

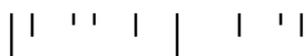


REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS, SUAS FUNÇÕES E RELAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 2.º ANO DE ESCOLARIDADE

Leonor de Matos Mendes

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2021-2022



REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS, SUAS FUNÇÕES E RELAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 2.º ANO DE ESCOLARIDADE

Leonor de Matos Mendes

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Orientador: Pedro da Cruz Almeida

2021-2022

| | ' ' | | ' ' |

Agradecimentos

Com a elaboração do presente relatório chega ao fim mais uma etapa da minha vida académica. Uma etapa com muitas aprendizagens, conquistas, sorrisos e lágrimas. É importante lembrar-me que ao longo desta não estive sozinha e, como tal, existem agradecimentos que não podiam deixar de ser feitos.

Começo por agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Pedro Almeida, por toda a paciência, motivação, disponibilidade e apoio constante.

De seguida, quero agradecer àquela que é a minha base. Por isso, à minha família um enorme obrigada por todo o apoio, quer nos momentos bons, quer nos menos bons e por toda a motivação que me deram ao longo de todo o percurso.

Agradeço também à minha companheira de todas as horas, àquela que está presente em todos os momentos, bons e menos bons, àquela que vive as minhas conquistas como se fossem suas e me dá uma força inexplicável em todas as ocasiões. À minha melhor amiga, à minha Inês, um obrigada gigante.

Como não podia deixar de ser, agradecer à minha Sofia, por tudo. Estivemos juntas do início ao fim do percurso e juntas havemos de continuar. Foram horas e horas de trabalho, de risadas, de choro, de partilhas, de tudo. Este percurso não faria o mesmo sentido se não tivesse sido feito contigo a meu lado. Juntas no «luxo e no lixo» sempre amiga.

Quero agradecer também à minha Bia por todos os bons momentos que passámos ao longo desta caminhada. Foram várias horas de trabalho, de gargalhadas e de muitas partilhas. Juntas começámos, juntas acabámos e juntas havemos de continuar, é tudo uma questão de iogurtes.

Não posso deixar de agradecer a todas as orientadoras cooperantes com as quais tive a oportunidade de trabalhar e realizar imensas aprendizagens e, também, a todos os alunos com os quais me cruzei ao longo do percurso e que tanto me ensinaram.

Agradecer também a todos os professores, das Escolas Superior de Educação de Setúbal e Lisboa, por todos os ensinamentos ao longo destes cinco anos.

Por fim, deixo um agradecimento a todos aqueles que ao longo destes anos se cruzaram no meu caminho e que, de uma forma ou de outra, me acrescentaram algo.

Resumo

O presente relatório desenvolve-se no contexto da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Na primeira parte do relatório é feita uma descrição das práticas pedagógicas desenvolvidas no 1.º e no 2.º Ciclo do Ensino Básico, assim como uma comparação crítica e reflexiva das duas práticas.

Na segunda parte apresenta-se o estudo empírico desenvolvido com alunos do 2.º ano de escolaridade na prática pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Este intitula-se “Representações matemáticas, suas funções e relações na resolução de problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade” e teve como finalidade compreender a que tipo de representações estes alunos recorrem para resolver problemas, o papel desempenhado por essas representações nos processos de resolução dos problemas e as relações que estabelecem entre os diferentes tipos de representações.

O estudo é de natureza qualitativa, tendo um carácter descritivo e interpretativo. Para recolher os dados privilegiaram-se as técnicas da observação participante e da entrevista a dois pares de alunos, tendo sido a análise de conteúdo a técnica utilizada para o tratamento dos dados.

Os resultados da investigação permitiram verificar que os participantes no estudo, para resolver os problemas, recorreram a representações físicas, visuais, verbais e simbólicas. Na sua maioria, as representações físicas foram utilizadas para rever os processos de resolução e interpretar a situação dos problemas, as visuais para obter a solução dos problemas e as simbólicas e verbais para explicar e justificar os processos adotados ao longo das suas resoluções. Quanto às relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações, verificou-se que os alunos tiveram mais facilidade em estabelecer relações entre as visuais e físicas e entre as verbais e visuais, manifestando alguma dificuldade na utilização de tabelas e respetiva relação com os outros tipos de representações.

Palavras-chave: Resolução de problemas, Representações matemáticas, Funções das representações, Relações entre representações, Educação Matemática

Abstract

This report is developed in the context of the Supervised Teaching Practice II curricular unit of the Master's degree in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and Maths and Science in the 2nd Cycle of Basic Education.

In the first part of the report a description is made of the pedagogical practices developed in the 1st and 2nd Cycles of Basic Education, as well as a critical and reflective comparison of both practices.

In the second part the empirical study developed with the second-grade students in the pedagogical practice of the 1st Cycle of Basic Education is presented. This study is entitled "Mathematical representations, their functions and relations in problem solving: a study with 2nd grade students" and it was aimed to understand what kind of representations these students resort to solve problems, the role played by these representations in the problem solving processes and the connections established between the different kind of representations.

This is a qualitative study, having a descriptive and interpretative character. In order to collect the data are privileged the techniques of participant observation and interview to two pairs of students, having been the content analyses the technique used for the data processing.

The investigation results allowed to verify that the participants in the study used physical, visual, verbal and symbolic representations to solve the problems. For the most part, the physical representations have been used to review the solving processes and interpretate the problems situation, the visual representations have been used to obtain the problems solution and the symbolic and verbal representations have been used to explain and justify the processes used throughout its resolutions. As to the connections established between the different kind of representations, it has been found that the students find it easier to link visual and physical representations and between verbal and visual representations, showing some difficulty in using tables and its respective connection with the other kinds of representations.

Keywords: Solving Problems, Mathematical representations, Representation functions, Connections between representations, Mathematic Education

Índice

1. Introdução	1
I Parte.....	4
2. Descrição da Prática Pedagógica Desenvolvida no 1.º CEB	5
2.1. A instituição	6
2.2. A turma	6
2.3. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção	7
3. Descrição da Prática Pedagógica Desenvolvida no 2.º CEB	11
3.1. A instituição	12
3.2. A turma	12
3.3. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção	13
4. Análise Crítica da Prática Ocorrida em Ambos os Ciclos.....	17
4.1. Desenvolvimento e Respetivas Competências Esperadas dos Alunos	18
4.2. Métodos de Ensino/Aprendizagem: Processos de Organização e Gestão do Currículo	19
4.3. Relação Pedagógica	21
4.5. Processos de Regulação e Avaliação das Aprendizagens e dos Comportamentos Sociais	22
II Parte	24
5. Apresentação do Estudo	25
6. Fundamentação Teórica.....	28
6.1. Problema: significado	29
6.2. Tipos de problemas	30
6.3. A resolução de problemas no Ensino da Matemática	31
6.4. Representações matemáticas: significado.....	32

6.5. Tipos de representações e conexões	33
6.6. As representações no Ensino da Matemática.....	37
6.7. As representações na resolução de problemas	38
7. Metodologia.....	41
7.1. Natureza do estudo.....	42
7.2. Participantes.....	43
7.3. Procedimentos de recolha de dados	44
7.3.1. Observação participante	45
7.3.2. Entrevista.....	45
7.4. Procedimentos de análise de dados.....	48
7.5. Princípios éticos do processo de investigação	49
8. Apresentação e Discussão dos Resultados	51
8.1. Problema 1 – A formação de equipas	53
8.1.1- Par AB.....	53
8.1.2. Par CD.....	54
8.2. Problema 2 – Os jogos de ténis.....	57
8.2.1. Par AB.....	57
8.2.2. Par CD.....	58
8.3. Problema 3 – <i>A ida à praia</i>	60
8.3.1. Par AB.....	60
8.3.2. Par CD.....	62
8.4. Síntese.....	65
9. Conclusões.....	68
10. Reflexão Final	72
Referências	76
Anexos.....	85

Índice de figuras

Figura 1 – Exemplos de representações gráficas.....	36
Figura 2 – Cinco tipos de representações e suas conexões	37
Figura 3 – Exemplo de resolução de um problema com recurso a uma representação visual	52
Figura 4 – Resolução do par AB do problema <i>A formação de equipas</i> com recurso a uma representação visual.....	54
Figura 5 – Representação simbólica utilizada pelo par AB na resolução do problema <i>A formação de equipas</i>	54
Figura 6 – Representação visual utilizada pelo par AB na resolução do problema <i>A formação de equipas</i>	56
Figura 7 – Resolução do par AB do problema <i>Os jogos de ténis</i>	58
Figura 8 – Resolução do par CD do problema <i>Os jogos de ténis</i>	59
Figura 9 – Representações utilizadas pelo aluno B. na resolução do problema <i>A ida à praia</i>	61
Figura 10 – Resolução do aluno A. (A) e do aluno B. (B) do problema <i>A ida à praia</i> com recurso a representações visuais	62
Figura 11 – Resolução do par CD do problema <i>A ida à praia</i> com recurso a representações visuais	63
Figura 12 – Resolução do par CD do problema <i>A ida à praia</i> com recurso a representações visuais	63
Figura 13 – Resolução do par CD do problema <i>A ida à praia</i> com recurso a representações verbais.....	64

Índice de tabelas

Tabela 1 – Datas de realização das três entrevistas	46
Tabela 2 – Categorias e subcategorias de análise.....	49
Tabela 3 – Tabela síntese dos tipos de representações utilizados ao longo da resolução do problema <i>A formação de equipas</i> e respetivas funções	56
Tabela 4 – Tabela síntese dos tipos de representações utilizados ao longo da resolução do problema <i>Os jogos de ténis</i> e respetivas funções	60
Tabela 5 – Tabela síntese dos tipos de representações utilizados ao longo da resolução do problema <i>A ida à praia</i> e respetivas funções.....	65
Tabela 6 – Tabela síntese das funções desempenhadas pelos diferentes tipos de representações.....	66
Tabela 7 – Tabela síntese das relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações.....	67

Lista de abreviaturas

ABRP	Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas
CCE	Conselho de Cooperação Educativa
CEB	Ciclo do Ensino Básico
MAB	Material Multibásico
MEM	Movimento da Escola Moderna
MTP	Metodologia de Trabalho por Projetos
NEE	Necessidades Educativas Específicas
OC	Orientadora Cooperante
PES II	Prática de Ensino Supervisionada II
PI	Plano de Intervenção
PIT	Plano Individual de Trabalho
PLNM	Português Língua Não Materna
SPCE	Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação
TEA	Tempo de Estudo Autónomo

1. INTRODUÇÃO

| " ' | | ' |

O presente relatório é desenvolvido no contexto da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), do curso de mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, da Escola Superior de Educação de Lisboa.

Esta unidade curricular tem como principais objetivos proporcionar aos estudantes a integração, na ação, das aprendizagens feitas nas outras unidades curriculares do curso, permitindo-lhes desenvolver, em contexto, competências para o seu desempenho profissional; compreender a forma como as escolas do 1.º e 2.º CEB funcionam; conceber, implementar e avaliar projetos curriculares de intervenção no 1.º e 2.º CEB; analisar e refletir sobre o papel do professor; conceber e organizar instrumentos intelectuais e práticos de gestão curricular; conceber e implementar propostas pedagógicas metodologicamente adequadas; e analisar e refletir sobre a ação. Em conformidade, o presente relatório tem como finalidades dar conta do percurso desenvolvido nas práticas pedagógicas no 1.º e 2.º CEB e apresentar o estudo empírico desenvolvido na prática do 1.º CEB.

Assim, o relatório encontra-se estruturado em duas partes fundamentais: (i) descrição sintética e comparação das práticas pedagógicas desenvolvidas no 1.º e 2.º CEB e (ii) apresentação do estudo desenvolvido.

A primeira parte encontra-se dividida em três capítulos, designadamente: (i) descrição sintética da prática pedagógica desenvolvida no 1.º CEB; (ii) descrição sintética da prática pedagógica desenvolvida no 2.º CEB; e (iii) análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos. Nos primeiros dois capítulos são apresentadas as finalidades educativas das instituições cooperantes, as turmas (fazendo-se referência aos anos de escolaridade, idades, níveis de desenvolvimento e principais aprendizagens e dificuldades encontradas) e a problematização dos dados recolhidos, através da qual se referem os objetivos gerais e estratégias globais de intervenção e de integração curricular definidas no Plano de Intervenção (PI), as atividades implementadas e os processos de avaliação e regulação aos quais se recorreu no decorrer dos estágios. No terceiro capítulo, é feita uma comparação crítica entre os dois contextos de estágio.

Relativamente à segunda parte, esta encontra-se dividida em cinco capítulos, nomeadamente: (i) apresentação do estudo; (ii) fundamentação teórica; (iii) metodologia;

(iv) apresentação e discussão dos resultados; e (v) conclusões. No primeiro capítulo é apresentado o tema objeto de estudo, os motivos da sua escolha, bem como os objetivos definidos para o estudo. No segundo capítulo é feita a revisão da literatura, na qual são explicitados os conceitos fundamentais, neste caso, da resolução de problemas e das representações matemáticas. Para além disso, é feita a sistematização de dados relativos a estudos associados à problemática em estudo. No terceiro capítulo dá-se conta da natureza do estudo, da caracterização do contexto no qual este decorreu, dos seus participantes, dos procedimentos de recolha e análise dos dados e dos princípios éticos associados ao estudo. No quarto capítulo apresentam-se os resultados da análise dos dados recolhidos, sendo estes sintetizados no capítulo seguinte, que diz respeito às principais conclusões do estudo.

Por fim, é feita uma reflexão final acerca dos contributos da PES II para o desenvolvimento profissional e pessoal da investigadora, assim como as referências bibliográficas e os anexos.

I PARTE

| ' ' | | ' ' |

2. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA
PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA
NO 1.º CEB
| ' ' | ' ' |

2.1. A instituição

A prática de ensino de 1.º CEB decorreu numa Instituição Particular de Solidariedade Social, situada em Lisboa. No que se refere à oferta educativa, esta instituição alberga as valências de berçário, creche, pré-escolar e 1.º e 2.º CEB.

O seu Projeto Educativo (2019-2021) tem por base alguns princípios que orientam e regulam a ação educativa, nomeadamente: (i) respeito pelas diferenças entre alunos e pelos seus interesses, ritmos e estilos de aprendizagem, centrando-se a ação na diferenciação pedagógica; (ii) aprendizagem centrada na interação social; (iii) papel ativo dos alunos na comunidade educativa; (iv) estabelecimento de parcerias com a comunidade, envolvendo-a no processo de ensino/aprendizagem; (v) promoção da cooperação entre os alunos para o sucesso escolar de todos; (vi) conhecimento construído através da planificação e avaliação do percurso realizado, sendo valorizada a explicitação aos outros de como se fez (vii) organização da vida na escola instituída em Conselho de Cooperação Educativa (CEE); (viii) gestão dos conteúdos feita de forma partilhada; e (ix) respeito pelas diferentes perspetivas pedagógicas dos trabalhadores da instituição.

2.2. A turma

A turma com a qual decorreu a prática educativa frequenta o 2.º ano de escolaridade e é constituída por 18 alunos, com idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos. Nesta existem 6 alunos do sexo feminino e 12 do sexo masculino, não existindo nenhum aluno com Necessidades Educativas Específicas (NEE). No entanto, existe um aluno cuja língua materna não é o português. No decorrer da prática foi possível constatar que os alunos são curiosos, amáveis, colaborativos, participativos, empenhados, gostam de propostas exploratórias, de desafios, de trabalhar em grupo, de realizar projetos e de tarefas, que envolvam o manuseamento de materiais.

Tendo por referência as idades dos alunos, pode afirmar-se, de acordo com a teoria de Piaget e em termos do seu desenvolvimento cognitivo, que estes se encontram no período das operações concretas. Este estágio é caracterizado pelo pensamento lógico por parte das crianças, pela perda do egocentrismo e pela “dificuldade em entender questões de natureza abstracta ou hipotética” (Feldman, 2001, p.425). Por outro lado, Feldman (2001), tendo como base a teoria de Vygotsky, afirma que “o desenvolvimento cognitivo

surge como consequência das interações sociais em que as crianças trabalham com outras para, em conjunto, solucionarem problemas” (p.429). Em conformidade, foi possível verificar que na sala de aula onde decorreu a prática, o apoio que a OC fornece, assim como as interações entre os alunos, permitem que estes progridam no desenvolvimento das suas capacidades cognitivas (Feldman, 2001).

Durante o período da prática respeitante à observação, através da realização da avaliação diagnóstica da turma, foi possível identificar um conjunto de potencialidades e fragilidades dos alunos, tal como se pode verificar no Anexo A. Com efeito, verificou-se que as maiores fragilidades dos alunos eram ao nível das componentes de português e matemática e das competências sociais. No que se refere à componente de português, estes revelavam ter dificuldades em escrever textos coerentes e coesos e em escrever algumas palavras de forma correta. Quanto à componente de matemática, os alunos evidenciavam ter dificuldades na comunicação matemática oral e escrita e nos conteúdos relacionados com as frações e o dinheiro. Por último, relativamente às competências sociais, os alunos mostraram ter dificuldade em pedir a palavra para participar, aguardar a sua vez para falar e resolver alguns problemas de forma autónoma.

2.3. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

Ao refletir-se sobre as fragilidades identificadas no Anexo A e através de conversas informais com a Orientadora Cooperante (OC), chegou-se à conclusão de que as fragilidades para as quais fazia mais sentido encontrar estratégias de intervenção eram as referentes às componentes do currículo de português e matemática. Assim, revelou-se fundamental encontrar estratégias para colmatar as dificuldades respeitantes à escrita de algumas palavras corretamente, à redação de textos coerentes e coesos e à expressão, oral e escrita de ideias e raciocínios matemáticos. Com efeito, a reflexão sobre os aspetos mencionados anteriormente, permitiu identificar um conjunto de questões:

- Que tipo de estratégias utilizar, de modo a desenvolver a explicação oral e por escrito dos raciocínios matemáticos?
- Como incentivar a produção escrita de texto com sentido social e objetivos comunicativos diversos?

– Que estratégias implementar para melhorar a correção ortográfica dos alunos?

Em conformidade com a problematização gerada anteriormente definiram-se dois objetivos gerais de intervenção: (i) Desenvolver a comunicação matemática; e (ii) Desenvolver competências textuais, de acordo com diferentes géneros textuais e objetivos comunicativos diversos.

Tendo por base os objetivos gerais de intervenção, definiram-se um conjunto de estratégias globais de intervenção e de integração curricular.

Para o objetivo geral 1, *Desenvolver a comunicação matemática*, pensou-se em estratégias no âmbito da matemática, do português, do estudo do meio e da educação física. No que se refere à matemática, pensou-se nas seguintes estratégias: (i) introdução da rotina “Explica como pensaste”; (ii) realização de tarefas em que os alunos devem explicar por escrito a forma como pensaram; e (iii) confrontação dos alunos com diferentes estratégias de resolução de problemas, passíveis de serem utilizadas para explicitar raciocínios matemáticos. Quanto a português, a estratégia proposta relacionou-se com a explicação oral e escrita das ideias e raciocínios matemáticos. Relativamente a estudo do meio, a estratégia pensada foi a realização de atividades práticas que implicassem a comunicação de observações, resultados e conclusões. Por fim, para educação física pensou-se na realização de jogos de expressão motora nos quais se integrassem conteúdos de matemática.

