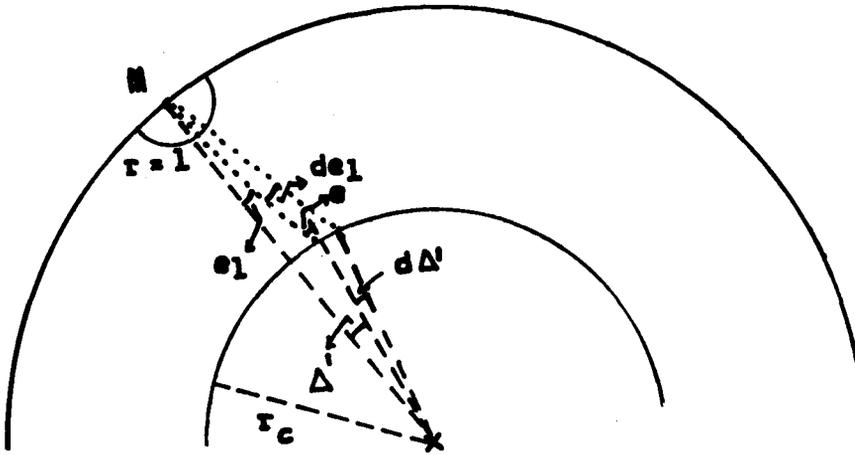


Fig. 2. Distribución geométrica de la energía correspondiente a la onda SVcSV (o SVcP) en su trayecto desde el punto M situado en la superficie de la Tierra hasta la superficie límite núcleo-manto.

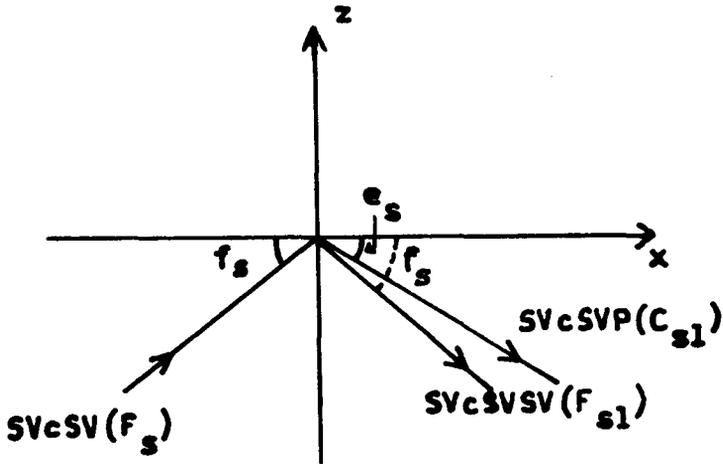


Fig. 3. Ondas originadas por la onda incidente SVcSV en la superficie de la Tierra.

d) *Efecto de superficie libre.*

d1) *Onda incidente: SVcSV*

Considérese la Figura 3. La onda incidente SVcSV da lugar en el punto de reflexión a las ondas SVcSVSV y SVcSVP.

Las soluciones en este caso vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \varphi_s &= C_{s1} e^{ik_s(x-a_s z-ct)} \\ \psi_s &= F_s e^{ik_s(x+b_s z-ct)} + F_{s1} e^{ik_s(x-b_s z-ct)} \end{aligned} \quad (14)$$

las condiciones límites son:

- i) $P_{ZZ} = 0$ en $z = 0$.
- ii) $P_{ZX} = 0$ en $z = 0$

sustituyendo las ecuaciones (14) dentro de las condiciones de contorno (un método similar puede verse en Canas, 1978) se obtiene:

$$C_{s1} = \frac{4\mu_s b_s (b_s^2 - 1)}{4\mu_s a_s b_s + ((1+a_s^2)\lambda_s + 2\mu_s a_s^2)(b_s^2 - 1)} F_s \quad (15)$$

$$F_{s1} = \left\{ \frac{8a_s \mu_s b_s}{4\mu_s a_s b_s + ((1+a_s^2)\lambda_s + 2\mu_s a_s^2)(b_s^2 - 1)} - 1 \right\} F_s \quad (16)$$

d2) *Onda incidente: SVcP*

Considérese la Figura 4. La onda incidente SVcP da lugar en el punto de reflexión a las ondas SVcPP y SVcPSV.

