

Trabajo Fin de Máster Ingeniería Aeronáutica

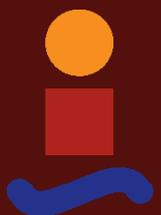
Efecto de la rodadura oscilatoria en el comportamiento a fatiga por fretting en un contacto cilíndrico

Autor: Martín Pérez Capote

Tutor: Jesús Vázquez Valeo

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022



Trabajo Fin de Máster
Ingeniería Aeronáutica

Efecto de la rodadura oscilatoria en el comportamiento a fatiga por fretting en un contacto cilíndrico

Autor:

Martín Pérez Capote

Tutor:

Jesús Vázquez Valeo

Profesor Titular

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2022

Trabajo Fin de Máster: Efecto de la rodadura oscilatoria en el comportamiento a fatiga por fretting en un contacto cilíndrico

Autor: Martín Pérez Capote

Tutor: Jesús Vázquez Valeo

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

A mi familia
A mis maestros

Resumen

Este Trabajo Fin de Máster es una ampliación del Trabajo Fin de Grado realizado previamente: Estudio del factor de intensidad de tensiones en fretting con un contacto cilíndrico [8]. En concreto, se estudian los efectos producidos por una rodadura oscilatoria de muy pequeña amplitud, del útil del ensayo sobre la superficie de contacto de la probeta, en los siguientes cálculos:

- Distribuciones de tensiones normales $\sigma_{yy}(x,0)$ y tangenciales $\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto de la probeta.
- Distribución del rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}(x,0)$ sobre la superficie de contacto y el proceso de iniciación de grietas en ella.
- Distribución del rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}(x,s)$ a largo de la grieta.
- Distribución del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I frente a la longitud de la grieta.
- Vida a fatiga del componente, estimada haciéndose uso del método basado en tensiones.
- Número requerido de ciclos de carga para la propagación de una grieta, iniciada en la superficie de la zona de contacto, desde una longitud inicial l_0 hasta una final l_f . Para ello, se hace uso del método basado en el crecimiento de una grieta.

En concreto, se está interesado especialmente en:

- Comprobar analíticamente que, debido a la aparición de esta rodadura oscilatoria R , se generan unas zonas sobre la superficie de contacto de la probeta, cerca de los límites de la zona de contacto, en que es posible que se inicie una grieta. Es de gran interés comprobar que se obtienen resultados coherentes con los obtenidos experimentalmente [1].
- Estudiar el efecto de la rodadura R sobre ΔK_I , pues aporta información de gran utilidad acerca de la estabilidad y velocidad de crecimiento de una grieta iniciada en la superficie de contacto de la probeta.
- Estudiar el efecto de la rodadura R sobre la vida a fatiga del componente, haciéndose uso del método basado en tensiones y del método basado en el crecimiento de la grieta.

Índice

<i>Resumen</i>	III
<i>Índice</i>	V
1 Introducción	1
1.1 Fretting	1
1.2 Tipos de daño en las superficies en contacto	1
1.3 Fatiga por fretting	1
1.4 Ensayos de fretting	2
1.5 Rodadura oscilatoria del útil sobre la superficie de contacto	3
2 Tensiones sobre la superficie de contacto	5
2.1 Hipótesis	5
2.2 Tensiones normales de compresión sobre la superficie de contacto $\sigma_{yy}(x,0)$.	7
2.3 Rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto $\Delta\sigma_{yy}(x,0)$	9
2.4 Tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xy}(x,0)$.	10
2.5 Rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$.	14
2.6 Comparativa con resultados obtenidos mediante programas de elementos finitos	16
3 Cálculo del estado tensional en el interior de la probeta	19
3.1 Ecuaciones de Flamant.	19
3.2 Ecuaciones analíticas publicadas por Sackfield y Hills.	22
4 Tensiones axiales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xx}(x,0)$ y a lo largo de la grieta $\sigma_{xx}(x,s)$	27
4.1 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\Delta\sigma_{xx}(x,0)$	27
4.1.1 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)}{\mu p_0}$	28
4.1.2 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$	30
4.1.3 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$	32
4.2 Rango de tensiones axiales a lo largo de una grieta iniciada en $x = -a + R$: $\Delta\sigma_{xx}(x,s)$	35
4.2.1 Rango de tensiones axiales a lo largo de la grieta: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)}{\mu p_0}$	35
4.2.2 Rango de tensiones axiales a lo largo de la grieta: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$	37
4.2.3 Rango de tensiones axiales a lo largo de la grieta: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$	37
5 Cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I a lo largo de la grieta	41
5.1 Principio de Bueckner.	43
5.2 Método de las funciones de peso.	43
5.3 Adimensionalización de las expresiones que permiten el cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I	44