Para o objetivo geral 2, *Desenvolver competências textuais, de acordo com diferentes géneros textuais e objetivos comunicativos diversos*, pensou-se em estratégias no âmbito do português, da matemática, do estudo do meio, da expressão dramática/teatro e das artes visuais. No que diz respeito a português, as estratégias delineadas foram: (i) continuar a rotina do tempo de escrita e dos circuitos de comunicação; (ii) introduzir a rotina “caça ao erro”; (iii) apresentar à turma as estratégias utilizadas na revisão de textos a pares; (iv) construir uma coletânea de textos com diferentes tipologias; (v) fazer o levantamento e análise dos tipos de erros ortográficos de cada aluno; (vi) construir cartazes com as características de cada tipo de texto; e (vii) analisar textos-modelo. Relativamente à matemática, as estratégias propostas foram: (i) explicar por escrito as ideias e raciocínios matemáticos; e (ii) organizar e tratar os dados referentes aos erros ortográficos mais frequentes da turma. Quanto a estudo do meio, definiu-se a continuação

do trabalho por projeto, relacionado com as temáticas do interesse dos alunos, e a escrita de textos de diversos tipos relacionados com conteúdos de estudo do meio. No que se refere a expressão dramática/teatro, pensou-se na escrita de um texto dramático e na realização de improvisações com recurso a marionetas de luva. Por fim, para artes visuais propôs-se a construção de marionetas de luva e de cartazes, com as características de cada tipo de texto.

Para colocar as estratégias descritas anteriormente em prática, realizaram-se, ao longo das semanas de intervenção, atividades relacionadas com as diferentes componentes do currículo. Estas tiveram sempre por base o pressuposto de que a aprendizagem só é efetiva, se for significativa para os alunos. Com efeito, procurou-se realizar atividades que se relacionassem com acontecimentos e experiências dos alunos e cuja intencionalidade era colmatar as suas dificuldades. Assim, na componente de estudo do meio foram implementadas atividades práticas para promover a aprendizagem dos processos científicos (observação, classificação, previsão, interpretação de dados e comunicação) e jogos dinâmicos com o objetivo de potenciar a discussão e o debate por parte dos alunos. Na componente de português, as atividades implementadas foram: atividades de partilha de ideias, jogos, identificação das características de diferentes tipos de textos e construção de cartazes com essas características, melhoria de textos em coletivo, exploração de conteúdos gramaticais, revisão de textos, em grupo, com recurso a uma grelha de auto-avaliação e contacto com diferentes tipos de textos. Quanto à componente de matemática, optou-se por realizar atividades exploratórias com recurso à manipulação de materiais, como plasticina, sólidos geométricos de madeira, *polydrons* e palitos, e por utilizar plataformas digitais, designadamente o *Math Playground – Robot Builder*.

Para além do mencionado anteriormente, importa realçar que durante o período de intervenção também se privilegiou uma abordagem interdisciplinar e articulada do currículo. Assim, foram propostas algumas atividades que integravam diferentes componentes do currículo, tais como: (i) a construção de um álbum de animais, para o qual os alunos tiveram de elaborar um texto descritivo sobre um animal, referindo algumas das suas características (tipo de revestimento, reprodução, alimentação, entre outras); (ii) a leitura de poemas de modo dramatizado; (iii) a abordagem das frações com

recurso à leitura do livro “Frações na Cozinha” de Sara Rodi; (iv) a exploração das medidas de volume com recurso a atividades experimentais; e (v) a realização de jogos, em educação física, relacionados com o dinheiro e o cálculo mental.

Quanto à avaliação, pode afirmar-se que, no decorrer da prática, se procurou proceder a uma avaliação feita ao longo do processo, ao invés de se avaliar somente o produto, pois tal facto permite “regular e monitorizar a adequação e a pertinência das decisões adoptadas e possibilita a criação de contextos significativos de aprendizagem com qualidade” (Mendes, 2005, p.7). Deste modo, a modalidade de avaliação que se privilegiou foi a formativa. Assim, ao longo do período de intervenção procurou-se dar e solicitar o *feedback* dos alunos para “obter informação sobre o desenvolvimento da aprendizagem, com vista ao ajustamento de processos e estratégias” (Decreto-Lei n.º139/2012, p.3481) e, também, com a finalidade de ajudar os alunos a melhorarem o seu desempenho (Santos & Pinto, 2018).

Para além disso, existiu o cuidado de se incluir os alunos no processo avaliativo, para que estes tivessem a oportunidade de serem sujeitos ativos e responsáveis pela aprendizagem, desafiando-os a refletir e a questionar-se (Avões, 2015), através da autoavaliação (avaliação do Plano Individual de Trabalho (PIT)) e heteroavaliação (avaliação dos PIT dos colegas).

Por fim, torna-se importante referir que a avaliação realizada ao longo da intervenção permitiu verificar que as estratégias globais de intervenção e de integração curricular apresentadas anteriormente, assim como as atividades implementadas, se revelaram eficazes, uma vez que contribuíram para a atenuação das dificuldades dos alunos identificadas na avaliação diagnóstica.

3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA
PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA
NO 2.º CEB

| " | | " |

3.1. A instituição

A prática de ensino de 2.º CEB decorreu num estabelecimento de ensino público, situado no concelho de Sesimbra. No que se refere à oferta educativa, esta escola alberga as valências de pré-escolar e 1.º, 2.º e 3.º CEB.

Segundo o seu Projeto Educativo (2020/2024), a escola tem como principal objetivo “Criar uma escola que responda às necessidades de todos os nossos alunos, potencie as suas máximas competências e permita que cresçam e aprendam como indivíduos felizes” (p.4). Com efeito, a instituição segue alguns princípios orientadores que regulam a sua ação educativa, de modo que o objetivo explicitado anteriormente possa ser alcançado, designadamente: (i) envolver toda a comunidade nos processos educativos; (ii) inovar e melhorar continuamente as práticas pedagógicas, com a finalidade de garantir a melhoria das aprendizagens; (iii) promover o trabalho colaborativo; e (iv) promover uma educação inclusiva.

Para além do mencionado anteriormente, é importante referir que o trabalho realizado nesta instituição é centrado no desenvolvimento de projetos que alicerçam as aprendizagens curriculares das diferentes áreas de conhecimento. Tal facto revela-se fundamental, pois, e segundo o que se encontra expresso no Decreto-Lei n.º55/2018, através desta metodologia de trabalho os alunos desenvolvem competências “de pesquisa, avaliação, reflexão, mobilização crítica e autónoma de informação” (p.2929) e, também, algumas capacidades, tais como “o domínio de técnicas de exposição e argumentação e a capacidade de trabalhar cooperativamente e com autonomia” (p.2929), que lhes serão úteis para ultrapassar os desafios atuais da sociedade.

3.2. A turma

A turma com a qual decorreu a prática educativa é constituída por 41 alunos, de 5.º e 6.º ano, estando estes divididos em dois turnos: o turno A, composto por 21 alunos, 9 do 5.º ano e 12 do 6.º ano; e o turno B, composto por 20 alunos, 9 do 5.º ano e 11 do 6.º ano. Na turma sete alunos têm medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão, as quais têm como finalidade garantir-lhes “a equidade e a igualdade de oportunidades de acesso ao currículo, de frequência e de progressão no sistema educativo” (Pereira et al., 2018,

p.29). O português era a língua materna de todos os alunos da turma, não existindo, por isso, alunos Português Língua Não Materna (PLNM).

Os alunos têm idades compreendidas entre os 9 e os 11 anos, pelo que se encontram, de acordo com a teoria de Piaget e em termos do seu desenvolvimento cognitivo, no estágio das operações concretas. Este é caracterizado, segundo Feldman (2001), pelo pensamento lógico e pela perda do egocentrismo. De acordo com o que se observou durante a prática educativa, pode afirmar-se que os alunos da turma são calmos, gostam de trabalhar em grupo, de aulas práticas e de tarefas que envolvam o manuseamento de materiais.

Durante o período da prática respeitante à observação, através da realização da avaliação diagnóstica da turma, foi possível identificar um conjunto de potencialidades e fragilidades dos alunos, tal como se pode verificar no Anexo B. Com efeito, foi possível verificar que as maiores fragilidades dos alunos, no que se refere a ciências naturais, se relacionavam com a aprendizagem dos processos científicos e com a realização de atividades práticas (os alunos tinham dificuldades em formular hipóteses, prever resultados e em registar de forma rigorosa o que observavam). Relativamente a matemática, os alunos revelaram ter dificuldades na resolução de problemas e na comunicação oral e escrita dos seus raciocínios e ideias. Para além disso, os alunos mostraram, no que se refere às competências sociais, ter dificuldades em estudar autonomamente ao longo do semestre e cumprir o prazo de realização das tarefas propostas.

3.3. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

Após se refletir, em conjunto com as OC, sobre as fragilidades identificadas no Anexo B, chegou-se à conclusão de que, na área das ciências naturais, as fragilidades relativas aos processos científicos eram aquelas que mereciam uma maior atenção, tendo sido para estas que se delineou estratégias de intervenção. Por outro lado, no que se refere a matemática, chegou-se à conclusão de que seria relevante e necessário investir no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas. Para além disso, percebeu-se, que também seria pertinente investir na implementação de estratégias que ajudassem

os alunos a desenvolver hábitos de estudo. Neste sentido, a reflexão sobre os aspetos mencionados anteriormente, permitiu identificar um conjunto de questões:

– Que tipo de problemas matemáticos propor de modo a desenvolver a capacidade de resolução destes?

– Que tipo de abordagem privilegiar antes, durante e após a resolução de problemas?

– Que tipo de tarefas/ propostas de trabalho conceber de modo a desenvolver a aprendizagem de processos científicos?

– Como incentivar os alunos a estudarem autonomamente ao longo do semestre?

Em conformidade com a problematização gerada definiram-se como objetivos gerais de intervenção: (i) Desenvolver a capacidade de resolução de problemas; (ii) Desenvolver a aprendizagem de processos científicos; e (iii) Desenvolver hábitos de estudo.

Tendo por base os objetivos gerais de intervenção, definiram-se um conjunto de estratégias globais de intervenção e de integração curricular.

Para o objetivo geral 1, *Desenvolver a capacidade de resolução de problemas*, pensou-se nas seguintes estratégias: (i) propor a resolução de problemas relacionados com contextos próximos dos alunos, envolvendo percentagens e o projeto de turma: As Sementes da Esperança...Cuidar do amanhã; (ii) resolver problemas com recurso a diferentes representações; (iii) apresentar e discutir estratégias de resolução de problemas dos alunos; (iv) explicar oralmente e por escrito as ideias e raciocínios matemáticos; e (v) ler para compreender o enunciado dos problemas e a plausibilidade dos resultados obtidos.

Para o objetivo geral 2, *Desenvolver a aprendizagem de processos científicos*, as estratégias delineadas foram: (i) Realizar atividades práticas; (ii) Realizar atividades de Abordagem Baseada em Resolução de Problemas (ABRP); e (iii) Apresentar e discutir os resultados obtidos e as resoluções dos alunos.

Por fim, para o objetivo geral 3, *Desenvolver hábitos de estudo*, pensou-se em: (i) Realizar quizzes e jogos pedagógicos, como tarefa de casa; (ii) Realizar desafios semanais; e (iii) Realizar mapas conceituais de sistematização.

Para colocar as estratégias descritas anteriormente em prática, realizaram-se, ao longo das semanas de intervenção, diversas atividades. No processo de planeamento e conceção das atividades, partiu-se sempre da premissa de que é importante privilegiar-se metodologias de aprendizagem ativa, nas quais o aluno é o centro do processo de ensino/aprendizagem e o professor assume o papel de guia para o sucesso escolar (Direção-Geral da Educação, 2019).

Neste sentido, no que se refere a Ciências Naturais, privilegiou-se a utilização de plataformas digitais (Escola Virtual; Leya; *Jamboard*; *Plickers*; *Kahoot*; e *Nearpod*), a realização de atividades práticas e de atividades ABRP. Para além disso, privilegiou-se a realização de fichas de trabalho a que os alunos deveriam dar resposta, procurando e selecionando a informação contida nos materiais disponibilizados na *Classroom*, e de jogos dinâmicos. Por fim, para realizar as sistematizações dos conteúdos recorreu-se à apresentação de *Powerpoints* apelativos e à elaboração de mapas conceituais.

Relativamente a matemática, foram propostas tarefas aos alunos, para serem resolvidas em grupo, e, posteriormente, discutidas em grande grupo. Durante as discussões, privilegiou-se a realização de sistematizações acerca dos conteúdos explorados durante as mesmas. Por fim, recorreu-se, também, a ferramentas, como folhas de cálculo (*Excel*) e programas de geometria dinâmica (*Geogebra*).

Para além do mencionado anteriormente, ao longo da intervenção deu-se continuidade aos projetos da turma, através da realização de algumas atividades, designadamente: (i) a realização, em matemática, de uma atividade denominada “Materiais necessários para o cultivo da horta”, na qual os alunos tiveram de aplicar um desconto aos preços dos materiais que compraram para cultivar a sua horta, tendo feito depois a confrontação com o preço que efetivamente pagaram; (ii) análise das percentagens de oxigénio e dióxido de carbono presentes no ar aquando da realização da atividade prática de comparação da composição do ar inspirado com a do ar expirado; e (iii) realização de discussões, em grande grupo, para promover o desenvolvimento da expressão oral.

Quanto à avaliação, privilegiaram-se as modalidades de avaliação formativa e sumativa. No que se refere à avaliação formativa, pode afirmar-se que, durante o período de intervenção, se procurou pedir o *feedback* dos alunos acerca da compreensão dos conteúdos que estavam a ser abordados nas atividades desenvolvidas em aula e em casa, de forma a perceber se as fragilidades que estes afirmavam ter iam ao encontro das identificadas pelas estagiárias. Em conformidade, ao identificar as dificuldades dos alunos, procurou-se durante as sistematizações das atividades colmatar as dificuldades sentidas. Para além disso, houve a preocupação de fornecer *feedback* aos alunos, quer acerca da sua participação durante a aula, quer sobre o trabalho que estes desenvolveram ao longo das atividades e tarefas propostas, designadamente: fichas de trabalho, tarefas e desafios, atividades práticas, questionários e jogos, de forma a possibilitar a melhoria dos seus desempenhos (Santos & Pinto, 2018). Por outro lado, foi também utilizada a avaliação sumativa, em que “as evidências são usadas para inventariar as aquisições dos estudantes num certo momento da sua aprendizagem” (Santos & Pinto, 2018, p.508). Neste sentido, os instrumentos de avaliação a que se recorreu foram fichas de avaliação, questões de aula, questionários em plataformas digitais, materiais construídos pelos alunos, relatórios e trabalhos de grupo e respetiva apresentação oral. Para além do mencionado anteriormente, teve-se também o cuidado de incluir os alunos na sua própria avaliação, através do preenchimento dos seus planos de aprendizagem, em que estes monitorizam e avaliam as suas aprendizagens, e na avaliação dos seus colegas, ao serem dada a possibilidade de comentarem, por exemplo, a prestação dos seus colegas em apresentações orais, tendo por base rubricas de avaliação concebidas para o efeito.

Por fim, importa destacar que a avaliação realizada ao longo do período de intervenção permitiu constatar que as estratégias globais de intervenção e de integração curricular e as atividades desenvolvidas ajudaram a colmatar as dificuldades identificadas aquando da avaliação diagnóstica.

4. ANÁLISE CRÍTICA DA
PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS
OS CICLOS

| ' ' | | ' ' |

No presente capítulo será feita uma comparação entre os dois contextos de estágio, salientando-se os seguintes aspetos: (i) desenvolvimento e competências esperadas dos alunos; (ii) métodos de ensino/aprendizagem: processos de organização e gestão do currículo; (iii) relação pedagógica; e (iv) processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

4.1. Desenvolvimento e respetivas competências esperadas dos alunos

No que se refere ao desenvolvimento de competências por parte dos alunos, importa, em primeiro lugar, mencionar que, tendo por base a leitura dos Projetos Educativos de ambas as instituições antes do começo dos estágios, se esperava verificar nos alunos competências como a autonomia, responsabilidade, espírito crítico, cooperação, interajuda e capacidade de trabalhar em grupo. Esta expectativa adveio do facto de ambas as escolas se regerem por modelos pedagógicos que têm como finalidade o desenvolvimento destas competências. Em conformidade, foi possível verificar que os alunos tinham consciência de que são responsáveis pelos seus próprios atos, tendo a obrigação de responder pelos comportamentos adotados em determinadas situações. Para além disso, estes eram autónomos em alguns aspetos, evidenciando capacidade para reconhecer os seus pontos fortes e fracos, expressar as suas necessidades e pedir apoio. No entanto, apesar de revelarem autonomia nos aspetos mencionados anteriormente, os alunos apresentavam ainda algumas dificuldades em gerir de forma autónoma determinados problemas com que se confrontavam no seu dia a dia e, no caso dos alunos do 2.º CEB, estudar autonomamente ao longo do semestre (estes apenas estudavam quando sabiam que iam ter uma avaliação). Para além disso, os alunos evidenciavam, também, saber trabalhar em grupo, mostrando respeito pelas dificuldades uns dos outros e trabalhando juntos para atingir um objetivo comum: ajudar os colegas a ultrapassar as suas dificuldades. Por fim, verificou-se que os alunos revelavam ter capacidade de pensar criticamente, pois eram capazes de “observar, identificar, analisar e dar sentido à informação, às experiências e às ideias e argumentar a partir de diferentes premissas e variáveis” (Martins et al., 2017, p.24).

Por outro lado, tendo por base a realização da avaliação diagnóstica dos alunos em ambas as práticas, definiram-se, tal como mencionado nos capítulos 2 e 3, objetivos

e estratégias gerais de intervenção com o intuito de colmatar algumas das dificuldades identificadas na diagnose da turma. Com efeito, no que se refere ao desenvolvimento de competências relacionadas com os objetivos definidos, pode afirmar-se que, de um modo geral, em ambos os contextos, grande parte dos alunos se apropriou dos conteúdos explorados ao longo da intervenção, tendo alcançado as competências esperadas. Contudo, tanto no 1.º CEB como no 2.º CEB, o tempo de estágio revelou-se insuficiente para observar alterações consideráveis em alguns alunos, tendo o desenvolvimento das competências relacionadas com os objetivos definidos ficado aquém do esperado.

Considera-se que o processo de aquisição de aprendizagens foi facilitado, em ambos os estágios, pelas estratégias adotadas durante a prática. De acordo com Prince (citado por Direção-Geral da Educação, 2021) “os estudantes aprendem melhor quando se envolvem e participam ativamente na sua aprendizagem” (p.10). Com efeito, ao longo das intervenções privilegiou-se a adoção de metodologias de aprendizagem ativa. Procurou-se também propor atividades que fossem ao encontro das necessidades e dos interesses dos alunos, de modo a torná-las mais significativas para os mesmos. Para além disso, houve a preocupação de se privilegiar a metodologia de trabalho em grupo ou em pares, uma vez que através desta forma de trabalho os alunos juntam esforços para atingir objetivos e desenvolvem relações positivas entre si em contextos de colaboração, cooperação e interajuda (Martins et al., 2017).

4.2. Métodos de ensino/aprendizagem: processos de organização e gestão do currículo

De forma a fazer uma comparação entre os métodos de ensino/aprendizagem adotados nas duas práticas, torna-se relevante, em primeiro lugar, referir sucintamente os modelos pedagógicos que cada instituição segue.

