

С.В. Дворников, С.С. Дворников
**ЭМПИРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ
ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИГНАЛОВ ФАЗОВОЙ
МОДУЛЯЦИИ**

Дворников С.В., Дворников С.С. Эмпирический подход к оценке помехоустойчивости сигналов фазовой модуляции.

Аннотация. Высокая спектральная эффективность сигналов с непрерывной фазовой модуляцией определила их известность и активное применение в различных радиотехнических проектах. Уникальность свойств таких сигналов связана с сохранением непрерывности их фазы при смене информационных посылок на длительности символа. Вместе с тем до недавнего времени из всего широкого класса сигналов с непрерывной фазовой модуляцией наибольшее распространение получили различные вариации так называемых сигналов частотной модуляцией с минимальным сдвигом. Однако это далеко не единственные представители класса сигналов с непрерывной фазовой модуляцией, обладающие свойством высокой спектральной компактности.

Исследованы не менее интересные сигналы этого класса, формируемые посредством двойной фазовой модуляции. Представлены аналитические выражения их синтеза, обоснована их принадлежность к классу сигналов с непрерывной фазовой модуляцией. Также исследованы временные свойства фазовой функции, рекомендованной МСЭ-R SM.328-11 для синтеза сигналов с непрерывной фазовой модуляцией, приведены временные и частотные фрагменты сигналов с минимальным сдвигом в сравнении сигналами с двоичной фазовой манипуляцией. Представлены этапы аналитического вывода модели помехоустойчивости сигналов с непрерывной фазовой модуляцией по показателю вероятности битовой ошибки на основе эмпирического подхода. Показана общность полученной модели с известным выражением для сигналов с минимальным сдвигом путем исследования разностной функции ошибки аппроксимации (ошибка порядка 10^{-3}), что позволило получить более компактное представление разработанной модели применительно к сигналам с двойной фазовой модуляцией. Доказано, что такие сигналы обладают более высокими свойствами помехоустойчивости по отношению к сигналам с минимальным сдвигом (порядка 0,5 дБ по уровню ошибки 10^{-5}). Указанный результат получен на основе исследования функций различия, определяемых разностью между сигнальными символами соответствующих информационным значениям «1» и «0». Определены направления дальнейшего исследования.

Ключевые слова: сигналы с непрерывной фазовой модуляцией, помехоустойчивость сигналов, вероятность битовой ошибки, спектральные свойства сигналов

1. Введение. Ограниченность частотного ресурса стимулирует поиск спектрально-эффективных сигналов, которые, с одной стороны, обладали бы приемлемой помехоустойчивостью, а с другой – отвечали требованиям компактности их спектрального представления. Поиск компромиссных решений способствовал разработке так называемых сигналов с непрерывной фазовой модуляцией (*Continuous Phase Modulation – CPM*).

Так в [1] в ходе исследования методов модуляции, обеспечивающих эффективное использование занимаемой полосы частот, авторы пришли к необходимости сохранить непрерывность фазы при смене

сигнальных символов. В результате была разработана частотная манипуляция с непрерывной фазой, получившая название *Continuous Phase Frequency Shift Keying (CPFSK)*. Действительно, сигналы двойной *CPFSK (Binary Continuous Phase Frequency Shift Keying – BCPFSK)* с индексом модуляции, равным $m_c = 0,715$, показали более высокую спектральную эффективность по отношению к сигналам двоичной фазовой манипуляции (*Binary Phase Shift Keying – BPSK*).

Широкое признание новый вид модуляции получил после публикации [2], где модуляция *CPFSK* на *m-ичный* случай была обобщена. В том числе получены оптимальные параметры модуляционного формата (здесь и далее понятие модуляционного формата рассмотрено с позиций [3]) по показателю минимума вероятности битовой ошибки (*Bit-Error-Rate – BER*) в соответствии с канальным уровнем отношения сигнал/шум (*Signal-to-Noise Ratio – SNR*).

Поскольку не всегда удобно использовать рассчитанные значения оптимальных параметров модуляционных форматов сигналов, то интересными представляются результаты оценки потерь при отходе в практических решениях от оптимальных значений. Именно поэтому работы [4-7] определили практическую направленность сигналов *CPM*.

Другим преимуществом сигналов *CPM* является то, что непрерывность фазы позволяет в радиотехнических системах использовать достаточно надежные и недорогие усилители мощности с нелинейными характеристиками [6].

Активное практическое применение получила Гауссова частотная модуляция с минимальным сдвигом (*Gaussian Minimum Shift Keying – GMSK*) как разновидность *CPFSK* с индексом модуляции $m_c = 0,5$ [8], в которой последовательность прямоугольных информационных импульсов сглажена посредством фильтра Гаусса [9, 10].

Несмотря на то, что с момента разработки сигналов *CPM* прошло более 40 лет, исследования в этой области по-прежнему активно продолжаются, о чем свидетельствуют многочисленные публикации.

Так в [7] разработана оптимальная модель, позволяющая осуществлять синтез сигналов *CPM* с плавным изменением фазы на длительности символа. В [11] разработан механизм совместной оценки времени символа, сдвига частоты и сдвига фазы для сигналов с непрерывной фазовой модуляцией. Обоснована гипотеза, что дисперсия фазового сдвига при наличии частотной ошибки должна совпадать с условной границей Крамера – Рао для любых сигналов цифровой фазовой модуляции. В [12] предложен модулятор слабого рассеяния для формирования изображений с когерентной модуляцией вместо двоичного случайного фазового модулятора с сильной рассеивающей спо-

способностью, что позволило улучшить конечное разрешение. В [13] методология синтеза сигналов с непрерывной фазовой модуляцией применена к акустическим каналам передачи информации, в частности обоснована оптимальная скорость передачи. В [15] рассмотрены вопросы построения модели радиосигналов с модуляцией с непрерывным изменением фазы зарубежных спутниковых систем связи в пространстве параметров фазовых диаграмм. Исследованы условия, при которых достигается требуемая точность оценок параметров фазовых диаграмм, и как итог – обеспечивается достоверность распознавания классов сигналов. В [17] исследованы вопросы влияния каналов с многолучевым распространением радиоволн на битовую вероятность ошибки сигнальных форматов с непрерывной модуляцией. В [14, 16, 18, 19] рассмотрены сигналы двойной модуляции, также относящиеся к классу сигналов *СРМ*. Исследованы их свойства, оценена спектральная эффективность.

Вместе с тем непрерывность фазовой функции, обеспечивающая спектральную компактность сигналов *СРМ*, имеет и негативные моменты: именно отсутствие разрыва затрудняет принятие решения о границах сигнальных символов, особенно в условиях шумов высокой интенсивности, что в конечном итоге ведет к ухудшению их помехоустойчивости.

Поскольку физические свойства сигналов *СРМ* определяются законом изменения фазовой функции, то достаточно сложно получить универсальную аналитическую модель для расчета вероятности битовой ошибки. Поэтому в [8] предложен обобщенный подход, основанный на результатах моделирования, что не всегда удобно в теоритических исследованиях. С учетом указанных обстоятельств предложен эмпирический подход к выводу выражения вероятностной оценки помехоустойчивости сигналов *СРМ*, основанный на принципе аналогий.

2. Общие свойства сигналов *СРМ*. В [9] предложена обобщенная аналитическая модель сигналов *СРМ*. Эту модель с учетом формирующей фазовой функции $\phi(t, \mathbf{a})$ (где \mathbf{a} – вектор, определяющий информационную M -арную битовую последовательность независимых символов, имеющих значения $\pm 1, \pm 3, \dots, (M-1)$, с равной вероятностью их проявления равной $1/M$) можно представить в следующем виде:

$$s(t, \mathbf{a}) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi(t, \mathbf{a}) + \phi_0), 0 \leq t \leq NT, \quad (1)$$

где E_b – энергия бита (сигнального символа при бинарной модуляции); T – длительность бита (сигнального символа при бинарной модуляции); f_c –

частота несущего колебания, ϕ_0 – начальная фаза (в общем случае при когерентной обработке может не учитываться); N – количество элементов в битовой последовательности, определяющих размерность вектора \mathbf{a} .

Заметим, что формирующая фазовая функция $\phi(t)$ при синтезе *CPM* определяется модулирующей функцией мгновенной частоты первичного сигнала, поэтому представим ее следующим образом:

$$\phi(t) = \sum_{k=1}^N a_k g(t - (k-1)T), (k-1)T \leq t \leq kT, \quad (2)$$

где $g(*)$ – функция мгновенной частоты.

