

# ESTABILIDADE GLOBAL DE CORTINAS MONO-ANCORADAS SOB ACÇÕES SÍSMICAS

Overall stability of single-anchored retaining walls under seismic actions

José M. S. Mesquita<sup>a</sup>, Nuno Guerra<sup>b</sup>

<sup>a</sup> COBA, Lisboa, Portugal

<sup>b</sup> UNIC, Dep. de Eng. Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Portugal

**RESUMO** – Neste estudo apresenta-se uma metodologia de dimensionamento em relação à estabilidade global de estruturas de suporte flexíveis mono-ancoradas, sob acções sísmicas, em solo respondendo em condições drenadas. O procedimento seguido assenta no método do apoio simples para a determinação da profundidade enterrada e no método de Broms para a determinação do comprimento da ancoragem. A acção sísmica é simulada através de forças estáticas equivalentes. Procedeu-se a uma análise paramétrica onde se avaliam as influências da intensidade da acção sísmica através do ângulo de inércia sísmico, do ângulo de resistência ao corte do solo, da inclinação das ancoragens e do valor da sobrecarga uniforme actuante no terreno suportado. Com base nos resultados, propõe-se um critério para a localização da selagem da ancoragem em função do ângulo de resistência ao corte do solo e do ângulo de inércia sísmico.

**ABSTRACT** – This study presents a design methodology for the overall stability of single anchored retaining walls under seismic actions, in soil under drained conditions. The procedure used is based on the free-earth-support method for determining the embedded depth and on Broms' method for determining the anchor length. The seismic action is simulated through the application of equivalent static forces. A parametric analysis is carried out to evaluate the influence of the intensity of the seismic action through the seismic inertia angle, of the soil friction angle, of the anchor inclination and of the values of the uniform load acting on the backfill soil. Based on the results obtained, a criterion is proposed for the location of the anchor bond length depending on the soil friction angle and on the seismic inertia angle.

**Palavras Chave** – cortinas mono-ancoradas, estabilidade global, acções sísmicas.

**Keywords** – single-anchored retaining walls, overall stability, seismic actions.

## 1 – INTRODUÇÃO

As cortinas mono-ancoradas são casos particulares de estruturas de suporte flexíveis em que a estabilidade é garantida pela sua profundidade enterrada e pela força num único nível de ancoragens. Nestas estruturas é necessário verificar a estabilidade global. Tipicamente, esta verificação é feita através de métodos clássicos como os de Kranz (1953), de Broms (1968) ou outros baseados no método de Kranz, como o de Ranke e Ostermayer (1968).

---

E-mails: j.mesquita@cobagroup.com (J. Mesquita), nguerra@fct.unl.pt (N. Guerra)

ORCID: [orcid.org/0000-0001-8380-9902](https://orcid.org/0000-0001-8380-9902) (N. Guerra)

ISSN 0379-9522; e-ISSN 2184-8394 – Geotecnia nº 157 – março/marzo/march 2023 – pp. 77-95  
[https://doi.org/10.14195/2184-8394\\_157\\_4](https://doi.org/10.14195/2184-8394_157_4) – © 2023 Sociedade Portuguesa de Geotecnia

Neste estudo, apresenta-se uma metodologia de cálculo da estabilidade global baseada no método de Broms que inclui os efeitos da acção sísmica através da adição de forças estáticas equivalentes.

O caso considerado admite solo respondendo em condições drenadas, cuja resistência é caracterizada pelo ângulo de resistência ao corte.

Na metodologia proposta, admite-se que a profundidade enterrada da cortina é determinada pelo método do apoio móvel, sendo esta a profundidade assumida para a verificação da estabilidade global.

Realiza-se uma análise paramétrica com o fim de estudar a influência da intensidade da acção sísmica, do ângulo de resistência ao corte do solo, da inclinação das ancoragens e da sobrecarga aplicada ao terreno suportado. Por fim, com base nos resultados obtidos, propõe-se um critério para a localização das selagens das ancoragens que poderá constituir uma ferramenta de pré-dimensionamento em relação à estabilidade global deste tipo estruturas.

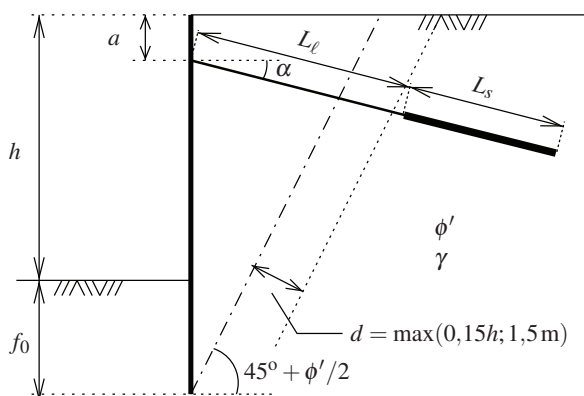
## 2 – A QUESTÃO DO EQUILÍBRIO GLOBAL DE CORTINAS ANCORADAS

Conforme referido, classicamente a verificação do equilíbrio global de cortinas ancoradas é feita recorrendo aos métodos de Kranz (1953), de Broms (1968) ou a métodos que derivam do método de Kranz. Todos eles são métodos de equilíbrio limite e foram desenvolvidos especificamente para tratar do problema da estabilidade global de cortinas ancoradas. Em paralelo com estes métodos e por vezes incorrectamente substituindo-os na prática corrente, recorre-se a condições semi-empíricas que procuram definir a localização dos bolbos de selagem das ancoragens.

### 2.1 – Condições semi-empíricas de localização da selagem

As condições semi-empíricas de localização da selagem não tratam a estabilidade global directamente. A mais frequente destas condições está representada na Figura 1; nela estabelece-se que o comprimento livre ( $L_\ell$ ) mínimo é definido pela cunha activa nas condições de Rankine e por uma linha a uma distância adicional,  $d$ , da superfície da cunha, sendo que a selagem, de comprimento  $L_s$ , deverá ser executada para lá dessa linha.

O cumprimento destas condições empíricas, conforme mostrado por Santos Josefino et al. (2014), não garante a estabilidade global de cortinas ancoradas, apesar de, como se referiu, por vezes tais condições serem interpretadas como assegurando essa estabilidade. Estas condições devem, por-



**Fig. 1** – Representação esquemática da condição empírica de localização da selagem das ancoragens (adaptado de Santos Josefino et al., 2014).

tanto, ser encaradas como metodologias que definem um comprimento mínimo das ancoragens, havendo ainda que fazer uma verificação explícita da estabilidade global.

Por outro lado, importa referir que a estas condições empíricas não está associada qualquer acção sísmica e que, apesar de se poder certamente adaptar o critério ao caso da existência de tais acções, através da alteração da inclinação da cunha, não se encontrou tal procedimento na bibliografia consultada.

O Eurocódigo 8 (NP EN 1998-5, 2010) propõe uma expressão para o comprimento livre admitindo carregamento sísmico que, para o caso de estruturas de suporte ancoradas, se pode escrever como:

$$L_{\ell, \text{sismo}} = L_{\ell, \text{sem sismo}} (1 + 1,5k_h) \quad (1)$$

sendo  $L_{\ell, \text{sismo}}$  e  $L_{\ell, \text{sem sismo}}$  os comprimentos livres mínimos para as situações com e sem sismo, desprezando a espessura da estrutura de suporte e da cabeça das ancoragens.

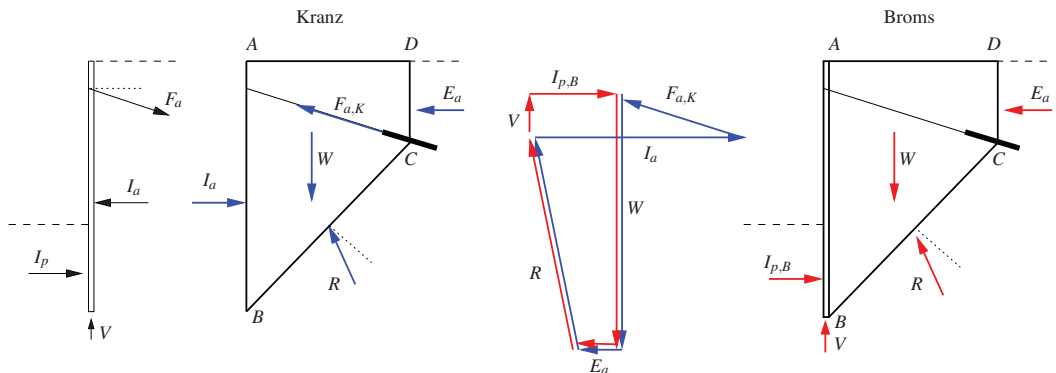
Refere-se, finalmente, que há outras regras práticas que têm efeitos na localização da zona de selagem das ancoragens e que têm por esse motivo relevância para a definição do comprimento das ancoragens. Como exemplo, menciona-se o comprimento livre mínimo (da ordem dos 5 m) e a profundidade mínima da selagem (também dessa ordem de grandeza).