A instituição onde decorreu a prática de 1.º CEB rege-se pelo modelo pedagógico do Movimento da Escola Moderna (MEM), que privilegia uma organização social do trabalho de aprendizagem escolar e o desenvolvimento sociomoral dos alunos (Niza, 1998). Com efeito, o modelo rege-se por princípios fundamentais, como: a promoção da participação ativa dos alunos na tomada de decisões e na construção do conhecimento; o respeito pelas especificidades de cada aluno; e a promoção do desenvolvimento de valores

cruciais para a vida em sociedade como a cooperação, a interajuda, o espírito crítico, a responsabilidade e a autonomia. Por outro lado, a escola na qual decorreu a prática de 2.º ciclo, centra o seu trabalho no desenvolvimento de projetos que aglutinam as diferentes componentes do currículo, baseando-se, por isso, na Metodologia de Trabalho de Projeto (MTP), que de acordo com Rangel e Gonçalves (2010) é uma metodologia utilizada para a resolução de problemas reais, ou seja, que são verdadeiramente sentidos como tal por aqueles que os vão tratar. Para além disso, a escola, tal como mencionado no capítulo 3, privilegia práticas de diferenciação pedagógica e considera fulcral que os alunos sejam sujeitos ativos na construção do seu próprio saber. Fazendo uma análise comparativa dos modelos pelos quais cada escola se rege facilmente se compreende que ambos se centram numa perspetiva socioconstrutivista do ensino, na qual a interação social desempenha um papel importante no desenvolvimento social, intelectual e moral dos alunos (Folque, 1999). Para além disso, através desta análise também se torna possível verificar que existem princípios comuns às duas instituições, tendo ambas como finalidade preparar os alunos para os desafios da sociedade, ao invés de lhes transmitir meramente conhecimentos referentes às diferentes componentes do currículo.

Apesar das semelhanças identificadas anteriormente, torna-se importante referir que também existem diferenças entre os contextos, nomeadamente no que se refere à gestão do currículo. No contexto de 1.º CEB, a participação dos alunos na gestão e organização curricular era mais ativa do que no contexto do 2.º CEB. No 1.º ciclo, os alunos tinham a oportunidade de escrever no diário da turma, na coluna respeitante ao “proponho”, aquilo que gostariam de fazer, sendo essas propostas analisadas em CCE. Com efeito, a agenda semanal de trabalho era construída tendo por base as propostas dos alunos. Para além disso, os alunos tinham também a oportunidade, de durante os momentos de CCE, agendarem parcerias para o Tempo de Estudo Autónomo (TEA) com os colegas, com a OC ou com as estagiárias, sendo eles os responsáveis por escolher o conteúdo que iria ser explorado durante esse tempo. Ainda referente ao TEA, importa mencionar que o trabalho desenvolvido pelos alunos, durante este momento, era planificado pelos próprios, tendo por base o conhecimento que tinham sobre o estado das suas aprendizagens (Abreu, 2006). No contexto do 2.º CEB, o panorama vivido, no que respeita à gestão do currículo, foi um pouco diferente. Neste contexto, os temas dos

projetos desenvolvidos partiam dos alunos, assim como acontecia com algumas atividades que eram desenvolvidas no âmbito destes. Contudo, a opção dos conteúdos a serem explorados, durante as aulas, não partia de sugestões dos alunos, mas de uma planificação previamente organizada pelas estagiárias em conjunto com as OC. No entanto, é importante ressaltar que os conteúdos explorados não eram descontextualizados, pois existia a preocupação de os relacionar com o projeto que se encontrava a ser desenvolvido pela turma.

4.3. Relação pedagógica

O estabelecimento de uma boa relação entre professor-aluno é crucial no processo de ensino/aprendizagem, uma vez que

é através desta relação que se pode criar um clima positivo na sala de aula, o qual favorece o sucesso em termos académicos, promove a autoestima de cada jovem e possibilita o desenvolvimento de formas de relacionamento saudável entre pares e para com os professores (Maya, 2000, p.20)

Neste sentido, ao longo da prática, tanto de 1.º CEB, como de 2.º CEB, procurou-se estabelecer relações afetivas e de confiança com os alunos, com a finalidade de estes se sentirem à vontade para partilhar o que pretendessem, bem como pedir ajuda em caso de necessidade. Para o efeito, tornou-se imperativo escutar as partilhas dos alunos sobre aspetos positivos e também sobre as suas inquietações, bem como conhecer as características individuais de cada um, de modo a poder respeitá-las. Deste modo, é possível afirmar que, apesar do tempo de prática ter sido relativamente curto, se estabeleceram relações bastante positivas com os alunos de ambos os ciclos de ensino, tendo estes proferido palavras e demonstrado atitudes que evidenciaram o seu agrado pelo trabalho desenvolvido e pela presença das estagiárias nas suas salas de aula. O que se sentiu, no que se refere à criação de relações, em ambos os estágios vai ao encontro do que Miranda (2008) afirma: “a interação professor-aluno ultrapassa os limites profissionais e escolares, pois é uma relação que envolve sentimentos e deixa marcas para toda a vida” (p.2).

Contudo, não só as relações com os alunos são importantes. Revela-se, também, essencial que seja criada uma boa relação com as OC e com a restante equipa docente e

não docente das escolas. Com efeito, a relação estabelecida com as OC foi bastante positiva. As OC, desde o primeiro dia, mostraram-se disponíveis para ajudar no que fosse necessário, demonstrando preocupação em perceber como é que todo o processo estava a correr. Para além disso, todos os feedbacks dados pelas mesmas foram cruciais para realizar aprendizagens, quer a nível pessoal, quer a nível profissional. Relativamente à restante equipa docente e não docente das instituições pode dizer-se que estas mostraram uma enorme preocupação em acolher as estagiárias, de modo que estas se sentissem confortáveis na escola, e em esclarecer qualquer dúvida que existisse.

Por fim, é importante referir que os aspetos mencionados anteriormente contribuíram para que, em ambos os contextos de estágio, existisse uma boa capacidade de integração no meio e o estabelecimento de boas relações.

4.5. Processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais

Quanto aos processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais, foram usados os mesmos em ambos os contextos. Tal facto tornou-se possível, uma vez que, tal como referido anteriormente, as duas escolas têm ideologias referentes ao processo educativo bastante semelhantes.

Em primeiro lugar é importante referir que no início de ambas as práticas se procedeu à realização da avaliação diagnóstica das turmas para se poder conhecer melhor os alunos do ponto de vista cognitivo, social e afetivo e, desta forma, equacionar estratégias de ensino e atividades adequadas às suas especificidades.

Para além disso, ao longo do processo interventivo foi dada primazia à modalidade de avaliação formativa, por esta ser importante, quer para o professor identificar as dificuldades dos alunos e a necessidade de modificar determinadas estratégias de ensino, quer para os alunos verificarem os aspetos que devem melhorar e aqueles em que estão a ter bons desempenhos. Para o efeito, procurou-se dar e, também, solicitar *feedback* aos alunos relativos ao trabalho desenvolvido. Deste modo, pode afirmar-se que os alunos foram envolvidos no processo avaliativo, não só quando forneciam *feedbacks* às estagiárias, mas também quando avaliavam os seus PIT (no caso do 1.º ciclo) e os Planos de Aprendizagem (no caso do 2.º ciclo) e quando avaliavam o desempenho dos seus colegas, por exemplo, nas apresentações de trabalhos. No que se refere aos instrumentos

de avaliação, utilizaram-se grelhas de registo de avaliação, tendo-se recorrido às técnicas de observação direta e participante e análise documental. Por fim, é importante realçar que no contexto de 2.º CEB se recorreu também à avaliação sumativa, elaborando-se para o efeito diversos materiais. Neste sentido, esta foi a única diferença ao nível dos processos avaliativos sentida nos dois contextos.

II PARTE

| " | | " |

5. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

| " | | | " |

A escolha do tema do presente estudo decorreu de uma motivação pessoal da investigadora, fomentada pela participação em encontros e por leituras relacionadas com o tema das representações matemáticas. Neste sentido, pode afirmar-se que o motivo mencionado para a escolha do tema vai ao encontro do critério da afetividade referido por Sousa e Baptista (2011), pois de acordo com este critério o investigador deve selecionar um tema pelo qual tenha uma forte motivação pessoal. Para além do mencionado anteriormente, a escolha do tema do estudo teve também em consideração o facto de as representações matemáticas terem um papel crucial no processo de ensino e aprendizagem da matemática, aspeto que faz com que a sua aprendizagem assuma grande importância no currículo recentemente entrado em vigor – *Aprendizagens Essenciais de Matemática* (2021). Os aspetos referidos anteriormente vão, também, ao encontro do mencionado por Sousa e Baptista (2011), uma vez que, segundo as autoras, a escolha do tema a ser estudado deve ter em consideração o facto de o mesmo ser pertinente, atual e de interesse geral. Por fim, para a escolha do tema existiu, também, a preocupação de se pensar num problema passível de ser estudado no período de tempo disponível para tal e de analisar a existência dos recursos necessários à investigação. As duas preocupações mencionadas estão em consonância com os critérios da exequibilidade e dos recursos referidos por Sousa e Baptista (2011).

Após se apresentar os motivos inerentes à escolha do tema da investigação torna-se necessário apresentar os seus objetivos. Neste sentido, e segundo as ideias de Sousa e Baptista (2011) o objetivo geral de um estudo indica “a principal intenção de um projecto, ou seja, corresponde ao produto final que o projeto quer atingir” (p.26). Em conformidade, o objetivo geral deste estudo é compreender a que tipo de representações os alunos, do 2.º ano de escolaridade, recorrem para resolver problemas, o papel desempenhado por essas representações nos processos de resolução dos problemas e as relações que estabelecem entre os diferentes tipos de representações. Por outro lado, as mesmas autoras referem que os objetivos específicos “permitem o acesso gradual e progressivo aos resultados finais” (p.26). Deste modo, pode afirmar-se que decorrentes do objetivo geral, emergiram os seguintes objetivos específicos:

- (i) Identificar as ideias dos alunos sobre os processos que usam na resolução dos problemas;

- (ii) Identificar o modo como os alunos recorrem a representações na resolução de problemas;
- (iii) Identificar a função desempenhada pelas representações que usaram nos processos de resolução de problemas;
- (iv) Identificar as relações que os alunos estabelecem entre os diferentes tipos de representações.

6. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

| " " | " "

6.1. Problema: significado

O professor, de acordo com as ideias de Boavida et. al (2008), pode recorrer a diferentes tipos de tarefas na sala de aula, sendo umas mais destinadas à memória e ao treino e outras promotoras do desenvolvimento de processos mais complexos de pensamento. Nesta linha de pensamento, Ponte (2005) afirma que existem duas dimensões fundamentais para categorizar as tarefas na aula de matemática: o grau de desafio matemático, que pode variar entre “reduzido” e “elevado”; e o grau de estrutura, que pode variar entre os polos “aberto” e “fechado”, consoante o grau de explicitação dos dados e condições e do foco da pergunta. Deste modo, e tendo por referência as ideias de Ponte (2005) apresentadas anteriormente, um problema é uma tarefa fechada, ou seja, uma tarefa “onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido” (Ponte, 2005, pp.7-8) e com um elevado grau de desafio. Para além de Ponte (2005), diversos autores apresentam, também, definições sobre o que é um problema. Com efeito, para Kantowski, 1977, citada por Veia, 1996 “um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos imediatamente disponíveis” (p.18). Borralho (1990), apoiando-se nas ideias de autores anteriores a si, defende que “um problema é uma questão em que o estudante não dispõe de nenhum processo rotineiro conhecido para o resolver, mas que lhe excita a curiosidade e o desejo de o solucionar” (p.74). Também o NCTM (2007) define problema como uma tarefa “cujo método de resolução não é conhecido antecipadamente” (p.57), devendo os alunos “explorar os seus conhecimentos” (p.57) para serem capazes de o resolver. A definição de problema de Boavida et al. (2008) vai ao encontro das apresentadas anteriormente, contudo os autores acrescentam algumas características que os problemas devem ter: a) ser compreensíveis pelos alunos, independentemente de a sua solução não ser imediatamente atingível; b) ser intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes; c) ter mais do que uma estratégia de resolução; e d) integrar diversos temas matemáticos.

Para além dos aspetos evidenciados anteriormente, é importante referir que, tal como menciona Moreira (citado por Baptista, 2018, p.12) há uma dimensão subjetiva no conceito de problema. Em conformidade, Boavida et al. (2008) referem que “ser ou não

ser problema não depende apenas da tarefa que é proposta, mas também do indivíduo a quem se propõe” (p.15) e do conhecimento prévio que este possui.

Procedendo à análise das diferentes definições de problema apresentadas anteriormente pode concluir-se que um problema é uma tarefa que exige a procura de um processo de resolução que ainda não se domina, não se socorrendo, por isso, quem o está a resolver, de conhecimentos imediatamente disponíveis. Para além disso, um problema só é encarado como tal pelos alunos, se estes se sentirem desafiados e motivados para o resolver. Em suma, pode afirmar-se que o significado atribuído a problema no presente estudo teve em consideração esta definição.

6.2. Tipos de problemas

Existem diferentes tipologias de classificação de problemas, propostas por diferentes autores (e.g. Polya, 1995; Stancanelli, 2001; Vale e Pimentel, 2004; e Boavida et al. 2008), tal como se pode verificar na tabela, que consta no Anexo C.

Para este estudo, optou-se pela classificação apresentada por Boavida et al. (2008). Esta consiste em três tipos de problemas, tendo por base, o enunciado e o processo de resolução dos problemas: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos ou investigações.

Os problemas de cálculo são aqueles em que os alunos têm de tomar decisões quanto à operação ou operações a aplicar, tendo em conta os dados do problema. Deste modo, durante a resolução de um problema de cálculo os alunos passam por um conjunto de etapas, designadamente: a) leitura do problema; b) avaliação dos dados fornecidos e do que lhes é solicitado; e c) realização da operação ou das operações que consideram adequadas ao problema em questão (Boavida et al., 2008). Assim, para resolver um problema deste cariz os alunos podem necessitar de efetuar apenas um passo (quando recorrem apenas a uma operação para resolver o problema) ou mais do que um passo (quando é necessário recorrer a mais do que uma operação para se obter a solução). Segundo os mesmos autores este tipo de problemas permite a aplicação de conceitos e destrezas já aprendidos. No entanto, não devem ser os únicos problemas a serem propostos, por poderem levar os alunos “a leituras demasiado rápidas, a análises superficiais ou a respostas sem qualquernexo” (Boavida et al., 2008, p.18).

Ao contrário dos problemas de cálculo, os problemas de processo não podem ser resolvidos apenas tomando decisões quanto à operação ou operações a aplicar. Estes, normalmente, estão ligados a contextos mais complexos e “requerem um maior esforço para compreender a Matemática necessária para chegar à solução, uma vez que tem de se recorrer a estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir” (Boavida et al., 2008, p.19). Os problemas de processo são uma boa oportunidade para desenvolver capacidades e introduzir conceitos.

Por fim, os problemas abertos ou investigações são aqueles em que pode existir mais do que uma forma para se encontrar a solução, bem como mais do que uma solução correta. Para os resolver, os alunos “têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão” (Boavida et al., 2018, p.20).

6.3. A resolução de problemas no Ensino da Matemática

A resolução de problemas foi reconhecida desde há muito tempo como o eixo organizador da renovação do ensino e aprendizagem da matemática (Veia, 1996). Tal, deveu-se ao facto de a perspetiva da resolução de problemas ser “consistente com uma visão da Matemática como actividade humana em que o processo de construção do saber matemático é reconhecido e valorizado” (Veia, 1996, p.41). Delgado (citado por Veia, 1996, p.41) afirma que, neste tempo, apesar de se atribuir muita importância à resolução de problemas, não existiam consensos relativamente ao seu significado e à melhor forma de os aplicar em sala de aula.

Atualmente, a resolução de problemas continua a ser uma capacidade matemática à qual é dada um grande ênfase, pois reconhece-se que esta permite a aquisição, por parte dos alunos, de “modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança perante situações desconhecidas, que lhes serão muito úteis fora da aula da matemática” (NCTM, 2007, p.57). Com efeito, a resolução de problemas apresenta um lugar de destaque nas Aprendizagens Essenciais de matemática, documento que, atualmente, deve orientar o ensino desta disciplina. De acordo com o que consta neste documento, um dos objetivos da aprendizagem da matemática no século XXI é “desenvolver a capacidade de resolver problemas recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias

apropriadas e obter soluções válidas” (Canavarro et al., 2021, p.3). Em conformidade, o NCTM (2007) considera que a resolução de problemas é um importante meio para os alunos aprenderem matemática.

Deste modo, para que a resolução de problemas estimule, efetivamente, a aprendizagem da matemática torna-se necessário que os professores deem aos alunos oportunidades para “formular, discutir e resolver problemas complexos que requeiram um esforço significativo” (NCTM, 2007, p.57) e para refletir sobre os raciocínios que fizeram. Para além disso, é também importante que os docentes estejam cientes de que a resolução de problemas (assim como o raciocínio matemático, a comunicação matemática, as representações matemáticas, as conexões matemáticas – internas e externas – e o pensamento computacional), é considerada uma capacidade matemática transversal (Canavarro et al., 2021), que faz parte de toda a aprendizagem matemática, não podendo, por isso, ser trabalhada isoladamente (NCTM, 2007).

6.4. Representações matemáticas: significado

O significado do termo “representações” é um aspeto muito discutido por diversos investigadores. Com efeito, na perspetiva de Goldin (2008), as representações são vistas como algo cujo objetivo é representar uma coisa, de determinada forma. O mesmo autor, considera a relação entre uma representação e o seu significado um aspeto bastante complexo. Corroborando esta ideia, Velez (2020) afirma que “uma representação pode representar vários objetos distintos e objetos diferentes podem ter uma mesma representação” (p.10), ou seja, um objeto matemático pode corresponder a diversas representações, como por exemplo, o número natural 36 pode ser representado de diferentes formas, tais como: “ 6×6 ”, “3 dúzias”, “dobro de 18” e “ $\frac{72}{2}$ ”, assim como cada uma destas representações pode estar associada a diversos objetos, dependendo do contexto. Para Tripathi (2008) as representações são construções mentais ou físicas que descrevem aspetos da estrutura de um conceito e as inter-relações entre o conceito e outros conceitos. Para além disso, para a autora, as representações permitem interpretar, comunicar e discutir as nossas ideias com os outros. Por outro lado, Ponte e Serrazina (2000) e o NCTM (2007) defendem que o termo “representações” se refere tanto ao processo de representar como ao respetivo produto, ou seja, refere-se “à aquisição de um

conceito ou de uma relação matemática expressa numa determinada forma e à forma, em si mesma” (NCTM, 2017, p.75).

Acrescentando aos aspetos mencionados anteriormente, Valério (2004) refere que quando se fala em representações matemáticas é importante abordar a dicotomia representação interna/representação externa. A este respeito importa mencionar que, apesar de existir uma relação entre os dois tipos de representações, uma vez que “quando representamos algo fisicamente estamos a criar uma relação em termos internos” (Valério, 2004, p.20), se revela também importante fazer uma distinção entre elas. Assim, segundo Dufour-Janvier et al. (citado por Valério, 2004) as representações internas “estão mais ligadas a imagens mentais que correspondem a formulações internas que construímos da realidade (no domínio do significado)” (p.21) e as representações externas, de acordo com o mesmo autor “referem-se a todas as formulações simbólicas (símbolos, esquemas, diagramas, etc...) que tem como objectivo representar externamente uma certa “realidade” matemática (no domínio do significante)” (p.21).

Por fim, torna-se importante referir que ao longo deste estudo o foco serão as representações externas dos alunos, que podem, tal como refere Stylianou (2011), evidenciar o percurso seguido pelos alunos na resolução de uma determinada questão matemática.

