

University of Groningen

## Teaching Through Problem-solving en Lesson Study

Roorda, Gerrit; de Vries, Siebrich; Smale - Jacobse, Annemieke

**IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.**

*Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*

2023

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*

Roorda, G., de Vries, S., & Smale - Jacobse, A. (2023). *Teaching Through Problem-solving en Lesson Study: Hoe ondersteunt TTP-LS wiskundecenten om aandacht aan probleemoplossingsvaardigheden van leerlingen te besteden?* Rijksuniversiteit Groningen.

### Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

### Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.



## Teaching Through Problem-solving en Lesson Study

Hoe ondersteunt TTP-LS wiskundedocenten om aandacht aan probleemoplossingsvaardigheden van leerlingen te besteden?



**Gerrit Roorda**

**Siebrich de Vries**

**Annemieke Smale-Jacobse**



*Dit onderzoek met projectnummer 40.5.20500.172 is medegefinancierd door Nationaal Regieorgaan Onderwijsonderzoek.*

## Voorwoord

Dit rapport beschrijft de bevindingen van een onderzoek naar het implementeren van het onderwijzen van wiskunde door probleemoplossen, ook wel ‘Teaching Through Problem-solving’ (TTP) in de wiskundeles genoemd. Deze TTP-aanpak werd in dit project geïmplementeerd door gebruik te maken van *Lesson Study*. De vraag die centraal staat is hoe de TTP-LS interventie docenten ondersteunt om aandacht te geven aan probleemoplossingsvaardigheden.

Dit project is tot stand gekomen dankzij de inzet van vele betrokkenen. Allereerst de docenten die TTP-lessen ontwikkelden en uitvoerden, en daarnaast meewerkten aan interviews. Hun schoolleiders die de wiskundeteams de ruimte gaven om deel te nemen, en ook interviews gaven. De begeleiders van het traject, Marjon Minderhoud en Dédé de Haan, die de LS-bijeenkomsten voorbereidden en uitvoerden. Marijne van der Meer die zich als student-assistent inzette voor het transcriberen, analyseren en samenvatten van interviewdata. Anna Verkade die betrokken was bij alle aspecten rond kennisbenutting. Gerlinde Roorda die de illustraties voor dit project maakte. Allen hartelijk dank voor de geleverde bijdrage.

Dit rapport is een afsluiting van een twee-jarig project. Het project heeft duidelijk gemaakt dat wiskundedocenten met de TTP-aanpak mooie mogelijkheden hebben om hun lessen te verrijken met aandacht voor probleemoplossen. Het onderzoek heeft aanwijzingen opgeleverd voor aanpassingen van de implementatie van de TTP-aanpak. Het heeft ook duidelijk gemaakt dat er enthousiasme is voor de aanpak. We werken dan ook graag aan verdere implementatie en invoering van de TTP in het wiskundeonderwijs in Nederland.

Gerrit Roorda is vakdidacticus wiskunde, begeleider van wiskundesecties, en onderzoeker op het gebied van wiskundedidactiek bij de Rijksuniversiteit Groningen. Siebrich de Vries is lector Vakdidactiek bij NHL Stenden Hogeschool en onderzoeker Lesson Study bij de Rijksuniversiteit Groningen.

Annemieke Smale-Jacobse is werkzaam als adviseur onderwijs en onderzoek bij de Hanzehogeschool Groningen. Ten tijde van het TTP-LS onderzoek werkte ze als universitair docent bij de Lerarenopleiding van de Rijksuniversiteit Groningen.

# Inhoudsopgave

Publiekssamenvatting .....	6
Hoofdstuk 1 Inleiding .....	8
Hoofdstuk 2 Theoretisch kader .....	10
2.1 Probleemoplossingsvaardigheden in het wiskundeonderwijs .....	10
2.2 Didactische aanpakken om probleemoplossen te versterken .....	12
2.3 Teaching Through Problem Solving .....	13
2.4 De relatie tussen TTP en probleemoplossingsvaardigheden .....	15
2.5 TTP in eerder uitgevoerd onderzoek.....	17
2.6 Professioneel ontwikkelen met Lesson Study .....	19
2.7 Ontwerpkenmerken en ontwerp .....	22
2.8 Onderzoeksvragen.....	25
Hoofdstuk 3. Onderzoeksmethode.....	26
3.1 Deelnemende scholen en docenten .....	27
3.2 Implementatie .....	27
3.3 Dataverzameling, instrumenten en analyse.....	31
Hoofdstuk 4. Resultaten .....	34
4.1 Ervaringen met de TTP-LS interventie .....	34
4.2 Ervaren opbrengsten van de TTP-LS-interventie .....	40
4.3 Mechanismes bij TTP-LS .....	42
Hoofdstuk 5. Conclusie, discussie en aanbevelingen.....	47
5.1 TTP in relatie tot POV-ontwikkeling .....	49
5.2 De uitvoering van de TTP-didactiek.....	50
5.3 Relatie tussen opdrachten van TTP-lessen en het curriculum .....	51
5.4 Professionele ontwikkeling in TTP door LS .....	53
5.5 Beperkingen van het onderzoek.....	54
5.6 Hoe verder? .....	55
Referenties .....	57
Bijlage 1.1 Interviews TTP-LS – Fase 1 juni/juli 2021.....	62
Bijlage 1.2 Interviews TTP-LS – Fase 2 jan/feb 2022 .....	64
Bijlage 1.3 Logboek TTP-LS .....	67
Bijlage 2.1 Aangeleverde opdrachten cyclus 1.....	70
Bijlage 2.2 Aangeleverde opdrachten cyclus 2.....	73



## Publiekssamenvatting

Wiskundedocenten besteden in hun lessen weinig aandacht aan probleemoplossingsvaardigheden. Hoewel het thema al langer op de agenda van het wiskundeonderwijs staat, bijvoorbeeld door de aandacht voor ‘Wiskundige Denkactiviteiten’, blijkt het gestructureerd implementeren van probleemoplossen lastig. Een in Japan beproefde aanpak van *Teaching Through Problem-solving* (TTP) gecombineerd met *Lesson Study* (LS) biedt hiervoor mogelijk een oplossing: TTP biedt een gestructureerde didactiek om aandacht te besteden aan probleemoplossen in wiskundelessen en LS blijkt een krachtige professionaliseringsaanpak.

Op twee VO-scholen werd een op TTP en LS-gebaseerde interventie geïmplementeerd. In drie bijeenkomsten maakten de docenten kennis met het concept van TTP en LS. Vervolgens werd in LS-teams van circa vier docenten onder begeleiding een TTP-les ontwikkeld, uitgevoerd en geëvalueerd. De LS-cyclus werd tweemaal doorlopen. De centrale onderzoeksvraag was hoe deze TTP-LS-interventie wiskundedocenten ondersteunt om aandacht aan probleemoplossingsvaardigheden te besteden. Na elke cyclus werden docenten geïnterviewd om inzicht te krijgen in hoe de kenmerken van de interventie tot mogelijke opbrengsten in het onderwijs leiden. Ook schoolleiders werden geïnterviewd. Procesbegeleiders hielden een logboek bij en verzamelden de materialen uit de TTP-lessen.

Uit de verzamelde gegevens blijkt dat de docenten de TTP-didactiek zien als een waardevolle aanpak om leerlingen wiskundige problemen te leren oplossen. De werkwijze past binnen het curriculum. Onderdelen van de TTP-les die als moeilijk werden ervaren waren de lesfasen waarin oplossingen van leerlingen klassikaal werden besproken en samengevat met een focus op oplossingsstrategieën in plaats van op antwoorden.

Wanneer we kijken naar de professionaliseringsaanpak LS, zien we dat docenten zeer positief waren over het samenwerken aan een vakdidactisch thema in een LS-cyclus. De LS-werkwijze werd door de deelnemende docenten gezien als een geschikte aanpak om te leren over TTP. Het samen ontwikkelen, uitvoeren en evalueren van TTP-lessen gaf de docenten handvatten voor het toepassen van de TTP-didactiek of onderdelen daarvan in andere lessen.

Voor een bijgestelde TTP-LS-interventie zijn vier verbeterpunten geconstateerd: ten eerste om meer aandacht te schenken aan het expliciet maken van de

probleemoplossingsvaardigheden die men wil versterken; ten tweede om meer te oefenen, vooral met de lesfasen 3 en 4 van de TTP-didactiek; ten derde om meer aandacht te besteden aan het gebruik van externe bronnen om het leren over probleemoplossen te verdiepen; en ten vierde om meer aandacht te besteden aan reflectie in de LS-cyclus, door deelnemende docenten expliciet onder woorden te laten brengen wat ze geleerd hebben voor andere contexten.

Vervolgonderzoek zou zich kunnen richten op hoe de aandacht voor probleemoplossingsvaardigheden in wiskundelessen meer structureel ingebed kan worden. We zien verschillende mogelijkheden: de TTP-LS-interventie op de eigen scholen voortzetten als een structureel onderdeel van de doorgaande professionele ontwikkeling met bijvoorbeeld een jaarlijks terugkerende LS cyclus, of via een schooloverstijgende professionele leergemeenschap waarin het ontwikkelen en uitvoeren van goede TTP-lessen centraal staat. Verder zou onderzocht kunnen worden hoe TTP-lessen en standaardlessen elkaar optimaal kunnen afwisselen over één of meerdere leerjaren, zodat probleemoplossingsvaardigheden een integraal onderdeel worden van het curriculum. Een databank met TTP-lesmateriaal zou docenten hier bij kunnen ondersteunen.



## Hoofdstuk 1 Inleiding

Zowel nationaal (zie bijvoorbeeld Bor-De Vries & Drijvers, 2015; Van Streun, 2014) als internationaal (zie bijvoorbeeld Felmer et al., 2016) worden probleemoplossingsvaardigheden (POV) in het wiskundeonderwijs als belangrijk aandachtsgebied gezien. Ook in discussies over concepten zoals 21ste-eeuwse vaardigheden of lagere en hogere orde vaardigheden wordt probleemoplossen genoemd als een belangrijke component (Graesser et al., 2022). In het Nederlandse wiskundeonderwijs wordt probleemoplossen in alle eindexamenprogramma's van havo en vwo expliciet genoemd, bijvoorbeeld “De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen”, en “De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden, waaronder [...] probleemoplossen” (CvTE, 2018). In examens is een heel aantal opdrachten opgenomen waarin een beroep wordt gedaan op POV (zie Drijvers et al., 2019; SLO, 2022).

Ondanks deze nadruk op probleemoplossen in curriculumbeschrijvingen en examens, blijkt dat POV beperkt en weinig systematisch aandacht in wiskundelessen krijgen (Inspectie van het Onderwijs, 2019, p.105). Er zijn diverse publicaties verschenen ter ondersteuning van wiskundedocenten bij het aandacht geven aan wiskundige denkactiviteiten, waar POV onderdeel van uitmaken (zie bijvoorbeeld Bor-de Vries & Drijvers, 2015; Van Streun & Kop, 2016, 2017), maar deze worden weinig gebruikt in de praktijk van het wiskundeonderwijs. Eerder onderzoek in het wiskundeonderwijs wees uit dat docenten slechts beperkt aandacht besteden aan instructie over het hoe en waarom van de gebruikte aanpakken voor probleemoplossen (Depaepe et al., 2010; Dignath & Büttner, 2018). Docenten hebben schijnbaar meer ondersteuning nodig om aandacht te besteden aan POV in wiskundelessen (Dignath & Büttner, 2018).

Hoewel er verschillende aanpakken mogelijk zijn om in de wiskundelessen aandacht te besteden aan probleemoplossen, zijn experts in wiskundedidactiek het er over eens dat probleemoplossen geïntegreerd in het curriculum zou moeten worden aangeboden als fundamenteel onderdeel van de wiskunde (Cai & Lester, 2010; Lester & Cai, 2016). Een specifieke didactiek die uitgaat van het centraal stellen van wiskundige problemen is Teaching mathematics Through Problem-solving (TTP;

Takahashi, 2021). In TTP-lessen wordt een wiskundig probleem centraal gesteld dat goed past bij de leerstof, waarvan het niveau net hoger is dan de voorkennis van leerlingen en waarbij leerlingen verschillende POV kunnen gebruiken. In de voorbereiding op de les bedenkt de docent welke oplossingswijzen van leerlingen verwacht kunnen worden, welke POV en oplossingen centraal besproken moeten worden en hoe de verschillende oplossingswijzen aan elkaar gerelateerd kunnen worden (Stein et al., 2008).

In Japan leren docenten vaak over het toepassen van TTP met de professionaliseringsaanpak Lesson Study (LS; zie Fujii, 2016; Takahashi, 2021). LS is een aanpak waarbij docenten in kleine teams gedurende meerdere bijeenkomsten werken aan het ontwerpen en uitvoeren van een onderzoeksles met als doel om gezamenlijk te leren over de leerprocessen van leerlingen en de gebruikte didactiek. Er zijn enkele eerdere onderzoeken in andere landen (Australië, Ierland, VS) die laten zien dat een combinatie van TTP-LS kan leiden tot veranderingen in denken en handelen bij de deelnemende docenten (zie bijv. Groves et al., 2016; Hourigan & Leavy, 2022). In de context van het Nederlandse wiskundeonderwijs is een dergelijke interventie echter nog niet onderzocht.

De vraag die in deze studie centraal staat luidt: Hoe kan een professionaliseringsinterventie met kenmerken van 'Teaching mathematics Through Problem-solving' ingebed in 'Lesson Study' wiskundedocenten ondersteunen om aandacht aan probleemoplossingsvaardigheden te besteden?

## Hoofdstuk 2 Theoretisch kader

### 2.1 Probleemoplossingsvaardigheden in het wiskundeonderwijs

Probleemoplossen in het wiskundeonderwijs gaat over het oplossen van wiskundige problemen waarvoor leerlingen geen routinematige aanpakken kunnen toepassen (zie bijvoorbeeld Lester, 2013), maar die vragen om toepassing van POV.

Al in eerder onderzoek naar POV werd duidelijk dat leerlingen verschillen in hoe ze problemen aanpakken. Schoenfeld (1992) vond bijvoorbeeld dat goede probleemoplossers doorgaans relatief veel tijd besteden aan het verkennen en analyseren van het probleem waardoor ze beter in staat zijn om een goede aanpak te kiezen. Binnen het wiskundeonderwijs laat onderzoek zien dat goede probleemoplossers een verscheidenheid aan wiskundige heuristieken toepassen en dat ze de keuze hiervan afwegen afhankelijk van het probleem dat ze moeten oplossen en de kennis en vaardigheden die ze hebben (Schoenfeld, 1992; Van Streun, 1994). Van Streun (1994) beschrijft dat een probleemoplosser bekwaamheden gebruikt op het gebied van vakinhoud, methoden (heuristieken), metacognitie en attitude. Dergelijke onderzoeken naar succesvolle probleemoplossers geven inzichten in POV die leerlingen verder kunnen helpen bij probleemoplossen.

De basis voor het oplossen van wiskundige problemen is de aanwezigheid van vakinhoudelijke kennis en vaardigheden over bepaalde wiskundige onderwerpen. De leerlingen zullen deze vakinhoudelijke kennis echter moeten oproepen. Er moet een verbinding gemaakt worden tussen de probleemsituatie en bruikbare én beschikbare kennis om tot een oplossing te komen. Daarbij kunnen leerlingen bepaalde POV inzetten.

In de eerste plaats kunnen leerlingen bepaalde *heuristieken* gebruiken (Van Streun 1984, Verschaffel et al., 2020). Van Streun (1994) beschrijft heuristische methoden als zoekprocedures die niet gegarandeerd tot succes leiden, maar die wel breed inzetbaar zijn voor een grote klasse van problemen. In de wiskunde gaat het om zoekprocedures zoals het maken van een schets, het vergelijken met eerder opgeloste problemen, het opknippen van een probleem in delen of het gebruiken van een eenvoudig getallenvoorbeeld (Verschaffel et al., 2020).

In de tweede plaats kan een leerling het eigen probleemoplossen monitoren en reguleren door *metacognitieve strategieën* of zelfregulatie-strategieën te gebruiken zoals het monitoren van begrip, het plannen van een aanpak of het evalueren van het

geleerde (De Soete & De Creane, 2019; Dignath & Büttner, 2008, 2018; Verschaffel et al., 2020).

Ten slotte is ook een *productieve houding* onderdeel van POV (Van Streun, 1994; Schoenfeld, 1992). Van Streun benoemt aspecten als: de durf om aan een probleem te beginnen, het vertrouwen dat je eruit kan komen en door te zetten. In de PISA-2012 definitie van probleemoplossen wordt expliciet toegevoegd: “It includes the willingness to engage with such situations in order to achieve one’s potential as a constructive and reflective citizen” (OECD, 2013, p. 122)

Op basis van bovenstaande bronnen vatten we in dit project POV op als de combinatie van het gebruik van *wiskundige heuristieken*, *metacognitieve vaardigheden* en het *aannemen van een productieve houding*. Deze POV gebruikt de leerling om na te gaan op welke manier vakinhoudelijke kennis en vaardigheden ingezet kunnen worden voor het oplossen van het probleem.

Probleemoplossen wordt gezien als onderdeel van wiskundige denkactiviteiten (Drijvers et al., 2019) en valt in het gebied van hogere denkvaardigheden. Over hogere denkvaardigheden meldt het rapport van de Inspectie van het Onderwijs (2019) dat er in Nederland weinig aandacht voor is in het curriculum. Leerlingen worden in reguliere lessen weinig uitgedaagd (Inspectie van het onderwijs, 2019). Volgens hetzelfde rapport zijn er bijna geen scholen waar wiskundige denkactiviteiten systematisch worden aangeboden. Met betrekking tot probleemoplossen concluderen Doorman et al. (2007) dat, ondanks pogingen om probleemoplossen meer centraal te stellen in het wiskundecurriculum, dit maar beperkt gelukt is. Knelpunten die Doorman et al. (2007) signaleerden waren dat de examens te weinig beroep doen op POV en er in de schoolboeken weinig aandacht is voor POV. In internationaal onderzoek worden dergelijke belemmeringen herkend (zie bijvoorbeeld Cai et al., 2016).

Belemmeringen zijn er ook waar het gaat om de rol van de docent (Cheeseman, 2018, zoals geciteerd door Hourigan & Leavy, 2022). Voor docenten blijkt het integreren van probleemoplossen in hun lessen een uitdaging. Specifiek voor de hierboven gedefinieerde POV waaronder gebruik van heuristieken en metacognitie schrijven de Depaepe et al. (2010) dat er weinig expliciete oefening is van deze vaardigheden in rekenlessen. Toch onderkennen veel docenten het belang van het aanbieden van hogere orde vaardigheden. Volgens Staat van Onderwijs (2019) is ongeveer de helft

van de wiskunde-secties zich bewust van het belang van het aanbieden van wiskundige denkactiviteiten en andere hogere orde vaardigheden.

## **2.2 Didactische aanpakken om probleemoplossen te versterken**

Om aandacht voor POV te versterken worden in de literatuur diverse suggesties gedaan die we in deze paragraaf bespreken. Het gebruik van zowel heuristieken als metacognitieve vaardigheden kan bevorderd worden door deze te expliciteren, te modelen, het gebruik ervan in klassengesprekken te stimuleren (Depaepe, 2010; Quigley et al., 2018) en door leerlingen feedback te geven op de manieren waarop ze tot oplossingen komen in plaats van alleen te focussen op hun antwoorden (Pellegrino & Hilton, 2012). Het combineren van vakinhouden, heuristieken en metacognitieve vaardigheden in het onderwijs kan zeer leerzaam zijn voor leerlingen (Dignath & Büttner, 2008; Verschaffel, 2020).

Leerling hebben bij wiskunde vaak het idee dat er maar één correcte manier is om een opdracht op te lossen. Om dit te voorkomen zouden docenten leerlingen kunnen stimuleren om alternatieve oplossingen te bedenken en zouden in een klassengesprek verschillende manieren van oplossen kunnen bespreken (Cai & Lester, 2010). Een complicerend aspect hierbij is dat voor het leren van de genoemde POV niet incidenteel aandacht moet zijn, maar juist over een langere termijn (Liljedahl et al., 2016).

Lester en Cai (2016) vatten samen dat probleemoplossen niet als een los onderwerp in het curriculum behandeld moet worden, maar dat het integraal onderdeel moet zijn van het curriculum. Er moet aandacht voor zijn op elk niveau, en bij elk onderwerp in de wiskunde. Verder dient de docent goede taken te selecteren en leeractiviteiten te organiseren die POV kunnen aanwakkeren bijvoorbeeld door leerlingen uit te dagen om (1) meerdere oplossingsstrategieën gebruiken voor een gegeven probleem, (2) betrokken te zijn in het bedenken en exploreren van problemen, (3) argumenten te geven voor hun oplossingen en (4) generalisaties te maken bij een probleem. Ze concluderen dat wanneer er op deze manier aandacht is voor probleemoplossen, dit bijdraagt aan hogere orde vaardigheden en een positieve houding bij leerlingen.