## 2.2 – Métodos clássicos de verificação da estabilidade global

Kranz (1953) estudou a estabilidade global de uma estrutura de suporte com um nível de ancoragens de viga ou placa. O método foi estendido aos casos de cortinas suportadas por um ou mais níveis de ancoragens pré-esforçadas, seladas no terreno, por Jelinek e Ostermayer (1967) e por Ranke e Ostermayer (1968). Neste estudo, designa-se por “método de Kranz” a aplicação feita por aqueles autores ao caso de cortinas com um nível de ancoragens seladas no terreno. Este caso foi também o considerado por Broms (1968).

Os dois métodos – Kranz e Broms – são métodos de equilíbrio limite, que estudam o equilíbrio da massa de solo  $ABCD$  que se indica na Figura 2. Admite-se no presente trabalho que o ponto  $C$  se localiza a meio da selagem, ou seja, que  $L_u$  é dado por:

$$L_u = L_\ell + \frac{L_s}{2} \quad (2)$$



**Fig. 2** – Representação das forças envolvidas na análise de estabilidade global pelos métodos de Kranz (à esquerda) e de Broms (à direita) e respectivos polígonos de forças (adaptado de Santos Josefino et al., 2014).

O método de Broms estuda o equilíbrio global do conjunto composto pela massa de solo  $ABCD$  e pela cortina, incluindo, portanto, a ancoragem. As forças actuantes são, assim, o impulso passivo,

$I_p$ , a força no pé da cortina,  $V$ , o peso da massa de solo  $ABCD$ ,  $W$ , o impulso activo actuante na massa de solo, à direita,  $E_a$ , e a força  $R$ . No que se indica na Figura 2, não se considera o peso próprio da parede, mas tal força poderia facilmente ser considerada. A força na ancoragem é uma força interna ao conjunto parede e solo, pelo que não entra no equilíbrio desse conjunto.

Broms (1968) define coeficiente de segurança à estabilidade global como a relação entre o impulso  $I_p$  que se pode mobilizar na altura enterrada da cortina e o impulso passivo  $I_{pB}$  necessário para, numa dada geometria, garantir o equilíbrio da massa de solo e da cortina, ou seja, para que o polígono de forças representado na Figura 2 fique fechado:

$$FS_B = \frac{I_p}{I_{pB}} \quad (3)$$

Broms considera que o valor mínimo deste coeficiente de segurança é 1,5. Propõe igualmente uma alternativa a este coeficiente, através da minoração da tangente do ângulo de resistência ao corte, por um coeficiente com o valor de 1,3.

O método de Kranz considera o equilíbrio da cortina e da massa de solo separadamente, assumindo que a cortina se encontra em equilíbrio, como resultado do seu dimensionamento, e estudando, portanto o equilíbrio da massa de solo. O equilíbrio da cortina (Figura 2) implica o equilíbrio entre o impulso passivo,  $I_p$ , o impulso activo,  $I_a$ , a força na ancoragem,  $F_a$  e a força no pé da cortina,  $V$  (continuando a não considerar o peso próprio da parede). O equilíbrio da massa de solo implica o equilíbrio das forças  $I_a$ ,  $W$ ,  $E_a$ ,  $R$  e  $F_a$ . O coeficiente de segurança  $FS_K$  definido por Kranz é o quociente entre o valor de  $F_{a,K}$  determinado pelo equilíbrio de forças apresentado e a força de serviço dessa ancoragem,  $F_a$ :

$$FS_K = \frac{F_{a,K}}{F_a} \quad (4)$$

Também para  $FS_K$  é tradicionalmente adoptado o valor de 1,5.

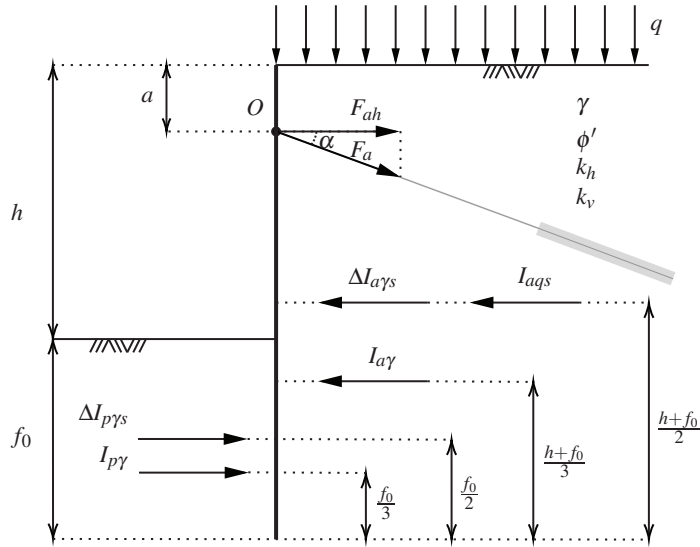
O que se apresentou mostra que os dois métodos diferem no volume considerado para o equilíbrio e na forma como consideram, na sua versão original, o coeficiente (global) de segurança – o impulso passivo (Broms) e na força na ancoragem (Kranz). Na situação de equilíbrio limite ( $FS_B = FS_K = 1$ ) os dois métodos são equivalentes, se a cortina estiver em equilíbrio (Santos Josefino et al., 2014).

### 3 – METODOLOGIA DE CÁLCULO

#### 3.1 – Colocação do problema

O problema em estudo é o definido na Figura 1 considerando ainda uma sobrecarga uniformemente distribuída na superfície do terreno suportado e a acção sísmica, caracterizada por coeficientes sísmicos (Figura 3). Trata-se de uma cortina mono-apoiada caracterizada pela profundidade de escavação,  $h$ , pela sua profundidade enterrada (também designada de ficha),  $f_0$ , pelo nível de ancoragens seladas no terreno executadas à profundidade  $a$  do topo da cortina e fazendo um ângulo  $\alpha$  com a horizontal, e pela sobrecarga,  $q$ . O solo é caracterizado pelo ângulo de resistência ao corte,  $\phi'$ , e pelo peso volúmico,  $\gamma$ . A superfície do terreno é horizontal, tanto do lado do terreno suportado como do lado da escavação. Despreza-se o ângulo de atrito solo-estrutura, como é habitual no dimensionamento de cortinas mono-ancoradas.

A acção sísmica é simulada através de forças de inércia que resultam da multiplicação de coeficientes sísmicos,  $k_h$  e  $k_v$ , pelas forças de massa envolvidas. O peso próprio da cortina é desprezado, assim como a força  $V$ . Tal significa que, neste modelo, habitual, como se referiu, em que não se



**Fig. 3** – Representação esquemática do problema em estudo e das forças consideradas aplicadas à cortina para a determinação da sua profundidade enterrada,  $f_0$ .

considera o atrito solo-estrutura, a verificação de equilíbrio vertical não é explicitamente feita, assumindo-se que a força  $V$  e o atrito solo-estrutura do lado passivo (que existe, apesar de não ser considerado) são suficientes para equilibrar a componente vertical da força no nível de ancoragens.

### 3.2 – Determinação da profundidade enterrada

Utiliza-se o método do apoio móvel para o cálculo da profundidade enterrada da cortina. Em rigor, a metodologia de dimensionamento em relação à estabilidade global que se descreve na secção 3.3 seria igualmente aplicável recorrendo a outros métodos para o cálculo de  $f_0$ , o que levaria, naturalmente, a resultados diferentes daqueles que são apresentados no presente estudo.

A Figura 3 esquematiza as forças a considerar, incluindo os impulsos de terras resultantes da acção sísmica. O cálculo desses impulsos foi feito com recurso à teoria de Mononobe-Okabe (Okabe, 1926; Mononobe e Matsuo, 1926). Pelo equilíbrio de momentos provocados pelos impulsos de terras em relação ao ponto onde se pretende aplicar a força na ancoragem, determina-se  $f_0$ .

Na Figura,  $F_{ah}$  representa a componente horizontal da força na ancoragem,  $I_{a\gamma}$  é o impulso activo estático que resulta do peso de terras,  $I_{p\gamma}$  é o impulso passivo estático,  $\Delta I_{a\gamma s}$  é o acréscimo de impulso activo devido ao peso de terras causado pelo sismo,  $\Delta I_{p\gamma s}$  é o acréscimo de impulso passivo causado pelo sismo (na realidade,  $\Delta I_{p\gamma s}$  é normalmente negativo, pelo que o seu efeito será o de um decréscimo no impulso passivo) e  $I_{aqs}$  é o impulso total sísmico (estático e o acréscimo de impulso sísmico) devido à sobrecarga.

O impulso estático devido ao peso de terras é dado por:

$$I_{a\gamma} = \frac{1}{2} K_{a\gamma} \gamma (h + f_0)^2 \quad (5)$$

em que  $K_{a\gamma}$  é obtido pela expressão de Rankine ( $K_{a\gamma} = (1 - \sin \phi') / (1 + \sin \phi')$ ).

O impulso passivo estático é dado por:

$$I_{p\gamma} = \frac{1}{2} K_{p\gamma} \gamma f_0^2 \quad (6)$$

sendo  $K_{p\gamma}$  o coeficiente de impulso passivo de Rankine ( $K_{p\gamma} = (1 + \sin \phi') / (1 - \sin \phi')$ ).