6.5. Tipos de representações e conexões

Segundo Ponte e Serrazina (2000) existem representações convencionais e representações não convencionais das ideias matemáticas. A este respeito, Valério (2004) também refere que as representações podem ser consideradas de duas formas, nomeadamente: a construção de representações pelos alunos (representações não convencionais) e a apresentação de representações para serem usadas pelo professor e pelo aluno para construir conceitos (representações convencionais). Segundo Dufour-Janvier et al., 1987 citados por Valério, 2004 nas escolas “as representações externas são impostas desde fora, e parece haver poucas oportunidades para as crianças construírem e explorarem as suas próprias representações matemáticas” (p.20). Neste sentido, torna-se relevante que os professores deem oportunidade aos alunos para construírem e discutirem as suas representações, pois tal aspeto apresenta repercussões positivas na sua aprendizagem. Contudo, a apropriação, por parte dos alunos, de formas de representação

convencionais não pode ser deixada de parte, pois é através da utilização destas que a sua aprendizagem da matemática fica facilitada, assim como a comunicação com os outros das suas ideias matemáticas (NCTM, 2007). Assim, aquilo que se pretende no processo de ensino e aprendizagem da matemática é que os professores partam das representações não convencionais dos próprios alunos para estabelecer ligações com as representações convencionais da matemática (Ponte & Serrazina, 2000).

Vários são os autores que têm categorizado as representações matemáticas convencionais (e.g. Bruner, 1962; Clement, 2004; NCTM, 2017; e Scheuermann & Garderen, 2008).

Bruner (citado por Boavida et al., 2008, p.71) não se referindo apenas às representações matemáticas, mas sim às representações do conhecimento em geral, classificou-as em três tipos: (i) **Representações ativas** – estão associadas à ação. A sua importância está associada à premissa de que o conhecimento surge através da ação. Neste sentido, manipular diretamente e adequadamente objetos (de uso corrente ou materiais didáticos) e simular situações, proporciona oportunidades para criar modelos ilustrativos, o que ajuda na construção de conceitos; (ii) **Representações icónicas** – estão associadas à organização visual, ao uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles, sendo, por isso, um tipo de representação que se distancia do concreto e do físico. Estas representações podem ser: elaboradas pelo professor, encontradas nos manuais, produzidas por sugestão do professor ou elaboradas pelos próprios alunos; e (iii) **Representações simbólicas** – “consistem na tradução da experiência em termos da linguagem simbólica” (p.71). Correspondem, aos símbolos que se utilizam para representar as ideias matemáticas, assim como às linguagens que envolvem um conjunto de regras fulcrais para o trabalho com a Matemática e para a sua compreensão.

Clement (2004), apoiando-se nas ideias de Lesh, Post e Behr (1987), identifica cinco formas de representar as ideias matemáticas: (i) **Imagens** – correspondem a imagens de ideias matemáticas que os professores desenharam, que surgem em livros didáticos ou aos desenhos que são utilizados pelos alunos. Segundo a autora, os desenhos criados pelos próprios alunos são importantes para que o professor perceba o que a criança entende sobre determinada ideia matemática, podendo socorrer-se desses desenhos para criar uma

discussão sobre uma certa ideia matemática; (ii) **Materiais manipuláveis** – correspondem a objetos que os alunos podem manipular e tocar. De acordo com a autora, esta manipulação permite, por exemplo, que os alunos identifiquem padrões, encontrem diferentes representações dos números, entre outros aspetos; (iii) **Linguagem oral** – surge como forma de os alunos relatarem as suas respostas e expressar o seu raciocínio, permitindo-lhes tornar explícito o conhecimento que, para eles, podia estar implícito; (iv) **Símbolos escritos** – correspondem aos símbolos matemáticos e às palavras escritas que estão associadas a esses símbolos. São, segundo as ideias da autora, as representações mais abstratas para os alunos; e (v) **Situações relevantes** – referem-se a contextos que envolvam ideias matemáticas apropriadas e despertem o interesse das crianças, ajudando-as a atribuir significado aos conceitos matemáticos.

O NCTM (2017), à semelhança de Clement (2004), apresenta uma categorização das representações matemáticas, baseada na proposta por Lesh, Post e Behr (1987). Deste modo, as representações podem ser: (i) **Físicas** – relacionadas com a manipulação de objetos e a simulação de situações; (ii) **Visuais** – relacionadas com a organização visual, ou seja, com o uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas, desenhos e tabelas; (iii) **Simbólicas** – relacionadas com a utilização de linguagem simbólica, como numerais, variáveis e “vocabulário matemático”; (iv) **Verbais** – relacionadas com a linguagem verbal, por isso, com a utilização de palavras e frases; e (v) **Contextuais** – relacionadas com o estabelecimento de relações entre as ideias matemáticas e alguns contextos do quotidiano dos alunos.

Por fim, torna-se importante mencionar a classificação de Scheuermann e Garderen (2008) referente às representações gráficas (representações visuais). As autoras consideram que são exemplos de representações gráficas os diagramas, as tabelas, os esquemas e os gráficos. Assim, as duas categorias apresentadas são: (i) **Representações pictóricas** – são utilizadas para representar imagens de objetos ou de pessoas com a finalidade de fazer uma ilustração dos elementos mais importantes do problema em questão; e (ii) **Representações esquemáticas** – são utilizadas para representar objetos ou pessoas que são os elementos-chave do problema, assim como as relações espaciais entre esses elementos e a forma como se “comportam” em conjunto.

De modo a ilustrar melhor a distinção feita por Scheuermann e Garderen (2008), apresenta-se o seguinte exemplo (figura 1):

Figura 1

Exemplos de representações gráficas

Problema: O Martim vai a uma loja de música para comprar cordas de guitarra para a sua banda. Se houver 3 guitarristas na banda e cada guitarra tiver 6 cordas, quantas cordas deve comprar o Martim?	
Representação Pictórica	Representação esquemática
	

Nota. Adaptado de Scheuermann e Garderen (2008)

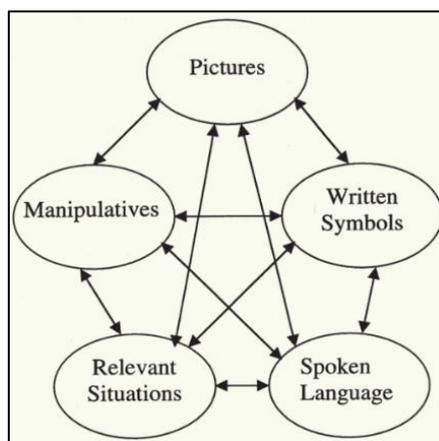
Na tabela que consta no Anexo D, sintetizam-se e procura-se mostrar relações possíveis entre as diferentes tipologias de representações matemáticas apresentadas anteriormente.

Após se referir as categorizações das representações matemáticas feitas por diversos autores, revela-se fundamental sublinhar a ideia de que “estas diferentes possibilidades de representação não devem ser entendidas como autónomas, independentes ou alternativas umas às outras” (Boavida et al., 2008, p.71), pois tal como refere Tripathi (2008) usar “diferentes representações é como examinar o conceito através de uma variedade de lentes, com cada lente a proporcionar uma perspetiva diferente que torna a imagem (conceito) mais rica e mais aprofundada” (p.439). Na mesma linha de pensamento, Clement (2004), também realça a importância de se estabelecer conexões entre os diferentes tipos de representações. De acordo com a autora, torna-se relevante que os professores comecem por focar a sua instrução nas representações que podem ser mais familiares aos alunos – situações relevantes, manipulações, imagens e linguagem oral –, para que se torne mais fácil a compreensão de determinados conceitos. Dado que para a maioria dos alunos o significado dos símbolos é mais abstrato, Clement (2004) afirma que só depois dos alunos estabelecerem conexões entre as restantes representações se deve ajudá-los a fazer conexões dessas representações para símbolos escritos.

Para concluir, apresenta-se a figura 2 que evidencia as conexões que se podem estabelecer entre diferentes tipos de representações e que tem como objetivo demonstrar que “qualquer uma das formas de representar se pode apoiar e apoia uma outra(s)” (Coelho, 2010, p.59).

Figura 2

Cinco tipos de representações e suas conexões



Nota. Adaptado de Clement (2004, p.100)

6.6. As representações no Ensino da Matemática

Um dos processos cruciais da Matemática, segundo Ponte e Serrazina (2000), é representar. Em conformidade, as representações matemáticas assumem um papel de destaque, não só no currículo nacional (Canavarro et al., 2021), mas também internacional, o que pode ser comprovado através da inclusão, por parte do NCTM, da Norma da Representação nos *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000).

As representações matemáticas podem ser utilizadas com objetivos distintos, nomeadamente: como ferramentas que auxiliam a comunicação matemática ou como ferramentas de apoio ao raciocínio (Canavarro et al., 2021). Neste sentido, o trabalho dos professores, em sala de aula, deve passar por promover o uso de representações variadas, com ambas as finalidades identificadas anteriormente.

Assim, para promover a utilização de representações como forma de expor ideias matemáticas, o professor deve, nas suas práticas, favorecer a comunicação matemática, dando a oportunidade aos alunos de partilharem as suas ideias, para que estas possam ser

“modificadas, consolidadas e aprofundadas por cada indivíduo” (p.59). Todavia, para que a comunicação matemática seja uma prática frequente na sala de aula, torna-se necessário que o professor ensine os alunos a comunicar as suas ideias, quer por escrito, quer oralmente (Ponte & Serrazina, 2000).

Tal como foi mencionado anteriormente, as representações não são utilizadas na aula de matemática somente como uma ferramenta para comunicar ideias, sendo também essenciais para apoiar o raciocínio dos alunos. Segundo o NCTM (2007) algumas formas de representação, como por exemplo diagramas, gráficos e expressões simbólicas, estão incluídas na matemática escolar já há muitos anos, sendo, muitas vezes, ensinadas e aprendidas como finalidades em si mesmas, o que é incorreto. Neste sentido, importa referir que os professores nas suas práticas não devem ensinar as representações como um fim em si mesmo, mas sim promover o uso de representações variadas e o estabelecimento de relações entre elas, tendo sempre em consideração que:

As representações deverão ser tratadas como elementos essenciais no apoio à compreensão, por parte dos alunos, dos conceitos e das relações matemáticas, na comunicação de abordagens, argumentos e conhecimentos matemáticos, para si mesmos e para os outros, na identificação de conexões entre conceitos matemáticos interrelacionados, e na aplicação da matemática a problemas realistas, através da modelação (NCTM, 2007, p.75).

6.7. As representações na resolução de problemas

As representações matemáticas, segundo Ponte e Serrazina (2000), revelam-se cruciais na resolução de problemas, uma vez que apoiam os alunos na “compreensão e solução de problemas” (p.43), assim como na comunicação das suas ideias e raciocínios aos outros (Araújo, 2014). Por outro lado, na perspetiva dos professores, as representações assumem-se como um objeto de estudo, na medida em que permitem compreender o modo como o aluno interpretou uma determinada tarefa: “Os professores poderão aperceber-se do raciocínio dos alunos e da sua apreensão dos conceitos matemáticos ao analisar, questionar e interpretar as suas representações” (NCTM, 2007, p.160).

Ao longo do tempo, as investigações no âmbito deste tema, tal como Vale e Pimentel (2012) referem, têm permitido comprovar que a utilização de diversas

representações é essencial para que os alunos adquiram maior flexibilidade no que se refere à destreza na realização de tarefas de resolução de problemas. A este respeito, o NCTM (2017) refere-se torna importante os alunos conseguirem abordar um problema sob vários pontos de vista e comutar entre representações até alcançarem a percepção da situação problemática e estarem prontos para seguir um caminho que os leve à solução da mesma. Com efeito, para que tal se torne possível é necessário “que vejam as representações como ferramentas que podem usar na resolução de problemas, em vez de as considerarem um fim em si” (NCTM, 2017, p.26).

Segundo as ideias do NCTM (2007) as representações matemáticas desempenham diferentes funções na resolução dos problemas, estando as mesmas agrupadas em quatro categorias, nomeadamente: (i) compreender a situação problemática; (ii) organizar as ideias matemáticas; (iii) registrar as ideias matemáticas; e (iv) comunicar as ideias matemáticas. No presente estudo, a análise das funções das representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas, teve por base a adaptação das categorias mencionadas anteriormente, elaborada por Canavarro e Pinto (2012). De acordo com estas autoras, as representações matemáticas podem desempenhar as seguintes funções: (i) interpretar a situação; (ii) estabelecer relações matemáticas; (iii) desocultar a estrutura matemática; (iv) obter a solução; (v) rever o processo de resolução; e (vi) explicar e/ou justificar o processo de resolução.

Por fim, torna-se importante referir que as investigações feitas com a finalidade de identificar o tipo de representações a que os alunos recorrem na resolução de problemas, revelam que no 1.º ano de escolaridade (Silva, 2014; Pinto & Canavarro, 2012) os alunos usam preferencialmente representações icónicas e simbólicas. No 2.º ano o panorama é igual, pois os alunos privilegiam as representações icónicas (Araújo, 2014), as representações simbólicas (Cenrada, 2012) e as duas em conjunto (Fernandes, 2014). No 3.º ano, através do seu estudo Baptista (2018) concluiu que os alunos recorrem com frequência a representações icónicas e simbólicas. Já Ladeira (2016), concluiu que os alunos do mesmo ano de escolaridade, utilizam com maior frequência as representações icónicas. No que diz respeito às funções das representações, no seu estudo Baptista (2018) concluiu que as representações tiveram diversas funções, tendo em conta o contexto do problema apresentado. Remetendo aos exemplos apresentados pela autora, pode afirmar-

se que: algumas representações ativas foram úteis para verificar conjeturas; algumas representações icônicas permitiram organizar os dados, interpretar situações e desvendar a estrutura do problema; e algumas representações simbólicas foram utilizadas para representar e comunicar a solução encontrada e outras para a resolução do problema em si.

O facto de os estudos mencionados anteriormente chegarem a resultados que não são unânimes levanta a questão sobre o que poderá estar na origem destas dissonâncias. Tal como mencionado anteriormente, o tipo de representações a que os alunos recorrem encontra-se relacionado com o que o professor ensina, com a forma como ensina e com o objetivo com que ensina as representações. Assim, entre vários fatores possíveis, será que o contexto de cada sala de aula, ou seja, o contexto em que se fez o trabalho de campo e o ambiente de aprendizagem promovido por cada docente nesse contexto não terá influência nos resultados do estudo?

7. METODOLOGIA

| ' ' | | ' ' |

7.1. Natureza do estudo

Tendo em conta o objetivo da presente investigação, optou-se por um estudo de natureza qualitativa com carácter descritivo e interpretativo. Segundo Sousa e Baptista (2011) a investigação qualitativa baseia-se “na compreensão dos problemas, analisando os comportamentos, as atitudes ou os valores” (p.56), tendo como objetivo, e de acordo com as mesmas autoras, estudar uma problemática que surgiu “através da revisão de literatura ou através da experiência ou vivências do investigador” (p.21). Nesta perspetiva, o presente estudo tem por base o comportamento dos alunos na resolução de problemas e surgiu de um gosto pessoal da investigadora pelo tema, fomentado pela leitura de artigos e participação em encontros relacionados com o mesmo.

Bogdan e Biklen (1994), apresentam cinco características para este tipo de investigação, as quais se verificam no presente estudo, designadamente: (i) “a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (p.47), pois este despande grandes quantidades de tempo para tentar compreender questões de âmbito educacional; (ii) a investigação é descritiva, uma vez que os dados recolhidos “são em forma de palavras ou imagens e não de números” (p.48) e são analisados de forma minuciosa; (iii) o processo é mais importante do que os resultados ou produtos; (iv) a análise dos dados é feita de forma indutiva, ou seja, os dados não são recolhidos com a finalidade “de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente” (p.50), mas sim “as abstracções são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando” (p.50); e (v) o significado é de grande importância, tentando o investigador compreender as perspetivas dos participantes em relação a determinados assuntos.

Tendo em conta as características apresentadas anteriormente, pode afirmar-se que no presente estudo a investigadora desempenhou um papel fundamental na recolha dos dados, dependendo a qualidade destes da forma como esta atuou durante este processo. Com efeito, produziram-se dados descritivos resultantes das transcrições das entrevistas realizadas, dos registos de observações e de documentos escritos (produções dos alunos), tendo sido a sua análise feita com base num quadro teórico de referência previamente estudado. Importa também mencionar que ao longo do desenvolvimento do estudo se procurou escutar e compreender as perspetivas dos participantes em relação a

aspectos de interesse para o estudo, sendo dada mais importância a todo o processo do que aos resultados.

Por fim, tal como mencionado anteriormente, a investigação, para além de assumir um paradigma descritivo, assume também um paradigma interpretativo, uma vez que o: paradigma interpretativo valoriza a explicação e compreensão holística das situações, o carácter complexo e essencialmente humano da actividade de interpretação do real e o papel privilegiado que nessa actividade toma o plano da intersubjectividade resultante do encontro e interacção de múltiplos actores sociais entre os quais se inclui a investigadora (Martinho, 2007, p.98).

7.2. Participantes

A presente investigação decorreu numa Instituição Particular de Solidariedade Social, situada na cidade de Lisboa, com uma turma do 2.º ano de escolaridade. A turma era constituída por 18 alunos, com idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos, existindo 6 alunos do sexo feminino e 12 alunos do sexo masculino.

Para a realização das entrevistas efetuadas no estudo foram selecionados apenas quatro alunos da turma, uma vez que se pretendia aprofundar a compreensão do modo como os alunos recorrem a representações na resolução de problemas, das funções que as representações desempenham nos processos de resolução destes e das relações que os alunos estabelecem entre os diferentes tipos de representações.

A seleção dos quatro participantes ocorreu durante as duas semanas de observação, nas quais foi possível acompanhar o trabalho desenvolvido pelos alunos na área da matemática, quer nos momentos coletivos, quer nos momentos de TEA. Assim, aquando destes momentos procurou-se observar e analisar determinados comportamentos dos alunos durante a realização das tarefas propostas, nomeadamente: a forma como se apropriavam do que era solicitado, o grau de autonomia na realização da tarefa, as estratégias a que recorriam na resolução das tarefas e a capacidade de explicitação das suas ideias e raciocínios, quer aos colegas, quer à OC e às estagiárias. Para além do mencionado anteriormente, é importante referir que as conversas informais com a OC foram importantes para construir uma imagem mais clara e fidedigna das principais características de cada aluno. Em suma, os aspetos referidos anteriormente possibilitaram a escolha dos quatro participantes no estudo, uma vez que permitiram a identificação dos

alunos que cumpriam os critérios considerados para a seleção: (i) capacidade para ler de forma autónoma; (ii) boa compreensão leitora; (iii) falar com clareza; e (iv) capacidade para explicitar ideias e raciocínios.

Por fim, é importante mencionar que se formaram pares para a realização das entrevistas. A escolha desta opção deveu-se ao facto de esta possibilitar a observação da troca de ideias entre os alunos. Para se seleccionar os pares teve-se em consideração as interações observadas entre alunos na sala de aula e os *feedbacks* da OC relativos a este aspeto. Ao longo do relatório, utilizou-se os nomes par AB e par CD, por estas serem as letras seleccionadas para se referir aos participantes. Optou-se pela utilização da nomenclatura referida anteriormente e por não se explicitar o sexo dos elementos de cada par para se garantir o anonimato dos participantes.

7.3. Procedimentos de recolha de dados

Os procedimentos de recolha de dados correspondem, segundo Sousa e Baptista (2011), ao “conjunto de processos operativos que nos permite recolher os dados empíricos que são uma parte fundamental do processo de investigação” (p.70). Com efeito, no presente estudo foram privilegiadas as seguintes técnicas de recolha de dados: a observação participante e a entrevista.