## 2.3 Teaching Through Problem Solving

De Teaching Through Problem Solving (TTP) aanpak (Takahashi et al., 2013, Takahashi, 2021) sluit goed aan bij de hierboven genoemde aspecten voor het bevorderen van POV. Een TTP-les heeft vier verschillende lesfasen (zie Tabel 2.1 voor een overzicht).

De *eerste fase* kenmerkt zich door het centraal stellen van een wiskundig probleem. Voorafgaand aan de les bepaalt de docent de lesdoelen, stelt hij vast welk probleem centraal staat en bedenkt hij welke oplossingswijzen van leerlingen verwacht worden. Zoals Lester en Cai (2016) aangeven is probleemoplossen dus geen geïsoleerd onderdeel, maar een kernonderdeel van de wiskundeles. Het wiskundige probleem in TTP dient te passen bij de leerstof, interessant te zijn voor de leerlingen, qua niveau goed aansluitend op de voorkennis van de leerlingen, en geschikt te zijn voor verschillende oplossingsmethoden. Daarnaast dient het oplossen van het probleem te kunnen leiden tot waardevolle 'basiswijsheden' (Fujii, 2015). Deze basiswijsheden kunnen betrekking hebben op bijvoorbeeld doorzettingsvermogen of het durven proberen (Fujii, 2015), aspecten die betrekking hebben op het derde aspect, namelijk houding, van onze definitie van POV. Het gaat bij TTP niet om grotere of complexe opdrachten, maar om relatief beperkte problemen die passen in de leerlijn van het vakinhoudelijke curriculum (Leong et al., 2016; Lester & Cai, 2016).

In de *tweede lesfase* gaan leerlingen op zoek naar oplossingen voor het probleem. Problemen worden zo gekozen of ontworpen dat leerlingen zowel met relatief eenvoudige oplossingsmethoden als met geavanceerde oplossingen tot een oplossing kunnen komen. Leerlingen worden aangemoedigd om meerdere oplossingswijzen te verkennen. Uit onderzoek is bekend dat het aanmoedigen van leerlingen om meerdere oplossingswijzen te verkennen, directe of indirecte effecten kan hebben op onder andere hun begrip van de wiskundige inhoud, hun cognitieve flexibiliteit in het toepassen van kennis en vaardigheden in verschillende contexten, hun POV en hun gevoel van competentie (Schukajlow et al., 2015). Tijdens deze fase van de TTP-les scant de docent wanneer de leerlingen bezig zijn met welke oplossingswijzen ze komen als voorbereiding op een klassikaal gesprek over het probleem en geeft hij waar nodig beperkte hints om leerlingen die vastlopen verder te helpen.

Tabel 2.1. Overzicht van TTP-fases gebaseerd op de website van The Lesson Study Group at Mills college, (<https://lessonresearch.net/teaching-problem-solving/overview>)

	<b>Leerlingen</b>	<b>Docent</b>
 <p>Begrijp het probleem</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Doe je best om het probleem te begrijpen.</li> <li>• Bedenk wat je al weet over dit probleem.</li> <li>• Denk erover na wat je zou kunnen helpen om het probleem aan te pakken.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bedenk of er mogelijk bepaalde voorkennis opgehaald moet worden.</li> <li>• Presenteer het probleem helder.</li> <li>• Probeer leerlingen te interesseren voor het probleem.</li> <li>• Ondersteun leerlingen om in hun eigen kennis te zoeken naar kennis die ze kunnen gebruiken.</li> </ul>
 <p>Probeer het op te lossen</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Probeer zelf te zoeken naar een oplossing.</li> <li>• Alle manieren om op te lossen zijn toegestaan, dus het gaat niet om de oplossing die de docent mogelijk wil horen.</li> <li>• Probeer ook andere oplossingswijzen te bedenken.</li> <li>• Overleg mogelijk na enige tijd met klasgenoten.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Loop en rond en noteer aanpakken.</li> <li>• Identificeer aanpakken die centraal. gepresenteerd en bediscussieerd worden.</li> <li>• Ondersteun leerlingen die nog geen begin hebben met een hint.</li> <li>• Daag leerlingen uit die snel een antwoord hebben uit met verdiepvragen.</li> </ul>
 <p>Presenteer en bediscussieer</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presenteer je ideeën; licht je ideeën toe als klasgenoten vragen hebben.</li> <li>• Probeer actief te begrijpen wat je klasgenoot bedacht heeft en hoe dit relateert aan andere oplossingswijzen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selecteer strategisch welke leerlingen (vaak circa 3) je kiest voor toelichting, ook onjuiste oplossingen kunnen gekozen worden.</li> <li>• Zorg voor een veiligheid leerklimaat waarin fouten maken mag.</li> <li>• Monitor de discussie.</li> <li>• Gebruik interactieprincipes zoals doorvragen, doorspelen, terugleggen, om leerlingen te ondersteunen de essentie van de wiskundige inhoud en de gebruikte POV te begrijpen en onthouden.</li> </ul>
 <p>Vat samen en blik terug</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Denk na over wat je hebt geleerd.</li> <li>• Schrijf de samenvatting op.</li> <li>• Reflecteer op het geleerde.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vat samen wat geleerd moet worden met het oog op de doelen van de les.</li> <li>• Laat leerlingen samenvatting opschrijven.</li> <li>• Benoem relevante probleemoplossingsvaardigheden.</li> </ul>

In de *derde lesfase* worden de door leerlingen gevonden oplossingswijzen besproken. Deze belangrijke en centrale fase van de TTP-les wordt in Japan aangeduid met het

woord *Neriage* wat ‘kned en polijsten’ betekent (Shimizu, 1999). De fase is bedoeld om alle leerlingen mee te nemen in het verkennen en begrijpen van oplossingswijzen die door andere leerlingen zijn bedacht. Welke oplossingswijzen, inclusief de daarbij gebruikte kennis, vaardigheden en POV klassikaal besproken worden wordt bepaald door de docent. Deze keuze hangt af van het lesdoel. De leerlingen worden aangespoord hun denkproces te verwoorden en de docent kan de gebruikte kennis, vaardigheden en POV in de verschillende oplossingswijzen in de bespreking expliciteren (Takahashi et al., 2013). Docenten dienen daarbij te vermijden om te snel in de ‘uitlegstand’ te komen en ze dienen niet teveel nadruk te leggen op het vinden van het goede antwoord om de nadruk te houden op het proces van probleemoplossen (Pellegrino & Hilton, 2012). Deze TTP-aanpak waarmee je in de les veel aandacht besteedt aan het uitwisselen en verkennen van verschillende manieren om het probleem op te lossen past goed bij aanbevelingen uit de review van Lester en Cai (2016) gericht op het verkennen van meerdere oplossingswijzen en het stimuleren van leerlingen om hun aanpak te expliciteren en beargumenteren. Ten slotte verbindt de docent in de *vierde lesfase* van een TTP-les verschillende oplossingswijzen met elkaar en laat samenvatten of vat zelf samen wat er geleerd werd in relatie tot de lesdoelen. Door het samenvatten kan de docent de aandacht richten op transfer van het geleerde naar volgende lessen. Dit past bij de vierde aanbeveling van Lester en Cai (2016) om leerlingen te helpen het geleerde te generaliseren.

## **2.4 De relatie tussen TTP en probleemoplossingsvaardigheden**

TTP-lessen kunnen op verschillende manieren POV van leerlingen beïnvloeden. Voor het ondersteunen van het gebruik van *heuristieken* speelt de keuze van het TTP-probleem een rol. Het probleem kan zich lenen voor het benadrukken van specifieke heuristieken zoals het maken van een schets, het doorrekenen van getalenvoorbeelden of het verkennen van een eenvoudiger probleem. In fase 2 kunnen docenten hints geven gericht op een passende heuristiek. Vale et al. (2018) concluderen dat goed gekozen hints en vragen leerlingen kunnen ondersteunen om op zoek te gaan naar generalisaties van hun oplossing. McIntosh en Jarrett (2000) geven voorbeelden van een grote diversiteit aan hints die leerlingen wijzen op het gebruik van specifieke heuristieken. In fase 3 en 4 kunnen heuristieken geëxpliciteerd worden.



Met betrekking tot *metacognitieve vaardigheden* noemt Donaldson (2012) dat de docent juist in fase 3 metacognitieve vragen kan stellen en het toepassen van metacognitieve vaardigheden kan modelen. In fase 4 kunnen metacognitieve vaardigheden geëxpliciteerd worden.

De *houding* van leerlingen kan beïnvloed worden door de keuze voor een uitdagend en toegankelijk probleem waardoor leerlingen geïnteresseerd raken in het vinden van een oplossing en geïnteresseerd kunnen zijn in de verschillende aanpakken van hun medeleerlingen. Docenten kunnen in fase 4 expliciteren dat een productieve houding bijdraagt aan het vinden van een oplossing. Juist op dit gebied zijn mogelijk ook ‘wijsheden’ (zie Fujii, 2015) te expliciteren over doorzettingsvermogen of samenwerking.

In Tabel 2.2 worden mogelijke relaties tussen de TTP-fasen en POV weergegeven.

Tabel 2.2 Relatie tussen POV en de vier TTP-fases.

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
Heuristieken	Het probleem kan gericht zijn op het gebruik van bepaalde heuristieken.	Leerlingen kunnen heuristieken inzetten om het probleem te verkennen.	Leerlingen kunnen vertellen hoe het probleem opgelost hebben en welke heuristieken daarbij geholpen hebben. Docenten kunnen deze heuristieken expliciteren.	Docenten kunnen samenvatten welke heuristieken bijdragen aan het oplossen van vergelijkbare typen problemen.
Metacognitie	De docent kan benadrukken dat het goed is het probleem goed te verkennen en analyseren. Leerlingen kunnen zichzelf reguleren bij het verkennen en analyseren van het probleem.	Mogelijk gebruiken leerlingen metacognitieve vaardigheden. Docenten kunnen hints geven gericht op metacognitieve vaardigheden en monitoring zoals plannen, monitoren van voortgang en evalueren.	Leerlingen kunnen vertellen hoe ze tot een uitwerking zijn gekomen, hoe ze hun antwoord checken, hoe ze een denkfout hebben ontdekt etc. Docenten kunnen doorvragen op metacognitieve vaardigheden en deze modellen of toelichten.	Docenten kunnen samenvatten welke metacognitieve vaardigheden gebruikt kunnen worden.
Houding	De manier van presenteren is er op gericht leerlingen te motiveren om het probleem aan te pakken.	Leerlingen kunnen zich verdiepen in het probleem en kunnen zichzelf blijven motiveren. Docenten kunnen stimuleren om door te zetten.	Docenten kunnen expliciteren dat nieuwe ideeën ontstaan door bijvoorbeeld door te zetten of opnieuw te beginnen.	Docenten kunnen benoemen op welke manier de houding bijdraagt aan het oplossen van een probleem.

## **2.5 TTP in eerder uitgevoerd onderzoek**

Het implementeren van TTP is onderzocht in de VS (Takahashi et al., 2013), Ierland (Ni Shúilleabháin & Seery, 2018, Hourigan & Leavy, 2022) en Australië (Groves et al., 2016). De genoemde onderzoeken zijn kleinschalig, maar leveren aanwijzingen voor implementatie. We bespreken hieronder thema's per TTP lesfase.

### *Fase 1: Selectie van de taak*

Zoals eerder genoemd zijn er goede beschrijvingen van kenmerken waar deze taak aan dient te voldoen (Fujii, 2015), en zijn er ook allerlei goede taken beschikbaar (Swan, 2008). Toch melden Groves et al. (2016) dat docenten het moeilijk vonden om geschikte taken te vinden, mede omdat de opdrachten in het lesboek niet passend leken voor het uitvoeren van een TTP-les. In het onderzoek van Groves et al. (2016) kregen docenten daarom voor het ontwikkelen van de eerste les een taak aangereikt waarvan bekend was dat deze goed bruikbaar was voor een TTP-les. De docenten vonden dit prettig, maar ook lastig om het aangereikte probleem te koppelen aan een leerdoel. Achteraf beseften ze de waarde van het gedetailleerd uitwerken van een lesplan waarbij zorgvuldig werd afgewogen wat het doel van de les was, hoe de taak geformuleerd zou worden, hoe de taak binnen het curriculum past, en welke oplossingen van leerlingen verwacht worden (Groves et al., p. 511).

Kortom, het lijkt ondersteunend vooraf passende TTP-opdrachten aan te bieden, en de tijd te nemen om goed na te denken over verwoording van de opdracht, de lesdoelen, plaats in de leerstof, en verwachte oplossingsmethoden.

### *Fase 2: Leerlingen werken aan de taak.*

In een TTP-project in Ierland ontdekten docenten in deze lesfase dat een deel van de leerlingen betere probleemoplossers bleken dan ze vooraf hadden verwacht (Hourigan & Leavy, 2022). Door observaties tijdens de onderzoeksles en het LS-reflectiegesprek ontdekten ze dat leerlingen meer POV gebruiken dan ze hadden verwacht. Volgens Hourigan en Leavy (2022) beïnvloedde dit de opvattingen van de docenten over probleem oplossen.

Bostic et al. (2016) implementeerden ook een TTP-interventie in de basisschool in een periode van één maand. Ze merkten dat leerlingen moeten wennen aan de verandering in de lesopzet, omdat ze gewend zijn aan meer docentgestuurde lessen. Leerlingen moesten ontdekken dat ze geen uitleg van wiskundige procedures kregen,

maar zelf op zoek moesten naar wiskundige aanpakken. Er zou volgens Bostic et al. (2016) een periode van enkele maanden nodig zijn om te wennen aan deze lesaanpak. Een valkuil in fase 2 van een TTP-les is dat sommige docenten geneigd zijn om uitleg te geven aan leerlingen die vastlopen in de opdrachten, waardoor ze te weinig aandacht hebben voor het scannen van de oplossingen van hun leerlingen met het oog op de nabespreking in fase 3 (Groves et al., 2016). Het kan in deze fase bijdragen als er goede hints ontwikkeld zijn die leerlingen kunnen helpen als ze vastlopen in het probleem (Vale et al., 2018).

Kortom, in fase 2 zullen de docenten leerlingen via hints moeten stimuleren om tot ideeën te komen, in plaats van een uitleg te gaan geven. Leerlingen moeten hier mogelijk aan wennen. Observaties in deze fase kunnen er aan bijdragen dat docenten inzicht krijgen in de wiskundige vaardigheden en POV van leerlingen.

#### *Fase 3: Presenteer en bediscussieer.*

Uit onderzoek van Groves et al. (2016) naar een TTP-project in Australië, blijkt dat hoewel docenten zien dat deze manier van lesgeven het hoger orde denken van leerlingen stimuleert, ze bij aanvang sceptisch waren over het feit dat in een les slechts één probleem wordt behandeld. Sommige docenten waren bang dat de leerlingen niet goed in staat zouden zijn tot een langere discussie over oplossingen, omdat hun betrokkenheid zou afnemen. Ook de docenten in het onderzoek van Hourigan en Leavy (2022) hadden aanvankelijk deze bedenkingen, maar achteraf zijn ze verrast over de betrokkenheid van leerlingen in fase 3, hoewel de verandering in cultuur in de klas gericht op een uitgebreid klassengesprek wel een uitdaging was. Niet alleen docenten, maar ook leerlingen moeten hieraan wennen. Veel docenten zagen het rustig de tijd nemen om verschillende oplossingsmethoden te bespreken als één van de lastigst te hanteren veranderingen in de les (Groves et al., 2016).

Kortom, in fase 3 dient tijd genomen te worden om ideeën te bespreken. Dit vergt een verandering van de cultuur in de wiskundeles. In eerdere onderzoeken bleken leerlingen voldoende betrokken.

#### *Fase 4: Vat samen en blik terug.*

In de genoemde onderzoeken wordt beperkt informatie gegeven over deze fase. Met name Groves et al. (2016) maken expliciet dat de docenten in hun onderzoek het lastig vonden om tijdens de les oplossingen zo op het bord te presenteren dat de

leerlingen overzicht over de doelen kregen. Dit had ook te maken met praktische zaken zoals dat de leerlingen in deze fase rond het bord zaten zonder schrijfmaterialen.

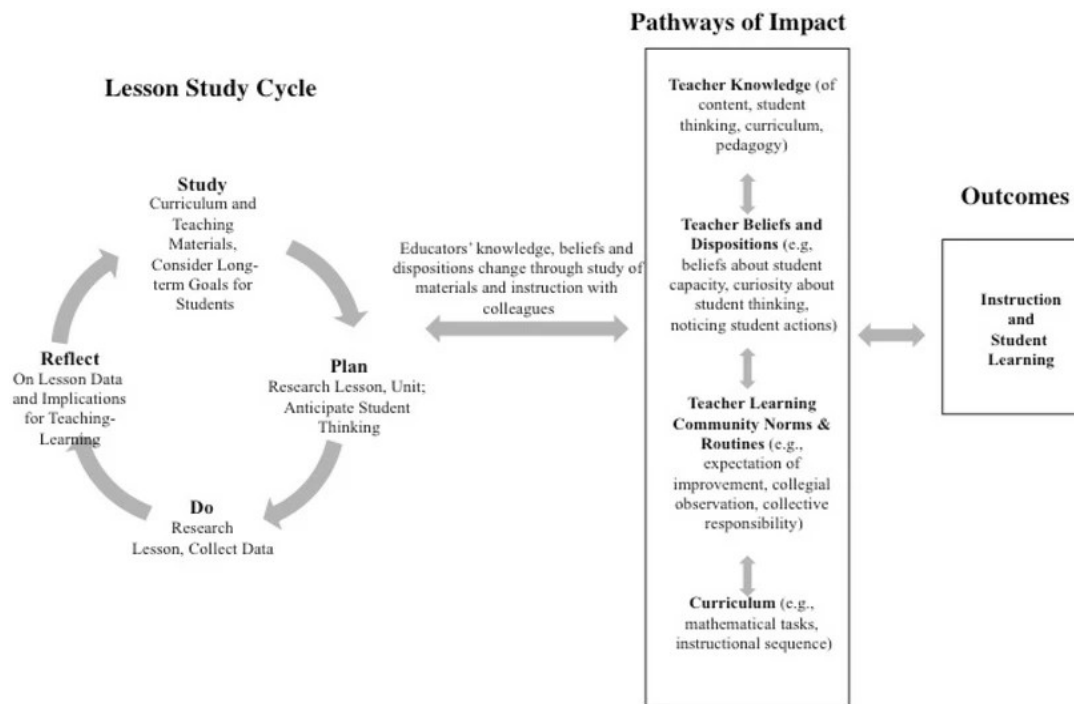
## **2.6 Professioneel ontwikkelen met Lesson Study**

Hoe veelbelovend TTP ook lijkt, voor blijvende opbrengsten zal TTP ingepast dienen te worden in de praktijkcontext. Een effectieve aanpak daarvoor is van belang.

Kenmerken van effectieve aanpakken om vakdidactische bekwaamheid te ontwikkelen zijn (1) het rond een thema verdiepen in bestaande kennis op het gebied van vakinhoud, leren & onderwijzen en vakdidactiek, (2) het leren van de eigen praktijk, het liefst samen met collega's, door erover te discussiëren en reflecteren, (3) het leren door interactie met leerlingen of leerlingengroepen (De Vries, 2019, p.23). Een aanpak die deze aspecten combineert en in enkele landen wordt gebruikt voor het implementeren van de TTP-aanpak, is Lesson Study (LS).

Bij LS doorlopen docenten in een klein team een onderzoekscyclus. De LS-cyclus bevat vier hoofdonderdelen (gebaseerd op De Vries & Roorda, 2019, p. 403; zie ook Lewis et al., 2009) namelijk (1) bestudeer het thema, (2) ontwerp de onderzoekles, (3) geef de onderzoekles en verzamel data en (4) reflecteer op de onderzoekles aan de hand van de data. De kern van LS is door Goei et al. (2021) uitgedrukt via vijf zogenaamde *big ideas*: In de eerste plaats de focus op het leren en denken van leerlingen; het tweede is de verbinding tussen theorie en praktijk; het derde is onderzoek doen naar de eigen praktijk; het vierde is samenwerking, en het vijfde is het cyclische karakter.

Lewis et al. (2016) beschrijven in een model hoe het uitvoeren van LS invloed kan hebben op het onderwijs van de docent en daarmee uiteindelijk ook op het leren van de leerling (zie Figuur 2.1).



Figuur 2.1. Lesson Study-cyclus en de wegen van impact: Een theoretische model (overgenomen uit Lewis, 2016)

Volgens dit model kan LS impact hebben op kennis van docenten, opvattingen van docenten, het samen leren in een team, en op curriculum. Verschillende reviewstudies (De Vries et al., 2017; Huang & Shimizu, 2016; Xu & Pedder, 2014) bevestigen dat deelnemen aan LS vergrote vakdidactische kennis en vaardigheden van docenten als opbrengst kan hebben. Dit is onder andere onderzocht in de context van het wiskundeonderwijs (bijvoorbeeld Lomibao, 2016; Verhoef et al., 2015). LS kan ook invloed hebben op de professionele verbondenheid met collega's en meer algemene opvattingen over onderwijs.