O acréscimo de impulso activo sísmico é determinado através de:

$$\Delta I_{a\gamma s} = I_{a\gamma s} - I_{a\gamma} \quad (7)$$

em que  $I_{a\gamma s}$  é o impulso activo sísmico, dado por:

$$I_{a\gamma s} = \frac{1}{2} K_{a\gamma s} \gamma (h + f_0)^2 \quad (8)$$

e  $I_{a\gamma}$  é o impulso activo estático, dado pela equação 5. A razão para a consideração de  $I_{a\gamma}$  e  $\Delta I_{a\gamma s}$  separadamente (em lugar de  $I_{a\gamma s}$ ) é o facto de resultados analíticos e de ensaios (Seed e Whitman, 1970; Steedman e Zeng, 1990) terem mostrado que a resultante do impulso activo sísmico se encontra acima de um terço da altura do paramento, pelo que se adoptou a prática comum de separar a força do impulso activo sob acção sísmica em duas componentes, conforme indicado na Figura 3. Nesta figura, o impulso activo estático encontra-se aplicado a um terço da altura e o acréscimo de impulso devido ao sismo a meia altura, conforme recomendado pelo Eurocódigo 8 (NP EN 1998-5, 2010). Na equação 8,  $K_{a\gamma s}$  é dado pela expressão de Mononobe-Okabe que, para terremo horizontal, paramento vertical e ausência de atrito solo-estrutura vem:

$$K_{a\gamma s} = \frac{(1 + k_v) \cos^2 (\phi' - \theta)}{\cos^2 \theta \left[ 1 + \left( \frac{\sin \phi' \sin (\phi' - \theta)}{\cos \theta} \right)^{1/2} \right]^2} \quad (9)$$

Nesta equação,  $\theta$  é o ângulo de inércia sísmico dado por:

$$\theta = \arctg \left( \frac{k_h}{1 + k_v} \right) \quad (10)$$

Faz-se ainda notar que, por uma questão de conveniência de representação das equações que se obtêm em seguida, se opta neste estudo por incorporar nos coeficientes de impulso o factor  $(1 + k_v)$  que, por vezes, em alguma literatura, é incluído na expressão do impulso sísmico (e não na do coeficiente de impulso). De igual modo, adopta-se o sinal positivo neste factor, em lugar de  $(1 \pm k_v)$ , pelo que um valor de  $k_v$  positivo resulta numa acção descendente e um valor negativo numa acção ascendente.

Para o cálculo do impulso passivo sísmico usou-se o recomendado em ASCE (1993), que propõe uma abordagem idêntica à usada para o cálculo do impulso activo sísmico, com um acréscimo de impulso,  $\Delta I_{p\gamma s}$  – que, como se referiu, será normalmente negativo – aplicado a meia altura, e o impulso passivo estático,  $I_{p\gamma}$ , a um terço dessa mesma altura (Figura 3). O acréscimo de impulso passivo sísmico é, assim, dado por:

$$\Delta I_{p\gamma s} = I_{p\gamma s} - I_{p\gamma} \quad (11)$$

onde  $I_{p\gamma s}$  é valor do impulso passivo sísmico, dado por:

$$I_{p\gamma s} = \frac{1}{2} K_{p\gamma s} \gamma f_0^2 \quad (12)$$

sendo  $K_{p\gamma s}$  dado pela expressão de Mononobe-Okabe que, para solo horizontal, paramento vertical e ausência de atrito solo-estrutura resulta em:

$$K_{p\gamma s} = \frac{(1 + k_v) \cos^2 (\phi' - \theta)}{\cos^2 \theta \left[ 1 - \left( \frac{\sin \phi' \sin (\phi' - \theta)}{\cos \theta} \right)^{1/2} \right]^2} \quad (13)$$

No caso do impulso sísmico devido à sobrecarga,  $I_{aqs}$ , considera-se tanto o acréscimo como o impulso estático aplicados a meia altura. Pode, portanto, calcular-se apenas o impulso sísmico:

$$I_{aqs} = qK_{aqs}(h + f_0) \quad (14)$$

O coeficiente de impulso  $K_{aqs}$  é igual a  $K_{a\gamma s}$  no problema em estudo, devido ao facto de a superfície de terreno no tardoz da cortina ser horizontal.

Deste modo, de acordo com o método do apoio móvel, será possível determinar  $f_0$  por intermédio da seguinte equação de equilíbrio de momentos flectores em relação ao ponto  $O$  (Figura 3):

$$\begin{aligned} \sum M_O = 0 \Rightarrow (\Delta I_{a\gamma s} + I_{aqs}) \left( \frac{h + f_0}{2} - a \right) + I_{a\gamma} \left( \frac{2}{3}(h + f_0) - a \right) - \Delta I_{p\gamma s} \left( h + \frac{f_0}{2} - a \right) - \\ - I_{p\gamma} \left( h + \frac{2}{3}f_0 - a \right) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

O valor da componente horizontal da força na ancoragem,  $F_{ah}$ , determina-se por meio de uma equação de equilíbrio de forças horizontais.

### 3.3 – Determinação do comprimento útil de ancoragem

Optou-se por escolher o método de Broms para proceder ao estudo, por se considerar mais simples a sua adaptação para inclusão da acção sísmica, assim como mais claramente identificado o que constitui acção e resistência.

A Figura 4 esquematiza a forma como foi feita essa adaptação (Mesquita, 2019). O equilíbrio das forças actuantes no conjunto permite obter o comprimento útil da ancoragem,  $L_u$ , mínimo necessário para garantir a estabilidade. A incorporação da acção sísmica nos cálculos é feita através da introdução de forças de inércia que resultam da multiplicação de coeficientes sísmicos pelo peso do bloco,  $ABCD$ , e pela resultante da sobrecarga  $q$ ; de igual modo, os impulsos representados na Figura 4 são os impulsos sísmicos, determinados, portanto, com os coeficientes de impulso sísmicos. No estudo realizado admite-se que os coeficientes sísmicos são os mesmos ( $k_h$  e  $k_v$ ) anteriormente usados; considerou-se também que a força  $V$  era desprezável, o que significa, na prática, que o equilíbrio de forças verticais tem que ser verificado sem este contributo, o que é conservativo.

As forças representadas podem ser calculadas de acordo com as expressões seguintes, sendo  $W$  o peso do bloco  $ABCD$ ,  $Q$  a resultante da sobrecarga e  $E_{a\gamma s}$  e  $E_{aqs}$  os impulsos activos sísmicos devidos ao peso do solo e à sobrecarga aplicados ao bloco:

$$W = \frac{1}{2} \gamma L_u \cos \alpha (h + f_0 + a + L_u \sin \alpha) \quad (16)$$

$$Q = qL_u \cos \alpha \quad (17)$$

$$E_{a\gamma s} = \frac{1}{2} K_{a\gamma s} \gamma (a + L_u \sin \alpha)^2 \quad (18)$$

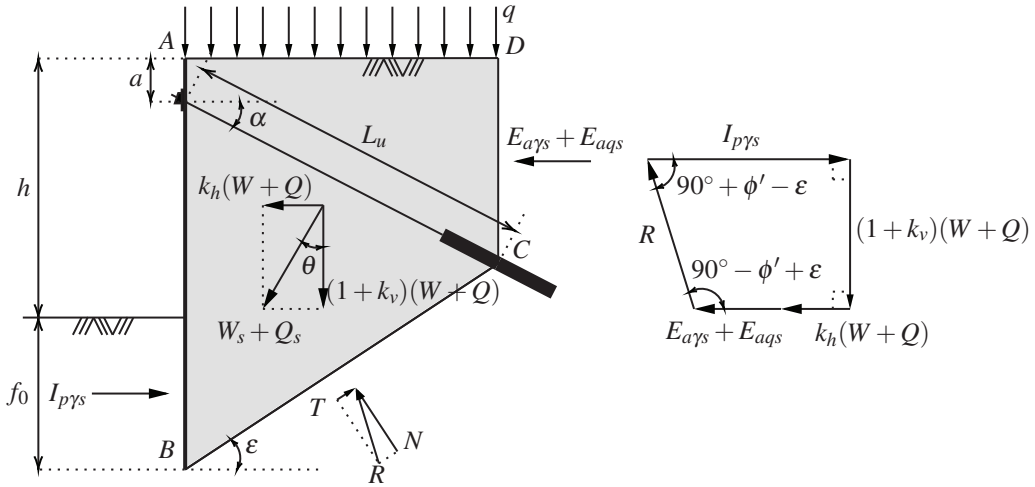


Fig. 4 – Método de Broms com consideração da acção sísmica

$$E_{aqs} = qK_{aqs} (a + L_u \text{sen } \alpha) \quad (19)$$

Ainda na Figura 4, apresenta-se o polígono das forças que equilibram a cortina e o bloco  $ABCD$ . Do equilíbrio de forças verticais resulta que:

$$R = \frac{(1 + k_v)(W + Q)}{\cos(\epsilon - \phi')} \quad (20)$$

com:

$$\epsilon = \text{arctg} \left( \frac{f_0 + h - a - L_u \text{sen } \alpha}{L_u \cos \alpha} \right) \quad (21)$$

Do equilíbrio de forças horizontais, estabelece-se a seguinte condição:

$$I_{p\gamma s} - E_{a\gamma s} - E_{aqs} - k_h(W + Q) - R \text{sen}(\epsilon - \phi') = 0 \quad (22)$$

equação na qual se pode substituir  $R$  pela expressão da equação 20 e, conseqüentemente, obter a seguinte equação na qual, para dado problema, todas as forças dependem apenas de  $L_u$ :

$$I_{p\gamma s} - E_{a\gamma s} - E_{aqs} - (1 + k_v)(W + Q) [\text{tg } \theta + \text{tg}(\epsilon - \phi')] = 0 \quad (23)$$

É deste modo possível obter-se o valor de  $L_u$ .

