



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado en Administración y Dirección de Empresas

REPÚBLICA FEDERATIVA DE BRASIL:  
ESTRUCTURA URBANA Y DESARROLLO  
(1960-2020)

Presentado por Javier Marco Martín

Dirigido por Fernando Sanz Gracia

Facultad de Economía y Empresa  
2022

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>4</b>
<b>2. REPÚBLICA DE BRASIL, CARACTERÍSTICAS ECONÓMICAS, DEMOGRÁFICAS Y EVOLUCIÓN.....</b>	<b>7</b>
<b>3. METODOLOGÍA, LA DISTRIBUCIÓN DE PARETO Y LA LEY DE ZIPF. . .....</b>	<b>13</b>
<b>4. BASE DE DATOS.....</b>	<b>16</b>
<b>5. RESULTADOS .....</b>	<b>25</b>
<b>6. CONCLUSIONES .....</b>	<b>27</b>
<b>7. BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>32</b>

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 PIB en \$.	Gráfico 2 Población total.....	9
Gráfico 3 Evolución de la pirámide de población .....		11
Gráfico 4 Distribución prevista de la población de Estados Unidos por raza.....		12
Gráfico 5 Año 1990 .....		18
Gráfico 6 Año 1910 .....		18
Gráfico 7 Año 1920 .....		18
Gráfico 8 Año 1930 .....		19
Gráfico 9 Año 1940 .....		19
Gráfico 10 Año 1950.....		19
Gráfico 11 Año 1960.....		20
Gráfico 12 Año 1970.....		20
Gráfico 13 Año 1980.....		20
Gráfico 14 Año 1990.....		21
Gráfico 15 Año 2000.....		21
Gráfico 16 Año 2010.....		21

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Base de Datos.....	5
Tabla 2 Base de Datos completa.....	6
Tabla 3 Rango 1 a 10 .....	17
Tabla 4 Cálculo de rango “k-ésimo” para cada fila .....	22
Tabla 5 Décadas 1900 – 1910 -1920.....	23
Tabla 6 Décadas 1930 – 1940 -1950.....	23
Tabla 7 Décadas 1960 – 1970 -1980.....	23
Tabla 8 Décadas 1990 – 2000 - 2010.....	24
Tabla 9 Década 2000 – Primeras ciudades - Cálculo.....	26

## 1. INTRODUCCIÓN

La estructura urbana y su desarrollo es una de las claves de estudio para comprender el crecimiento económico que han experimentado los diferentes países a lo largo del tiempo y su distribución ha sido objeto de estudio desde principios del siglo XIX (*city size distribution*).

Varios han sido los autores que se han centrado en esta materia, cuyo principal precursor fue Auerbach (1913), ya que constituye el origen de todo lo que se ha escrito posteriormente sobre el tema, siendo Gibrat (1931) otro autor muy importante, cuyo trabajo está enfocado hacia un punto de vista empresarial (*firm size distribution*).

La distribución estadística del tamaño de un fenómeno cuantificable no sólo se ha estudiado en términos económicos, ya que son muchas las disciplinas que admiten dicho estudio. Ha sido aplicado, por ejemplo, a la intensidad de los terremotos, al número de víctimas de los conflictos bélicos (González-Val, 2015), al caudal de los ríos, a la frecuencia con que aparecen ciertas notas musicales en obras famosas (Zanette, 2006), o a la magnitud de los movimientos migratorios (Clemente et al., 2011).

Pero sin duda podríamos concretar que el caso más famoso, no por el fenómeno cuantificable en sí mismo, sino por la Ley que toma el nombre de su autor (Ley de Zipf), es el estudio del número de veces que aparecen las diferentes palabras en el libro “Ulises” de James Joyce (Zipf, 1949). Más adelante se vio, que esta ley de Zipf, también funcionaba si se aplicaba para describir la distribución del ingreso en un país determinado y los tamaños de las ciudades. De este modo, una de las medidas de “concentración espacial” es el coeficiente del Zipf, también conocida como “regla rango-tamaño”. Esta ley se cumple si cuando se ordenan la totalidad de las ciudades según su tamaño, de mayor a menor se comprueba que, la de mayor tamaño tiene aproximadamente el doble de población que la segunda, el triple que la tercera y así sucesivamente.

Este trabajo pretende describir la distribución de la población de Brasil, así como estudiar la evolución que ha llevado a cabo desde 1960 hasta nuestros días. Se trata por tanto de un trabajo de economía urbana. Una vez determinado el objeto de estudio, es necesario justificar por qué es relevante dedicar tiempo y esfuerzo a este tema.

Una de las cuestiones más estudiadas en economía urbana es que la distribución del tamaño de las ciudades, en varios países, puede estimarse mediante una distribución de

Pareto, lo cual establece una regularidad empírica analizada, que, en dicha distribución, “el exponente de Pareto”, está cercano a 1.

Según esta regla, el coeficiente de Zipf será:

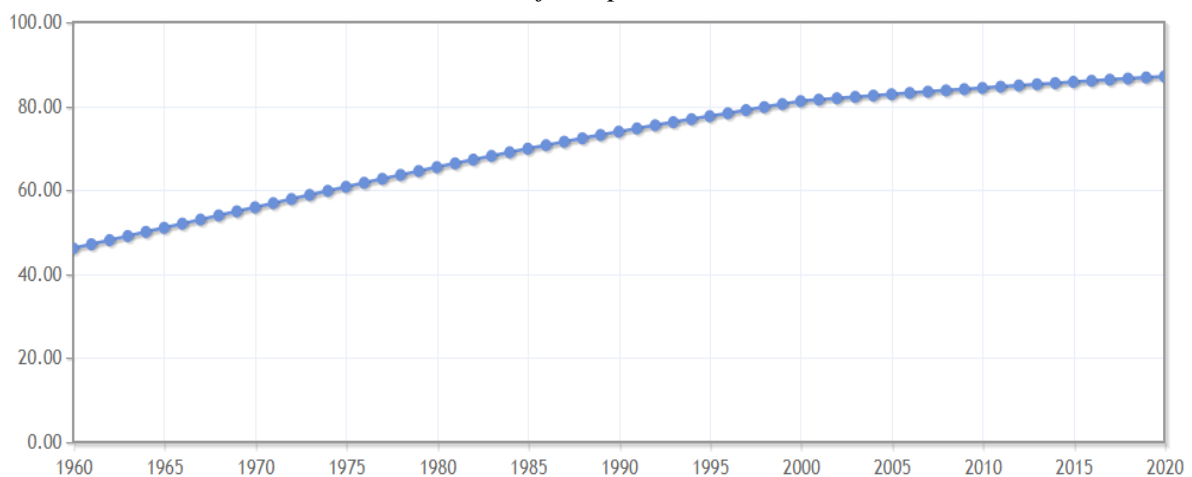
- Igual a 1 si se cumple totalmente la ley,
- Menor a uno en caso de que existiera una mayor dispersión
- Mayor a uno si existe una mayor concentración en aquella ciudad de tamaño mayor.

Es esta regularidad empírica la que ha provocado numerosos desarrollos que justifican analíticamente y explican el cumplimiento de la ley de Zipf,. Es decir, la ley de Zipf “es una regularidad empírica que aparece cuando el exponente de Pareto de la distribución es igual a la unidad.

El propósito de este trabajo es comprobar si tal supuesto es cierto, estudiando la evolución de la distribución de las ciudades de Brasil durante la segunda mitad del Siglo XX hasta la actualidad.

Las Tablas 1 y 2 presentan el número de ciudades (places) por década y el porcentaje que las ciudades de la base de datos representan sobre el total de la población de Brasil.

*Tabla 1 Base de Datos Porcentaje de población urbana*



*Tabla 2 Base de Datos completa*

<i>Year</i>	<i>Number of cities</i>	<i>% of total population</i>
1960	2764	46,14 %
1965	''''	51,04 %
1970	3952	55,91 %
1975	''''	60,79 %
1980	3991	65,47 %
1985	''''	69,86 %
1990	4491	73,92 %
1995	''''	77,61 %
2000	5507	81,19 %
2005	''''	82,83 %
2010	5565	84,34 %
2015	''''	85,77 %
2020	5570	87,07 %

Los datos muestran el proceso de urbanización que se produjo en Brasil desde 1960 hasta la actualidad. Como se observa, inicialmente, la población de las ciudades representaba menos de la mitad de la población total de Brasil (46,14%) hasta el 87,07% del año 2020.

Desde la década de 1960 hasta la actualidad se produce un importante aumento, en el porcentaje que representan sobre la población total; esto es consecuencia de un proceso de urbanización que puede ser, debido a que las mismas ciudades ya son capaces de atraer nueva población o, por el crecimiento de la cantidad de ciudades. Luego de ese crecimiento significativo, el mismo se ralentiza.

La importancia de estudiar cómo está distribuida la población en un determinado país, radica en la relación que guarda con el desarrollo económico del mismo. Los países más desarrollados, han acompañado su proceso de urbanización con desarrollo económico sostenible. El objetivo de este trabajo, entonces, es describir cómo está distribuida la población en la república federativa de Brasil, analizar su evolución durante las últimas décadas hasta llegar a la situación actual, utilizando como aproximación estadística la distribución de Pareto (1896).

Para desarrollar este trabajo, luego de esta introducción y objetivos, en el epígrafe dos se explican los aspectos históricos-políticos de Brasil en la segunda mitad del Siglo XX, sus particularidades económicas, demográficas y geográficas. El apartado tres describe la metodología empleada. La cuarta hace lo propio con los datos utilizados. En el epígrafe

5 se muestran los resultados obtenidos en el trabajo y en el último apartado se detallan las conclusiones arribadas.

## **2. REPÚBLICA DE BRASIL, CARACTERÍSTICAS ECONÓMICAS, DEMOGRÁFICAS Y EVOLUCIÓN.**

En este apartado vamos a analizar las principales características económicas y demográficas del país objeto de estudio, además de dar un repaso a los principales hechos relevantes ocurridos en él. Pero antes de proceder a dicho análisis, hay que contestar a una pregunta, ¿por qué elegir Brasil y no cualquier otra nación para realizar el estudio de su estructura urbana?

La razón principal por la que elegir Brasil es que éste es uno de los países con mayor potencial de desarrollo económico del mundo, dado su gran desarrollo tecnológico y la enorme cantidad de recursos naturales disponibles. De acuerdo con estimaciones macroeconómicas, para 2050 Brasil será la quinta mayor economía del planeta. El país lusoparlante está en el noveno lugar en el ranking de 196 países que mide el PIB por paridad de poder adquisitivo (PIB PPA), y el puesto undécimo en PIB nominal. Por esta razón, parece interesante analizar la distribución y el desarrollo de su población, pues como hemos dicho anteriormente, este país aspira a ser una superpotencia económica en las próximas décadas.

Brasil, cuyo nombre oficial es República Federativa de Brasil, es un país soberano de América del Sur que comprende la mitad oriental del continente y algunos grupos de pequeñas islas en el Océano Atlántico. Es el quinto país más grande del mundo y el más extenso de Iberoamérica, con una superficie de 8.515.770 Km<sup>2</sup>. Está conformado por 26 estados y un distrito federal, en el que se encuentra la capital del país, Brasilia.