### *De vier stappen van een LS-TTP-cyclus*

Hieronder worden de vier LS-stappen beschreven en verbonden met het leren over de TTP-didactiek:

(1) Study: In een TTP-LS-cyclus ligt het lange termijn-doel vast, namelijk het versterken van POV. Het LS-team zal zich in de voorbereidingsbijeenkomsten richten op de vraag wat er bekend is over het onderwijzen van POV en daarover met elkaar in gesprek zijn. In deze fase is het van belang dat docenten vanuit meerdere perspectieven kijken naar het leren van hun leerlingen, waarbij ze zowel het eigen perspectief delen alsook perspectieven toevoegen die zij putten uit externe bronnen,

zoals literatuur of input van elkaar of van een expert (intertextualisatie, Van Oers, 2009). Ook wordt in de eerste stap besproken welk wiskundig onderwerp centraal staat, hoe dit aansluit bij het curriculum, welke opdracht daarbij past en welke vakinhoudelijke en POV-doelen de onderzoeksles heeft, passend bij de gekozen opdracht.

(2) Plan: De TTP-les wordt voorbereid door te anticiperen op mogelijke oplossingen van leerlingen. Bij deze mogelijke oplossingen bedenkt het team hoe het oplossingsproces gemonitord kan worden. Het team kan eventueel hints bedenken voor leerlingen die geen start kunnen maken met de opdracht, of uitdagende aanvullingen voor leerlingen die snel een oplossing gevonden hebben.

Het team bespreekt welke van de verwachte oplossingen centraal zullen staan in het klassengesprek en in welke volgorde deze worden besproken. Ten slotte wordt vooraf nagedacht over de manier waarop de oplossingen verbonden kunnen worden aan vakinhoudelijke doelen en de POV (zie ook Stein et al., 2008). De stappen 1 en 2 vormen samen de voorbereidingsbijeenkomsten.

(3) Do: De ontwikkelde TTP-les, onderzoeksles genoemd, wordt gegeven door één lid van het LS-team. De andere teamleden observeren gedurende de les het leren van de leerlingen en verzamelen gegevens over hun leerproces. De observaties en mogelijk ook interviews na afloop van de onderzoeksles maken duidelijk of verwachte oplossingen ook daadwerkelijk voorkomen, of er mogelijk nog andere aanpakken zichtbaar worden, en hoe leerlingen gedurende het klassengesprek inbreng hebben over hun oplossingsmethode. De oplossingen van leerlingen worden verzameld om na te kunnen gaan of de verwachte oplossingen inderdaad voorkomen.

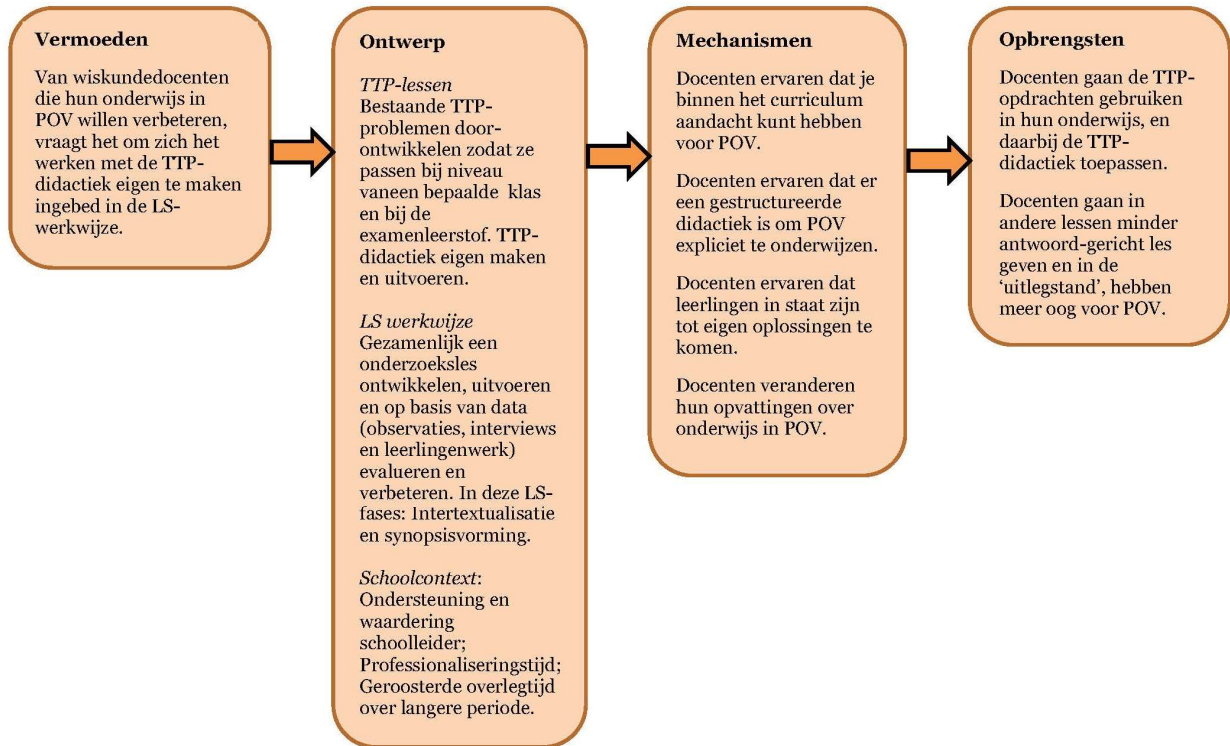
(4) Act: Na afloop van een onderzoeksles worden in een reflectiebijeenkomst de verzamelde gegevens over het leren van de leerlingen besproken. Op basis van de informatie over manier van oplossen, de geobserveerde POV, en de attitude van leerlingen analyseert het team het leerproces van de leerlingen in relatie tot de ontwikkelde onderzoeksles. Het team krijgt daarmee informatie over de vraag of de startopdracht passend was, of de leerlingen actief en betrokken waren in het klassengesprek en of de leerlingen vakinhoudelijke en POV-doelen van de onderzoeksles hebben gehaald. Docenten reflecteren in deze fase op de onderzoeksles en bedenken waar mogelijke verbeterpunten zitten. Op basis van deze verbeterpunten worden de stappen 3 en 4 meestal nogmaals uitgevoerd.

De informatie verzameld gedurende de TTP-onderzoekslessen kan tot inzichten leiden over het leren van leerlingen in relatie tot de keuzes in de onderzoeklessen. In de reflectiefase is het van belang dat docenten uiteindelijk bondig kunnen samenvatten en communiceren wat zij geleerd hebben, door van Oers (2009) synopsisvorming genoemd.

Akiba et al. (2019), De Vries et al. (2017) en Uffen et al. (2022) noemen een aantal randvoorwaarden voor het uitvoeren van LS. Het is belangrijk dat LS-deelnemers begrip hebben van wat LS is. Een positieve houding is bevorderlijker voor het leren van docenten (Uffen et al., 2022). Docenten moeten voldoende overlegtijd hebben, zodat er diep ingegaan kan worden op vragen rond leren en onderwijzen van de onderzoeksles. De interventie moet gedurende een langere periode plaatsvinden, om op een onderzoeksmatige manier te leren van het LS-proces. Daarvoor is het noodzakelijk dat de schoolleiding het proces inhoudelijk steunt en waardeert, er tijd voor organiseert en benadert als een integraal onderdeel van het werk van docenten. Daarnaast is een essentiële rol weggelegd voor LS-begeleiders. Deze zouden het team vooral moeten ondersteunen bij het focussen op het leren van de leerlingen en het actief betrokken zijn op de onderzoeksmatige aanpak van LS. Ten slotte is het belangrijk dat LS-groepen worden voorzien van kwalitatief goede materialen over het LS-proces en over de vakdidactische inhoud die wordt bestudeerd.

## **2.7 Ontwerpkenmerken en ontwerp**

Op basis van bovenstaande theoretische achtergronden vatten we samen hoe we uiteindelijk een interventie ontwerpen gebaseerd op ontwerpkenmerken, en hoe dit ontwerp hypothetisch leidt tot bepaalde mechanismen die de gewenste opbrengsten ondersteunen. We geven dat op basis van Sandoval (2014) weer in een conjecturemap (zie Figuur 2.2)



Figuur 2.2. Conjecturemap gebaseerd op Sandoval (2014)

In deze studie stellen we als hypothese dat wiskundeleraars die hun onderwijs in POV willen verbeteren dat kunnen doen door zich de TTP-didactiek eigen te maken door middel van LS. Het woord 'willen' geeft aan dat de docenten niet verplicht deelnemen, maar een positieve motivatie hebben om deel te nemen.

Voor deze studie hebben we op basis van bovenstaand theoretisch kader de volgende ontwerpkenmerken geformuleerd.

#### *Ontwerpkenmerk 1: TTP introduceren en uitvoeren*

Docenten die deelnemen maken eerst kennis met de TTP-didactiek. De fases worden toegelicht en voorbeelden worden bekeken, besproken of ervaren. De basisgedachte wordt besproken dat het in de TTP-les niet gaat om het juiste antwoord van een opdracht, maar om het denkproces van de leerling, in relatie tot het lesdoel.

In veel onderzoeken wordt beschreven dat een startopdracht aan veel kenmerken moet voldoen (zie bijvoorbeeld Fujii, 2016). Op basis van de ervaringen van Groves et al. (2016) wordt ervoor gekozen om niet één maar enkele TTP-opdrachten aan de docenten te verstrekken, zodat er binnen het proces van kiezen ook wordt gesproken over de argumentatie voor de keuze. De opdrachten die aangeleverd worden passen



binnen het wiskundecurriculum. Docenten kunnen zelf beslissen in welke klas de opdracht het meest passend is. Het gesprek over de keuze voor een opdracht en de klas waarin wordt gewerkt, kan helpen om expliciet te maken waarom de uiteindelijk gekozen opdracht passend is.

In deze studie gaan de deelnemende docenten twee keer een LS-cyclus uitvoeren waarin een TTP-les wordt voorbereid, twee maal uitgevoerd, en geëvalueerd. Dit moet bijdragen aan het eigen maken van de TTP-didactiek.

### *Mechanismen en opbrengsten bij kenmerk 1*

De ontwerpkenmerken rond de TTP-didactiek zullen naar onze verwachting in gang zetten dat docenten inzien dat de gekozen voorbeeldopdrachten zowel bijdragen aan wiskundekennis die past in het curriculum, als ook aan POV. Dit heeft mogelijk tot gevolg dat docenten ook bij andere onderwerpen uit het curriculum opdrachten kunnen selecteren die in een TTP-les besproken kunnen worden. Het begrijpen van TTP-didactiek en de ervaring met het voorbereiden, uitvoeren en evalueren van de TTP-didactiek is noodzakelijk om deze ook in andere lessen toe te kunnen passen.

### *Ontwerpkenmerk 2: LS- cyclus uitvoeren*

De deelnemende docenten doorlopen met elkaar in kleine teams een LS-cyclus, omdat hiervan bekend is dat het een zeer kansrijke interventie is voor professionalisering. De besprekingen in de LS-cyclus zijn gericht op het voorbereiden, uitvoeren en reflecteren op de TTP-didactiek. Daarbij is aandacht voor anticiperen, monitoren, selecteren, volgorde aanbrengen en verbinden van oplossingen.

Begeleiding zal zich richten op het introduceren van de TTP-didactiek, het doorlopen van het LS-proces en het stimuleren tot een onderzoekende houding. In deze studie zijn de begeleiders vakdidactici. Zij leveren ook inbreng op het gebied van de vakinhoudelijke keuzes.

Er is aandacht voor inbreng vanuit externe bronnen. Na afloop van een gehele cyclus is er een moment om het geleerde met andere LS-teams te delen.

### *Mechanismen en opbrengsten bij kenmerk 2*

De LS-cyclus zal naar verwachting bijdragen aan inzicht over het denken van de leerlingen, en hoe leerlingen in staat zijn om tot oplossingen van een wiskundig probleem te komen. Volgens Hourigan en Leavy (2022) had met name dit aspect

invloed op de opvatting van docenten over probleemoplossen in wiskundelessen. Door vooraf te anticiperen op oplossingsmethoden, oplossingen die besproken dienen te worden te selecteren en tijdens de verschillende fases te observeren hoe leerlingen de opdracht aanpakken, kan inzicht ontstaan over de manier waarop leerlingen opdrachten aanpakken. Naar verwachting zal dit als opbrengst hebben dat docenten in andere lessen meer ruimte nemen voor het bespreken van ideeën van leerlingen en minder gericht zijn op antwoorden.

### *Ontwerpkenmerk 3: Schoolcontext organiseren*

In overleg met de schoolleider wordt zoveel mogelijk gezorgd voor tijd om deel te nemen aan het project. Schoolleiders spreken hun commitment uit voor deelname van de teamleden. Aan dit ontwerpkenmerk zijn geen specifieke mechanismes of opbrengsten gekoppeld. Een ondersteunende schoolcontext is essentieel voor het optreden van de eerder genoemde mechanismes.

## **2.8 Onderzoeksvragen**

In deze studie richten we ons op de vraag: Hoe kan een professionaliseringsinterventie met kenmerken van ‘Teaching Through Problem-solving’ ingebed in ‘Lesson Study’ wiskundedocenten ondersteunen om aandacht aan POV te besteden?

De deelvragen zijn:

*Implementatie:* Welke successen en knelpunten ervaren docenten en begeleiders bij de implementatie van TTP-LS in de twee scholen met betrekking tot de kenmerken van de TTP-LS-interventie?

*Opbrengsten:* Wat zijn de ervaren opbrengsten van de TTP-LS-interventie?

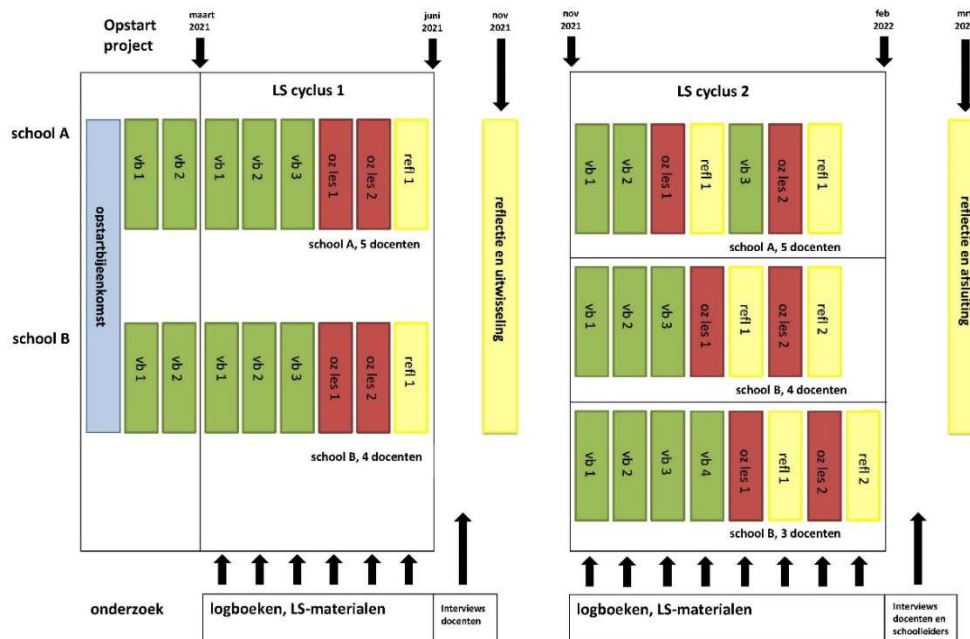
*Mechanismen:* Welke mechanismes noemen docenten in relatie tot de door hen ervaren opbrengsten van TTP-LS?

## Hoofdstuk 3. Onderzoeksmethode

De hoofdvraag van dit onderzoek is ontwerpgericht, conform Bakker (2018, p.80). Deelvragen hebben betrekking op ervaren successen, knelpunten gedurende de implementatie, op mechanismen en op opbrengsten. Het doel van deze evaluerende vragen is informatie te krijgen welke onderdelen van het ontwerp bruikbaar blijken om POV te stimuleren. In de conclusies en discussie wordt dan ook besproken hoe, op basis van de data, een aangepast ontwerp eruit ziet.

In Figuur 3.1 is een overzicht gegeven van het gehele traject dat twee wiskundesecties hebben uitgevoerd en de onderzoeksdata die verzameld zijn. Het onderzoek is uitgevoerd op twee scholen voor voortgezet onderwijs, waarvan de wiskundesectie deelnam aan het TTP-LS-traject (zie paragraaf 3.1). Beide secties voerden twee keer een TTP-LS-cyclus uit. Tussen cyclus 1 en 2 en na afloop van cyclus 2 waren er bijeenkomsten waarbij de secties van beide scholen hun ervaringen uitwisselden. In paragraaf 3.2 wordt de implementatie beschreven.

Om inzicht te krijgen in de werking van het ontwerp, werd gekozen voor het verzamelen van kwalitatieve data. Gedurende het traject werd op drie verschillende manieren data verzameld: via interviews, logboeken en LS-artefacten. In paragraaf 3.3 worden deze in meer detail beschreven.



Figuur 3.1. Deelnemers en context, voorbereidingsbijeenkomsten zijn groen, onderzoekslessen zijn rood en reflectiebijeenkomsten zijn geel gemarkeerd

### **3.1 Deelnemende scholen en docenten**

De twee deelnemende scholen voor voortgezet onderwijs staan in Noord-Nederland. De sectievoorzitters zijn in de aanloop van dit project gevraagd of ze positief stonden tegenover het project en of hun sectie bereid was om aan het project deel te nemen. Na raadpleging van schoolleiding en sectie spraken beide scholen de intentie uit om deel te nemen. De scholen waren voorafgaand aan het TTP-LS-traject betrokken bij het uitwerken van de startaanvraag. In een periode van een half jaar werd in samenwerking met de betrokken partners de projectvraag verder uitgewerkt. Gedurende deze periode maakten de docenten kennis met principes van de TTP-didactiek en LS.

School A is een brede scholengemeenschap. Het onderzoek werd uitgevoerd op de hoofdvestiging waar havo- en vwo-onderbouw en bovenbouw gevestigd zijn. De wiskundesectie van school A heeft in eerdere schooljaren al LS uitgevoerd gericht op verschillende vakdidactische thema's. Het is onderdeel van het schoolbeleid dat er ontwikkelmiddagen zijn ingeroosterd voor secties. Deze middagen werden gebruikt voor de interventie. De sectie bestond uit vijf docenten die beide cycli in dezelfde samenstelling deelnamen. Er was een grote spreiding in leservaring, variërend van 1 tot 35 jaar.

School B is een categoriaal gymnasium. De wiskundesectie bestaat uit acht docenten. In cyclus 1 nam een team van vier docenten uit de sectie deel; enkele sectieleden hadden vanwege de corona-situatie weinig ruimte om naast hun werk dit traject te doen. In cyclus 2 deed bijna de gehele sectie mee in een onderbouwteam van vier docenten en een bovenbouwteam van drie docenten. Eén docent kon vanwege persoonlijke omstandigheden niet deelnemen. Ook hier was de spreiding in ervaring groot.

### **3.2 Implementatie**

In drie opstartbijeenkomsten hebben de secties kennis gemaakt met de basisbeginselen van TTP en LS. In deze bijeenkomsten werden activiteiten georganiseerd zoals het samen ervaren hoe het is om via een TTP-structuur aan een wiskundig probleem te werken, het zelf ontwikkelen van een passend 'startprobleem' voor een TTP-les en het analyseren van verschillende oplossingsmethoden die in een pilotonderzoek door leerlingen zijn bedacht bij een probleem.

De eerste TTP-LS-cyclus vond plaats van maart 2021- juni 2021, een periode waarin veel coronabeperkingen golden. De voorbereidingsbijeenkomsten waren via online-vergaderingen. De onderzoekslessen konden wel plaatsvinden, zij het dat er regels waren voor afstand houden en mondkapjes gebruik. De reflectiebijeenkomst was weer online.

De tweede TTP-LS-cyclus vond plaats van november 2021 - februari 2022. In deze periode waren de beperkingen als gevolg van corona minder groot. Alleen in december was er twee weken geen fysiek onderwijs. Als gevolg daarvan zijn de tweede onderzoekslessen verschoven naar de periode januari/februari 2022.

De bijeenkomsten werden begeleid door twee docenten wiskundedidactiek van de lerarenopleiding. In de beginfase van cyclus 1 waren de begeleiders soms samen aanwezig. Later was bij elke bijeenkomst één van de twee begeleiders aanwezig.

### *Cyclus 1*

De implementatie in cyclus 1 had op beide scholen veel overeenkomsten. De cyclus bestond op beide scholen uit drie voorbereidingsbijeenkomsten, twee onderzoekslessen, en een afsluitende reflectiebijeenkomst. Alle bijeenkomsten werden in verband met corona online georganiseerd. De onderzoekslessen konden fysiek plaatsvinden in aangepaste setting (grote ruimte met meer afstand).

