

MPRA

Munich Personal RePEc Archive

Leverage, financial and business cycles

Valdivia Coria, Joab Dan

August 2022

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/116849/>
MPRA Paper No. 116849, posted 30 Mar 2023 06:52 UTC

Leverage, financial and business cycles¹

Joab Dan Valdivia Coria

ABSTRACT

This paper provides pioneering estimates of the impact of loan-to-value (LTV) ratios, also known as leverage, on economic growth in Bolivia. The analysis reveals the pro-cyclicality between the economic and financial cycles, confirming the stylized facts. We emphasize the significance of recognizing the interplay between these cycles to attain greater stability and foster economic growth. The findings suggest that shocks in the loan-to-value (LTV) ratios trigger a rise in housing prices and greater consumption by entrepreneurs, leading to an increase in economic growth and employment levels. However, we also confirm the notion that leverage can be a double-edged tool, as its excessive utilization can disrupt markets and destabilize the overall economy.

JEL Classification: E21, E32, E44

Keywords: *Real bussines cycles* (RBC), financial frictions, loan to value (LTV), bayesian estimation.

¹ PhD student in Development Management and Public Policy, Universidad Mayor de San Andrés.

This document expresses the exclusive point of view of the author and not that of the institution to which it belongs.

Joab Dan Valdivia Coria

RESUMEN

La presente investigación presenta las primeras estimaciones de los efectos loan to value (LTV, apalancamiento) en el crecimiento económico de Bolivia. La pro-ciclicidad entre el ciclo económico y financiero se observa en los hechos estilizados, y se destaca la importancia de considerar la relación entre ambos ciclos para lograr una mayor estabilidad y crecimiento económico. Los resultados predicen que choques en el LTV generan precios más atractivos en la vivienda y un mayor consumo de los empresarios, lo que se traduce en un mayor crecimiento económico acompañado de mayores niveles de empleo. Además, se confirma la premisa de que el apalancamiento es una herramienta de doble filo, y su uso excesivo puede desestabilizar los mercados y la economía en general.

Clasificación JEL: E21, E32, E44

Palabras Clave: *Real bussines cycles* (RBC), fricciones financieras, loan to value (LTV), estimación bayesiana.

² Estudiante del Doctorado de Gestión del Desarrollo y Políticas Públicas, Universidad Mayor de San Andrés.
Este documento expresa el punto de vista del autor y no compromete la opinión de la institución a la que pertenece.

I. Introducción

Hace más de una década, el rol del sector financiero ha adquirido importancia en el desarrollo de los modelos de equilibrio general, y sus efectos amplificadores de choques sobre la economía real. La relación del sector empresarial y los bancos se materializa a través del canal del crédito y el apalancamiento, dado que un incremento de estas dos variables significa un incremento en la inversión, que su vez se traduce en un mayor producto.

En este sentido, en la presente investigación se develará las primeras estimaciones de los efectos del apalancamiento en el crecimiento de la actividad económica para Bolivia. Para tal propósito, se desarrolló un modelo de equilibrio general con características de ciclos reales (RBC, por sus siglas en inglés). Al interior del modelo existe un banco representativo con su respectiva restricción intemporal (hoja de balance), misma que describe el activo y el pasivo del agente, es decir, los créditos y depósitos del resto de la economía. La relación entre el apalancamiento y la hoja de balance es primordial para advertir la calidad de los activos en los que invertirá un banco y qué tipo de pasivos adquirir, este corolario, se lo conoce gestión de riesgo de liquidez³.

En los hechos estilizados se observa una pro-ciclicidad entre el ciclo económico y financiero, la actividad real se anticipa al ciclo financiero en unos cuatro trimestres. A partir del análisis de cuantilogramas cruzados, se observa que la relación pro-cíclica es más fuerte en el décimo cuantil, con un valor de 0,70, donde el sector real actúa como un indicador adelantado en cinco trimestres a las condiciones financieras, resultado persistente hasta el décimo quinto cuantil. Los resultados muestran la sincronía de la contracción de ambos ciclos entre 1999 a 2005. Desde el décimo sexto cuantil, el ciclo económico se convierte en una variable adelantada en cuatro trimestres. Estos hallazgos resaltan la importancia en considerar la relación entre el ciclo económico y financiero para lograr una mayor estabilidad y crecimiento económico.

En este contexto, el desarrollo del modelo RBC cobra aún más relevancia para la economía boliviana. Los principales resultados del modelo a partir de las funciones impulso respuesta (FIR) predicen que choques en el *loan to value* (LTV, apalancamiento) generan precios más atractivos en la vivienda que lleva a una acumulación de stock de vivienda de los hogares sacrificando el consumo presente. Asimismo, el crédito responde de manera positiva repercutiendo en un mayor consumo de los empresarios y del margen financiero de los bancos, lo que se reproduce un en mayor crecimiento de la económica acompañado con mayores niveles de empleo.

Los hallazgos encontrados secundan lo propuesto por Iacoviello (2015)... “la idea de que los ciclos económicos son financieros y no reales”. [Traducción libre de Iacoviello, 2015, p.141]. Además, se corrobora los efectos persistentes en los precios de los activos a través de un mayor LTV, esta última premisa apoya la propuesta por Geanakoplos (2010) que el apalancamiento es una herramienta de doble filo que puede aumentar las ganancias y las pérdidas, y su uso excesivo puede desestabilizar los mercados y la economía en general.

Por su parte, las estimaciones con econométrica bayesiana pudieron caracterizar hechos estilizados dentro el modelo y la coincidir con la evidencia empírica estudia, con relación a los factores subjetivos de descuento de empresarios y bancos (β_E y β_B , respectivamente), los valores de estos parámetros son menores al β_H de los hogares, es decir, existe impaciencia por el consumo presente de ambos agentes debido al retorno positivo de la inversión dando lugar a canalizar las ganancias de los empresarios a un mayor apalancamiento a través de la

³ Basel Committee on Banking Supervision (BCBS)... “Una gestión eficaz del riesgo de liquidez contribuye a garantizar la capacidad de un banco para cumplir con sus obligaciones de tesorería, que son inciertas, ya que se ven afectadas por acontecimientos externos y por el comportamiento de otros agentes. La gestión del riesgo de liquidez es de suma importancia porque un déficit de liquidez en una sola institución puede tener repercusiones en todo el sistema”. [Traducción libre de BCBS, 2008, p.1]

intermediación financiera ampliando el margen financiero y traduciéndose en un incremento del producto. Asimismo, choques de productividad, $\hat{\epsilon}_{A,t}$, generan una disminución de la tasa de interés lo que repercute positivamente en las variables de consumo de los hogares y el PIB, dinamizando de este modo el mercado laboral.

II. Revisión de literatura

La evidencia empírica muestra que la relación entre variables del sector financiero y real para el caso boliviano es positiva, entre los trabajos que abordaron este tipo de estudio se encuentran: Quelca (2006), muestra la existencia de una relación pro-cíclica entre el crédito y PIB; Humerez y Yáñez (2011) indican que la profundización financiera tiene efectos positivos en el producto, principalmente en el corto plazo; mientras que, Peñaloza y Valdivia (2013) señalan que el impacto del crédito sobre el sector productivo de la actividad económica es de 0,14% con una persistencia de tres trimestres aproximadamente y Valdivia (2019) encuentra un efecto positivo entre el crédito y crecimiento de 0,12% en términos de elasticidad.

Por su parte, la introducción del sector financiero en los modelos de equilibrio general se dio con mayor énfasis a causa de la crisis de financiera de 2008; sin embargo, existen trabajos previos a este suceso que muestran la relevancia en incorporar este sector en modelos estructurales. La literatura canónica sobre fricciones financieras hace referencia a los trabajos de Kiyotaki y Moore (1997), Bernanke et al. (1999), Iacoviello (2005) y Gertler y Karadi (2011). En términos generales los documentos analizan el canal del crédito, efectos amplificadores de choques de variables estocásticas sobre endógenas por la incorporación del sector bancario en los modelos; asimismo, modelan el comportamiento de un banco representativo con la incorporación de hoja de balance, entre las características más relevantes.

Por su parte, Geanakoplos (2010) indica la importancia de la interacción entre el endeudamiento y los precios de los activos en el mercado financiero lo que puede generar expansiones o contracciones del ciclo económico. Según el autor, la expansión del crédito y el aumento de los precios de los activos suelen estar estrechamente relacionados, lo que a su vez puede generar un ciclo de apalancamiento, además el autor indica que el ciclo de apalancamiento puede dar lugar a una espiral de endeudamiento y precios de los activos, lo que puede llevar a una crisis financiera.

En este marco, los modelos de equilibrio general con incorporación del sector financiero no están presentes en muchas investigaciones en la literatura boliviana, por lo cual, cabe la necesidad de incursionar en este tipo de modelación, ya que permite la simulación de resultados a partir de variables no observables (como es el caso del LTV) y evidenciar sus efectos sobre variables reales macroeconómicas. Las investigaciones con modelos de equilibrio general que incluyen fricciones para Bolivia: Díaz y Garrón (2016), el documento explora la interacciones entre el sector bancario con otros agentes de la economía, cuantifica el impacto de la política monetaria a partir de cambios en la tasa de encaje legal e inyecciones de liquidez en el desempeño de la intermediación financiera y Valdivia (2016), que incorpora fricciones financieras a un modelo caracterizado por ser una economía pequeña y abierta, mide los efectos de la política monetaria (regla de Taylor) y la política fiscal en el comportamiento de las tasas de interés.

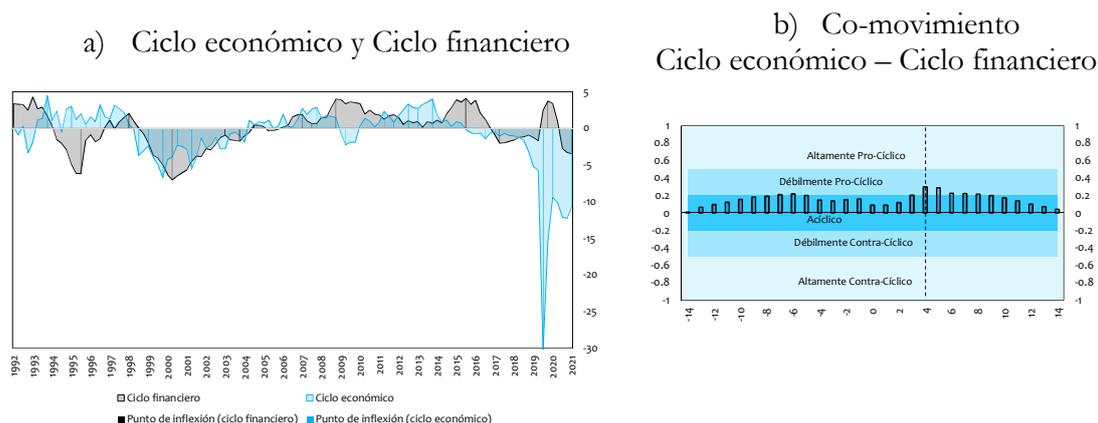
La presente investigación tomó como base principal los modelos propuestos de Brzoza-Brzezina y Makarski (2009), Gerali et al. (2009), Iacoviello (2015) y Sánchez (2016), la razón principal es la incorporación del LTV como una variable exógena, ya que las variaciones exógenas en esta variable pueden interpretarse como choques directos a la oferta de préstamo (Gerali et al., 2009), lo que impulsaría expansiones en el ciclo financiero y económico.

III. Hechos estilizados

El ciclo financiero de Bolivia (Apéndice A, Gráfico A.1.) se caracteriza por cuatro sub periodos: i) entre 1995 y 1996 se identifica una fase negativa del indicador asociado al incremento de la mora en el sistema financiero y a la liquidación de bancos (entre los principales el Banco Sur y el Banco Cochabamba), además de creó Fondo de Desarrollo del Sistema Financiero y de Apoyo al Sector Productivo (FONDESIF) para fortalecer el sistema financiero. En 1996, se promulgó el D.S. 24436, que estableció que el FONDESIF absorbiera al Fondo de Fortalecimiento del Sistema Cooperativo de Ahorro y Crédito (creado en marzo de ese año). Se habilitó al FONDESIF - en lo que se denominó el salvataje - a utilizar 250 millones de dólares para fortalecer a sociedades anónimas que trabajasen en el sistema⁴; ii) desde finales de los 90's y principios de los años 00's culminaría la liquidación del Banco Agrícola, Banco Minero y el Banco Internacional de Desarrollo S.A; en este contexto, algunos indicadores del sistema financiero como ser el índice de morosidad se deterioraron (aumento de un 14,6% en diciembre de 2001), hasta 2005 existió un escenario de *credit crunch*, asociado además a una debilidad en los indicadores macroeconómicos, a su vez, ese periodo se caracterizó por una disminución de la cartera vigente y depósitos; iii) desde 2006 hasta finales de 2013 se observa una fase positiva del ciclo financiero acompañado de una expansión del ciclo económico y iv) en los últimos años (2014-2021) se identificaron dos sub-fases, una expansiva y otra contractiva, esta última explicada por una desaceleración conjunta de los depósitos y el crédito.

La relación estadística lineal del ciclo económico y financiero entre 1990 y 2021 muestra prociclicidad entre ambas variables, los co-movimientos estimados indica que la actividad real se adelanta al ciclo financiero en aproximadamente cuatro trimestres (Gráfico 1). Este resultado indica que las condiciones del sector real son primordiales para la estabilidad financiera, Schinasí (2004), señala que esta interacción se debe a la relación inversión-ahorro, ya que se asigna recursos financieros a través de intermediarios financieros, en apoyo a procesos económicos intertemporales para la acumulación de riqueza, impulso al crecimiento económico y el bien estar.

**Gráfico 1: CICLO ECONÓMICO Y FINANCIERO:
IDENTIFICACIÓN DE PUNTOS DE INFLEXIÓN**



Nota: Elaboración propia. El ciclo financiero fue estimado por la metodología de Basilea III en línea con Fendoglu (2017). Por su parte, el PIB fue desestacionalizado por la metodología del National Bureau of Economic Research (NBER), X-ARIMA13. El componente cíclico del PIB fue estimado con el filtro de Hamilton con base en el trabajo de Quast y Wolters (2020). Finalmente, los puntos de inflexión se identificaron bajo la metodología de Harding y Pagan (2002) financiero. Los umbrales de los co-movimientos se obtuvieron con base a Argandoña et al. (1997).