Es el séptimo país más poblado del mundo con 213.993.441 habitantes, según las últimas estimaciones estatales (datos 2021), con una densidad de población de 25,12 habitantes por Km<sup>2</sup>, lo que representa el 2,73% de la población mundial.

La región del actual Brasil, hasta entonces habitado por indígenas, tuvo su primer contacto con los europeos en el año 1500 d.C. a través de una expedición portuguesa liderada por Pedro Álvares Cabral. Tras el Tratado de Tordesillas, el territorio brasileño fue el segmento del continente americano que correspondió al reino de Portugal, del cual obtuvo su independencia el 7 de septiembre de 1822. Así, el país pasó de ser parte central del

reino de Portugal a un imperio para finalmente convertirse en una república. Su primera capital fue Salvador de Bahía, que fue sustituida por Río de Janeiro hasta que se construyó una nueva capital, Brasilia. Su constitución actual, formulada en 1988, define a Brasil como república federativa presidencialista. La federación está formada por la unión del Distrito Federal, los 26 estados y los 5570 municipios.

La colonización se inició oficialmente en el año 1534, cuando Juan III dividió el territorio en doce capitanías hereditarias, pero debido a varios problemas con este sistema, en 1549 el rey Juan III nombró a un gobernador general para administrar toda la colonia. A mediados del siglo XVI, el azúcar se convirtió en el producto de exportación más importante de Brasil, y el comercio de esclavos africanos por parte de los portugueses comenzó a incrementarse en respuesta a la creciente demanda internacional.

A finales del siglo XVII, las exportaciones de azúcar comenzaron a disminuir, pero alrededor de 1693, el descubrimiento de yacimientos de oro en la región que más tarde sería llamada de Minas Gerais, así como la explotación de otras minas en Mato Grosso y Goiás en las décadas siguientes, salvaron a la colonia de un colapso económico inminente. Miles de inmigrantes provenientes de la costa de Brasil y de Portugal se desplazaron hacia las minas.

En 1808, la familia real portuguesa – y la nobleza portuguesa- huyeron de las tropas del emperador francés, Napoleón Bonaparte, que estaba invadiendo Portugal y la mayor parte de Europa Central, y se estableció en la ciudad de Río de Janeiro, que de esta manera se convirtió en la capital de facto del Imperio Portugués. En 1815, Juan VI, entonces el príncipe regente de Portugal en nombre de su madre María I, elevó al Estado de Brasil, una colonia portuguesa, a un Reino soberano en unión con Portugal.

Juan VI regresó a Europa el 26 de abril de 1821, dejando a su primogénito, Pedro de Alcántara, como príncipe regente. El gobierno portugués intentó transformar a Brasil en una colonia una vez más, privándolo de los derechos que poseía desde 1808. Los brasileños se resistieron a ceder y Pedro se adhirió a su causa, declarando la independencia del país el 7 de septiembre de 1822. El 12 de octubre, Pedro fue declarado el primer emperador del Brasil y coronado como Pedro I el 1 de diciembre.

El 7 de abril de 1831, Pedro I abdicó cuando regresó a Europa para recuperar el trono de su familia, dejando a su hijo de cinco años como sucesor, Pedro II. Como el nuevo emperador no podía ejercer sus funciones, se creó una regencia.

Tras la llegada de Pedro II al trono en 1843, Brasil empezó a disfrutar de estabilidad



interna, prosperidad económica, y una forma de gobierno cercana a una monarquía parlamentaria, elecciones sucesivas, libertad de imprenta, además de la abolición del tráfico internacional de esclavos y la progresiva eliminación de la esclavitud en el país. En 1889, un golpe de estado militar acabaría con el reinado de Pedro II, apoyado fundamentalmente por la masonería brasileña y grandes propietarios de esclavos, los cuales se oponían a la abolición de la esclavitud de 1888 sin una indemnización a los propietarios. La primera república no protagonizó grandes cambios para la gran masa de la población: Se mantuvo la agricultura latifundista, la economía basada en la exportación de materias primas y la corrupción entre las élites. La inestabilidad financiera, política y social fue aprovechada en 1930 por Getúlio Vargas, que protagonizó un golpe de estado con el apoyo de los militares. El gobierno se mantuvo neutral en la segunda guerra mundial hasta 1942, que tuvo que alinearse en favor de Estados Unidos, rompiendo sus relaciones diplomáticas con las potencias del Eje. En 1946 fue repuesto por un golpe militar, y se restableció la democracia siendo elegido Eurico Gaspar presidente. Vargas regresaría al poder en 1950, pero se suicidó en 1954 en medio de una crisis política. Su política se caracterizó por un considerable crecimiento económico junto a reformas moderadas en los derechos trabajadores, teniendo el apoyo tanto de las élites como del proletariado. Varios gobiernos provisionales de corta duración sucedieron al difunto presidente Vargas, siguiendo una similar agenda política y desarrollo económico. Entre 1956 y 1961 bajo la dirección de Juscelino Kubitscheck, Con su llegada se produjo la consolidación de la industria automovilística, al llegar las primeras factorías de automóviles como la General Motors de Brasil. Así mismo, promovió la industria de la construcción naval, la expansión de la industria pesada, la construcción de plantas siderúrgicas y grandes centrales hidroeléctricas, como Usina Hidrelétrica de Três Marias en São João da Barra. La construcción de Furnas se inició en 1957 y se completó en 1963. Furnas formó uno de los mayores lagos artificiales del mundo que rodea a 34 ciudades y, lo que se conoce como "Mar de Minas Gerais". En energía eléctrica se alcanzó una tasa del 96 %, en la producción de petróleo crudo 75,5 %, y un 71 % para el refinado. Estas políticas energéticas respondieron al boicot de servicios de abastecimiento de energía. Se lanzó un plan quinquenal de sustitución de importaciones para favorecer el crecimiento nacional de la economía. Se incentivó el crecimiento de la pequeña industria de base (siderurgia, energía, petroquímica) para evitar el aumento de importaciones de productos de consumo básico, que la nueva industria necesitaría de manera creciente. La inversión en infraestructuras fue muy elevada. Se llegaron a construir 20 000 kilómetros

de carreteras pavimentadas y se pavimentaron unos 5 600 kilómetros de carreteras existentes, así literalmente, se allanó el camino para el aumento de la producción en la industria automotriz nacional. Implementado la industria de la construcción naval, creció la producción de petróleo desde 6 800 hasta 100 000 barriles diarios. Construyó la Refinería Duque de Caxias, el aumento de la capacidad total instalada de 3 000 000 de kilovatios en 1954 a 4 700 000, al cabo de cinco años mostró su afán de expandir la autosuficiencia energética en Brasil. Se creó la Comisión Nacional de Energía Nuclear.

En 1964, un golpe de estado volvería al país a un régimen militar dictatorial. Tras el reajuste del sistema financiero brasileño y la recuperación fiscal del Estado, a partir de 1968 se inició un periodo de fuerte crecimiento económico. El PIB brasileño creció a una tasa media superior al 10 % anual, adoptando medidas keynesianas de intervención en la economía. El Estado invirtió ingentes cantidades de capital en la industria pesada, siderurgia, petroquímica, construcción naval y energía hidroeléctrica, aprovechando la base industrial que se comenzó a construir desde 1956.

El éxito de la política económico intervencionista llegó con celeridad, el aumento de producción de bienes duraderos de consumo aumentó a una tasa media de 23.6% anual, y los bienes del capital a un 18.1%. Este crecimiento fue posible gracias a la reducción del salario mínimo, que provocó el pleno empleo y a la reducción del gasto público en educación y sanidad. A pesar de este gran desarrollo, el aumento de ingresos se concentró en las clases altas, provocando una gran desigualdad que perdura hasta nuestros días. Este enorme crecimiento se ralentizó con la crisis del petróleo de 1973.

Desde 1974 se comenzó el proceso de democratización, el cual tuvo que acabar gradualmente con la indisciplina militar, la censura de medios y la tortura de presos políticos.

A pesar de la desigualdad y la corrupción que el país debe solventar actualmente; la diversificación de su economía, la enorme cantidad de recursos naturales disponibles, un desarrollo industrial consolidado y la prematura digitalización del sector servicios (especialmente en la industria financiera) proyecta a Brasil a ser la quinta economía del mundo para 2050, consolidándose como una superpotencia en el tablero geopolítico.

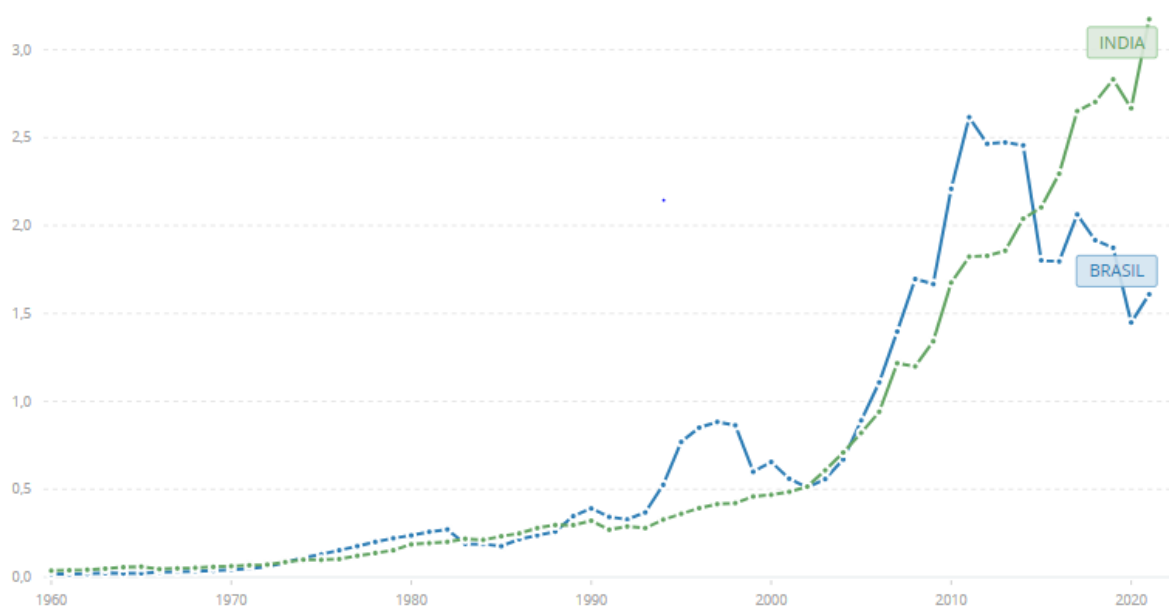
Brasil, junto a Rusia, India, China y Sudáfrica, forma parte del BRICS. En términos generales, este acrónimo hace referencia a la asociación económica-comercial de las cinco economías emergentes que desde la década del 2000 son las más prometedoras del mundo. Estos países se caracterizan por el auge de su importancia en el comercio exterior

mundial, teniendo todos ellos en común una gran población, un amplio territorio que les hace disponer de amplios recursos naturales. A estos solo se le podría asemejar México, país que pertenece a la OCDE.

A continuación, el gráfico 1 nos muestra la evolución del PIB total en \$ y de la población total de Brasil e India desde 1960 hasta 2020. En el gráfico 1 observamos que ambos países experimentan un patrón de crecimiento desde 1960 and 1990, caracterizado por ser ambas economías emergentes. A partir de 1990, podemos ver un crecimiento más inestable de la economía brasileña, con grandes periodos de crecimiento rápido, pero con crisis y caídas mucho más fuertes. La economía india crece a un ritmo más constante y estable.