Er werden drie mogelijke TTP-opdrachten uitgedeeld en uitgebreid besproken, inclusief mogelijke oplossingen van leerlingen (zie bijlage 2.1). Er werd gekozen voor een opdracht op onderbouw-niveau, omdat de teams bestonden uit een mix van bovenbouw- en onderbouwdocenten. Beide LS-teams kozen dezelfde opdracht, getiteld *Tegels rond het zwembad* (opdracht gebaseerd op de opdracht Paving Patterns, zie PDST, 2022) die volgens de docenten goed bruikbaar was in de brugklas of de tweede klas. De opdracht werd in beide teams enigszins bewerkt, zodat er twee 'school-eigen' opdrachten ontstonden. In school A was de eerste onderzoeksles in een vwo-brugklas, de tweede in een havo-vwo 2- klas. In school B betrof het twee brugklassen. Volgens de docenten paste de opdracht goed bij de leerstof van de betreffende klassen.

In drie LS-bijeenkomsten werd de onderzoekles voorbereid. De opzet van de les werd beschreven in een lesplan-formulier. Er werd niet expliciet voorbereid en vastgelegd hoe fase 3, het klassengesprek, en fase 4, de samenvatting, zouden moeten verlopen. Ook werden er in de LS-bijeenkomsten vragen ontwikkeld voor een leerling-enquête

(school A) of interview (school B) na afloop van de onderzoeksles. Vanwege coronabeperkingen konden docenten alleen op afstand observeren. Op beide scholen werd gewerkt met A3-vellen om de oplossingen van leerlingen zichtbaar te maken. Op school B werden leerlingen geïnterviewd. Op school A werden reacties van alle leerlingen via een online enquête verzameld. Op beide scholen werd al het werk van leerlingen verzameld.

Op school A gaven de docenten aan geen tijd te hebben voor een tussentijdse reflectiebijeenkomst. Op school B was er na de onderzoeksles een zeer korte reflectiebijeenkomst met de deelnemende docenten (15 minuten) waarin enkele observaties werden gedeeld en globale verbeterpunten werden genoemd. Omdat de nabespreking in beide teams niet of zeer beperkt was, werden op beide scholen verbeterpunten voor onderzoeksles 2 via de mail gedeeld. De lesgevende docent van les 2 bracht op basis van deze reacties enkele verbeteringen in de opzet van de TTP-les aan. In de tweede onderzoeksles waren de regels van afstand houden voor scholen versoepeld waarbij de docent door de klas kon lopen. Ook observaties waren goed mogelijk. Op beide scholen werd weer gewerkt met A3-vellen. Na afloop van cyclus 1 vond een reflectiegesprek plaats waarin werd teruggeblikt op de onderzoeksles en op wat deze cyclus de docenten heeft opgeleverd.

### *Cyclus 2*

In deze cyclus waren drie LS-teams gevormd. Op school A namen dezelfde vijf docenten deel aan het LS-team, Op school B deden nu zeven docenten mee, een onderbouwteam van vier docenten en een bovenbouwteam van drie docenten. Doordat de teams hun eigen planning organiseerden ontstonden kleine verschillen tussen teams in de organisatie. Zo werden op school A twee voorbereidingsbijeenkomsten georganiseerd, terwijl op school B het bovenbouwteam vier voorbereidingsbijeenkomsten had. In Figuur 3.1 is het overzicht van de bijeenkomsten weergegeven. Aanpassingen die gedaan werden ten opzichte van cyclus 1 waren: er werd een reflectiebijeenkomst ingepland na onderzoeksles 1, het lesplanformulier werd ingekort en er werd meer aandacht besteed aan TTP-fase 3 en 4 in de voorbespreking en de nabespreking.

Ook in deze cyclus werd een document gedeeld met enkele mogelijke TTP-problemen. Dit betrof drie onderbouwopdrachten en drie bovenbouwopdrachten (zie bijlage 2.2). Twee teams richtten zich deze keer richten op de bovenbouw. School A

koos de opdracht 'kwadratische functie', school B-bovenbouw de opdracht over de Kast op zolder. Eén team (school B-onderbouw) richtte zich op de onderbouw en gebruikte de opdracht 'Glazen stapelen'. In de voorbereidingsbijeenkomsten werd de formulering van de opdracht soms enigszins aangepast om hem passend te maken bij de doelgroep. Volgens docenten passen de gekozen opdrachten goed bij de leerstof voor een bepaalde klas. Twee teams vulden het lesplan gedetailleerd in, één team beschreef de opbouw van de les in een powerpoint. De teams waren het erover eens dat het in deze cyclus goed zou zijn om vooraf meer structuur aan te brengen in de manier waarop oplossingen in TTP-fase 3 worden besproken. In de voorbereiding werd een volgorde aangebracht in te bespreken verwachte oplossingen, en er werden opties beschreven om door te vragen of hints te geven. Omdat de docenten tevreden waren over de werkwijze met de A3-vellen, werd dit ook in cyclus 2 in alle teams toegepast.

De LS- werkwijze werd conform plan uitgevoerd. In enkele voorbereidingsbijeenkomsten werd de lesopzet besproken. Veel aandacht ging ook deze keer uit naar de verwachte aanpakken van leerlingen en hoe deze te bespreken. De begeleiders verspreiden vooraf een artikel over probleemoplossen (namelijk Lester & Cai, 2016). In de bijeenkomsten bleek dat enkele docenten deze bron hadden bestudeerd, maar de meesten was dat niet gelukt. De onderzoekslessen werden uitgevoerd waarbij leerlingen werden geobserveerd en materialen van leerlingen werden ingenomen.

In een reflectiebespreking werd de onderzoeksles geëvalueerd en enigszins aangepast. Vanwege een korte corona-lockdown rond de kerstvakantie moesten geplande onderzoekslessen verplaatst worden, maar deze konden in januari of februari alsnog plaatsvinden, met vrij direct aansluitend een reflectiebespreking. Ten slotte was er een bijeenkomst om de resultaten van beide scholen onderling te delen. Bij deze bijeenkomst waren ook de betrokken schoolleiders aanwezig.

In beide cycli werden de wiskundesectie in beide scholen gefaciliteerd in tijd. Wanneer er rondom een onderzoeksles docenten uitgeroosterd dienden te worden, dan was dit mogelijk. Op school A is ontwikkeltijd voor docenten structureel ingeroosterd via ontwikkelmiddagen in het jaarrooster. Enkele middagen worden door de school ingevuld, maar meerdere kunnen door secties ingevuld kunnen worden. Veel TTP-LS-bijeenkomsten vonden op deze middagen plaats. Op school B

had het team in cyclus 1 geen vast overlegmoment, maar werd per keer een volgend overlegmoment gezocht en vastgelegd. Schoolleiders werden incidenteel en informeel geïnformeerd over het verloop van het traject door gesprekjes in de wandelgangen met verschillende deelnemende docenten.

### 3.3 Dataverzameling, instrumenten en analyse

Data voor het onderzoek zijn verzameld via interviews, logboeken en LS-materialen. Deze verschillende dataverzamelingsmethodes worden hieronder toegelicht. In Tabel 3.1 zijn de deelvragen en dataverzamelingsmethoden aan elkaar gekoppeld.

Tabel 3.1 Relatie deelvragen en onderzoeksinstrumenten

Deelvraag	Instrument
Successen en knelpunten implementatie	Interviews docenten en schoolleiders Logboeken begeleiders LS-materialen
Opbrengsten	Interviews docenten Logboeken begeleiders
Mechanismen	Interviews docenten Logboeken begeleiders

*Interviews met deelnemende docenten:* Op twee momenten, na elke LS-cyclus, werd een semigestructureerd interview afgenomen met alle deelnemende docenten. In cyclus 1 werden negen interviews afgenomen en in cyclus 2 twaalf. Het interview werd online afgenomen en op audio en video opgenomen en duurde tussen de 30 - 45 minuten. Om validiteit van interviews met de docenten te waarborgen was de interviewer in 19 van de 21 interviews een onderzoeker die niet direct betrokken was bij de LS-bijeenkomsten en daarmee afstand had ten opzichte van de deelnemers. Twee interviews zijn vanwege praktische redenen gehouden door één van de twee begeleiders van het LS-team.

Voor de afname van het interview was op basis van de conjecture map (Figuur 2.2) een leidraad ontwikkeld met vragen over de ontwerpkenmerken (TTP, LS en schoolcontext), de mechanismen en de concrete opbrengsten in hun onderwijspraktijk. In Figuur 3.2 zijn enkele voorbeeldvragen opgenomen uit interview 1. In bijlage 1.1 is het gehele interviewprotocol weergegeven.



Na analyse van interview 1 zijn de interviewvragen voor de afsluiting van cyclus 2 enigszins aangepast. Zo is er uitgebreider teruggevraagd met betrekking tot de vier fases van LS en is er teruggeblikt op de gehele werkwijze gedurende twee cycli en vooruitgeblikt op een wenselijk vervolg (zie Figuur 3.3). Het aangepaste interviewprotocol is te vinden in bijlage 1.2.

**Vermoeden:** Kun je nog terughalen waarom en met welke verwachtingen je aan dit project mee bent gaan doen?

**TTP-LS aanpak:** Wat vind jij van de TTP-aanpak? In hoeverre vind jij dat de TTP-aanpak past bij het Nederlandse wiskundeonderwijs?

Wat vind je van de manier waarop je middels een Lesson Study met collega's hebt kunnen leren over TTP?

**Opbrengsten:** Heeft dit project voor jou geleid tot verschuivingen of veranderingen in hoe je denkt over onderwijs in probleemoplossen? Heeft dit project voor jou geleid tot aanpassingen in je dagelijkse lessen? Doe je dingen nu anders dan voorheen?

**Mechanismen:** Welke gebeurtenissen of ervaring(en) in het project droegen vooral bij aan eventuele veranderingen in je denken of doen?

Figuur 3.2. Voorbeeldvragen uit interview 1

**Terugblik TTP-fases**

In hoeverre is fase (1,2,3,4) gelukt? Zie je dit als een belangrijke fase?

**Terugblik en vooruitblik TTP-LS**

Was deze aanpak met twee Lesson study-cycli voldoende om je in te leiden in de TTP-didactiek? In hoeverre denk je dat je de TTP-didactiek of onderdelen ervan in de toekomst blijft gebruiken? Welke adviezen zou jij hebben over eventuele aanpassingen van het TTP-LS traject voor andere wiskundesecties?

Figuur 3.3. Gewijzigde vragen uit interview 1

Alle interviews werden getranscribeerd en in ATLAS.ti gecodeerd op relatie met ontwerpkenmerken, mechanismen en opbrengsten. De eerste twee interviews van elke ronde werden door een onderzoeksassistent en een onderzoeker onafhankelijk van elkaar gecodeerd. Na overleg werd definitieve codes toegekend en werden definities aangescherpt. De overige interviews zijn door een onderzoeksassistent gecodeerd en door een onderzoeker gecontroleerd. Alle uitspraken die betrekking hadden op een bepaald aspect van de conjecture map werden geclusterd en verdeeld in ofwel uitspraken die positief waren (de successen), ofwel uitspraken over zaken die als

knelpunt te karakteriseren waren. Dit document is gebruikt als basis van een kwalitatieve beschrijving van de verschillende onderdelen van de conjecture map.

*Interview schoolleiders.* Na afloop van het project werden schoolleiders via een onlinegesprek geïnterviewd om informatie te verzamelen over de schoolcontext en mogelijke opbrengsten voor de school. De interviews duurden circa 15 minuten en gingen over de ontwerpkermerken met betrekking tot de schoolcontext. In de interviewvragen werd ingegaan op de facilitering van de docenten, de communicatie tussen schoolleiding en docenten gedurende het proces en het door de schoolleiding gewenste vervolg. Deze interviews werden getranscribeerd en geanalyseerd vanuit de aspecten 'Schoolcontext' in de conjecture map.

*Logboeken:* Na elke LS-bijeenkomst werd door de begeleider een logboek ingevuld waarin werd teruggeblikt op de aspecten van conjecture map (zie bijlage 1.3). Het logboek bevatte aspecten van het

- **Ontwerp:** welke TTP-fases zijn aan de orde geweest, welke LS-onderdelen werden doorlopen en hoe gebeurde dat, welke schoolcontextuele factoren waren aan de orde? Steeds werden ook successen en knelpunten beschreven.
- **Mechanismen:** welke mechanismen waren in de bijeenkomst zichtbaar, en welke successen en knelpunten?
- **Opbrengsten:** welke opbrengsten waren in de bijeenkomst zichtbaar, en welke successen en knelpunten?

Reflectie-bijeenkomsten werden op audio opgenomen. Deze opnames werden gebruikt om bij terugkijken na te kunnen gaan hoe verschillende aspecten van de conjecture map in het gesprek terugkwamen. Binnen het project was een beperkte tijd beschikbaar voor onderzoeksdoeleinden; daarom is er niet voor gekozen om de alle bijeenkomsten te transcriberen.

*LS-Materialen:* Ten slotte werden materialen verzameld die door het team werden ontwikkeld en beschreven. Het betreft verslagen van bijeenkomsten, lesmaterialen zoals lesvoorbereidingsformulier, powerpoints, leerlingenwerk gedurende de les en evaluaties van leerlingen na afloop van een TTP-les. Deze materialen zijn gebruikt om zicht te houden op het TTP-LS-proces en om daarmee deelvragen over de implementatie te kunnen beantwoorden.

## Hoofdstuk 4. Resultaten

In de resultatensectie analyseren we de data met betrekking tot de deelvragen over implementatie (4.1), opbrengsten (4.2) en mechanismen (4.3).

### 4.1 Ervaringen met de TTP-LS interventie

In deze paragraaf worden successen en knelpunten beschreven rond thema's op het gebied van TTP-lessen, LS en schoolcontext.

#### *Algemene ervaringen met de TTP-didactiek*

De meeste docenten zijn positief over de TTP-didactiek. Drie van de negen docenten verwoordden na cyclus 1 dat TTP een mooie aanpak is; drie anderen geven aan dat TTP past in het Nederlandse onderwijs. Deze docenten vinden dat TTP vaker gebruikt zou moeten worden en dat het een zinvolle didactiek is om POV te stimuleren. Een uitspraak die dit onderstreept: *Ik vind het [TTP] wel een mooie manier. En als het meer wordt gedaan denk ik dat het alleen maar goed is.* Een andere docent verwoordt: *TTP is heel geschikt om POV te onderwijzen. Dat is voor mij dus eigenlijk het doel van de lessen ook. Daar gaat het mij gewoon om.*

Het knelpunt dat het vaakst genoemd is na cyclus 1 en 2 is dat de lestijd van 45 à 50 minuten krap is voor het uitvoeren van een TTP-les. Daarnaast wordt genoemd dat het leerlingen tijd om kost te wennen aan de TTP-aanpak. Er wordt opgemerkt dat leerlingen niet gewend zijn om hun denkstappen te verwoorden. Daarnaast wordt de vraag gesteld of TTP-lessen wel toegepast kunnen worden in grote klassen van ruim dertig leerlingen.

#### *De keuze voor een startopdracht*

Docenten vinden het prettig dat er bestaande opdrachten worden aangeleverd, omdat de ervaring gedurende de opstartfase van het project was dat het lastig was en veel tijd kost om de opdrachten zelf te ontwikkelen bij de leerstof. In de voorbereidingsbijeenkomsten werden uitgebreide gesprekken gevoerd over de selectie van een bepaalde opdracht voor de onderzoeksles. De gekozen opdrachten passen volgens de docenten goed bij de wiskundeleerstof uit het curriculum. In cyclus 1 kozen beide teams dezelfde opdracht, een opdracht die ook tijdens de uitvoering van de les zeer goed functioneerde als startopdracht. In cyclus 2 koos elk team een andere

opdracht. In de interviews blikken teamleden soms expliciet terug op de opdracht. Uit deze reacties blijkt dat het passend maken van een opdracht nog niet in alle gevallen gelukt is. Zo geven docenten uit het team van school A aan dat de opdracht over kwadratische functies (zie bijlage 2.2) in één onderzoeksles (VWO 6 wiB) minder passend was, omdat de opdracht niet goed aansloot bij de leerstof die het afgelopen jaar was behandeld. In de andere onderzoekles (Havo 5 wiB) verliep dat beter. In school B meldt het bovenbouwteam dat de gekozen opdracht ‘kast op zolder’ wel goed aansloot bij de leerstof over modelleren, maar voor veel leerlingen te lastig was. Het onderbouwteam van school B constateert dat opdracht (glazen stapelen) goede aanleiding gaf om in het klassengesprek in te gaan op dat je eerste ingeving niet altijd de goede aanpak is. Verschillende leerlingen stopten namelijk met nadenken na het vinden van een onjuiste aanpak of bleven erg lang bezig met deze onjuiste aanpak. Het bleek in bredere zin een knelpunt om doelen bij een onderzoeksles zo te verwoorden dat ze goed bij de opdracht pasten en gekoppeld waren aan vakinhoudelijke en POV-doelen. Eén docent vindt dat het goed zou zijn om zelf de TTP-opdracht te bedenken om de kenmerken van de opdracht te leren herkennen. De docent zegt: *Misschien is het] helemaal zelf van scratch een opdracht bedenken wel een mooie toevoeging [ ...] zeker als je het dus ook wilt toepassen in het andere ding. Dan is het fijn als je weet ‘waar moet ik om denken’.*

#### *Het eigen maken en uitvoeren van de TTP-didactiek*

In de voorbereidingsbijeenkomsten werd de onderzoeksles voorbereid, maar er werd niet geoefend op het uitvoeren van de onderzoeksles. Er was in cyclus 1 weinig aandacht voor het ‘eigen maken’. In cyclus 2 werd het als voordeel gezien dat in cyclus 1 al ervaring was opgedaan.

Met betrekking tot het uitvoeren van de TTP-didactiek blijken fase 1 en 2, waarin het TTP-probleem werd gepresenteerd en waarin de leerlingen eerst alleen en vervolgens in tweetallen aan het probleem werkten, goed te verlopen. Een docent verwoordt ‘*het aanzetten van de leerlingen is goed gelukt*’. In meerdere lessen duurde met name fase 2 wel lang, mede doordat elk tweetal van leerlingen hun uitwerking op een A3-vel moest schrijven (een keuze vanwege de coronamaatregelen).

Fase 3, het bespreken van de oplossingswijzen van verschillende leerlingen, wordt door de meeste docenten als belangrijk genoemd. Een docent zegt: *Ja [deze fase is] heel belangrijk. Misschien wel de belangrijkste. De verschillende strategieën laten*

*zien en daar gaat het nou eigenlijk juist om. Dat ze zien hoe je zoiets kan aanpakken, ook als ze er niet uit komen. [...] dus niet alleen om de goede oplossingen te geven, maar ook de methodes waarop ze ze hebben gevonden, het hebben aangepakt. Heel belangrijk ja.*

Over de uitvoering van fase 3 en ook 4 zijn enkele docenten redelijk tevreden. Een docent verwoordt: *En ook heel mooi om te zien hoe leerlingen dat ook op verschillende manieren doen [bedoeld wordt oplossingswijzen bedenken] en dat ze het ook heel graag goed willen doen, omdat het in beeld komt.* Maar er worden bij deze fase veel knelpunten genoemd: De lestijd is te krap, soms zijn veel dezelfde leerlingen aan het woord, de docent vindt het soms niet duidelijk in welke volgorde hij het beste kan nabespreken en het is lastig te beslissen welke aantekeningen op het bord komen en wat leerlingen moet overnemen. Een docent noemt dat het klassengesprek minder goed is uitgevoerd dan gewenst. Een docent zegt hierover: *[Ik observeerde dat] de docent het gauw overpakt en weer vertaalt als het ware, dat er eigenlijk niet natuurlijk meer medeleerlingen gevraagd worden en vraagt van 'leg eens uit wat zegt die leerling nou eigenlijk'?*

Fase 4 is vaak kort en weinig expliciet over de doelen van de les. POV worden in deze fase niet vaak genoemd. Ook wordt deze fase soms vergeten. Voorbeelden van uitspraken zijn: *Dat [terugblikken] ging ook vrij kort. Ik heb wel even, nou ja, herhaald wat het lesdoel was. Uiteindelijk, maar dat bestond ook uit een of twee zinnen of zo, dus dat was heel kort. Dat zou dan, dat was minder goed gelukt denk ik.* Een andere docent noemt: *Misschien dat we bij het voorbespreken ook nog wat meer hadden moeten stilstaan van oh ja dit waren de doelen, dat mogen we ook best aan die leerlingen vertellen. Van hè dit en dit hoopten we te bereiken. En dat nog even terughalen.*

### *Lesson study*

Alle deelnemende docenten zijn zowel na cyclus 1 als cyclus 2 positief over het gebruik van LS om te leren over TTP. Docenten omschrijven LS met verschillende positieve bewoordingen zoals een goede, zinvolle, bruikbare, nuttige, prima, fijne of leerzame manier om te leren over TTP. De meeste docenten vinden twee cycli voldoende om te leren over TTP-didactiek. Enkele docenten geven aan dat een vervolg wenselijk is. Een docent zegt bijvoorbeeld: *Ik denk dat het een mooie inleiding was, maar ik zou het wel ook graag nog vaker willen doen.* Een andere

docent geeft aan: *Twee cycli was op zich goed om te leren over TTP, maar ik zou het leuk vinden om nog weer er eentje achteraan te plakken.* De LS aanpak wordt vooral gewaardeerd vanwege de samenwerking met vakcollega's. Een knelpunt dat genoemd wordt is de tijdsinvestering die nodig is om LS-cycli uit te voeren.