Quanto às técnicas de observação, pode afirmar-se que estas são cruciais, pois, tal como refere Esteves (2008), “a observação ajuda a compreender os contextos, as pessoas que nele se movimentam e as suas interações” (p.85). Segundo Carmo e Ferreira (2008), existem diferentes formas de classificar as técnicas de observação, consoante o grau de envolvimento do observador no campo do objeto de estudo. Assim, de acordo com as ideias dos mesmos autores, pode afirmar-se que no presente estudo se privilegiou a observação participante, uma vez que a intenção da investigadora era “recolher dados (sobre acções, opiniões ou perspetivas) aos quais um observador exterior não teria acesso” (Sousa & Baptista, 2011, p.88).

Relativamente à entrevista, pode afirmar-se, segundo as ideias de Amado (2014) que “a entrevista é um dos mais poderosos meios para se chegar ao entendimento dos seres humanos e para a obtenção de informações nos mais diversos campos” (p.207). Estas podem classificar-se quanto à sua estrutura em entrevistas não estruturadas, semi-estruturadas e estruturadas (Sousa e Baptista, 2011). Com efeito, as entrevistas realizadas

no presente estudo são semi-estruturadas, pois foram feitas com base num guião constituído por questões orientadoras que se relacionam com os objetivos específicos do estudo.

7.3.1. Observação participante

A técnica de observação participante foi utilizada no presente estudo para identificar os conteúdos que estavam a ser trabalhados, em sala de aula, no momento em que decorreu a realização do estudo. Em conformidade, tornou-se possível identificar que os alunos se encontravam a resolver problemas de carácter multiplicativo. Para além disso, esta técnica tornou-se relevante, pois permitiu que se verificasse o tipo de problemas que os alunos resolviam na sala de aula, o modo como os resolviam e que tipo de representações utilizavam na sua resolução. Neste sentido, pode afirmar-se que a observação participante permitiu, através da recolha dos dados mencionados anteriormente, orientar a organização do conteúdo das entrevistas, designadamente a escolha dos problemas que se iriam aplicar aos alunos.

7.3.2. Entrevista

A técnica da entrevista foi aplicada com a finalidade de recolher dados referentes às representações a que os alunos recorrem para resolver problemas, às funções que essas representações desempenham e ao estabelecimento de relações entre diferentes tipos de representações. Com efeito, em cada entrevista, propôs-se aos pares de alunos, a realização de um problema e disponibilizou-se um conjunto de materiais promotores do uso de diferentes representações. Ao longo da entrevista, os alunos responderam a questões previamente elaboradas pela investigadora, com base nos objetivos específicos do presente estudo (o guião orientador da entrevista encontra-se no Anexo E). Para além disso, é importante referir que a entrevista foi gravada e que ao longo desta foram tomadas notas, com o objetivo de captar uma imagem, através de palavras (Bogdan & Biklen, 1994), de aspetos importantes que ocorreram durante as entrevistas e que não podem ser captados pela gravação áudio.

As entrevistas foram realizadas a pares, tal como mencionado anteriormente, para que fosse possível observar a troca de ideias entre alunos. Contudo, foi dada liberdade aos alunos para, durante a resolução dos problemas, trabalharem como quisessem, em

colaboração ou não. Estas foram aplicadas a cada par nos momentos de TEA, em dias diferentes, uma vez que para a sua realização os alunos necessitavam de sair da sala de aula com a investigadora. Na tabela 1 constam as datas de realização das três entrevistas:

Tabela 1

Datas de realização das três entrevistas

Entrevista	Data
1. ^a entrevista	11/05 – par AB; 13/05 – par CD
2. ^a entrevista	16/05 – par AB; 18/05 – par CD
3. ^a entrevista	30/05 – par AB; 27/05 – par CD

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

Em cada entrevista realizada propôs-se a realização de um problema. Neste sentido, foram propostos três problemas no total, cujos enunciados se encontram no Anexo F: *A formação de equipas, Os Jogos de ténis e A ida à praia*. Os três problemas propostos são de carácter multiplicativo, sendo os dois primeiros problemas de processo (Boavida et al., 2008), uma vez que os alunos têm de recorrer a estratégias mais sofisticadas para os resolver, e o último de cálculo (Boavida et al., 2008), pois os alunos podiam recorrer apenas a operações para o resolver. Contudo, as operações envolvidos no terceiro problema não estavam totalmente mecanizados pelos alunos, o que lhe confere um grau de desafio superior.

Torna-se importante salientar que na execução de todos os problemas, os alunos começavam por tomar conhecimento dos diferentes materiais que eram disponibilizados, pois estes eram colocados em cima da mesa de trabalho (os diferentes materiais serão apresentados mais adiante). De seguida, procediam à leitura do enunciado e esclareciam as dúvidas resultantes da mesma. Posteriormente, resolviam o problema e explicitavam: (i) os seus raciocínios; (ii) a função que as representações utilizadas tiverem durante a realização do problema; e (iii) a forma como resolveriam o problema recorrendo a outro tipo de representação (estabelecimento de relações entre diferentes tipos de representações).

Tal como referido anteriormente, no momento da resolução dos problemas, optou-se por disponibilizar materiais promotores do uso de diferentes representações. A opção por esta metodologia deveu-se ao facto de os alunos, na sala de aula, recorrerem

maioritariamente a representações simbólicas e ao facto de o currículo atual ser explícito no que se refere à necessidade da aprendizagem e utilização de representações diversas: “Aprender a usar representações múltiplas em Matemática é essencial, valorizando-se a expressão verbal das ideias, bem como as representações que envolvem materiais manipuláveis ou elaboração de diagramas, sem dispensar o investimento progressivo no uso fluente da linguagem simbólica” (Canavarro et al., 2021, p.9). Assim, revelou-se necessário pensar, previamente, nos diferentes tipos de materiais que podiam ser disponibilizados aos alunos aquando da resolução dos problemas (os materiais disponibilizados encontram-se no Anexo G). Durante este momento houve a preocupação de se optar, não só por materiais potenciadores do uso de representações às quais os alunos recorriam frequentemente, mas também de representações a que estes não recorriam tão frequentemente, embora fossem do seu conhecimento. Neste sentido, na resolução dos três problemas disponibilizou-se uma folha branca, para que os alunos criassem, se assim o entendessem, as suas próprias representações. Para além disso, para o problema *A formação de equipas* foram disponibilizados palitos, uma folha com desenhos de pessoas (alusivas aos alunos referidos no enunciado do problema) e duas tabelas, ambas com a mesma informação, mas dispostas com orientações diferentes (vertical e horizontal). Para o problema *Os jogos de ténis* foram disponibilizados cubos do Material Multibásico (MAB), folhas com desenhos de raquetes e bolas de ténis e também duas tabelas, com as mesmas características das do problema *A formação de equipas*. Por fim, para o problema *A ida à praia* disponibilizou-se uma embalagem de pacotes de sumo (igual à referida no enunciado do problema), cubos do MAB, uma folha com desenhos de embalagens de sumos (também iguais à referida no enunciado do problema), uma folha com uma disposição retangular de pontos e duas tabelas, desta vez com informações distintas. É importante reforçar a ideia de que, na resolução dos três problemas, se disponibilizou sempre uma folha branca para que os alunos tivessem a possibilidade de fazer as suas próprias representações. Importa, também, clarificar que os materiais disponibilizados promoveram o recurso a representações, não sendo eles mesmos, só por si, uma representação da resolução do problema.

7.4. Procedimentos de análise de dados

A análise de dados, segundo Amado (2014), assume um papel fundamental na investigação, uma vez que “não basta recolher dados, é preciso saber analisá-los e interpretá-los (não sendo possível uma coisa sem a outra)” (p.299). Neste sentido, o processo de análise de dados que se afigurou mais apropriado, tendo por base os objetivos do estudo e as técnicas de recolha de dados utilizadas, foi a análise de conteúdo.

Esta, segundo Amado (2014), possibilita a organização sistemática dos dados recolhidos e transcritos, uma vez que com a sua realização se desvenda “a ocorrência de palavras/frases/temas considerados «chave», que possibilitem uma comparação posterior” (p.217). Deste modo, para se realizar a análise de conteúdo das entrevistas realizadas aos alunos, começou-se por fazer as suas transcrições integrais, e, posteriormente, seccionar o discurso dos alunos por categorias.

As categorias de análise foram concebidas tendo por base os objetivos específicos do estudo e o quadro teórico estudado anteriormente. Assim, as categorias **representações utilizadas** e **funções das representações** são categorias da literatura, apresentadas pelo NCTM (2017) e por Canavarro e Pinto (2012), respetivamente e as categorias **Ideias dos alunos sobre representações** e **Relação entre diferentes tipos de representações** foram identificadas pela investigadora nos dados recolhidos. Em conformidade, apresentam-se na tabela 2, as categorias e subcategorias de análise às quais se recorreu aquando da análise das entrevistas:

Tabela 2

Categorias e subcategorias de análise

Categorias	Subcategorias
Ideias dos alunos sobre representações	Tipos de representações conhecidas pelos alunos
Representações utilizadas	Físicas
	Visuais
	Simbólicas
	Verbais
	Contextuais
Funções das representações	Interpretar a situação
	Estabelecer relações matemáticas
	Desocultar a estrutura matemática
	Obter a solução
	Rever o processo de resolução
	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
Relação entre diferentes tipos de representações	Representações visuais e representações físicas
	Representações verbais e representações visuais
	Representações simbólicas e representações visuais

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

Por fim, importa também mencionar que a análise das produções dos alunos e das notas tomadas pela investigadora aquando da realização das entrevistas se revelou importante, pois, através desta, a compreensão das ideias dos alunos tornou-se mais acessível, o que possibilitou a obtenção do máximo de informação (Bardin, 1997).

7.5. Princípios éticos do processo de investigação

Para se desenvolver investigações de âmbito educacional torna-se necessário ter em consideração alguns princípios de natureza ética, uma vez que estas envolvem, segundo a Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SPCE) (2014), “contextos humanos, organizacionais e sociais muito complexos, requerendo por parte dos investigadores uma ponderação especialmente exigente sobre os possíveis impactos da investigação” (p.7).

Com efeito, o princípio que sustentou todo o processo de investigação foi o do respeito por cada participante. De modo a garantir o seu cumprimento, revelou-se fundamental seguir os seguintes princípios: (i) o consentimento informado; (ii) a confidencialidade/privacidade; e (iii) a desistência de participação.

No que se refere ao consentimento informado, concebeu-se um documento (Anexo H) para enviar aos representantes legais dos participantes com a finalidade de se perceber se os mesmos autorizavam a participação dos seus educandos no presente

estudo. Este, tal como previsto pela SPCE (2014), teve também como finalidade informar os encarregados de educação “sobre a natureza e os objetivos de investigação” (p.8).

Relativamente ao princípio da confidencialidade/privacidade, houve a preocupação de se manter o anonimato dos dados. Para o efeito, o nome da instituição onde decorreu a investigação não foi referido no presente relatório, assim como o nome dos participantes, respeitando-se assim o seu direito à “privacidade, à discrição e anonimato” (SPCE, 2014, p.8).

Por fim, no que diz respeito ao princípio da desistência de participação, o documento enviado aos encarregados de educação deixou claro que os participantes podiam desistir da sua participação no estudo, uma vez que “os participantes têm sempre direito a manifestar dúvidas ou reservas relativamente à sua participação, com motivo ou sem motivo expresso” (SPCE, 2014, p.9).

B. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

| ' ' | | ' ' |

No presente capítulo serão apresentados os resultados da análise dos dados recolhidos, tendo por referência os objetivos do estudo. Com efeito, apresentam-se, em primeiro lugar, os resultados dos dados recolhidos através da observação participante em sala de aula e os dados referentes às ideias dos alunos sobre os processos que podem usar na resolução de problemas. Em seguida, dar-se-á conta das representações que os alunos utilizaram para a resolução dos problemas, das suas funções e das relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações, sendo estes apresentados por problema e por par.

No que se refere aos dados recolhidos através da observação participante na sala de aula, verificou-se que os alunos recorrem maioritariamente a representações simbólicas para resolver os problemas, socorrendo-se apenas esporadicamente de representações visuais. A figura 2 mostra uma representação feita por um dos alunos da turma na resolução do problema exibido. Trata-se de uma representação visual (NCTM, 2017) que se classifica, de acordo com a categorização de Scheuermann e Garderen (2008), como representação pictórica, uma vez que usa um desenho mais ilustrativo do que esquemático. Ainda assim pode ver-se que o desenho serve a função de representar, neste caso imagens de pessoas, para ilustrar a situação do problema.

Figura 3

Exemplo de resolução de um problema com recurso a uma representação visual

<p>Problema: O Tiago tem 12 rebuçados nos bolsos das suas calças. Quantos rebuçados poderá ter em cada bolso? Representa as diferentes possibilidades que encontrares.</p>	
---	--

Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório

Por outro lado, quando questionados, na 1.^a entrevista, acerca dos processos que conhecem para resolver problemas, os alunos apenas referiram representações simbólicas, mais especificamente diferentes tipos de operações (multiplicações e divisões) e estratégias de decomposição dos números, como forma de facilitar a resolução

dos cálculos. Estas respostas dos alunos e o que foi observado em sala de aula são indícios de que os alunos têm poucos hábitos de utilização de representações diversas, sobretudo as não simbólicas, diversidade que é preconizada nas Aprendizagens Essenciais de Matemática.

8.1. Problema 1 – A formação de equipas

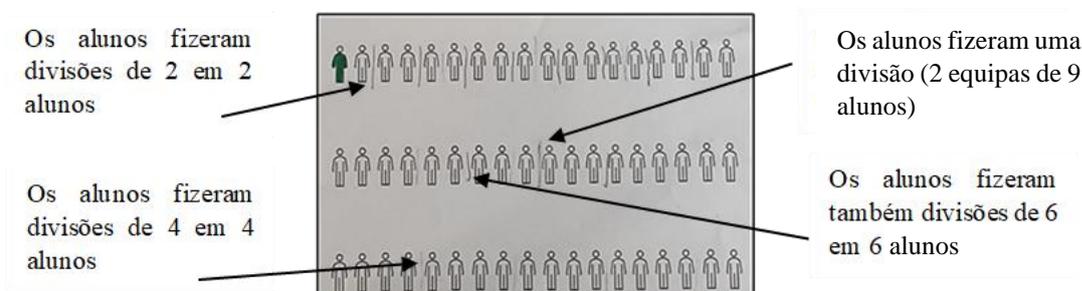
Para a realização do problema *A formação de equipas*, tal como referido anteriormente, foi disponibilizado, aos alunos, uma folha branca, palitos, uma folha com desenhos de pessoas (alusivas aos alunos referidos no enunciado do problema) e duas tabelas, ambas com a mesma informação e com orientações diferentes (vertical e horizontal).

8.1.1- Par AB

Para resolver o problema *A formação de equipas* (Anexo F), o par AB começou por ler o seu enunciado. De seguida, optou por pegar na caixa de palitos disponibilizada, retirando do seu interior um total de 18 palitos, afirmando que cada palito representava 1 pessoa. Deste modo, começaram por representar a solução a que já tinham chegado e que para eles seria a única hipótese de organização dos alunos – 2 equipas, cada uma com 9 alunos. Após apresentarem esta hipótese, foram questionados pela investigadora sobre a possibilidade de existirem mais formas de organizar os alunos em equipas. É importante referir que, quando questionados acerca deste aspeto, os alunos revelaram estar com dificuldades em perceber o enunciado do problema, questionando a investigadora sobre o número de equipas que era para formar. Em conformidade, foi com recurso a uma representação contextual (proposta pela investigadora) – formação de equipas na aula de educação física dos próprios alunos –, que se tornou possível clarificar aos alunos o objetivo do problema: verificar de que formas os alunos podiam ser agrupados em equipas. Assim, como forma de perceber se existiam mais possibilidades ou não, os alunos optaram por recorrer à folha com desenhos de pessoas, a qual facilitou também a compreensão do objetivo do problema. Nesta, foram agrupando os alunos em equipas de diferentes dimensões (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10), percebendo que existiam mais possibilidades para organizar as equipas, para além daquela que identificaram inicialmente, tal como se pode verificar no exemplo seguinte:

Figura 4

Resolução do par AB do problema A formação de equipas com recurso a uma representação visual



Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório. As setas foram utilizadas para indicar as divisões feitas pelos alunos

Por fim, importa mencionar que ao longo da resolução do problema os alunos pertencentes ao par foram sendo desafiados pela investigadora a explicitar os seus raciocínios. Para o efeito, os alunos recorreram a representações verbais e simbólicas (operações). Em síntese, pode-se afirmar que para resolver o problema *A formação de equipas*, o par AB começou por utilizar representações físicas (palitos) e, de seguida, representações visuais (folhas com os desenhos dos bonecos). Para além disso, ao longo da resolução do problema utilizou representações simbólicas (figura 5) e verbais: “Primeiro vamos tentar dividir. E se for de 2 em 2? Podemos tentar de 2 em 2” (Explicação oral do aluno A, 1.ª entrevista par AB).

Figura 5

Representação simbólica utilizada pelo par AB na resolução do problema A formação de equipas

$$\begin{array}{l} 2 \times 9 = 18 \\ 9 \times 2 = 18 \end{array}$$

Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório

8.1.2. Par CD

Para resolver o mesmo problema, o par CD começou por ler o seu enunciado. De seguida, o aluno C. optou por recorrer à tabela para resolver o problema. No entanto, como não estava a conseguir compreender de que forma poderia organizar os dados nesta, acabou por colocá-la de parte. Deste modo, ambos os alunos pertencentes ao par CD

começaram a resolver o problema recorrendo à folha com desenhos de pessoas. Nesta, optaram por, à semelhança do par AB, ir agrupando os alunos em grupos de diferentes dimensões (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10). Assim, através desta exploração conseguiram encontrar as diferentes formas de organizar os alunos em equipas com o mesmo número de elementos. É importante mencionar que ao longo deste processo, os elementos do par CD estabeleceram relações entre as dimensões de cada uma das equipas: “Pois é mais do que este e menor do que este” (D, 1.^a entrevista par CD) e desocultaram a estrutura matemática do problema, ao afirmar: “Tipo nós podemos fazer várias coisas, nós podemos fazer sempre a mesma coisa só que com outros números tipo 2 em 2, 3 em 3, 4 em 4, ...” (C, 1.^a entrevista par CD). Posteriormente, os elementos do par CD optaram por utilizar os palitos para confirmar as hipóteses de organização das equipas a que chegaram, considerando que cada palito representava 1 pessoa. Por fim, os alunos deste par, tal como aconteceu com os alunos do par AB, foram recorrendo a representações verbais para explicar e justificar os seus raciocínios ao longo da resolução do problema: “2 porque 9+9 é 18 e se tinha 18 crianças eu dividi em 2 e ficou 9” (explicação oral do aluno. C, 1.^a entrevista par CD). A utilização da representação verbal, apresentada anteriormente, dá indícios de que o aluno C. não escreveu na sua folha operações, mas podia tê-lo feito, uma vez que as refere verbalmente. Em suma, pode-se afirmar que para resolver o problema *A formação de equipas*, o par CD começou por utilizar representações visuais (folhas com os desenhos dos bonecos) e, de seguida, representações físicas (palitos). Para além disso, ao longo da resolução do problema utilizou representações verbais, que incluíam, oralmente, representações simbólicas.