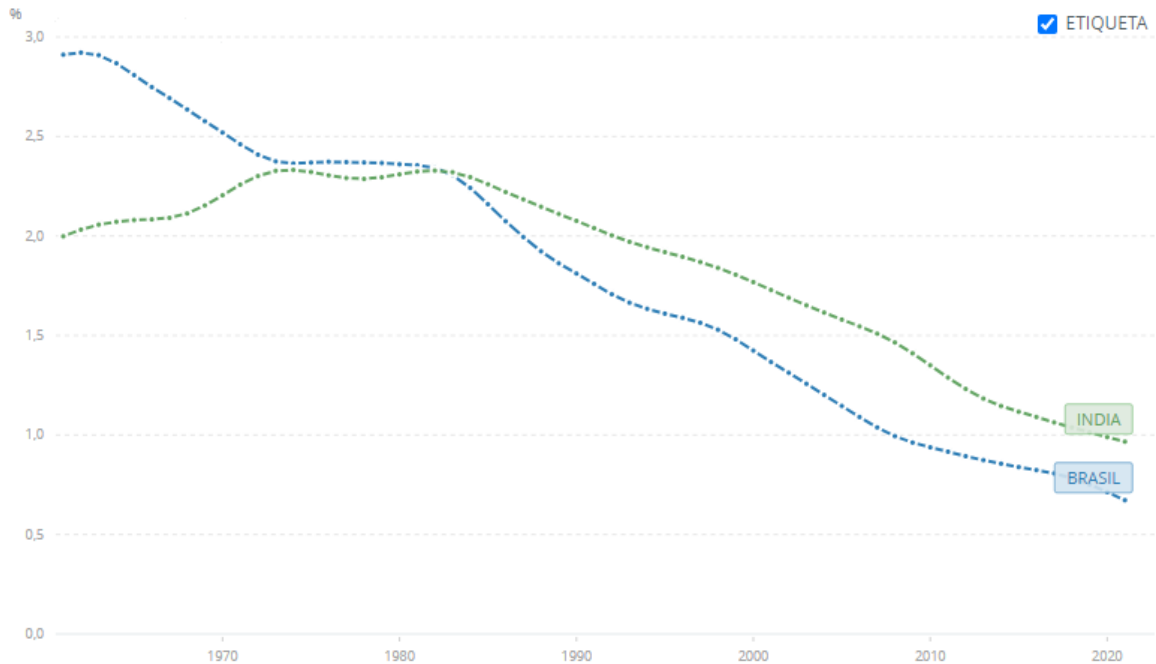
En cuanto al gráfico 2, se aprecia un ritmo de crecimiento poblacional similar en ambas economías emergentes en estos últimos 60 años. En 1960, Brasil tenía una población de 72.179.235 personas. La población del país hindú era de 450.547.675 personas. En el último censo registrado en 2021 India tiene una población de 1.393.409.033 personas. Ambos países han multiplicado su población prácticamente por tres, por lo que el crecimiento poblacional ha sido muy similar. Sin embargo, la tendencia actual es que la natalidad en Brasil ha decrecido drásticamente en los últimos años, acercándose a tasas similares a los países europeos más desarrollados.

*Gráfico 1 PIB (billones de US\$ a precios actuales)*



*Fuente: Banco Mundial*

Gráfico 2 Crecimiento de la población (% anual)



Fuente: Banco Mundial

A continuación, en los gráficos 3 y 4 observaremos las diferencias y similitudes de Brasil con otro miembro del BRICS, Rusia. Desde la Desintegración de la Unión Soviética en 1990, Rusia sufrió una grave crisis, pero en los últimos 20 años ha experimentado un gran crecimiento económico que le sitúa de nuevo en una posición de relevancia en el tablero mundial.

Gráfico 3: PIB (billones de US\$ a precios actuales)

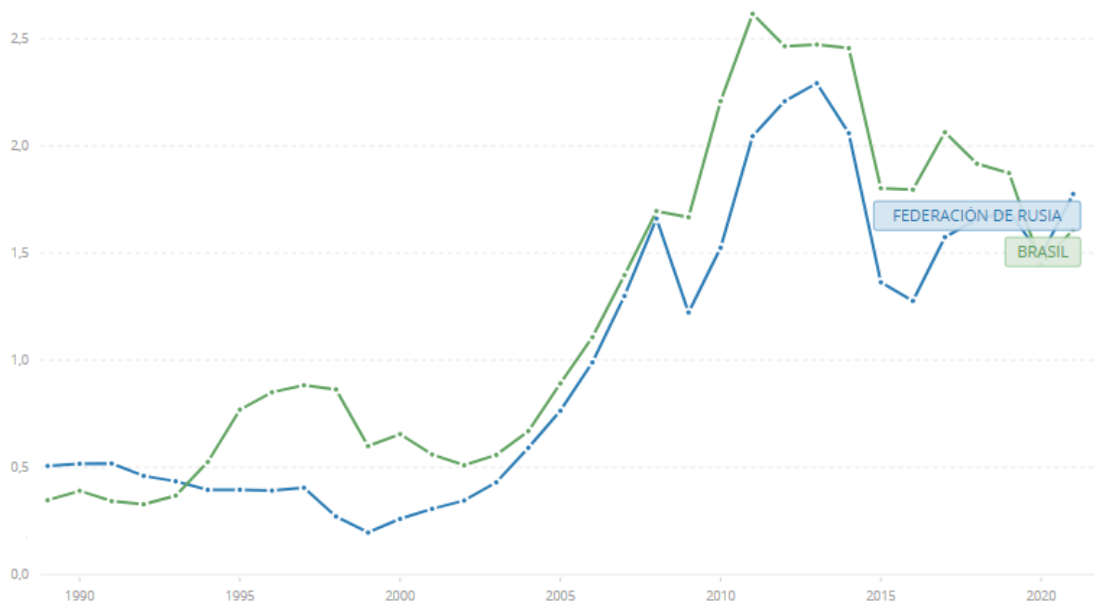
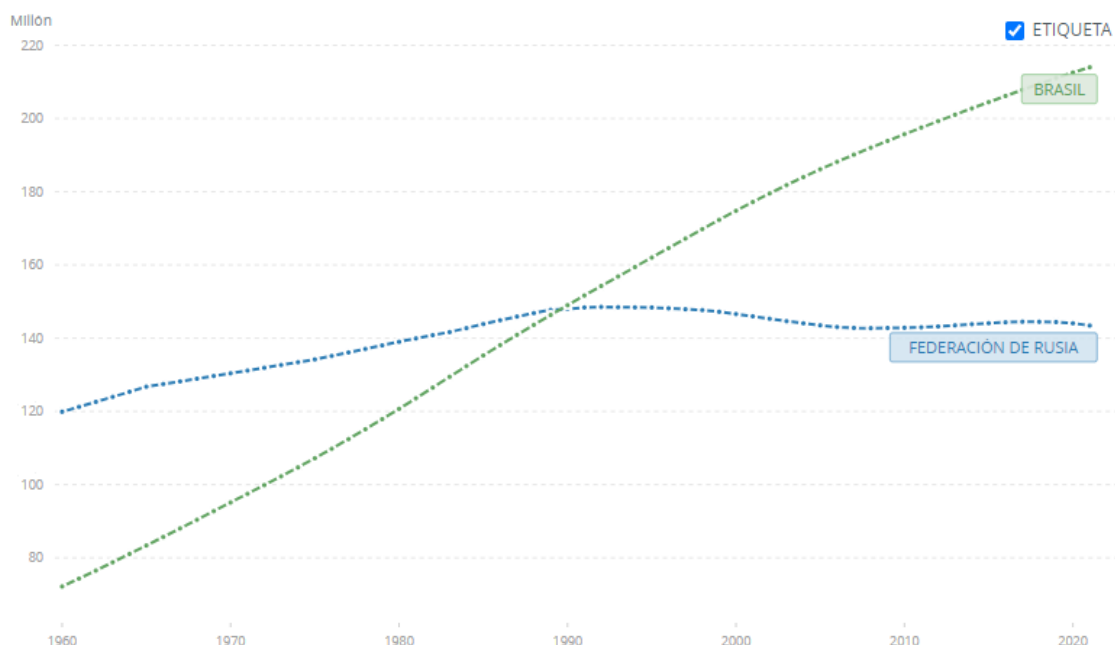


Gráfico 4: Población total en millones



Como podemos observar en el gráfico 4, la población de Brasil se ha multiplicado por 3 en los últimos 60 años. En contraste, la población rusa sufre un estancamiento desde 1990. En 1960, la población rusa era de 120 millones de habitantes, alcanzando los 148 millones en 1990.

La población actual de Rusia es de 143 millones, factor que ha limitado su potencial crecimiento del PIB, siendo mayor el desarrollo económico de Brasil, y más prometedor de cara al futuro. A pesar de la recuperación que experimentó Rusia a partir del año 2000, Brasil ha tenido un mayor PIB desde 1994 (a excepción de los años 2020 y 2021, siendo uno de los países más afectados por la pandemia del COVID).

Después de haber repasado los principales hechos históricos y económicos acontecidos en el país y haber comparado Brasil con potencias emergentes de similares características, vamos a desarrollar las características demográficas del mismo, así como la previsión de evolución durante los próximos años. En el gráfico 2 podemos observar cómo el crecimiento de la población brasileña sigue un proceso de desaceleración, que se espera que continúe lentamente. De acuerdo con las últimas estimaciones, la población alcanzará su pico en 2050, llegando en torno a 230 millones de habitantes. A partir de esa fecha, se estabilizará y decrecerá hasta final de siglo. Esta desaceleración se debe principalmente a

un descenso de la tasa de natalidad, hecho que además provoca también un envejecimiento de la población.

El envejecimiento de la población, apreciable en el gráfico 3, está provocado también por un aumento de la esperanza de vida, que se cifra en 76.1 años, frente a los 54 de un bebé nacido 60 años atrás. Este aumento en 20 años de la esperanza de vida es similar en la mayoría de los países de Iberoamérica, a excepción de Argentina, Paraguay y Uruguay.

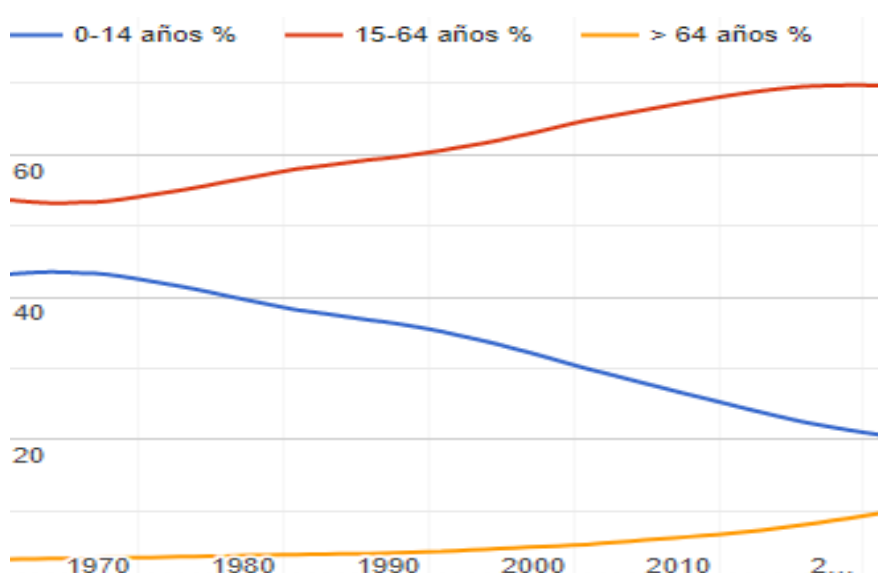
La estructura de la población presenta las siguientes características:

-La población femenina representa el 50,89 % de la población total, lo que indica que es ligeramente superior a la población masculina.