Over de LS-onderzoeksles geven docenten reacties over het voorbereiden, observeren, zelf geven en evalueren van deze les. De *voorbereiding* wordt als belangrijk gezien, zowel waar het gaat om het onderlinge overleg met collega's, als wat betreft het nadenken over de verschillende lesfasen. Een docent zegt : *Investeren in de voorkant is belangrijk.* Ook blijkt dat perspectieven van elkaar, inbreng van begeleiders, en observaties van leerlinggedrag, als leerzaam genoemd worden. Anderzijds blijkt het voor alle teams lastig om het door de begeleiders aangereikte lesvoorbereidingsformulier gedetailleerd in te vullen. Uit de logboeken blijkt dat slechts enkele docenten de aangeleverde literatuur en voorbereidingsdocumenten over probleemoplossen vooraf bestuderen. Eén docent geeft aan dat het fijn was aangereikte bronnen te bestuderen.

Het *observeren tijdens de onderzoeksles* wordt door veel docenten als waardevol gezien, om inzicht te krijgen in het denken van de leerlingen. Een uitspraak hierover is: *Leerlingen, als je vanaf de kant van de docent kijkt, zouden best ongemotiveerd over kunnen komen, maar als je gewoon luistert, dan zijn ze er wel degelijk mee bezig en toch wel heel erg gericht op om het goed te doen [ ...] Ze worden aan het denken gezet en ja, omdat ze niet een bepaalde kant op worden gestuurd zie je ook dat ze alle kanten op gaan denken en de een die gaat, die wil echt die fysieke glazen stapelen. En weer anderen gingen tekenen om het uit te zoeken. Dan waren er nog weer anderen die zetten dat niet in. Dus die bedachten andere manieren. Dan zie je ze bedenken dus eigenlijk van alles. Ze proberen van alles en dat wil je bereiken.*

Diverse uitspraken maken zichtbaar dat het observeren tot inzicht leidt over hoe leerlingen een probleem aanpakken: *Je hoorde ineens hoe ze beginnen na te denken, ergens een begin maken, elkaar ook corrigeren, [...] hoe ze ook ermee omgaan als ze dan, als het niet lukt. [...] En dat vond ik wel een hele waardevol.* In één team waren observatoren geneigd om uitleg te geven tijdens de fase waarin leerlingen met een groep aan het werk waren, iets dat volgens de LS-systematiek eigenlijk niet wenselijk is.

Meerdere docenten noemen dat juist het *zélf geven* van de onderzoeksles hen veel inzicht heeft gegeven. Door te ervaren hoe je een TTP-les geeft leer je veel over de

TTP-didactiek. Twee uitspraken die dit ondersteunen zijn: *het geven van de les heeft me daar ook wel heel erg in geholpen, omdat je het dan ook echt een keer gaat doen, en, ik denk wel dat iedereen dit moet ervaren, [...] als we hier stappen in willen zetten dat we dit allemaal individueel vaker moeten doen.*

Het *evalueren* van de onderzoeksles is in cyclus 1 beperkt gebeurd. Dit wordt achteraf door meerdere docenten als nadeel gezien, In cyclus 2 is nadrukkelijker aandacht gegeven aan evaluatiegesprekken. Deze worden door veel docenten als belangrijk gezien. Uit de logboeken blijkt dat in één groep in de afsluitende reflectiebijeenkomst door elk van de deelnemende docenten geëxpliciteerd is wat deelname aan het traject heeft opgeleverd. In andere reflectiebijeenkomsten bleek de overlegtijd beperkt en kwam dit onderdeel niet aan de orde. In bijeenkomsten waarin docenten van beide deelnemende scholen elkaar informeerden over de TTP-LS-uitvoering werd vooral gesproken over de ontwikkelde lessen en hoe leerlingen daarop reageerden. Er was weinig informatie over meer algemene inzichten die deelname had gebracht met betrekking tot de TTP-didactiek of POV. Daarmee was er beperkt aandacht voor synopsisvorming.

Met betrekking tot de begeleider van het LS-proces: Uit de logboeken blijkt dat de rol van de begeleiders verschillende aspecten bevatte. In de eerste plaats die van procesbegeleider, bijvoorbeeld door het organiseren van de vervolgstappen en het maken van afspraken. In de tweede plaats probeerden begeleiders de onderzoekende houding te stimuleren. Daarin bleek wel dat de tijd en werkdruk van docenten belemmerend was. Daarbij kan meespelen dat procesbegeleiders het gevoel hadden niet teveel van docenten te mogen vragen door de hoge werkdruk (mede door de coronapandemie). In de derde plaats leverden de begeleiders ook inhoudelijke inbreng rond de keuze voor de wiskundeopdracht en de didactiek van de bespreking van de opdracht. Zo blijkt uit logboeken dat begeleiders doorvroegen over verwachte uitwerkingen van leerlingen; ook vroegen begeleiders hoe bepaalde vooraf geselecteerde opmerkingen in fase 3 worden besproken. Zes docenten merken op dat de rol van de begeleider belangrijk is en het uitvoeren van het TTP-LS ondersteunt.

### *Schoolcontext*

De docenten zijn tevreden over de ondersteuning vanuit school met betrekking tot professionaliseringstijd en overlegtijd. Beide schoolleiders rapporteren dat ze merkten dat sectieleden enthousiast waren over deelname aan het project. Uit de

interviews met schoolleiders blijkt dat er af en toe contact was tussen schoolleiders en individuele sectieleden over het verloop van het traject. Een knelpunt was dat het contact tussen de schoolleider en sectieleden incidenteel was. Schoolleiders bleken niet gedetailleerd op de hoogte van de inhoud van project waar de sectie aan werkte. Ze waren wel aanwezig bij de afsluitende bijeenkomst waarin ervaringen en bevindingen werden gedeeld. Schoolleiders gaven aan het belangrijk te vinden dat de sectie ook binnen de school deelt wat dit project heeft opgeleverd, maar daar was bij het afsluiten van het project nog geen plan(ning) voor.

Een organisatorisch knelpunt op school B voor het bovenbouwteam was dat er geen vast ingeroosterde overlegtijd beschikbaar was. Voor elke bijeenkomst moest gezocht worden naar een nieuw overlegmoment. Dat verliep juist makkelijk in school A waar vaste ontwikkelmiddagen ingeroosterd zijn.

### *Samenvatting resultaten implementatie*

De TTP-LS-interventie is op beide scholen grotendeels volgens de conjecture-map geïmplementeerd (zie Figuur 2.2).

Uit de door begeleiders aangereikte TTP-problemen werd beargumenteerd één gekozen en aangepast, zodat het probleem volgens de docenten paste bij klas en het niveau. Afwijkingen ten opzichte van de conjecture-map was met name dat er voor cyclus 1 weinig aandacht is geweest voor het eigen maken van de TTP-didactiek. De ervaringen van cyclus 1 maakten dat bij cyclus 2 de TTP-didactiek voor de deelnemers duidelijker was. In de les zelf bleek dat het uitvoeren van TTP-fase 3 en 4 complex was. Soms was er tijdnoed, mede door de extra tijd die nodig was om de A3-vellen te maken, soms waren deze fases nog niet voldoende gericht op het probleemoplossingsproces.

De LS-voorbereidingsbijeenkomsten, onderzoekslessen en reflectiebijeenkomsten zijn - ook ten tijde van corona – grotendeel uitgevoerd zoals bedoeld. In cyclus 1 miste de reflectie na onderzoeksles 1, maar deze is in cyclus 2 toegevoegd, mede op verzoek van deelnemende docenten. Docenten waren zeer positief over het samenwerken als sectie binnen dit project. De onderzoekslessen leverden veel informatie over het leren van leerlingen. Met betrekking tot intertextualisatie en synopsisvorming: Er was veel ruimte om elkaars perspectieven te bespreken, maar er werd weinig gebruik gemaakt van externe bronnen. In reflectiebijeenkomsten werden



wel uitspraken gedaan over wat individuele docenten geleerd hebben, maar er was weinig aandacht voor synopsisvorming.

De schoolcontext was over het algemeen positief met betrekking tot randvoorwaarden als overlegtijd en roostering. De schoolleiding initieerde geen uitwisseling tussen wiskundedocenten en andere personeelsleden. In de afsluitende bijeenkomst met beide wiskundesecties, waar ook schoolleiders aanwezig waren, werd wel het belang van een dergelijke uitwisseling uitgesproken.

## **4.2 Ervaren opbrengsten van de TTP-LS-interventie**

In deze paragraaf worden de opbrengst-thema's uit de conjecture map (Figuur 2.2) besproken.

### *TTP-opdrachten gebruiken*

Na cyclus 1 is er één docent die expliciet uitspreekt dat ze de ontwikkelde opdracht het volgende jaar zou willen hergebruiken. Daarnaast noemen vijf van de negen docenten dat ze graag een databestand zouden willen hebben met TTP-problemen voor verschillende jaarlagen. Na cyclus 2 wordt door acht docenten van de twaalf opgemerkt dat de ontwikkelde les of de gebruikte opdracht opnieuw gebruikt zou kunnen worden of al in andere klassen wordt ingezet. Dit wordt bevestigd in logboeken waarin in het reflectiegesprek verteld wordt over dat bepaalde opdrachten in andere klassen zijn gebruikt; dit werd door elk van de drie teams in cyclus 2 genoemd.

Na cyclus 2 geven negen docenten aan dat ze nu vaker TTP-opdrachten kiezen of ontwerpen. Er wordt gemeld dat opdrachten gekozen kunnen worden uit het lesboek en soms bewerkt worden. De meest ervaren docent van school A zegt dat naar zijn mening veel opdrachten zich lenen voor de TTP-didactiek: *Ik doe het nu de laatste tijd ook af en toe iets meer. Door het project. Zo probeer ik eens wat meer dingen TTP-achtig te doen. Ik ga vanmiddag weer beginnen met een TTP-opdracht in een nieuw hoofdstuk. [...]Je hebt zo veel mogelijkheden voor die opgaven. [...] er zijn een paar onderwerpen die iets te specifiek zijn waar je wel moet uitleggen (noemt als voorbeeld de hypergeometrische verdeling).[...] Maar in principe kan het bij heel veel opdrachten wel.*

### *TTP didactiek*

Met name in het interview na cyclus 2 worden veel uitspraken gedaan over de mate waarin docenten de TTP-didactiek in hun wiskundeonderwijs toepassen. Er wordt genoemd dat de TTP-didactiek in verkorte vorm wordt gebruikt. Een docent zegt [ik gebruik] *eigenlijk alle vier de fases, maar een beetje meer in het kort, dus het probleem is iets kleiner. Ze gaan iets korter aan de slag. De nabespreking is ook iets korter [...]. Of Ja, nou kijk, ik doe het allemaal niet zo uitgebreid als in zo'n les.*

Ook komt naar voren dat delen van de TTP-didactiek worden gebruikt, bijvoorbeeld alleen het starten van de les met een probleem-opdracht, of de werkwijze van het klassengesprek waarin meer inbreng van leerlingen is. Een docent benoemt bijvoorbeeld dat hij niet precies weet welke fases hij gebruikt maar hij denkt na over een probleem en wat leerlingen zouden kunnen bedenken: *ja ik heb een probleem, ik ga een probleem bedenken. Ik ga van te voren eens even over nadenken wat gaan die kinderen allemaal bedenken. Ik zet ze even vijf minuten aan het werk in hun eentje en daarna even in tweetallen. Zo zit het een beetje in mijn hoofd[ ...].*

De interviews maken duidelijk dat er weinig ruimte wordt ervaren om een gehele les bezig te zijn met één TTP-opdracht.

### *Antwoordgerichtheid*

Na cyclus 1 noemen twee docenten dat ze in hun lessen minder antwoordgericht lesgeven. Na cyclus 2 worden door zeven docenten opmerkingen gemaakt waaruit blijkt dat ze leerlingen meer vragen om oplossingen en om aan elkaar uit te leggen wat een leerling denkt. Een voorbeeld: *Wat mij het meeste bijgebleven is en waar ik zelf ook weer meer probeer gebruik van te maken is als een leerling ergens iets over zegt, dan niet direct zelf als docent op te reageren, maar aan een andere leerling te vragen van 'he deze leerling zegt dit, kan jij begrijpen wat die leerling nu aan het denken is?' Kan jij uitleggen waarom die dat misschien bedacht heeft? Kun jij bedenken of het misschien juist wel kan kloppen of niet kan kloppen? En vooral daar een veel meer onderzoekende houding als docent aan te nemen, zonder direct in de ja of nee, goed fout te gaan zitten.*

### *Probleemoplossingsvaardigheden*

Er worden weinig reacties gegeven waaruit blijkt dat docenten nu meer oog hebben voor POV. Vaak wordt gezegd dat POV altijd al belangrijk gevonden werden en dat dit

door het project niet anders is geworden. Een docent vertelt bijvoorbeeld door het project niet van mening te zijn veranderd over probleemoplossen: de docent vond en vindt het belangrijk. Vier docenten geven aan van mening te zijn dat probleemoplossen handig kan zijn bij lastige (examen)sommen. Daarnaast voegt een docent er aan toe dat probleemoplossen ook handig is voor het herkennen van verschillende vraagstellingen.

Hoewel eigenlijk alle docenten aangeven dat de TTP-didactiek bruikbaar is voor het stimuleren van POV wordt niet als opbrengst gemeld dat er nu meer aandacht is voor POV. Ook wordt het uit de antwoorden niet duidelijk wat docenten precies verstaan onder POV. Sommige docenten noemen expliciet ‘schetsen maken’ of ‘durven proberen’ maar er wordt niet expliciet iets gezegd over metacognitieve vaardigheden. Eén docent maakt duidelijk dat er een kleine verandering is: *Ik probeer iets meer te letten op POV, ik sloeg eerst denkvragen over.*

#### *Samenvatting opbrengsten*

Een groot aantal docenten geeft aan dat ze ontwikkelde opdrachten ook in andere klassen gebruiken of dat ze in het boek opdrachten herkennen die zich ook lenen voor een TTP-les. Het zou volgens veel docenten mooi zijn als er een databank komt met mogelijke opdrachten. Docenten geven vooral aan dat ze onderdelen van de TTP-didactiek gebruiken, zoals het beginnen met een opdracht, of de manier waarop het klassengesprek plaatsvindt, maar ze gebruiken niet een hele les voor één probleem zoals in de TTP-didactiek gebruikelijk is. Ook een heel aantal docenten geeft aan minder antwoordgericht te zijn en meer oog te hebben voor de redenering van leerlingen. Er is geen verandering zichtbaar in dat er meer oog is voor POV in brede zin. Vaak wordt gezegd dat POV altijd al belangrijk gevonden werd en dat dit door het project niet anders is geworden.

### **4.3 Mechanismes bij TTP-LS**

Per mechanisme-thema uit de conjecturemap (Figuur 2.2) worden de resultaten beschreven.

### *Didactiek om POV te onderwijzen*

Alle docenten noemen in het interview na cyclus 2 thema's waarin ze duidelijk maken dat TTP-lessen een goede vorm zijn om POV te onderwijzen. Acht van de 12 docenten noemen expliciet dat TTP geschikt is om POV te stimuleren. De aspecten van POV die door docenten worden genoemd zijn dat de leerlingen in de les hun wiskundige kennis moeten koppelen aan het voorgelegde probleem en dat ze gedwongen worden het probleem goed te begrijpen. Daarnaast creëer je volgens enkele docenten een houding die gericht is op hoe je een probleem moet aanpakken. Een docent zegt bijvoorbeeld *'Ja ze leren gewoon eigenlijk dat ze niet voorgekauwd krijgen welke kant ze op moeten. [...] Ze konden op meer manieren het uitvogelen. Ik denk dat dat gewoon heel belangrijk is om te leren op een creatieve manier iets te gaan oplossen. En dat er ook niet perse een manier goed is, dat er veel meer manieren goed zijn.'* Een enkele docent geeft aan dat aan het eind van de TTP-les meer nadruk moet komen op POV: *De kanttekening is dat we denk ik wel echt dat er meer aandacht moet zijn op het einde voor die probleemoplossingsvaardigheden.*

Knelpunt is dat je de didactiek volgens meerdere docenten vaker moet gebruiken om de POV te versterken. Een docent zegt bijvoorbeeld: *Dit is een veel langduriger proces waarbij leerlingen hopelijk dan na een aantal jaren wel hier veel vaardiger in worden. Maar ik zie dit wel echt als een heel grote lijn. Dit is niet iets wat heel snel binnen een maand of zo maar klaar is. Dat vraagt gewoon veel meer tijd en tegelijkertijd is het wel fijn dat we daar nu mee bezig zijn, want ik denk wel dat leerlingen uiteindelijk wel vaardiger worden*

### *POV binnen curriculum*

Negen van de twaalf docenten merken op dat de TTP-didactiek geschikt is om leerstof uit het curriculum te onderwijzen. Een docent zegt: *Veel doelen die je bij TTP hebt horen gewoon bij het curriculum of ik denk dat TTP voor het curriculum van toegevoegde waarde is.*

Vijf docenten noemen dat bij veel - of bijna alle - onderwerpen TTP lessen gemaakt kunnen worden, maar ook wordt gezegd dat er wiskundige onderwerpen zijn waarbij het moeilijk is een TTP-les te ontwikkelen.

Een knelpunt is de tijd die nodig is voor een TTP-les. Direct uitleggen zal sneller gaan en is gericht. Een uitspraak van een docent die dit samenvat is *'Je kan vrij veel dingen op deze manier aanpakken. Het is alleen wel, het kost veel tijd. Als je in*

*tijdnood zit dan gaat het niet lukken. Want eigenlijk [...] kan het veel efficiënter.[...] Het kan veel gericht. Maar het is wel echt denk ik nuttig om zoiets te doen. Maar dan moet je het ook vaker doen. Je moet een soort houding van hoe ga ik een probleem aanpakken. Die moet je zien te creëren. Dus ja, het is nuttig, maar moet wel, je moet tijd voor hebben'. Een andere uitspraak onderstreept dat ook het ontwikkelen van dergelijke lessen veel tijd kost en dat voor een docent intensief is om een TTP les te geven. Het kost veel tijd om te ontwerpen, zo'n les op zichzelf als je dat, stel je voor dat je het curriculumbreed zou invoeren in alle klassen en alle lagen dan weet ik niet of het voor een docent behapbaar is. [...] Dus of dit volledig implementeerbaar is in een curriculum voor elke klas en elk jaarlaag dat weet ik niet.*

Uit de logboeken blijkt dat het expliciet benoemen van doelen van de TTP-les lastig is. Ook de vraag hoe de doelen van de TTP-les precies relateren aan curriculumdoelen wordt niet expliciet besproken in de lesvoorbereiding. Vaak wordt wel opgemerkt dat een TTP-opdracht bij een bepaald hoofdstuk past. Ook worden POV wel besproken, maar er wordt slechts globaal geëxpliciteerd welke POV leerlingen zouden kunnen leren binnen de ontwikkelde TTP-les. Zo wordt bijvoorbeeld genoemd dat het belangrijk is dat leerlingen schetsen maken, maar hoe de leerlingen precies worden ondersteund om schetsen te maken is niet duidelijk.

### *Leerlingen*

Veel docenten geven aan dat leerlingen een TTP-les leuk vinden en enthousiast zijn. Volgens deze docenten deden leerlingen goed mee en gingen ze bezig met de opdracht. In verschillende bewoordingen zeggen veel docenten iets over dat leerlingen in staat bleken om tot oplossingen te komen, dat ze verrast waren over de oplossingen die leerlingen bedenken en dat leerlingen goed na kunnen denken over een oplossing. Aan de andere kant wordt er ook een aantal knelpunten gesignaleerd bij leerlingen. Docenten noemen dat leerlingen het lastig vinden om een probleem aan te pakken. Enkele docenten noemen dat leerlingen probleemoplossen spannend of lastig vinden. Er blijken verschillen tussen groepen leerlingen: de klas met vwo-plus-leerlingen ging direct bezig, maar de klas met havo-vwo leerlingen leek eerst wat argwanend. Volgens de docent van deze klas zijn leerlingen probleemoplossen niet gewend, maar worden zij hier beter in wanneer zij er meer mee in aanraking komen. Er blijken ook verschillen tussen teams met hun ontwikkelde TTP-lessen; dit wordt

beïnvloed door de gekozen opdracht. Een docent uit team B-bovenbouw benoemt dat de opdracht voor een deel van de leerlingen lastig was en dat deze leerlingen niet zelf een goed begin konden ontdekken. Bij team A wordt naar aanleiding van onderzoeksles 1 opgemerkt dat leerlingen daar minder goed in staat waren om tot oplossingen te komen dan vooraf gedacht. Leerlingen die het lastig hadden bleken soms af te haken in de les.

Een ander knelpunt die na cyclus 1 naar voren komt is dat leerlingen het idee hebben dat ze het goed moeten doen en daarom goedkeuring vragen. Er wordt opgemerkt dat TTP voor leerlingen nieuw is en dat leerlingen dit niet gewend zijn. In logboeken van reflectiebijeenkomsten worden zowel de successen als de knelpunten die hierboven beschreven zijn bevestigd.