De modo a sintetizar o tipo de representações utilizadas por cada par ao longo da resolução do problema, assim como as funções que estas desempenharam, apresenta-se a tabela 3:

Tabela 3

Tabela síntese dos tipos de representações utilizados ao longo da resolução do problema A formação de equipas e respetivas funções

Pares	Tipo de representações	Funções
Par AB	Visuais	Obter a solução
		Interpretar a situação
	Físicas	Rever o processo de resolução
	Simbólicas	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
Par CD	Visuais	Obter a solução;
		Interpretar a situação;
		Estabelecer relações matemáticas;
		Desocultar a estrutura matemática
	Físicas	Rever o processo de resolução
Verbais	Explicar e/ou justificar o processo de resolução	
Simbólicas	Explicar e/ou justificar o processo de resolução	

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

No que se refere às relações que os alunos estabeleceram entre os diferentes tipos de representações, pode afirmar-se que quando incentivados a recorrer à tabela, como outra forma de resolução do problema, os alunos de ambos os pares demonstraram não estar acostumados a resolver problemas recorrendo a este tipo de representação. No entanto, após existir um momento destinado à interpretação da tabela, os elementos do par AB conseguiram entender a sua estrutura e utilizá-la como forma de registo das hipóteses de organização das equipas já encontradas, enquanto o par CD continuou sem saber explicar como é que utilizaria aquela representação para resolver o problema.

Figura 6

Representação visual utilizada pelo par AB na resolução do problema A formação de equipas

	Número de equipas	Número de alunos em cada equipa
1.º modo	9	2
2.º modo	2	9
3.º modo	9	3
4.º modo	3	6
5.º modo	18	1
6.º modo		

Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório

Por outro lado, o par CD ao contrário do que aconteceu com o par AB conseguiu explicar, através da representação verbal, como é que resolveria o problema com recurso a operações: “Eu fazia, simplesmente estavam ali 18 e eu dividia como fiz com os bonecos” (C, 1.^a entrevista par CD). A explicação dada pelo aluno C., por ser simples, leva a que se questione se este seria, efetivamente, capaz de resolver o problema com operações através da forma explicitada.

8.2. Problema 2 – Os jogos de ténis

Para o problema *Os jogos de ténis*, tal como referido anteriormente, foi disponibilizado, aos alunos, uma folha branca, cubos do Material Multibásico (MAB), folhas com desenhos de raquetes e bolas de ténis e também duas tabelas, com as mesmas características das do problema *A formação de equipas*.

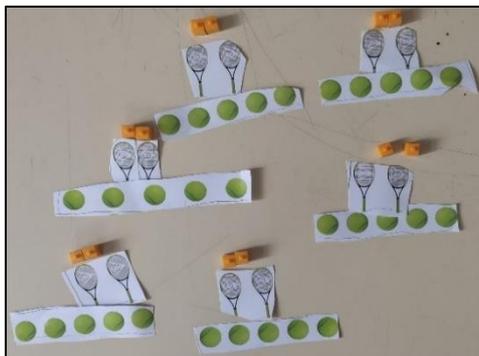
8.2.1. Par AB

Para resolver o problema *Os jogos de ténis* (Anexo F) o par AB começou por, à semelhança do problema anterior, ler o enunciado do problema. Após a sua leitura, o elemento B. manifestou algumas dificuldades em compreender o enunciado do mesmo, tendo sido os cubos do MAB que o ajudaram a clarificar o objetivo do problema. Este retirou 12 cubos de um saco, uma vez que no enunciado era referido que 12 amigos iam jogar ténis, optando por agrupá-los em grupos de 2, pois a senhora da receção dava 2 raquetes e 5 bolas de ténis a cada 2 amigos. Desta forma, o aluno B. percebeu que ia ter de descobrir a quantidade de raquetes e bolas de ténis que iam ser dadas a todos aqueles amigos. Por outro lado, o aluno A. não teve dificuldades em compreender o enunciado do problema e, pouco tempo depois de o acabar de ler, afirmou que seriam entregues aos amigos 12 raquetes. Com efeito, para confirmar a sua resposta optou por recorrer à folha com os desenhos das bolas e raquetes de ténis, decidindo recortar as raquetes e as bolas para fazer 6 grupos de 2 raquetes e 5 bolas, enquanto o aluno B. tentou dar continuidade à resolução do problema com recurso aos cubos do MAB. No entanto, apesar de terem optado por tipos de representações diferentes, a determinada altura os alunos perceberam que podiam conjugar as representações que cada um estava a utilizar para resolver o problema. Assim, optaram por distribuir os grupos de 2 raquetes e 5 bolas pelos 6

conjuntos de 2 cubos (representam 2 amigos), chegando à conclusão do total de raquetes (12) e do total de bolas (30).

Figura 7

Resolução do par AB do problema Os jogos de ténis



Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório.

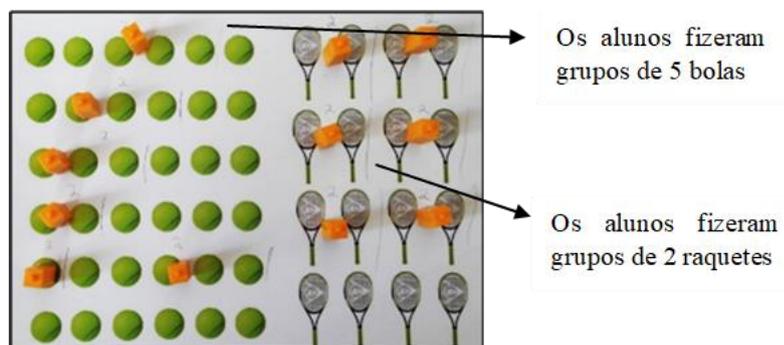
Por fim, importa referir que para explicarem à investigadora como tinham efetuado a contagem do número de raquetes e bolas recorreram a representações verbais: “10, 15, 20, 25, 30... 30 bolas” (contagem efetuada por A, 2.^a entrevista par AB). Em síntese, pode-se afirmar que para resolver o problema *Os jogos de ténis*, o par AB começou por utilizar representações físicas (cubos do MAB) e, de seguida, representações visuais (folhas com os desenhos das bolas e raquetes) e físicas, em simultâneo (figura 7). Para além disso, ao longo da resolução do problema utilizou representações verbais para explicitar alguns raciocínios.

8.2.2. Par CD

Para resolver o mesmo problema o par CD também começou por ler o seu enunciado. De seguida, recorreu à folha com os desenhos das raquetes e bolas de ténis, optando por agrupar as raquetes 2 a 2 e as bolas 5 a 5. O par percebeu que tinha de fazer 6 grupos de bolas e raquetes, uma vez que no enunciado era dito que 12 amigos iam jogar ténis e que a senhora da receção entregava 2 raquetes e 5 bolas a cada dois amigos. Após obterem a solução do problema, os alunos do par CD decidiram confirmar se o número de raquetes e bolas de ténis dadas a cada par de pessoas estava correto. Para isso, optaram por colocar duas pessoas (2 cubos do MAB) em cima de cada grupo de 2 raquetes e 5 bolas de ténis, tal como se pode ver na figura seguinte:

Figura 8

Resolução do par CD do problema Os jogos de ténis



Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório. As setas foram utilizadas para indicar as divisões feitas pelos alunos

Para além do mencionado anteriormente, o par utilizou as representações verbais para explicar a forma como percebeu que tinha de formar 6 grupos de 2 raquetes e 5 bolas: “Ok são $6+6$ é 12 então vão ser 6 grupos” (C, 2.^a entrevista par CD) e a forma como contabilizou o número total de bolas e raquetes. Por outro lado, recorreu a representações simbólicas (numeral 2) para evidenciar que cada 5 bolas e cada 2 raquetes eram para 2 pessoas. Desta forma, pôde verificar-se que o par CD conjugou o uso de duas representações – físicas (cubos do MAB) e visuais (folha com os desenhos das bolas e raquetes) e recorreu, ao longo da resolução do problema, a representações verbais e simbólicas.

De modo a sintetizar o tipo de representações utilizadas por cada par ao longo da resolução do problema, assim como as funções que estas desempenharam, apresenta-se a tabela 4:

Tabela 4

Tabela síntese dos tipos de representações utilizados ao longo da resolução do problema Os jogos de ténis e respetivas funções

Pares	Tipo de representações	Funções
Par AB	Físicas	Interpretar a situação
		Obter a solução
	Visuais	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
		Obter a solução
Verbais	Explicar e/ou justificar o processo de resolução	
Par CD	Visuais	Interpretar a situação
		Obter a solução
	Físicas	Rever o processo de resolução
	Verbais	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
	Simbólicas	Explicar e/ou justificar o processo de resolução

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

No que se refere às relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações, pôde verificar-se que os alunos, quando questionados acerca da forma como resolveriam o problema com recurso à tabela, demonstraram não conseguir interpretar esta forma de organização dos dados. Contudo, o par AB após conversar com a investigadora compreendeu como é que poderia resolver o problema com recurso à tabela, enquanto o par CD não. Para além disso, ambos os pares revelaram não ser capazes de explicar como poderiam resolver o problema com operações.

8.3. Problema 3 – A ida à praia

Para o problema *A ida à praia* disponibilizou-se, tal como referido anteriormente, uma folha branca, uma embalagem de pacotes de sumo (igual à referida no enunciado do problema), cubos do MAB, uma folha com desenhos de embalagens de sumos (também iguais à referida no enunciado do problema), uma folha com uma disposição retangular de pontos e duas tabelas.

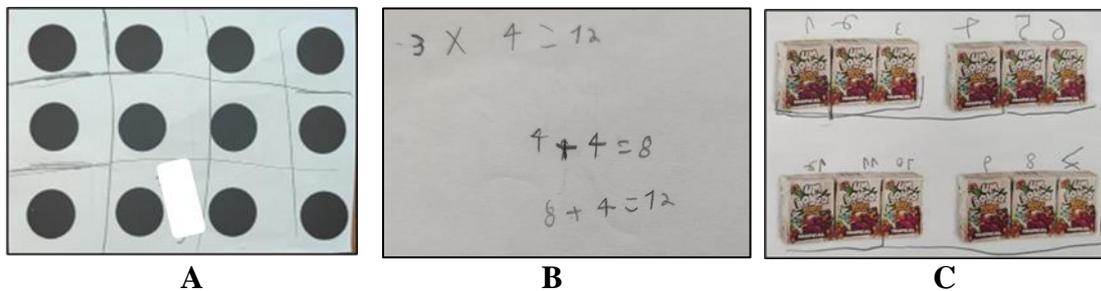
8.3.1. Par AB

No início da resolução do problema, a leitura do seu enunciado (Anexo F) suscitou algumas dúvidas. Os alunos deste par estavam com dificuldades em perceber a afirmação “4 embalagens de 3 pacotes de sumo cada” que constava no enunciado do problema. Com efeito, ao visualizarem a embalagem física de 3 pacotes de sumo disponibilizada

conseguiram compreender que o enunciado se referia a 4 embalagens iguais àquela. De modo a obter a solução do problema, o aluno A. começou por recorrer à folha com os desenhos das embalagens de sumo, recorrendo, posteriormente, a uma das tabelas para rever o seu processo de resolução. Por outro lado, o aluno B. optou por recorrer, em primeiro lugar, à disposição retangular de pontos (A), a cálculos (B) e à folha com os desenhos das embalagens (C) para perceber o número total de pacotes de sumo que a avó comprou, como se pode verificar na figura 9:

Figura 9

Representações utilizadas pelo aluno B. na resolução do problema A ida à praia



Nota. Resoluções recolhidas pela autora do relatório

Após obter este valor, o aluno B. recorreu à mesma tabela que o aluno A. para perceber para quantos dias os pacotes de sumo comprados chegavam. Importa mencionar que os dois elementos do par AB pensaram em formas de resolução do problema distintas. O aluno A. optou por atribuir uma embalagem de sumos a cada neto, uma vez que a avó tinha 4 netos. Desta forma, quando recorreu à tabela para rever o seu processo de resolução, completou-a pensando no caso específico de 1 neto (resolução A na figura 10). O aluno B., ao completar a tabela (resolução B na figura 10), ao invés de representar o caso de 1 só neto, pensou nos 4 netos, considerando que existiam 12 pacotes no 1.º dia e não 3, como no caso do aluno A.

Figura 10

Resolução do aluno A. (A) e do aluno B. (B) do problema A ida à praia com recurso a representações visuais

	Número de pacotes que existem	Número de pacotes que gastam	Número de pacotes que sobram
1.º dia	3	1	2
2.º dia	2	1	1
3.º dia	1	1	0
4.º dia	0	0 porque já acabam	0

A

	Número de pacotes que existem	Número de pacotes que gastam	Número de pacotes que sobram
1.º dia	12	4	8
2.º dia	8	4	4
3.º dia	4	4	0
4.º dia	0	0	0

B

Nota. Resoluções recolhidas pela autora do relatório

Para além do mencionado anteriormente, os alunos do par AB recorreram também a representações verbais para explicar e justificar alguns raciocínios ao longo do processo de resolução do problema. Em suma, o par AB recorreu, em primeiro lugar, a representações físicas (embalagem física de pacotes de sumo), de seguida a representações visuais (folhas com os desenhos das embalagens, folha com a disposição retangular de pontos e tabela) e a representações verbais em diferentes momentos da resolução do problema.

8.3.2. Par CD

Para resolver o mesmo problema o par CD começou por ler o seu enunciado. Após uma primeira leitura deste, os elementos do par não ficaram totalmente esclarecidos em relação ao que era pedido no problema, optando por reler o seu enunciado. De seguida, ambos os alunos recorreram à folha com os desenhos das embalagens, obtendo (através desta) a solução do problema. O processo seguido pelos alunos consistiu em fazer conjuntos de 4 pacotes, sendo 1 pacote para cada neto, chegando à conclusão de que só era possível formar 3 grupos de 4 pacotes e, por isso, os pacotes comprados davam para 3 dias.

Figura 11

Resolução do par CD do problema A ida à praia com recurso a representações visuais



Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório

Posteriormente, os dois alunos do par CD optaram por utilizar a tabela (diferente da do par AB) para reverem o seu processo de resolução, confirmando, desta forma, que o número de pacotes comprados dava para 3 dias.

Figura 12

Resolução do par CD do problema A ida à praia com recurso a representações visuais

	Número de pacotes consumidos em cada dia	Número de pacotes consumidos ao todo
1.º dia	4	4
2.º dia	4	8
3.º dia	4	12
4.º dia		

Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório

Para além de recorrerem à tabela como forma de rever o processo de resolução, os alunos do par CD optaram, também, por recorrer aos cubos do MAB. Através destes, segundo as afirmações do par, foi possível perceber como é que as coisas mencionadas no enunciado aconteceram, facto que ajudou a confirmar que o processo de resolução adotado era adequado. A aluna D. decidiu ainda recorrer à disposição retangular de pontos para, mais uma vez, rever o seu processo de resolução. Por fim, recorreram a representações verbais para explicar e justificar alguns processos de resolução, tal como se pode ver na figura seguinte:

Figura 13

Resolução do par CD do problema A ida à praia com recurso a representações verbais

D- Eu ia fazer os pacotes e a seguir as contas eu ia fazer de $3+1$ do outro pacote

Investigadora- $3+1$ do outro pacote. Do outro pacote, da outra embalagem não é? $3+1$ da outra embalagem

C- A seguir normalmente sobrava 2. Então ia $2+2$, 2 aqui, 2 aqui. Aqui a mesma coisa até este. Assim era $3+1$ e a seguir $2+2$ e a seguir é $3+1$ e assim dava 4 netos que significa 4 bebidas

Investigadora- E dava para quantos dias ?

C- 3

Nota. Resolução recolhida pela autora do relatório

A utilização da representação verbal, apresentada anteriormente, dá indícios de que o aluno D. não escreveu na sua folha operações, mas podia tê-lo feito, uma vez que as refere verbalmente. Para além disso, recorreram a representações simbólicas, uma vez que utilizaram o numeral 4 (figura 11) para mostrar que foram dividindo os pacotes de sumo em grupos de 4, uma vez que a avó tinha 4 netos. Deste modo, o par CD recorreu a representações visuais (folha com os desenhos das embalagens, disposição retangular de pontos e tabela), representações físicas (cubos do MAB) e representações verbais e simbólicas.

Para sintetizar o tipo de representações utilizadas por cada par ao longo da resolução do problema, assim como as funções que desempenharam, apresenta-se a tabela 5:

Tabela 5

Tabela síntese dos tipos de representações utilizados ao longo da resolução do problema A ida à praia e respectivas funções

Pares	Tipo de representações	Funções
Par AB	Físicas	Interpretar a situação
	Visuais	Obter a solução
		Rever o processo de resolução
	Simbólicas	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
	Verbais	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
Par CD	Visuais	Obter a solução
		Rever o processo de resolução
	Físicas	Rever o processo de resolução
	Verbais	Explicar e/ou justificar o processo de resolução
	Simbólicas	Explicar e/ou justificar o processo de resolução

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

No que se refere às relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações, pôde verificar-se que ambos os pares foram capazes de utilizar diferentes representações ao longo da resolução do problema, quer para obter a sua solução, quer para rever o processo de resolução, o que evidenciou a sua capacidade de, neste problema, relacionarem as diferentes representações disponibilizadas. Tal facto revela-se crucial, pois, tal como referido anteriormente, é importante que os alunos consigam comutar entre diferentes representações ao longo da resolução de problemas, para alcançarem a compreensão do problema e conseguirem resolvê-lo (NCTM, 2017). É importante referir que apesar de os alunos não terem resolvido o problema apenas com operações, sendo estas utilizadas para justificar alguns raciocínios, conseguiram explicar à investigadora a forma como iriam recorrer a estas para resolver o problema. Para além disso, torna-se relevante destacar que, ao contrário do que aconteceu nos problemas anteriores, ambos os pares, recorreram à tabela para rever o processo de resolução adotado e, no caso do aluno B., para obter a solução final do problema, o que evidencia que esta representação os ajudou a ilustrar os procedimentos adotados (Boavida et al., 2008).

8.4. Síntese

De modo a sintetizar as funções que as diferentes representações desempenharam ao longo da resolução dos três problemas pelos dois pares, apresenta-se a tabela 6:

Tabela 6

Tabela síntese das funções desempenhadas pelos diferentes tipos de representações

Funções	Representações utilizadas
Interpretar a situação	Visuais
	Físicas
Estabelecer relações matemáticas	Visuais
Desocultar a estrutura matemática	Visuais
Obter a solução	Visuais
	Físicas
Rever o processo de resolução	Físicas
	Visuais
Explicar e/ou justificar o processo de resolução	Simbólicas
	Verbais

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

Ao analisar a tabela 6, torna-se possível verificar que ao longo da resolução dos três problemas as representações físicas foram utilizadas com duas funções distintas: interpretar a situação dos problemas e rever os processos de resolução adotados. Baptista (2018) no seu estudo, também concluiu, apesar das representações físicas não terem sido tão usadas como no presente estudo, que este tipo de representações, quando usadas, tiveram como finalidade ajudar os alunos a visualizar a situação descrita no enunciado do problema. Pinto e Canavarro (2012) destacam, também, no seu estudo, que as representações físicas, à semelhança do que ocorreu no presente estudo, ajudaram a “concretizar o raciocínio matemático que esteve subjacente à correta resolução do problema em questão” (p.13). Por outro lado, as representações visuais foram as que apresentaram funções mais diversificadas, tal como no estudo de Canavarro e Pinto (2012). Estas foram utilizadas em ambos os estudos (o presente estudo e o das autoras), para interpretar a situação dos problemas, para estabelecer relações matemáticas, para desocultar a estrutura matemática, para obter a solução dos problemas e para rever o processo de resolução. Por fim, as representações simbólicas e verbais foram utilizadas somente para explicar e/ou justificar o processo de resolução, tendo sido as representações verbais aquelas a que os alunos recorreram mais vezes para o fazer. Quanto às representações simbólicas, importa destacar que os alunos, ao contrário do que acontecia em sala de aula, não recorreram a este tipo de representações para determinar a solução dos problemas, tal como aconteceu no estudo de Pinto e Canavarro (2012). Este aspeto poderá estar relacionado com o facto de os problemas propostos serem de cariz diferente

dos que realizavam em sala de aula (os problemas propostos no estudo apresentavam um maior grau de desafio) e com o facto de não ter sido solicitado aos alunos que escrevessem a resposta do problema.