-El saldo vegetativo es positivo, se producen anualmente, 1.455.181 nacimientos más que fallecimientos. Por ello, la población todavía continúa con su crecimiento poblacional, a pesar de que crecer a ritmos inferiores con respecto a décadas anteriores.

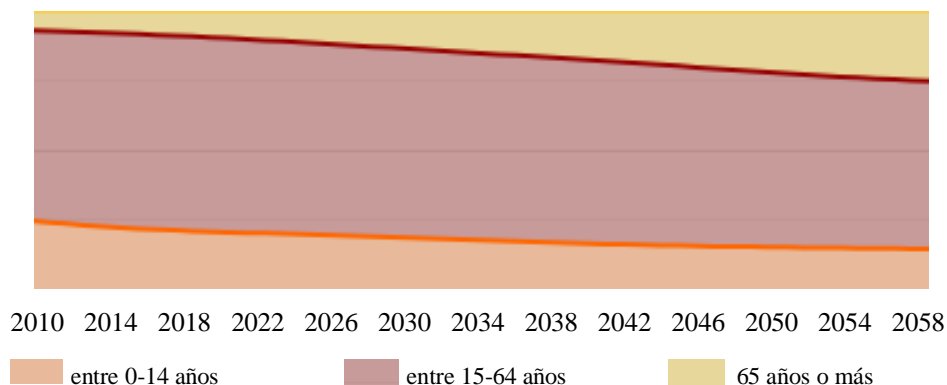
-La emigración e inmigración tiene efectos insignificantes en la composición de la población. El número de inmigrantes en el País es 807006, lo que supone un 0.38 % de la población. El número de emigrantes es de 1,745 millones, suponiendo el 0.83 %, cifra insignificante con respecto a la totalidad de la población del país.

*Gráfico 5 Evolución de la pirámide de población*



Según las estimaciones del Instituto Brasileño de Geografía y Estadística, se producirá en los próximos años un aumento de la población de más de 65 años, una reducción en los menores de 15 años y en la población en edad de trabajar que tendrá consecuencias en la economía y la gestión de los servicios públicos.

*Gráfico 6 Distribución prevista de Brasil por grupos de edad (2010-2060)*

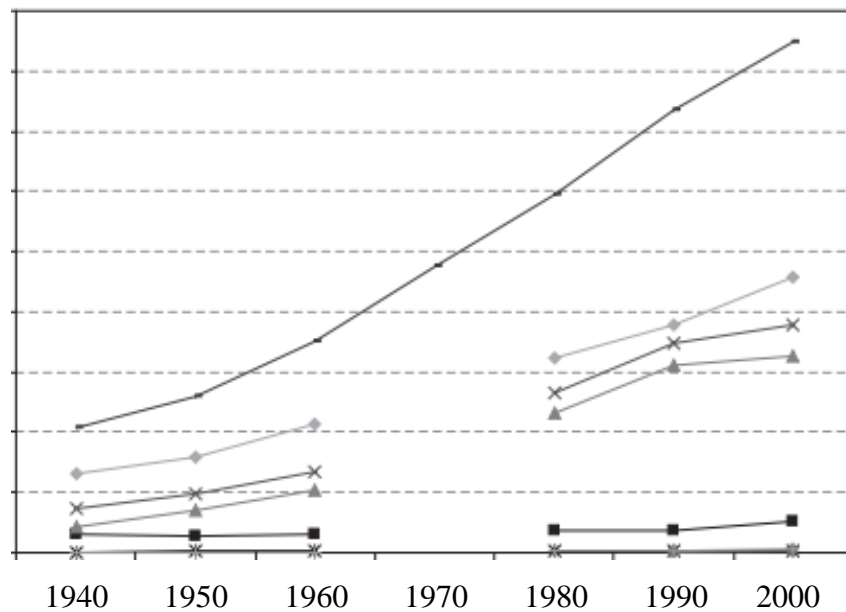


Para 2060, la población entre 15 y 64 años conformará el 59.8 %, siendo actualmente el 69.05 %. La población mayor de 65 años en 2060 conformará el 25.49 % frente al 10.49% en 2022. Por último, los jóvenes menores de 15 años corresponderán el 14.72 % frente al 20.46 % actual.

Una de las características de la población brasileña es sin duda su diversidad. Como resultado del descubrimiento de América, la población de Brasil pasó de estar habitada exclusivamente por nativos americanos a conformar un crisol multiétnico. La población de Brasil está conformada por el mestizaje de nativos americanos, europeos, africanos, y en menor medida, asiáticos.

A continuación, en el gráfico 7 de la siguiente página se muestra la distribución racial de la población conforme a los censos poblacionales. La primera vez que la variable raza se incluyó en los estudios demográficos en Brasil fue en 1872, año en el que se llevó a cabo el primer censo moderno en el país, clasificando a la población en las siguientes categorías: blancos, negros, mulatos y cablocos. Desde 1940 hasta el 2000, la población se clasifica en las siguientes categorías: Blancos, negros, mulatos y amarillos. Cabe destacar que esta división se realiza conforme a la autoidentificación racial por parte de los individuos, estando fuertemente influenciada por el entorno social, familiar y cultural. Al ser la población brasileña fruto del mestizaje, los individuos de los diferentes grupos presentarán el aporte americano, africano y europeo en mayor o menor medida.

Gráfico 7 Distribución de la población de Brasil por raza.



—◆— Blanca	26 171 778	32 027 661	42 838 639		64 540 490	75 705 080	91 298 042
—■— Negra	6 035 869	5 692 657	6 116 848		7 046 902	7 335 130	10 554 336
—▲— Mulata	8 744 365	13 786 642	20 706 431		46 233 466	62 315 804	65 318 092
—×— Negra y mulata	14 780 234	19 479 299	26 823 279		53 280 368	69 650 935	75 872 428
—*— Amarilla	242 320	329 082	482 848		672 251	630 652	761 583
—●— Indígena						294 131	734 127
—+— Desconocida	41 983	108 255	46 604		517 897	534 878	1 206 675
— Total	41 236 315	51 944 397	70 191 370	95 305 000	119 011 006	146 815 675	169 872 856

En el gráfico 7, observamos una importante heterogeneidad de razas en la población brasileña, siendo la raza blanca la predominante, sin embargo, la evolución que se ha producido es que otras razas, como la negra o los pardos hayan tenido un crecimiento muy superior durante los últimos 80 años, haciendo más latente si cabe la enorme diversidad dentro del país. En 1940 los blancos representaban aproximadamente el doble de la población en comparación con la población negra y mulata. En el último censo de 2010, no representado en la gráfica superior, los blancos conforman un total de 91,051,646, 82,277,333 de personas pardas y 14,517,961 negros. Por primera vez, los blancos suponen una minoría en el país. Según las estimaciones realizadas a la llegada de los portugueses al Nuevo Mundo, la población nativa que habitaba el país estaba en torno a 2,4 millones de amerindios.

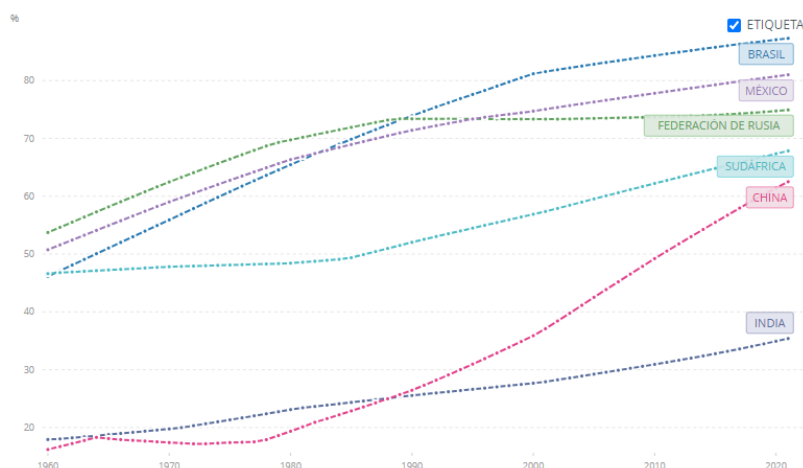
Los motivos de esta transición a una población más diversa y multirracial son variados. Las clases más adineradas históricamente en Brasil provienen de los descendientes de inmigrantes europeos que se asentaron en el país. Se estima que entre 1500 y 1817



alrededor de 720000 portugueses emigraron a Brasil, la mayor parte de los cuales llegaron entre 1701 y 1760. Con respecto a la población negra, según las estimaciones 4 millones de esclavos africanos llegaron al país entre 1500 y 1855, la mayor parte a partir del siglo XVIII. La segunda y más determinante ola de inmigración se produjo entre 1821 y 1932, periodo en el que 5,535,000 inmigrantes europeos llegaron a Brasil, la mayoría portugueses, italianos y españoles. Hasta 1930 el país también recibió inmigrantes de diversas procedencias, como sirios, libaneses y japoneses. En la década de 1930 Getúlio Vargas limitaría la entrada de extranjeros en el país. Después de la Segunda Guerra Mundial, la inmigración europea disminuyó de manera significativa, aunque desde 1931 a 1963 1,1 millones de inmigrantes entraron en Brasil, en su mayoría nuevamente portugueses, italianos y españoles. Sin embargo, el origen de la inmigración ha ido cambiando con el paso de los años. A partir de la década de 1970, se observa un incremento en la llegada de inmigrantes procedentes de Corea del Sur, China, Taiwán, Bolivia, Perú, Paraguay y de países africanos de habla portuguesa.

El cambio hacia una población concentrada en las grandes ciudades y el despoblamiento del mundo rural, no sólo se está produciendo en Brasil, sino que es una corriente generalizada en la mayor parte de los países emergentes. La población urbana en Brasil se ha incrementado un 433% en los últimos 60 años, mientras que la rural se ha reducido un 30,92%. Este proceso de urbanización ha sido el más acelerado de los países del continente americano y de los mayores del mundo. Entre los países que conforman el bloque BRICS, Brasil es el país que ha experimentado el proceso de urbanización más acelerado junto a China. En la siguiente gráfica, podemos el porcentaje de población urbana que conforman estas potencias emergentes.