5.3.1	Adimensionalización del rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I^N , debido a la contribución de $\Delta\sigma_{yy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto.	44
5.3.2	Adimensionalización del rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I^Q , debido a la contribución de $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto.	44
5.3.3	Adimensionalización del rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I , debido a la contribución de todas las distribuciones de tensiones aplicadas sobre la superficie de contacto.	44
5.4	Rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I frente a la longitud de una grieta $\frac{l}{a}$	45
5.4.1	Rango del factor de intensidad de tensiones: $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$	45
5.4.2	Rango del factor de intensidad de tensiones: $\frac{\Delta K_I^N}{\mu p_0 \sqrt{a}}$	46
5.4.3	Rango del factor de intensidad de tensiones: $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$	47
6	Vida a fatiga del componente	49
6.1	Método basado en tensiones	50
6.2	Método basado en el crecimiento de la grieta	54
7	Conclusiones	59
7.1	Iniciación de una grieta en la superficie de contacto de la probeta	59
7.2	Influencia de la rodadura en el rango del factor de intensidad de tensiones	59
7.3	Vida a fatiga y número de ciclos de carga requeridos para la propagación de una grieta	60
	<i>Índice de Figuras</i>	61
	<i>Bibliografía</i>	63

1 Introducción

1.1 Fretting

[2] El fretting es un fenómeno de daño material en las superficies de contacto entre componentes que se encuentran bajo presión y sometidos a vibraciones o a la acción de cargas que varían con el tiempo de forma oscilatoria. Este daño producido es debido a desplazamientos relativos oscilatorios de muy pequeña amplitud entre las superficies en contacto, causados por la acción de dichas cargas y la fricción existente entre ellas.

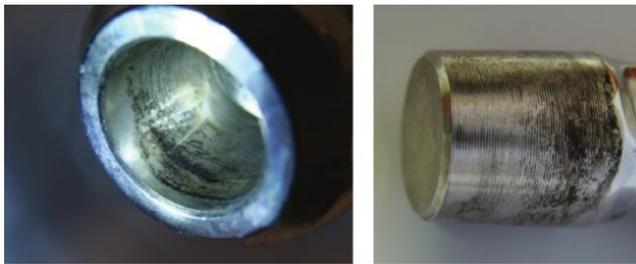


Figura 1.1 Daño causado por fretting [7].

Muchos componentes en la industria son vulnerables de sufrir fretting debido a las condiciones en que trabajan: Uniones atornilladas, álabes de turbinas, rodamientos, interfaces entre ejes de transmisión y ruedas, ... Por tanto, su estudio es de gran importancia debido a razones de seguridad.

1.2 Tipos de daño en las superficies en contacto

[2] Pueden producirse cambios metalúrgicos, desgaste, corrosión y formación de grietas, tanto superficiales como interiores, que pueden llevar al fallo prematuro del componente. Se distinguen tres tipos de fretting según el tipo de daño causado:

- **Corrosión por fretting:** Formación de óxido y grietas superficiales.
- **Desgaste por fretting:** Desgaste y formación de grietas superficiales.
- **Fatiga por fretting:** Se produce cuando uno de los componentes se encuentra bajo la acción de una tensión global oscilatoria. Se trata del caso que se desea analizar.

1.3 Fatiga por fretting

[2] En el siguiente esquema se muestran las distribuciones de tensiones axiales producidas a lo largo de una grieta, iniciada en la superficie de contacto entre ambos cuerpos, en los casos de fatiga por fretting y fretting.

Se observa que en el caso de fatiga por fretting, además de considerarse la contribución de las cargas aplicadas sobre la superficie de contacto N y Q , σ_{local} , es preciso tener en cuenta la contribución de una tensión global oscilatoria σ , σ_{global} .

En este caso, una vez iniciada una grieta debido a la contribución de las cargas aplicadas sobre la superficie de contacto N y Q , esta puede propagarse debido a la acción de la tensión global oscilatoria σ , si su amplitud es lo suficientemente alta.

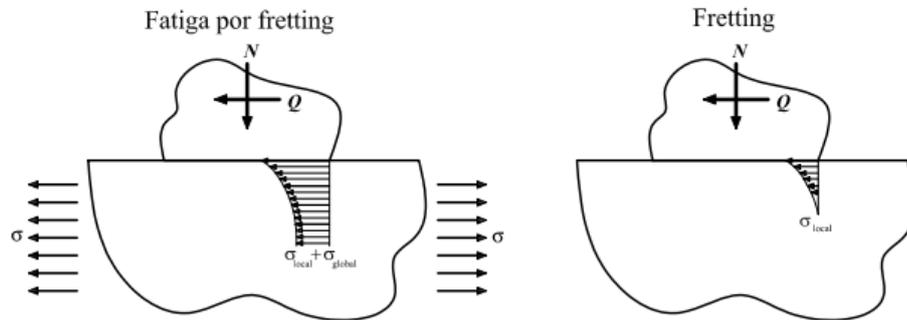


Figura 1.2 Diferencia entre fatiga por fretting y fretting [2].

1.4 Ensayos de fretting

[2] Se realizan con el objetivo de estudiar los procesos de iniciación y propagación de grietas, así como de analizar la influencia de cada uno de los parámetros involucrados en el problema: Propiedades mecánicas de los materiales, geometría del problema, ...

Se distinguen dos tipos de ensayos:

- **Ensayos con componentes reales.** Se replica de la forma más fiel posible las condiciones en que operan los componentes, para anticipar su comportamiento en servicio. Aportan información limitada al caso de estudio e implican un alto coste económico.
- **Ensayos con geometrías sencillas.** Permiten contar con soluciones analíticas del estado de tensiones y deformaciones en la superficie de contacto, simplificando enormemente los cálculos.