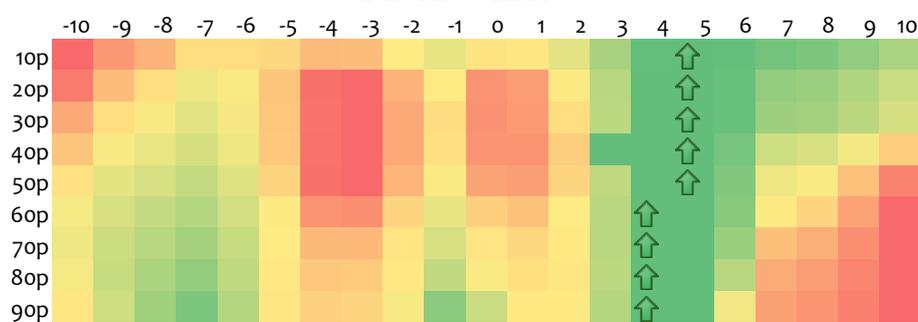
Sin embargo, la identificación de los puntos de giro de las variables estudiadas muestra que durante el inicio de la crisis sanitaria del COVID-19, el ciclo económico presenta dos puntos

⁴ ASFI (2013) ... “Tomando en cuenta la crisis financiera provocada por la liquidación de los bancos Cochabamba y Sur, los créditos otorgados por el BCB y los fondos del FONDESIF, la crisis bancaria entre 1994 y 1996 tuvo un costo de 4% del PIB...”

de valle, en contraste, se identifica un pico del ciclo financiero. En este contexto, cabe la necesidad de ampliar el análisis de los hechos estilizados, mediante métodos que establezcan relaciones no lineales entre dos variables. En este sentido, se recurrió a la estimación de cuantilogramas cruzados. Han et al. (2016) creadores de la metodología indican que la relación de dos series temporales necesariamente no implica predictibilidad direccional lineal una de la otra⁵.

A partir de la división de los cuantiles (percentiles) la relación entre el ciclo económico y financiero tiene una relación pro-cíclica más fuerte en el décimo cuantil, registrando un valor de 0,70; en este caso, el sector real se constituye en un indicador adelantado en cinco trimestres a las condiciones financieras, resultado persistente hasta décimo quinto cuantil (Gráfico 2). Bajo este contexto, los resultados reflejan la sincronía de la contracción (cuantiles inferiores) de ambos ciclos entre 1999 a 2005 (Gráfico 1). Por su parte, desde el décimo sexto cuantil el ciclo económico se constituye en una variable adelantada en cuatro trimestres, lo que significa que en periodos de expansivos de ambos ciclos la relación pro-cíclica es de un año aproximadamente (Gráfico 2).

Gráfico 2: CUANTILOGRAMAS CRUZADOS CICLO ECONÓMICO Y FINANCIERO



Nota: Elaboración propia
La metodología de los cuantilogramas cruzados puede verse en el Apéndice B.
Pham (2021) muestra una representación de cuantilogramas en un mapa de calor.

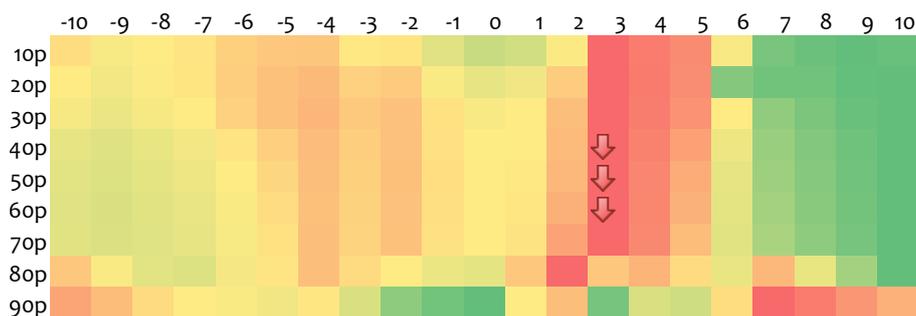
Por otro lado, los efectos de la tasa interés en la economía se relacionan inversamente al crecimiento del consumo de los hogares⁶, debido a la relación teórica presente en la ecuación de Euler. Los resultados a partir de una regresión lineal entre el crecimiento del consumo y la tasa de interés activa y pasiva evidencian que el coeficiente de determinación (R²) es de 0.04 y 0.05, respectivamente (Apéndice A, Gráfico A.2.); los valores bajos de R² se explican por las observaciones del consumo en 2020 (datos atípicos), debido a la crisis sanitaria⁷. En este contexto, la estimación de cuantilogramas cruzados evidencia que en entre el décimo cuarto y décimo sexto cuantil incrementos de la tasa de interés genera una reducción del consumo real presente (Gráfico 3).

⁵ El concepto de cuantilograma y la metodología fue propuesta por Linton y Whang (2007) para medir la predictibilidad en diferentes partes de la distribución de una serie temporal. Los autores señalan el cuantilograma ayuda a medir la dependencia no lineal basada en el correlograma de los aciertos cuantiles.

⁶ En estricto rigor los efectos de la tasa de interés muestran una relación negativa sobre los componentes de la absorción (C+INV+G), lo que se traduce que ante incrementos de esta variable la demanda interna reduciría.

⁷ Se realizó regresiones lineales entre 1998 y 2019, en ambos casos el R² es de 0.29; resultado que evidencia que debido al inicio de la pandemia del COVID-19 el estudio de relaciones lineales entre dos variables podrían tener resultados menos robustos.

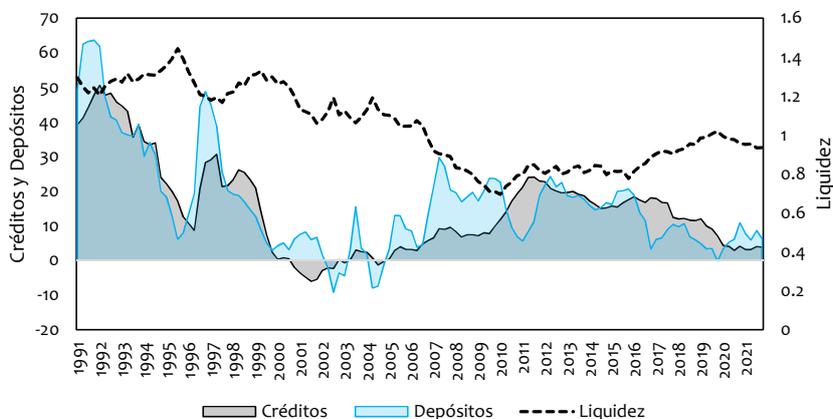
Gráfico 3: CUANTILOGRAS CRUZADOS CONSUMO Y TASA DE ÍTERES ACTIVA



Nota: Elaboración propia
La metodología de los cuantilogramas cruzados puede verse en el Apéndice B.
Pham (2021) muestra una representación de cuantilogramas en un mapa de calor.

En contraste, un mayor consumo a partir de la disminución de la tasa de interés involucra el análisis de la cartera, variable que ayuda a financiar la inversión con un retorno futuro. Por lo citado, los bancos tienen un rol importante como prestamista: captan recursos (depósitos) para apalancar al sector real de la economía. Este apalancamiento tiene un límite, el acceso al crédito, mismo que se establece por el nivel de liquidez de un banco. Con datos a 2021, el comportamiento de la liquidez es estable, cercano a la unidad, si bien los créditos y depósitos presentan tasas de crecimiento positivas, estas presentan un menor ritmo que pasadas gestiones, este escenario se explicaría por la ruptura de la crisis sanitaria COVID-19 que afectó el crecimiento de corto, mediano y largo plazo de la económica boliviana (Gráfico 4).

Gráfico 4: CRECIMIENTO CRÉDITOS Y DEPÓSITOS, LIQUIDEZ
(En porcentaje)



Fuente: Banco Central de Bolivia (BCB)

Nota: Deléchat et al. (2012) y Gautam (2016) consideran que el ratio créditos/depósitos es una medida de liquidez desde la perspectiva de los bancos, la cual indica el porcentaje de los activos de un banco inmovilizado en préstamos sin liquidez.

Por su parte, el apalancamiento de los empresarios se refleja en los préstamos (créditos) presentes en la hoja de balance del sistema bancario, activos; y los recursos provenientes del público en general (depósitos) son obligaciones de los bancos traducidos en pasivos (Apéndice A, Cuadro A.1.). El comportamiento en general de ambas variables en términos de crecimiento es el mismo que el observado en los depósitos y créditos (Gráfico 4).

IV. Modelo

El presente modelo RBC está descrito en tiempo discreto con tres agentes: hogares, bancos y empresarios. Los hogares consumen, trabajan y pueden adquirir bienes inmuebles. Los empresarios acumulan bienes inmuebles, contratan a los hogares y piden préstamos a los

bancos. La intermediación de los fondos lo realiza el banco, es el prestatario con los hogares y prestamista con los empresarios.

Hogares

Existe un continuo de hogares indexados por j en una economía. Cada uno maximiza una función de utilidad, eligiendo una senda óptima de consumo ($C_{H,t}$), oferta laboral (N_t) y demanda de vivienda ($h_{H,t}$)⁸.

$$\max_{C_{H,t}, N_t, D_t, h_{H,t}} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_H^t \left[\log C_{H,t} + \gamma^h \log h_{H,t} - \gamma^N \varepsilon_{N,t} \frac{N_t^{1+\eta} + 1}{1+\eta} \right] \right\}$$

donde $\beta_H \in (0, 1)$ es la tasa subjetiva de descuento de los hogares, η es la inversa de la elasticidad de la oferta laboral de Frish (elasticidad del trabajo con respecto al salario real), γ^h es el ratio de preferencia de vivienda y γ^N es la valoración de los hogares que asigna al ocio en función de su utilidad.

Para que exista una condición óptima en el comportamiento del agente representativo, las restricciones que enfrenta $\forall t$ son descritas como:

$$\begin{aligned} C_{H,t} + D_t + P_{h,t} I_{H,t} &= W_t N_t + i_{t-1}^D D_{t-1} + \epsilon_{B,t} \\ h_{H,t} &= h_{H,t-1} + I_{H,t} \end{aligned}$$

donde $P_{h,t}$ es una agregación de los precios de la vivienda, $I_{H,t}$ es la inversión en vivienda que realizan los hogares, W_t es el salario, D_t son los depósitos y i_t^D es la tasa de interés pasiva. El término $\epsilon_{B,t}$ denota un choque de redistribución que transfiere riqueza del banco al hogar, el mismo choque, con signo contrario, aparece también en la restricción presupuestaria del banco representativo.

Las condiciones de primer orden para el consumo, demanda de vivienda y oferta laboral son:

$$C_{H,t}^{-1} = \beta_H i_t^D E_t C_{H,t+1}^{-1} \quad (1)$$

$$h_{H,t}^{-1} = C_{H,t}^{-1} P_{h,t} - \beta_H E_t C_{H,t+1}^{-1} P_{h,t+1} \quad (2)$$

$$\gamma^N \varepsilon_{N,t} N_t^\eta = W_t C_{H,t}^{-1} \quad (3)$$

Empresarios

El empresario representativo obtiene utilidad solo de su consumo ($C_{E,t}$) y resuelve el siguiente problema⁹:

$$\max_{C_{E,t}, N_t, L_{t+1}, h_{E,t}} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_E^t (\log C_{E,t}) \right\}$$

⁸ La agregación del consumo, oferta laboral y de demanda de vivienda inserta en la función de utilidad de los hogares indexados en esta economía es: $C_{H,t} = \left(\int_0^1 C_{H,t}(j) \frac{\varepsilon^{C_H-1}}{\varepsilon^{C_H}} dj \right)^{\frac{\varepsilon^{C_H}}{\varepsilon^{C_H}-1}}$, $N_t = \left(\int_0^1 N_t(j) \frac{\varepsilon^{N-1}}{\varepsilon^N} dj \right)^{\frac{\varepsilon^N}{\varepsilon^N-1}}$ y $h_{H,t} = \left(\int_0^1 h_{H,t}(j) \frac{\varepsilon^{h_H-1}}{\varepsilon^{h_H}} dj \right)^{\frac{\varepsilon^{h_H}}{\varepsilon^{h_H}-1}}$, respectivamente. ε^{C_H} , ε^N y ε^{h_H} son elasticidades de sustitución: del set de la canasta de consumo de los hogares, entre los diferentes trabajos en el mercado laboral y de la preferencia de la vivienda.

⁹ La agregación del consumo en la función de utilidad de los empresarios indexados es: $C_{E,t} = \left(\int_0^1 C_{E,t}(j) \frac{\varepsilon^{C_E-1}}{\varepsilon^{C_E}} dj \right)^{\frac{\varepsilon^{C_E}}{\varepsilon^{C_E}-1}}$ y ε^{C_E} es la elasticidad de sustitución del set de la canasta de consumo de los empresarios.

sujeto a:

$$C_{E,t} + P_{h,t}I_{E,t} + (i_t^L)^{-1}L_{t-1} + W_tN_t = Y_t + L_t$$

$$h_{E,t} = h_{E,t-1} + I_{E,t}$$

$$Y_t = A_t h_{E,t}^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

$$(i_t^L)^{-1}L_t \leq LTV_t E_t(P_{h,t+1} h_{E,t})$$

donde $\beta_E \in (0, 1)$ es la tasa subjetiva de descuento de los empresarios, $I_{H,t}$ es la inversión en vivienda que realizan los empresarios, L_t son los créditos asignados por los bancos, i_t^L es la tasa de interés activa, $h_{E,t}$ es la acumulación de vivienda, Y_t es la producción y LTV_t es el loan to value (LTV, apalancamiento) que sigue un proceso auto-regresivo AR(1) con innovaciones estocásticas i.i.d. $N(0, \vartheta^2)$. La última expresión se denomina restricciones del colateral, Kiyotaki y Moore (1997) indican que el lado derecho de la ecuación, el financiamiento $((i_t^L)^{-1}L_t)$ debe ser inferior o igual a los valores esperados de la garantía, donde $h_{E,t}$ es el stock de vivienda del empresario y $P_{h,t+1}$ su precio relacionado. Gerali et al. (2009), indican que esta restricción de endeudamiento expresa el valor esperado de su stock de vivienda colateralizable en el periodo inicial “ t ” mismo que debe ser suficiente para garantizar a los prestamistas la devolución de la deuda. En el mismo sentido, Gambacorta y Signoretti (2013) precisan que el LTV es una variable que expresa la relación entre el importe de los préstamos emitidos y el valor descontado del próximo período de los activos de los empresarios.