Las soluciones en este caso son:

$$\begin{aligned} \varphi_s &= A_s e^{ik_s(x+a'_s z-ct)} + A_{s1} e^{ik_s(x-a'_s z-ct)} \\ \psi_s &= B_{s1} e^{ik_s(x-b'_s z-ct)} \end{aligned} \quad (17)$$

Las condiciones de contorno son las mismas que en d1). La sustitución de (17) en las condiciones de contorno conduce a:

$$A_{s1} = \frac{(\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s'^2)(1 - b_s'^2) + 4\mu_s b'_s a'_s}{(\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s'^2)(b_s'^2 - 1) + 4\mu_s a'_s b'_s} A_s \quad (18)$$

y

$$B_{s1} = \frac{4a'_s(\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s'^2)}{(\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s'^2)(1 - b_s'^2) - 4\mu_s a_s' b_s'} A_s \quad (19)$$

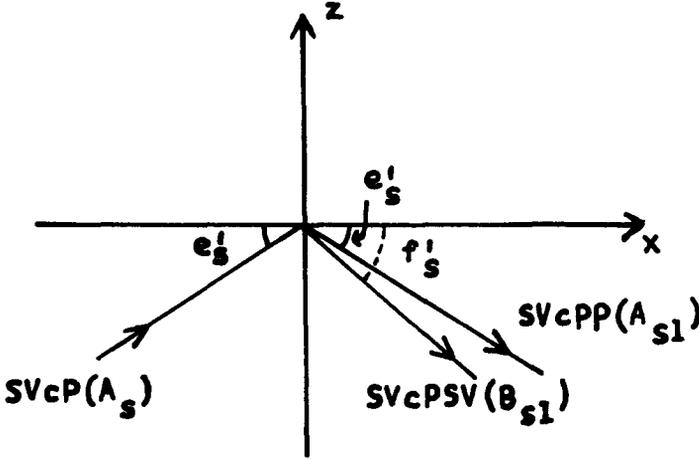


Fig. 4. Ondas originadas por la onda incidente SVcP en la superficie de la Tierra.

d3) *Componente vertical del movimiento del suelo a la llegada de la onda SVcSV a la superficie de la Tierra.*

El movimiento vertical del suelo a la llegada de la onda SVcSV se expresa por:

$$u_z = (\partial\phi/\partial z) \quad (\partial\psi/\partial x) \quad (20)$$

La sustitución de las soluciones dadas por (14) dentro de (20) conduce a:

$$\bar{u}_{zSVcSV} = -k_s(C_{s1} a_s + F_s + F_{s1}) \quad (21)$$

donde \bar{u}_{zSVcSV} representa la amplitud real vertical (ver Bullen, 1972).

d4) *Componente vertical del movimiento del suelo a la llegada de la onda SVcP a la superficie de la Tierra.*

El movimiento vertical del suelo a la llegada de la onda SVcP se expresa por la ecuación (20). La sustitución de las soluciones dadas por (17) dentro de (20) conduce a:

$$u_{zSVcP} + k'_s(\Lambda_s a'_s \quad \Lambda_{s1} a'_s \quad B_{s1}) \quad (22)$$

donde $\bar{u}_{z_{SVcP}}$ representa también en este caso la amplitud real vertical.

e) *Razón del movimiento vertical del suelo debido a las ondas SVcSV y SVcP.*

Dividiendo (21) por (22) se tiene:

$$\frac{\bar{u}_{z_{SVcSV}}}{\bar{u}_{z_{SVcP}}} = \frac{-k_s(C_{s1}a_s + F_s + F_{s1})}{k'_s(A_s a'_s - A_{s1} a'_{s1} - B_{s1})} \quad (23)$$

teniendo en cuenta que $k_s = k_x$ y que $k'_s = k'_x$, se puede escribir:

$$k_x = 2\pi/X_x = 2\pi/cT = 2\pi \cos f_s/\beta_s T \quad (24)$$

$$k'_x = 2\pi/X'_x = 2\pi/c'T' = 2\pi \cos e'_s/\alpha_s T'$$

El método propuesto está basado en la comparación de las amplitudes de las ondas SVcSV y SVcP a periodos (o frecuencias) iguales, por lo tanto en (24) $T = T'$. La relación de amplitudes a determinar viene dada por (23), donde las constantes y números de onda vienen determinados por las ecuaciones (15), (16), (18), (19) y (24) respectivamente.