En este proyecto se parte de un ensayo de geometría sencilla. En concreto, se considera un ensayo de fatiga por fretting con contacto cilíndrico (Una superficie plana en contacto con una superficie cilíndrica), pues además de contar con soluciones analíticas, puede ser tratado de forma bidimensional. El montaje del ensayo considerado es muy similar al montaje de fretting realizado por Nishioka y Hirakawa, Hoepfner y Goss, Nowell y Szolwinski.

En este ensayo la probeta se encuentra cargada lateralmente mediante dos elementos fijos de contacto. Estos elementos de contacto le aplican a la probeta una carga normal constante N , de modo que al aplicar el actuador la carga cíclica $\sigma(t)$ sobre la probeta, se desarrolla una fuerza tangencial cíclica $Q(t)$ sobre la superficie de contacto.

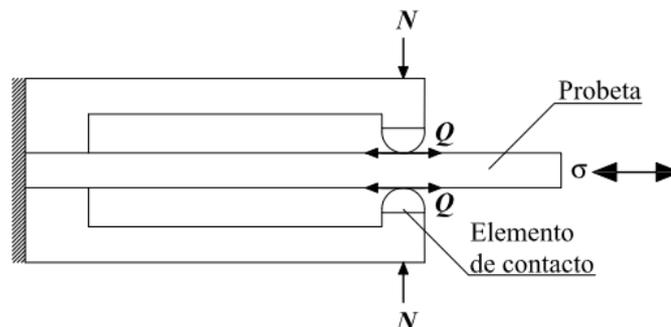


Figura 1.3 Montaje de fretting [2].

1.5 Rodadura oscilatoria del útil sobre la superficie de contacto

[1] Como consecuencia del acoplamiento existente entre el útil que aplica la carga normal N sobre la probeta, y la carga tangencial oscilatoria que actúa sobre su superficie $Q(t)$, resultado de la aplicación de la tensión global oscilatoria $\sigma(t)$, se produce una rodadura oscilatoria $R(t)$ de muy pequeña amplitud del útil sobre la superficie de la probeta. Cuanto mayor es el valor de la carga $Q(t)$ y la flexibilidad del dispositivo del ensayo, mayor es el valor de la rodadura $R(t)$ producida entre las superficies en contacto. El sentido en que se produce la rodadura se muestra en el siguiente esquema:

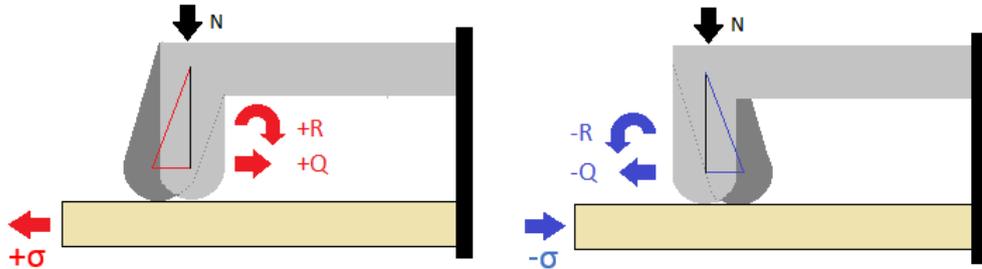


Figura 1.4 Rodadura oscilatoria del útil de contacto.

Se muestra que el útil tiende a rodar en el mismo sentido en que actúa la carga tangencial Q producida sobre la superficie de contacto. Como consecuencia, la zona de contacto cambia durante el ciclo de fretting desplazándose con ella. Ello se deduce de una serie de observaciones experimentales [1]:

- En cada instante comprendido dentro del ciclo de fretting, el tamaño de la zona de contacto es $2a$. $x = -a$ y $x = a$ representan los extremos de la zona de contacto según la teoría de Hertz, en que no se considera la aparición de esta rodadura.
- El tamaño de la huella obtenida al final del ensayo es mayor que $2a$.

Esto se debe al desplazamiento oscilatorio del útil hacia ambos lados durante el ciclo de fretting, debido a la aparición de dicha rodadura. Debido a ello, el tamaño de la huella obtenida al final del ensayo es el resultado del desplazamiento hacia ambos lados del tamaño predicho por la teoría de Hertz, $2a + 2R$.

Empleándose como parámetro para estudiar este fenómeno $R(t)$, que representa el desplazamiento de la zona de contacto sobre la superficie de la probeta debido a la aparición de una rodadura, se obtiene el siguiente esquema, en que se representa la evolución de dicha zona a lo largo del ciclo de fretting:

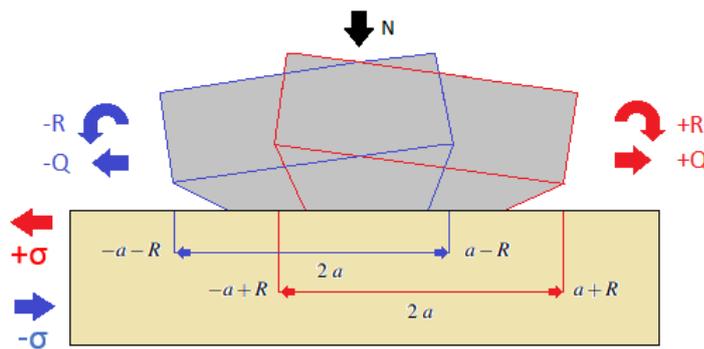


Figura 1.5 Evolución de la zona de contacto durante el ciclo de fretting con rodadura oscilatoria.