Las condiciones de primer orden de los empresarios para el consumo, vivienda y demanda laboral son:

$$C_{E,t}^{-1} \left(1 + \frac{P_{h,t}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) = \beta_E i_t^L E_t C_{E,t+1}^{-1} \quad (4)$$

$$h_{E,t} = \frac{C_{E,t}^{-1} \alpha Y_t}{\beta_E E_t C_{E,t+1}^{-1} P_{h,t+1}} \quad (5)$$

$$(1 - \alpha) \left(Y_t / N_t \right) = W_t \quad (6)$$

Bancos

El banco representativo resuelve el siguiente problema¹⁰:

$$\max_{C_{B,t}, D_t, L_t} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_B^t (\log C_{B,t}) \right\}$$

sujeto a:

$$C_{B,t} + i_{t-1}^D D_{t-1} + L_t = D_t + i_t^L L_{t-1} - \epsilon_{B,t}$$

donde $\beta_B \in (0, 1)$ es la tasa subjetiva de descuento de los bancos, $C_{B,t}$ es el consumo privado del banco representativo. Iacoviello (2015) indica que esta formulación del banco representativo es equivalente a la maximización de una función convexa de dividendos (descontados a la tasa, β_B), además que $C_{B,t}$ puede reinterpretarse como el ingreso residual después del pago de interés de los depósitos y cuando los créditos hayan sido desembolsados.

¹⁰ La agregación del consumo en la función de utilidad de los bancos indexados es: $C_{B,t} = \left(\int_0^1 C_{B,t}(j)^{\frac{\epsilon_{CB}-1}{\epsilon_{CB}}} dj \right)^{\frac{\epsilon_{CB}}{\epsilon_{CB}-1}}$ y ϵ_{CB} es la elasticidad de sustitución del set de la canasta de consumo de los empresarios.

El término $\epsilon_{B,t}$ es el choque de redistribución con valores positivos transfiere recursos del banco al hogar.

Iacoviello (2015) asume que el capital bancario al principio del periodo está determinado por $K_{B,t} = L_t - D_t - E_t \epsilon_{B,t+1}$, esta relación se da antes de que se produzcan las pérdidas de los préstamos causadas por los choques de redistribución. Esta misma restricción de adecuación del capital puede reinterpretarse como una restricción de préstamo estándar (periodos posteriores al inicial), es decir:

$$D_t = \gamma^E (L_t - E_t \epsilon_{B,t+1})$$

donde γ^E es la relación entre pasivos y activos del banco. El lado izquierdo de la anterior ecuación denota los pasivos de los bancos D_t , mientras que el lado derecho la fracción de los activos bancarios que pueden utilizarse como colateral una vez se tome en cuenta las pérdidas esperadas. Las condiciones de primer orden de los bancos respecto a los depósitos y créditos son:

$$C_{B,t}^{-1} = \beta_B E_t C_{B,t+1}^{-1} \left(i_t^D - \frac{1}{\gamma^E} \right) \quad (7)$$

$$C_{B,t}^{-1} = \beta_B E_t C_{B,t+1}^{-1} (i_{t+1}^L - 1) \quad (8)$$

Ambas ecuaciones de Euler tienen diferentes pagos de retorno en el equilibrio, dado que i_t^D se determina en el problema de maximización de los hogares. Por su parte, cuando menor sea el valor de γ^E menor será el valor de la liquidez para los préstamos y pagarán una rentabilidad que es mayor al costo de los depósitos.

Condiciones de vaciado del mercado

El producto en el modelo será la suma del consumo de los hogares, empresarios y bancos.

$$Y_t = C_{H,t} + C_{E,t} + C_{B,t} \quad (9)$$

Definición de equilibrio competitivo

Todas las ecuaciones (log-lineales) del equilibrio competitivo Walrasiano se definen en el siguiente sistema de ecuaciones¹¹:

$$\{\hat{C}_{H,t}, \hat{N}_t, \hat{W}_t, \hat{h}_{H,t}, \hat{I}_{H,t}, \hat{i}_t^D, \hat{P}_{h,t}, \hat{D}_t, \hat{Y}_t, \hat{C}_{E,t}, \hat{h}_{E,t}, \hat{LTV}_t, \hat{I}_{E,t}, \hat{A}_t, \hat{i}_t^L, \hat{L}_t, \hat{C}_{B,t}, \epsilon_{B,t}\}_t^\infty$$

Los procesos estocásticos son *i. i. d.* $N(0, \vartheta^2)$:

$$\{\hat{\epsilon}_{A,t}, \hat{\epsilon}_{LTV,t}, \hat{\epsilon}_{N,t}, \hat{\epsilon}_{H,t}, \hat{\epsilon}_{E,t}, \hat{\epsilon}_{B,t}\}_t^\infty$$

Ecuaciones

$$\eta \hat{N}_t + \hat{C}_{H,t} + \hat{\epsilon}_{N,t} = \hat{W}_t \quad (1)$$

$$\hat{C}_{H,t} = E_t \hat{C}_{H,t+1} - \hat{i}_t^D - (\hat{\epsilon}_{H,t+1} - \hat{\epsilon}_{H,t}) \quad (2)$$

$$\hat{h}_{H,t} = \hat{C}_{H,t} - \frac{\beta_H}{(1 - \beta_H)} \hat{i}_t^D + \frac{1}{(1 - \beta_H)} (\beta_H \hat{P}_{h,t+1} - \hat{P}_{h,t}) \quad (3)$$

$$C_{H,t} + D_t + P_{h,t} I_{H,t} = W_t N_t + i_{t-1}^D D_{t-1} + \epsilon_{B,t} \quad (4)$$

$$\hat{h}_{H,t} = \hat{h}_{H,t-1} + \hat{I}_{H,t} \quad (5)$$

$$\hat{W}_t = \hat{Y}_t - \hat{N}_t \quad (6)$$

$$\hat{C}_{E,t} = E_t \hat{C}_{E,t+1} - \hat{i}_t^L - \frac{1}{2} (\hat{LTV}_t + E_t \hat{P}_{h,t+1} - \hat{P}_{h,t}) + \hat{\epsilon}_{E,t} \quad (7)$$

¹¹ La obtención de las condiciones de primer orden y la log-linealización de las ecuaciones están en el Apéndice C.

$$\hat{h}_{E,t} = \hat{Y}_t + \hat{i}_t^L + \frac{1}{2}L\widehat{TV}_t - \frac{1}{2}(E_t\hat{P}_{h,t+1} + \hat{P}_{h,t}) \quad (8)$$

$$C_{H,t} + P_{h,t}I_{E,t} + (i_t^L)^{-1}L_{t+1} + W_tN_t = Y_t + L_t \quad (9)$$

$$\hat{h}_{E,t} = \hat{h}_{E,t-1} + \hat{I}_{E,t} \quad (10)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{A}_t + \alpha\hat{h}_{E,t} + (1 - \alpha)\hat{N}_t \quad (11)$$

$$\hat{L}_{t+1} - \hat{i}_t^L = L\widehat{TV}_t + E_t\hat{P}_{h,t+1} + \hat{h}_{E,t} \quad (12)$$

$$\hat{C}_{B,t} = \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E}\right) E_t\hat{C}_{B,t+1} - \frac{\beta_B}{\beta_H}\hat{i}_t^D - \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E}\right) + 1 + \hat{\epsilon}_{B,t} \quad (13)$$

$$\hat{C}_{B,t} = \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E}\right)\beta_B(E_t\hat{C}_{B,t+1} - 1) - 2\frac{\beta_B}{\beta_E}E_t\hat{i}_{t+1}^L + 1 + \hat{\epsilon}_{B,t} \quad (14)$$

$$C_{B,t} + i_{t-1}^D D_{t-1} + L_t = D_t + i_t^L L_{t-1} - \epsilon_{B,t} \quad (15)$$

$$\epsilon_{B,t} = L_{t-1} - \frac{D_{t-1}}{\gamma^E} \quad (16)$$

$$Y_t = C_{H,t} + C_{E,t} + C_{B,t} \quad (17)$$

$$\hat{A}_t = \rho_A\hat{A}_{t-1} + \hat{\epsilon}_{A,t} \quad (18)$$

$$L\widehat{TV}_t = \rho_{LTV}L\widehat{TV}_{t-1} + \hat{\epsilon}_{LTV,t} \quad (19)$$

Estimación

Se realizó una estimación de parámetros del modelo log-lineal con métodos bayesianos, la muestra comprende desde 1998 a 2021 en frecuencia trimestral. Los datos insumo (variables observables) en el modelo son $[\hat{Y}_t, \hat{C}_t, \hat{L}_t, \hat{D}_t, \hat{i}_t^L, \hat{i}_t^D]$. En el Apéndice D se encuentra el detalle de las estimaciones de los parámetros. Los resultados muestran consistencia con la literatura consultada.

Cuadro 1: DISTRIBUCIÓN PRIOR Y POSTERIOR

Parámetro	Prior	Post	10%	90%	Distribución	S.D.
	Mean	Mean				
β_H	0.98	0.9794	0.9762	0.9829	norm	0.002
β_E	0.94	0.9397	0.9364	0.9432	norm	0.002
β_B	0.945	0.9451	0.9419	0.9485	beta	0.002
α	0.5	0.5990	0.5732	0.6253	beta	0.02
ρ_A	0.5	0.9452	0.9356	0.9529	beta	0.1
ρ_{LTV}	0.5	0.5739	0.5106	0.6409	beta	0.1
St.dev. $\hat{\epsilon}_{LTV,t}$	0.01	0.0398	0.034	0.0455	beta	Inf
St.dev. $\hat{\epsilon}_{A,t}$	0.01	0.0475	0.0389	0.0561	beta	Inf
St.dev. $\hat{\epsilon}_{H,t}$	0.01	0.9435	0.8304	1.0473	invg	Inf
St.dev. $\hat{\epsilon}_{E,t}$	0.01	0.0612	0.0532	0.0682	invg	Inf
St.dev. $\hat{\epsilon}_{B,t}$	0.01	0.9237	0.8225	1.0363	invg	Inf
St.dev. $\hat{\epsilon}_{N,t}$	0.01	0.6221	0.5368	0.699	invg	Inf

Nota: Elaboración propia

El valor prior de las tasas subjetivas de descuento corresponde a los valores calibrados de Valdivia (2008), Iacovello (2015) y Jemio (2020), el valor prior de α es de Benchimol (2013) y los parámetros de persistencia de los procesos AR(1) fueron extraídos de Smets y Wouters (2007) pero su desviación estándar es de Benchimol (2013). Finalmente, las desviaciones estándar y la función de distribución son de Juliard et al. (2006) y Valdivia (2017).

Por su parte, los valores de algunos parámetros fueron calibrados con base en investigaciones previas o extraídos de la información del sistema financiero.

Cuadro 2: CALIBRACIÓN

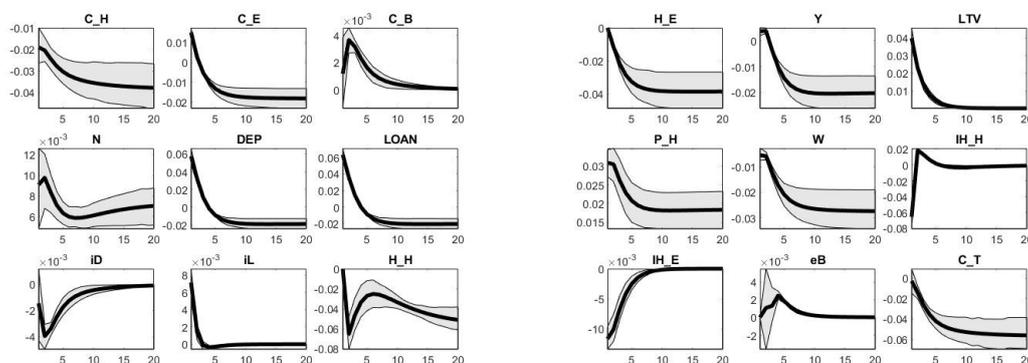
Parámetro	Fuente	Valor
η	Costa Junior (2016)	1.5
γ^E	Relación pasivo/activo información de ASFI	0.9299

V. Resultados

Choques en el apalancamiento ($\hat{\epsilon}_{LTV,t}$) determinan que el empresario representativo contrate mano de obra (N_t) para obtener un mayor nivel de producto (Y_t) en alrededor de 0.0036pp¹² lo que generaría un aumento del consumo empresarial ($C_{E,t}$), el efecto en esta última variable es muy persistente ya que no se visualiza la convergencia al estado estacionario en el periodo 20. Sin embargo, este resultado tiene una explicación intuitiva, al considerarse este consumo en cuentas nacionales como consumo intermedio, un mayor apalancamiento debería dinamizar las relaciones con otros sectores, lo que conlleva al empresario a invertir más en capital de operaciones para mantener el crecimiento del producto.

Otro de los efectos esperados de este tipo de choques es en el precio de vivienda ($P_{h,t}$), variable que incrementa en 0.03pp, para posteriormente persistir el efecto positivo en veinte periodos en alrededor del 0.02pp, este hallazgo sugiere lo planteado por Geanakoplos (2010) que la utilización de deuda para financiar inversiones (LTV), puede crear un ciclo en el que los precios de los activos se elevan, lo que lleva a más apalancamiento y a un mayor aumento de precios. En este contexto, los resultados del modelo indican que los hogares invierten en bienes inmuebles ($I_{H,t}$) generando mayor acumulación de stock de vivienda ($h_{H,t}$), sacrificando el consumo presente ($C_{H,t}$); este último efecto, genera que el empresario se deshaga del stock de vivienda ($h_{E,t}$) ante el incremento de la demanda.

Gráfico 5: CHOQUES EN EL LOAN TO VALUE (LTV. APALANCAMIENTO. $\hat{\epsilon}_{LTV,t}$)



Nota: Elaboración propia.

Por su parte, la mayor adquisición de deuda (créditos. L_t) de los empresarios genera un exceso de demanda en el mercado crediticio (exceso de liquidez) lo que lleva a los bancos a incrementar tasa de interés activa (i_t^L) y disminuir la tasa pasiva (i_{t-1}^D) generando un mayor ingreso residual ($C_{B,t}$).

