

## REDUKCIJA DUŽINE MJERENE ELKETRONSKIM DALJINOMJERIMA

Veljko PETKOVIC — Zagreb

Elektronskim daljinomjerima mjeri se kosa dužina dvostrukog puta do signala\*).

Obzirom na gotovo jednovremeno vraćanje zrake pretpostavlja se da obe putanje padaju zajedno.

U koliko se koriste aktivni reflektori onda se mjereni podatak odnosi na dužinu krivulje koja u obliku luka  $D$  spaja električne centre daljinomjera centriranih iznad tačaka koje označavaju centar u geodetskom smislu definiranih krajeva dužine.

Ako se mjeri elektrooptičkim daljinomjerima električni centar daljinomjera i geometrijski centar pasivnog reflektora predstavlja krajne tačke na putu  $D$  elektromagnetskih valova.

Električni centar instrumenta ili geometrijski centar pasivnog reflektora redovito nisu identični s tačkom kojom se centriira instrument ili reflektor. Za definitivna računanja i izjednačenja ovako mjerene dužine reduciraju se na nivo ploh u odnosu na ravninu projekcije. Prije toga je potrebno ispraviti dužinu dobivenu neposrednim mjerenjem za:

a) popravku za brznu tj. razliku stvarnog koeficijenta loma zrake  $n$  i  $n_0$  usvojenog za automatsko računanje dužine za instrument s digitalnom registracijom

$$\Delta l = D' (n_0 - n).$$

$D'$  je dužina koja se dobija iz podataka očitanih na brojčaniku daljinomjera, a u mjernom dijelu instrumenta se automatski računaju na osnovi ugrađene vrijednosti za  $n_0$ . Za razne daljinomjere  $n_0$  se kreće u granicama od 1,000 108 do 1,000 325. Uvođenjem ove popravke dobiva se za dužinu putanje zrake izraz

$$D = D' \pm \Delta l;$$

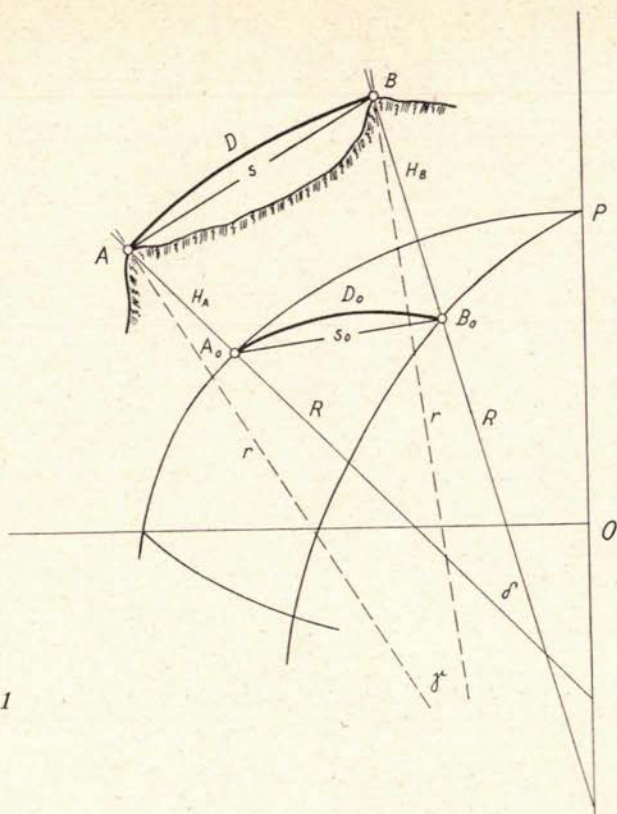
b) ekscentričnost stajališta;

c) konstruktivne karakteristike pojedinih daljinomjera koje su vezane za određivanje mjerila dužine, odnosno određivanje vremena prolaza signala.

d) pogrešku položaja nulte tačke tj. razliku električnog i geometrijskog centra daljinomjera odnosno reflektora i stvarnog centra tačke sa koje se mjeri. Ove razlike redovito nisu tačno poznate i nemogu se tačno odrediti, pa

Adresa autora: Veljko Petković dipl. ing. — Geodetski fakultet, Zagreb — Kačićeva ul. 26

\* Petković: Brzina svjetlosti u mjerenjima elektronskim daljinomjerima Geodetski list 1—3, 1969.



Slika 1

će se ponekad u mjerenjima zadržati kao pogreške sistematskog karaktera.  
Kosu dužinu

$$S = \frac{c_0 t}{2n} + l_1 \quad (1)$$

sl. 1. treba reducirati na horizont po formuli (2).  $c_0$  je brzina širenja elektromagnetskih valova u vakuumu,  $t$  je vrijeme prolaza signala u oba smjera,  $n$  koeficijent loma zrake određen podacima neposrednog mjerenja temperature, vlage i pritiska,  $l_1$  popravka dužine uslijed zakrivljenosti putanje zrake elektromagnetskih valova. Vidi izraz (7).