Como consecuencia, se produce también un desplazamiento oscilatorio y de pequeña amplitud de las distribuciones de tensiones normales y tangenciales que actúan sobre la zona de contacto, desplazándose ambas con ella debido a $R(t)$. Ello conlleva modificaciones en el estado tensional en el interior de la probeta y, por tanto, en las distribuciones de tensiones axiales producidas sobre la superficie de contacto, siendo esta componente del tensor de tensiones la responsable del proceso de iniciación de una grieta en la superficie de contacto de la probeta.

En concreto, se conoce que se inicia una grieta en la superficie de la probeta en el punto ubicado sobre ella en que se alcanza el valor máximo del rango de tensiones axiales, $\Delta\sigma_{xx}$. Como resultado de ensayos de fatiga por fretting realizados [1], considerándose o no la aparición de una rodadura $R(t)$, se obtiene:

- Si $R(t) = 0$ **durante el ciclo de fretting**, la iniciación de una grieta sobre la superficie de la probeta se produce en los límites de la zona de contacto. En el caso del ensayo considerado en este proyecto, se iniciaría en $x = -a$.
- Si $R \neq 0$ **durante el ciclo de fretting**, la iniciación de una grieta sobre la superficie de la probeta se produce en el interior de la zona de contacto. Es decir, se produce un pequeño desplazamiento de su ubicación hacia el interior de la zona de contacto, produciéndose en el caso de este proyecto en $x = -a + R$.

En la siguiente imagen se muestran los dos principales efectos debidos a la rodadura y observados de forma experimental [1]: El incremento de tamaño de la zona de contacto total obtenida al final del ensayo de fatiga por fretting y el desplazamiento de la ubicación de iniciación de una grieta sobre la superficie de contacto de la probeta.

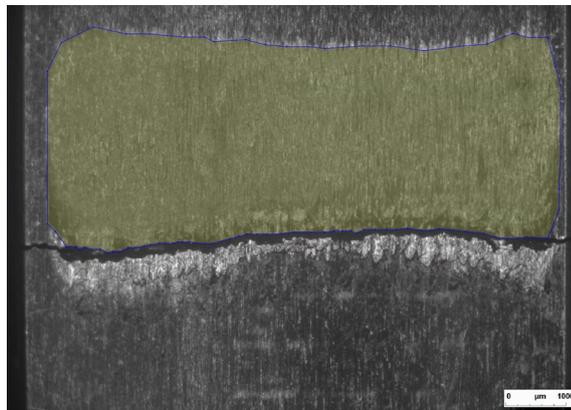


Figura 1.6 Efectos producidos por la rodadura y observados de forma experimental [1].

Se pueden observar:

- El tamaño de la zona de contacto total al final del ensayo, representado por el recinto de color gris.
- La ubicación de iniciación de la grieta, localizada en el interior de la zona de contacto y ligeramente desplazada respecto al límite inferior de la zona de contacto total.

Por tanto, el objetivo principal de este proyecto será comprobar de forma analítica que, partiendo del comportamiento observado experimentalmente de la zona de contacto y de las distribuciones de tensiones producidas sobre ella $\sigma_{yy}(x,0)$ y $\sigma_{xy}(x,0)$ debido a la rodadura $R(t)$ durante el ciclo de fretting, la iniciación de una grieta sobre la superficie de contacto de la probeta es coherente con estos resultados experimentales. Es decir, comprobar analíticamente que el valor máximo del rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto de la probeta $\Delta\sigma_{xx}$ no se produce en los límites de la zona de contacto, sino que se desplaza su ubicación ligeramente hacia el interior de la zona de contacto. En concreto, debe comprobarse que se generan unas zonas cerca de los límites de la zona de contacto ($x \in [-a - R, -a + R]$ y $x \in [a - R, a + R]$) en que se alcanzan tensiones de valor aproximado y de muy alto valor, pudiéndose iniciar la grieta en cualquier lugar dentro de estas zonas.

Una vez realizada dicha comprobación, es de gran interés el estudio de la influencia de esta rodadura $R(t)$ sobre el comportamiento del factor de intensidad de tensiones a lo largo del frente de la grieta producida. Ello se debe a que este parámetro proporciona información de gran interés acerca de la estabilidad o velocidad de propagación de una grieta. Finalmente, se procede a estudiar el efecto de esta rodadura en la vida a fatiga del componente, haciéndose uso del método basado en tensiones y el método basado en el crecimiento de una grieta.

2 Tensiones sobre la superficie de contacto

En este apartado, partiendo del montaje de un ensayo de fatiga por fretting con contacto cilíndrico, y considerándose una rodadura oscilatoria de muy pequeña amplitud entre las superficies en contacto, se procede a calcular y representar las distribuciones de tensiones normales y tangenciales producidas sobre la superficie de contacto.

En primer lugar, se muestra un esquema simplificado de dicho ensayo:

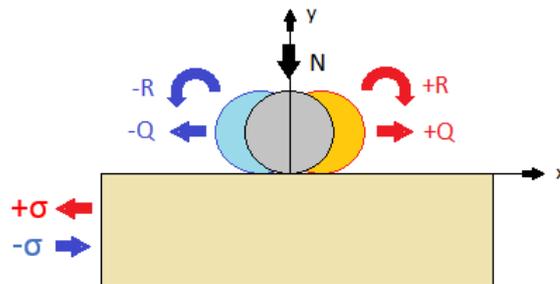


Figura 2.1 Esquema del caso de estudio simplificado.