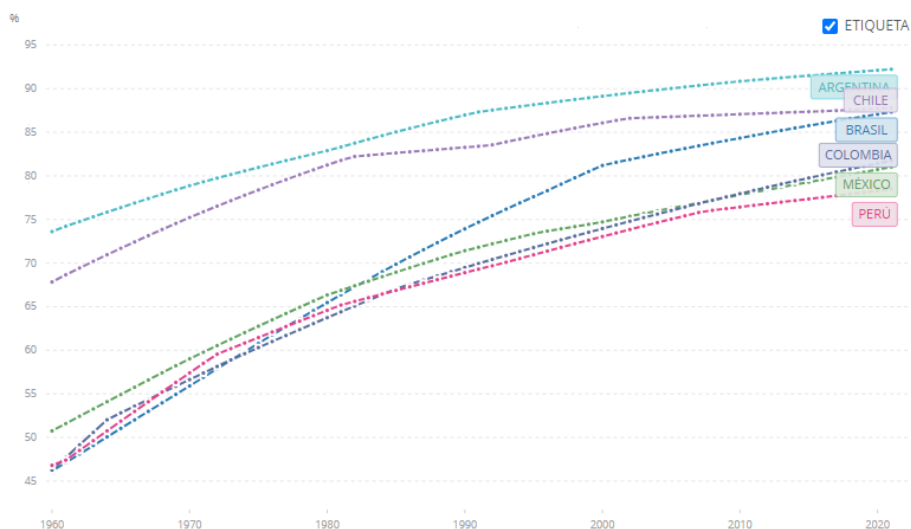
*Gráfico 8 Porcentaje de población urbana en los BRICS*



Como hemos podido observar, el crecimiento de los demás países es sumamente inferior. Rusia, partiendo de un porcentaje mayor de población urbana en 1960, alcanza el 75 % en 2020, frente al 87 % de Brasil. China pasa del 16 % al 63 %, evolucionando de una población casi completamente rural a una mayoritariamente urbana, pero todavía con un porcentaje significativo de esta última (37%). En la India el proceso de urbanización se ha ralentizado, siendo todavía una sociedad mayoritariamente rural, en torno al 65% de indios todavía viven en el campo.

Brasil ha liderado el proceso de urbanización más rápido y espectacular en el continente americano. Otros países que se han urbanizado aceleradamente han sido Colombia y México. El país azteca, gracias a su reciente industrialización y una población de en torno a 130 millones de habitantes, apunta a ser una de las economías más prometedoras en las próximas décadas.

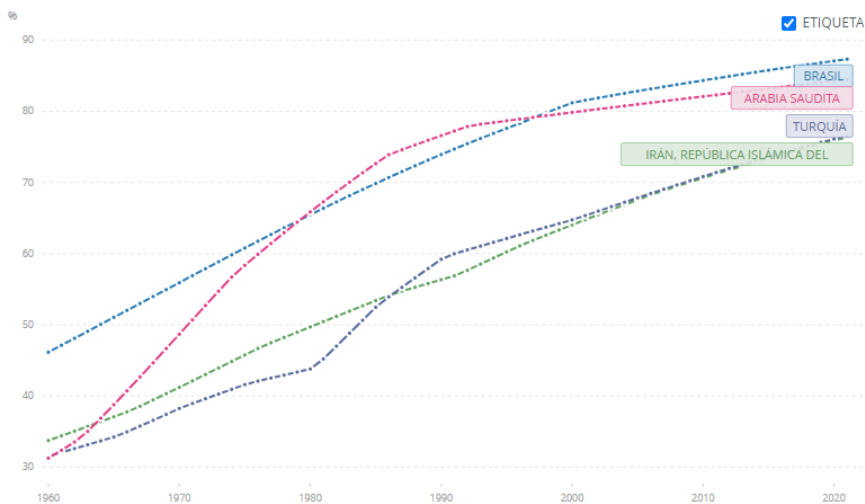
*Gráfico 9 Porcentaje de población urbana en Iberoamérica*



Como podemos observar en esta gráfica, países como Colombia, Perú y México han experimentado también un gran crecimiento de la población urbana. En contraste, el desarrollo urbano en Argentina y Chile tenía menos margen de crecimiento, ya que en estos países la población urbana conformaban el 74 y 68 % respectivamente. Otros países de menor población que no aparecen en la gráfica también han experimentado una urbanización destacada, como pueden ser El Salvador y Costa Rica, este último alcanzando el 81 % partiendo de un 34 % en apenas seis décadas.

Otros países que se han tenido un crecimiento urbano similar con principales potencias de Oriente Próximo. Estas son Irán y Arabia Saudí, siendo potencias energéticas a nivel mundial por su abundancia de hidrocarburos; junto a Turquía, potencia estratégica territorial y país recientemente industrializado.

Gráfico 10 Porcentaje de población urbana en Oriente Próximo

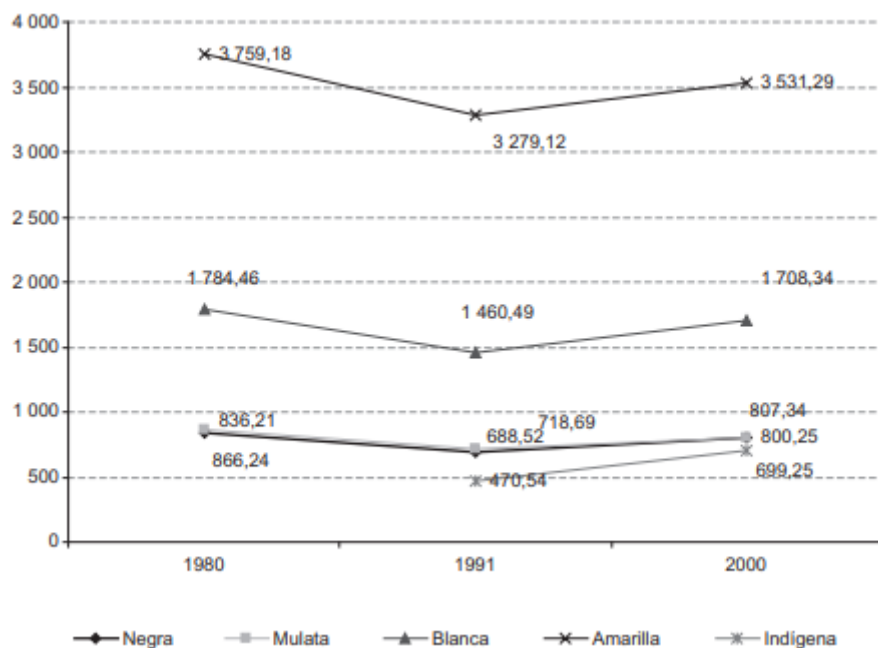


Como podemos observar en el gráfico de arriba, el crecimiento de las potencias de Oriente Próximo han tenido una trayectoria similar a la del país lusófono. Destaca entre las tres Arabia Saudita, pasando del 31 % al 85 % en 60 años. Prueba de ello son las enormes construcciones en Medina y Riad. Asimismo, Turquía e Irán alcanzan el 76 %, partiendo del 32 y 34 %, respectivamente. Este año Irán ha solicitado su ingreso BRICS, y Turquía ya mostró su interés en 2018. En los últimos años, Arabia Saudita está acercándose económicamente a China, siendo actualmente su mayor socio comercial, lo que podría suponer que este se adhiera a los BRICS en un futuro.

Brasil ha hecho varios progresos para mejorar las oportunidades educativas. En 1995, el 20% de los jóvenes entre 18 y 24 años tenían la enseñanza media completa. En 2015, casi el 60 % de los jóvenes tenían la enseñanza media completa en este rango de edad. De este grupo de jóvenes que ha terminado la enseñanza media, el porcentaje de ellos que han logrado acceder a educación superior se ha mantenido igual entre 1995 y 2015, en torno al 40 %.

A pesar de todos estos avances, sigue habiendo una gran brecha de desigualdad entre los diferentes grupos étnicos de la población. La población blanca sigue concentrando gran parte de la riqueza del país, siendo en promedio las rentas de los mulatos y negros sustancialmente inferiores. Un hecho destacable el éxito económico de los brasileños de ascendencia japonesa en Brasil, representando el grupo étnico “amarillo”, el más afortunado en las rentas medias. Como podemos apreciar en la gráfica, en 1980 el nivel de ingresos de los blancos era un 113,4 % superior al de los negros y un 106 % más alto que el de los mulatos. En el año 2000, esas mismas diferencias entre los ingresos medios de los blancos fueron del 113.5 % con respecto a los negros y del 116 % en relación con los mulatos.

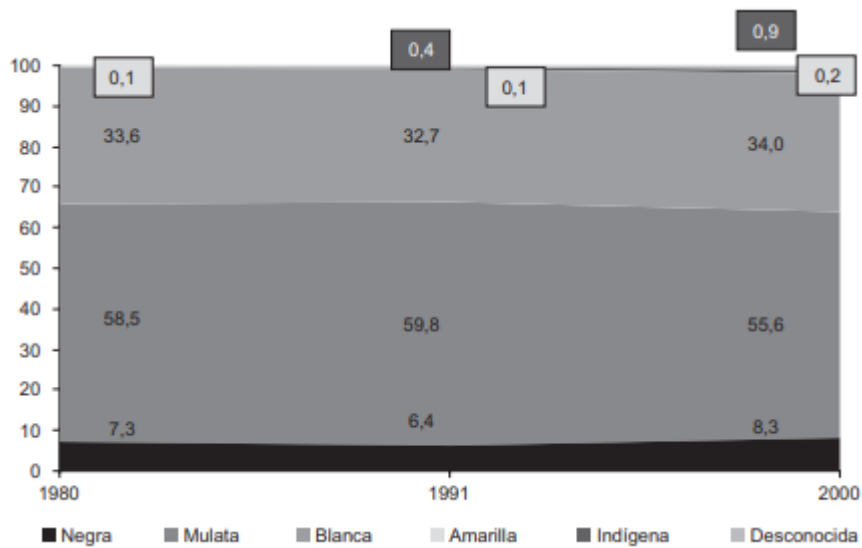
*Gráfico 11 Ingreso medio domiciliario per cápita según la raza de la persona de referencia*



Como hemos podido observar, el racismo estructural permanece vigente en la población brasileña y la movilidad social todavía no es satisfactoria. Las familias más adineradas tienen más fácil acceso a la educación y la estratificación social es muy determinante. El rápido ritmo de urbanización ha generado la dificultad de acceso a clases más desafortunadas, que como resultado ha degenerado en asentamientos irregulares y servicios inadecuados y precarios.

Como podemos observar en la siguiente gráfica, los negros y mulatos están sobrerrepresentados dentro de la población por debajo de la línea de la indigencia. Entre los años 1980 y 2000, la población blanca conformaba el 54% de la población. De las personas que se encuentran por debajo de la línea de indigencia, menos del 35 %. Sin embargo, los negros y mulatos representaban alrededor del 65 % de los indigentes, siendo los blancos mayoría.