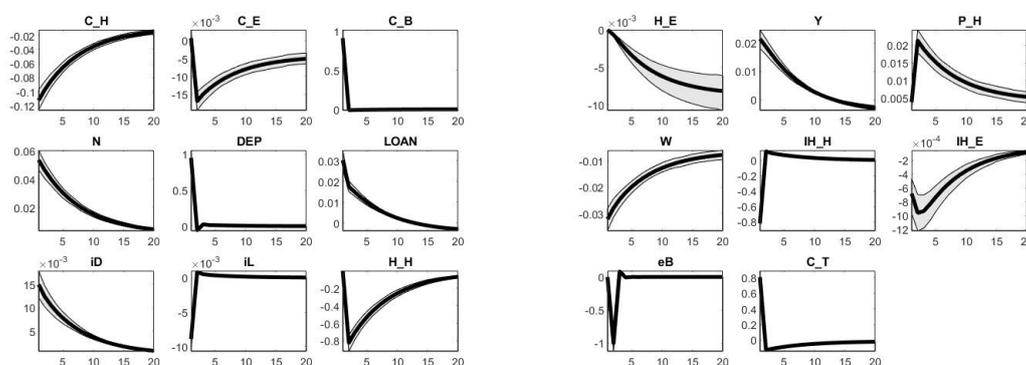
El mecanismo de transmisión se describe como:

¹² Este resultado positivo también se muestra en las investigaciones de Gerali et al. (2009), Brzoza-Brzezina y Makarski (2009) y Sánchez (2016).

$$\begin{aligned} \uparrow St. dev \hat{\varepsilon}_{LTV,t}: \widehat{LTV}_t &\rightarrow \uparrow C_{E,t} \rightarrow \uparrow N_t \rightarrow \uparrow Y_t \rightarrow \uparrow P_{h,t} \rightarrow, \\ &\uparrow I_{H,t} \rightarrow \uparrow h_{H,t} \rightarrow \downarrow C_{H,t} \rightarrow \downarrow h_{E,t}, \\ &\uparrow L_t \rightarrow \uparrow i_t^L \rightarrow \downarrow i_{t-1}^D \rightarrow \uparrow C_{B,t} \end{aligned}$$

En el mismo sentido, los choques de preferencia en el consumo de los bancos ($\hat{\varepsilon}_{B,t}$) afectan positivamente el producto (0.022pp. impacto por encima a choques de apalancamiento). Este resultado es consecuencia de un mayor nivel de créditos (L_t) y depósitos (D_t) lo que deriva en el crecimiento del margen financiero que a su vez afecta en una mayor acumulación de capital bancario. Además, se evidencia un efecto dinámico en el mercado laboral (N_t) frente a este tipo de choque, sugiriendo que los resultados positivos en la hoja de balance del banco representativo incentiva a una mayor producción del sector real. Este resultado a las FIR es corroborado por la medición del PIB por actividad económica. en la que el sector de Servicios financieros incide positivamente al producto¹³, la producción imputada (margen financiero) es la que direcciona el comportamiento de la actividad de Servicios financieros.

Gráfico 6: CHOQUES DE PREFERENCIA DE CONSUMO DE BANCOS ($\hat{\varepsilon}_{B,t}$)



Nota: Elaboración propia

VI. Conclusiones

La relevancia del sector financiero en la economía es consecuencia de la canalización de recursos hacia las empresas. Este resultado se debe en esencia a la movilización de capital entre los agentes que ahorran (depósitos) y los prestatarios (créditos). En este contexto, la oferta de créditos dirigido a las empresas tiene una relación directa con LTV de una empresa, ya que los bancos utilizan el LTV para determinar el riesgo que están dispuestos a asumir en un préstamo; si el LTV es elevado el banco puede incurrir en un riesgo excesivo, por el contrario, si el LTV es bajo el banco tiene un riesgo mínimo.

La importancia de los efectos del LTV en la economía se debe al mismo ciclo de la variable y cómo puede conducir a una crisis financiera. Geanakoplos (2010) argumenta que el apalancamiento, es decir, la utilización de deuda para financiar inversiones, puede crear un ciclo en el que los precios de los activos se elevan, lo que lleva a más apalancamiento y a un mayor crecimiento de los precios. Sin embargo, este ciclo no puede continuar para siempre,

¹³ La producción de servicios financieros es medida por tres tipos de producciones: imputada, principal y secundaria. En el primer caso, se constituye por los servicios de intermediación financiera que consiste en captar y canalizar recursos financieros (captaciones y colocaciones) y es igual al ingreso de la propiedad recibido por las instituciones financieras menos los intereses pagados. En el segundo, son los ingresos que percibe en su participación por cuenta de terceros en facilitar, simplificar y dinamizar las transacciones que realizan los diferentes agentes sobre la administración y flujos de los medios de pago (lo que se denominaría ingresos por comisiones). Y finalmente la secundaria se constituye por el margen de comercialización, alquiler de inmuebles, utilidad generada por compra y venta de inmuebles, los ingresos por servicios de portes, comunicación, asesoramiento técnico y legal.

y eventualmente se produce una corrección del mercado en la que los precios disminuyen, lo que lleva a problemas de solvencia para aquellos que se apalancaron demasiado.

A partir de la estimación de co-movimientos la relación entre el ciclo económico y financiero es pro-cíclica, los datos muestran que la actividad económica real tiende a anticiparse al ciclo financiero en un promedio de cuatro trimestres lo que indica que las condiciones del sector real son cruciales para la estabilidad financiera. Profundizando el análisis estadístico con métodos no lineales, cuantilogramas cruzados, se evidencia la relación pro-cíclica entre el ciclo económico y financiero es más fuerte en el décimo cuantil, con un valor de 0,70. Esto indica que el sector real se convierte en un indicador adelantado en cinco trimestres, resultado persistente hasta el décimo quinto cuantil. Mientras que, a partir del décimo sexto cuantil, el ciclo económico se convierte en una variable adelantada en cuatro trimestres, estos hallazgos resaltan la importancia de considerar los diferentes cuantiles para comprender la relación entre el ciclo económico y financiero.

En este contexto, es importante la construcción de un modelo de equilibrio general donde puede visualizarse los efectos del LTV hacia el sector real de la economía a través de la intermediación financiera. Para este propósito, se planteó un modelo con tres agentes representativos; hogares, empresarios y bancos; los segundos presentan restricciones del colateral, donde choques positivos del LTV captura efectos dinámicos en la economía. A pesar de la simplicidad del modelo los resultados muestran que la intermediación de los bancos es una variable clave para financiar necesidades y proyectos de los agentes, lo que apoyan la premisa que un mayor apalancamiento lleva consigo una mayor demanda de crédito, generando expansiones al ciclo financiero lo que a su vez estimula una mayor actividad en la economía del sector real.

Según los resultados obtenidos, se observa que los impactos positivos en el valor del préstamo sobre el valor del bien inmueble (LTV) generan un mayor dinamismo en la economía (Y_t), con un aumento del 0.0036pp. Este efecto se debe tanto a la acumulación de bienes inmuebles por parte de los hogares ($h_{H,t}$) como a la reinversión de los empresarios ($C_{E,t}$), lo que provoca un incremento en el spread financiero y, por consiguiente, un margen financiero positivo ($C_{B,t}$). En este contexto, se pueden observar los efectos positivos del LTV como un factor importante para dinamizar varias variables macroeconómicas; sin embargo, es importante tener en cuenta que las FIR son simétricas, lo que significa que frente a choques negativos del LTV, la economía podría experimentar una contracción a nivel sistémico. Como señaló Geanakoplos (2010), el apalancamiento es una herramienta de doble filo, y su uso excesivo puede generar inestabilidad en los mercados y la economía en general.

Por su parte, los choques de preferencia en el consumo de los bancos (margen financiero), evidencian efectos dinamizadores en el producto (Y_t) del 0.022pp. Este resultado se debe a un mayor nivel de créditos (L_t) y depósitos (D_t), lo que conduce al crecimiento del margen financiero y, a su vez, a una mayor acumulación de capital bancario. Además, se evidencia un efecto dinámico en el mercado laboral (N_t) ante este tipo de choque, lo que sugiere que los resultados positivos en la hoja de balance del banco representativo incentivan una mayor producción en el sector real.

Referencias bibliográficas

Ágenor Pierre-Richard (2004). "The Economics of Adjustment and Growth". Harvard University Press.

Argandoña A., C. Gámez y F. Mochón (1997). "Macroeconomía Avanzada II: Fluctuaciones cíclicas y crecimiento económico". McGrawHill. Madrid. España.

Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero (2013). "Historia de la Regulación y Supervisión Financiera en Bolivia. Tomo II 1985 -2012". Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero.

Bernanke B., Gertler M. and Gilchrist S. (1999). "The financial accelerator in a quantitative business cycle framework". in J.B. Taylor and M. Woodford (eds.). Handbook of Macroeconomics. volume 1 of Handbook of Macroeconomics. chapter 21. pp. 1341–1393.

Basel Committee on Banking Supervision (2008). "Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision". Bank for International Settlements.

Benchimol J. (2013). "Money in the production function: a New Keynesian DSGE perspective". Mimeo.

Brzoza-Brzezina M. and K. Makarski (2011). "Credit crunch in a small open economy". Journal of International Money and Finance. Vol. 30. Issue 7. Pages 1406-1428.

Calvo G. (1983). "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework". Journal of Monetary Economics. Vol 12.

Campbell. J. and J. Cochrane (1999). "By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior". Journal of Political Economy.

Cazoneri M., Henderson D. and K. Rogoff (1983). "The Information Content of the Interest Rate and Optimal Monetary Policy". The Quarterly Journal of Economics. Vol. 98. Nro 4.

Costa Junior Celso José (2016). "Understanding DSGE". Vernon Press.

Díaz O. e I. Garrón (2016). "Un modelo de equilibrio general estocástico dinámico para analizar el efecto de la política monetaria sobre el sistema financiero boliviano". Banco Central de Bolivia. Revista de Análisis. Vol. 24. pp. 147-192.

Deléchat C., Henaó C., Muthoora P. and S. Vtyurina (2012) "The Determinants of Banks' Liquidity Buffers in Central America". IMF Occasional Paper 230 (Washington: International Monetary Fund).

Dixit A. and J. Stiglitz. (1975). "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity". The Warwick Economics Research Paper Series. University of Warwick. Department of Economics.

Fernández-Villaverde. J. and J. Rubio-Ramírez (2004). "Comparing Dynamic Equilibrium Models to Data: a Bayesian Approach." Journal of Econometrics. 123. 153-187.

Fendoglu S. (2017). "Credit cycles and capital flows: Effectiveness of the macroprudential policy framework in emerging market economies". Journal of Banking and Finance.

Gautam R. (2016) "The Determinants of Banks Liquidity: Empirical Evidence on Nepalese Commercial Banks". Journal of Interdisciplinary Studies.

Gambacorta L. and F. Signoretti (2014) "Should monetary policy lean against the wind? An analysis based on a DSGE model with banking". Journal of Economic Dynamics and Control. 43. 146-174.

- Gertler M. and P. Karadi (2011). "A model of unconventional monetary policy". *Journal of Monetary Economics* 58(1). pp. 17–34.
- Gerali A., Neri S., Sessa L. and F. Signoretto (2009) "Credit and Banking in a DSGE Model". International Monetary Fund. Macro-linkages. oil prices and deflation workshop.
- Geanakoplos, J. (2010) "The leverage cycle". Oxford University Press.
- Han H., Linton O., Oka T., and Y. Whang (2016) "The cross-quantilogram: Measuring quantile dependence and testing directional predictability between time series" *Journal of Econometrics*. Volume 193. Issue 1. Pages 251-270.
- Harding D. and Pagan A. (2002). "Dissecting the cycle: a methodological investigation" *Journal of Monetary Economics*. 49 (2). pp. 365 – 381.
- Humerez J. y E. Yáñez (2011). "Desarrollo del sistema financiero y crecimiento económico Una aproximación a partir del caso boliviano: 2000-2009". *Revista de Análisis*. Enero - Junio 2011. Volumen N° 14. pp. 41-77.
- Iacoviello Matteo (2005) "Houses Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle" *American Economic Review*. 95 - 3.
- Iacoviello Matteo (2015) "Financial business cycles" *Review of Economic Dynamics*. 18. 140-163.
- Jemio Valeria (2020) "Monetary rules in an open economy with distortionary subsidies and inefficient shocks: A DSGE approach for Bolivia". Munich Personal RePEc Archive.
- Juillard M., Karam P., Laxton D. y P. Pesenti. (2006) "Welfare-Based Monetary Policy Rules in an Estimated DSGE Model of the US Economy". European Central Bank. Working Paper Series Nro 613.
- Kiyotaki N. y Moore J. (1997) "Credit Cycles". in *The Journal of Political Economy*. Vol. 105. No. 2. pp. 211-248: The University of Chicago Press.
- Linton O. and Y. Whang (2007) "The quantilogram: With an application to evaluating directional predictability". *Journal of Econometrics* Volume 141. Issue 1. Pages 250-282.
- Mccandles. G. (2008). "The ABCs of RBCs an introduction to Dynamic Macroeconomic Models". Harvard University Press.
- Modigliani. F. (1986). "Life Cycle, Individual Thrift and the Wealth of Nations". *American Economic Review*.
- Peñaloza F. y Valdivia D. (2013). "El crédito productivo y su vínculo con la actividad económica y la inversión". Working - Social Science Research Network.
- Pham L. (2021). "How Integrated are Regional Green Equity Markets? Evidence from a Cross-Quantilogram Approach". *Journal of Risk and Financial Management* 14:39.
- Quelca G. (2006). "Interrelación entre el sistema financiero boliviano y el sector real de la economía. en el marco del entorno macroeconómico (1991 – 2005)". Documento de trabajo - Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero.
- Quast J. and M. Wolters (2022). "Reliable Real-time Output Gap Estimates Based on a Modified Hamilton Filter". *Journal of Business & Economic Statistics*. Volume 40. 2022 - Issue 1.
- Sánchez E. (2016) "Mortgage credit: Lending and borrowing constraints in a DSGE framework". Graduate Institute of International and Development Studies Working Paper.

No. HEIDWP15-2016. Graduate Institute of International and Development Studies. Geneva.

Smets F. and Wouters. R. (2007). “Choques and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach.” NBB Working Paper Series 109.

Schinasi. G. (2004). “Defining financial stability”. International Monetary Fund Working Paper No. 04/187.

Valdivia. D. (2008). “¿Es importante la fijación de precios para entender la dinámica de la inflación en Bolivia?” INESAD. WP Nro 02/2008.

Valdivia D. y Montenegro M (2008). “Reglas Fiscales en Bolivia en el contexto de un Modelo de Equilibrio Dinámico General Estocástico”. Social Science Research Network.

Valdivia D. y Pérez D. (2013). “Dynamic Economic and coordination of fiscal – monetary policies in Latin America: evaluation through a DSGE model”. 11th Dynare Conference - National Bank of Belgium.

Valdivia. J. (2017). “Evaluando la interacción de la Política Monetaria y Fiscal (Teoría Fiscal del Nivel de Precios) a través de un DSGE-VAR. XXII Encuentro de la Red de Investigadores de Banca Central de las Américas (CEMLA).

Valdivia J. (2017). “Impact Of NFPS Capital Expenditure On Economic Growth In Bolivia In Years 2006-2016”. Volúmenes de los Cuadernos de Investigación Económica Boliviana publicados por el Ministerio de Economía y Finanzas Públicas 2017-3. Ministerio de Economía y Finanzas Públicas de Bolivia.

Valdivia J. (2016). “Acelerador Financiero. Impacto del Precio del Gas”. Munich Personal RePEc Archive.

Valdivia J. (2019). “Colocación de cartera y crecimiento sectorial” Banco Central de Bolivia. Documento de trabajo N° 03/2019.