Заметим, что на длительности символа T форма функции мгновенной частоты $g(*)$ изменяется в соответствии с текущим значением информационного символа a_k , являющегося элементом вектора \mathbf{a} .

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N). \quad (3)$$

При этом

$$a_k \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}, 1 \leq k \leq N. \quad (4)$$

Согласно (4) именно значение параметра M в конечном счете определяет число возможных вариантов форм функций мгновенной частоты на длительности символа. Далее в работе будут рассматриваться только те сигналы, которые удовлетворяют условию $M = 2$.

В рамках анализируемой ситуации будем полагать, что T представляет интервал, в пределах которого формирующая фазовая функция $\phi(t, \mathbf{a})$ на длительности символа будет определяться только изменением функции мгновенной частоты сигнала:

$$g(T) = 2\pi \int_0^T b(\tau) d\tau,$$

где $b(\tau)$ для сигналов *CPFSK* определяется согласно [2] как:

$$b(\tau) = \begin{cases} \frac{m_c \tau}{2T} & \text{при } 0 \leq \tau \leq T; \\ 0 & \text{при } \tau \geq T, \end{cases} \quad (5)$$

где m_c – индекс модуляции.

Вместе с тем в рекомендации МСЭ-R SM.328-11 [9] предложено аналитическое описание функции мгновенной частоты $g(t, n, L)$, определяющей формирующую фазовую функцию, как функции от трех параметров в виде многочлена:

$$g(t, n, L) = \frac{1}{4} + n \left(\frac{1}{T} - \frac{L}{2} \right) + \frac{5-8nL}{L^3} \left(\frac{1}{T} - \frac{L}{2} \right)^3 + \frac{16nL-12}{L^5} \left(\frac{1}{T} - \frac{L}{2} \right)^5. \quad (6)$$

Здесь $0 \leq t \leq T$.

В выражении (6) значения n и L представляют собой параметры формирующего импульса сигнальной конструкции СРМ [9].

Очевидно, что результирующие свойства сигналов СРМ как раз и определяются поведением функции $g(t, n, L)$ на длительности элемента сигнала (рис. 1) при фиксированных значениях параметров n и L .

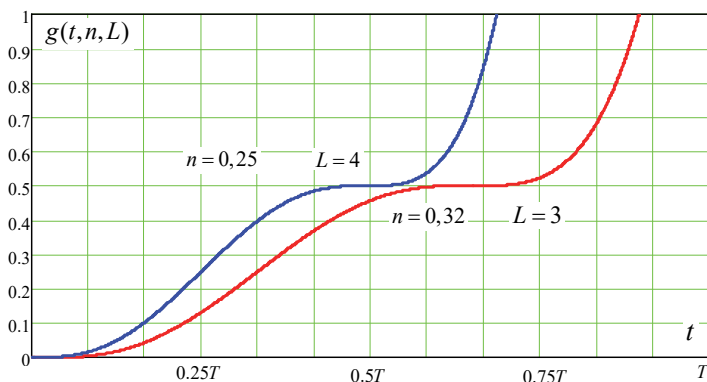


Рис. 1. Фронт возрастания нормализованного импульса, формирующего фазу

На рисунке 1 показаны графики $g(t, n, L)$ для рекомендованных МСЭ-R SM.328-11 параметров $n = 0,25$ и $L = 4$, а также $n = 0,32$ и $L = 3$.

Выбор указанных параметров обусловлен тем, что они обеспечивают локализацию 95% всей энергии в пределах 62% и 69% занимаемой полосы частот.

Так на рисунке 2 показаны зависимости импульсов $g(t, n, L)$ единичной длины, то есть при $t = T$, от параметра n , для различных целых значений $L = 3, 4$ и 5.

Анализ результатов, представленных на рисунках 1 и 2, показывает, что даже значения параметров n и L , рекомендованные в МСЭ-R

SM.328-11, носят приближенный характер, что подтверждает сложность применения универсальных решений для практических приложений.

С теоретических позиций рациональным подходом при формировании сигналов *CPM* возможно применение формирующих импульсов прямоугольной формы (*REC*) в виде приподнятого косинуса (*RC*) (полуцикловой синусоиды (*HCS*)) и линейной частотной модуляции (ЛЧМ) [20].

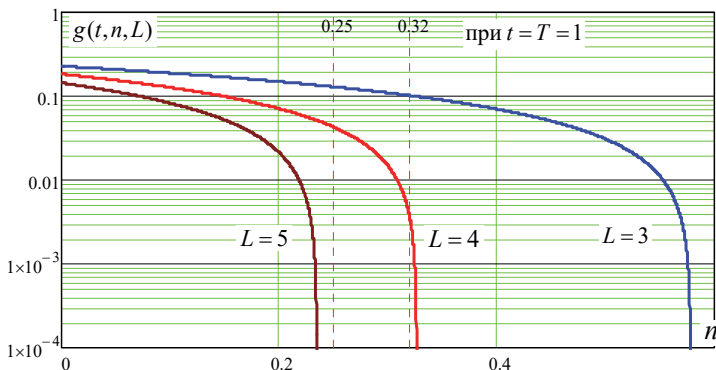


Рис. 2. Зависимость формирующего фазу импульса от параметра n

Отметим, что представленные в настоящей работе результаты моделирования поведения функции $g(t, n, L)$ при рекомендованных значениях параметров n и L являются уникальными.

При всем разнообразии в классе сигналов *CPM* наибольшее распространение получили сигналы частотной модуляции с минимальным сдвигом (*Minimum Shift Keying – MSK*) и с индексом модуляции $m_c = 0,5$, у которых изменение фазы носит линейный характер на длительности формирующего импульса.

Учитывая, что для демодуляции сигналов *CPM*, как правило, применяют алгоритм Витерби [17], то для обеспечения наилучшего значения достоверности по критерию максимального правдоподобия целесообразен выбор индекса модуляции m_c , определяемого соотношением двух простых целых чисел k и n в следующей пропорции:

$$m = v / u. \quad (7)$$

Тогда в соответствии с (7) значение индекса модуляции будет определять число фазовых состояний θ_k сигнала *CPM*, значения которых в моменты времени $t = (N - 1)T$ можно представить как:

$$\theta_k = \left\{ 0, \frac{\pi v}{u}, \frac{2\pi v}{u}, \dots, \frac{(u-1)\pi v}{u} \right\}, \quad (8)$$

когда v четное, и:

$$\theta_k = \left\{ 0, \frac{\pi v}{u}, \frac{2\pi v}{u}, \dots, \frac{(2u-1)\pi v}{u} \right\}, \quad (9)$$

когда v нечетное.

Поскольку для сигналов *MSK* индекс модуляции равен $m_c = 0,5$, то значение изменения их фазовой функции в соответствии с выражением (5) будет удовлетворять условию:

$$b(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < 0 \\ \frac{\tau}{4T}, & 0 \leq \tau \leq T \\ \frac{1}{4}, & \tau > T \end{cases} \quad (10)$$

Согласно выражению (10) результирующее значение фазы будет возрастать или убывать на величину $\pi/2$ в зависимости от значения информационного импульса.

На рисунке 3 представлены изменения сигнала *MSK* $s_{MSK}(t)$ в соответствии с изменениями функции формирующих импульсов $a(t)$.

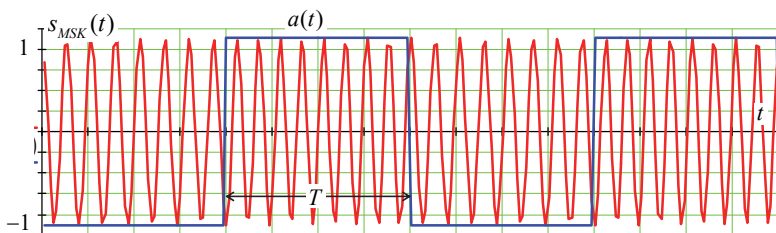


Рис. 3. Фрагмент сигнала *MSK*, изменяющегося в соответствии с формирующими импульсами меандра

На рисунке 3 $a(t)$ представляет собой импульсную последовательность на основе вектора $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ определяемого формулой (3). Здесь $a(t)$ – меандр.

На рисунке 4 представлены фрагменты изменения функции мгновенной фазы, в соответствии с изменениями функции формирующих импульсов $a(t)$.