Na equação 23, sendo  $Q$  uma força resultante de uma sobrecarga variável, só deverá ser considerada quando for desfavorável. É conhecido que, em situação estática,  $Q$  é desfavorável sempre que  $\text{tg } \epsilon > \text{tg } \phi'$  (ou, portanto,  $\epsilon > \phi'$ ). Pode mostrar-se que a condição equivalente para o caso de existência da acção sísmica é dada por:

$$\text{tg } \theta + \text{tg } \epsilon > (1 - \text{tg } \theta \text{tg } \epsilon) \text{tg } \phi' \quad (24)$$

o que é equivalente a:

$$\theta + \epsilon > \phi' \quad (25)$$



### 3.4 – Adimensionalização dos parâmetros

Considerou-se preferível realizar o estudo descrito de forma adimensional. Deste modo, a equação 15 foi dividida por  $\gamma h^3$  e a equação 23 por  $\gamma h^2$ , resultando nas equações seguintes:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2}(K_{a\gamma s} - K_{a\gamma}) \left( 1 + \frac{f_0}{h} \right)^2 + \frac{q}{\gamma h} K_{aqs} \left( 1 + \frac{f_0}{h} \right) \right] \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{f_0}{h} \right) - \frac{a}{h} \right] + \\ & + \frac{1}{2} K_{a\gamma} \left( 1 + \frac{f_0}{h} \right)^2 \left[ \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{f_0}{h} \right) - \frac{a}{h} \right] - \frac{1}{2} (K_{p\gamma s} - K_{p\gamma}) \left( \frac{f_0}{h} \right)^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{f_0}{h} - \frac{a}{h} \right) - \\ & - \frac{1}{2} K_{p\gamma} \left( \frac{f_0}{h} \right)^2 \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{f_0}{h} - \frac{a}{h} \right) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} K_{p\gamma s} \left( \frac{f_0}{h} \right)^2 - \frac{1}{2} K_{a\gamma s} \left( \frac{a}{h} + \frac{L_u}{h} \sin \alpha \right)^2 - \frac{q}{\gamma h} K_{aqs} \left( \frac{a}{h} + \frac{L_u}{h} \sin \alpha \right) - \\ & - (1 + k_v) \left[ \frac{1}{2} \frac{L_u}{h} \cos \alpha \left( 1 + \frac{f_0}{h} + \frac{a}{h} + \frac{L_u}{h} \sin \alpha \right) + \frac{q}{\gamma h} \frac{L_u}{h} \cos \alpha \right] [\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} (\varepsilon - \phi')] = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Estas equações permitem, assim, que  $f_0/h$  possa ser calculado em função de  $\phi'$ ,  $\theta$ ,  $k_v$ ,  $a/h$  e  $q/(\gamma h)$  (através da resolução da equação 26), e que  $L_u/h$  seja determinado em função dos mesmos parâmetros e ainda de  $\alpha$  e de  $f_0/h$  (através da resolução da equação 27).

O que se apresentou considerou a situação de equilíbrio limite, não envolvendo directamente qualquer coeficiente de segurança. Tal significa que, para utilização dos resultados a seguir apresentados para (pré-)dimensionamento, se deverá interpretar que os valores de  $\phi'$  usados são valores de cálculo, isto é, que são afectados por coeficiente de segurança. De igual modo, nas situações em que intervém a sobrecarga  $q$ , se deverá considerar que nela estão incluídos os efeitos de majoração de eventual coeficiente de segurança parcial. Isto significa, portanto, que os resultados apresentados poderão facilmente ser usados em associação com a Combinação 2 (a combinação condicionante neste tipo de cálculos) da Abordagem de Cálculo 1 do Eurocódigo 7 (NP EN 1997-1, 2010), que é a utilizada em Portugal.

Refere-se também que no presente estudo considera-se que, para o cálculo de  $L_u/h$ , a profundidade enterrada da cortina é a profundidade mínima,  $f_0/h$ , determinada através da equação 26. Nada impede, claro, que se adopte na equação 27 outros valores, superiores, para  $f_0/h$ , o que conduzirá a valores menores de  $L_u/h$ . Este assunto foi abordado por Santos Josefino et al. (2017) para o caso de acções estáticas.

### 3.5 – Exemplos

O Quadro 1 apresenta os resultados do procedimento descrito para alguns exemplos de cálculo em que se considerou  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ,  $a/h = 0,2$  e  $q/\gamma h = 0,05$  e diferentes valores do ângulo  $\theta$  e dos coeficientes  $k_h$  e  $k_v$ :

- A:  $\theta = 0$  (caso estático, de referência);
- B:  $\theta = 15^\circ$ , considerando o caso  $k_v/k_h = -0,5$ ;
- C: o mesmo valor de  $k_h$  do caso anterior e  $k_v/k_h = +0,5$ , o que resulta em  $\theta = 11,9^\circ$ ;

- D:  $\theta = 15^\circ$  e  $k_v = 0$ ;
- E:  $\theta = 15^\circ$  e  $k_v/k_h = +0,5$ .

**Quadro 1** – Resultados dos exemplos de cálculo

Ex.	$\theta$ (°)	$k_h$	$k_v$	$\frac{I_{a\gamma}}{\gamma h^2}$	$\frac{\Delta I_{a\gamma s}}{\gamma h^2}$	$\frac{I_{aqs}}{\gamma h^2}$	$\frac{I_{p\gamma}}{\gamma h^2}$	$\frac{\Delta I_{p\gamma s}}{\gamma h^2}$	$\frac{f_0}{h}$	$\varepsilon$ (°)	$\frac{E_{a\gamma s} + E_{aqs}}{\gamma h^2}$	$\frac{L_u}{h}$
A	0	0	0	0,3241	0	0,0232	0,2333	0	0,394	39,7	0,0484	1,125
B	15,0	0,2363	-0,1181	0,4330	0,1809	0,0381	0,5614	-0,1508	0,612	20,5	0,1657	2,275
C	11,9	0,2363	+0,1181	0,3935	0,2441	0,0415	0,4318	-0,0124	0,536	24,3	0,1506	1,926
D	15,0	0,2679	0	0,4289	0,2606	0,0430	0,5476	-0,0934	0,604	20,3	0,1884	2,280
E	15,0	0,3094	+0,1547	0,4248	0,3638	0,0494	0,5337	-0,0226	0,597	20,0	0,2183	2,285

A análise do Quadro 1 permite constatar que nos exemplos B, D e E, para os quais o ângulo de inércia sísmico tem o mesmo valor ( $15^\circ$ ), os resultados de  $f_0/h$  e de  $L_u/h$  são praticamente iguais (cerca de 0,60 para o primeiro e 2,28 para o segundo. Este resultado é particularmente interessante dado que faz, aparentemente, depender estas duas grandezas, no que respeita à acção sísmica, apenas do valor do ângulo de inércia sísmico, independentemente, portanto, dos valores dos coeficientes sísmicos que conduzem a esse ângulo. A análise paramétrica que se inicia na secção seguinte começa, assim, exactamente por este ponto.

A consequência imediata do que se referiu é a de que nos casos em que a acção sísmica é definida por um coeficiente sísmico horizontal e por um coeficiente sísmico vertical que pode actuar com sentido descendente (positivo) ou ascendente (negativo), o condicionante é o valor negativo, por conduzir a maior ângulo de inércia sísmico. Tal pode verificar-se nos resultados dos exemplos B e C, sendo que os maiores valores de  $f_0/h$  e de  $L_u/h$  são obtidos para o exemplo B, que corresponde ao sinal negativo de  $k_v$  e, conseqüentemente, ao maior ângulo  $\theta$ .

Comparando agora os resultados obtidos para a situação sísmica com  $\theta = 15^\circ$  (exemplos B, C e D) com o caso estático (exemplo A), observa-se que, para a situação sísmica escolhida, o comprimento útil mais do que duplica face à situação estática. Observa-se também que o comprimento da profundidade enterrada é significativamente maior para o caso com sismo e o mesmo ocorre para a força na ancoragem (cujos valores não são, no entanto, incluídos no quadro). A propósito desta observação haverá que referir que estes resultados foram obtidos usando o mesmo ângulo de resistência ao corte (neste caso, de  $30^\circ$ ) para todos os exemplos; refere-se isto porque caso se pretendesse comparar os resultados para efeitos de dimensionamento, os valores de cálculo de  $\phi'$  não seriam provavelmente os mesmos, nos casos com e sem sismo, pelo facto de numa e noutra situação poderem ser aplicados coeficientes parciais de segurança diferentes.