Gráfico 12 Composición racial de la población por debajo de la línea de indigencia (%)



### 3. METODOLOGÍA, LA DISTRIBUCIÓN DE PARETO Y LA LEY DE ZIPF.

La distribución de Pareto (1896) ha sido una de las funciones más utilizadas a lo largo de la historia para estudiar la distribución del tamaño de las ciudades, principalmente en la parte que afecta a la cola alta, es decir, las ciudades con mayor población. Decimos que un fenómeno cuantificable sigue una distribución de Pareto si cumple lo siguiente:

$$P(\text{Tamaño} > S_R) = \frac{a}{S_R^b} \quad (1)$$

donde  $a$  es una constante positiva,  $S_R$  es la población o tamaño (size) de la ciudad de rango genérico  $R$  (para el caso de Brasil,  $R=1$  para São Paulo,  $R=2$  para Rio de Janeiro;  $R=3$  para Salvador y así sucesivamente, hasta llegar a la ciudad más pequeña, de un total de  $N$ ) y  $b$  es el denominado exponente de Pareto, que también es positivo. Por otra parte, es baladí deducir que, empíricamente, se constata:

$$P(\text{Tamaño} > S_R) = \frac{R}{N} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) se llega a:

$$RS_R^b = aN = \text{constante} \quad (3)$$

Cuando  $b=1$  se da un caso particular de la distribución de Pareto definida en (1), que se conoce como Ley de Zipf. Esta Ley pone de manifiesto, a partir de (3), que el rango por el tamaño es constante, de ahí que se le conozca también a veces como regla del rango- tamaño. Este hecho llevado a la práctica quiere decir que, si se cumple dicha Ley, la segunda ciudad más grande dentro de un país tendrá la mitad de población que la más poblada, la tercera un tercio y así sucesivamente, de manera que, la de rango  $k$ -ésimo será una  $k$ -ésima parte de la más poblada.

La manera de comprobar estadísticamente si se cumple o no de la Ley de Zipf es tomar neperianos en (3):

$$\ln R = \text{constante} - b \ln S_R \quad (4)$$

Tan solo hay que realizar la regresión que se propone en (4) **y contrastar estadísticamente si se rechaza o no que  $b$  sea igual a la unidad para ver si se incumpleo no la Ley de Zipf.**

La ecuación (4) define una relación lineal entre el neperiano del rango y el neperiano del tamaño. En este contexto, el valor estimado del exponente de Pareto  $b$  va a ser clave en este trabajo. Efectivamente, es una corriente común en la materia estimar que  $b$  es una medida del grado de desigualdad que hay en la distribución, en nuestro caso, del tamaño de las ciudades. La relación entre  $\ln R$  (en ordenadas) y  $\ln S_R$  (en abscisas) va a ser, por definición, negativa (a menor rango mayor tamaño y viceversa; de forma que, como ya hemos dicho,  $\hat{b}$  es siempre positivo) y, de acuerdo a (4), lineal.

Así, cuanto mayor (menor) es el exponente de Pareto mayor es la igualdad (desigualdad) en la distribución. Para entender por qué esto es así de una manera sencilla, consideraremos el caso extremo en el que  $\hat{b} \rightarrow \infty$ ; en este contexto la relación entre  $\ln R$  y  $\ln S_R$  es una función perfectamente rígida o vertical, en el que existe un único tamaño de ciudad, contando todas las ciudades con la misma población y, por tanto, la igualdad es máxima. Si por el contrario, el exponente de Pareto tomase valores cercanos a cero, nos encontraríamos en el caso contrario, en este caso, la recta que relaciona rango y tamaño es muy elástica, decreciente pero casi horizontal, determinando un rango de valores en el eje de abscisas, en el que se encuentran los tamaños de las ciudades, muy amplio, es decir, hay arbitrariamente poblaciones pequeñas y otras arbitrariamente grandes, denotando una alta desigualdad entre el tamaño de las ciudades.

Finalmente, secundando el trabajo de Gabaix e Ibragimov (2007), la ecuación que vamos a estimar econométricamente por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) es la siguiente:

$$\ln\left(R - \frac{1}{2}\right) = \text{constante} - b \ln S_R \quad (5)$$

Los autores demuestran que la aplicación de MCO a (4) produce sesgos en la estimación, corrigiéndose de una manera muy fácil en (5). Además, para contrastar la significatividad del exponente de Pareto, su error estándar lo computaremos como  $\left(\frac{2}{N}\right)^{1/2}b$ . Gabaix e Ibragimov (2007) prueban que ese es su valor correcto asintóticamente.

Como se manifestó, cuando  $b = 1$ , se está frente a un caso particular de la distribución de Pareto, según la conceptualización de Zipf., donde, en las grandes ciudades, la distribución, por regla general, sigue la distribución de Pareto. Hay autores, como Krugman (1996), que defienden la veracidad de la tesis, así como otros, como Alperovich (1993), que la han rechazado.

En el caso de España, autores como Lasuén (1967), y Lanaspá et al. (2004), han aceptado, para la población de los municipios más grandes, ajuste de los modelos logarítmicos, con niveles de explicación  $R^2 > 0,98$ , “siendo siempre el exponente de Pareto significativo estadísticamente”. Pero, en referencia a la ley de Zipf ambos concluyen que  $b \neq 1$ , en

todos los escenarios, y por lo tanto, para España, no existe evidencia a favor de la citada Ley.

Para el caso de Brasil, existen trabajos como los de Dobkins & Ioannides (2000) que estudian el comportamiento del coeficiente  $b$  durante el siglo XX y Lanaspá et al. (2004), que han analizado el coeficiente de Pareto. A continuación se tomará la base de datos, para realizar este estudio para las ciudades de Brasil.

#### **4. BASE DE DATOS**

La base de datos que se utiliza para llevar adelante este trabajo se basa en la población de las ciudades de Estados Unidos, según los conceptos definidos en el epígrafe 1. Son datos censales oficiales y se observa diferencias de datos por la ya mencionada diferencia en la forma de medir y considerar las “ciudades” o “places”.

En la Tabla 3 se observa la población de cada ciudad entre las más pobladas de cada país, ordenadas de mayor a menor, para comenzar a observar, de forma descriptiva, la distribución Pareto, así como si se verifica o no, el cumplimiento total o parcial de la Ley de Zipf.



Tabla 3 Rango 1 a 10

1872				1890				1900			
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1		
1	Rio de Janeiro	274.972		Rio de Janeiro	522.651		Rio de Janeiro	811.443			
2	Salvador	129.109	47%	Salvador	174.412	33,4%	São Paulo	239.820	29,6%		
3	Recife	116.672	32,4%	Recife	111.556	32,5%	Salvador	205.813	25,4%		
4	Belém	61.997	22,6%	São Paulo	64.934	21,3%	Recife	113.106	13,9%		
5	Porto Alegre	43.998	16%	Porto Alegre	52.421	10%	Belém	96.560	11,9%		
6	Fortaleza	42.458	15,4%	Belém	50.064	9,6%	Porto Alegre	73.674	9%		
7	Cuiabá	35.987	13%	Fortaleza	40.902	7,8%	Manaus	50.300	6,2%		
8	São Luis	31.604	11,5%	Manaus	38.720	7,4%	Curitiba	49.755	6,1%		
9	São Paulo	31.385	11,4%	Teresina	31.523	6%	Fortaleza	48.369	6%		
10	Manaus	29.334	10,7%	Maceió	31.498	6%	Teresina	45.316	5,6%		
1920				1940				1950			
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1		
1	Rio de Janeiro	1.157.873		Rio de Janeiro	1.764.141		Rio de Janeiro	2.377.451			
2	São Paulo	579.033	50%	São Paulo	1.326.261	75%	São Paulo	2.198.096	92,5%		
3	Salvador	283.422	24,5%	Recife	348.424	20%	Recife	524.682	22%		
4	Recife	238.843	20,6%	Salvador	290.443	16,5%	Salvador	417.235	17,5%		
5	Belém	236.402	20,4%	Porto Alegre	272.232	15,4%	Porto Alegre	394.151	16,6%		
6	Porto Alegre	179.263	15,5%	Belo Horizonte	211.377	12%	Belo Horizonte	352.724	14,8%		
7	Curitiba	78.986	6,8%	Belém	206.331	11,7%	Fortaleza	270.169	11,4%		
8	Fortaleza	78.536	6,8%	Fortaleza	180.185	10,2%	Belém	254.949	10,7%		
9	Manaus	75.704	6,5%	Curitiba	140.656	8%	Curitiba	180.575	7,6%		
10	Maceió	74.166	6,4%	Manaus	106.399	6%	Manaus	139.620	5,9%		
1960				1970				1980			
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1		
1	São Paulo	3.825.351		São Paulo	5.978.977		São Paulo	8.587.665			
2	Rio de Janeiro	3.307.163	86%	Rio de Janeiro	4.315.746	72,1%	Rio de Janeiro	5.183.992	60%		
3	Recife	797.904	20,9%	Belo Horizonte	1.255.415	21%	Belo Horizonte	1.531.242	17,8%		
4	Belo Horizonte	693.328	18,1%	Recife	1.084.459	18,1%	Salvador	1.338.793	15,6%		
5	Salvador	655.735	17,1%	Salvador	1.027.142	17,2%	Fortaleza	1.595.138	%		
6	Porto Alegre	641.173	16,8%	Porto Alegre	903.175	15,1%	Recife	1.240.937	14,4%		
7	Fortaleza	514.818	13,5%	Fortaleza	872.702	14,6%	Brasília	1.203.333	14%		
8	Belém	402.170	10,5%	Belém	642.514	10,7%	Porto Alegre	1.158.709	13,5%		
9	Curitiba	361.309	9,5%	Curitiba	624.362	10,4%	Curitiba	1.052.147	12,3%		
10	Manaus	175.343	4,6%	Brasília	546.015	9,1%	Belém	949.595	11%		
1990				2000				2010			
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1		
1	São Paulo	9.626.894		São Paulo	10.405.867		São Paulo	11.253.503			
2	Rio de Janeiro	5.473.609	57%	Rio de Janeiro	5.851.904	56,2%	Rio de Janeiro	6.320.446	56%		
3	Salvador	2.072.058	21,5%	Salvador	2.440.828	23,4%	Salvador	2.675.656	23,8%		
4	Belo Horizonte	2.017.127	21%	Belo Horizonte	2.232.747	21,5%	Brasília	2.570.160	22,8%		
5	Fortaleza	1.765.794	18,3%	Fortaleza	2.138.204	20,1%	Fortaleza	2.452.185	21,8%		
6	Brasília	1.598.415	16,6%	Brasília	2.043.169	19,6%	Belo Horizonte	2.375.151	21,1%		
7	Curitiba	1.313.094	13,6%	Curitiba	1.586.848	15,3%	Manaus	1.802.014	16%		
8	Recife	1.296.995	13,5%	Recife	1.421.993	13,7%	Curitiba	1.751.907	15,6%		
9	Porto Alegre	1.263.229	13,1%	Manaus	1.403.796	13,5%	Recife	1.537.704	13,6%		
10	Belém	1.244.688	13%	Porto Alegre	1.360.033	13%	Porto Alegre	1.409.351	12,52%		

Analizando el Cuadro 3, donde se ha tomado la población de cada ciudad y calculado el porcentaje respecto a la más poblada del país, se puede observar, de una forma descriptiva, el cumplimiento o incumplimiento, total o parcial de la Ley de Zipf.

Por supuesto que, evaluar sólo los diez núcleos de población con más habitantes en Brasil por cada década, puede no resultar significativo, sí sirve como forma de entender cómo funciona (o no) la Ley de Zipf, recordando también lo dicho previamente, en la introducción, que los investigadores, por medio de la estadística y la matemática han tratado de “justificar la ley, pero estos modelos generalizan el comportamiento de distribución de los tamaños de las ciudades; es decir, estos modelos no explican cómo se genera la ley Zipf, sino que buscan qué comportamientos de la población satisfacen esta ley”.