f) *Relación entre la razón de amplitudes verticales teóricas registradas en el sismógrafo correspondientes a las ondas SVcSV y SVcP en la superficie de la Tierra y la razón de amplitudes potenciales de dichas ondas en la superficie límite: núcleo-manto.*

La razón de amplitudes verticales registrada en el sismógrafo viene dada por:

$$\frac{A_{z_{SVcSV}}}{A_{z_{SVcP}}} = \frac{M}{M'} \frac{\bar{u}_{z_{SVcSV}}}{\bar{u}_{z_{SVcP}}} \quad (25)$$

M y M' representan las amplificaciones de los sismógrafos; en este caso, al utilizar tan solo una estación sismográfica, tenemos que $M = M'$, luego:

$$\frac{A_{z_{SVcSV}}}{A_{z_{SVcP}}} = \frac{\bar{u}_{z_{SVcSV}}}{u_{z_{SVcP}}} \quad (26)$$

La ecuación (26) es una función dependiente de la razón F_s/A_s en (23) (al sustituir los valores de C_{s1} , F_{s1} , A_{s1} y B_{s1} dados por las ecuaciones 15, 16, 18 y 19). Ahora bien, F_s proviene de la amplitud potencial en el límite núcleo-manto B_1^* y

A_s proviene de la amplitud potencial en dicho límite A_1 . La relación entre estas amplitudes es la siguiente:

$$F_s = B_1^* GS_{m-s}^\beta AT_{m-s}^\beta TR_{m-s}^\beta \quad (27)$$

$$A_s = A_1 GS_{m-s}^\alpha AT_{m-s}^\alpha TR_{m-s}^\alpha$$

donde GS, AT y TR indican distribución geométrica de la energía, atenuación anelástica y factores de transmisión respectivamente. El subíndice m-s indica que cada uno de los factores enumerados se calcula entre el límite núcleo-manto y la superficie terrestre.

Ahora bien, el cociente B_1^*/A_1 dado por (4) (considerando las ecuaciones 5a y 5b), es una función del cociente B^*/B ; B^* y B provienen de:

$$B^* = B_f^* GS_{f-m}^* AT_{f-m}^* TR_{f-m}^* \quad (28)$$

$$B = B_f' GS_{f-m} AT_{f-m} TR_{f-m}$$

donde GS, AT y TR indican lo mismo que anteriormente entre la región fuente y superficie (f-m) del manto; los asteriscos (*) indican distribución, atenuación y transmisión para la onda SVc que da origen en el punto de reflexión a la onda SVcSV. Los términos GS, AT y TR sin asteriscos indican lo expuesto pero para la onda SVc que da origen a la onda SVcP.

Ya que los ángulos de incidencia en la fuente son pequeños para el tipo de ondas estudiado, la radiación será prácticamente la misma, o lo que es lo mismo en (28) se tiene que $B_f^* = B_f'$.

Así pues, la razón F_s/A_s (utilizando las ecuaciones (27), (28) y la (4)) se puede escribir según la siguiente proporcionalidad:

$$\frac{F_s}{A_s} \propto \frac{GS_{m-s}^\beta AT_{m-s}^\beta TR_{m-s}^\beta}{GS_{m-s}^\alpha AT_{m-s}^\alpha TR_{m-s}^\alpha} \frac{GS_{f-m}^* AT_{f-m}^* TR_{f-m}^*}{GS_{f-m} AT_{f-m} TR_{f-m}} \quad (29)$$

Ahora bien en (29) los productos $AT_{m-s}^\beta \cdot AT_{f-m}^*$ y $AT_{f-m}^\alpha \cdot AT_{f-m}$ vienen dados por las ecuaciones (12) y (13) respectivamente, pudiéndose escribir la expresión (29) como:

$$\frac{F_s}{A_s} \propto \frac{GS_{m-s}^\beta GS_{f-m}^* TR_{m-s}^\beta TR_{f-m}^*}{GS_{m-s}^\alpha GS_{f-m} TR_{m-s}^\alpha TR_{f-m}} \frac{\Delta T_{SVcSV}}{\Delta T_{SVcP}} \quad (30)$$

donde los factores GS_{f-m}^* y GS_{f-m} pueden ser calculados utilizando la expresión (10). Los factores GS_{m-s}^β y GS_{m-s}^α se pueden calcular análogamente utilizando fórmulas parecidas a (10). (Ver Canas y Bolt, 1982).