### *Verandering van opvattingen*

Er is geen duidelijke verandering in opvatting over POV. Sommige docenten vertellen dat er geen verschuiving in hun denken over probleemoplossen heeft plaatsgevonden. Zij vonden probleemoplossen voorafgaand aan het project belangrijk en vinden dat na het project nog. Meerdere docenten noemen dat ze aandacht voor probleemoplossen nuttig vinden en dat dit meer aandacht zou moeten krijgen. Een docent zegt bijvoorbeeld dat het leerzaam voor leerlingen is om elkaars denkstappen te snappen. Daarnaast is het volgens deze docent waardevol voor leerlingen om inzicht te krijgen in verschillende antwoordmogelijkheden. Een docent vertelt door het project nu vooraf aan een les het lesdoel te bedenken. Een andere docent noemt sinds het project van mening te zijn dat het van belang is om leerlingen de tijd te geven om een opgave te lezen en te snappen. Daarnaast is deze docent tot het besef gekomen dat door te starten met een opdracht aan het begin van de les veel bereikt kan worden.

### *Samenvatting Mechanismen*

Het mechanisme dat het vaakst genoemd wordt is de ervaring dat leerlingen in staat zijn om tot eigen oplossingen te komen. Daarbij is enerzijds de ervaring dat docenten verrast zijn over de aanpak van leerlingen, maar anderzijds ook dat leerlingen moeilijk beginnen aan een probleem omdat ze het niet gewend zijn. Het minst gerapporteerd waren veranderingen in opvattingen over het onderwijzen van POV: de meeste docenten vonden POV belangrijk en vinden dit nog steeds belangrijk. TTP-

lessen zullen volgens docenten invloed hebben op met name houdingsaspecten van POV. De manier waarop TTP precies bijdraagt aan POV werd minder expliciet benoemd.

Docenten geven aan dat ze hebben ervaren dat een TTP-les past binnen het curriculum, en dat het een gestructureerde didactiek is waarin alle fases als belangrijk worden gezien. Echter, TTP-lessen kosten wel tijd; het zal sneller gaan om direct uit te leggen.

## Hoofdstuk 5. Conclusie, discussie en aanbevelingen

Hoe kan een professionaliseringsinterventie ‘Teaching Through Problem-solving’ ingebed in ‘Lesson Study’ wiskundedocenten ondersteunen om aandacht aan POV te besteden?

Docenten van de twee wiskundesecties die deelnamen aan de TTP-LS-interventie zijn positief over het in een LS-cyclus samenwerken en leren over TTP. De TTP-didactiek zelf vinden ze een waardevolle aanpak om leerlingen POV te leren; ze noemen met name dat TTP leerlingen helpt om een productieve houding aan te nemen om problemen op te lossen. Het samen ontwikkelen, uitvoeren en evalueren van TTP-lessen in de LS-cycli maakte dat docenten naar hun eigen zeggen meer handvatten hebben gekregen voor het toepassen van de TTP-didactiek en dat ze deze didactiek ook gebruiken om POV te stimuleren en minder ‘antwoordgericht’ les te geven. Wel vonden ze de fasen moeilijk waarin het geleerde klassikaal wordt besproken en samengevat gericht op oplossingsstrategieën en POV in plaats van op antwoorden. Hoe de interventie invloed heeft gehad op de mate waarin docenten in hun onderwijs gestructureerd aandacht zijn gaan besteden aan POV is niet goed duidelijk geworden. Enerzijds geven meerdere docenten aan dat ze nu wel in hun gewone lessen elementen van de TTP-opdrachten gebruiken; anderzijds geven docenten aan dat er niet veel tijd in het curriculum is voor volledige TTP-lessen.

De LS-werkwijze wordt door de deelnemende docenten gezien als een geschikte aanpak om te leren over TTP. Het samen ontwikkelen, uitvoeren en evalueren van TTP-lessen gaf de docenten handvatten voor het toepassen in andere lessen van de TTP-didactiek of onderdelen daarvan. Docenten zeggen dat met name het inzicht dat leerlingen tot veel ideeën komen daar op invloed heeft. Dit sluit aan bij eerder onderzoek waarin werd gevonden dat docenten na een TTP-LS interventie concludeerden dat leerlingen veel potentie hebben om problemen op te lossen (Hourigan & Leavy, 2022). Eerdere onderzoeken naar de combinatie van TTP en LS constateren ook dat docenten het waarderen om te leren over de TTP-didactiek (Groves et al., 2016, Hourigan & Leavy, 2022). Groves et al. (2016) beschrijven dat de deelnemende docenten unaniem noemen dat ze aanzienlijke veranderingen in hun didactiek aanbrengen, zoals het tijd nemen voor het delen van oplossingen, het anticiperen op ideeën van leerlingen en het plannen van vragen en hints om leerlingen te ondersteunen. Ni Shúilleabháin en Seery (2018) constateren in een



kleinschalige casestudie dat het samenwerken in LS-teams bij het implementeren invloed heeft op de didactiek die docenten ook buiten de projectlessen gebruiken. Ook in dit onderzoek vonden we dat docenten dat de combinatie van gezamenlijk voorbereiden, plannen, observeren en reflecteren tot verandering in handelen in andere lessen leiden. In eerdere onderzoeken werd niet expliciet gekeken naar de relatie tussen TTP en POV. In paragraaf 5.2 gaan we nader op dit thema in.

De overwegend positieve uitkomsten worden mede verklaard door de condities waaronder de interventie plaatsvond. De wiskundesecties stonden vanaf het begin positief tegenover dit project; een belangrijke voorwaarde (Uffen et al., 2022). Een randvoorwaarde die ook positief bijdroeg was dat de begeleiders zowel de rol van procesbegeleider als die van vakdidacticus vervulden. Ook het werken met een startaanvraag, waarbij gedurende een half jaar in samenwerking met de betrokken partners de projectvraag verder uitgewerkt werd, heeft bijgedragen aan kennis van de TTP-LS-interventie, maar ook de basis gelegd om gezamenlijk te willen deelnemen. Door de complexe situatie en de hoge werkdruk in de eerste corona-lockdown deed op school B in cyclus 1 slechts de helft van de sectie mee. Mede op basis van de positieve ervaringen deed in cyclus 2 de gehele sectie mee. Ondanks dat de corona-situatie voor een zeer hoge werkdruk zorgde, was de betrokkenheid van de docenten hoog.

Doordat ook de schoolleiding zich aan het projectplan had gecommitteerd, was de schoolcontext gunstig. De schoolleiding gaf docenten de samenwerkingstijd die nodig was en ondersteunde waar nodig bij de eventuele roosterwijzigingen en (beperkte) lesuitval die optrad binnen dit project. Schoolleiders waren ook aanwezig bij de afsluiting van het project, waaruit waardering bleek. Dit zijn ook randvoorwaarden die genoemd worden door Akiba et al. (2019) en De Vries et al. (2017). Echter, de inhoudelijke betrokkenheid gedurende het project zou versterkt kunnen worden, evenals het leggen van connecties met de rest van de school.

Ondanks de positieve ervaringen in een bevorderlijke context zijn er ook enige thema's die aandacht behoeven. Dit zijn:

- TTP in relatie tot POV-ontwikkeling
- De uitvoering van de TTP-didactiek
- TTP in het curriculum
- Professionele ontwikkeling in TTP door LS

Na het bediscussiëren van deze thema's volgt een reflectie op de beperkingen van dit onderzoek. We sluiten af met enkele overwegingen over de continuering van de TTP-didactiek binnen de deelnemende scholen en aanbevelingen voor aanpassingen van de interventie.

## **5.1 TTP in relatie tot POV-ontwikkeling**

De meeste docenten zeggen dat ze TTP geschikt vinden om POV van leerlingen te stimuleren. Tegen de achtergrond van de definitie van POV (zie paragraaf 2.1) met aspecten van heuristieken, metacognitie en houding, blijkt uit data van de interviews en logboeken echter wel dat docenten met name aandacht hebben voor de houding van leerlingen bij probleemoplossen en minder voor heuristieken. De aandacht voor de metacognitieve vaardigheden blijft het meest impliciet. Voor docenten bleek het lastig om in klassengesprekken metacognitieve vaardigheden te benoemen, en in een samenvatting van een les heuristieken of metacognitieve vaardigheden te verwoorden. Docenten hebben de indruk dat TTP leerlingen stimuleert om op zoek te gaan naar bruikbare voorkennis, maar er worden nauwelijks uitspraken gedaan over de vraag hoe TTP precies POV stimuleert en welke rol de docent hier concreet in kan spelen. Een verklaring voor het verschil in aandacht tussen de drie kenmerken van POV kan liggen in dat expliciet aandacht besteden aan heuristieken en metacognitie in lessen doorgaans complex lijkt voor docenten (Depaepe et al., 2010; Quigley et al., 2018).

Om docenten te ondersteunen in het integreren van POV in hun lessen dienen professionaliseringsaanpakken expliciet aandacht te besteden aan hoe docenten POV kunnen expliciteren en modelen in de lessen (Quigley et al., 2018) en hoe ze hints kunnen geven die bijdragen aan het gebruik van POV bij leerlingen (Vale et al., 2018). Hoewel de assumptie is dat probleemoplossen in TTP-lessen bij kan dragen aan POV, blijft - ook in literatuur over TTP - de vraag hoe docenten concreet de ontwikkeling van POV kunnen stimuleren vaak impliciet (Takahashi, 2021; Groves et al., 2016). In tabel 2.2. hebben we onder andere op basis van Donaldson (2011) de verbanden tussen TTP en POV geëxpliciteerd. In deze tabel is zichtbaar dat er geen één-op-één koppeling is tussen de elementen van de TTP-didactiek en de verschillende POV, maar elk van de fases is wel te relateren aan meerdere aspecten van POV (zie ook Donaldson, 2011). Onze aanbeveling is om tabel 2.2 in de voorbereidingsbijeenkomsten expliciet als kader te presenteren en om in de

lesvoorbereiding bij elke fase op te schrijven welke POV naar voren komen en hoe de docent dit kan stimuleren in gesprekken met de leerlingen of bijvoorbeeld door hints te geven. Ook kan mogelijk geoefend worden met het bespreken en modelen van POV in bepaalde lesfasen. Dergelijke aanpakken kunnen in de LS-teams gesprekken over POV stimuleren en hen helpen op zoek te gaan naar concrete manieren om hier in hun lessen meer aandacht aan te besteden.

## **5.2 De uitvoering van de TTP-didactiek**

De uitvoering van lesfasen 1 en 2 van de TTP-les verliep meestal goed, hoewel fase 2 waarin de leerlingen aan het probleem werkten soms lang duurde. Dit werd mede veroorzaakt doordat er in vrijwel alle lessen binnen fase 2 tijd werd ingeruimd om uitwerkingen per tweetal op een groot A3-vel over te schrijven. Dit is geen onderdeel van de TTP-opzet zoals beschreven door Takahashi (2021), maar werd bedacht door docenten naar aanleiding van coronamaatregelen. Het verloop van fase 2 werd sterk beïnvloed door de keuze voor de opdracht. Een opdracht met een te hoog niveau leidde niet tot het halen van de lesdoelen voor de meeste leerlingen, een opdracht die niet goed paste bij de voorkennis leidde tot weinig verscheidenheid in oplossingen. De keuze voor de startopdracht op basis van de criteria van Fujii (2016) blijft belangrijk, waarbij het matchen van de opdracht bij de voorkennis extra aandacht nodig heeft.

Het uitvoeren van fase 3 en 4 van de TTP-didactiek bleek moeilijk voor docenten, terwijl volgens Takahashi (2021) fase 3 'het hart' van een TTP-les is. De docenten hadden wel de bedoeling om leerlingen hun ideeën te laten uitleggen, maar het Japanse *Neriage* principe, waarin het doel is om tot een gemeenschappelijk begrip te komen, en het samenvatten op vakinhoudelijke doelen en POV kwam nog onvoldoende naar voren. We bespreken enkele verklaringen:

In meerdere onderzoekslessen waren tijdsproblemen door een lange fase 2 en het maken van A3-vellen. Daardoor ontstond tijdsdruk in de fasen 3 en 4. Suggestie is om fase 2 te verkorten, zodat er (zoals bedoeld in TTP-didactiek, Takahashi, 2021) zeker 20 – 25 minuten tijd is voor fase 3 en 4. Hoewel docenten zeggen dat een lesduur van 45 minuten kort is, zou door oefening en strakkere regie in fase 2, een TTP-les in 45 minuten haalbaar moeten zijn. Oefening zou bijvoorbeeld kunnen in een zogenaamde *mock-up lesson* (proefles) binnen het LS-team (Friedkin, 2020) of door docenten een voorbeeld-TTP-les die al ontwikkeld is te laten geven.

Een tweede verklaring betreft de voorbereiding van fase 3 en 4. Drie voorbereidingsbijeenkomsten blijken krap om fase 3 en 4 gedetailleerd voor te bereiden. In LS-cyclus 2 lukte dit beter dan in cyclus 1 omdat er meer ervaring was met de TTP-structuur. Daarnaast lijken docenten ook te vinden dat de lesgevende docent zelf zijn intuïtie mag volgen. Suggestie is dat begeleiders in de voorbereiding meer stimuleren om vooraf te expliciteren in welke volgorde oplossingen worden besproken en welke relaties tussen oplossingen moeten worden gelegd, door Stein et al. (2008) respectievelijk *sequencing* en *connecting* genoemd.

Ten slotte noemen docenten de cultuur in het Nederlandse wiskundeonderwijs: Volgens Gravemeijer et al. (2016) is in het Nederlandse wiskunde onderwijs een hang naar ‘task propensity’: ‘het snel kunnen vinden van een juist antwoord’. Een TTP-les heeft juist een ander doel. Het veranderen van een cultuur in de klas waarin gerichtheid op een antwoord aangevuld moet worden met gerichtheid op de aanpak zal tijd kosten en is complex. Het zal daarvoor nodig zijn om de TTP-didactiek te oefenen, uit te voeren en regelmatig te evalueren. Het zelf ervaren van deze didactiek en reflecteren op de ervaringen kan daaraan bijdragen (Nonaka & Takeuchi, 1995).

### **5.3 Relatie tussen opdrachten van TTP-lessen en het curriculum**

In dit project droegen de begeleiders wiskundige problemen aan die geschikt leken als basis voor een TTP-les. Docenten maakten vervolgens een keuze voor één van de aangereikte problemen. In het onderzoek van Groves et al. (2016) werd op eenzelfde manier gewerkt, hoewel daar maar één probleem werd aangereikt waarmee veel ervaring was opgedaan in eerdere TTP-lessen in Japan. Het aanreiken van meerdere (in dit project drie) voorbeeld-opdrachten maakt dat er discussie plaatsvond over voor- en nadelen van verschillende opdrachten en welke opdracht goed zou passen bij het curriculum. Dit droeg volgens de docenten bij aan het inzicht wat de kenmerken van een goede TTP-opdracht zijn. Het bleek echter lastig voor hen om bij de gekozen opdracht duidelijk te verwoorden welke leerdoelen in de les centraal stonden. Dit werd ook gerapporteerd door Groves et al. (2016). Mogelijk is het de verklaring net als bij Groves et al. (2016) dat het lastiger is om bij een bestaande opdracht de leerdoelen te bedenken, omdat het voor docenten meer gebruikelijk is om eerst de doelen vast te stellen (die vaak al in het lesmethode gegeven worden) en vervolgens de inhoud van de les daarbij te matchen.

Aanbeveling is om als begeleiders in de eerste cycli van TTP-LS wel enkele kansrijke TTP-opdrachten aan te reiken (hoewel er altijd een mismatch kan zijn tussen de opdracht en de klas), maar bij het kiezen ook expliciet aandacht te hebben voor de kenmerken die een opdracht tot een geschikte opdracht maakt (zie Fujii, 2015). De koppeling van de opdracht aan voorkennis en de relatie van de opdracht met het curriculum zijn belangrijke aandachtspunten. In latere cycli kunnen docenten zelf tot een keuze van een opdracht komen bij leerstof uit het curriculum komen. Meerdere docenten doen in de interviews de suggestie dat een databank met goede TTP-opdrachten behulpzaam zou zijn. Het in samenwerking met scholen ontwikkelen van zo'n databank zal docenten ondersteunen om TTP vaker in te passen in hun lessen. De databank zal bij kunnen dragen aan het regelmatig laten terugkomen van TTP-lesse, maar zal aangevuld moeten worden met een professionaliseringsaanpak waarin docenten met elkaar samenwerken aan het implementeren van de TTP-didactiek. In 5.4 wordt hierop ingegaan.

Hoewel de docenten de TTP-didactiek een waardevolle aanpak blijken te vinden om leerlingen POV te leren, wordt door meerdere docenten opgemerkt dat tijd voor TTP-lesse binnen het curriculum een belemmerende factor is. De gedachte dat TTP-lesse een wezenlijke bijdrage kunnen leveren aan het uitvoeren van het curriculum leidt (nog) niet tot gestructureerd invlechten van TTP-lesse binnen het curriculum. Enkele docenten denken ook dat het effectiever, of gericht is, om de wiskunde uit te leggen, dan tijd te besteden aan TTP-lesse. Blijkbaar ervaren ze een spanning dat TTP-lesse ten koste kunnen gaan van basisvaardigheden. Echter, de review van Cai en Lester (2016) maakt duidelijk dat in veel onderzoeken waarin probleemoplossen in wiskundelesse centraal staat de basisvaardigheden, op peil blijven en tegelijkertijd leerlingen wel hogere POV laten zien. Dit sluit aan bij McDougal en Takahashi (2014) die argumenteren dat een combinatie van directe instructie (DI) en TTP-lesse bij Japanse leerlingen doorgaans leiden tot meer diepgaande kennis van wiskunde gecombineerd met betere POV. Ze schrijven hierover:

*Japanese educators believe that regular lessons that teach through problem solving, interspersed with occasional practice days, help their students learn mathematics more thoroughly than didactic instruction coupled with a greater amount of practice. Certainly Japanese students have performed very well on the TIMSS and PISA international studies of mathematics achievement. But perhaps more important, teaching through problem*

*solving habituates students to being confronted with unfamiliar problems, to struggling at length with those problems, and to learning from those problems. This is a way to cultivate perseverance in problem solving.*

Aansluitend bij deze bevindingen bevelen we aan om in een vervolgonderzoek na te gaan op welke manier DI- en TTP-lessen in afwisseling aangeboden kunnen worden zodat zowel vakinhoudelijke kennis als POV versterken.

#### **5.4 Professionele ontwikkeling in TTP door LS**

We reflecteren op het de professionaliseringsaanpak LS op basis van de vijf big ideas (Goei et al., 2021).

*Focus op het leren en denken van leerlingen:* In de voorbereidingsfase is veel en diepgaand gesproken over de keuze voor het wiskundige probleem van de TTP-les en welke oplossingen vooraf verwacht werden. In de observaties en in het nagesprek was veel aandacht voor de aanpakken die leerlingen kozen. De aandacht voor het de oplossingswijzen van de leerlingen komt in de TTP-LS-cycli voldoende naar voren. Aandacht voor POV en metacognitieve vaardigheden kan versterkt worden.

*Verbinding theorie en praktijk:* In dit project werd theorie ingebracht door aanwezige kennis van docenten, input van begeleiders in verschillende bijeenkomsten, en het aanreiken van literatuur. Tijdens de bijeenkomsten bleek dat het lezen van bronnen door de meeste docenten niet of beperkt werd gedaan. Een enkele docent verdiepte zich wel in de aangereikte bronnen. De inbreng van theorie door begeleiders gebeurde veelal impliciet, binnen het overleg van een LS-team. Een aanbeveling is dat begeleiders nagaan welke theoretische noties centraal moeten staan in de begeleiding en deze theorie in beperkte hoeveelheid toegankelijk te maken voor docententeams. Dit zou kunnen door samenvattingen van artikelen of ondersteunende video's. Inbreng van theorie kan helpen om mogelijk aanvullende perspectieven te zien op aspecten van de TTP-didactiek.

*Onderzoek naar de eigen praktijk:* Tijdens onderzoekslessen werden gegevens verzameld door observaties, soms online vragenlijsten en soms interviews met leerlingen. Ook leerlinguitwerkingen uit onderzoeksles 1 werden besproken om de les te verbeteren. Deze gegevens werden in reflectiegesprekken ingebracht. De TTP-LS-structuur maakt dat er door docenten onderzoeksmatig wordt gewerkt. Er werd niet een samenvattende analyse gedaan van observaties, leerlinguitwerkingen en

interviews. Het zou bijdragen aan de kwaliteit van het onderzoeksmatig werken als gegevens meer gestructureerd geanalyseerd zouden worden.

*Samenwerking:* Docenten zijn zeer positief over het samenwerken als sectie, het tijd hebben voor het inhoudelijke gesprek over wiskundededidactiek.