Entonces, para que se cumpliera la Ley de Zipf exactamente, “el resultado para cada década tendría que ser la serie de los primeros 10 números naturales”. En un simple golpe de vista, se observa, que en ninguna de las ciudades se cumple Zipf por completo.

La Ley de Zipf pone de manifiesto, que el rango por el tamaño es constante, lo que, en la práctica quiere decir que, si se cumple dicha Ley, se debe verificar que la segunda ciudad más grande dentro de un país tendrá la mitad de población que la más poblada, la tercera un tercio y así sucesivamente, de manera que, la de rango  $k$ -ésimo será una  $k$ -ésima parte de la más poblada. Para las 10 población con más habitantes en Estados Unidos debería verificarse simplemente los valores de la Tabla 4

*Tabla 4 Cálculo de rango “ $k$ -ésimo” para cada fila*

1	
2	50,0%
3	33,3%
4	25,0%
5	20,0%
6	16,7%
7	14,3%
8	12,5%
9	11,1%
10	10,0%

1872				1890			1900		
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1
1	Rio de Janeiro	274.972		Rio de Janeiro	522.651		Rio de Janeiro	811.443	
2	Salvador	129.109	47%	Salvador	174.412	33,4%	São Paulo	239.820	29,6%
3	Recife	116.672	32,4%	Recife	111.556	32,5%	Salvador	205.813	25,4%
4	Belém	61.997	22,6%	São Paulo	64.934	21,3%	Recife	113.106	13,9%
5	Porto Alegre	43.998	16%	Porto Alegre	52.421	10%	Belém	96.580	11,9%
6	Fortaleza	42.458	15,4%	Belém	50.064	9,6%	Porto Alegre	73.674	9%
7	Cuiabá	35.987	13%	Fortaleza	40.902	7,8%	Manaus	50.300	6,2%
8	São Luis	31.604	11,5%	Manaus	38.720	7,4%	Curitiba	49.755	6,1%
9	São Paulo	31.385	11,4%	Teresina	31.523	6%	Fortaleza	48.369	6%
10	Manaus	29.334	10,7%	Maceió	31.498	6%	Teresina	45.316	5,6%

En las primeras tres décadas analizadas, se observa una leve cercanía en los dos primeros rangos (segunda y tercera ciudades más pobladas) pero luego la población empieza a decrecer de forma más regular y vuelve a intentar cumplirse en los noveno y décimos lugares.

1920				1940			1950		
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1
1	Rio de Janeiro	1.157.873		Rio de Janeiro	1.764.141		Rio de Janeiro	2.377.451	
2	São Paulo	579.033	50%	São Paulo	1.326.261	75%	São Paulo	2.198.096	92,5%
3	Salvador	283.422	24,5%	Recife	348.424	20%	Recife	524.682	22%
4	Recife	238.843	20,6%	Salvador	290.443	16,5%	Salvador	417.235	17,5%
5	Belém	236.402	20,4%	Porto Alegre	272.232	15,4%	Porto Alegre	394.151	16,6%
6	Porto Alegre	179.263	15,5%	Belo Horizonte	211.377	12%	Belo Horizonte	352.724	14,8%
7	Curitiba	78.986	6,8%	Belém	206.331	11,7%	Fortaleza	270.169	11,4%
8	Fortaleza	78.536	6,8%	Fortaleza	180.185	10,2%	Belém	264.949	10,7%
9	Manaus	75.704	6,5%	Curitiba	140.656	8%	Curitiba	180.575	7,6%
10	Maceió	74.166	6,4%	Manaus	106.399	6%	Manaus	139.620	5,9%

En las segundas tres décadas analizadas, se mantienen los porcentajes en la segunda ciudad, respecto a la más poblada, pero comienza un salto en la tercera ciudad que se aleja más del 33% esperado a favor de la tercera que comienza a ubicarse en el 25% esperado. Luego, la población empieza a decrecer nuevamente fuera de los parámetros y vuelve a intentar cumplirse en los noveno y décimos lugares.

1960				1970			1980		
Rango	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1
1	São Paulo	3.825.351		São Paulo	5.978.977		São Paulo	8.587.665	
2	Rio de Janeiro	3.307.163	86%	Rio de Janeiro	4.315.746	72,1%	Rio de Janeiro	5.183.992	60%
3	Recife	797.904	20,9%	Belo Horizonte	1.255.415	21%	Belo Horizonte	1.531.242	17,8%
4	Belo Horizonte	693.328	18,1%	Recife	1.084.459	18,1%	Salvador	1.338.793	15,6%
5	Salvador	655.735	17,1%	Salvador	1.027.142	17,2%	Fortaleza	1.595.138	%
6	Porto Alegre	641.173	16,8%	Porto Alegre	903.175	15,1%	Recife	1.240.937	14,4%
7	Fortaleza	514.818	13,5%	Fortaleza	872.702	14,6%	Brasília	1.203.333	14%
8	Belém	402.170	10,5%	Belém	642.514	10,7%	Porto Alegre	1.158.709	13,5%
9	Curitiba	361.309	9,5%	Curitiba	624.362	10,4%	Curitiba	1.052.147	12,3%
10	Manaus	175.343	4,6%	Brasília	546.015	9,1%	Belém	949.595	11%

A partir de la década de los 60, la segunda ciudad se aleja de los valores esperados, cifra que se va desplazando hacia la tercera ciudad, que intenta volver a acercarse al 33%

esperado, pero tampoco logra cumplirlo, al extremo de llegar a casi igualarse con la segunda ciudad en la década del 80.

Quiere aproximarse en las cuartas ciudades pero se termina observando la falta de cumplimiento, en estas décadas, en los últimos rangos.

Rango	1990			2000			2010		
	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1	Places		% respecto a 1
1	São Paulo	9.626.894		São Paulo	10.405.867		São Paulo	11.253.503	
2	Rio de Janeiro	5.473.609	57%	Rio de Janeiro	5.851.904	56,2%	Rio de Janeiro	6.320.446	56%
3	Salvador	2.072.058	21,5%	Salvador	2.440.828	23,4%	Salvador	2.675.656	23,8%
4	Belo Horizonte	2.017.127	21%	Belo Horizonte	2.232.747	21,5%	Brasília	2.570.160	22,8%
5	Fortaleza	1.765.794	18,3%	Fortaleza	2.138.204	20,1%	Fortaleza	2.452.185	21,8%
6	Brasília	1.598.415	16,6%	Brasília	2.043.169	19,6%	Belo Horizonte	2.375.151	21,1%
7	Curitiba	1.313.094	13,6%	Curitiba	1.586.848	15,3%	Manaus	1.802.014	16%
8	Recife	1.296.995	13,5%	Recife	1.421.993	13,7%	Curitiba	1.751.907	15,6%
9	Porto Alegre	1.263.229	13,1%	Manaus	1.403.796	13,5%	Recife	1.537.704	13,6%
10	Belém	1.244.688	13%	Porto Alegre	1.360.033	13%	Porto Alegre	1.409.351	12,52%

Llegando a las últimas tres décadas analizadas, se observa nuevamente un orden, en los tres primeros rangos (segunda, tercera y cuarta ciudades más pobladas) pero luego la población empieza a decrecer de forma más regular y podría afirmarse que no se verifica tampoco, en las últimas ciudades un cumplimiento ni medianamente cercano a los esperados.

En el próximo epígrafe, sobre resultados, se verificará, mediante la regresión si se rechaza o no que, en la fórmula (4)  $b = 1$  para ver si se incumple o no la Ley de Zipf.

$b$  así, se pasa a convertir en la medida para conocer el grado de desigualdad en la distribución de la población respecto al tamaño de las ciudades, a pesar que ya, a simple vista, se detecta.

En los gráficos 8 a 16, partiendo de la fórmula (4)  $\ln R = \text{constante} - b \ln S_R$  la relación entre  $\ln R$  (en ordenadas) y  $\ln S_R$  (en abscisas) se verifica que a menor rango mayor tamaño y viceversa.

También se puede observar como los valores, se van manteniendo parejos (o uniformes) cada tres décadas, para cambiar nuevamente por grupo. Este trabajo verificó la validez de la “ley” de Zipf, y la distribución de Pareto, analizando la totalidad del sistema urbano, y no tan sólo el “upper tail” (cola superior), si bien se expusieron los valores de las 10 primeras ciudades y se explicaron éstas.

Esto se hizo tomando en consideración el estudio de Eeckhout (2004), que refiere a un “aparente cumplimiento de la distribución de Pareto” en los grandes sistemas urbanos (más de 1.000.000 habitantes) lo cual, en realidad es sólo una “visión sesgada del upper tail del sistema territorial completo”, es decir, el autor está planteando que, cuando se estuviera ante la totalidad, los mismos seguirían una distribución log-normal, y sería de esperar que se produzcan simultáneamente, ambas leyes: la distribución log-log de Pareto en el “upper tail”, “como una singularidad parcial del conjunto normal del logaritmo del tamaño”.

Eeckhout (2004) sostiene que “el conjunto de la distribución de las ciudades norteamericanas adopta una forma lognormal antes que paretiana” y contrasta su hipótesis aplicando el test de Kolmogorov Smirnov para distribuciones normales.

Atendiendo a los 12 gráficos mencionados, la Ley de Zipf sigue sin ser confirmada (basta con observar los valores b). También permite poner en duda la validez de la distribución de Pareto por el evidente cambio de signo experimentado por el coeficiente b. El logaritmo de la población explica los “residuos no explicados por el logaritmo al cuadrado”, y no como sería de esperar si la distribución de Pareto fuese verificada.

## 5. RESULTADOS

Se parte de la ecuación  $\ln R = \text{constante} - b \ln S_R$

la ecuación que se estima econométricamente por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) es la ya mencionada previamente:

$$\ln\left(R - \frac{1}{2}\right) = \text{constante} - b \ln S_R$$

Tomando sólo 1 década (2000) y los primeros datos a modo de ejemplo, lo que se realizó para llegar a los gráficos se detalla en la tabla 9

Tabla 5 Década 2000 – Primeras ciudades - Cálculo

Places	Population	Rango	Rango-1/2	LN (población)	LN (Rango-1/2)
New York city	8.008.278	1	0,5	15,8959863	-0,69314718
Los Angeles city	3.694.820	2	1,5	15,1224424	0,40546511
Chicago city	2.896.016	3	2,5	14,8788466	0,91629073
Houston city	1.953.631	4	3,5	14,4852003	1,25276297
Philadelphia city	1.517.550	5	4,5	14,2326078	1,5040774
Phoenix city	1.321.045	6	5,5	14,0939336	1,70474809
San Diego city	1.223.400	7	6,5	14,0171444	1,87180218
Dallas city	1.188.580	8	7,5	13,9882699	2,01490302
San Antonio city	1.144.646	9	8,5	13,950606	2,14006616
Detroit city	951.270	10	9,5	13,7655532	2,2512918
San Jose city	894.943	11	10,5	13,7045153	2,35137526
Indianapolis city	781.870	12	11,5	13,5694438	2,44234704
San Francisco city	776.733	13	12,5	13,5628519	2,52572864
Jacksonville city	735.617	14	13,5	13,5084649	2,60268969
Columbus city	711.470	15	14,5	13,4750885	2,67414865
Austin city	656.562	16	15,5	13,3947724	2,74084002
Baltimore city	651.154	17	16,5	13,3865015	2,80336038
Memphis city	650.100	18	17,5	13,3848815	2,86220088
Milwaukee city	596.974	19	18,5	13,2996288	2,91777073
Boston city	589.141	20	19,5	13,2864208	2,97041447

Estos primeros puestos, permite analizar el grado de igualdad o desigualdad de la distribución para las mayores ciudades, dado que no serían comparables con el comportamiento de las ciudades de los últimos puestos.