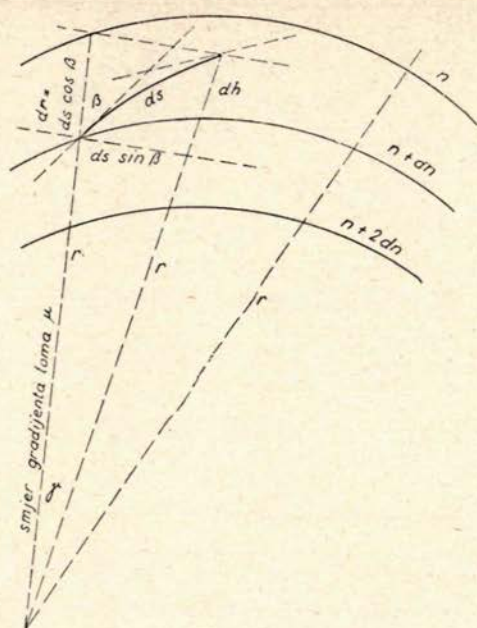
U tu svrhu potrebno je odrediti visinske razlike krajnjih tačaka trigonometrijskim nivelmanom ili nekim drugim podesnim načinom. Izbor zavisi o tačnosti koju treba postići, a data je izrazom

$$dS \approx \frac{H}{S} dH$$

gdje je  $dS$  pogreška dužine,  $dH$  pogreška određivanja visinske razlike.

$$S' = \sqrt{S^2 - \Delta H^2}$$

Slika 2



Ukoliko je dužina manja od 10 km. i kvocijent  $\Delta H/S < 0.03$  redukcija na horizont može se računati formulom

$$l_2 = S' - S = - \frac{\Delta H^2}{2S} \quad (2)$$

Redukcija za nadmorsku visinu niže tačke A data je izrazom

$$l_3 = - \frac{SH_A}{R}$$

ili za srednju visinu tačaka

$$l_3 = - \frac{SH_m}{R} = - \frac{S(H_A + H_B)}{2R}$$

Ukupna će onda redukcija dužine S na nivo plovu mora biti data izrazom

$$l_0 = S + (l_2 + l_3) \quad (3)$$

Putanja elektromagnetskih valova, koje emitiraju odašiljači elektronskih daljinomjera uslijed utjecaja atmosferskih uvjeta koji mijenjaju njihovu brzinu širenja, nije pravac već dio luka radiusa dat izrazom

$$r = \frac{n}{\text{gradijent } n \sin \beta} \quad (4)$$

ili približnim izrazom

$$r = - \frac{dh}{dn} \quad (4)$$

gdje je  $n$  = koeficijent loma,  $\beta$  = kut između pravca gradijenta loma odnosno radiusa slojeva zraka i tangente na krivulju ds putanje zrake elektromagnetskih valova,  $dh$  = visina slojeva zraka sl. 2.

Krivulja je konveksnog oblika i njeni se stvarni elementi mogu odrediti tim tačnije ukoliko su izvršena opsežnija mjerenja temperature, vlage i pritiska. Ova jednadžba vrijedi za proizvoljne dužine dok su razlike u slojevima atmosfere diferencijalne veličine.

Na osnovi mnogobrojnih ispitivanja koja su vršena na raznim stranama svijeta o utjecaju atmosferskih uvjeta na širenje elektromagnetskih valova došlo se do zaključka da je njihova putanja luk kružnice  $r$ , za mikrovalove jednak  $r_M = 4R$ , a za svjetlosne valove  $r_S = 8R$ .

Taj odnos predočen razlomkom

$$k_{M,S} = \frac{R}{r_{MS}} \quad (5)$$

daje refrakcioni koeficijent ili relativnu zakrivljenost zrake, pozitivnu u smislu zakrivljenosti zemaljske površine.

Prema formuli (5) dobiva se za svjetlosne valove da je  $k_S = 0,125$ , a za mikrovalove  $k_M = 0,250$  odnosno za  $r =$  cca 25 000 km., a za  $r_S =$  cca 50 000 km.

Pošto je

$$r - R = F(D, n)$$

to će se prema tome i koeficijent  $k$  mijenjati s promjenom dužine i atmosferskih uvjeta. Za računanje su uzete približne vrijednosti za radius  $r$ .

Prelaz sa luka  $D$  na tetivu  $S$  daje izraz

$$S = 2r \sin \frac{\gamma}{2} = 2r \sin \frac{D}{2r}$$

sl. 1. Ako se ova jednadžba razvije u red dobva se

$$S = D - \frac{D^3}{24 r^2} + \frac{D^5}{1920 r^4}$$

Treći član ove jednadžbe može se zanemariti pošto za slučaj mikrovalova  $k_M = 0,250$  i dužine 1000 km. iznosi tek 1 mm.