*Cyclisch:* Binnen een cyclus zou de fase van synopsisvorming kunnen worden versterkt waardoor docenten verwoorden wat er geleerd wordt van de LS-cyclus gericht op andere contexten. Wat betreft het cyclisch werken, zijn de meeste docenten tevreden met het doorlopen van twee cycli. De meesten vinden dit ook voldoende, hoewel enkelen aangeven dat een vervolg goed zou zijn om verder leren, en het systeem van TTP-lessen meer in te bedden in het wiskundeonderwijs van de school. Begeleiders merken dat een tweede cyclus noodzakelijk is, omdat pas in cyclus 2 de kern van de TTP-didactiek voor de docenten duidelijk werd. Hoewel fase 3 en 4 in de tweede cyclus vaak al beter verliepen, is hier de meeste verbetering mogelijk. Om de TTP-didactiek eigen te maken zou een oefenles in het TTP-LS-traject gepland kunnen worden, zodat elke docent ervaart hoe het is om een TTP-les te geven. Ook lijkt het vanuit het perspectief van de begeleiders goed om de opgedane ervaringen uit te bouwen, bijvoorbeeld via een volgende LS-cyclus, of via het werken in communities of practice (Simons, 2013) of professionele leergemeenschappen waarin docenten samenwerken aan het verder implementeren van TTP in de school.

## **5.5 Beperkingen van het onderzoek**

Een eerste beperking van dit onderzoek is dat het een kleinschalig kwalitatief onderzoek betreft in slechts twee scholen. Hoewel door de implementatie in twee scholen nauwkeurig te volgen veel informatie is verzameld over de keuzes in de TTP-LS-interventie, de mechanismes en de opbrengsten, maakt het kleinschalige karakter de overdraagbaarheid naar andere contexten moeilijk. Vervolgonderzoek zou zich eerst moeten richten op het valideren van de aangepaste interventie in andere en meer contexten. Daarbij dient te worden opgemerkt dat de interventie in interactie met LS-teams steeds passend gemaakt moet worden voor de specifieke context. De ontwerpkenmerken bieden de kaders voor deze vertaalslag.

Op langere termijn zou de interventie opgeschaald kunnen worden en zou een effectmeting op de prestaties van leerlingen wenselijk zijn. We veronderstellen op basis van de review van Lester en Cai (2016) dat er een positief effect te vinden zal

zijn op POV van leerlingen. Hiervoor zullen allerlei zaken nodig zijn die nu op kleine schaal binnen de mogelijkheden van het budget in dit project worden ontwikkeld, te weten een handleiding, een scholingsaanpak van begeleiders, een website waarop achtergronden en lesmaterialen gedeeld worden en voorbeeldvideo's. Gezien de veelbelovendheid van de aanpak zou dit project vervolg behoeven, zodat het wiskundeonderwijs in Nederland ermee verrijkt wordt, en vermoedelijk ook verbeterd.

Een tweede beperking betreft de verzamelde data. Om ervoor te zorgen dat de verzamelde data goed aansloot bij de onderzoeksvragen hebben we in alle stappen de conjecture map als uitgangspunt genomen en zijn de onderzoeksinstrumenten op basis ervan ontwikkeld. Echter, bepaalde opbrengsten en mechanismen bleken moeilijk meetbaar, zoals "Docenten ervaren dat je binnen het curriculum aandacht kunt hebben voor POV". Bij het invullen van het logboek baseerden de begeleiders zich op de gemaakte aantekeningen en ervaringen tijdens het gesprek. Enkele reflectiebijeenkomsten zijn wel op audio opgenomen om terug te kunnen luisteren of bepaalde opbrengsten en mechanismes door docenten werden benoemd. Validiteit zou verhoogd kunnen worden door alle bijeenkomsten op video op te nemen, en de gesprekken te transcriberen en analyseren. Hiervoor was echter binnen de financiering van dit project onvoldoende ruimte.

## **5.6 Hoe verder?**

TTP-didactiek heeft in zich dat allerlei POV bij leerlingen versterkt kunnen worden. Docenten waren positief over zowel het leren over de TTP-didactiek, als het samenwerken in een LS-cyclus. Voor een bijgestelde TTP-LS-interventie zijn op basis van de discussie hierboven vier verbeterpunten geconstateerd.

In de eerste plaats bevelen we aan om meer aandacht te schenken aan het expliciet maken van de POV die men wil versterken; docenten kunnen dit dan in een TTP-les onder woorden brengen, modellen, ondersteunen door hints en stimuleren gedurende het klassengesprek.

In de tweede plaats blijkt het ondersteunend om in de eerste cyclus van een TTP-LS enkele goed gekozen opdrachten aan te reiken, maar bij het kiezen expliciet aandacht te hebben voor de kenmerken die een opdracht tot een geschikte opdracht maakt. In latere cycli kunnen docenten zelf tot een keuze van een opdracht komen of een opdracht ontwikkelen. Daarnaast is een aanbeveling om meer te oefenen met de fasen



3 en 4 van de TTP-didactiek, ook om de vaak ingesleten patronen in klasseninteractie te doorbreken.

Ten derde kan de LS-cyclus versterkt worden door meer aandacht te hebben voor de onderzoekende houding en het gebruik van externe bronnen. Ook zou in de reflectiefase van LS meer expliciet onder woorden gebracht kunnen worden wat men heeft geleerd ten behoeve van soortgelijke en andere contexten.

Ten slotte bevelen we aan om minstens twee LS-cycli uit te voeren. Ook daarna is de inschatting dat doorgaande samenwerking, bijvoorbeeld in communities op practice noodzakelijk is.

Bij dit laatste punt aansluitend: voor de twee scholen die aan het TTP-LS-traject in deze studie hebben deelgenomen zien we verschillende mogelijkheden om de aandacht voor POV in wiskundelessen een structureel onderdeel van het curriculum te maken. Ten eerste om de TTP-LS-interventie op de scholen voort te zetten als een structureel onderdeel van de doorgaande professionele ontwikkeling met jaarlijks bijvoorbeeld één TTP-LS-cyclus. Ten tweede via een schooloverstijgende professionele leergemeenschap waarin de ontwikkeling en uitvoering van LS-TTP-activiteiten centraal staan, en waarin bijvoorbeeld ook geoefend kan worden. Voor beide mogelijkheden zal een database met opdrachten behulpzaam zijn.

## Referenties

- Akiba, M., Murata, A., Howard, C. C., & Wilkinson, B. (2019). Lesson study design features for supporting collaborative teacher learning. *Teaching and Teacher Education, 77*, 352-365.
- Bakker, A. (2018). *Design research in education: A practical guide for early career researchers*. Routledge.
- Bor-de Vries, M., & Drijvers, P. H. M. (2015). *Handreiking denkactiverende wiskundelessen*. Utrecht: Universiteit Utrecht.
- Bostic, J. D., Pape, S. J., & Jacobbe, T. (2016). Encouraging sixth-grade students' problem-solving performance by teaching through problem solving. *Investigations in mathematics learning, 8*(3), 30-58.
- Cai, J., & Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning. *National council of teachers of mathematics, 13*(12), 1-6.
- Cai, J., Jiang, C., Hwang, S., Nie, B., & Hu, D. (2016). How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. In P.L. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 3-22). Springer International Publishing.
- Cheeseman, J. (2018). Teachers' perceptions of obstacles to incorporating a problem solving style of mathematics into their teaching, In J. Hunter, P. Perger, & L. Darragh (Eds.), *Making waves, opening spaces* (Proceedings of the 41st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia) (pp. 210–217). MERGA.
- CvTE, (2018). *Examenprogramma wiskunde havo en vwo*. Geraadpleegd op 3 -11-2022 op [www.examenblad.nl](http://www.examenblad.nl)
- Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: Analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM, 42*(2), 205–218.
- De Soete, A., & De Craene, B. (2019). Metacognition and mathematics education: An overview. *ZDM, 51*(4), 565-575.
- De Vries, S., Roorda, G., & Van Veen, K. (2017). *Lesson Study: Effectief en bruikbaar in het Nederlandse onderwijs?* [ Lesson Study: effective and practicable in the Dutch context?]. Geraadpleegd op 7-11-2022 van [www.nro.nl/kb/405-15-726](http://www.nro.nl/kb/405-15-726)

- De Vries, S. (2019). *Met het oog op de leerling: De leraar als vakdidactisch onderzoeker van de eigen praktijk*. NHL Stenden Hogeschool.
- De Vries, S., & Roorda, G. (2019). Het leren van docenten in een Lesson Study Team: een casestudie. *Pedagogische Studiën*, 96(6), 401-422.
- Dignath, C., & Büttner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students. A meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and learning*, 3(3), 231-264.
- Dignath, C., & Büttner, G. (2018). Teachers' direct and indirect promotion of self-regulated learning in primary and secondary school mathematics classes—insights from video-based classroom observations and teacher interviews. *Metacognition and Learning*, 13(2), 127-157.
- Donaldson, S. E. (2011). *Teaching through problem solving: Practices of four high school mathematics teachers* (Doctoral dissertation, University of Georgia).
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., van den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J., & Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *ZDM*, 39(5), 405-418.
- Drijvers, P., Kodde-Buitenhuis, H., & Doorman, M. (2019). Assessing mathematical thinking as part of curriculum reform in the Netherlands. *Educational studies in mathematics*, 102(3), 435-456.
- Friedkin, S. (2020). Refining the research lesson's instructional approach during lesson study: Mock-up lessons. In A. Murata, & C.K.E. Lee (Eds.), *Stepping Up Lesson Study: An Educator's Guide to Deeper Learning*, pp.52-62, Routledge.
- Goei, S. L., Van Joolingen, W., Goettsch, F., Khaled, A., Coenen, T., in 't Veld, S., de Vries, S., & Schipper, T. (2021). Online lesson study: Virtual teaming in a new normal. *International Journal for Lesson & Learning Studies*, 10(2), 217-229.
- Graesser, A. C., Sabatini, J. P., & Li, H. (2022). Educational psychology is evolving to accommodate technology, multiple disciplines, and Twenty-First-Century skills. *Annual review of psychology*, 73, 547-574.
- Gravemeijer, K., Bruin-Muurling, G., Kraemer, J. M., & Van Stiphout, I. (2016). Shortcomings of mathematics education reform in The Netherlands: A paradigm case? *Mathematical thinking and learning*, 18(1), 25-44.
- Groves, S., Doig, B., Vale, C., & Widjaja, W. (2016). Critical factors in the adaptation and implementation of Japanese Lesson Study in the Australian context. *ZDM*, 48, 501-512.

- Felmer, P. L., Pehkonen, E., & Kilpatrick, J. (2016). *Posing and solving mathematical problems*. Springer International Publishing.
- Fujii, T. (2015). The critical role of task design in lesson study. In A. Watson & M. Othani, *Task design in mathematics education* (pp. 273-286). Springer.
- Fujii, T. (2016). Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. *ZDM*, 48, 411-423.
- Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2022). Elementary teachers' experience of engaging with Teaching Through Problem Solving using Lesson Study. *Mathematics Education Research Journal*, 1-27.
- Huang, R., & Shimizu, Y. (2016). Improving teaching, developing teachers and teacher educators, and linking theory and practice through lesson study in mathematics: an international perspective. *ZDM*, 48, 393-409.
- Inspectie van het Onderwijs (2019). *De staat van het onderwijs*, 2019.
- Leong, Y. H., Tay, E. G., Toh, T. L., Quek, K. S., Toh, P. C., & Dindyal, J. (2016). Infusing mathematical problem solving in the mathematics curriculum: Replacement Units. In P.L. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick, *Posing and solving mathematical problems* (pp. 309-325). Springer.
- Lester, F.K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving in instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1 & 2), 245-278.
- Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In P.L. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick, *Posing and solving mathematical problems* (pp.117-135). Springer.
- Lewis, C. (2016). How does lesson study improve mathematics instruction? *ZDM*, 48(4), 571-580.
- Lewis, C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of Lesson Study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Springer Nature.
- Lomibao, L. S. (2016). Enhancing mathematics teachers' quality through Lesson Study. *SpringerPlus*, 5(1), 1590.
- McIntosh, R., & Jarrett, D. (2000). *Teaching mathematical problem solving: Implementing the vision*. Portland, OR: Northwest Regional Educational Laboratory.

- Ni Shúilleabháin, A., & Seery, A. (2018). Enacting curriculum reform through lesson study: a casestudy of mathematics teacher learning. *Professional Development in Education, 44*, 222-236.
- Nonaka, I., & Takeuchi, H. (1995). *The Knowledge Creating*. New York.
- OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving an Financial Literacy*, OECD Publishing.
- PDST, (2022). Professional Development Services for Teachers, geraadpleegd op 1 november 2022 van <https://www.projectmaths.ie/for-teachers/professional-development/lesson-study/lesson-study-library/?switch-lang=1>
- Pellegrino, J. & Hilton, M. (Eds.) (2012) *Education for Life and Work: Developing transferable knowledge and skills for the 21st Century*. The NationalAcademies Press
- Quigley, A., Muijs, D., & Stringer, E. (2018). Metacognition and self-regulated learning: guidance report.
- Sandoval, W. (2014). Conjecture mapping: An approach to systematic educational design research. *Journal of the learning sciences, 23*(1), 18-36.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sensemaking in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schukajlow, S., Krug, A., & Rakoczy, K. (2015). Effects of prompting multiple solutions for modelling problems on students' performance. *Educational studies in Mathematics, 89*(3), 393-417.
- Shimizu, Y. (1999). Aspects of mathematical teacher education in Japan: Focusing on the teachers' roles. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2*, 107–116.
- SLO (2022). Toekomstbestendig reken/wiskundeonderwijs. Geraadpleegd op 2 september 2022, <https://www.slo.nl/thema/vakspecifieke-thema/rekenen-wiskunde/toekomstbestendig/probleemoplossen>
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning, 10*(4), 313-340.
- McDougal, T., & Takahashi, A. (2014). Teaching mathematics through problem solving. *Indepent teacher, fall 2104*. Geraadpleegd via

<https://www.nais.org/magazine/independent-teacher/fall-2014/teaching-mathematics-through-problem-solving/>

- Takahashi, A., Lewis, C., & Perry, R. (2013). A US lesson study network to spread teaching through problem solving. *International Journal of Lesson and Learning Studies*, 2, 237-255.
- Takahashi, A. (2021) *Teaching Mathematics through problem-solving. A pedagogical approach from Japan*. Routledge.
- Uffen, I., de Vries, S., Goei, S. L., van Veen, K., & Verhoef, N. (2022). Understanding teacher learning in lesson study through a cultural–historical activity theory lens. *Teaching and Teacher Education*, 119, 103831.
- Van Oers, B. (2009). Narrativiteit in leerprocessen. *Pedagogische studiën*, 86(2), 147-156.
- Van Streun, A. (1989). *Heuristisch wiskunde-onderwijs*. (Proefschrift, Rijksuniversiteit Groningen). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.
- Van Streun, A. (1994). Hoe onderwijs je probleemoplossen? *Tijdschrift voor didactiek der beta-wetenschappen*. 12, pp 210-225.
- Van Streun, A. (2014). *Onderwijzen en toetsen van wiskundige denkactiviteiten*. SLO.
- Van Streun, A., & Kop, P. (2016). *Ontwerpen van wiskundige denkactiviteiten bovenbouw havo-vwo*.
- Van Streun, A., & Kop, P. (2017). *Ontwerpen van wiskundige denkactiviteiten onderbouw havo-vwo*. SLO.
- Verhoef, N. C., Coenders, F., Pieters, J. M., van Smaalen, D., & Tall, D. O. (2015). Professional development through lesson study: Teaching the derivative using Geogebra. *Professional Development in Education*, 41(1), 109-126.
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM*, 52(1), 1-16.
- Xu, H. & Pedder, D. (2014). Lesson Study: An international review of the research. In P. Dudley (ed.), *Lesson Study, professional learning for our time* (pp. 29–58). London/New York: Routledge.

# Bijlage 1.1 Interviews TTP-LS – Fase 1 juni/juli 2021

## Organisatie

- 5 docenten school A en 4 docenten school B
- Ca. 45 minuten per interview
- Opnemen met google meet en voicerecorder.
- Interview oefenen met NN en eerste interview + tips achteraf met N

### Vooraf (ca. 3 min; min 0-3)

1 Je hebt de afgelopen maanden samen met collega's meegedaan aan een project over probleemoplossen. Hoe heb je het ervaren om hieraan mee te doen?

### Startpunt (ca 5 min.; min. 3-8)

2.1 Kun je nog terughalen waarom en met welke verwachtingen je aan dit project mee bent gaan doen?

2.2 Hoe stond je voordat het project van start ging tegenover onderwijs in probleemoplossingsvaardigheden?

### De TTP-LS aanpak (ca. 15 min.; min. 8-23)

*Jullie werkten de afgelopen tijd met elkaar aan een project rondom teaching through problem solving ingebed in lesson study. In dit project gingen jullie onder begeleiding van twee begeleiders als sectie TTP problemen aanpassen, en een onderzoeksles rondom probleemoplossen ontwerpen en evalueren.*

3.1 Wat vind je van de manier waarop je middels een Lesson Study met collega's hebt kunnen leren over TTP?

- Je hebt al wat verteld over de manier waarop je in dit project samen met collega's hebt geleerd over onderwijs in oplossingsvaardigheden. Zijn er nog andere aspecten die je hierover zou willen belichten?

3.2 In hoeverre heb je het idee dat Lesson Study voor Nederlandse wiskundesecties een bruikbare aanpak is om te leren over de TTP didactiek?

- Hoe zou de Lesson study aanpak eventueel kunnen worden aangepast, zodat het beter past bij de situatie op jouw school?

*In de TTP aanpak bouw je een les op volgens de lijn: wiskundig probleem centraal stellen, leerlingen bedenken oplossingen, oplossingswijzen klassikaal bespreken en samenvatten van de les met betrekking tot het lesdoel.*

3.3 Wat vind jij van de TTP aanpak?

- Jij hebt al wat verteld over jouw ervaringen met TTP. Zijn er nog andere aspecten over TTP die je nog graag zou willen belichten?

3.5 In hoeverre vind jij dat de TTP aanpak past bij het Nederlandse wiskundeonderwijs?

- Hoe zou de aanpak eventueel kunnen worden aangepast, zodat het beter past bij zodat het beter past bij de situatie op jouw school?

3.6 In hoeverre heeft Corona de uitvoering van het project op jouw school beïnvloed? (of, als er al over Corona is gesproken: Zijn er nog andere invloeden van corona op het project die je wilt noemen?)

3.7 Zijn er nog andere randvoorwaarden die de uitvoering van het project hebben bevorderd of juist belemmerd?

Opbrengsten van het project (ca 15 min.; min. 23-38)

4.1 Heeft dit project voor jou geleid tot verschuivingen of veranderingen in hoe je denkt over onderwijs in probleemoplossen?

4.2 Heeft dit project voor jou geleid tot aanpassingen in je dagelijkse lessen? Doe je dingen nu anders dan voorheen?

4.3 Welke gebeurtenissen of ervaring(en) in het project droegen vooral bij aan eventuele veranderingen in je denken of doen?

4.4 In hoeverre vind je dat dit project je concrete didactische aanpakken heeft opgeleverd die je kunt toepassen in je lessen?

4.5 In hoeverre vind je dat dit project je concrete ideeën voor wiskundeopgaven heeft opgeleverd die je kunt gebruiken in je lessen?

4.6 Hoe reageren leerlingen in jouw beleving op de TTP aanpak in de onderzoeksles, en eventueel in andere lessen waar je de aanpak gebruikte?

Vooruitblik (ca 4 min.; min 38-42)

5. Voor volgend schooljaar is het plan om samen aan de slag te gaan met de tweede cyclus van TTP-LS.

- Welke elementen vond je goed die je graag zou terugzien om de tweede cyclus voor jou succesvol te maken?
- En welke veranderingen zou je graag willen doorvoeren om de tweede cyclus zo succesvol mogelijk te maken?

Tot slot (ca 3 min.; min. 42-45)

6.1 Zijn er je nog dingen te binnen geschoten naar aanleiding van de thema's die we net bespraken die je wilt aanvullen?

6.2 Zijn er nog andere opmerkingen die je kwijt wilt?



## Bijlage 1.2 Interviews TTP-LS – Fase 2 jan/feb 2022

### Organisatie

- 5 docenten school A en 9 docenten school B
- Ca. 45 minuten per interview
- Opnemen met google meet en voicerecorder.

#### a) Startpunt

*Voor we inhoudelijk op een paar dingen ingaan wil ik je eerst wat vragen over hoe je (deze tweede ronde van) het project in gegaan bent.*

#### Voor docenten die vorige ronde niet meededen :

1.1 Kun je nog terughalen waarom en met welke verwachtingen je aan dit project mee bent gaan doen?

1.2 Hoe stond je voordat het project van start ging tegenover onderwijs in probleemoplossingsvaardigheden?

#### Voor docenten die ronde 1 al meededen:

*Voor de zomer hebben jullie een eerste cyclus van leren over TTP middels Lesson Study afgerond. Na de zomer gingen jullie aan de slag met de tweede cyclus.*

1.3 Wat hoopte je van tevoren van deze tweede cyclus?

- Waren er n.a.v. de eerste cyclus nog vragen die je had of dingen die je zijn bijgebleven waarvan je hoopte dat jullie er in deze tweede cyclus mee aan de slag zouden gaan?