Понятие функции мгновенной фазы, определяемой (8) и (9), в [8] предложено рассматривать как разность значений фазовой функции на длительности элемента сигнала:

$$\theta(t, a_k) = \phi(t, a_k) - \phi(t, a_{k-1}) = \sum_{k=1}^N a_k g(t - (k-1)T). \quad (11)$$

В выражении (1) $(k-1)T \leq t \leq kT$.

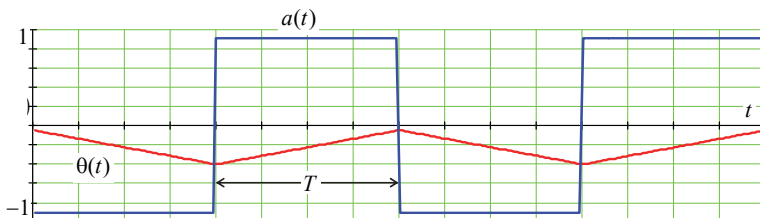


Рис. 4. Фрагмент изменения формирующей фазовой функции в соответствии с импульсной последовательностью в виде меандра для сигнала *MSK*

Оправданность такого подхода определяется особенностями обработки сигналов *CPM* на приеме, когда текущее значение символа можно рассматривать как отношение мгновенной фазы на его временных границах, взвешенное функцией формирующих импульсов:

$$a_k = \frac{\theta_k}{\theta_{k-1}} g(t = T). \quad (12)$$

Отсутствие разрывов мгновенной фазы как определяющего параметра фазовой функции как раз и обеспечивает компактность спектрального представления сигналов *MSK*, в частности по отношению к сигналам двойной фазовой манипуляции (*Binary Phase Shift Key – BPSK*) [21].

В качестве примера на рисунках 5 и 6 показаны фрагменты сигналов *MSK* $s_{MSK}(t)$ и *BPSK* $s_{BPSK}(t)$ совместно с их спектрами для информационно импульсной последовательности $a(t)$ в виде меандра.

Даже визуальный анализ результатов, представленных на рисунках 5 и 6, позволяет заключить, что сигналы *MSK* имеют более компактное спектральное представление по отношению к сигналам

BPSK. Однако свойство спектральной компактности без высокой помехоустойчивости еще не гарантирует практическую привлекательность модуляционных форматов.

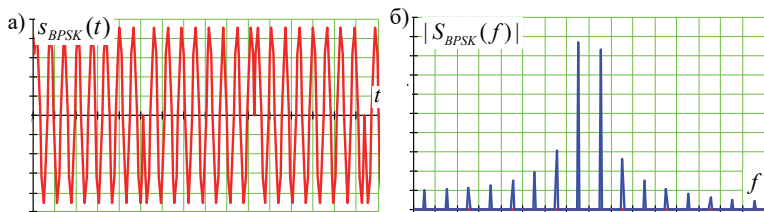


Рис. 5. Временной фрагмент сигнала *BPSK* – а) и его спектр – б)

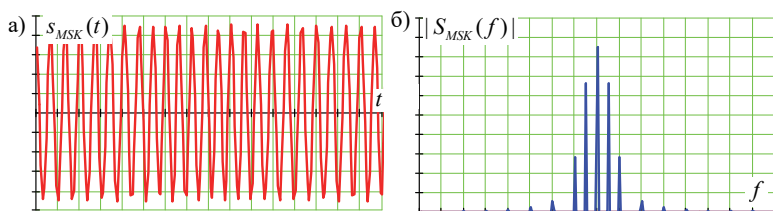


Рис. 6. Временной фрагмент сигнала *MSK* – а) и его спектр – б)

3. Обоснование эмпирической модели оценки помехоустойчивости сигналов *PCM*. Классические подходы к оценке помехоустойчивости сигналов базируются на поиске различий принимаемой реализации и эталонного описания [22]. В их основе лежат вероятностные методы, которые предполагают использование отношения правдоподобия Λ , рассчитываемое как отношение функций распределения следующих вероятностных гипотез.

1. Гипотеза $H_1 | \mathbf{a} = H_1 : z(t) = s(t, a_k = 1 | \mathbf{a}) + x(t)$, согласно которой в принятой реализации $z(t)$, содержащей полезный сигнал $s(t)$ и мешающие шумовые излучения $x(t)$ (далее – шум), переданный бит a_k информационной последовательности \mathbf{a} соответствует информационному символу «1».

2. Гипотезы $H_0 | \mathbf{a} = H_0 : z(t) = s(t, a_k = 0 | \mathbf{a}) + x(t)$, согласно которой в принятой реализации $z(t)$, содержащей полезный сигнал $s(t)$ и шум $x(t)$, переданный бит a_i информационной последовательности \mathbf{a} соответствует информационному символу «0».

В рассмотренных гипотезах будем полагать, что полезный сигнал $s(t)$ для гипотезы H_1 соответствует сигналу, переносящему ин-

формационный символ «1», а для гипотезы H_0 соответствует сигналу, переносящему информационный символ «0».

Тогда для гауссова канала (*Additive White Gaussian Noise – AWGN*) функции распределения вероятностей будут иметь следующий вид [23, 24]:

$$\begin{aligned} p(z(t) | H_1, \mathbf{a}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(z(t) - M[z(t)])^2}{2\sigma^2}\right), \\ p(z(t) | H_0, \mathbf{a}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-(z(t) - M[z(t)])^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

В выражениях (13) $M[z(t)]$ – математическое ожидание входной реализации $z(t)$ на длительности элемента сигнала; $\sigma^2 = N_0 / 2$ – дисперсия шума, определяемая значением его спектральной плотностью мощности N_0 .

Заметим, что различия распределений $p(z(t) | H_1, \mathbf{a})$ и $p(z(t) | H_0, \mathbf{a})$ определяются в соответствии с различиями сигналов $s(t, a_k = 1)$ и $s(t, a_k = 0)$ между собой.

Поскольку Λ рассчитывается как отношение функций распределения вероятностей [27], определяемые формулой (13), можно записать:

$$\Lambda = \frac{p(z(t) | H_1, \mathbf{a})}{p(z(t) | H_0, \mathbf{a})} \underset{0}{\overset{1}{>}} 1. \quad (14)$$

Учитывая, что для каждой выборки, содержащей информационный символ «1», значение $M[z(t)]$ будет определяться полезным сигналом вида $s_1(t) = s(t, a_i = 1)$, а для выборки, в которой содержится информационный символ «0» – полезным сигналом вида $s_0(t) = s(t, a_i = 0)$, то отношение правдоподобия (14) можно привести к следующему виду:

$$\Lambda = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^N (z_k^2(t) - 2z_k(t)\bar{s}_1(t) + \bar{s}_1^2(t))\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^N (z_k^2(t) - 2z_k(t)\bar{s}_0(t) + \bar{s}_0^2(t))\right)} \underset{0}{\overset{1}{>}} 1, \quad (15)$$

где $\bar{s}_1(t)$, $\bar{s}_0(t)$ представляют собой усредненные значения принимаемой выборки на длительности элемента (символа) обрабатываемой реализации для соответствующих гипотез H_1 и H_0 в канале *AWGN* с дисперсией шума σ^2 .

Таким образом, в (15) $z_k(t)$ представляет собой k -тую входную реализацию на длительности элемента сигнала из выборки, включающей N реализаций. В то же время отношение правдоподобия (14) для условий когерентной обработки при приеме сигналов *CPM* может быть рассчитано как:

$$\Lambda = M[\Lambda | s(t, a = \{0, 1\}, \mathbf{a})] + \sqrt{\rho(N_0)}. \quad (16)$$

Здесь $M[\Lambda | s(t, a = \{0, 1\}, \mathbf{a})]$ – усредненное значение отношения правдоподобия по результатам обработки N реализаций; $\rho(N_0)$ – дисперсия функции различий, обусловленная спектральной плотностью мощности шума N_0 в канале с *AWGN*.

Для байесовского критерия принятия решения расчет $\Lambda | s(t, a = \{0, 1\})$ может быть осуществлен на основе усреднении результатов корреляции между функцией различий $r(t) = \bar{s}_1(t, a = 1) - \bar{s}_0(t, a = 0)$ и усредненными значениями $\bar{s}_1(t)$ и $\bar{s}_0(t)$ с каждой k -ой входной реализацией $z_k(t)$.