Valdivia J. and Valdivia D. (2019). “Microfoundations of a monetary policy. Poole's rule”. Journal of Economics Bibliography.

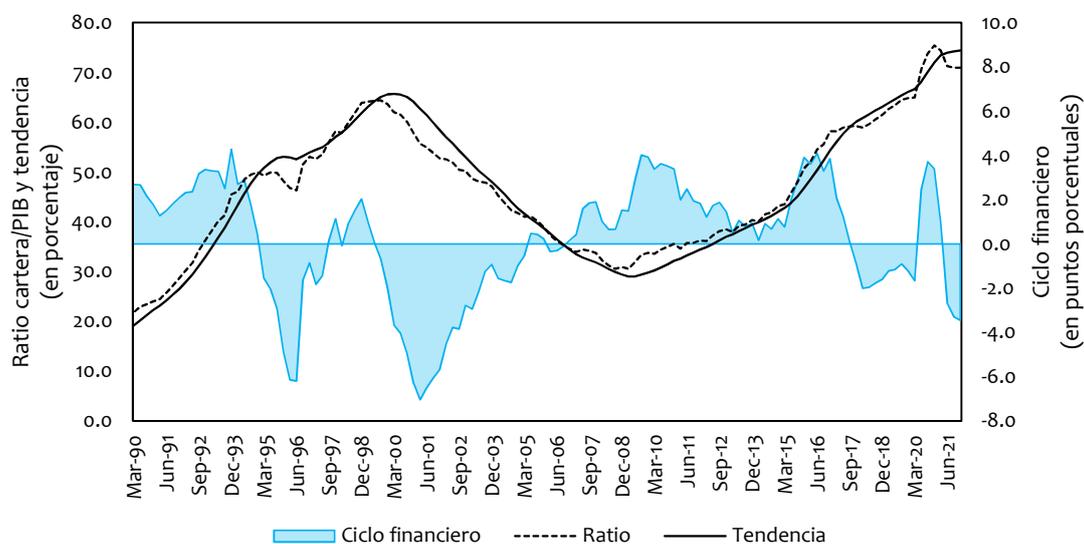
Woodford Michael. (2003). “Interest & Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy”. Princeton: Princeton University Press.

Wenlang Zhang (2008). “China's monetary policy: Quantity versus price rules”. Journal of Macroeconomics – ELSEVIER.

APÉNDICES

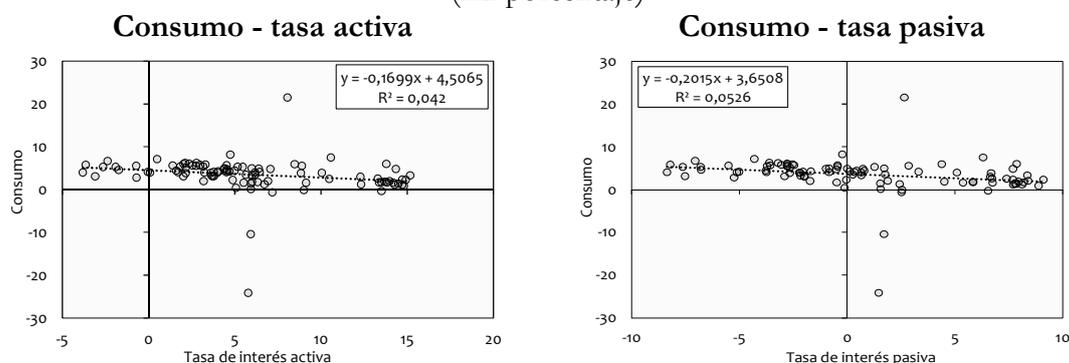
Apéndice A

Gráfico A.1: CICLO FINANCIERO (En porcentaje)



Nota: Elaboración propia con base en datos del Banco Central de Bolivia. El indicador fue construido con base en Fendoglu (2017). la brecha del crédito/PIB se obtiene a través de filtro de Hodrick-Prescott (HP) de una sola cola con un $\lambda=1600$. el autor define el valor de este parámetro para el ciclo financiero de mediano plazo para economías emergentes.

Gráfico A.2: RELACIÓN TASA DE INTERÉS REALES. CONSUMO (En porcentaje)



Fuente: Elaboración propia
Nota: Las regresiones lineales se estimaron en un intervalo de tiempo desde 1998 a 2021 en frecuencia trimestral.

Cuadro A.1: Hoja de balance del sistema bancario con el sector privado (En millones de Bs. y porcentaje)

	Activo		Pasivo				Crecimiento	
	Financiamiento al sector privado	Medio circulante	Caja de ahorros	Depósitos a plazo fijo	Otras obligaciones	Obligaciones con el sector privado	Activo	Pasivo
2010		37.437,7	17.246,5	18.187,6	969,8			
2011		43.017,3	21.507,3	21.222,7	1.270,8		22,3	17,8
2012		51.159,4	25.090,6	25.706,5	1.753,7		17,4	19,2
2013		58.148,0	30.886,1	30.393,7	2.681,5		21,6	17,7
2014		65.923,0	40.001,6	43.432,4	3.334,6		32,3	25,0
2015		70.680,2	51.701,8	51.376,0	4.535,6		19,0	16,8
2016		70.355,0	47.478,1	59.897,1	5.628,9		16,2	2,8
2017		73.839,6	51.690,4	70.982,8	5.760,8		13,0	10,3
2018		75.664,6	55.218,1	77.377,0	5.457,6		12,0	5,7
2019		73.284,5	50.102,7	84.564,8	5.446,5		7,2	(0,1)
2020		82.367,5	58.235,9	90.943,0	6.588,9		3,7	11,6
2021		79.066,3	56.740,5	93.877,6	6.264,2		0,4	(0,9)

Fuente: Banco Central de Bolivia
Nota: Los datos en 2021 están al primer semestre

Apéndice B

De acuerdo con la metodología propuesta de Han et al. (2016) un cuantilograma cruzado se define como:

$$\rho_{\tau}(k) = \frac{E[\psi_{\tau_1}(g_{1,t} - q_{1,t}(\tau_1))\psi_{\tau_2}(g_{2,t-k} - q_{2,t-k}(\tau_2))]}{\sqrt{E[\psi_{\tau_1}^2(g_{1,t} - q_{1,t}(\tau_1))]} \sqrt{E[\psi_{\tau_2}^2(g_{2,t-k} - q_{2,t-k}(\tau_2))]}}$$

donde g_{it} . es el valor de las variables involucradas y $q_{i,t}$. representa el valor del cuantilograma. es decir. el valor del cuantil (percentil) dividido en función al criterio del investigador sea cuartiles. quintiles. deciles o los mismos percentiles. Para cada $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ donde $\psi_a(u) \equiv 1[u < 0] - a$. el cuantilograma cruzado capta la dependencia serial entre las dos series en diferentes niveles de cuantiles. Han et al. (2016) señalan que el cuantilograma está bien definido incluso para procesos infinitos y este es invariante ante cualquier transformación estrictamente monótona aplicada a ambas series. como la transformación logarítmica.

Análogamente. para la construcción muestral del cuantilograma cruzado se debe tener en cuenta las siguientes observaciones $\{x_1, \dots, x_T\}$. se debe estimar las funciones cuantílicas incondicionales resolviendo los siguientes problemas de minimización. por separado:

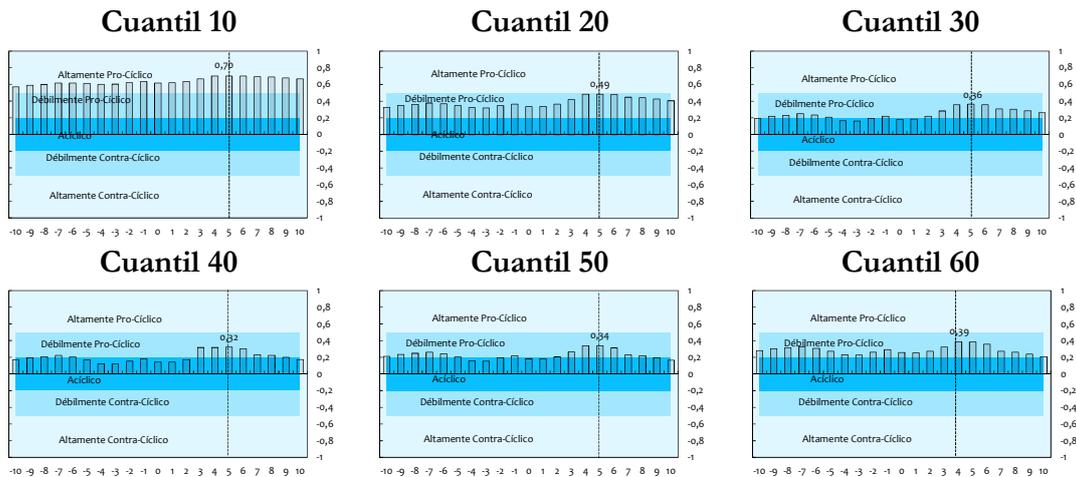
$$\hat{q}_1(\alpha_1) = \arg \min_{v_1 \in \mathbf{R}} \sum_{t=1}^T \pi_{\tau_1}(g_{1t} - v_1) \text{ y } \hat{q}_2(\alpha_2) = \arg \min_{v_2 \in \mathbf{R}} \sum_{t=1}^T \pi_{\tau_2}(g_{2t} - v_2)$$

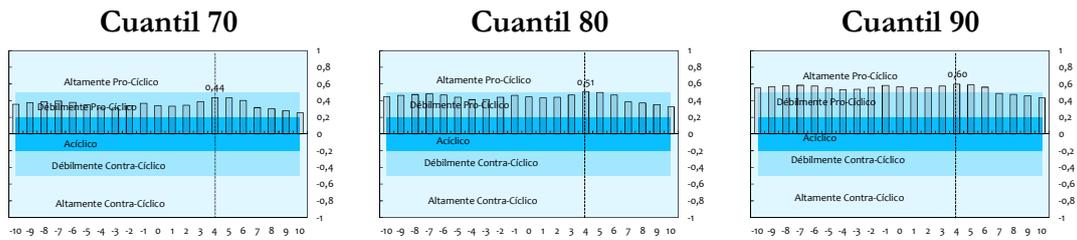
donde $\pi_a(u) \equiv u(a - 1[u < 0])$. Entonces el cuantilograma cruzado muestral es definido como:

$$\hat{\rho}_{\tau}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^T \psi_{\tau_1}(g_{1,t} - \hat{q}_{1,t}(\tau_1))\psi_{\tau_2}(g_{2,t-k} - \hat{q}_{2,t-k}(\tau_2))}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^T \psi_{\tau_1}^2(g_{1,t} - \hat{q}_{1,t}(\tau_1))} \sqrt{\sum_{t=k+1}^T \psi_{\tau_2}^2(g_{2,t-k} - \hat{q}_{2,t-k}(\tau_2))}}$$

para $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ dado un conjunto de cuantiles. el cuantilograma cruzado considera la dependencia en términos de la dirección de la desviación de los percentiles. por tanto mide la predictibilidad direccional de una serie a otra a distintos niveles de la distribución.

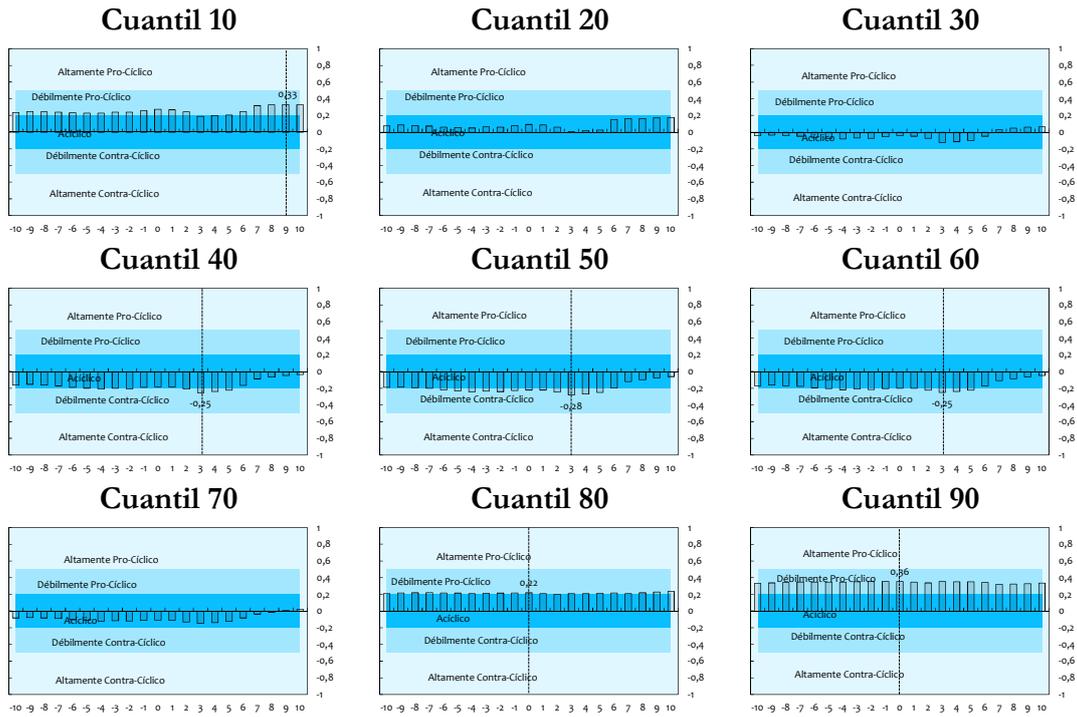
Gráfico B.1: CUANTILOGRAS CRUZADOS CICLO ECONÓMICO Y FINANCIERO





Nota: Elaboración propia
 Los umbrales de los co-movimientos se obtuvieron con base a Argandoña et al. (1997).

Gráfico B.2: CUANTILOGRAS CRUZADOS CONSUMO Y TASA DE ÍTERES ACTIVA



Nota: Elaboración propia
 Los umbrales de los co-movimientos se obtuvieron con base a Argandoña et al. (1997).

Apéndice C

Derivación de las condiciones de primer orden y log-linealización de hogares empresarios y bancos.