Se considera la presencia de las siguientes cargas:

- Una carga normal de compresión N .
- Una tensión global oscilatoria $\sigma(t)$.

Como consecuencia de la aplicación de estas, se producen:

- Una carga tangencial oscilatoria $Q(t)$.
- Una rodadura oscilatoria $R(t)$.

Además de estas cargas, se consideran como variables del problema: La geometría de las zonas de contacto, las propiedades mecánicas de los materiales implicados y el coeficiente de rozamiento en la superficie de contacto. No se consideran los efectos producidos por la temperatura, las condiciones ambientales o las distribuciones de tensiones residuales en los materiales.

2.1 Hipótesis

[4] Para obtener las expresiones de las tensiones en la superficie de contacto entre ambos cuerpos es necesario tomar una serie de hipótesis, además de considerar las implicaciones que conlleva el hecho de que el contacto entre ambos cuerpos sea cilíndrico.

Cuando dos cilindros de la misma longitud están en contacto tal y como se muestra en la siguiente imagen, se cumple:

- Los extremos se encuentran bajo condiciones de tensión plana si no están sometidos a esfuerzos de tracción ($\sigma_{zz} = 0$). Esta condición no se cumple en la probeta, debido a la acción de σ .
- La parte central se encuentra bajo condiciones de deformación plana ($\epsilon_{zz} = 0$, $\sigma_{zz} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$).

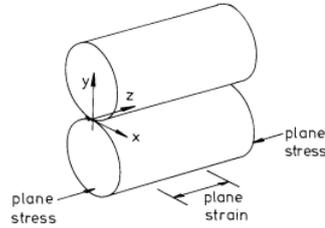


Figura 2.2 Contacto cilíndrico [4].

Debido a ello, se decide centrar el problema en la parte central, permitiéndose tratarlo como un problema bidimensional de deformación plana del que se puede obtener una solución analítica. A continuación, se presentan las hipótesis tomadas para facilitar el análisis del caso de estudio:

- La carga normal de compresión N debe ser lo suficientemente pequeña para que el tamaño de la zona de contacto ($2a$) sea menor que los radios de ambos cilindros (R_1 el de aplicación y R_2 el de la probeta). Ello permite aproximar los cuerpos en contacto como semiplanos.
- El radio de la probeta debe ser mucho mayor que la del puzón del ensayo ($R_2 \gg R_1$) y suficientemente grande para aproximar el problema al caso degenerado de contacto entre un cilindro y un plano ($R_2 \gg 1$). Ello permite expresar la distribución de tensiones sobre la superficie de contacto de forma parabólica.
- Ambos cuerpos tienen las mismas constantes elásticas para que no aparezcan tracciones de cizalladura superficial. Además, se considera que el valor de sus respectivos coeficientes de rozamiento son idénticos.

Como consecuencia, se tiene:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = E \\ \nu_1 &= \nu_2 = \nu \\ \mu_1 &= \mu_2 = \mu \\ R_2 &\gg R_1, R_2 \gg 1 \\ a &\ll R_1 \end{aligned}$$

A continuación, se calculan una serie de parámetros que participan en las expresiones que definen las tensiones sobre la superficie de contacto [2]:

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{R_1} \\ A &= 4 \left(\frac{1 - \nu^2}{E} \right) \\ a &= \sqrt{\frac{2 N A}{\pi k}} \\ p_0 &= \frac{k a}{A} \\ c &= a \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \\ e &= \frac{\sigma a}{4 \mu p_0} \end{aligned}$$

Donde:

- k y A son la curvatura relativa y una medida de conformidad entre ambos cuerpos.
- p_0 es el valor máximo alcanzado por la distribución de tensiones normales de compresión resultante sobre la superficie de contacto.
- a y $\frac{c}{a}$ representan el semi-ancho de la zona de contacto entre ambos cuerpos y la fracción de esta superficie que se encuentra adherida cuando se produce deslizamiento parcial.
- e , también conocida como excentricidad, representa el desplazamiento en el eje x de la fracción de la zona de contacto que se encuentra adherida debido a la contribución de σ .

Finalmente, se considera que el parámetro relativo a la rodadura oscilatoria producida entre las superficies en contacto, $R(t)$, debe cumplir la siguiente condición:

$$c + e \leq a - R \rightarrow R \leq a - (c + e)$$

Esta expresión es consecuencia del comportamiento, frente a la aparición de una rodadura $R(t)$, de la fracción de la zona de contacto que se encuentra adherida en el caso de deslizamiento parcial. Como consecuencia de una serie de experimentos realizados [1], se deduce que dicha zona permanece fija y no se desplaza con el resto de la zona de contacto ante la aparición de $R(t)$.