Los coeficientes de transmisión TR_{m-s}^β y TR_{m-s}^α se calculan como sigue (Los coeficientes de transmisión TR_{f-m}^* y TR_{f-m} se calcularán utilizando una fórmula análoga a la que se obtendrá para TR_{m-s}^β).

Caso: TR_{m-s}^β

TR_{m-s} es el producto de los coeficientes de transmisión correspondientes a las superficies de discontinuidad del modelo de Tierra utilizado comprendidas entre el límite núcleo manto y la superficie terrestre, es decir:

$$TR_{m-s}^\beta = \prod_{i=1}^n tr_i^{cSV} \tag{31}$$

donde n es el número de discontinuidades a considerar y tr_i^{cSV} representa cada uno de los factores de transmisión considerados. Estos factores se obtienen al resolver la ecuación de ondas en cada una de las capas consideradas y posterior aplicación de las ecuaciones de contorno. Estos vienen dados por:

$$tr_i^{cSV} = \frac{P}{Q} \tag{32}$$

donde P y Q son:

$$P = \begin{vmatrix} -a_i & 1 & -a_j & -1 \\ \frac{1}{b_j} & 1 & \frac{-1}{b_j} & 1 \\ -\frac{\lambda_i + 2\mu_i a_i^2}{2\mu_j b_j} & 1 & \frac{\lambda_j + 2\mu_j a_j^2}{2\mu_j b_j} & 1 \\ \frac{2a_i \mu_i}{(b_j^2 - 1)\mu_j} & 1 & \frac{2a_j}{b_j^2 - 1} & -1 \end{vmatrix} \tag{33}$$

$$Q = \begin{vmatrix} -a_i & 1 & -a_j & -1 \\ \frac{1}{b_j} & \frac{b_i}{b_j} & -\frac{1}{b_j} & 1 \\ -\frac{\lambda_i + 2\mu_i a_i^2}{2\mu_j b_j} & \frac{\mu_i b_i}{\mu_j b_j} & \frac{\lambda_j + 2\mu_j a_j^2}{2\mu_j b_j} & 1 \\ \frac{2a_i \mu_i}{(b_j^2 - 1)\mu_j} & \frac{(1 - b_i^2)\mu_i}{(1 - b_j^2)\mu_j} & \frac{2a_j}{b_j^2 - 1} & -1 \end{vmatrix} \quad (34)$$

donde $j = i + 1$.

Caso: TR_{m-s}^α

Análogo al anterior. En este caso TR_{m-s}^α se expresa como:

$$TR_{m-s}^\alpha = \prod_{i=1}^n tr_i^{cP} \quad (35)$$

En este caso los factores tr_i^{cP} se expresan por:

$$tr_i^{cP} = \frac{P'}{Q'} \quad (36)$$

donde P' y Q' son:

$$P' = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a_j} & 1 & -\frac{1}{a_j} \\ -1 & b_j & 1 & b_i \\ -1 & -\frac{2\mu_j b_j}{\lambda_j(1+a_j^2)+2\mu_j a_j^2} & 1 & -\frac{2\mu_i b_i}{\lambda_j(1+a_j^2)+2\mu_j a_j^2} \\ 1 & \frac{1-b_j^2}{2a_j \mu_j} & 1 & \frac{(b_i^2-1)\mu_i}{2a_j \mu_j} \end{pmatrix} \tag{37}$$

$$Q' = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a_j} & \frac{a_i}{a_j} & -\frac{1}{a_j} \\ -1 & b_j & 1 & b_i \\ -1 & -\frac{2\mu_j b_j}{\lambda_j(1+a_j^2)+2\mu_j a_j^2} & \frac{\lambda_i(1+a_i^2)+2\mu_i a_i^2}{\lambda_j(1+a_j^2)+2\mu_j a_j^2} & -\frac{2\mu_i b_i}{\lambda_j(1+a_j^2)+2\mu_j a_j^2} \\ 1 & \frac{1-b_j^2}{2a_j \mu_j} & \frac{2a_i \mu_i}{2a_j \mu_j} & \frac{(b_i^2-1)\mu_i}{2a_j \mu_j} \end{pmatrix} \tag{38}$$