Тогда в соответствии с [14] имеем:

$$\Lambda_k = \int_0^{kT} z_k(t)r(t) dt \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0, \text{ где } k = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

Далее:

$$\begin{aligned} M[\Lambda_k | s(t, a = \{0, 1\}, \mathbf{a})] &= \int_0^{kT} z_k(t)r(t) dt = \\ &= \int_0^{kT} s_1(t, a = 1, \mathbf{a})[\bar{s}_1(t, a = 1) - \bar{s}_0(t, a = 0)] dt. \end{aligned} \quad (18)$$

В выражении (18) в качестве входной реализацией $z_k(t)$ представлен сигнал, соответствующий информационной «1», определяемой текущим значением элемента a_k вектора \mathbf{a} .

$$\bar{s}(t, a = \{1, 0\}) = \sum_{k=1}^n s(t, a = \{1, 0\}, a_k). \quad (19)$$

Формула (18) представляет собой усредненные значения полезного сигнала, полученные на усреднении n символов, в идеале на N .

Заметим, что допустимо условие, когда $n = N$, однако при достаточно большом размере вектора \mathbf{a} $n < N$.

Важным моментом в определении значения Λ является расчет величины $\rho(N_0)$, которая является функцией параметра спектральной плотности мощности шума в канале с *AWGN*.

Значение $\rho(N_0)$ обосновано в [4]:

$$\rho(N_0) = \frac{N_0}{2} \int_0^{nT} [\bar{s}_1(t, a=1) - \bar{s}_0(t, a=0)]^2 dt. \quad (20)$$

Тогда вероятность ошибки, возникающей в результате обработки принимаемой реализации сигнала *CPM*, можно рассчитать в соответствии со следующей формулой:

$$p^{CPM} = Q \left[\frac{M[\Lambda_k | s(t, a = \{0, 1\}, a_k)]}{\sqrt{\rho(N_0)}} \right], \quad (21)$$

где $Q(x) = 1 - \Phi(x)$, а $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{x}{\sqrt{2}} \right)$ –

функция нормального интегрального распределения;

$\operatorname{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau$ – функция ошибок [23].

Анализ выражения (21) показывает, что значение вероятности битовой (в рассматриваемой ситуации – символьной) ошибки определяется структурным различием сигналов, соответствующих информационной «1» $\bar{s}_1(t, a=1)$ и информационному «0» $\bar{s}_0(t, a=0)$ на физическом уровне.

На рисунке 7 показаны функции различий сигналов $\bar{s}_1(t, a=1)$ и $\bar{s}_0(t, a=0)$, накапливаемых на длительности символа для *MSK* $\Sigma_r^{MSK}(T)$ и *BPSK* $\Sigma_r^{BPSK}(T)$, рассчитываемых по формуле:

$$\Sigma_r(T) = \sum_{t=0}^T |\bar{s}_1(t, a=1) - \bar{s}_0(t, a=0)|. \quad (22)$$

При моделировании полагалось $T = 64$ дискретных отсчета.

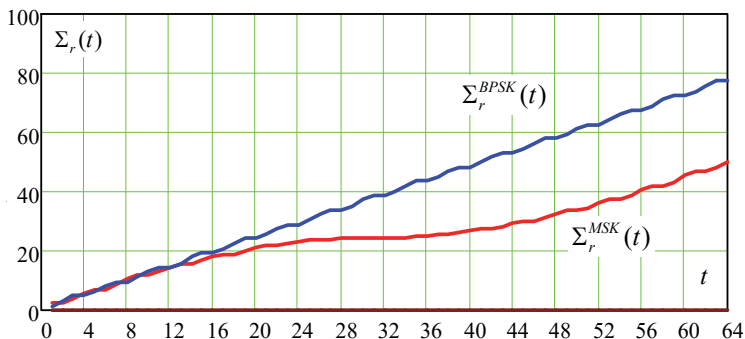


Рис. 7. Функции различных сигналов *MSK* и *BPSK* на длительности элемента сигнала

Поскольку теоретически сложно в условиях шумов получить аналитические выражения для усредненных значений $\bar{s}_1(t, a=1)$ и $\bar{s}_0(t, a=0)$, то результаты, представленные на рисунке 7, получены путем моделирования сигналов *MSK* и *BPSK* в среде *MathCAD* при отношении сигнал/шум 18 дБ.

Для идеальных условий можно воспользоваться аналитическими выражениями, например [28].

Для сигналов *MSK*:

$$s_{MSK}(t, a_k) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos \left[2\pi \left(f_0 + \frac{a_k}{4T} \right) t + \phi_k \right], \quad (k-1)T \leq t \leq kT. \quad (23)$$

Здесь f_0 – несущая частота; $a_k = \pm 1$ – информационные символы, являющиеся элементами вектора \mathbf{a} и передающиеся со скоростью $\upsilon = 1/T$; θ_k представляет собой фазовую функцию на длительности k -го элемента (символа) сигнала.

В соответствии с (23) получаем при $a_k = +1$ положительные набег частоты, равный $\frac{1}{4T}$, а при $a_k = -1$ – отрицательный набег

$-\frac{1}{4T}$. При этом на длительности текущего символа значение полной фазы θ_k сохраняется постоянным, равным $\theta_k = 0$ или $\theta_k = \pi$. Указанное постоянство достигается строгим выполнением следующего рекурсивного соотношения:

$$\phi_k = \left[\phi_{k-1} + \frac{\pi k}{2} (a_{k-1} - a_k) \right] \text{ по модулю } 2\pi. \quad (24)$$

При квадратурной модуляции аналитическое выражение для сигнала *MSK* имеет вид:

$$s_{MSK}(t, a_k) = \cos(\theta_k) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cos(2\pi f_0 t) - a_k \cos(\theta_k) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \sin(2\pi f_0 t), (k-1)T \leq t \leq kT, \quad (25)$$

где $\theta_k = 0$ или $\theta_k = \pi$.

Для сигналов *BPSK*:

$$s_{BPSK}(t, a_k) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos[2\pi f_0 t + \pi a_k + \phi_0], (k-1)T \leq t \leq kT. \quad (26)$$

Здесь ϕ_0 – начальная фаза.

Согласно результатам, представленным на рисунке 7, сигналы *BPSK* обладают лучшей контрастностью элементов, определяющих информационные значения «1» и «0», по сравнению с сигналами *MSK*, что согласуется с теорией потенциальной помехоустойчивости [22]. Правомерность данного подхода позволяет использовать его при анализе новых сигналов, в том числе в классе сигналов *PCM*. Например, в [19] рассмотрены сигналы, формируемые посредством двойной фазовой модуляции (*Dual Phase Modulation – DPM*), которые также являются представителями класса сигналов *PCM*.

Аналитический синтез сигналов *DPM* состоит в том, что первоначально информационную импульсную последовательность $g(t)$ используют в качестве манипуляционной для модуляции низкочастотного колебания таким образом, чтобы на длительности информационной

посылки укладывался строго один период. В результате получают низкочастотный фазоманипулированный сигнал $u_{BPSK}(t)$ (рис. 8) [16].

Затем низкочастотным фазоманипулированным сигналом $u_{BPSK}(t)$ модулируют фазы высокочастотного колебания. Аналитически реализацию рассмотренных процедур можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned} s_{DPM}(t) &= \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_c t + u_{BPSK}(t) + \phi_0) = \\ &= \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_c t + m \cos(2\pi \Omega t) + \phi_0). \end{aligned} \quad (27)$$

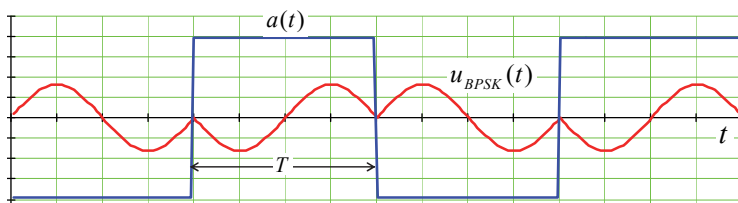


Рис. 8. Фрагменты импульсной последовательности в виде меандра и соответствующей ей формирующей фазовой функции, представленной в виде низкочастотного фазоманипулированного сигнала с для сигнала DPM

В выражении (27) $\Omega = 1/T$ – частота следования информационной импульсной последовательности. Поскольку $u_{BPSK}(t)$ является непрерывной функцией, то результирующий сигнал DPM $s_{DPM}(t)$ удовлетворяет требованиям соответствия сигналов PCM .

На рисунке 9 представлен сигнал DPM и его спектр по аналогии с демонстрируемыми фрагментами на рисунках 5 и 6.