Hogares:

$$\max_{C_{H,t}, N_t, D_t, h_{H,t}} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_H^t \varepsilon_{H,t} \left[\log C_{H,t} + \gamma^h \log h_{H,t} - \gamma^N \varepsilon_{N,t} \frac{N_t^{1+\eta} + 1}{1+\eta} \right] \right\}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} C_{H,t} + D_t + P_{h,t} I_{H,t} &= W_t N_t + i_{t-1}^D D_{t-1} \\ h_{H,t} &= h_{H,t-1} + I_{H,t} \end{aligned}$$

reescribiendo ambas restricciones se obtiene:

$$C_{H,t} + D_t + P_{h,t} (h_{H,t} - h_{H,t-1}) = W_t N_t + i_{t-1}^D D_{t-1}$$

El problema de maximización del hogar representativo será:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta_H^t \varepsilon_{H,t} \left\{ \begin{aligned} &\left[\log C_{H,t} + \gamma^h \log h_{H,t} - \gamma^N \varepsilon_{N,t} \frac{N_t^{1+\eta} + 1}{1+\eta} \right] + \\ &\lambda_{H,t} [W_t N_t + i_{t-1}^D D_{t-1} - C_{H,t} - D_t - P_{h,t} (h_{H,t} - h_{H,t-1})] \end{aligned} \right\}$$

CPO:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H_t^P} & \quad \lambda_{H,t} = \frac{1}{C_{H,t}}; \quad \forall t \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t^P} & \quad \gamma^N \varepsilon_{N,t} N_t^\eta = \lambda_{H,t} W_t \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D_t} & \quad \varepsilon_{H,t} \lambda_{H,t} = \beta_H i_t^D E_t \varepsilon_{H,t+1} \lambda_{H,t+1} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{H,t}} & \quad \varepsilon_{H,t} \frac{1}{h_{H,t}} - \varepsilon_{H,t} \lambda_{H,t} P_{h,t} + \beta_H \varepsilon_{H,t+1} E_t \lambda_{H,t+1} P_{h,t+1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{H,t}} & \quad W_t N_t + i_{t-1}^D D_{t-1} = C_{H,t} + D_t + P_{h,t} (h_{H,t} - h_{H,t-1}) \end{aligned}$$

El precio sombra en términos log-lineales.

$$\begin{aligned} \lambda_{H,t} = \frac{1}{C_{H,t}} & \rightarrow \lambda_{H,ss} (1 + \hat{\lambda}_{H,t}) = \frac{1}{C_{H,ss}} (1 - \hat{C}_{H,t}) \\ \hat{\lambda}_{H,t} & = -\hat{C}_{H,t} \end{aligned}$$

La oferta laboral de los hogares será:

$$\begin{aligned} \gamma^N \varepsilon_{N,t} N_t^\eta &= \lambda_{H,t} W_t \\ \gamma^N \varepsilon_{N,t} N_t^\eta &= \frac{W_t}{C_{H,t}} \\ \gamma^N \varepsilon_{N,ss} N_{ss}^\eta &= \frac{W_{ss}}{C_{H,ss}} \rightarrow \gamma^N N_{ss}^\eta = \frac{W_{ss}}{C_{H,ss}} \end{aligned}$$

$$\gamma^N \varepsilon_{N.ss} N_{ss}^\eta (1 + \eta \hat{N}_t + \hat{\varepsilon}_{N.t}) = \frac{W_{ss}}{C_{H.ss}} (1 + \hat{W}_t - \hat{C}_{H.t})$$

$$\eta \hat{N}_t + \hat{C}_{H.t} + \hat{\varepsilon}_{N.t} = \hat{W}_t$$

De la ecuación de Euler

$$\varepsilon_{H.t} \lambda_{H.t} = \beta_H i_t^D E_t \varepsilon_{H.t+1} \lambda_{H.t+1}$$

$$\frac{\lambda_{H.t}}{i_t^D} = \frac{\beta_H E_t \varepsilon_{H.t+1} \lambda_{H.t+1}}{\varepsilon_{H.t}}$$

Definiendo es estado estacionario

$$\frac{\lambda_{H.ss}}{i_{ss}^D} = \frac{\beta_H \varepsilon_{H.ss} \lambda_{H.ss}}{\varepsilon_{H.ss}} \rightarrow \frac{1}{i_{ss}^D} = \beta_H$$

$$\varepsilon_{H.t} \lambda_{H.t} = \beta_H i_t^D E_t \varepsilon_{H.t+1} \lambda_{H.t+1}$$

En términos log-lineales se obtiene:

$$\varepsilon_{H.ss} \lambda_{H.ss} (1 + \hat{\lambda}_{H.t} + \hat{\varepsilon}_{H.t}) = \beta_H i_{ss}^D \varepsilon_{H.ss} \lambda_{H.ss} (1 + i_t^D + E_t \hat{\lambda}_{H.t+1} + \hat{\varepsilon}_{H.t+1})$$

$$\hat{\lambda}_{H.t} + \hat{\varepsilon}_{H.t} = i_t^D + E_t \hat{\lambda}_{H.t+1} + \hat{\varepsilon}_{H.t+1}$$

$$-\hat{C}_{H.t} + \hat{\varepsilon}_{H.t} = i_t^D - E_t \hat{C}_{H.t+1} + \hat{\varepsilon}_{H.t+1}$$

$$\hat{C}_{H.t} = E_t \hat{C}_{H.t+1} - i_t^D - (\hat{\varepsilon}_{H.t+1} - \hat{\varepsilon}_{H.t})$$

De la inversión en stock de vivienda

$$\varepsilon_{H.t} \frac{1}{h_{H.t}} = \varepsilon_{H.t} \lambda_{H.t} P_{h.t} - \beta_H \varepsilon_{H.t+1} E_t \lambda_{H.t+1} P_{h.t+1}$$

$$\frac{1}{h_{H.t}} = \lambda_{H.t} P_{h.t} - \frac{\beta_H \varepsilon_{H.t+1} E_t \lambda_{H.t+1}}{\varepsilon_{H.t}} P_{h.t+1}$$

De la ecuación de Euler podemos reemplazar la siguiente expresión $\frac{\lambda_{H.t}}{i_t^D} = \frac{\beta_H E_t \varepsilon_{H.t+1} \lambda_{H.t+1}}{\varepsilon_{H.t}}$.

$$\frac{1}{h_{H.t}} = \lambda_{H.t} P_{h.t} - \frac{\lambda_{H.t}}{i_t^D} P_{h.t+1}$$

$$\frac{1}{h_{H.t}} = \frac{1}{C_{H.t}} P_{h.t} - \frac{1}{C_{H.t} i_t^D} P_{h.t+1}$$

Definiendo el estado estacionario

$$\frac{1}{h_{H.ss}} = \frac{1}{C_{H.ss}} P_{h.ss} - \frac{1}{C_{H.ss} i_{ss}^D} P_{h.ss}$$

$$\frac{1}{h_{H.ss}} = \frac{1}{C_{H.ss}} - \frac{\beta_H}{C_{H.ss}} \rightarrow \frac{1}{h_{H.ss}} = \frac{1}{C_{H.ss}} (1 - \beta_H)$$

$$\frac{C_{H.ss}}{h_{H.ss}} = 1 - \beta_H$$

Operando sobre la demanda de vivienda.

$$\frac{1}{h_{H.t}} = \frac{1}{C_{H.t}} P_{h.t} - \frac{1}{C_{H.t} i_t^D} P_{h.t+1}$$

$$\frac{C_{H,t}}{h_{H,t}} = P_{h,t} - \frac{P_{h,t+1}}{i_t^D}$$

En términos log-lineales se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{C_{H,ss}}{h_{H,ss}}(1 + \hat{C}_{H,t} - \hat{h}_{H,t}) &= P_{h,ss}(1 + \hat{P}_{h,t}) - \frac{P_{h,ss}}{i_{ss}^D}(1 + \hat{P}_{h,t+1} - \hat{i}_t^D) \\ (1 - \beta_H)(1 + \hat{C}_{H,t} - \hat{h}_{H,t}) &= (1 + \hat{P}_{h,t}) - \beta_H(1 + \hat{P}_{h,t+1} - \hat{i}_t^D) \\ 1 + \hat{C}_{H,t} - \hat{h}_{H,t} - \beta_H - \beta_H \hat{C}_{H,t} + \beta_H \hat{h}_{H,t} &= 1 + \hat{P}_{h,t} - \beta_H - \beta_H \hat{P}_{h,t+1} + \beta_H \hat{i}_t^D \\ \hat{C}_{H,t}(1 - \beta_H) - \hat{h}_{H,t}(1 - \beta_H) &= \hat{P}_{h,t} - \beta_H \hat{P}_{h,t+1} + \beta_H \hat{i}_t^D \\ \hat{C}_{H,t}(1 - \beta_H) - \hat{P}_{h,t} + \beta_H \hat{P}_{h,t+1} - \beta_H \hat{i}_t^D &= \hat{h}_{H,t}(1 - \beta_H) \\ \hat{h}_{H,t} &= \hat{C}_{H,t} - \frac{\beta_H}{(1 - \beta_H)} \hat{i}_t^D + \frac{1}{(1 - \beta_H)} (\beta_H \hat{P}_{h,t+1} - \hat{P}_{h,t}) \end{aligned}$$

Empresarios:

$$\max_{C_{E,t}, N_t, L_{t+1}, h_{E,t}} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_E^t \varepsilon_{E,t} (\log C_{E,t}) \right\}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} C_{H,t} + P_{h,t} I_{E,t} + (i_t^L)^{-1} L_{t-1} + W_t N_t &= Y_t + L_t \\ h_{E,t} &= h_{E,t-1} + I_{E,t} \\ Y_t &= A_t h_{E,t}^\alpha N_t^{1-\alpha} \\ (i_t^L)^{-1} L_t &= LTV_t E_t (P_{h,t+1} h_{E,t}) \end{aligned}$$

La restricción de endeudamiento se puede expresar como $\frac{(i_t^L)^{-1} L_t}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} = h_{E,t}$. variable ($h_{E,t}$) que se reemplaza en la primera restricción de movimiento del stock de vivienda: $\frac{(i_t^L)^{-1} L_t}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} = h_{E,t-1} + I_{E,t} \rightarrow \frac{(i_t^L)^{-1} L_t}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} - h_{E,t-1} = I_{E,t}$. Rescribiendo todas las restricciones en una sola expresión se tiene:

$$C_{H,t} + P_{h,t} \left[\frac{(i_t^L)^{-1} L_t}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} - h_{E,t-1} \right] + (i_t^L)^{-1} L_{t-1} + W_t N_t = A_t h_{E,t}^\alpha N_t^{1-\alpha} + L_t$$

El problema de maximización del empresario representativo será:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta_E^t \varepsilon_{E,t} \left\{ \lambda_{E,t} \left[A_t h_{E,t}^\alpha N_t^{1-\alpha} + L_t - C_{H,t} - P_{h,t} \left(\frac{(i_t^L)^{-1} L_t}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} - h_{E,t-1} \right) - (i_t^L)^{-1} L_{t-1} - W_t N_t \right] + (\log C_{E,t}) \right\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{E,t}} \quad \lambda_{E,t} = \frac{1}{C_{E,t}}; \forall t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} \quad (1 - \alpha) A_t h_{E,t}^\alpha N_t^{-\alpha} \left(\frac{N_t}{N_t} \right) - W_t = 0 \rightarrow (1 - \alpha) \left(\frac{Y_t}{N_t} \right) = W_t$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} & \quad \beta_E \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} - \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \frac{P_{h,t} (i_t^L)^{-1}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} - \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} (i_{t+1}^L)^{-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{E,t}} & \quad \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \alpha A_t h_{E,t}^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha} - \beta_E \varepsilon_{E,t+1} E_t \lambda_{E,t+1} P_{h,t+1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{E,t}} & \quad A_t h_{E,t}^\alpha N_t^{1-\alpha} + L_t = \\ & \quad C_{H,t} + P_{h,t} \left(\frac{(i_t^L)^{-1} L_{t+1}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} - h_{E,t-1} \right) + (i_t^L)^{-1} L_{t+1} + W_t N_t \end{aligned}$$

El precio sombra en términos log-lineales.

$$\begin{aligned} \lambda_{E,t} &= \frac{1}{C_{E,t}} \rightarrow \lambda_{E,ss} (1 + \hat{\lambda}_{E,t}) = \frac{1}{C_{E,ss}} (1 - \hat{C}_{E,t}) \\ \hat{\lambda}_{E,t} &= -\hat{C}_{E,t} \end{aligned}$$

La demanda laboral de los empresarios será:

$$\begin{aligned} (1 - \alpha) \left(\frac{Y_t}{N_t} \right) &= W_t \\ W_{ss} &= (1 - \alpha) \frac{Y_{ss}}{N_{ss}} \\ W_{ss} (1 + \hat{W}_t) &= (1 - \alpha) \frac{Y_{ss}}{N_{ss}} (1 + \hat{Y}_t - \hat{N}_t) \\ \hat{W}_t &= \hat{Y}_t - \hat{N}_t \end{aligned}$$