Por fim, para resumir as relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações ao longo da resolução dos três problemas pelos dois pares, apresenta-se a tabela 7:

Tabela 7

Tabela síntese das relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações

	Físicas	Visuais	Verbais	Simbólicas
Visuais	Os alunos recorreram a representações físicas (palitos e cubos do MAB) para rever a resolução feita com recurso a representações visuais (folhas com imagens)			
Verbais	-----	Os alunos recorreram às folhas com imagens para explicar, através de representações verbais, como resolveriam os problemas com cálculos		
Simbólicas	-----	Os alunos recorreram às representações simbólicas para explicitar os raciocínios que fizeram nas folhas com imagens	-----	
Contextuais	-----	-----	-----	-----

Nota. Tabela elaborada pela autora do relatório

Ao analisar a tabela 7 é possível perceber que ao longo da resolução dos três problemas os alunos estabeleceram relações entre representações visuais e físicas, entre diferentes tipos de representações visuais (foram disponibilizados dois materiais – folhas com desenhos e tabelas – potenciadores do uso de representações visuais), entre representações verbais e visuais e entre representações simbólicas e visuais.

9. CONCLUSÕES

| ' ' | | ' ' |

Após apresentar os resultados da análise dos dados recolhidos importa tecer algumas conclusões sobre os mesmos.

Focando, em primeiro lugar, os tipos de representações selecionados para a resolução dos três problemas, pode afirmar-se que as representações a que os alunos recorreram foram, segundo a classificação do NCTM (2017), as físicas, as visuais, as verbais e as simbólicas. Os resultados obtidos no presente estudo vão ao encontro do que aconteceu noutras investigações desenvolvidas com alunos do mesmo ano de escolaridade (Araújo, 2014; Cenrada, 2012; Fernandes, 2014), no que se refere ao uso das representações visuais e simbólicas.

No que se refere às funções atribuídas aos diferentes tipos de representações, pode afirmar-se que as **representações físicas** desempenharam, maioritariamente, a função de rever o processo de resolução e, de seguida, a função de interpretar a situação do problema. Quanto às **representações visuais**, estas desempenharam, na maioria dos casos, a função de obter a solução do problema, tendo tido também, em alguns casos, a função de ajudar a interpretar a situação do problema e rever o processo de resolução. Para além disso, na resolução do par CD do problema *A formação de equipas*, estas foram importantes para estabelecer relações matemáticas e desocultar a estrutura matemática do problema. Por fim, relativamente às **representações simbólicas e verbais**, verificou-se que estas foram sempre utilizadas pelos alunos para explicar e/ou justificar alguns processos adotados aquando da resolução do problema. Neste sentido, pode afirmar-se que os diferentes tipos de representações desempenharam uma multiplicidade de funções, tendo sido as **representações visuais** que assumiram a maior diversidade de funções. No seu estudo, Canavarro e Pinto (2012), também concluíram que as funções desempenhadas por este tipo de representações são muito diversificadas.

Relativamente às relações estabelecidas entre os diferentes tipos de representações (tabela 7), pôde verificar-se que os alunos têm mais facilidade em estabelecer relações entre alguns tipos de representações, designadamente as físicas e visuais, mais especificamente as imagens. Na maioria dos casos, os alunos recorreram às representações físicas para reverem o processo de resolução do problema, para o qual se socorreram de representações visuais (imagens). Para além disso, também mostraram ser capazes de estabelecer relações entre representações verbais e visuais.

Por outro lado, mostraram alguma dificuldade em relacionar outros tipos de representações com as representações tabelares. Os alunos indicaram, nos dois primeiros problemas, estar pouco familiarizados com esta possibilidade de representação para resolver problemas, tendo sido capazes de, na resolução do último problema, utilizar a tabela para organizar os dados autonomamente. Este aspeto pode estar relacionado com o facto de os alunos já terem contactado com as tabelas nos dois primeiros problemas e também com a natureza destas.

Para além disso, os alunos demonstraram, também, dificuldades em explicar como é que fariam para resolver os dois primeiros problemas com recurso a operações, após os terem resolvido com outros tipos de representações. Neste sentido, torna-se importante realçar, que no decorrer do período de observação, foi possível constatar que os problemas propostos em sala de aula eram, na maior parte dos casos, problemas de cálculo, aos quais os alunos davam resposta recorrendo a *representações simbólicas* – operações. Por outro lado, os problemas propostos no presente estudo são de processo (1 e 2) e de cálculo (3), tendo os alunos, aquando da sua resolução, recorrido a *representações visuais, físicas, simbólicas e verbais*. Deste modo, pode afirmar-se que os alunos, tal como em sala de aula, incluem as *representações simbólicas* nas suas resoluções, no entanto estas não tiveram como função obter a solução do problema (esta função foi desempenhada, na maioria dos casos, pelas representações visuais), mas sim ajudar a explicar e/ou justificar o processo de resolução. Tal facto leva a crer que, tal como referem Webb et al. (2008), quando os alunos são confrontados com problemas de diferentes tipos (neste caso de maior desafio), se sentem inseguros ou com dúvidas têm tendência a utilizar representações às quais já não era tão frequente recorrerem. Neste sentido, pode associar-se o facto de os alunos não terem utilizado as *representações simbólicas* com a mesma função que utilizam na resolução de outros problemas na sala de aula à questão de os problemas propostos serem de natureza distinta daqueles a que estão acostumados. Para além disso, o facto de os alunos terem recorrido a tipos de representações diferentes daqueles a que costumam recorrer pode estar relacionado com a natureza apelativa dos materiais manipuláveis e visuais disponibilizados.

Em suma, pode afirmar-se que no presente estudo se privilegiou a perspetiva defendida por diversos autores (Boavida et al., 2008; Clement, 2004; Tripathi, 2008) e

pelo currículo atual de matemática, de que os alunos devem conhecer e estabelecer conexões entre os diferentes tipos de representações, ao invés de encará-las de modo isolado. Neste sentido, o trabalho desenvolvido ao longo do estudo, no que se refere ao contacto com diferentes tipos de representações e ao estabelecimento de relações entre eles, vai ao encontro do que está previsto nas aprendizagens essenciais de matemática atuais, pois uma das estratégias que pretendem ver desenvolvida é: “Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática” (Canavarro et al., 2021, p.20). Com efeito, é importante que, quando os alunos resolvem um problema, sejam incentivados a estabelecer relações entre diferentes representações, para que possam evoluir no que se refere ao tipo de representações usadas e às suas funções. Assim, o estudo apresentado torna-se relevante pelas razões apresentadas anteriormente.

No que diz respeito aos constrangimentos sentidos no desenvolvimento do estudo, pode afirmar-se que a maior dificuldade sentida foi o tempo destinado à sua realização. Para a consecução de um trabalho deste cariz torna-se necessário formular uma problemática, reunir um conjunto de informações sobre a mesma e pensar, construir e aplicar as atividades adequadas à recolha dos dados necessários para dar resposta ao problema de investigação. Neste sentido, considera-se que o período de estágio se revela curto para a execução, com a profundidade desejável, dos aspetos mencionados anteriormente, pois tal como Oliveira e Serrazina (2002) referem “os professores investigadores devem ter tempo para investigar as suas teorias” (p.8).

Contudo, apesar de este ser um trabalho exigente, reconhecesse-se que a sua realização se torna fundamental, pois como refere Alarcão (2001) “todo o professor verdadeiramente merecedor deste nome é, no seu fundo, um investigador” (p.27).

10. REFLEXÃO FINAL

| | " | | " |

Terminados os estágios pedagógicos e a elaboração do presente relatório, é relevante fazer uma reflexão acerca das experiências vividas ao longo de todo o percurso, das aprendizagens realizadas e dos contributos do mesmo para o meu crescimento, não só profissional, mas também pessoal.

Os estágios desenvolvidos em contexto de 1.º CEB e 2.º CEB potenciaram a realização de aprendizagens essenciais ao desempenho da profissão docente. López e Pareja (2008) referem que é através dos estágios que os estudantes têm a possibilidade de experimentar o que irá ser a sua profissão, de tomar decisões, adquirir e exercitar algumas competências ligadas à profissão e partilhar informações com profissionais que já têm alguma experiência. Nesta linha de pensamento, através das práticas foi possível desenvolver competências a diferentes níveis, designadamente: (i) planificação; (ii) organização e desenvolvimento do ensino e aprendizagem; e (iii) reflexão.

No que se refere à dimensão da planificação, pode afirmar-se que o estágio foi importante para desenvolver competências a este nível, pois durante todo o processo foi necessário conceber as planificações das sessões, tendo sido possível, ao contrário do que acontecia quando se concebiam planificações nas unidades curriculares teóricas do mestrado, verificar se as estratégias adotadas se revelavam adequadas ao grupo em questão. Desta forma, a elaboração de todas as planificações revelou-se importante para compreender que estas contribuem “para a optimização, maximização e melhoria da qualidade do processo educativo” (Barroso, 2013, p.11), uma vez que é através da sua conceção que o professor pode fazer uma reflexão acerca da forma que pensa ser mais adequada para desenvolver as competências pretendidas nos alunos (Santos et al., 2016). Quanto à dimensão referente à organização e desenvolvimento do ensino e aprendizagem, é possível dizer que os estágios possibilitaram, não só a apropriação de algumas formas de organização e gestão dos momentos de aula, como também de estratégias para explorar os conteúdos, motivar os alunos, fornecer-lhes *feedbacks* e comunicar com eles. Relativamente à dimensão da reflexão, importa mencionar que as práticas contribuíram para que se tomasse consciência da importância do ato de refletir em educação. De acordo com Nóvoa (2009), a reflexão sobre a prática educativa é fundamental para que exista o aperfeiçoamento e inovação das práticas pedagógicas, tornando-se necessário, tal como referem Nogueira e Blanco (2017), que os hábitos de reflexão e de questionamento sejam

estimulados nos professores. Neste sentido, ao longo dos dois estágios, as reflexões concebidas, após cada intervenção, tornaram-se cruciais, não só porque fizeram com que desenvolvesse a capacidade de refletir sobre o meu desempenho numa perspetiva auto-crítica construtiva, como também me ajudaram a melhorar os meus desempenhos e a adequar determinados comportamentos. Para além disso, estas revelaram-se importantes, pois permitiram escutar as opiniões das OC e do meu par de estágio em relação ao trabalho desenvolvido, o que ajudava a compreender melhor os aspetos onde podia melhorar em futuras intervenções.

Para além dos contributos mencionados anteriormente, revela-se também importante destacar o facto de a realização dos dois estágios me ter proporcionado a oportunidade de contactar com metodologias de trabalho diferentes das que vivenciei enquanto aluna. Considero que ter ficado a conhecer melhor os modelos pedagógicos do MEM e da MTP foi enriquecedor, dado que ambos os modelos se regem por princípios com os quais me identifico e que pretendo integrar na minha prática profissional. Por outro lado, vivenciar estas práticas também se revelou motivador, pois fez com que percebesse que é possível desenvolver um trabalho adequado aos desafios que a sociedade enfrenta atualmente e abordar o currículo de forma significativa para os alunos, fazendo com que estes tenham motivação e prazer ao aprender.

Outro contributo da realização dos estágios, que considero ser merecedor de destaque nesta reflexão encontra-se relacionado com o facto de estes serem realizados a pares. Este aspeto revelou-se importantíssimo para desenvolver a capacidade de trabalhar em equipa, que é, de acordo com as ideias de Nóvoa (2009), um princípio que os professores devem privilegiar, pois trabalhar colaborativamente ao invés de individualmente proporciona aprendizagens mais ricas. Desta forma, posso afirmar que, e indo ao encontro das ideias de Madureira e Leite (2003), realizar as práticas com uma colega permitiu partilhar problemas, melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos, reduzir incertezas a nível pedagógico, partilhar perspetivas e melhorar as minhas intervenções.

Por outro lado, ter desenvolvido um estudo no contexto de 1.º CEB revelou-se bastante enriquecedor. Este permitiu tomar conhecimento do tipo de representações a que os alunos recorrem para resolver problemas, das funções que estas desempenham no seu

processo de resolução e das relações que estabelecem entre diferentes tipos de representações. Para além disso, a sua realização foi importante, pois permitiu-me ficar a conhecer a perspetiva de diferentes autores e do currículo prescrito no que se refere ao trabalho que deve ser desenvolvido em torno das representações matemáticas. Em conformidade, posso afirmar que a investigação realizada contribuiu para o desenvolvimento de competências profissionais, ajudando-me a perceber que, como futura docente, devo abordar os conceitos com recurso a diferentes representações, pois recorrer a várias representações permite adquirir uma melhor compreensão de determinado conceito. Para além disso, fiquei ciente, não só da importância de desenvolver um trabalho com os alunos que potencie o conhecimento e o uso de diferentes representações, como também da necessidade de discutir, com eles, as relações existentes entre os diferentes tipos de representações, para que estes não as encarem de modo individual.

Por fim, tal como se referiu no início desta reflexão, as experiências vividas, quer nos estágios, quer na realização da investigação, contribuíram para o meu crescimento profissional e pessoal. No que se refere ao crescimento profissional, com as duas experiências foi possível realizar diversas aprendizagens, tal como se referiu anteriormente. No entanto, estas também se revelaram importantes para identificar os aspetos em que necessito de melhorar. Neste sentido, os maiores constrangimentos sentidos foram ao nível da gestão do tempo em sala de aula, pois considero que ainda não sou totalmente capaz de ter perceção do tempo necessário para a realização de determinada atividade. Para além disso, verifiquei que tenho dificuldades em impor tempos para a realização de tarefas em sala de aula, acabando por deixar que certas atividades se estendam durante muito tempo. Por outro lado, penso que preciso de melhorar no que se refere a estimular o pensamento dos alunos, pois, várias vezes, deparei-me com situações em que não estimulava o seu pensamento quando estes me colocavam questões, dando-lhes imediatamente uma resposta ou fazendo-lhes uma questão que os encaminhava bastante para a resposta pretendida.

Eu suma, considero que o percurso desenvolvido ao longo da PES II foi crucial para me ajudar a construir a minha identidade enquanto futura professora, estando ciente de que irei aprender sempre mais e evoluir ao longo da minha vida profissional.

REFERÊNCIAS

| " | | " |

- Abreu, M. D. (2006). O Tempo de Estudo Autónomo na Aprendizagem da Língua Estrangeira: Treinar, Consolidar, Aprofundar Conhecimentos e Competências. *Escola Moderna*, 5.^a série (27), 38-51.
- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação?. In B. P. Campos (org), *Formação profissional de professores no Ensino Superior*. Cadernos de Formação de Professores 1 (pp.21-30).Porto Editora.
- Amado, J. (2014). *Manual de Investigação Qualitativa em Educação*.Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Araújo, D. R. (2014). *As representações usadas por alunos do 2.º ano na resolução de problemas*. [Relatório do Projeto de Investigação, Escola Superior de Educação de Setúbal]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Setúbal. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/7980/1/Relat%C3%B3rio%20Projeto%20de%20Investiga%C3%A7%C3%A3o_Diana%20Ara%C3%BAjo%20n%C2%BA120140020.pdf
- Avões, P. M. (2015). *O Feedback dos professores e o Envolvimento dos alunos na escola: Um estudo com alunos do 9º ano*. [Dissertação, Instituto de Educação]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/20241/1/ulfpie047355_tm.pdf
- Baptista, A. C. (2018). *Representações usadas na resolução de problemas: Um estudo no 3.º ano de escolaridade*. [Relatório da componente de investigação do relatório de estágio sobre a prática de ensino supervisionada do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, Escola Superior de Educação de Setúbal]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Setúbal. <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/22504/1/Relatorio%20de%20investiga%C3%A7%C3%A3o%20Representacoes%20usadas%20na%20resolucao%20de%20problemas%20Ana%20Catarina%20Baptista.pdf>
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. (L. A. Reta & A. Pinheiro, Trad.). Edições 70.

- Barroso, D. d. (2013). *A importância da planificação do processo ensino-aprendizagem nas aulas de História e Geografia*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de História e Geografia no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, Faculdade de Letras da Universidade do Porto]. Repositório Aberto da Universidade do Porto. <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/71580/7/28450.2.pdf>
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Ministério da Educação e Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Borrhalho, A. (1990). Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática: proposta de um programa de intervenção. APM.
- Canavarro, A. P., & Pinto, M. E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos, *Quadrante*, XXI(2), 51-79.
- Canavarro, P. A., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, J. M., Correia, P., Marques, M. P., & Espadeiro, G. R. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática do 2.º ano do 1.º ciclo do ensino básico*. Ministério da Educação.
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da Investigação: Guia para Auto-Aprendizagem*. Universidade Aberta.
- Cenrada, M. J. (2012). *A resolução de problemas numéricos no 1.º ciclo do ensino básico: representações utilizadas*. [Dissertação de mestrado não publicada]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja.
- Clement, L. L. (2004). A Model for Understanding, Using, and Connecting Representations. *Teaching Children Mathematics*, 11(2), 97-102.

- Coelho, V. J. (2010). *Comunicação Matemática num Contexto de Resolução de Problemas: Uma experiência com alunos do 9.º ano*. [Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve]. Repositório da Universidade do Algarve. https://sapientia.ualg.pt/bitstream/10400.1/5561/1/Comunica%20matem%20num%20contexto%20de%20resolu%20de%20problemas_%20Uma%20experi%20aancia%20com%20alunos%20do%209.%20baa.pdf
- Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho. *Diário da República*, 1.ª série - N.º 129
- Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho. *Diário da República*, 1.ª série - N.º 129
- Direção-Geral da Educação (Realizador). (2019). *Metodologias de aprendizagem ativa* [Filme].
- Direção-Geral da Educação. (2021). *Aprendizagem ativa, o que é? Porquê?*. Manuais digitais com recurso a metodologias de aprendizagem ativa. <https://plataforma.dge.mec.pt/mod/url/view.php?id=10090>
- Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto Editora.
- Feldman, R. S. (2001). *Compreender a Psicologia*. McGraw-Hill.
- Fernandes, M. A. (2014). *Representações matemáticas como meio facilitador da comunicação matemática na resolução de problemas: um estudo com alunos do 2º ano de escolaridade*. [Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://repositorio.ipvc.pt/bitstream/20.500.11960/1699/1/Maria_Fernandes.pdf
- Folque, M. D. (1999). A influência de Vygotsky no modelo curricular do Movimento da Escola Moderna Portuguesa. *Escola Moderna*, 5.ª série(5), 5-12.