No contexto do que se afirmou, verifica-se também que:

$$\frac{(L_u/h)_{\theta=15^\circ}}{(L_u/h)_{\theta=0}} = \frac{2,28}{1,12} = 2,04 > 1,54 = \frac{0,60}{0,39} = \frac{(f_0/h)_{\theta=15^\circ}}{(f_0/h)_{\theta=0}} \quad (28)$$

ou seja, constata-se que o sismo tem maior influência no cálculo do comprimento mínimo das ancoragens do que no comprimento da profundidade enterrada da cortina, o que se traduz num valor de  $\varepsilon$  menor no caso de  $\theta = 15^\circ$  e mostra a relevância da acção sísmica na avaliação da estabilidade global.

É também interessante comparar os resultados obtidos com os que se obtêm da aplicação da equação 1, mesmo tendo em atenção que os obtidos no presente estudo se referem a  $L_u$  e os daquela equação a  $L_\ell$ . Como se referiu, os resultados obtidos neste estudo dependem de  $\theta$ , e os da equação 1

dependem de  $k_h$ . Continuando a usar, para comparação, o caso  $\theta = 15^\circ$  e, no que respeita ao valor de  $k_h$ , o do exemplo E (o maior), obtém-se para este uma relação:

$$\frac{L_{\ell, \text{sismo}, k_h=0,3094}}{L_{\ell, \text{sem sismo}}} = 1 + 1,5 \times 0,3094 = 1,46 \quad (29)$$

que é inferior, portanto, à relação obtida no caso em estudo (2,04).

## 4 – ANÁLISE PARAMÉTRICA

Com o propósito de se estudar de que modo os vários parâmetros influenciam o cálculo do comprimento mínimo das ancoragens para garantir a estabilidade global, realizou-se uma análise paramétrica incidindo sobre: a relação  $k_v/k_h$ , o ângulo de inércia sísmico, o ângulo de resistência ao corte do solo, o ângulo da inclinação das ancoragens e o valor da sobrecarga actuante no tardo da estrutura.

### 4.1 – Influência da relação entre os coeficientes sísmicos vertical e horizontal

Na sequência do que se constatou nos exemplos B, D e E da secção 3.5, realizou-se um conjunto de cálculos para vários valores de  $\phi'$  e de  $\alpha$ , para  $q/(\gamma h) = 0$ ,  $a/h = 0,2$  e considerando duas relações  $k_v/k_h$  (-0,5 e +0,5), representando-se na Figura 5 os valores de  $f_0/h$  (que são independentes de  $\alpha$ ) e de  $L_u/h$  em função de  $\theta/\phi'$ . Incluiu-se nesta análise o caso de  $\alpha = 0$  (ancoragens horizontais) como situação limite, apesar de não realizável com ancoragens pré-esforçadas seladas no terreno.

A análise da Figura 5 permite constatar que, conforme se tinha verificado na secção 3.5, os resultados obtidos para  $f_0/h$  e para  $L_u/h$  são praticamente independentes da relação  $k_v/k_h$ , dependendo, sim, do ângulo  $\theta$ . Na realidade, o que se verifica é que existe uma muito pequena influência da relação  $k_v/k_h$ , irrelevante do ponto de vista prático, que até se anularia se os acréscimos de impulso activo e passivo devidos ao sismo fossem aplicados no mesmo ponto dos correspondentes impulsos estáticos.

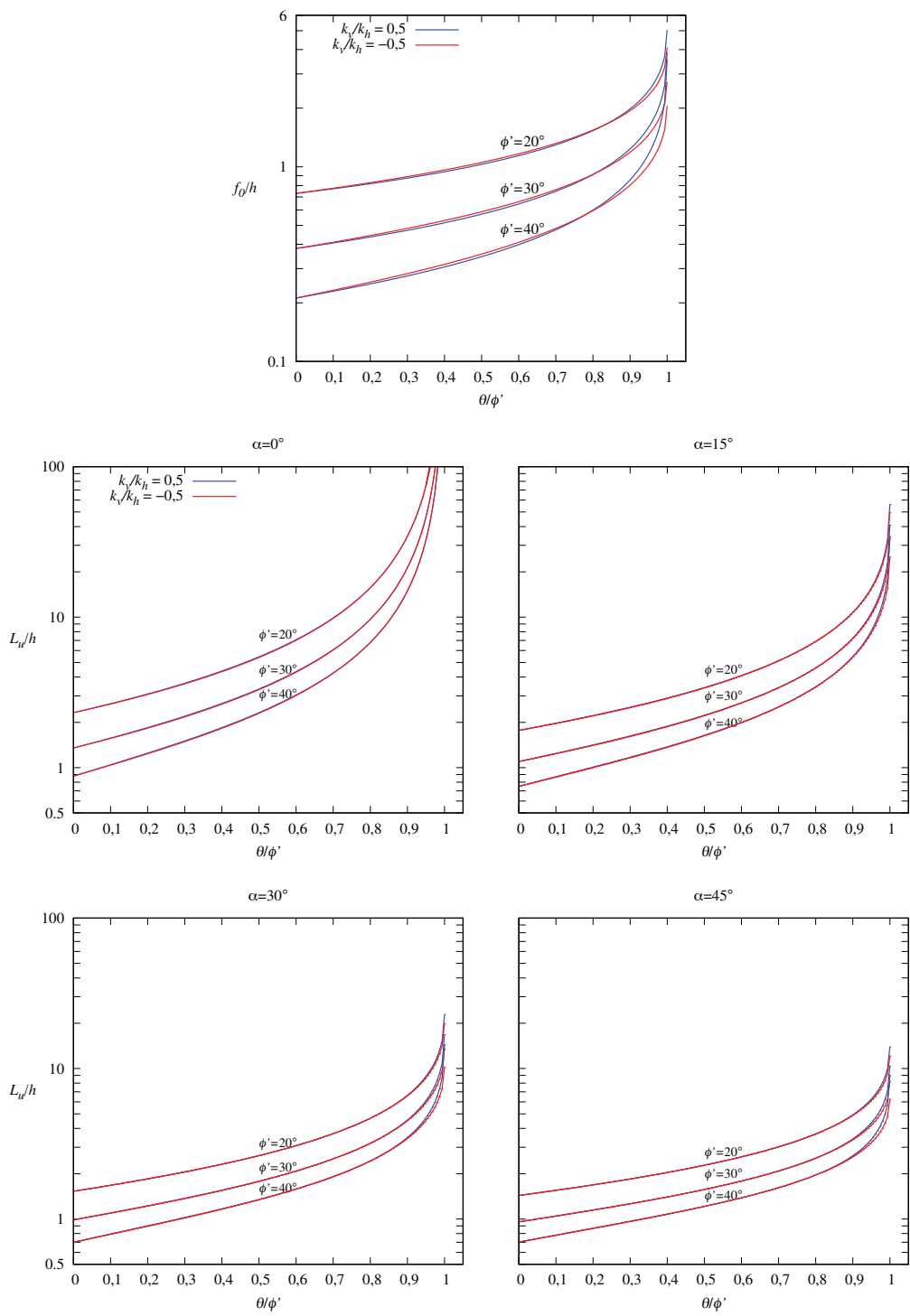
Estes resultados permitem, portanto, confirmar o que se referiu na secção 3.5: para cada conjunto de valores  $k_h$ ,  $k_v$  positivo e  $k_v$  negativo, interessa apenas considerar o caso de  $k_v$  negativo, que corresponde ao maior valor de  $\theta$ . Permitem também que a análise paramétrica que se segue seja feita apenas em termos de  $\theta$ , não sendo relevante para os resultados o valor de  $k_v/k_h$  adoptado.

### 4.2 – Influência do ângulo de inércia sísmico

A Figura 5 permite também analisar a influência do ângulo de inércia sísmico, representado em abcissas através da relação  $\theta/\phi'$ . Uma vez que, como se viu na secção anterior, o ângulo de inércia sísmico é o único parâmetro que, no âmbito deste trabalho, representa a intensidade da acção sísmica, verifica-se, como é natural, que o aumento desta grandeza implica o aumento dos comprimentos mínimos da altura enterrada e das ancoragens. Verifica-se também que, para valores muito elevados de  $\theta/\phi'$ , os referidos comprimentos aumentam muito significativamente, atingindo valores muito elevados, em particular para ângulos de resistência ao corte baixos e, no caso do comprimento das ancoragens, também para as menores inclinações das ancoragens.