De la ecuación de Euler $\frac{1}{C_{E,t}}$

$$\begin{aligned} \beta_E \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} - \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \frac{P_{h,t} (i_t^L)^{-1}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} - \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} (i_{t+1}^L)^{-1} &= 0 \\ \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \left(\beta_E - \frac{P_{h,t} (i_t^L)^{-1}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) &= \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} (i_{t+1}^L)^{-1} \\ \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \frac{P_{h,t} (i_t^L)^{-1}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} + \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} (i_t^L)^{-1} &= \beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} \\ \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} (i_t^L)^{-1} \left(1 + \frac{P_{h,t}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) &= \beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} \\ \beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} &= \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} (i_t^L)^{-1} \left(1 + \frac{P_{h,t}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) \\ \beta_E \varepsilon_{E,t+1} \frac{1}{C_{E,t+1}} &= \varepsilon_{E,t} \frac{1}{C_{E,t}} (i_t^L)^{-1} \left(1 + \frac{P_{h,t}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) \\ \beta_E \varepsilon_{E,ss} \frac{1}{C_{E,ss}} &= \varepsilon_{E,ss} \frac{1}{C_{E,ss}} (i_{ss}^L)^{-1} \left(1 + \frac{P_{h,ss}}{LTV_{ss} P_{h,ss}} \right) \\ \beta_E &= \frac{1}{i_{ss}^L} (1 + 1) \rightarrow \beta_E = \frac{2}{i_{ss}^L} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} &= \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} (i_t^L)^{-1} \left(1 + \frac{P_{h,t}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) \\
\beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} &= \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} (i_t^L)^{-1} \left(\frac{LTV_t E_t P_{h,t+1} + P_{h,t}}{LTV_t E_t P_{h,t+1}} \right) \\
\beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} (LTV_t E_t P_{h,t+1}) &= \varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} (i_t^L)^{-1} (LTV_t E_t P_{h,t+1} + P_{h,t}) \\
\beta_E \varepsilon_{E,t+1} \frac{i_t^L}{C_{E,t+1}} (LTV_t E_t P_{h,t+1}) &= \varepsilon_{E,t} \frac{1}{C_{E,t}} (LTV_t E_t P_{h,t+1} + P_{h,t}) \\
\beta_E \varepsilon_{E,t+1} \frac{i_t^L}{C_{E,t+1}} LTV_t E_t P_{h,t+1} &= \varepsilon_{E,t} \frac{LTV_t E_t P_{h,t+1}}{C_{E,t}} + \varepsilon_{E,t} \frac{P_{h,t}}{C_{E,t}} \\
\beta_E \varepsilon_{E,ss} \frac{i_{ss}^L}{C_{E,ss}} LTV_{ss} P_{h,ss} (1 + i_t^L + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t+1} - \widehat{C}_{E,t+1}) \\
&= \varepsilon_{E,ss} \frac{LTV_{ss} P_{h,ss}}{C_{E,ss}} (1 + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t}) \\
&\quad + \varepsilon_{E,ss} \frac{P_{h,ss}}{C_{E,ss}} (1 + \widehat{P}_{h,t} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t}) \\
\beta_E \frac{2}{\beta_E} \frac{1}{C_{E,ss}} (1 + i_t^L + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t+1} - E_t \widehat{C}_{E,t+1}) \\
&= \frac{1}{C_{E,ss}} (1 + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t}) \\
&\quad + \frac{1}{C_{E,ss}} (1 + \widehat{P}_{h,t} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t}) \\
2(1 + i_t^L + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t+1} - E_t \widehat{C}_{E,t+1}) \\
&= (1 + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t}) + (1 + \widehat{P}_{h,t} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t}) \\
2 + 2i_t^L + 2L\widehat{TV}_t + 2E_t \widehat{P}_{h,t+1} + 2\widehat{\varepsilon}_{E,t+1} - 2E_t \widehat{C}_{E,t+1} \\
&= 1 + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t} + 1 + \widehat{P}_{h,t} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} - \widehat{C}_{E,t} \\
2i_t^L + 2L\widehat{TV}_t + 2E_t \widehat{P}_{h,t+1} + 2\widehat{\varepsilon}_{E,t+1} - 2E_t \widehat{C}_{E,t+1} \\
&= L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + 2\widehat{\varepsilon}_{E,t} - 2\widehat{C}_{E,t} + \widehat{P}_{h,t} \\
2\widehat{C}_{E,t} &= -2i_t^L - 2L\widehat{TV}_t - 2E_t \widehat{P}_{h,t+1} - 2\widehat{\varepsilon}_{E,t+1} + 2E_t \widehat{C}_{E,t+1} + L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} + 2\widehat{\varepsilon}_{E,t} \\
&\quad + \widehat{P}_{h,t} \\
2\widehat{C}_{E,t} &= 2E_t \widehat{C}_{E,t+1} - 2i_t^L - L\widehat{TV}_t - E_t \widehat{P}_{h,t+1} - 2\widehat{\varepsilon}_{E,t+1} + 2\widehat{\varepsilon}_{E,t} + \widehat{P}_{h,t} \\
\widehat{C}_{E,t} &= E_t \widehat{C}_{E,t+1} - i_t^L - \frac{1}{2} L\widehat{TV}_t - \frac{1}{2} E_t \widehat{P}_{h,t+1} - \widehat{\varepsilon}_{E,t+1} + \widehat{\varepsilon}_{E,t} + \frac{1}{2} \widehat{P}_{h,t} \\
\widehat{C}_{E,t} &= E_t \widehat{C}_{E,t+1} - i_t^L - \frac{1}{2} (L\widehat{TV}_t + E_t \widehat{P}_{h,t+1} - \widehat{P}_{h,t}) - (\widehat{\varepsilon}_{E,t+1} - \widehat{\varepsilon}_{E,t})
\end{aligned}$$

De la demanda de stock de vivienda se tiene.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \alpha A_t h_{E,t}^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha} - \beta_E \varepsilon_{E,t+1} E_t \lambda_{E,t+1} P_{h,t+1} &= 0 \\
\frac{\varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \alpha A_t h_{E,t}^{\alpha} N_t^{1-\alpha}}{h_{E,t}} &= \beta_E \varepsilon_{E,t+1} \lambda_{E,t+1} P_{h,t+1} \\
\frac{\varepsilon_{E,t} \lambda_{E,t} \alpha Y_t}{\beta_E \varepsilon_{E,t+1} E_t \lambda_{E,t+1} P_{h,t+1}} &= h_{E,t}
\end{aligned}$$

En estado estacionario

$$h_{E.ss} = \frac{\varepsilon_{E.ss} \lambda_{E.ss} \alpha Y_{ss}}{\beta_E \varepsilon_{E.ss} \lambda_{E.ss} P_{h.ss}}$$

$$h_{E.ss} = \frac{\alpha Y_{ss}}{\beta_E} \rightarrow \frac{h_{E.ss}}{Y_{ss}} = \frac{\alpha}{\beta_E}$$

En términos log-lineales se obtiene:

$$h_{E.ss}(1 + \hat{h}_{E,t}) = \frac{\varepsilon_{E.ss} \lambda_{E.ss} \alpha Y_{ss}}{\beta_E \varepsilon_{E.ss} \lambda_{E.ss} P_{h.ss}} (1 + \hat{\lambda}_{E,t} + \hat{Y}_t + \hat{\varepsilon}_{E,t} - \hat{\varepsilon}_{E,t+1} - E_t \hat{\lambda}_{E,t+1} - E_t \hat{P}_{h,t+1})$$

$$\frac{h_{E.ss}}{Y_{ss}} (1 + \hat{h}_{E,t}) = \frac{\alpha}{\beta_E} (1 + \hat{\lambda}_{E,t} + \hat{Y}_t + \hat{\varepsilon}_{E,t} - \hat{\varepsilon}_{E,t+1} - E_t \hat{\lambda}_{E,t+1} - E_t \hat{P}_{h,t+1})$$

$$\hat{h}_{E,t} = -\hat{C}_{E,t} + \hat{Y}_t + \hat{\varepsilon}_{E,t} - \hat{\varepsilon}_{E,t+1} + E_t \hat{C}_{E,t+1} - E_t \hat{P}_{h,t+1}$$

$$\hat{h}_{E,t} = E_t \hat{C}_{E,t+1} - \hat{C}_{E,t} + \hat{Y}_t - E_t \hat{P}_{h,t+1} - (\hat{\varepsilon}_{E,t+1} - \hat{\varepsilon}_{E,t})$$

Bancos:

$$\max_{C_{B,t}, D_t, L_t} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_B^t \varepsilon_{B,t} (\log C_{B,t}) \right\}$$

sujeto a:

$$C_{B,t} + i_{t-1}^D D_{t-1} + L_t = D_t + i_t^L L_{t-1} - \varepsilon_{B,t}$$

$$D_t = \gamma^E (L_t - E_t \varepsilon_{B,t+1})$$

$$E_t \varepsilon_{B,t+1} = L_t - \frac{D_t}{\gamma^E} : \forall t \rightarrow \varepsilon_{B,t} = L_{t-1} - \frac{D_{t-1}}{\gamma^E}$$

Combinando ambas restricciones se tiene:

$$C_{B,t} + i_{t-1}^D D_{t-1} + L_t = D_t + i_t^L L_{t-1} - L_{t-1} + \frac{D_{t-1}}{\gamma^E}$$

El problema de maximización del banco representativo será:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta_B^t \varepsilon_{B,t} \left\{ \begin{array}{l} (\log C_{B,t}) + \\ \lambda_{B,t} \left[D_t + i_t^L L_{t-1} - L_{t-1} + \frac{D_{t-1}}{\gamma^E} - C_{B,t} - i_{t-1}^D D_{t-1} - L_t \right] \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{B,t}} \quad \lambda_{B,t} = \frac{1}{C_{B,t}}; \forall t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D_t} \quad \varepsilon_{B,t} \lambda_{B,t} + \frac{\varepsilon_{B,t+1} \beta_B E_t \lambda_{B,t+1}}{\gamma^E} - \beta_B \varepsilon_{B,t+1} i_t^D E_t \lambda_{B,t+1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} \quad -\varepsilon_{B,t} \lambda_{B,t} + \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} i_{t+1}^L - \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{B,t}} \quad D_t + i_t^L L_{t-1} - L_{t-1} + \frac{D_{t-1}}{\gamma^E} - C_{B,t} - i_{t-1}^D D_{t-1} - L_t$$

El precio sombra en términos log-lineales.

$$\lambda_{B,t} = \frac{1}{C_{B,t}} \rightarrow \lambda_{B,ss}(1 + \hat{\lambda}_{B,t}) = \frac{1}{C_{B,ss}}(1 - \hat{C}_{B,t})$$

$$\hat{\lambda}_{B,t} = -\hat{C}_{B,t}$$

La ecuación de Euler con respecto a depósitos en términos log-lineales será:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B,t}\lambda_{B,t} &= \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} \left(i_t^D - \frac{1}{\gamma^E} \right) \\ \varepsilon_{B,t}\lambda_{B,t} &= \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} \left(\frac{\gamma^E i_t^D - 1}{\gamma^E} \right) \\ \gamma^E \varepsilon_{B,t}\lambda_{B,t} &= \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} (\gamma^E i_t^D - 1) \\ \gamma^E \varepsilon_{B,t}\lambda_{B,t} &= \gamma^E i_t^D \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} - \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} \\ \gamma^E \varepsilon_{B,ss}\lambda_{B,ss}(1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} + \hat{\lambda}_{B,t}) & \\ &= \gamma^E i_{ss}^D \beta_B \varepsilon_{B,ss}\lambda_{B,ss}(1 + \hat{i}_t^D + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) \\ &\quad - \beta_B \varepsilon_{B,ss}\lambda_{B,ss}(1 + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) \end{aligned}$$

Sabemos que $\frac{1}{i_{ss}^D} = \beta_H$

$$\begin{aligned} \gamma^E (1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} + \hat{\lambda}_{B,t}) &= \frac{\beta_B}{\beta_H} \gamma^E (1 + \hat{i}_t^D + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) - \beta_B (1 + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) \\ 1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} + \hat{\lambda}_{B,t} &= \frac{\beta_B}{\beta_H} (1 + \hat{i}_t^D + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) - \frac{\beta_B}{\gamma^E} (1 + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) \\ 1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} + \hat{\lambda}_{B,t} &= \frac{\beta_B}{\beta_H} \hat{i}_t^D + \frac{\beta_B}{\beta_H} (1 + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) - \frac{\beta_B}{\gamma^E} (1 + \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) \\ 1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} + \hat{\lambda}_{B,t} &= \frac{\beta_B}{\beta_H} \hat{i}_t^D + \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) (1 + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1}) + \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) \hat{\varepsilon}_{B,t+1} \\ 1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} - \hat{C}_{B,t} &= \frac{\beta_B}{\beta_H} \hat{i}_t^D - \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) E_t \hat{C}_{B,t+1} + \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) \\ 1 + \hat{\varepsilon}_{B,t} - \frac{\beta_B}{\beta_H} \hat{i}_t^D + \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) E_t \hat{C}_{B,t+1} - \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) \hat{\varepsilon}_{B,t+1} - \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) &= \hat{C}_{B,t} \\ \hat{C}_{B,t} &= \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) E_t \hat{C}_{B,t+1} - \frac{\beta_B}{\beta_H} \hat{i}_t^D - \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + \hat{\varepsilon}_{B,t} - \left(\frac{\beta_B}{\beta_H} - \frac{\beta_B}{\gamma^E} \right) + 1 \end{aligned}$$

La ecuación de Euler con respecto a créditos en términos log-lineales será:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B,t}\lambda_{B,t} &= \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} i_{t+1}^L - \beta_B \varepsilon_{B,t+1} E_t \lambda_{B,t+1} \\ \varepsilon_{B,ss}\lambda_{B,ss}(1 + \hat{\lambda}_{B,t} + \hat{\varepsilon}_{B,t}) & \\ &= \beta_B \varepsilon_{B,ss}\lambda_{B,ss} i_{ss}^L (1 + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + E_t \hat{i}_{t+1}^L + \hat{\varepsilon}_{B,t+1}) \\ &\quad - \beta_B \varepsilon_{B,ss} E_t \lambda_{B,ss} (1 + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + \hat{\varepsilon}_{B,t+1}) \end{aligned}$$

Sabemos que $\beta_E = \frac{2}{i_{ss}^L}$.

$$\begin{aligned}
1 + \hat{\lambda}_{B,t} + \hat{\varepsilon}_{B,t} &= 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} (1 + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + E_t \hat{\imath}_{t+1}^L + \hat{\varepsilon}_{B,t+1}) - \beta_B (1 + E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + \hat{\varepsilon}_{B,t+1}) \\
1 + \hat{\lambda}_{B,t} + \hat{\varepsilon}_{B,t} &= 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} \hat{\varepsilon}_{B,t+1} - \beta_B - \beta_B E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} \\
&\quad - \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} \\
1 + \hat{\lambda}_{B,t} + \hat{\varepsilon}_{B,t} &= \beta_B E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} \left(\frac{2}{\beta_E} - 1 \right) + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L + \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} \left(\frac{2}{\beta_E} - 1 \right) \\
&\quad + \beta_B \left(\frac{2}{\beta_E} - 1 \right) \\
1 + \hat{\lambda}_{B,t} + \hat{\varepsilon}_{B,t} &= \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L + \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} \\
&\quad + \beta_B \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \\
\hat{\lambda}_{B,t} &= \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B E_t \hat{\lambda}_{B,t+1} + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L + \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + \beta_B \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) - \hat{\varepsilon}_{B,t} \\
&\quad - 1 \\
-\hat{C}_{B,t} &= - \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B E_t \hat{C}_{B,t+1} + 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L + \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + \beta_B \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \\
&\quad - \hat{\varepsilon}_{B,t} - 1 \\
\hat{C}_{B,t} &= \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B E_t \hat{C}_{B,t+1} - 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L - \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} - \beta_B \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) + \hat{\varepsilon}_{B,t} \\
&\quad + 1 \\
\hat{C}_{B,t} &= \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B (E_t \hat{C}_{B,t+1} - 1) - 2 \frac{\beta_B}{\beta_E} E_t \hat{\imath}_{t+1}^L - \left(\frac{2 - \beta_E}{\beta_E} \right) \beta_B \hat{\varepsilon}_{B,t+1} + \hat{\varepsilon}_{B,t} + 1
\end{aligned}$$

Apéndice D

Metodología de Estimación

La especificación para la estimación de los parámetros está en línea con la literatura consultada. Valdivia y Valdivia (2019) muestran que para la evaluación de los parámetros del modelo con una metodología econométrica desde el punto de vista bayesiana aporta mucha más información a las decisiones bajo la incertidumbre, a diferencia de la econometría clásica “frecuentista”. Este enfoque considera diferentes tipos de información muchas veces subjetiva, que pueden tener sobre los parámetros a estimar antes de tomar en cuenta los datos. La estimación bayesiana puede ser vista como un puente entre la calibración y la estimación por máxima verosimilitud (MV).