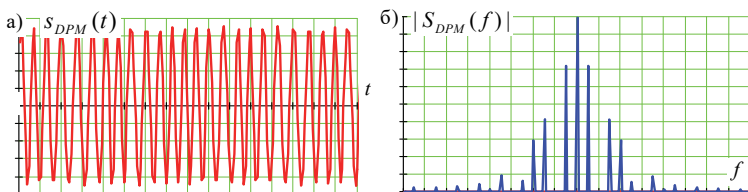


Рис. 9. Временной фрагмент сигнала DPM – а) и его спектр – б)

Согласно [14, 19] сигналы DPM обладают достаточно высокой спектральной эффективностью. Однако их помехоустойчивость была оценена только по результатам практического эксперимента.

Вместе с тем, используя функцию различий $r(t)$, которая представлена в выражении (18), и модель (21), можно получить аналитическое выражение для оценки помехоустойчивости сигналов *DPM*.

Так, на рисунке 10 показана $\Sigma_r^{DPM}(T)$ – функция различий сигналов $\bar{s}_1(t, a=1)$ и $\bar{s}_0(t, a=0)$, накапливаемых на длительности символа *DPM* в сравнении с аналогичной функцией $\Sigma_r^{MSK}(T)$.

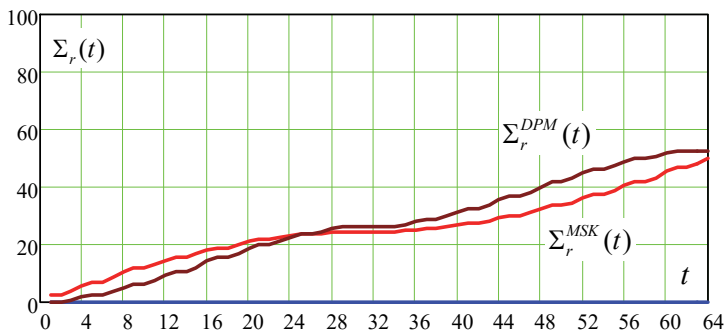


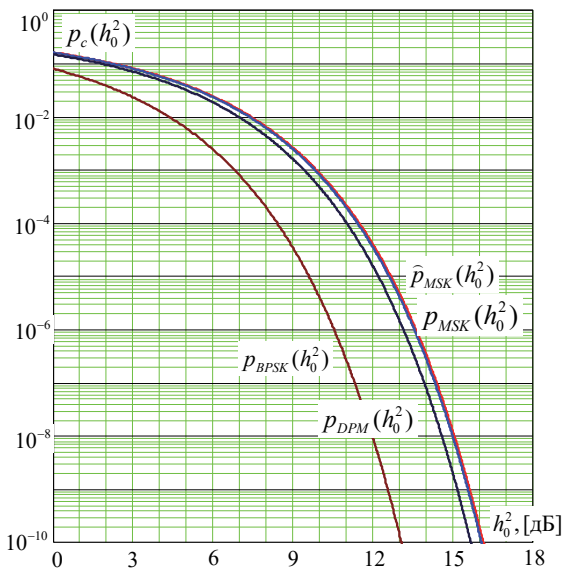
Рис. 10. Функции различий сигналов *MSK* и *DPM* на длительности элемента сигнала

Согласно полученным результатам контрастность сигналов $\bar{s}_1(t, a=1)$ и $\bar{s}_0(t, a=0)$ у *MSK* ниже, чем у *DPM*, что свидетельствует о более высокой помехоустойчивости сигналов *DPM*. Данный факт подтверждается при моделировании с использованием выражения (21).

На рисунке 11 представлены графики зависимости вероятности битовой ошибки от SNR h_0^2 , характеризующих помехоустойчивость сигналов *MSK* и *DPM*, в сравнении с сигналами *BPSK*.

Следует заметить, что график вероятности битовой ошибки, полученный для сигнала *MSK* на основе модели (21) $p_{MSK}(h_0^2)$, фактически совпадает с величиной $\hat{p}_{MSK}(h_0^2)$, рассчитанной в соответствии с общепринятыми выражениями:

$$\hat{p}_i^{MSK} = Q\left[\sqrt{h_0^2}\right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{h_0^2}{2}}\right). \quad (28)$$

Рис. 11. Вероятность символьной ошибки для сигналов *CPM*

Так, согласно [28], если сигнал, модулированный *MSK*, когерентно обнаруживается в интервале T секунд как сигнал, модулированный *FSK*, то эта вероятность будет ниже, чем у *BPSK* на 3дБ, что наглядно подтверждает рисунок 11.

Для оценки близости значений $p_{MSK}(h_0^2)$ и $\hat{p}_{MSK}(h_0^2)$ на рисунке 12 показана функция ошибки, рассчитанная в соответствии с выражением:

$$\Delta^{MSK}(h_0^2) = |p_{MSK}(h_0^2) - \hat{p}_{MSK}(h_0^2)|. \quad (29)$$

Анализ графика функции $\Delta^{MSK}(h_0^2)$ показывает, что на уровне h_0^2 порядка 9-10 дБ и выше различия между значениями значений $p_{MSK}(h_0^2)$ и $\hat{p}_{MSK}(h_0^2)$ не превышают 0,01%.

Полученный результат соответствия между $p_{MSK}(h_0^2)$ и $\hat{p}_{MSK}(h_0^2)$ позволяет путем дальнейшей аппроксимации выражения (21) получить аналитическую модель уже сигнала *DPM*, которую можно представить как:

$$\hat{p}_i^{DPM} = Q\left[\sqrt{1, (1)h_0^2}\right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{h_0^2}{1,82}}\right). \quad (30)$$

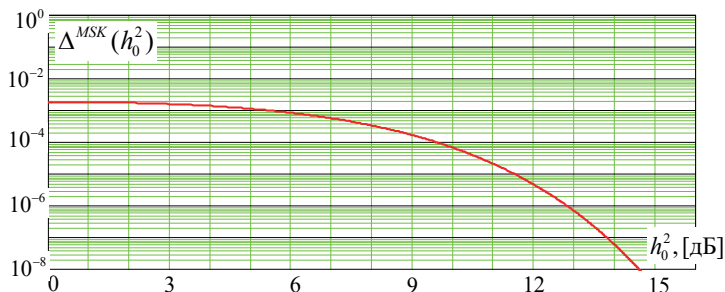


Рис. 12. Зависимость ошибки аппроксимации графика вероятности битовой ошибки для сигнала *MSK* от *SNR*

На рисунке 13 показана зависимость ошибки аппроксимации $\Delta^{DPM}(h_0^2)$, определяемой в соответствии с выражением (29), но уже для сигнала *DPM*.

Так, функция $\Delta^{DPM}(h_0^2)$ характеризует различия между значением $p_{DPM}(h_0^2)$, рассчитанным в соответствии с обобщенной моделью для сигналов класса *CPM* (19) и значением $\hat{p}_{DPM}(h_0^2)$, вычисление которого осуществлялось согласно аналитической модели (24). Графическая зависимость $\Delta^{DPM}(h_0^2)$ от *SNR* показана на рисунке 13

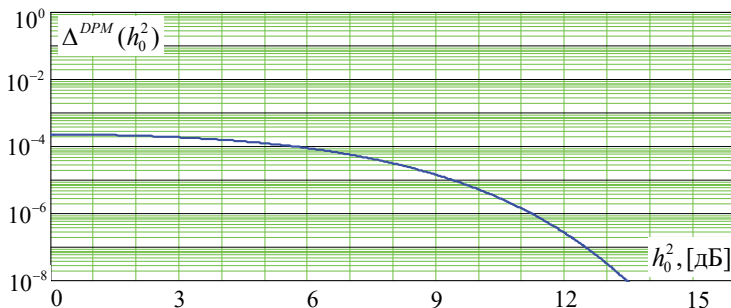


Рис. 13. Зависимость ошибки аппроксимации графика вероятности битовой ошибки для сигнала *DPM* от *SNR*

Анализ изменения функции $\Delta^{DPM}(h_0^2)$, представленной на рисунке 13, показывает, что в диапазоне изменения уровня h_0^2 от 0 до 7 дБ величина ошибки составляет порядка 10^{-4} и стремительно снижается к нулю с возрастанием величины ОСШ.

Различия абсолютных значений функций ошибок $\Delta^{DPM}(h_0^2)$ и $\Delta^{MSK}(h_0^2)$ связаны с погрешностью расчетов.

Следует отметить уникальность выражения (30), поскольку аналитические выражения для оценки помехоустойчивости сигналов DPM ранее получены не были.