2.2 Tensiones normales de compresión sobre la superficie de contacto $\sigma_{yy}(x,0)$.

[4] Estas tensiones se producen como consecuencia de la acción de la carga normal de compresión N . Se distribuyen de forma parabólica sobre la superficie de contacto en $x \in [-a, a]$, anulándose en sus extremos ($x = -a$ y $x = a$) y alcanzándose su valor máximo ($-p_0$) en la zona central ($x = 0$). La expresión que definiría dicha distribución es la siguiente:

$$\sigma_{yy}(x,0) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a, a]$$

La aparición de una rodadura oscilatoria $R(t)$ del útil sobre la superficie en contacto de la probeta produce que, a lo largo del ciclo de fretting, la zona de contacto se desplace con ella. Como consecuencia, la distribución de tensiones normales sobre la superficie de contacto también se desplaza. Ello conlleva modificaciones en las expresiones según el sentido de la rodadura:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^1(x,0) &= -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a+R, a+R] \\ \sigma_{yy}^2(x,0) &= -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, a-R] \end{aligned}$$

Donde $\sigma_{yy}^1(x,0)$ y $\sigma_{yy}^2(x,0)$ representan las distribuciones de tensiones normales producidas sobre la superficie de contacto, según se produzca una rodadura en sentido positivo (+R) o negativo (-R) respectivamente.

Para ilustrar este comportamiento, se procede a representar en las siguientes gráficas las distribuciones de tensiones normales obtenidas sobre la superficie de contacto de la probeta de forma adimensional:

$$\frac{x}{a}, \quad \frac{\sigma_{yy}(x,0)}{p_0}$$

Se consideran ambos sentidos de la rodadura y diferentes valores de ella, cumpliéndose en todo momento la siguiente condición:

$$\frac{R}{a - (c + e)} \leq 1$$

Se obtienen las siguientes gráficas y conclusiones:

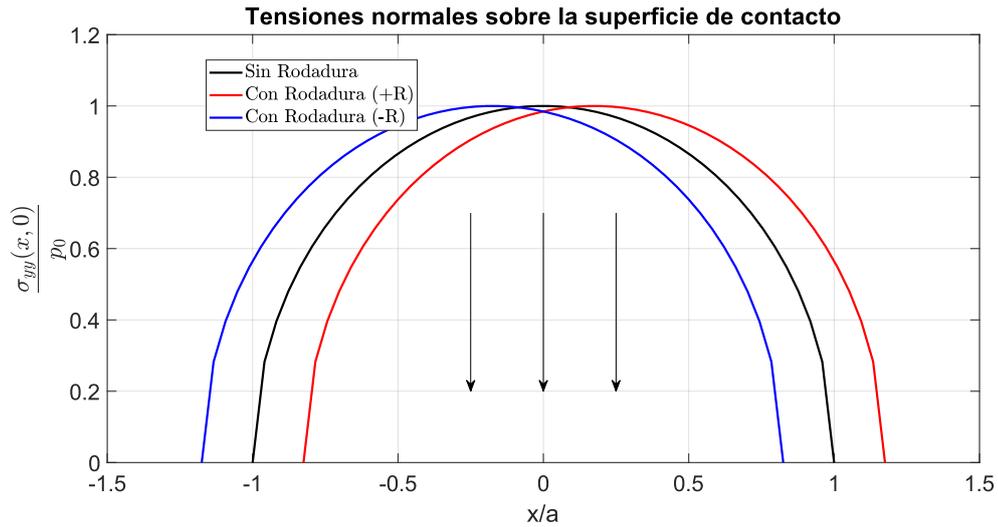


Figura 2.3 Tensiones normales de compresión adimensionales sobre la superficie de contacto.

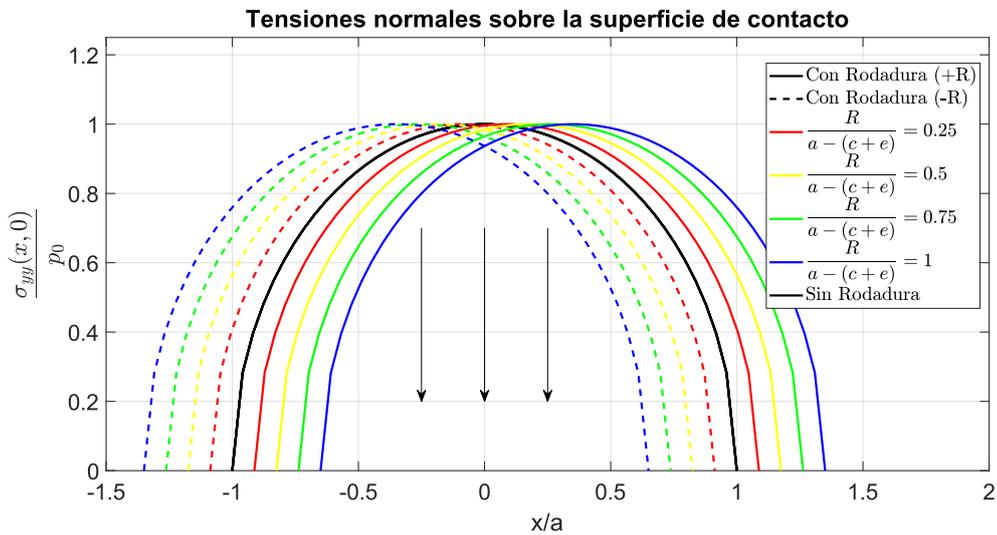


Figura 2.4 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en las tensiones normales sobre la superficie de contacto.