El estudio de Eeckhout (2004) ya mencionado, demuestra que, bajo ciertas condiciones teóricas (que se esté ante una distribución normal) se verifica que:

$$\frac{db}{dN} < 0$$

Esto significa que, a medida que aumenta el número de núcleos de población que se toman, va aumentando la desigualdad. Lo cual a simple vista, parece lógico esperar que la igualdad tomando sólo 50 ciudades va a ser superior que si se analizan 5000, donde la variabilidad será obviamente, mayor.

Por otra parte, si el signo de esa derivada es negativo, analizar cómo va modificándose el exponente de Pareto carece de interés. Pero, los datos no siempre confirman que la desigualdad se incremente si se van agregando más ciudades al estudio, pero sí que constituye el comportamiento predominante.

La estructura de la población de las ciudades “parece ajustarse a una distribución log-normal”. El contraste de la ley de Pareto se observa en los sistemas urbanos de mayor cantidad de habitantes.

El resultado que sí es relevante en este análisis de series temporales es el hecho de que la constante con el transcurso de los años es que la desigualdad aumenta desde 1900 a 2010, década tras década.

## **6. CONSLUSIONES**

El crecimiento de las ciudades, depende de diversas características, entendiéndose que la principal es la demografía, por lo tanto, estudiar su estructura, su comportamiento y desarrollo es vital dado que son los factores que llevan al crecimiento.

Por esta razón están las opiniones que afirman que, la población va donde existe mayor aglomeración, en la búsqueda de empleo y de oportunidades de lograr una mejor calidad de vida, lo cual provoca un exceso de población en esas ciudades. Por otro lado, quienes prefieren las ciudades pequeñas donde todo está por hacer, no hay especialización y es posible el desarrollo.

El crecimiento de la población en una ciudad determinada, está relacionado con el propio proceso de urbanización, cómo también con el desarrollo urbano, ya que ambos indicadores son de utilidad para medir los efectos que han provocado en las ciudades, desde el punto de vista urbano, económico y territorial. En definitiva, hace referencia al crecimiento de la población dependiendo del proceso de urbanización teniendo en cuenta el desarrollo llevado a cabo en dicha ciudad.

Se entiende también cómo urbanización a la concentración de población en un área urbana. El veloz crecimiento, también conocido es como hiper-urbanización por la rápida aglomeración de la población de los centros urbanos.

Por dicho motivo, se observan diversas etapas del crecimiento de las ciudades cuando se estudia su desarrollo económico y cómo se integran con el entorno que permite concluir que existe una relación entre la distribución del tamaño de las ciudades y la evolución en el tiempo.

En este trabajo se analizó cómo ha sido la evolución de la estructura urbana de Brasil en el período que abarca un poco más del siglo XX, (es decir, de 1872 hasta la década del 2010) estudiando el cumplimiento de un método empírico: la ley de Zipf.

Para ello, se utilizó la base de datos a nivel de ciudades (entendidas como los “incorporated places”), tomadas de los censos del actual “US Census Bureau”, que permitió contar con la distribución del tamaño de las ciudades.

En Brasil, como en la mayoría de los países en desarrollo, se detecta una “concentración exagerada” de su población en su ciudad principal, que por lo general se ha visto beneficiada por razones sociales, históricas y económicas. La contribución del trabajo es evaluar, o estimar, dicho fenómeno, donde particularmente se observa que la segunda ciudad ha pasado del 49% (1872) al 46%.

La metodología llevada a cabo, se basó en un análisis descriptivo, el cual fue completado con la estimación (para cada década y tamaños de ciudades) del exponente de Pareto y los correspondientes gráficos.

El siguiente paso del estudio fue analizar la distribución de la población a través de las distintas décadas, partiendo del planteamiento de Zipf, es decir, verificar la relación que existe entre el rango (R) que ocupa cada ciudad, según su tamaño poblacional, y la población de cada una de ellas.

Lo que la Ley de Zipf determinó es que “debe existir una relación inversa y homogénea entre el logaritmo del rango y el logaritmo de la población. Es decir, que el diagrama de dispersión entre estas dos variables debe mostrar, no sólo una relación inversa sino que el ajuste debe ser muy cercano a una línea recta”.

Así, se pasa a convertir en la medida para conocer el grado de desigualdad en la distribución de la población respecto al tamaño de las ciudades, donde se verifica que a menor rango mayor tamaño y viceversa.



Una conclusión arribada, fue la referida a la contrastación del resultado de Eeckhout (2004), según el cual “el grado de desigualdad en la distribución de ciudades crece por construcción conforme se incorporan más núcleos”. El resultado de Eeckhout se resume en que el tamaño del exponente de Pareto es decreciente respecto al tamaño muestral considerado.

Respecto a la ley de Zipf, los resultados obtenidos, demuestran que, en las ciudades de Estados Unidos, el exponente de Pareto es siempre inferior a uno, y por tanto no se verifica la ley de Zipf. Además, las estimaciones disminuyen con el paso del tiempo, lo que estaría indicando que “incluyendo todas las ciudades de cada año se ha producido un comportamiento divergente”.

El tema de la mencionada divergencia podría ser explicada, no debido a diferencias en las tasas de crecimiento de los distritos, sino por la constante aparición de nuevas ciudades que se van incorporando en la muestra con tamaños relativos pequeños.

Para la comprobación de estos análisis se parten de diferentes teorías que estudian el comportamiento de las ciudades, cómo ha sido su evolución y su transformación; las cuales sirven para sostener y justificar los resultados contando una base concreta.

Esta es la principal finalidad de la ley de Gibrat, la cual es dar sustento tanto teórico como estadístico y comprobar si la distribución del tamaño de ciudades depende de un crecimiento aleatorio, o bien un crecimiento que pueda demostrar que estas leyes se cumplen.

La Ley de Zipf pone de manifiesto, que el rango por el tamaño es constante, lo que, en la práctica quiere decir que, si se cumple dicha Ley, se debe verificar que la segunda ciudad más grande dentro de un país tendrá la mitad de población que la más poblada, la tercera un tercio y así sucesivamente.

Respecto a la varianza, las ciudades más pequeñas presentan una mayor varianza que el resto de la muestra, aunque para las ciudades de población igual o superior a la media la varianza parece ser más homogénea y por tanto independiente del tamaño.

Otra conclusión recalada, es acerca del grado de desigualdad en la distribución de ciudades de Brasil es que se acrecienta con el transcurso de las décadas. En las primeras tres décadas analizadas, se observa una leve cercanía en los dos primeros

rangos (segunda y tercera ciudades más pobladas) pero luego la población empieza a decrecer de forma más regular y vuelve a intentar cumplirse en el noveno y décimo lugar.

En las segundas tres décadas analizadas, se mantienen los porcentajes en la segunda ciudad, respecto a la más poblada, pero comienza un salto en la tercera ciudad que se aleja más del 33% esperado a favor de la tercera que comienza a ubicarse en el 25% esperado.

Conforme avanzan las décadas, la segunda ciudad se aleja de los valores esperados, cifra que se va desplazando hacia la tercera ciudad, que intenta volver a acercarse al 33% esperado, pero tampoco logra cumplirlo.

Entre los resultados alcanzados también se enmarca que, la distribución ha cambiado considerablemente, como sería de esperar en más de 100 años de análisis. Concretamente, la desigualdad ha tendido a ser mayor. La diferencia ha prevalecido. Pueden haber estado presente, ciertos momentos de convergencia, donde la distribución ha tendido a ser estadísticamente más igualitaria.

Como conclusión final del estudio, para las áreas micro y metropolitanas en los Estados Unidos, se puede afirmar que:

- La estructura de la población tomando el conjunto de las áreas urbanas que poseen más de 10.000 habitantes parece responder a una distribución log-normal, tal como lo estimaban los estudios de Eeckhout (2004).
- En el segmento de la “cola alta” o “upper tail”, sería más adecuado considerar que responde a una distribución log/log, como lo afirmaba Malevergne, et al. (2009).
- Los resultados generales, parecen confirmar la hipótesis que la distribución de la población “responde de forma más acentuada a una estructura lognormal”.

Numerosas son las consecuencias económicas producto de la correcta o incorrecta distribución de tamaño de las ciudades, que van desde la estabilidad económica que hay en las ciudades hasta diferencias en la calidad de vida, que abarca los tipos de servicio con que cuenta la población, las posibilidades de empleo, los ingresos que se pueden generar, acceso a la cultura y, en definitiva, el nivel de crecimiento que tiene cada ciudad.

La ley de Zipf además de ser sustentada en una teoría es también validada por la ley de Gibrat, cuyo análisis ha sido abordado por varios autores, quienes han verificado para la distribución y su evolución en el tiempo, el cumplimiento de la ley.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- Alperovich, G., (1993): "An Explanatory Model of the City-Size Distribution: Evidence from Cross-country Data", *Urban Studies*,
- Auerbach, F. (1913). Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration. *Petermanns Geographische Mitteilungen*, 59:74-76.
- Clemente, J., González-Val, R. y Olloqui, I. (2011). Zipf's and Gibrat's laws for migrations. *The Annals of Regional Science*, 47(1):235-248.
- Dobkins, L.H. & Ioannides, Y.M. (2000): "Dynamic Evolution of the US City Size Distribution", in *The Economics of Cities* (J.-F. Thisse and J.-M. Huriot, eds.), Cambridge University Press, Cambridge
- Eeckhout, J. (2004): "Gibrat's law for (all) cities", *American Economic Review* 94, 1429-1451.
- Gabaix, X. e Ibragimov, R. (2007). Rank-1/2: A simple way to improve the estimation of tail exponents. *NBER Technical Working Paper* 342.
- Gibrat, R. (1931). *Les inégalités économiques*. Librairie du Recueil Sirey.
- González-Val, R. (2015). War size distribution: Empirical regularities behind conflicts.
- Krugman, P.R. (1996): *The Self-Organizing Economy*, Blackwell Publishers, Oxford.
- Lanaspa, L., Perdiguero, A.M., Sanz, F. (2004): "La distribución Del tamaño de las ciudades en España", *Revista de Economía Aplicada*, 34, vol. XII,
- Mansury Y., Gulyas L. (2007) The emergence of Zipf's Law in a system of cities: An agent-based simulation approach". *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 31, Issue 7
- Pareto, V. (1896). *Ecrits sur la courbe de la répartition de la richesse*. Librairie Droz.
- Zanette, D. H. (2006). Zipf's law and the creation of musical context. *Musicae Scientiae*, 10(1):3-18.
- Zipf, G. K. (1949). *Human behavior and the principle of least effort*". Addison-Wesley Press.

### *Páginas Web*

- <https://datosmacro.expansion.com/paises/brasil>
- 
-