De todo lo anteriormente expuesto se deduce que la fórmula final que proporciona la razón de amplitudes-verticales teóricas registradas en la estación sismográfica y correspondientes a las ondas ScS y ScP viene dada, teniendo en cuenta las expresiones (12 y similares en Canas y Bolt, 1981), (11), (15), (16), (18), (19), (23), (24) y de la (26) a la (30) ambas inclusives, para cada periodo por:

$$\frac{A_{z_{SVcSV}}}{A_{z_{SVcP}}} = -C \frac{B_1^* a_s \alpha_s \cos f_s GS_{f-m}^* GS_{m-s}^\beta TR_{f-m}^* TR_{m-s}^\beta AT_{SVcSV} Z^\beta}{A_1 a_s' \beta_s \cos e_s' GS_{f-m}^\alpha GS_{m-s}^\alpha TR_{f-m}^\alpha TR_{m-s}^\alpha AT_{SVcP} Z^\alpha} \quad (39)$$

donde Z^β , Z^α , y C vienen dados por:

$$Z^\beta = \frac{4\mu_s b_s (1 + b_s^2)}{4\mu_s a_s b_s + (\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s^2)(b_s^2 - 1)} \quad (40)$$

$$Z^\alpha = \frac{2(\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s'^2)(1 + b_s'^2)}{(\lambda_s + (\lambda_s + 2\mu_s) a_s'^2)(b_s'^2 - 1) + 4\mu_s a_s' b_s'} \quad (41)$$

$$C = (ec.4) \cdot \frac{B}{B^*} \quad \text{para } \Delta \leq 28, \quad 28 < \Delta \leq 46, \quad \text{o } \Delta > 46 \quad (42)$$

C es una función del cociente de densidades entre el núcleo externo y el manto inferior (en 39 o 42). AT_{SVcSV} y AT_{SVcP} (en 39) son funciones de Q_β , Q_α y T (ecuaciones 12 y 13); así pues, la expresión (39) es una función del cociente de densidades, anelasticidad y periodo (o su inverso, la frecuencia). El cálculo teórico de la expresión (39) y su comparación con valores observados en sismógrafos verticales puede permitir obtener la anelasticidad como una función de la frecuencia, así como el valor del cociente de densidades en la región estudiada. La utilización tan solo de componentes verticales de los sismógrafos es realmente adecuada, ya que en ellos no se detecta energía correspondiente a las ondas SH, lo que podría enmascarar los resultados.

Las ondas ScS y ScP son fácilmente detectables; un ejemplo de ellas se muestra en la Figura 5, el cálculo de sus amplitudes en función de la frecuencia se puede ob-

tener fácilmente por aplicación de métodos de análisis de Fourier. Este hecho, unido a que el método propuesto no requiere gran consumo de tiempo de computador hace que la aplicación del método sea asequible prácticamente a cualquier tipo de facilidades.

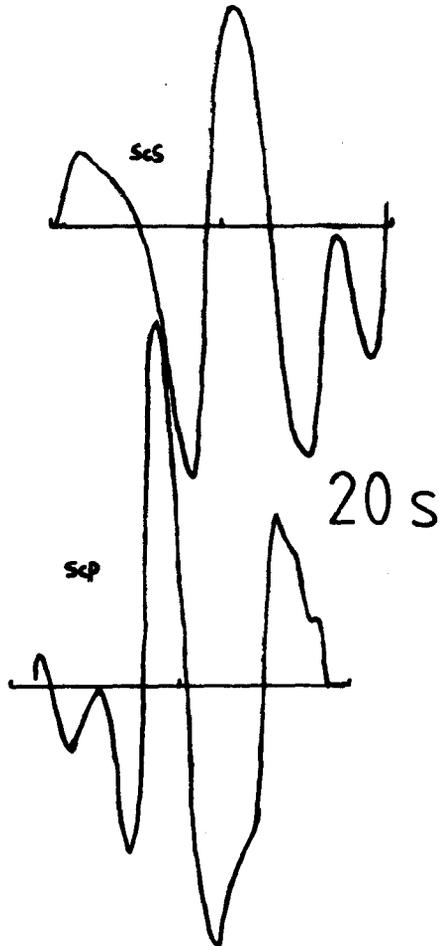


Fig. 5. Ejemplo de ondas ScS y ScP registradas en la estación sismográfica de Hamburgo. (Cortesía de R. Nortmann). Terremoto Hindú Kush del 14 de marzo de 1965.