4. Анализ спектральных свойств сигналов DPM. Полученный результат позволяет заключить, что сигналы DPM обладают более высокими свойствами помехоустойчивости по отношению к сигналам MSK, что в целом согласуется с выводами, сделанными в [16]. Но при этом сигналам MSK имеют лучшую спектральную компактность.

В частности, на рисунках 14-16 показаны спектры сигналов BPSK, MSK и DPM, модулированных одинаковой случайной последовательностью при равной символьной скорости.

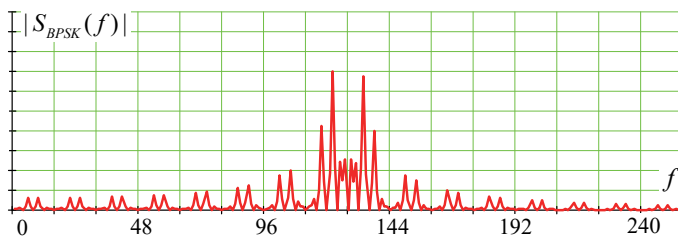


Рис. 14. Спектральное представление сигнала BPSK

Графики спектров построены в результате моделирования в среде MathCAD. В качестве вектора информационных символов была определена последовательность вида:

$$\mathbf{a} = \{0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1\}. \quad (31)$$

Здесь и далее по оси абсцисс представлены дискретные отсчеты частоты, а для построения спектров использовались стандартные процедуры расчета быстрого преобразования Фурье среды MathCAD

Даже визуальный анализ спектральных представлений тестируемых сигналов позволяет судить о достаточно высокой спектральной

эффективности сигналов класса CPM , к которым относятся $s_{MSK}(t)$ и $s_{DPM}(t)$, по отношению к сигналу $BPSK$.

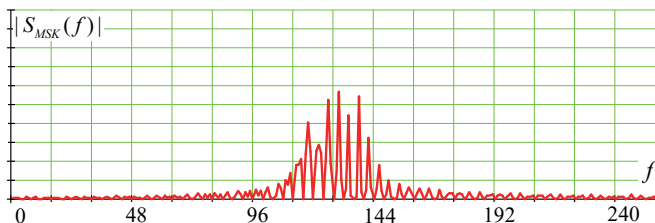


Рис. 15. Спектральное представление сигнала MSK

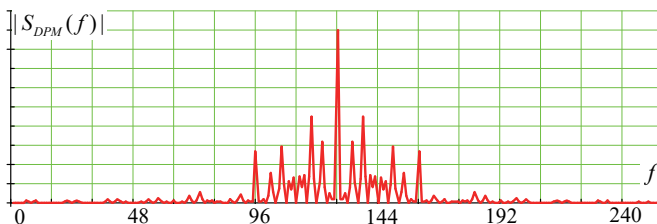


Рис. 16. Спектральное представление сигнала DPM

Вместе с тем спектры сигналов $s_{MSK}(t)$ и $s_{DPM}(t)$ имеют существенные различия.

Так спектральные компоненты $|S_{MSK}(f)|$, сгруппированные в пределах значимой полосы частот, имеют относительно близкие значения амплитуд, что делает спектр «равномерно плотным». В то же время в структуре спектра сигнала $s_{DPM}(t)$ наблюдаются мощные спектральные выбросы в пределах значимой полосы частот, характерные для сигналов фазовой манипуляции.

Другой особенностью функции $|S_{DPM}(f)|$ является явно выраженная ее симметрия относительно центральной компоненты, характерная для сигналов амплитудной манипуляции или угловой модуляции с малым индексом.

В интересах более детального анализа была построена разностная функция $\Delta_R(f) = |S_{DPM}(f)| - |S_{MSK}(f)|$ (рис. 17). Особенность функции $\Delta_R(f)$ в том, что ее положительные значения свидетельствуют о превалировании спектральных компонент $s_{DPM}(t)$, а отрицательные – указывают на доминирование спектральных компонентов сигнала $s_{MSK}(t)$.

Очевидно, что сигналы *MSK* обладают более высокими свойствами спектральной компактности, о чем свидетельствуют положительные значения функции $\Delta_R(f)$ в области от 96 до 110 отчета и от 150 до 160.

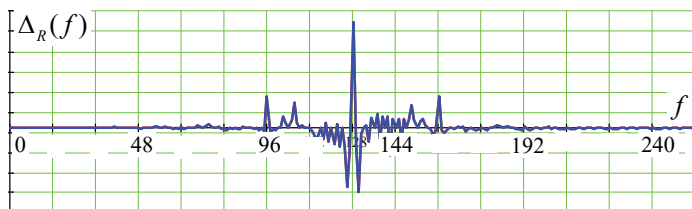


Рис. 17. Распределение разностной функции по частоте

Однако такой эффект наблюдается только на уровне затухания порядка 15 дБ. При более глубоком затухании сигналы *MSK* уступают сигналам *DPM* в свойствах спектральной компактности.

5. Реализационные аспекты. Если практический синтез сигналов *MSK* отработан, в частности в [10] представлена модель квадратурного модулятора сигнала *MSK*, то для сигналов *DPM* это вопрос еще не отработан в полной мере.

Учитывая данное обстоятельство, предлагается сигналы *DPM* синтезировать на основе формирователя сигналов с квадратурной фазовой модуляцией. Результирующая схема такого устройства разработана в ходе проведенного исследования (оформлена заявка на изобретение) и представлена на рисунке 18.

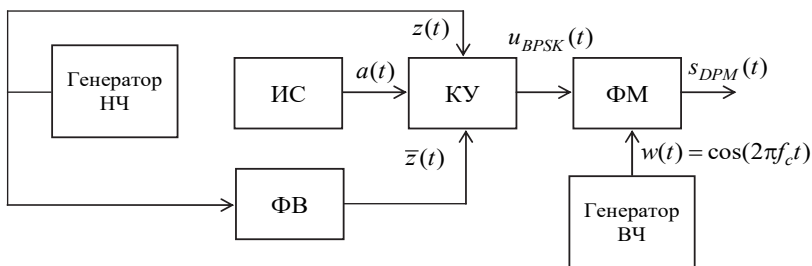


Рис. 18. Структурная схема формирования сигнала *DPM*

В состав устройства, представленного на рисунке 18, входят: генераторы низкой и высокой частоты – (НЧ) и (ВЧ); источник сообщений (ИС), который формирует битовую последовательность, опре-

деляемую информационной составляющей; фазовращатель (ФВ); коммутирующее устройство (КУ) и фазовый модулятор (ФМ).

Формирование сигнала DPM в соответствии с представленным устройством осуществляется следующим образом.

Генератор НЧ формирует низкочастотное колебание $z(t)$, которое поступает на прямой и инверсный вход коммутирующего устройства. При этом после фазовращателя на инверсный вход КУ поступает инвертируемое колебание $\bar{z}(t)$, а на управляющий вход коммутирующего устройства подается информационная импульсная последовательность $a(t)$. При этом длительность информационного импульса последовательности $a(t)$ соответствует периоду колебания $z(t)$. В результате на выходе КУ формируется низкочастотный фазоманипулированный сигнал $u_{BPSK}(t)$, который поступает на фазовый модулятор, где выступает в качестве модулирующего сигнала для высокочастотного колебания $w(t)$. А уже на выходе ФМ формируется результирующий сигнал DPM $s_{DPM}(t)$.

6. Заключение. Представленный эмпирический подход позволил получить вероятностную модель оценки помехоустойчивости сигналов CPM , основанную на принципе аналогии по отношению к известным выражениям. При этом ошибка аппроксимации полученных на его основе графиков по отношению к известным моделям, в частности сигнала MSK , составила десятые доли процента, что позволяет судить о правомерности и состоятельности такого подхода.

Кроме того, принцип аналогий дал возможность впервые получить аналитическое выражение расчета вероятности битовой ошибки в зависимости от ОСШ для сигналов DPM , также являющихся представителями CPM .

Справедливости ради стоит отметить, что результат получен для наиболее простого случая – канала $AWGN$, поэтому дальнейшие исследования авторы связывают с исследованием канала с райсовскими замираниями [29].

Эмпирический характер обобщенной модели также требует дальнейшего ее изучения и уточнения. В его основу, аналогично минимальному евклидовому расстоянию, положены структурные различия между сигналами, которые соответствуют разным информационным символам. Но если евклидово расстояние – величина детерминированная и в большей степени применима к сигналам, у которых параметры на длительности символа стационарны, то предложенная в работе функция различий применима и к излучениям с вариативными параметрами, к которым относятся сигналы CPM .