- Goldin, G. (2008). *Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. Handbook of International research in Mathematics Education*. Rutledge.
- Ladeira, A. (2016). *Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver a Capacidade de Resolver Problemas em Matemática*. [Relatório Final, Universidade de Évora]. Repositório Universidade de Évora. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/18573/1/Relat%c3%b3rio%20de%20Est%c3%a1gio%20-%20Desenvolver%20as%20capacidades%20de%20resolver%20problemas%20em%20matem%c3%a1tica.pdf>
- López, M. d., & Pareja, E. H. (2008). Percepciones iniciales de los estudiantes sobre la formación práctica. *Revista Iberoamericana de Educación*, 5(47), 1-12. Obtido de <https://rieoei.org/historico/deloslectores/2548Lopez.pdf>
- Madureira, I. P., & Leite, T. S. (2003). *Necessidades Educativas Especiais*. Universidade Aberta.
- Martinho, M. H. (2007). *A comunicação na sala de aula de matemática: um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório Da Universidade de Lisboa. <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/1523>
- Martins, G. d., Gomes, C. A., Brocardo, J. M., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L., Silva, L. M., Encarnação, A. G. M. M., Horta, C. V. J. M., Calçada, S. C. T. M., Nery, V. F. R., Rodrigues, S. M. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação.
- Mathematics, N. C. (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Associação de Professores de Matemática.
- Maya, M. J. (2000). *A autoridade do professor: o que pensam alunos, pais e professores*. Texto Editora.

- Mendes, L. (2005). Avaliação: Um Processo Partilhado. *Escola Moderna*, 5.^a série(24), 5-13.
- Miranda, E. (2008). A influência da relação professor-aluno para o processo de ensinoaprendizagem no contexto afetividade.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (M. Melo, Trad.). Associação de Professores de Matemática. (Obra original publicada em 2000)
- Niza, S. (1998). A Organização Social do Trabalho de Aprendizagem no 1ºCiclo do Ensino Básico. *Inovação*, 11, 77-98. http://centrorecursos.movimentoescolamoderna.pt/dt/1_2_0_mod_pedag_mem/120_d_01_org_social_trab_aprend1ceb_sniza.pdf
- Nogueira, I. C., & Blanco, T. F. (2017). Reflexão sobre a prática na formação em matemática para contexto pré-escolar. *EDUSER: revista de educação*, 9(2), 42-50. <https://www.eduser.ipb.pt/index.php/eduser/article/view/100/98>
- Nóvoa, A. (2009). Para uma formação de professores construída dentro da profissão. *Revista de educación*, pp.203-218. http://www.revistaeducacion.educacion.es/re350/re350_09por.pdf
- Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. *Refletir e Investigar Sobre a Prática Profissional*, 29, pp.29-42.
- Pereira, F., Crespo, A., Trindade, A. R., Cosme, A., Croca, F., Breia, G., . . . Fernandes, R. (2018). *Para uma Educação Inclusiva: Manual de Apoio à Prática*. Ministério da Educação.
- Pinto, E., & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In O. Magalhães, & A. Folque (Eds.), *Práticas de investigação em Educação*. Departamento de Pedagogia e Educação.

- Polya, G. (1995). A arte de resolver problemas - Um novo aspecto do método matemático. Interciência.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. d. (2000). *Didática da Matemática do 1.º Ciclo*. Universidade Aberta.
- Rangel, M., & Gonçalves, C. (2010). A Metodologia de Trabalho de Projeto na nossa prática pedagógica. *Da Investigação às Práticas*, I(3), 21-43. <https://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/2809>
- Santos, L., & Pinto, J. (2018). Ensino de conteúdos escolares: A avaliação como fator estruturante. In F. Veiga (Coord.), *O Ensino como fator de envolvimento numa escola para todos* (pp.503-539).Climepsi Editores.
- Santos, S., Cardoso, A. P., & Lacerda, C. (2016). A Planificação na perspetiva dos professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico. In C. A. Gomes, M. Figueiredo, H. Ramalho, & João Rocha (Coord.), *Atas XIII Congresso SPCE: Fronteiras, diálogos e transições na educação* (pp. 1045-1053).Escola Superior de Educação de Viseu.
- Scheuermann, A., & Garderen, D. V. (2008). Analyzing students' use of graphic representations to determine misconceptions and error patterns for instruction. *Mathematics Teaching in the middle school*, 13(8), 471-477.
- Silva, C. F. (2014). *Representações Matemáticas na Resolução de Problemas ou A "Arte" de representar o pensamento matemático no 1.º ano de escolaridade*. [Relatório Final, Escola Superior de Educadores de Infância Maria Ulrich]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Setúbal. <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/17094>
- Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014). Carta Ética: Instrumento de regulação ético-deontológico. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação

- Sousa, M. J., & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha*. Pactor.
- Stancanelli, R. (2001). Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. In Smole, K. S., & Diniz, M. I. (Eds.), *Ler, escrever e resolver problemas* (103-120). artmed.
- Stylianou, D. A. (2011). The process of abstracting in students' representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 17(1), 8-12.
- Tripathi, P. N. (2008). Developing Mathematical Understanding through Multiple Representations. *Mathematics Teaching in the middle school*, 13(8), 438-445.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lidel.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In Canavarro, Santos, Boavida, & Oliveira (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da matemática* (pp. 347-360).SPIEM.
- Valério, N. M. (2004). *Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º ciclo*. [Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências].
- Veia, L. J. (1996). *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do ensino básico - Três estudos de caso*. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências].
- Velez, I. M. (2020). *Tarefas na sala de aula: prática letiva de professores do 3.º ano com representações matemáticas*. [Tese de Doutoramento, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/42865/1/ULSD734578_td_Isabel_Velez.pdf

Webb, D. C., Boswinkel, N., Dekker, T. (2008). Beneath the Tip of the Iceberg: Using Representations to Support Student Understanding. *Mathematics Teaching in the middle school* , 14(2), 111-113.

ANEXOS

| | | | | |

ANEXO A - POTENCIALIDADES
E FRAGILIDADES DOS ALUNOS
- 1.º CEB

| ' ' | | ' ' |

Componente de Currículo	Potencialidades	Fragilidades
Competências Sociais	Participar nos momentos de aula; Cumprir propostas para a semana; Cooperar e respeitar os colegas e as suas opiniões; Avaliar criticamente o seu trabalho.	Pedir a palavra para participar; Aguardar a sua vez para falar; Resolver problemas de forma autónoma.
Português	Narrar situações; Selecionar informação relevante de textos escutados; Compreender os textos lidos; Redigir e rever textos com a colaboração da OC; Selecionar livros para leitura pessoal; Conteúdos de gramática.	Escrever corretamente algumas palavras; Redigir textos coerentes e coesos.
Matemática	Ler e representar números até 1000; Identificar, interpretar e descrever representações espaciais; Recolher e organizar dados qualitativos e quantitativos discretos.	Calcular através da representação horizontal; Reconhecer frações unitárias como representações de uma quantidade; Relacionar o valor das moedas e das notas; Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas; Expressar oralmente e por escrito ideias e raciocínios matemáticos.
Estudo do Meio	Relacionar as instituições com os serviços que desempenham; Localizar no corpo os órgãos dos sentidos;	Não foram identificadas dificuldades nesta componente.

	Colocar questões, levantar hipóteses, fazer inferências, comprovar resultados e comunicar.	
Teatro	Explorar possibilidades motoras e expressivas do corpo.	Não foram identificadas dificuldades nesta componente.
Música	Explorar instrumentos musicais; Cantar em solo e em grupo; Realizar sequências de movimentos.	Não foram identificadas dificuldades nesta componente.
Artes Visuais	Nesta componente da matriz curricular do 1.º CEB, concluímos que o único domínio das Aprendizagens Essenciais que está a ser trabalhado é o domínio da Experimentação e Criação. Contudo, uma vez que não há um momento na rotina dos alunos para apresentarem as suas produções e, conseqüentemente, interpretarem e refletirem sobre as mesmas, não foi possível recolher dados suficientes, até ao momento, para a realização da avaliação diagnóstica desta componente.	
Educação Física	Realizar exercícios de manipulação de bolas, arcos, raquetes e cordas; Subir para um plano superior; Suspender e balançar numa barra; Realizar jogos cumprindo as suas regras.	Saltar de um plano superior; Fazer a cambalhota à frente e à retaguarda.

ANEXO B - POTENCIALIDADES
E FRAGILIDADES DOS ALUNOS
- 2.º CEB
| ' ' | | ' ' |

Componente de Currículo	Potencialidades	Fragilidades
Competências Sociais	<p>Participativos;</p> <p>Pedem a palavra para participar;</p> <p>Respeitam os colegas;</p> <p>Respeitam as opiniões dos colegas;</p> <p>Cooperam com os colegas;</p> <p>Resolvem os problemas de forma autónoma;</p> <p>Avaliam criticamente o seu trabalho.</p>	<p>Não aguardam a sua vez para falar;</p> <p>Não realizam as tarefas propostas atempadamente;</p> <p>Não estudam autonomamente ao longo do semestre.</p>
Ciências Naturais	<p>Realizam experiências simples;</p> <p>Selecionam e organizam informação a partir de fontes diversas.</p>	<p>Dificuldade na formulação de hipóteses e na previsão de resultados;</p> <p>Dificuldade na comunicação oral e escrita das suas ideias;</p> <p>Não fazem o registo rigoroso do que observam;</p> <p>Não atribuem sentido aos dados obtidos;</p> <p>Dificuldade na descrição e classificação de entidades e processos com base em critérios;</p> <p>Dificuldade na construção de explicações científicas;</p> <p>Dificuldade na construção, utilização, discussão e avaliação de modelos que representem estruturas e sistemas.</p>
Matemática	<p>Resolvem exercícios que requeiram a aplicação de conhecimentos já apreendidos;</p>	<p>Dificuldade em conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas em contextos matemáticos e não matemáticos;</p>

	<p>Comunicam, utilizando linguagem matemática, oralmente para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões.</p>	<p>Não avaliam a plausibilidade dos resultados obtidos;</p> <p>Dificuldade em compreender e construir explicações e justificações matemáticas;</p> <p>Dificuldade em exprimir oralmente e por escrito ideias matemáticas, com precisão e rigor;</p> <p>Dificuldade em comunicar, utilizando linguagem matemática, por escrito para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões.</p>
--	---	--

ANEXO C - TABELA COM AS
DIFERENTES TIPOLOGIAS DE
CLASSIFICAÇÃO DE
PROBLEMAS

| ' ' | ' ' |

Polya (1995)	Stancanelli (2001)	Vale e Pimental (2004)	Boavida et al. (2008)
Problemas auxiliares	Problemas sem solução	Problemas de um passo	Problemas de cálculo
Problemas rotineiros	Problemas com mais de uma solução	Problemas de dois ou mais passos	Problemas de processo
Problemas de determinação	Problemas com excesso de dados	Problemas de processo	Problemas abertos
Problemas de demonstração	Problemas de lógica	Problemas de aplicação	
Problemas práticos	Outros problemas não convencionais	Problemas tipo puzzle	

ANEXO D - TABELA COM A
SÍNTESE DAS DIFERENTES
TIPOLOGIAS DAS
REPRESENTAÇÕES
MATEMÁTICAS

| | ' ' | | ' ' |

Bruner (1962)	Clement (2004)	NCTM (2017)	Scheuermann e Garderen (2008)
<u>Ativas:</u> Manipulação de objetos e simulação de situações	<u>Manipuláveis:</u> Objetos que podem ser manipulados	<u>Físicas:</u> Manipulação de objetos e simulação de situações	
<u>Ícônicas:</u> Figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos	<u>Imagens:</u> Imagens de ideias matemáticas	<u>Visuais:</u> Figuras, imagens, esquemas, diagramas, desenhos e tabelas	<u>Pictóricas:</u> Ilustração dos elementos mais importantes do problema
			<u>Esquemáticas:</u> Representar relações entre os elementos do problema
<u>Simbólicas:</u> Símbolos e linguagem matemática	<u>Linguagem oral</u>	<u>Verbais:</u> Linguagem verbal	
	<u>Simbologia escrita:</u> Símbolos matemáticos e palavras que lhes estão associadas	<u>Simbólicas:</u> Linguagem simbólica (numerais e “vocabulário matemático”)	
	<u>Situações Relevantes:</u> Contextos do cotidiano que envolvam ideias matemáticas	<u>Contextuais:</u> Estabelecimento de relações entre as ideias matemáticas e contextos do cotidiano	

ANEXO E - GUIÃO
ORIENTADOR DAS
ENTREVISTAS

| | ' ' | | ' ' |

Blocos	Objetivo do bloco	Questões orientadoras
Bloco 1 – Legitimação de entrevista	Explicar o porquê da realização da entrevista	Agradecer a disponibilidade dos alunos e explicar-lhes que a entrevista vai ser gravada; explicitar os objetivos do estudo; garantir a confidencialidade dos dados.
Bloco 2 – Ideias dos alunos sobre representações	Perceber que tipos de representações os alunos conhecem	Sabem que podem resolver problemas de diferentes maneiras? Que maneiras de resolver os problemas conhecem?
Bloco 3 – Compreensão da resolução do aluno	Tomar conhecimento da forma como os alunos pensaram para resolver o problema	Podes explicar-me o que fizeste? Como é que pensaste?
Bloco 4 – Funções das representações	Compreender a função que cada tipo de representação desempenhou na resolução do problema	Qual é que foi o material que te ajudou mais na resolução do problema? Porque é que esse material te ajudou?
Bloco 5 – Relações entre representações	Perceber se os alunos conseguem estabelecer relações entre diferentes tipos de representações	Se não tivesses esse material para utilizar como é que resolvias o problema? Se usasses este material como farias?
Bloco 6 – Fim da entrevista	Terminar a entrevista	Perguntar se têm mais alguma coisa a dizer; voltar a agradecer a disponibilidade; felicitar os alunos pelo seu desempenho.

ANEXO F - ENUNCIADOS DOS
PROBLEMAS PROPOSTOS

| ' ' | ' ' |

A formação de equipas

Os 18 alunos do 2.ºA vão jogar a um jogo e precisam de formar equipas. O número de alunos em cada equipa tem de ser o mesmo. De quantas maneiras diferentes podem os alunos organizar as equipas?

Explica como pensaste.

Os jogos de ténis

12 amigos vão jogar ténis para um clube. A senhora da receção dá 2 raquetes e 5 bolas de ténis a cada 2 amigos. Quantas bolas e quantas raquetes tem de dar aos 12 amigos?



A ida à praia

No verão, a avó Margarida leva sempre os seus 4 netos à praia. Quando foi ao supermercado comprou 4 embalagens de 3 pacotes de sumo cada, como a que vês na imagem. Todos os dias, na praia, cada um dos seus netos bebe o sumo de 1 pacote.



- a) Para quantos dias chegam os pacotes de sumo que a avó Margarida comprou?

Explica como pensaste.

ANEXO G - MATERIAIS
DISPONIBILIZADOS NA
RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS

| ' ' | ' ' |

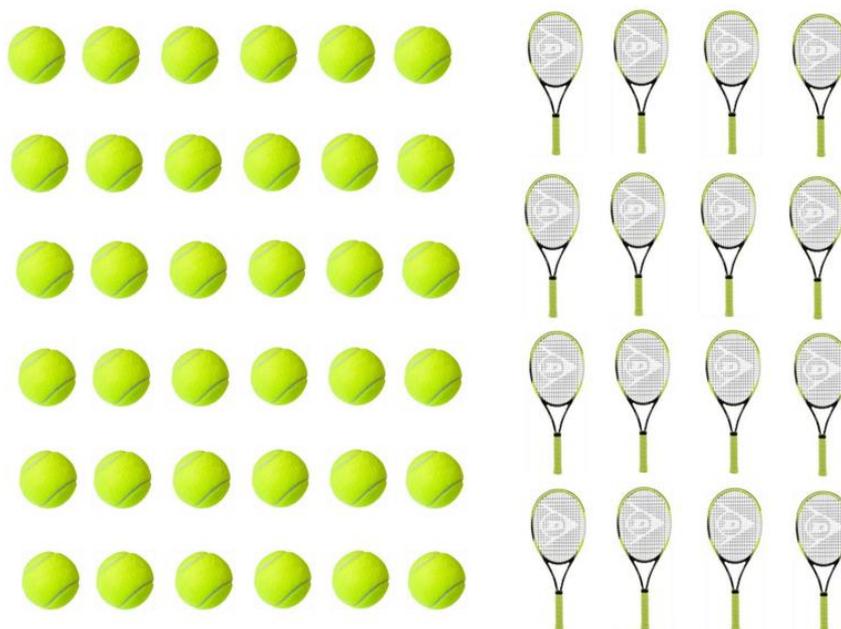
Problema: A formação de equipas

	1.º modo	2.º modo	3.º modo	4.º modo	5.º modo	6.º modo
Número de equipas						
Número de alunos em cada equipa						

	Número de equipas	Número de alunos em cada equipa
1.º modo		
2.º modo		
3.º modo		
4.º modo		
5.º modo		
6.º modo		



Problema: Os jogos de ténis

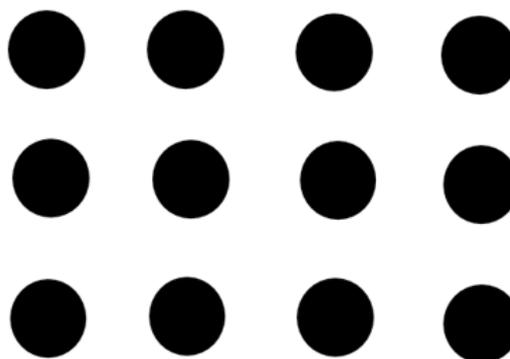


N.º de amigos						
N.º de raquetes						
N.º de bolas						

N.º de amigos	N.º de raquetes	N.º de bolas



Problema: A ida à praia



	Número de pacotes que existem	Número de pacotes que gastam	Número de pacotes que sobram
1.º dia			
2.º dia			
3.º dia			
4.º dia			



	Número de pacotes consumidos em cada dia	Número de pacotes consumidos ao todo
1.º dia		
2.º dia		
3.º dia		
4.º dia		



ANEXO H - DECLARAÇÃO DE
CONSENTIMENTO INFORMADO

| ' ' | ' ' |

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Investigação no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Autora: Leonor de Matos Mendes

O presente trabalho de investigação, intitulado Representações matemáticas, suas funções e relações na resolução de problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade, insere-se num estudo que decorre no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizado na Escola Superior de Educação de Lisboa e tem como principal objetivo compreender a que tipo de representações os alunos, do 2.º ano de escolaridade, recorrem para resolver problemas, o papel desempenhado por essas representações nos processos de resolução dos problemas e as relações que estabelecem entre os diferentes tipos de representações. A participação do seu educando é fundamental e, neste sentido, gostaria de contar com o seu consentimento para que possa realizar gravações áudio das sessões destinadas à resolução dos problemas, e conseqüente transcrição, para melhor captar e compreender os processos, as estratégias, as representações e o raciocínio dos alunos. Tanto as gravações, como as respostas dadas pelos alunos, serão estritamente confidenciais e codificadas, no caso da transcrição, e serão integradas somente na investigação em vigor, orientada pelo Professor Doutor Pedro Almeida, cujos resultados serão apresentados na Escola Superior de Educação de Lisboa no presente ano, 2022. No final de todo o trabalho de investigação, todo o material será destruído a fim de preservar o anonimato e confidencialidade do mesmo. A participação do seu educando é voluntária e pode retirar-se a qualquer altura, sem qualquer conseqüência.

Eu, _____, autorizo a participação do meu educando, _____, da turma _____, neste estudo e permito a utilização dos dados fornecidos através de gravações áudio e questionário, confiando em que apenas serão utilizados para esta investigação e nas garantias de confidencialidade e anonimato que me são apresentadas pela investigadora.

Assinatura: _____ Data: ____/____/____