#### b) Ontwerp en Mechanismen

*Jullie werkten de afgelopen tijd met elkaar aan een project rondom teaching through problem solving ingebed in lesson study. De onderzoeksles die jullie ontwierpen werd gegeven volgens de TTP didactiek. Een TTP-les bouw je een les op met verschillende elementen: het centraal stellen van een wiskundig probleem, leerlingen oplossingen laten bedenken, oplossingswijzen klassikaal bespreken en samenvatten van de les gericht op de lesdoelen over de leerinhoud en probleemoplossen. Ik stel je graag enkele vragen over TTP en de lesfasen in een TTP-les.*

2.1 Ik wil graag eerst bij elke fase vragen hoe je daar op terugkijkt:

- In hoeverre is fase (1) “het centraal stellen van een wiskundig probleem?” gelukt? Zie je dit als een belangrijke fase?
- In hoeverre is fase (2) “het door leerlingen laten bedenken en opschrijven van oplossingswijzen?” gelukt? Zie je dit als een belangrijke fase?
- In hoeverre is fase (3) “het klassikaal bespreken van meerdere oplossingswijzen” gelukt? Zie je dit als een belangrijke fase?
- In hoeverre is fase (4) “het samenvatten van de les gericht op lesdoelen over de leerinhoud en over probleemoplossen” gelukt? Zie je dit als een belangrijke fase?

2.2 In hoeverre vind je de TTP didactiek geschikt om de leerstof van het wiskundecurriculum te behandelen?

2.3 In hoeverre vind je de TTP didactiek geschikt om probleemoplossingsvaardigheden van leerlingen te stimuleren?

*In dit project gingen jullie onder begeleiding van twee begeleiders TTP problemen aanpassen, een onderzoeksles ontwerpen en geven/observeren, reflecteren op het leren van de leerlingen in de les en op wat jullie leerden van de Lesson Study.*

2.4 Wat vind je ervan dat dit project werd aangeboden in de vorm van een Lesson Study?

- Zijn er aspecten van de Lesson Study die voor jou vooral hebben bijgedragen aan inzichten over probleemoplossen? *Denk bijv. aan: samenwerken met collega's, observeren van leerlingen, voorbereiden van de onderzoeksles, reflecteren op de bevindingen, aanvullende bronnen of begeleiding van LS begeleiders*

*We hebben nu gesproken over TTP en over Lesson study. Graag zou ik nog enkele vragen stellen over randvoorwaarden die mogelijk invloed hebben gehad op het project.*

2.5 Zijn er zaken binnen de school of de bijeenkomsten met de collega's die de uitvoering van het project hebben bevorderd of juist belemmerd?

2.6 Zijn er zaken bij jezelf of bij de leerlingen die de uitvoering van het project hebben bevorderd of juist belemmerd?

*In de eerste cyclus waren veel bijeenkomsten met de sectie online en vond de onderzoeksles ook plaats in aangepaste vorm, in de tweede cyclus waren meer bijeenkomsten live en vonden de onderzoekslessen plaats in een gewoon klaslokaal.*

2.7 Kan je omschrijven wat jij hebt ervaren als voordelen en nadelen van online- versus live deelname aan dit project?

- Zijn er nog andere corona-gerelateerde belemmerende of bevorderende factoren die hebben gespeeld in deze tweede cyclus?

### c) Opbrengsten

*Nu je twee Lesson study-cycli over TTP hebt afgerond is het een goed moment om terug te blikken op wat deelname aan het project je heeft opgeleverd. Daarover stel ik nu graag een paar vragen.*

3.1 In hoeverre heeft dit project voor jou geleid tot verschuivingen of veranderingen in hoe je denkt over onderwijs in probleemoplossen?

- Bij antwoorden over verschuivingen/veranderingen -> Welke gebeurtenissen of ervaring(en) in het project droegen vooral bij aan verschuivingen of veranderingen in hoe je hierover denkt?
- Bij antwoorden nee -> Kan je dit toelichten?

3.2 Heeft dit project voor jou ook geleid tot verschuivingen of veranderingen in wat je doet in jouw lessen?

- Bij antwoorden over verschuivingen/veranderingen -> Welke gebeurtenissen of ervaring(en) in het project droegen vooral bij aan verschuivingen of veranderingen in jouw lessen?
- Bij antwoorden nee -> Kan je dit toelichten?

3.3 Welke elementen van de vier fasen van de TTP didactiek (het centraal stellen van een probleem, leerlingen oplossingen laten bedenken, oplossingswijzen klassikaal bespreken en samenvatten van de les) gebruik je nog in je lessen?

3.4 In hoeverre heeft dit project je wiskundeopgaven opgeleverd die je kunt gebruiken in je lessen?

3.5 In hoeverre heeft dit project je handvatten gegeven om wiskundeopgaven te kiezen of te ontwerpen die bruikbaar zijn voor probleemoplossen?

3.6 Hoe reageren leerlingen in jouw beleving op de TTP didactiek of onderdelen ervan in de onderzoeksles en eventuele andere lessen?

d) Terugblik en vooruitblik

*Nu we gesproken hebben over wat het project jou heeft opgeleverd reflecteer ik graag ook nog even met je op de opzet van het gehele project. Daarnaast blikken we vast kort vooruit naar de toekomst.*

4.1 Was deze aanpak met twee Lesson study-cycli voldoende om je in te leiden in de TTP-didactiek?

4.2. In hoeverre denk je dat je de TTP-didactiek of onderdelen ervan in de toekomst blijft gebruiken?

4.3 Wat zou je nodig hebben om in de toekomst aandacht te blijven besteden aan probleemoplossen in je onderwijs? *Bijv. lesson study's, TTP-opgaven, nascholing, een website met inhoudelijke informatie, voorbeelden van andere docenten, samenwerking met collega's....etc.*

4.4 Welke adviezen zou jij hebben over eventuele aanpassingen van het TTP-LS traject voor andere wiskundesecties?

e) Tot slot

5.1 Zijn er je naar aanleiding wat we net bespraken nog dingen te binnen geschoten die je wilt aanvullen?

5.2 Zijn er nog andere opmerkingen die je kwijt wilt

## Bijlage 1.3 Logboek TTP-LS

**BIJEENKOMST:**

**DATUM:**

**Naam invuller**

**Aanwezigen:**

		<p>- <i>Ontwerp was uitgaan van bestaande TTP-problemen, en deze laten doorontwikkelen bij eigen niveau</i></p> <p>- <i>aansluiting bij examenleerstof, curriculum</i></p> <p>- <i>TTP-didactiek eigen maken.</i></p> <p><i>Is de essentie van de fase duidelijk?</i></p>	
<b>TTP</b>	Aan de orde geweest	Successen	knelpunten
<p>Fase 1: Selectie probleem; Doel van de les</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Goede probleem</li> <li>· Gekoppeld aan doel</li> </ul>			
<p>Fase 2: Welke oplossingen verwacht? Scannen van de oplossingen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Overzicht oplossingen</li> <li>· Verwachte oplossingen</li> </ul>			
<p>Fase 3 Bespreken van oplossingen Hoe organiseer je dit klassengesprek</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Volgorde oplossingen</li> <li>· Gerichtheid op doel</li> <li>· Hoe ga je om met 'foute' antwoorden?</li> <li>· Hoe worden reacties van leerlingen weergegeven (bansho)</li> <li>· Nadenken over 'vragen' gedurende voorbereiding?</li> <li>· Worden er denkvragen bedacht?</li> </ul>			
<p>Fase 4 Samenvatten Hoe wordt teruggeblikt op het doel van de les? Hoe wordt teruggeblikt op POV? Welke POV worden benoemd?</p>			

<b>Is er gedurende de LS fases aandacht geweest voor:</b>	Aan de orde geweest	successen	knelpunten
<i>Afspraken over samenwerking Verwachtingen</i>			
<i>Meerdere perspectieven, waarmee vervolgens ook wat wordt gedaan;</i>			
<i>Onderzoeksmatig denken en handelen: komt dat voldoende naar voren. (deels gebaseerd op Bruggink, Harinck) - Open blik, nieuwsgierig - Geïnteresseerd in perspectieven - Willen begrijpen</i>			
<i>Exploratieve gesprekken (mercer) - Constructief kritisch naar elkaar - uitspreken twijfel - Voortbouwen op elkaar - Gericht op een dieper begrip</i>			
<i>Rol van de begeleider (Zie de Vries, uffen): - veilige sfeer, - benoemen van onderzoekend karakter - communicatie over communicatie - leiden door processtappen</i>			
<i>Synopsis vorming - legden schriftelijk vast wat we geleerd hebben - deelden met collega's buiten het team wat we geleerd hebben</i>			
<i>Reflectie en overdraagbaar - reflecteerden op hoe we geleerd hebben - reflecteerden op wat we geleerd hebben - vertaalden wat we geleerd hebben naar wat dit betekent voor ons eigen handelen als docent</i>			

- reflecteerden op wat we voor een volgende LS-cyclus beter of anders kunnen doen			
---	--	--	--

<b>Contextuele elementen</b>	beschrijving	successen	knelpunten
ondersteuning schoolleider,			
geroosterde overlegtijd,			
professionaliseringstijd			

<b>Mechanismes</b>	Zijn er uitspraken/reacties die mechanismes of opbrengsten ondersteunen
Docenten ervaren: POV kan in gewone curriculum	
Docenten ervaren: POV kan via deze structuur TTP	
Docenten ervaren: Leerlingen kunnen eigen oplossingen bedenken	
Opvattingen veranderen Hoe kijk je nu naar de rol van POV in het curriculum? Ben je anders gaan kijken naar POV. AHA met betrekking tot POV.	
<b>Opbrengsten</b>	
Gebruiken van TTP-opdrachten in eigen onderwijs + TTP-didactiek toepassen	
In andere lessen minder antwoordgericht, minder in uitlegstand, meer oog voor POV	

## Bijlage 2.1 Aangeleverde opdrachten cyclus 1

Hieronder vind je drie voorbeelden van opdrachten die onderdeel zouden kunnen zijn van een TTP-les. De drie voorbeelden zijn gebaseerd op materialen van een Iers project over TTP in wiskundelessen. Mogelijk zijn het opdrachten die je ook in een schoolboek tegenkomt, of die je zelf wel eens in een les gebruikt. De reden waarom ze zijn gekozen: Ze zijn gezien de mogelijke oplossingsmethoden goed bruikbaar in een TTP-les.

### Opdracht 1: Balanceren

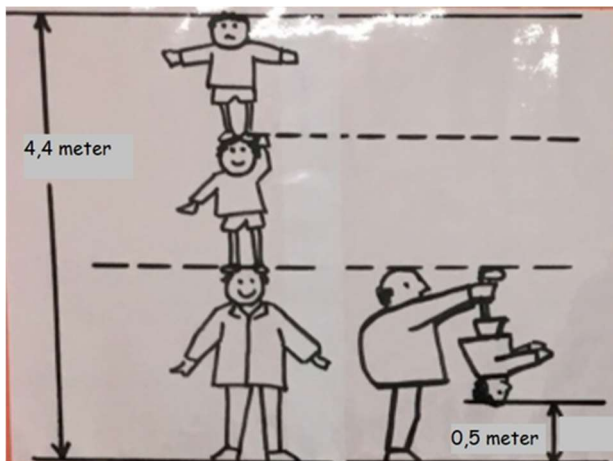
Vader Piet heeft een tweeling: twee zonen die precies evenlang zijn.

Op de tekening zie je dat Piet acrobatische toeren uithaalt met zijn zonen.

Zoek op basis van de gegevens in de tekening uit:

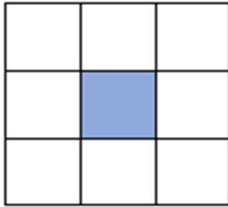
- Hoe lang is Piet?
- Hoe lang is de tweeling?

Als je het antwoord gevonden hebt, probeer dan ook andere manieren te bedenken.



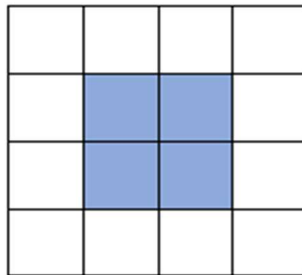
## Opdracht 2: Tegels leggen

Een vierkant zwembad is omringd met een pad van vierkante tegels die allemaal een afmeting hebben van 1m x 1m.



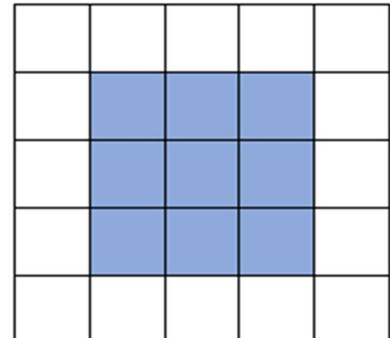
Zwembad van 1m x 1m

8 tegels nodig



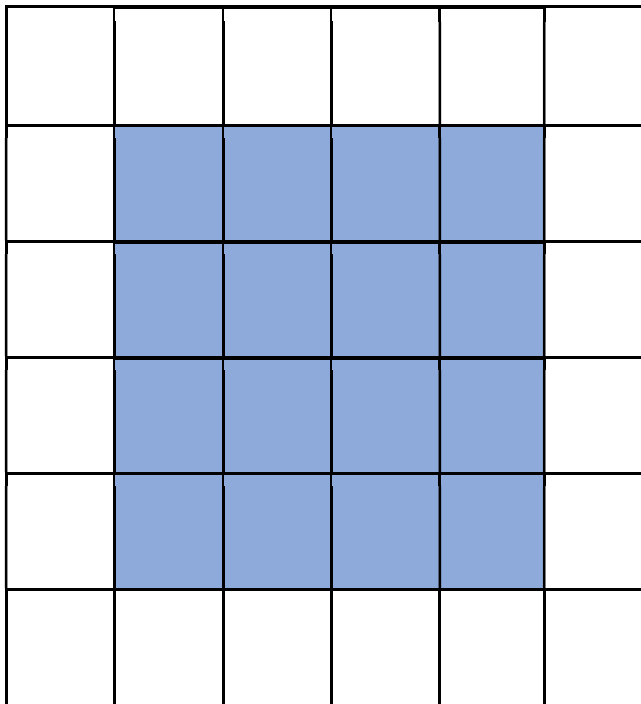
Zwembad van 2m x 2m

12 tegels nodig



Zwembad van 3m x 3m

..... tegels nodig



Zwembad van ... bij ....., dan .... tegels nodig

Onderzoek hoeveel tegels er nodig zijn voor een pad rond zwembaden met de volgende afmetingen:

- a) 5m x 5m
- b) 10m x 10m
- c) 50m x 50m

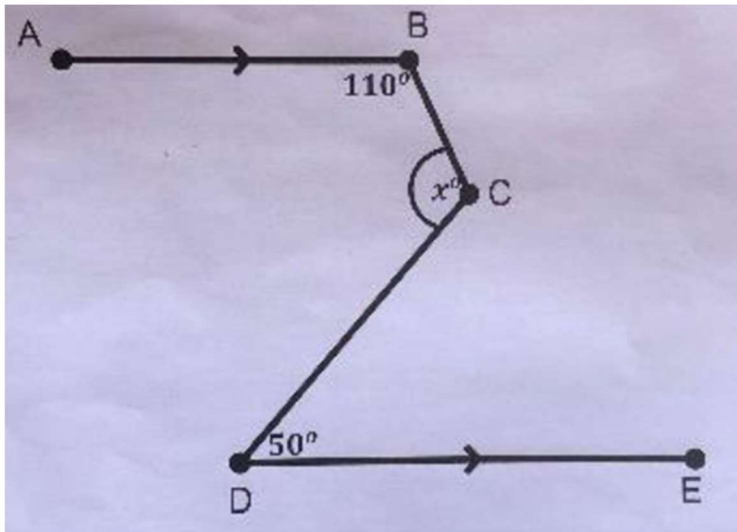
Probeer op minimaal twee verschillende manieren tot een antwoord te komen.



### Opdracht 3: Hoekensom

Hieronder zie je een figuur getekend. AB is evenwijdig aan DE.

Vind de waarde van  $x$  in graden. Als je het antwoord gevonden hebt, probeer dan ook andere manieren te bedenken om hoek te vinden.



## Bijlage 2.2 Aangeleverde opdrachten cyclus 2

**Opdracht 1: Pfizer en Moderna** (Bron, onderzoeksverslag H.Koopmans, H.Nieuwenhuis: Inschatting klas 3 of 4)

In een verpleeghuis werken 180 medewerkers. Elke medewerker ontvangt in een bepaalde week één vaccin tegen corona. Er worden twee soorten vaccins gebruikt om de medewerkers te vaccineren. Het eerste vaccin dat gebruikt wordt is het Pfizer vaccin, dit vaccin kost €12,- per dosis. Het tweede vaccin dat gebruikt wordt is het Moderna vaccin, dit vaccin kost €18,- per dosis.

De totale kosten van de 180 vaccins voor de medewerkers van het verpleeghuis bedragen €3000,-.

Hoeveel vaccins van elk soort zijn gebruikt voor het vaccineren?

### Opdracht 2: Glazen stapelen (Bron, Torpedo-project, HU, klas 1,2)



Een stapelbaar glas

#### Glazen stapelen

Gegeven:

Een stapel van 7 glazen is 30 cm hoog.

Een stapel van 4 glazen is 19,5 cm hoog.

Gevraagd:

Hoe hoog is een stapel van 10 glazen?

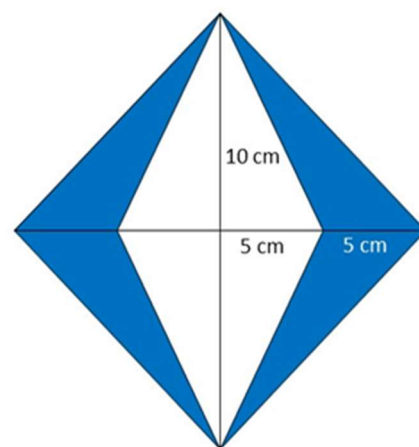
### Opdracht 3: Het Blauwe gebied (Bron

Torpedo-project, HU, klas 2,3)

Hiernaast zie je een figuur

Hoe groot is de oppervlakte van het blauwe gebied in vierkante centimeters?

Let op: de gegevens zijn niet geheel duidelijk: welke lengtes zijn bekend, welke zijden zijn even lang.



### Opdracht 4: Wie is sneller?

De scan komt uit een Japans rekenboek, groep 8. Een vertaling naar het Nederlands moeten we nog maken. (Inschatting klas 1,2)

The table below summarizes the distances and the times Akira and his friends ran.

	Distance (m)	Time (sec)
Akira	40	8
Ken	40	9
Rie	50	9
Masako	110	19

Predict the order the students from fastest to slowest.

1 Investigate the order of these four students' speed based on the data given in the table above.

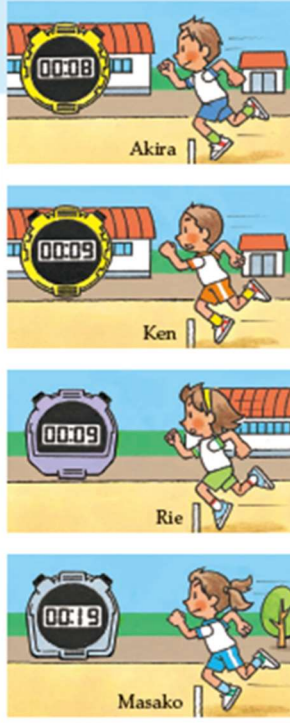
★ Who is faster, Akira or Ken?

Takumi: Since the distances they ran are the same...

★ Who is faster, Ken or Rie?

★ Investigate the order of Akira, Rie, and Masako's speeds.

Yumi: Both the distances and the times are different, so...



**Opdracht 5: Twee snijpunten** (Inschatting, Vwo 5 wiskunde B) (Bron, Kop, Euclides 94-4, 01-2019)

Gegeven is de functie  $f(x) = -\frac{1}{6}x^2(x - 4)$

De lijn  $y = ax$  snijdt de grafiek van  $f$  precies in twee punten.

Bereken voor welke waarde(n) van  $a$  dit het geval is.

**Opdracht 6: De zolderkast** (Bron, Palha & van Smaalen, inschatting, klas 4,5)

Iemand wil op zijn zolderkamer een rechthoekige boekenkast bouwen tegen een verticale wand. Deze wand heeft de vorm van een gelijkbenige driehoek met een basis (de zoldervloer) van 12 m en basishoeken van  $30^\circ$ . De diepte van de boekenkast wordt 35 cm. Welke afmetingen geef je de boekenkast opdat je er zoveel mogelijk boeken in kwijt kunt? (Je mag de dikte van de wanden en planken buiten beschouwing laten)

**Opdracht 7: Kwadratische verband** (Bron, LS-groep wiskunde 2016, inschatting klas 4,5)

Gegeven is de tabel bij een kwadratisch verband:

$x$	....	1	2	3	4	.....	7
$y$		0	-3	-4	-3		?

a. Bereken de  $y$ -waarde bij  $x = 7$

Kun je het antwoord op vraag a op meerdere manieren vinden?

b. Bereken de  $y$ -waarde bij  $x = 100$ .