### 4.3 – Influência do ângulo de resistência ao corte

A influência do ângulo de resistência ao corte pode igualmente ser observada na Figura 5. Para além do natural aumento dos comprimentos mínimos da altura enterrada e das ancoragens com a diminuição do ângulo de resistência ao corte, pode notar-se que este aumento é mais importante



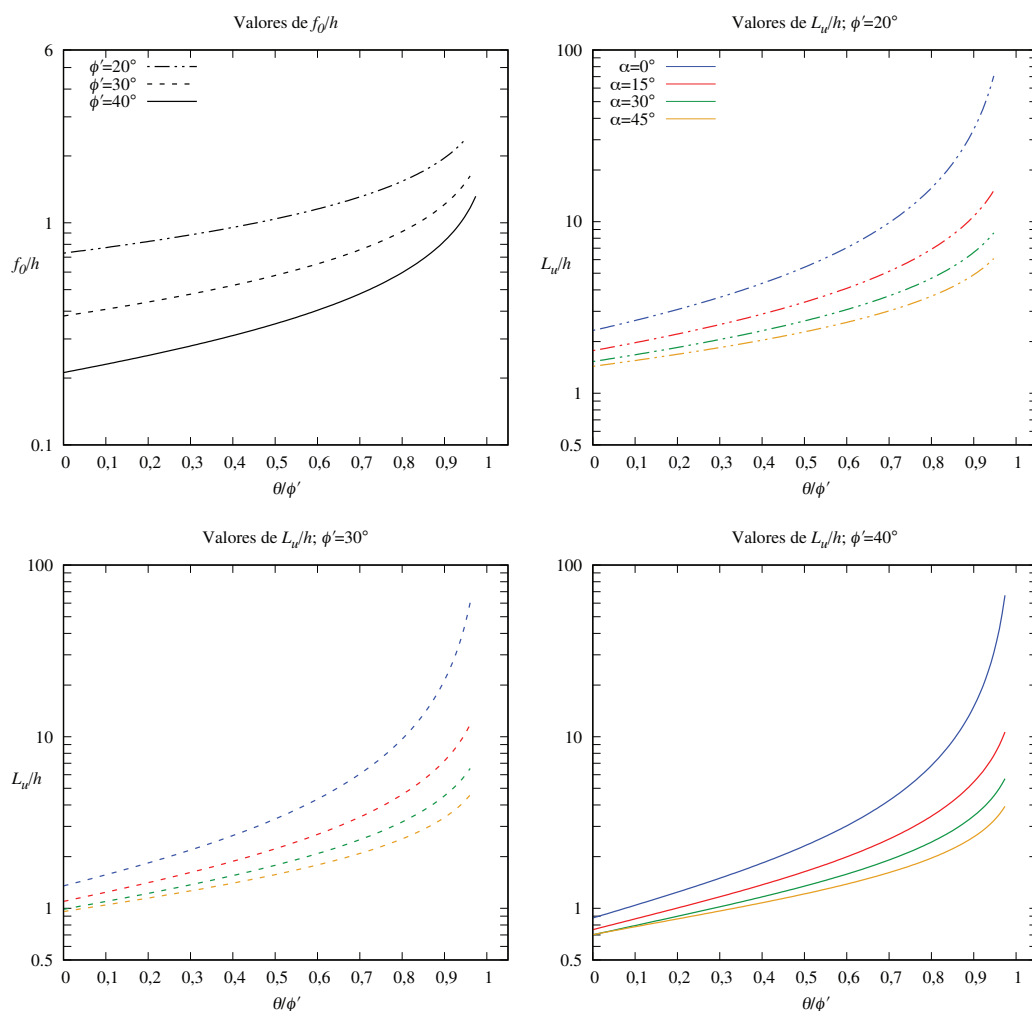
**Fig. 5** – Valores mínimos dos comprimentos  $f_0/h$  e  $L_u/h$  obtidos em função de  $\theta/\phi'$ , para dois valores da relação  $k_v/k_h$  (0,5 e -0,5),  $q/(\gamma h) = 0$ ,  $a/h = 0,2$  e para diferentes valores de  $\phi'$  e de  $\alpha$ .

para os menores ângulos de resistência ao corte. Pode também notar-se que, ao contrário, o maior aumento dos referidos comprimentos mínimos quando a relação  $\theta/\phi'$  se aproxima da unidade se verifica para os maiores valores do ângulo de resistência ao corte.

#### 4.4 – Influência da inclinação da ancoragem

Os resultados apresentados na Figura 5 poderiam também ser usados para a análise da influência da inclinação das ancoragens. Preferiu-se, no entanto, refazer os cálculos (considerando agora apenas o caso  $k_v/k_h = 0$ ) e reorganizar os resultados da forma que se apresenta na Figura 6.

Conforme se referiu anteriormente, o ângulo  $\alpha$  não influencia a profundidade enterrada, fruto do procedimento seguido; tem, no entanto, uma evidente influência no comprimento mínimo das anco-



**Fig. 6** – Valores mínimos dos comprimentos  $f_0/h$  e  $L_u/h$  obtidos em função de  $\theta/\phi'$ , para  $k_v/k_h = 0$ ,  $q/(\gamma h) = 0$ ,  $a/h = 0,2$  e para diferentes valores de  $\phi'$  e de  $\alpha$ .

ragens, o que é particularmente evidente nos menores valores de  $\alpha$ , que conduzem a comprimentos muito elevados, impraticáveis quando a acção sísmica é muito significativa. Para os maiores valores de  $\alpha$  a sua influência em  $L_u/h$  é menor.

#### 4.5 – Influência da sobrecarga

Para mostrar a influência da sobrecarga, escrita na forma adimensional  $q/(\gamma h)$ , foram realizados, para o caso  $\phi' = 30^\circ$ , cálculos para  $k_v = 0$ ,  $a/h = 0,2$ , diferentes valores de  $\phi'$ , de  $\theta/\phi'$  e para  $q/(\gamma h)$  igual a 0, 0,05, 0,2, 1 e 2.

Os resultados dos comprimentos mínimos da altura enterrada e das ancoragens são representados na Figura 7. Pode constatar-se que a sobrecarga só tem influência significativa quando a relação  $q/(\gamma h)$  assume valores muito elevados (superiores a 0,2).

Em resultado do que se referiu na secção 3.3, os gráficos da Figura 7 só consideram o efeito da sobrecarga,  $Q$ , quando esta tem um efeito desfavorável, isto é, quando se cumprir a inequação 25. Nas situações em que tal não acontece,  $Q$  foi considerada nula, o que na figura corresponde aos casos indicados a traço interrompido.

### 5 – PROPOSTA DE CRITÉRIO PARA A LOCALIZAÇÃO DAS SELAGENS DAS ANCORAGENS

Com base nos resultados apresentados e em resultados adicionais obtidos para diferentes valores do ângulo de resistência ao corte, propõe-se um critério para a localização da selagem das ancoragens para cortinas mono-apoiadas dimensionadas com o método do apoio móvel.

Esse critério está representado nas Figuras 8 e 9, que pretendem constituir uma forma gráfica prática para proceder ao (pré-)dimensionamento da altura enterrada e do comprimento das ancoragens mínimos de uma cortina mono-ancorada considerando a acção sísmica. Nestas figuras, os valores de  $f_0/h$  representam-se pelas linhas verticais que são função do ângulo de resistência ao corte do solo e do ângulo de inércia sísmico e podem ser lidos medindo o seu comprimento.