Чтобы повысить точность оценки с использованием разработанного подхода, в дальнейшем планируется использовать методы совместной частотно-временной обработки, предложенные в [30], а также негармонические базисы анализа [31].

Литературы

1. *Osborne W., Luntz M.* Coherent and Noncoherent Detection CPFSK // IEEE Transactions on Communications. 1974. vol. 22(8). pp. 1023–1036.
2. *Schonhoff T.* Symbol Error Probabilities for m-ary CPFSK: Coherent and Noncoherent Detection // IEEE Transactions on Communications. 1976. vol. 24(6). pp. 644–652.
3. *Аладинский В.А. и др.* Патент на изобретение RU 2261476 C1, 27.09.2005. Способ распознавания радиосигналов.
4. *Aulin T., Rydbeck N., Sundberg C.E.* Continuous Phase Modulation--Part II: Partial Response Signaling // IEEE Transactions on Communications. 1981. vol. 29(3). pp. 210–225.
5. *Miyakawa H., Harashima H., Tatsui N., Tanaka Y.* Digital Phase-Modulation Scheme Using Phase-Continuous Waveform // Electronics and Communications in Japan (English translation of Denshi Tsushin Gakkai Zasshi). 1975. vol. 58(12). pp. 35–42.
6. *Zhou L., Martin P.A., Taylor D.P., Horn C.* MLSE diversity receiver for partial response CPM // 12th IEEE International Conference on Communication Systems 2010. 2010. pp. 501–505.
7. *Qi J. et al.* Research on an optimization method for a partially responsive continuous phase modulated (CPM) signal based on an optimal generic function // Symmetry. 2019. vol. 11. no. 9. pp. 1114.
8. *Zourob M.* Detection, Receivers, and Performance of CPFSK and CPCK" // Electronic Thesis and Dissertation Repository. 2013. 1179 p.
9. Рекомендация МСЭ-R SM.328-11. Спектры и ширина полосы излучений (Вопрос МСЭ-R 222/1).
10. *Кузьмин Е.В., Зограф Ф.Г.* Параметризованная модель квадратурного модулятора MSK-сигнала в OrCAD // Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона». 2016. № 1. С. 2007–2016.
11. *Zhai W., Li Z., Si J., Bai J.* Performance analysis of a joint estimator for timing, frequency, and phase with continuous-phase modulation // IET Communications. 2016. vol. 10. no. 3. pp. 263–271.
12. *Pan X., Liu C., Zhu J.* Phase retrieval with extended field of view based on continuous phase modulation // Ultramicroscopy. 2019. vol. 204. pp. 10–17.
13. *Rhyou C., Park S., Lee H.* Optimal rate for continuous phase modulation in standing surface acoustic waves // Journal of Mechanical Science and Technology. 2019. vol. 33. no. 8. pp. 3819–3829.
14. *Дворников С.С., Дворников С.В.* Формирование сигналов с непрерывной фазой для передачи дискретной информации // Информационные технологии. 2016. Т. 22. № 6. С. 435–440.
15. *Абакумов А.Н., Еремеев И.Ю., Кадуков Е.П.* Модель радиосигналов с модуляцией с непрерывным изменением фазы зарубежных спутниковых систем связи в пространстве параметров фазовых диаграмм // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского. 2019. № 671. С. 71–79.
16. *Дворников С.В., Дворников С.С., Манаенко С.С., Пишеничников А.В.* Спектрально-эффективные сигналы с непрерывной фазой // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2016. Т. 12. № 2. С. 87–93.
17. *Тамбовский С.С.* Применение сигналов семейства CPM для организации связи с БПЛА // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2016. Т. 6. № 1. С. 82–84.

18. *Дворников С.С.* Обоснование параметров фазомодулированных сигналов для высокоскоростных систем передачи информации // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2016. № 3. С. 43–48.
19. *Дворников С.С.* Спектрально-эффективные формы сигналов с непрерывной фазой для передачи дискретной информации // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2016. № 1. С. 86–93.
20. *Султанов А.Х. и др.* Методика определения оптимального коэффициента скругления спектра в беспроводных цифровых системах связи для устранения межсимвольной интерференции // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2013. Т. 9. № 2. С. 96–101.
21. *Yuan R., Cheng J.* Free-Space Optical Quantum BPSK Communications in Turbulent Channels // 2018 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). 2018. pp. 1–6.
22. *Котельников В.А.* Теория потенциальной помехоустойчивости // М.: Государственное энергетическое изд-во. 1956. 152 с.
23. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей // М.: Академия. 2005. 576 с.
24. *Дворников С.В. и др.* Теоретическое обоснование синтеза ансамбля биортогональных сигналов с повышенной помехоустойчивостью // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2015. № 5. С. 16–20.
25. *Yang G. et al.* CPFSK signal detection in white and bursty impulsive noises // IEEE Access. 2019. vol. 7. pp. 74029–74039.
26. *Нахмансон Г.С., Маснев И.Н.* Прием модифицированного фазоманипулированного широкополосного сигнала корреляционным приемником с входным полосовым фильтром // Телекоммуникации. 2020. № 7. С. 17–23.
27. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники // М.: Радио и связь. 1989. 653 с.
28. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение // М.: Вильямс. 2003. 1104 с.
29. *Osyphchuk S., Moshynska A., Pieshkin A., Shmihel B.* The effect of the features of signal-code constructions forming on indicators of functionality and reliability of communication systems based on the 802.11 N/AC standards // Sciences of Europe. 2018. vol. 26-2(26). pp. 38–47.
30. *Дворников С.В., Сауков А.М.* Модификация частотно-временных описаний нестационарных процессов на основе показательных и степенных функций // Научное приборостроение. 2004. Т. 14. № 3. С. 76–85.
31. *Афанасьев В.В., Логинов С.С.* Негармонический спектральный анализ MULTISCROLL СИСТЕМ с динамическим хаосом // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2019. Т. 10. № 3. С. 4–7.

Дворников Сергей Викторович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры, кафедра радиотехнических и оптоэлектронных комплексов (кафедра 21), Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП). Область научных интересов: общая теория связи, помехозащищенность линий радиосвязи, методы совместной частотно-временной обработки сигналов, вейвлет-анализ. Число научных публикаций – 298. practicdsv@yandex.ru; ул. Большая Морская, 67, 194000, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7-905-275-50-02.

Дворников Сергей Сергеевич – канд. техн. наук, начальник лаборатории, лаборатория боевого применения войск связи, Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного. Область научных интересов: теория передачи сигналов, спектральная эффективность сигналов, помехозащищенность каналов управления и связи радиотехнических систем. Число научных публикаций – 82. dvornik.92@mail.ru; Тихорецкий пр., 3, 194064, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7-812-247-98-20.

S. DVORNIKOV, S. DVORNIKOV

EMPIRICAL APPROACH TO ESTIMATING THE IMMUNITY OF PHASE MODULATION SIGNALS WITH A CONTINUOUS PHASE

Dvornikov S., Dvornikov S. Empirical Approach to Estimating the Immunity of Phase Modulation Signals with a Continuous Phase.

Abstract. The high spectral efficiency of signals with continuous phase modulation (CPM) has determined their popularity and active use in various radio engineering projects. The uniqueness of the properties of CPM signals is associated with the preservation of the continuity of their phase when changing information messages for the duration of a symbol. At the same time, until recently, of the entire wide class of signals with continuous phase modulation, the most widespread were various variations, the so-called Minimum Shift Keying (MSK) signals. However, these are far from the only representatives of the class of CPM signals with the property of high spectral compactness. This article examines no less interesting signals of this class, formed by means of Dual Phase Modulation (DPM). In particular, analytical expressions of their synthesis are presented, their belonging to the class of CPM signals is substantiated. In addition, the article investigates the temporal properties of the phase function recommended by ITU-R SM.328-11 for the synthesis of signals with continuous phase modulation, presents the time and frequency fragments of MSK signals in comparison with signals with Binary Phase Shift Keying (BPSK). The stages of the analytical derivation of the model of noise immunity of PCM signals in terms of the probability of a bit error based on an empirical approach are presented. The generality of the obtained model with the known expression for MSK signals is shown by studying the difference function of the approximation error (error of the order of 10^{-3}), which made it possible to obtain a more compact representation of the developed model in relation to DPM signals. It has been proven that DPM signals have higher noise immunity properties in relation to MSK signals (about 0.5 dB at an error level of 10^{-5}), using the results of studying the difference functions determined by the difference between the signal symbols corresponding to the information values "1" and "0". The directions of further research are determined.