Observaciones:

- Las tensiones normales de compresión obtenidas sobre la superficie de contacto se distribuyen de forma parabólica. Además, en el caso en que no se produce rodadura alguna durante el ciclo de fretting, esta distribución solo depende de la acción de la carga normal N .
- La aparición de una rodadura R , debido al acoplamiento entre el útil que aplica una carga normal N y la acción de una carga tangencial Q sobre la superficie de la probeta, produce un desplazamiento de la zona de contacto y, por tanto, de la distribución de tensiones normales que actúan sobre ella. Dicho desplazamiento se produce en el mismo sentido en que actúa la carga tangencial Q .
- En la Figura 2.4 se observa como evoluciona, a lo largo del ciclo de fretting, la distribución de tensiones normales que actúan sobre la superficie de contacto. Esta distribución de tensiones se desplaza, junto a la zona de contacto, hacia la derecha o izquierda un valor determinado, según el sentido y valor adoptados por la rodadura R , determinados por la acción de la carga tangencial Q y la rigidez del dispositivo del ensayo.

2.3 Rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto $\Delta\sigma_{yy}(x,0)$

Se procede a calcular y representar el rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto: $\Delta\sigma_{yy}(x,0) = \sigma_{yy}^1(x,0) - \sigma_{yy}^2(x,0)$. Se calcula como:

$$\Delta\sigma_{yy}(x,0) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, -a+R]$$

$$\Delta\sigma_{yy}(x,0) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2} - p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a+R, a-R]$$

$$\Delta\sigma_{yy}(x,0) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [a-R, a+R]$$

De las expresiones resultantes se deduce que, en el caso en que no se produce rodadura alguna durante el ciclo de fretting, el rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto es nulo. Para estudiar su comportamiento en el caso en que dicha rodadura si se produce, se procede a representar la distribución del rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto de forma adimensional:

$$\frac{x}{a}, \quad \frac{\Delta\sigma_{yy}(x,0)}{p_0}$$

Llevándose a cabo de forma similar al caso anterior, se obtienen las siguientes gráficas y conclusiones:

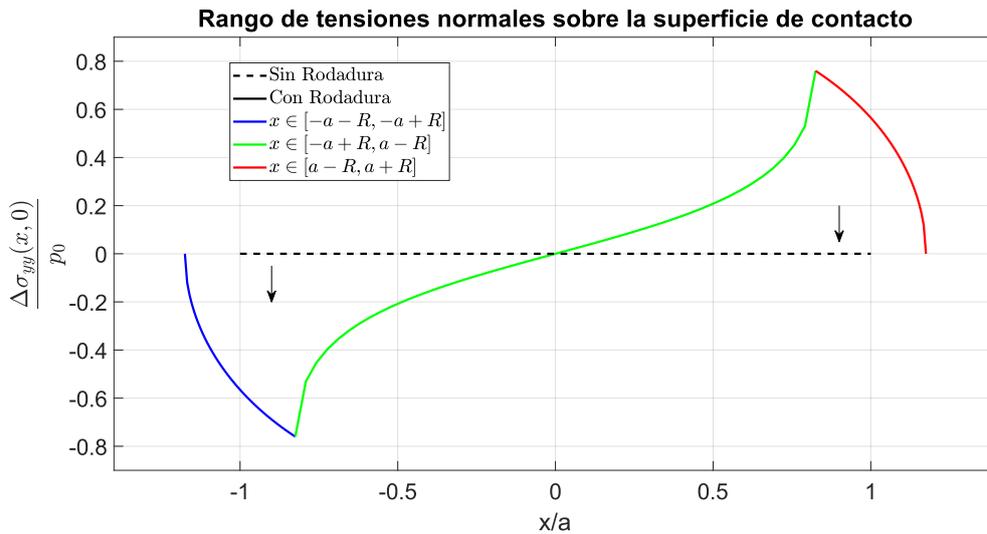


Figura 2.5 Rango de tensiones normales adimensionales sobre la superficie de contacto.

Observaciones:

- Como se deducía de las expresiones, en la Figura 2.5 se observa que en el caso en que no se produce rodadura alguna durante el ciclo de fretting, el rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto es nulo.
- En el caso en que si se produce una rodadura oscilatoria entre las superficies en contacto, la distribución del rango de tensiones normales sobre la zona de contacto presenta el comportamiento mostrado en la Figura 2.5. Dicha distribución se anula en los extremos de la zona de contacto ($x = -a - R$ y $x = a + R$) y en su centro ($x = 0$), donde se produce un cambio de signo del rango, mientras que se alcanzan sus valores máximo y mínimo en $x = a - R$ y $x = -a + R$ respectivamente.
- En la Figura 2.6 se muestra como varía la distribución del rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto, respecto al valor adoptado por el parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$. En primer lugar, se observa como el tamaño de la zona de contacto total, resultado del desplazamiento hacia ambos lados, durante el ciclo de fretting, de la zona de contacto de tamaño $2a$ predicha por la

teoría de Hertz, aumenta según lo hace también el valor la rodadura. Además, los valores máximo y mínimo alcanzados por esta distribución de tensiones, en $x = a - R$ y $x = -a + R$ respectivamente, alcanzan valores más altos cuanto mayor lo es el respectivo a la rodadura. Ello es debido a que, cuanto mayor es el desplazamiento de la zona de contacto producido por ella, mayor es la distancia entre los puntos ubicados entre $x = a + R$ y $x = a - R$, y $x = -a + R$ y $x = -a - R$, siendo estas zonas las únicas en que no operan ambas distribuciones de tensiones asociadas a signos opuestos de las cargas aplicadas.