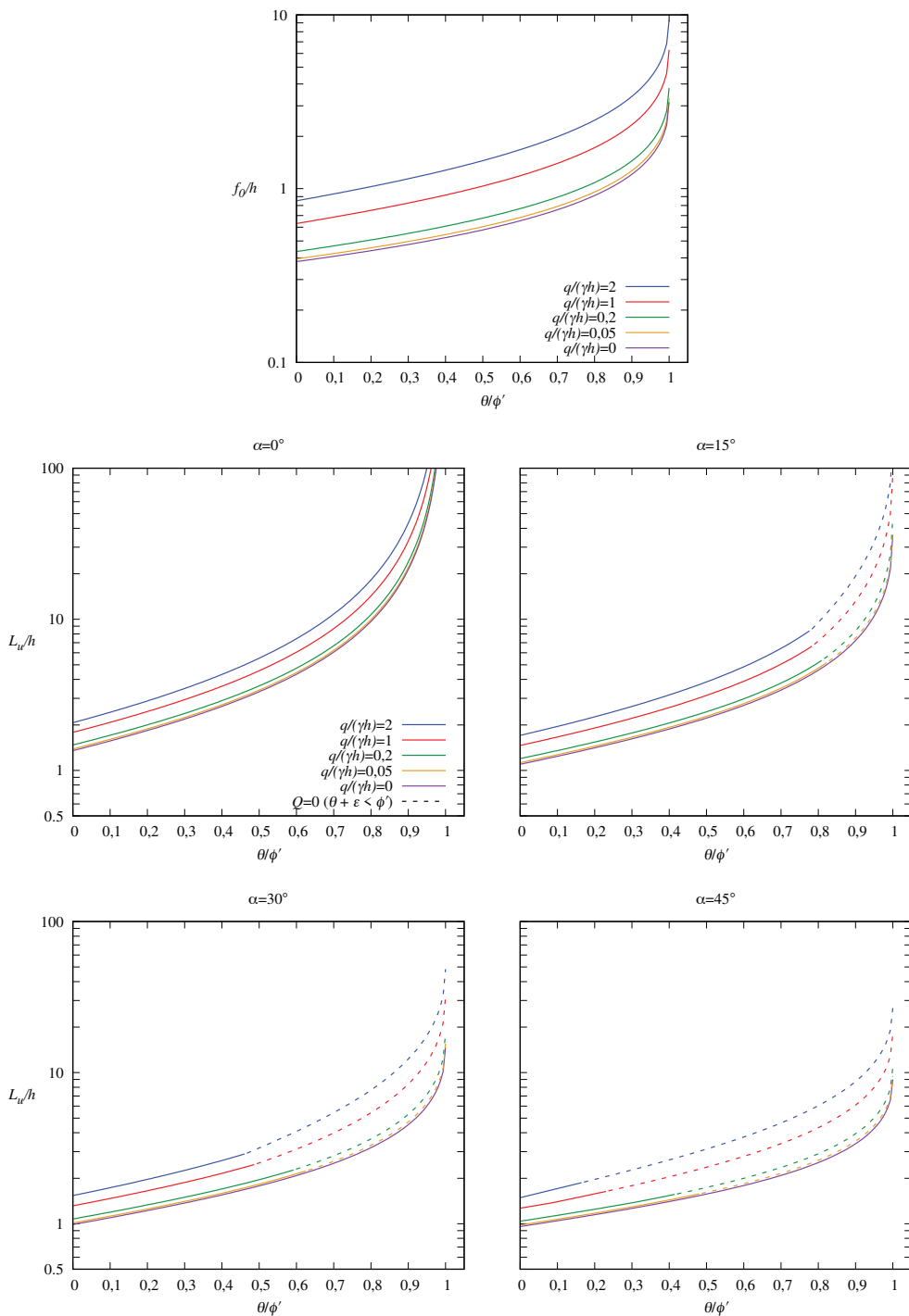
Os valores de  $L_u/h$  podem ser determinados medindo as distâncias, na direcção imposta pela inclinação das ancoragens, entre o ponto  $O$  e as linhas que definem as localizações dos centros das selagens das ancoragens. Estas são também função do ângulo de resistência ao corte do solo e do ângulo de inércia sísmico. Os resultados representados nas referidas figuras foram obtidos para  $k_v/k_h = 0$ ,  $q/(\gamma h) = 0$  e para  $a/h = 0,2$ . Faz-se notar que as linhas destas figuras que correspondem a valores constantes de  $\theta/\phi'$  têm um significado diferente da linha apresentada na Figura 1: na Figura 1 a linha define o comprimento livre mínimo ao passo que nas Figuras 8 e 9 as linhas definem o comprimento útil  $L_u$ .

Como exemplo, considere-se o caso em que o ângulo de resistência ao corte já afectado do coeficiente de segurança apropriado é igual a  $30^\circ$ ,  $\alpha = 20^\circ$ , um ângulo de inércia sísmico de  $12^\circ$  (correspondente a  $\theta/\phi' = 12/30 = 0,4$ ). O ângulo de resistência ao corte define o gráfico a usar, neste caso o gráfico inferior da Figura 8, que está de novo representado na Figura 10.

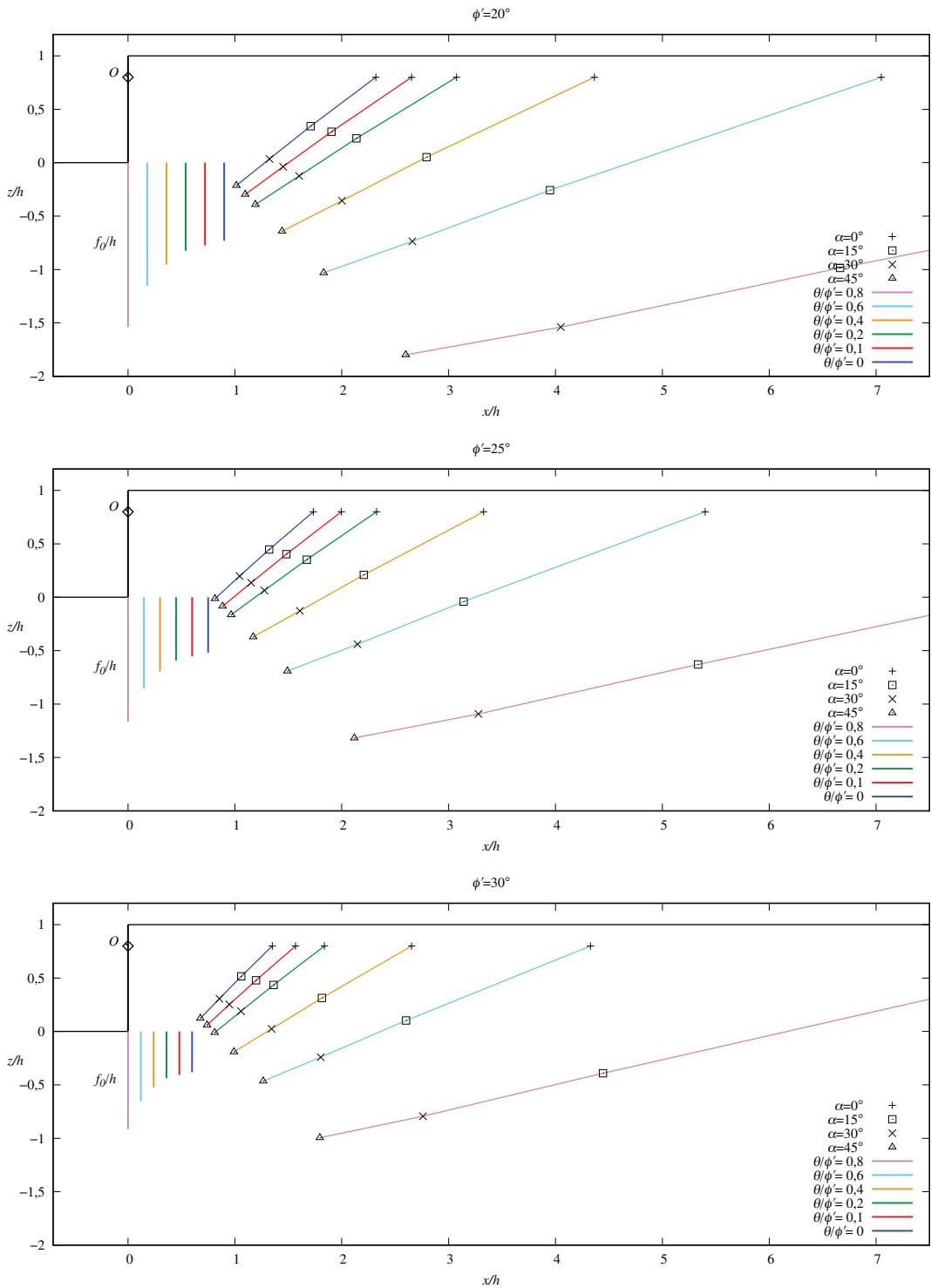
A partir do ponto  $O$ , representa-se a linha com a inclinação das ancoragens, tendo-se que o ponto de intersecção desta linha com a correspondente a  $\theta/\phi' = 0,4$  permite definir o comprimento mínimo  $L_u/h$ , tal como assinalado na Figura, que é de 1,70.

### 6 – CONCLUSÕES

Apresentou-se uma metodologia para o dimensionamento de cortinas mono-ancoradas sob acções sísmicas com base nos métodos do apoio simples e de Broms. Os resultados obtidos traduzem uma situação de equilíbrio limite, tanto para o comprimento da profundidade enterrada como para