COMENTARIOS FINALES

La razón de amplitudes verticales, registradas en un mismo sismógrafo, correspondientes a las ondas ScS y ScP y su comparación con razones teóricas calculadas según la teoría expuesta en los apartados anteriores proporciona un método que permite obtener valores medios de Q_β , dependencia de estos de la frecuencia, variaciones laterales de Q_β (si las hubiese) y cociente de densidades en el límite núcleo-manto, así como variaciones laterales de este cociente (si las hubiese). Este método puede resultar ciertamente valioso, dada su sencillez, al aplicarlo a diversas partes de la Tierra, lo cual puede conducir a la obtención de las variaciones laterales de anelasticidad en función de la frecuencia así como a la corroboración o no de cocientes de densidades establecidos para el límite núcleo-manto.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco las conversaciones mantenidas con Bruce A. Bolt. El autor fue financiado durante su estancia en la Universidad de California en Berkeley por el Comité Conjunto Hispano-Norteamericano, administrado por la Comisión Fulbright. Este trabajo ha sido financiado en parte por el Ministerio Español de Educación y Ciencia. Agradezco asimismo las sugerencias de los árbitros anónimos.

BIBLIOGRAFIA

- ANDERSON, D. L., A. BEN-MENACHEM y C. B. ARCHAMBEAU, 1965. Attenuation of seismic energy in the upper mantle. *J. Geophys. Res.*, 70, 1441-1448.
- BÄTH, M. 1954. The density ratio at the boundary of the Earth's core. *Tellus*, 6, 408-414.
- BOLT, B. A., 1956. Earth models with continuous density distributions. *M. N., Geophys. Suppl.*, 7, 360-368.
- BOLT, B. A. y J. A. CANAS, 1982. Constrains from core reflections on mantle Q and base density, en preparación.
- BUCHBINDER, G. G. R., 1968. Properties of the core-mantle boundary and observations of PcP. *J. Geophys. Res.*, 73, 5901-5923.
- CANAS, J. A., 1978. Puntualización acerca de las amplitudes observadas originadas por ondas de tipo compresional, *An. Instit. Geofis.*, 24, 41-48.
- CANAS, J. A., 1981. Attenuation of Love and Rayleigh waves across the Atlantic, *J. Phys. Earth*, 29, 119-129.
- CANAS, J. A., 1982. Atenuación anelástica en la Cordillera Central del Océano Atlántico, *Geof. Intern.*, en prensa.

- CANAS, J. A. y B. J. MITCHELL, 1978. Lateral variation of surface wave anelastic attenuation across the Pacific, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 68, 1637-1650.
- CANAS, J. A. y B. A. BOLT, 1982. Nuevo método para la obtención simultánea del factor medio de calidad específica en el manto y litosfera terrestres y el salto de densidades en el límite: Núcleo-manto. Teoría, *Anales Física de la R. S. E. Física y Química*, en prensa.
- DZIEWONSKI, A. M. y F. GILBERT, 1973. Observations of normal modes from 84 recordings of the Alaskan earthquake of March 28-II. Further remarks based on new spheroidal overtone data, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 35, 401-437.
- HADDON, R. A. y K. E. BULLEN, 1969. An Earth model incorporating free oscillation data, *Phys. Earth Planet. Int.*, 2, 35-49.
- IBRAHIM, A. K., 1971. The amplitude ratio PcP/P at the core-mantle boundary, *Pure and Appl. Geophys.*, 91, 114-133.
- JEFFREYS, H. y K. E. BULLEN, 1967. *Seismological Tables*, Office of the British Association. Burlington House, W. 1, London.
- JORDAN, T. H. y D. L. ANDERSON, 1974. Earth structure from free oscillations and travel times, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 36, 411-459.
- KANAMORI, H., 1967. Spectrum of P and PcP in relation to the mantle-core boundary and attenuation in the mantle, *J. Geophys. Res.*, 72, 559-571.
- KOVACK, R. L. y ANDERSON, D. L., 1964. Attenuation of shear waves in the upper and lower mantle, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 54, 1855-1864.
- NORTMANN, R. y S. J. DUDA, 1981. The anelasticity of the Earth's mantle in the european area, *Tectonophysics*, 72, 181-201.
- SATO, R. y A. F. ESPINOSA, 1967. Dissipation in the Earth's mantle and rigidity and viscosity in the Earth's core determined from waves multiply reflected from the mantle-core boundary, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 57, 829-856.
- YOSHIDA, M. y M. TSUJIURA, 1975. Spectrum and attenuation of multiply reflected core phases. *J. Phys. Earth*, 32, 31-42.