Popravci dužine uslijed zakrivljenosti putanje zrake elektromagnetskih valova računaju se onda prema izrazu

$$l_1 = -\frac{D^3}{24 r^2} = -k^2 \frac{D^3}{24 R^2} \quad (7)$$

Korekciju dužine zbog zakrivljenosti zemljine površine odnosno za prelaz sa tetive na luk elipsoida dobiva se prema formuli

$$D_0 = R \delta = 2R \arcsin \frac{S_0}{2R}$$

Ako se ovaj izraz razvije u red dobiva se za

$$D_0 = S_0 + \frac{S_0^3}{24 R^2} + \frac{3 S_0^5}{640 R^4} + \dots$$

Zanemarili se treći član koji je za  $S = 200$  km jednak cca 1 mm dobiva se za dužinu geodetske linije odnosno krivulje normalnog presjeka izraz

$$D_0 = S_0 + \frac{S_0^3}{24 R^2} = S_0 + l_4 \quad (8)$$

Korekcija za zakrivljenost putanje  $l_1$  i zakrivljenost zemaljske površine  $l_4$  mogu se predočiti jednim izrazom

$$L = l_1 + l_4 = -k^2 \frac{D^3}{24 R^2} + \frac{S_0^3}{24 R^2}$$

Budući da su korekcije male veličine može se uzeti da je  $D = S_0$  nakon čega se dobiva

$$L = + \frac{(1 - k_{MS}^2)}{24 k^2} \cdot D^3 \quad (9)$$

Ovaj član je uvijek pozitivan, pa je formula za redukciju dužine data izrazom

$$D_0 = D + (l_2 + l_3) + L$$

odnosno već poznatom formulom

$$D_0 = \sqrt{\frac{\xi^2 - \Delta H^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right) \left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}} + \frac{(1 - k_{MS}^2)}{24 k^2} \cdot D^3 \quad (10)$$

Dužina na elipsoidu dobiva se iz geometrijskih odnosa mjerenih veličina i odgovarajuće plohe usvojenog elipsoida.

Za srednju geografsku širinu Jugoslavije  $\psi = 44^\circ$  i odgovarajući radius zakrivljenosti  $R = 6377$  km. faktor

$$\frac{1 - k_M^2}{24 R^2} = 0,000 101 \quad \text{za mikrovalove, a za svjetlosne valove}$$

$$\frac{1 - k_S^2}{24 R^2} = 0,000 096 \quad \text{Neki autori daju za k veličinu 0.75 bez obzira o ko-}$$

jim se valovima radi. S obzirom na razliku utjecaja atmosferskih uvjeta na mikrovalove i svjetlosne valove svakako je tačnije da se usvoje različite vrijednosti za koeficijente  $k_M$  i  $k_S$  kako je dato u tabeli I.

Vrijednosti za ove koeficijente koje su korištene za računanje redukcije u ovoj tabeli odnose se na normalne atmosferske uvjete tj. suhi zrak pri temperaturi  $0^\circ\text{C}$ , pritiska 760 torra i 0.03 % sadržine ugljičnog dioksida ( $\text{CO}_2$ ).

Iz ovog je vidljivo da su korekcije za dužine ispod 20 km. manje od točno-  
sti mjerenja, pa ih se zanemaruje

Tabela I

Dužina luka D u km.	redukcija u m za R = 6377 km.	
	$k_M = 0,25$	$k_S = 0,13$
10	0.001	0.001
20	0.008	0.008
30	0.026	0.027
40	0.061	0.065
50	0.126	0.126
60	0.217	0.218
70	0.329	0.346
80	0.492	0.516
90	0.700	0.735
100	0.961	1.009

Ukoliko se tačke računaju pojedinačno koordinate se određuju lučnim  
presjekom. Složene mreže trilateracije izjednačavaju se metodom uvjetnih  
ili posrednih mjerenja.

Sa ovako određenim stranama mogu se računati svi kutevi u trokutu po  
slijedećim ili nekim drugim već poznatim formulama

$$\cotg \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{S(S-a)}{(S-b)(S-c)}}$$

$$\cotg \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{S(S-b)}{(S-c)(S-a)}}$$

$$\cotg \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{S(S-c)}{(S-a)(S-b)}}$$

gdje je  $S = \frac{a+b+c}{2}$ , pa se i tim putem mogu izvršiti kontrole mjerenja.

#### LITERATURA:

1. N. Čubranić: Viša geodezija I dio, Školska knjiga Zagreb 1954
2. W Höpcke: Über die Bahnkrümmung elektromagnetischer Wellen und ihren Einfluss auf die Streckenmessung. ZfV. 1964/6
3. M. Janković: Inženjerska geodezija I dio, Tehnička knjiga Zagreb 1968 g.
4. Jordan (Eggert) Kneissl: Handbuch der Vermessungskunde. Band VI. M. V. Stuttgart 1966 g.
5. A. V. Kondraškov: Elektrooptičeski daljinomeri. Preveo na njemački Deumlich i Koitsch. Izdanje VEB, Berlin 1961. g.
6. V. Petković: Brzina svjetlosti u mjerenjima elektromagnetskim daljinomjerima. G. L. br. 13 1969.
7. K. Rinner: Über die reduktion grosser elektronisch gemessener Entfernungen. ZfV. 1956/2.
8. R. Sigel: Versuchsbeobachtungen mit dem tellurometer. ZfV. 1958/2.