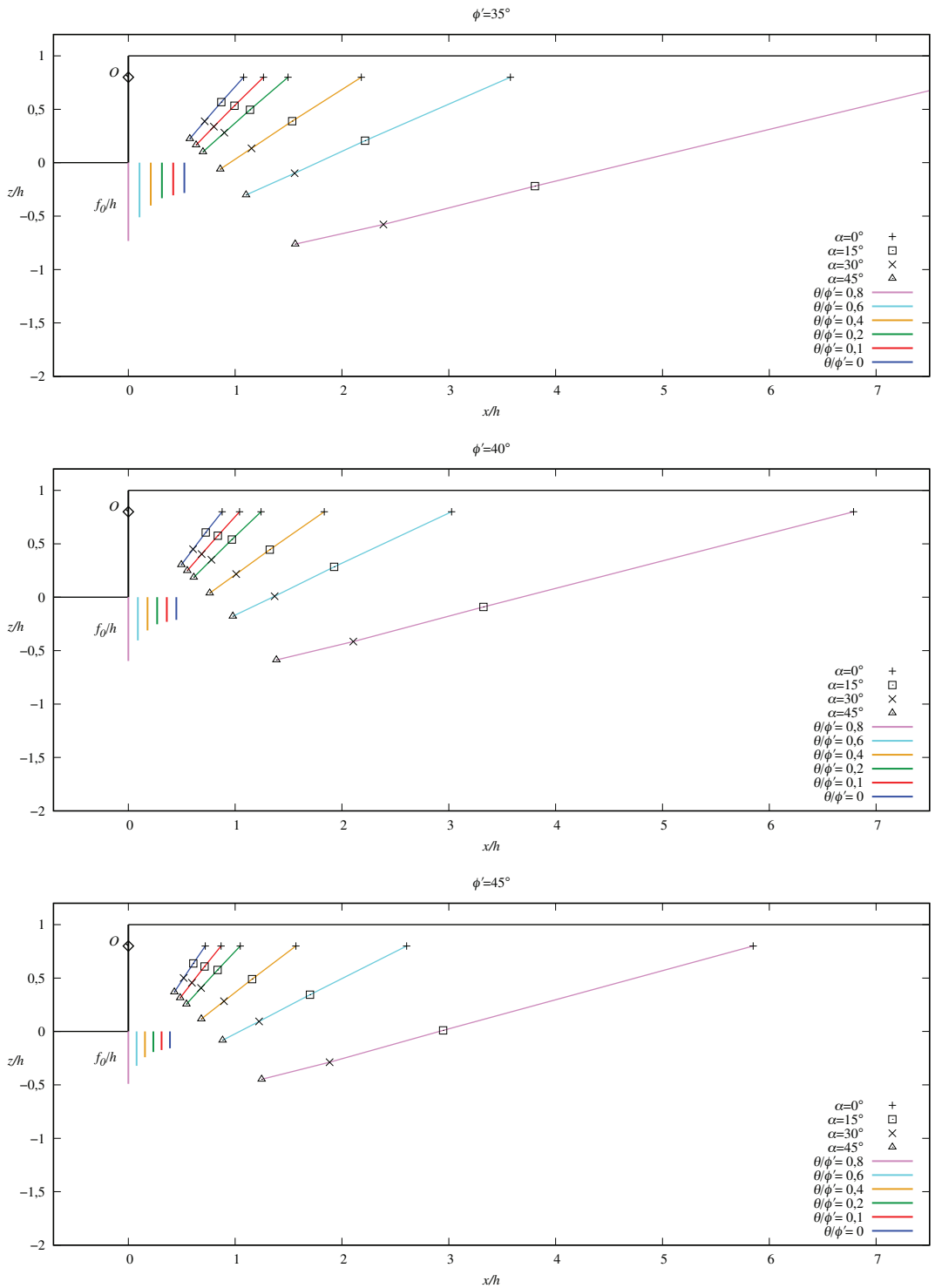


**Fig. 7** – Valores mínimos dos comprimentos  $f_0/h$  e  $L_u/h$  obtidos em função de  $\theta/\phi'$ , para  $k_v/k_h = 0$ ,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $a/h = 0,2$  e para diferentes valores de  $\alpha$  e de  $q/(\gamma h)$ . A traço interrompido estão os casos em que  $Q$  foi considerado nulo, por  $\theta + \varepsilon$  ser inferior a  $\phi'$  (ver secção 3.3 e equação 25).

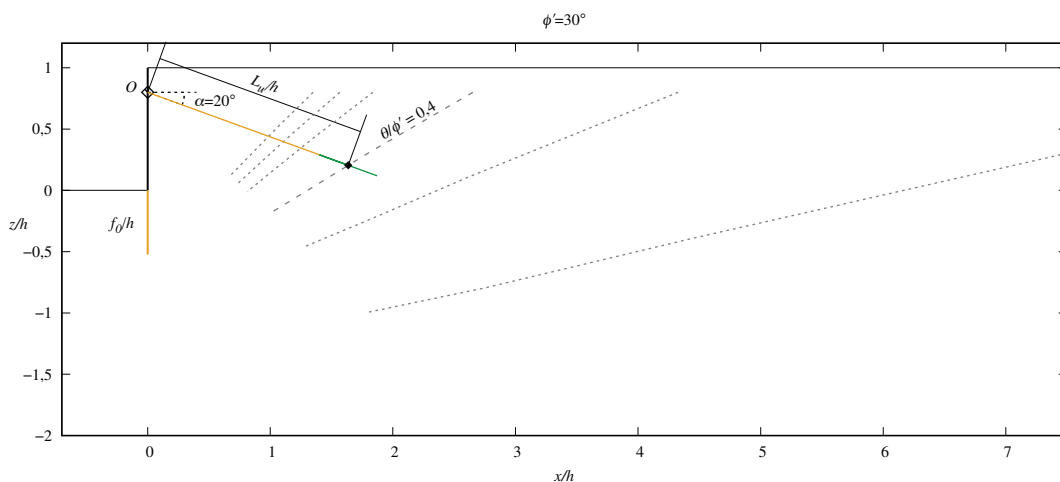


**Fig. 8** – Proposta gráfica para a escolha da localização do centro das selagens das ancoragens para  $\phi' = 20^\circ$ ,  $25^\circ$  e  $30^\circ$ . Para utilização prática, os valores de  $\phi'$  devem ser os valores afectados de coeficiente de segurança.





**Fig. 9** – Proposta gráfica para a escolha da localização do centro das selagens das ancoragens para  $\phi' = 35^\circ$ ,  $40^\circ$  e  $45^\circ$ . Para utilização prática, os valores de  $\phi'$  devem ser os valores afectados de coeficiente de segurança.



**Fig. 10** – Exemplo de aplicação da proposta de critério para a localização das selagens das ancoragens para o caso de  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\alpha = 20^\circ$  e  $\theta/\phi' = 0,4$ .

o comprimento útil das ancoragens, pelo que, para utilização em (pré-)dimensionamento os coeficientes de segurança devem ser aplicados a  $\phi'$  e a  $q$ , sendo os valores de cálculo destas grandezas aqueles que devem ser considerados. Tal procedimento é adequado à Combinação 2 da Abordagem de Cálculo 1 do Eurocódigo 7, que será a condicionante na verificação da estabilidade global.

Mostrou-se que a acção sísmica pode ser unicamente representada pelo ângulo de inércia sísmica, o que equivale, na prática, a que a situação condicionante seja a que considera o valor negativo do coeficiente sísmico vertical,  $k_v$ .

Mostrou-se igualmente que o efeito da sobrecarga no comprimento útil mínimo das ancoragens é muito pequeno para valores de  $q/(\gamma h)$  inferiores a 0,2, a que deverá corresponder a maioria dos casos práticos.

Com base nestes pressupostos, foram preparadas figuras que podem facilmente ser usadas como critério para o pré-dimensionamento do comprimento útil das ancoragens.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASCE (1993). *Retaining and Flood Walls. Technical Engineering and Design Guides as Adapted From the U.S. Army Corps of Engineers, No. 4*. ASCE Press, New York.
- Broms, B. B. (1968). *Swedish tieback system for sheet pile walls*. Proceedings of the 3rd Budapest Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp. 391–403.
- Jelinek, R. e Ostermayer, H. (1967). *Zur Berechnung von Fangedämmen und verankerten Stützwänden*. Bautechnik, 44, pp. 167–171;203–207. Em alemão.
- Kranz, E. (1953). *Über die Verankerung von Spundwänden*. Wilhelm Ernst & Sohn. Em alemão.
- Mesquita, J. S. (2019). *Estabilidade global de cortinas mono-ancoradas sob acções sísmicas*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, <http://hdl.handle.net/10362/94881>

- Mononobe, N. e Matsuo, H. (1926). *On the determination of earth pressures during earthquakes*. Proceedings of the World Engineering Conference, vol. 9, pp. 177–185. Em japonês; obra não consultada directamente.
- NP EN 1997-1 (2010). *Eurocódigo 7, Projecto Geotécnico, Parte 1: Regras Gerais*. CT115, Instituto Português da Qualidade.
- NP EN 1998-5 (2010). *Eurocódigo 8, Projecto de estruturas para resistência aos sísmos. Parte 5: Fundações, estruturas de suporte e aspectos geotécnicos*. CT115, Instituto Português da Qualidade.
- Okabe, S. (1926). *General theory of earth pressure*. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers, 12(1), pp. 123–134. Em japonês; obra não consultada directamente.
- Ranke, A. e Ostermayer, H. (1968). *Beitrag zur Stabilitätsuntersuchung mehrfach verankerter Baugrubenumschließungen*. Bautechnik, 45(10), pp. 341–350. Em alemão.
- Santos Josefino, C., Guerra, N. M. C., e Antão, A. N. (2014). *Reapreciação dos métodos de Kranz e de Broms aplicados a cortinas mono-apoiadas: resultados preliminares*. Actas do 14º Congresso Nacional de Geotecnia, Covilhã, UBI, 6-9 Abril. Sociedade Portuguesa de Geotecnia. Publicado em CD.
- Santos Josefino, C., Guerra, N. M. C., e Antão, A. N. (2017). *Influence of the embedded length on the overall stability of single anchored retaining walls*. Soils and Rocks, 40(2), pp. 133–145, <https://doi.org/10.28927/SR.402133>
- Seed, H. B. e Whitman, R. V. (1970). *Design of earth retaining structures for dynamic loads*. Proceedings of the ASCE Specialty Conference: Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, pp. 103–147.
- Steedman, R. S. e Zeng, X. (1990). *The influence of phase on the calculation of pseudo-static earth pressure on a retaining wall*. Géotechnique, 40(1), pp. 103–112, <https://doi.org/10.1680/geot.1990.40.1.103>