Keywords: Signals with Continuous Phase Modulation, Signal Noise Immunity, Bit Error Probability, Spectral Properties of Signals

Dvornikov Sergey – Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Professor of a Department of Radio Engineering and Optoelectronic Complexes (Department 21), State University of Aerospace Instrumentation (SUAI). Research interests: general theory of communication, noise immunity of radio communication lines, methods of joint time-frequency signal processing, wavelet analysis. The number of publications – 298. practicdsv@yandex.ru; 67, Bolshaya Morskaya str., 194000, St. Petersburg, Russia; office phone: +7-905-275-50-02.

Dvornikov Sergey – Ph.D., Head of the Laboratory, Laboratory of Combat use of Forces, Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union SM Budenogo. Research interests: theory of signal transmission, spectral efficiency of signals, noise immunity of control and communication channels of radio engineering systems. The number of publications – 82. dvornik.92@mail.ru; 3, Tikhoretskiy pr., 194064, St. Petersburg, Russia; office phone: +7-812-247-98-20.

References

1. Osborne W., Luntz M. Coherent and Noncoherent Detection CPFS. *IEEE Transactions on Communications*. 1974. vol. 22(8). pp. 1023–1036.

2. Schonhoff T. Symbol Error Probabilities for m-ary CPFSK: Coherent and Noncoherent Detection. *IEEE Transactions on Communications*. 1976. vol. 24(6). pp. 644–652.
3. Aladinsky V.A. et al. *Patent na izobreteniyе RU 2261476 C1, 27.09.2005*. [Method for recognizing radio signals]. (In Russ.).
4. Aulin T., Rydbeck N., Sundberg C.E. Continuous Phase Modulation--Part II: Partial Response Signaling. *IEEE Transactions on Communications*. 1981. vol. 29(3). pp. 210–225.
5. Miyakawa H., Harashima H., Tatsui N., Tanaka Y. Digital Phase-Modulation Scheme Using Phase-Continuous Waveform. *Electronics and Communications in Japan (English translation of Denshi Tsushin Gakkai Zasshi)*. 1975. vol. 58(12). pp. 35–42.
6. Zhou L., Martin P.A., Taylor D.P., Horn C. MLSE diversity receiver for partial response CPM. 12th IEEE International Conference on Communication Systems 2010. 2010. pp. 501–505.
7. Qi J. et al. Research on an optimization method for a partially responsive continuous phase modulated (CPM) signal based on an optimal generic function. *Symmetry*. 2019. vol. 11. no. 9. pp. 1114.
8. Zourob M. "Detection, Receivers, and Performance of CPFSK and CPCK". Electronic Thesis and Dissertation Repository. 2013. 1179 p.
9. Recommendation ITU-R SM.328-11. [Emission spectra and bandwidth] (Question ITU-R 222/1).
10. Kuzmin E.V., Zograf F.G. [Parameterized model of the quadrature modulator of the MSK signal in OrCAD]. *Elektronnyy nauchnyy zhurnal "Inzhenernyy vestnik Dona" – Electronic scientific journal "Engineering Bulletin of the Don"*. 2016. vol. 1. pp. 2007–2016. (In Russ.).
11. Zhai W., Li Z., Si J., Bai J. Performance analysis of a joint estimator for timing, frequency, and phase with continuous-phase modulation. *IET Communications*. 2016. vol. 10. no. 3. pp. 263–271.
12. Pan X., Liu C., Zhu J. Phase retrieval with extended field of view based on continuous phase modulation. *Ultramicroscopy*. 2019. vol. 204. pp. 10–17.
13. Rhyou C., Park S., Lee H. Optimal rate for continuous phase modulation in standing surface acoustic waves. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2019. vol. 33. no. 8. pp. 3819–3829.
14. Dvornikov S.S., Dvornikov S.V. [Formation of signals with a continuous phase for the transmission of discrete information]. *Informatsionnyye tekhnologii – Information technologies*. 2016. Issue 22. vol. 6. pp. 435–440. (In Russ.).
15. Abakumov A.N., Ereemeev I.Yu., Kadukov E.P. [Model of radio signals with modulation with continuous phase change of foreign satellite communication systems in the space of parameters of phase diagrams]. *Trudy Voenno-kosmicheskoy akademii imeni A.F.Mozhayskogo – Proceedings of the A.F. Mozhaisky Military Space Academy*. 2019. vol. 671. pp. 71–79. (In Russ.).
16. Dvornikov S.V., Dvornikov S.S., Manaenko S.S., Pshenichnikov A.V. [Spectrally effective signals with continuous phase]. *Bulletin of the Voronezh State Technical University – Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2016. Issue 12. vol. 2. pp. 87–93. (In Russ.).
17. Tambovskiy S.S. [Application of signals of the CPM family for the organization of communication with the UAV]. *DSPA: Digital Signal Processing Application Issues – DSPA: Voprosy primeneniya tsifrovoy obrabotki signalov*. 2016. Issue 6. vol. 1. pp. 82–84. (In Russ.).
18. Dvornikov S.S. [Substantiation of parameters of phase-modulated signals for high-speed data transmission systems]. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika televiziyeniya – Radio electronics issues. Series: Television technology*. 2016. vol. 3. pp. 43–48. (In Russ.).

19. Dvornikov S.S. [Spectrally efficient continuous phase waveforms for transferring discrete information]. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika televideniya – Radio electronics issues. Series: Television technology*. 2016. vol. 1. pp. 86–93. (In Russ.).
20. Sultanov A.Kh. et al. [Methodology for determining the optimal spectrum rounding factor in wireless digital communication systems to eliminate intersymbol interference]. *Elektrotekhnicheskiye i informatsionnyye komplekxy i sistemy – Electrical and information complexes and systems*. 2013. Issue 9. vol. 2. pp. 96–101. (In Russ.).
21. Yuan R., Cheng J. Free-Space Optical Quantum BPSK Communications in Turbulent Channels. 2018 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). 2018. pp. 1–6.
22. Kotelnikov V.A. *Teoriya potentsial'noy pomexoustoychivosti* [The theory of potential noise immunity]. M.: Gosudarstvennoye energeticheskoye izd-vo. 1956. 152 p. (In Russ.).
23. Wentzel E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. M.: Academia. 2005. 576 p. (In Russ.).
24. Dvornikov S.V. et al. [Theoretical substantiation of the synthesis of an ensemble of biorthogonal signals with increased noise immunity]. *Questions of radioelectronics. Series: Television technology – Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika televideniya*. 2015. vol. 5. pp. 16–20. (In Russ.).
25. Yang G. et al. CPFSSK signal detection in white and bursty impulsive noises. *IEEE Access*. 2019. vol. 7. pp. 74029–74039.
26. Nakhmanson G.S., Masnev I.N. [Reception of a modified phase-shift keyed broadband signal by a correlation receiver with an input bandpass filter]. *Telekommunikatsii – Telecommunications*. 2020. vol. 7. pp. 17–23. (In Russ.).
27. Levin B.R. *Teoreticheskiye osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. M.: Radio i svyaz. 1989. 653 p. (In Russ.).
28. Sklar B. *Tsifrovaya svyaz. Teoreticheskiye osnovy i prakticheskoye primeneniye* [Digital communication. Theoretical foundations and practical application]. M.: Vilyams. 2003. 1104 p. (In Russ.).
29. Osypchuk S., Moshynska A., Pieshkin A., Shmihel B. The effect of the features of signal-code constructions forming on indicators of functionality and reliability of communication systems based on the 802.11 N/AC standards. *Sciences of Europe*. 2018. vol. 26-2 (26). pp. 38–47.
30. Dvornikov S.V., Saukov A.M. [Modification of time-frequency descriptions of non-stationary processes based on exponential and power-law functions]. *Nauchnoye priborostroyeniye – Scientific instrument-making*. 2004. Issue 14. vol. 3. pp. 76–85. (In Russ.).
31. Afanasyev V.V., Loginov S.S. [Nonharmonic spectral analysis of MULTISCROLL SYSTEMS with dynamic chaos]. *Sistemy sinkhronizatsii, formirovaniya i obrabotki signalov – Systems of synchronization, formation and processing of signals*. 2019. Issue 10. vol. 3. pp. 4–7. (In Russ.).