El modelo estimado toma como referencia a Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2004) y Smets y Wouter (2007). La estimación es basada en una función de verosimilitud generada por la solución de la versión log-linealizada del modelo. Se utilizan distribuciones prior de los parámetros de interés para proporcionar información adicional en la estimación. Todo el conjunto de ecuaciones linealizadas forma un sistema de ecuaciones lineales de expectativas racionales, el cual se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Gamma_0(\vartheta) z_t = \Gamma_1(\vartheta) z_{t-1} + \Gamma_2(\vartheta) \varepsilon_t + \Gamma_3(\vartheta) \theta_t$$

Donde z_t es un vector que contiene las variables del modelo expresadas como desviaciones logarítmicas de sus estados estacionarios. ε_t es un vector que contiene ruido blanco de los choques exógenos del modelo y θ_t es un vector que contiene las expectativas racionales de los errores de predicción. Las matrices Γ_1 son funciones no lineales de los parámetros estructurales contenidas en el vector ϑ . El vector z_t contiene las variables endógenas del modelo y los choques exógenos: $\hat{\varepsilon}_{A,t}$, $\hat{\varepsilon}_{LTV,t}$, $\hat{\varepsilon}_{N,t}$, $\hat{\varepsilon}_{H,t}$, $\hat{\varepsilon}_{E,t}$, $\hat{\varepsilon}_{B,t}$. La solución a este sistema puede ser expresado de la siguiente forma:

$$z_t = \Omega_z(\vartheta) z_{t-1} + \Omega_\varepsilon(\vartheta) \varepsilon_t + \Gamma_3(\vartheta) \theta_t$$

Donde Ω_z y Ω_ε son funciones de los parámetros estructurales. Además, sea y_t un vector de las variables observadas, que se relaciona con las variables en el modelo a través de una ecuación de medición:

$$y_t = H z_t$$

Donde, H es una matriz que selecciona elementos de z_t , e y_t que comprende las siguientes variables observadas (la muestra comprende desde 1998q1 – 2021q4), el número de variables observadas deben ser igual o menor al número de choques en el modelo para evitar el problema de singularidad estocástica:

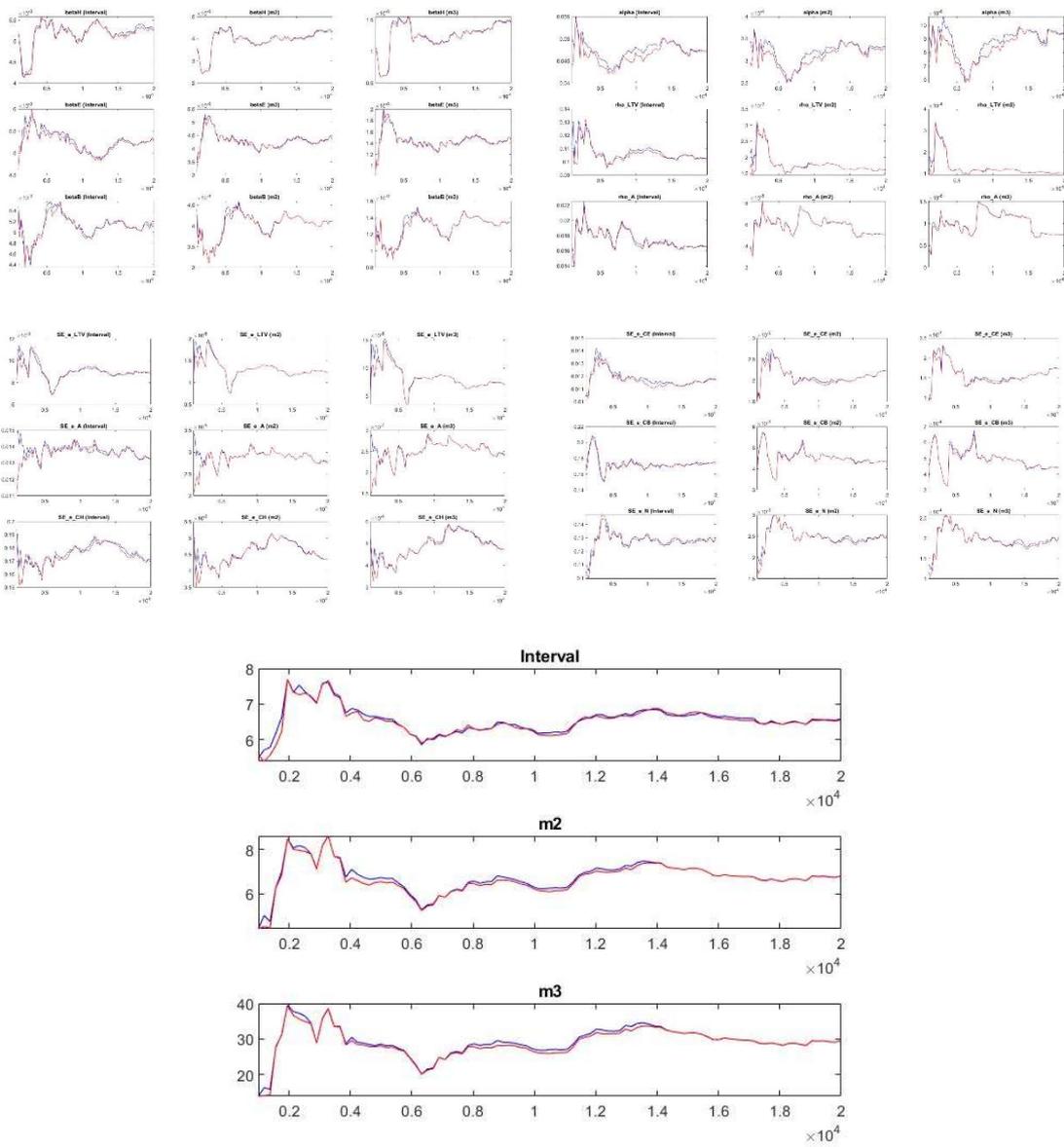
$$y_t = [\hat{Y}_t, \hat{C}_t, \hat{L}_t, \hat{D}_t, \hat{l}_t^L, \hat{l}_t^D]$$

Estas ecuaciones corresponden a la forma estado-espacio que representan a y_t . Si nosotros asumimos que el ruido blanco, ε_t está normalmente distribuido, y utilizando el filtro de Kalman podemos calcular la función de verosimilitud condicional para los parámetros estructurales. Sea $p(\vartheta)$ la función de densidad prior de los parámetros estructurales y $L(\vartheta/Y^T)$, donde $Y^T = \{y_1, y_T\}$ contiene las variables observadas. La función de densidad posterior de los parámetros se calcula usando el teorema de Bayes:

Dado que la función de verosimilitud condicional no tiene solución con una expresión analítica, se hizo el uso de métodos numéricos basados en el algoritmo de Metropolis-Hastings. Las estimaciones se obtuvieron con el programa Dynare 5.3.

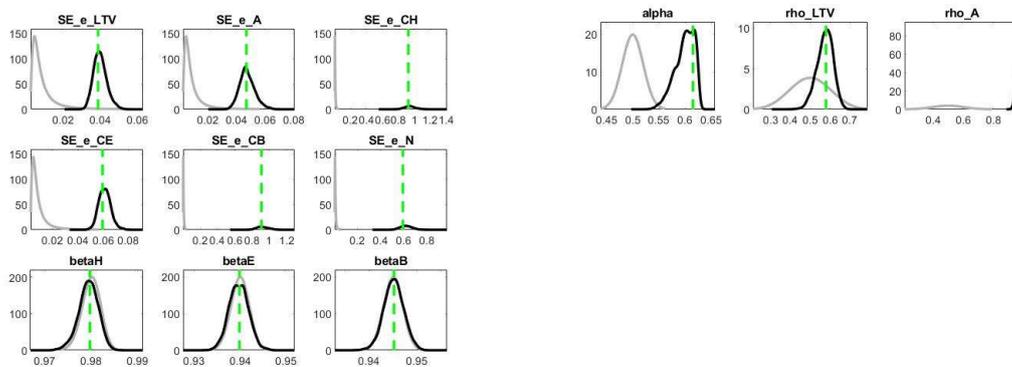
Por otro lado, la convergencia de la Cadena de Markov-Monte Carlo (MCMC) es satisfactoria, implicando que el análisis multivariado de los parámetros del modelo converge hacia su estado estacionario dadas las diferentes iteraciones del algoritmo Metropolis Hastings (MH) solicitadas (10.000 draws). Hay tres medidas: “interval” que representa un intervalo de confianza del 80% en torno a la media, “m2” mide la varianza y “m3” el tercer momento. Las líneas azules y rojas convergen de una manera satisfactoria (las líneas azules representan medidas de los vectores de los parámetros dentro de las cadenas solicitadas).

Gráfico D.1: CONVERGENCIA DE LA CADENA DE MARKOV-MONTE CARLO



Nota: Elaboración propia

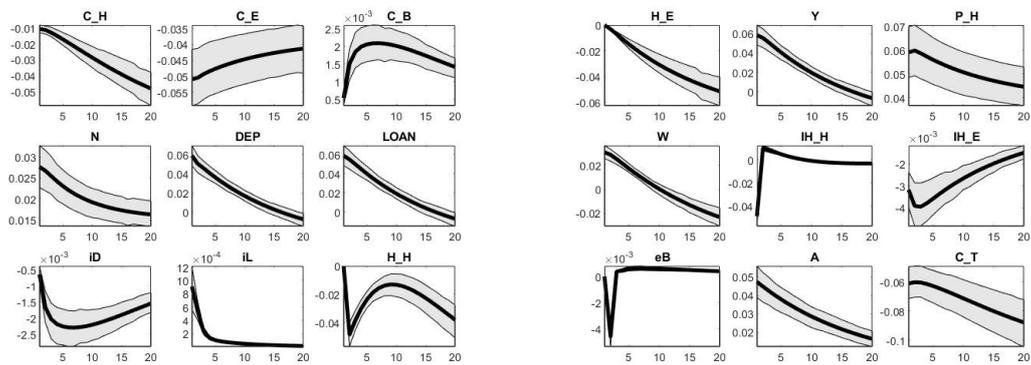
Gráfico D.2: Priors y Posteriors



Nota: Elaboración propia

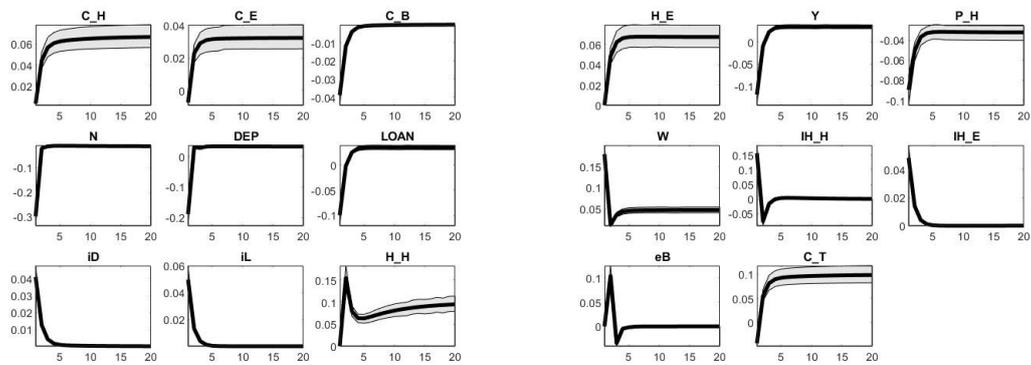
Apéndice E

Gráfico E.1: CHOQUES DE PRODUCTIVIDAD ($\hat{\epsilon}_{A,t}$)



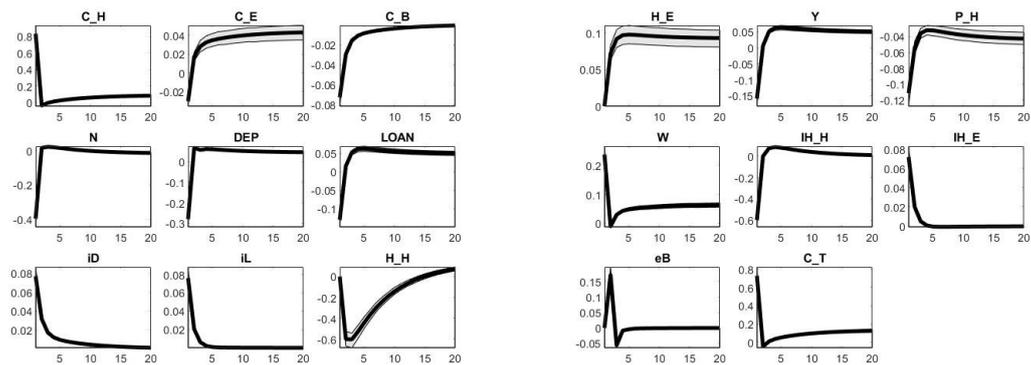
Nota: Elaboración propia

Gráfico E.2: CHOQUES EN EL EMPLEO ($\hat{\epsilon}_{N,t}$)



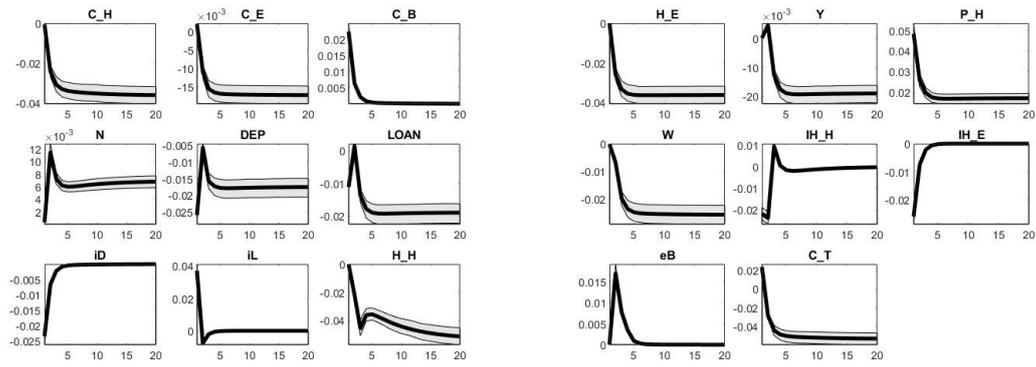
Nota: Elaboración propia

Gráfico E.3: CHOQUES DE PREFERENCIA DE CONSUMO DE HOGARES ($\hat{\epsilon}_{H,t}$)



Nota: Elaboración propia

Gráfico E.4: CHOQUES DE PREFERENCIA DE CONSUMO DE EMPRESARIOS
 $(\hat{\epsilon}_{E,t})$



Nota: Elaboración propia