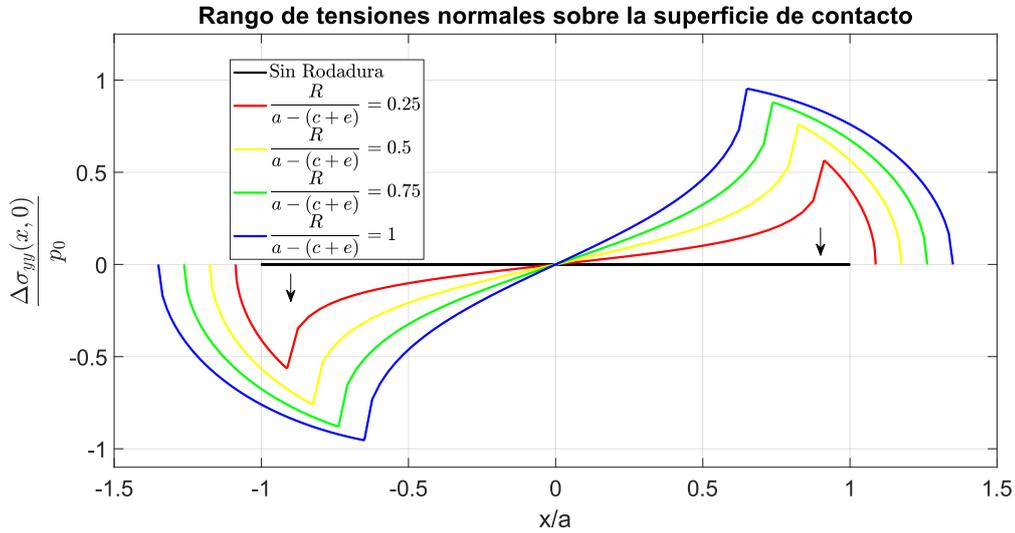


Figura 2.6 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones normales adimensionales sobre la superficie de contacto.

2.4 Tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xy}(x,0)$.

[4] Estas tensiones se producen como consecuencia de la acción, sobre la superficie de la probeta, de las cargas normal N y tangencial $Q(t)$, siendo esta última debida a la tensión global oscilatoria $\sigma(t)$. Además, es preciso considerar los efectos adicionales provocados por dicha tensión global y la aparición de una rodadura $R(t)$. En primer lugar, se distinguen dos posibles situaciones, según el valor adoptado por el coeficiente relativo a las cargas que actúan sobre la superficie de la probeta $\frac{Q}{\mu N}$:

- Si $\frac{Q}{\mu N} = 1$, se produce deslizamiento global.
- Si $\frac{Q}{\mu N} \leq 1$, se produce deslizamiento parcial.

En el primer caso toda la superficie de contacto se encuentra deslizando ($x \in [-a, a]$), mientras que en el segundo una parte de ella se encuentra adherida ($x \in [-c, c]$). De modo que cuando se produce deslizamiento parcial, se divide la zona de contacto en tres partes, según se muestra en la Figura 2.7.

Por tanto, las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto se descomponen en dos términos, tal y como se muestra en las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, & x \in [-a, -c] \\ \sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}, & x \in [-c, c] \\ \sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, & x \in [c, a] \end{aligned}$$

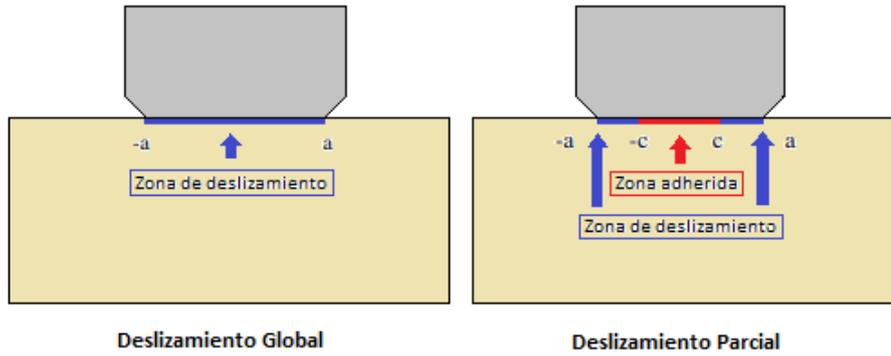


Figura 2.7 Deslizamiento global y deslizamiento parcial.

De modo que:

- El primer término se aplica sobre toda la zona de contacto, y su signo es el mismo de la carga tangencial $Q(t)$.
- El segundo término se aplica solo sobre la fracción de la superficie de contacto que se encuentra adherida, su magnitud es proporcional a ella, y su signo es opuesto al del primer término.

La acción de la tensión global oscilatoria $\sigma(t)$, además de producir la carga tangencial oscilatoria $Q(t)$ sobre la superficie de contacto, conlleva la aparición de una excentricidad e . Se trata de un desplazamiento de valor e en la dirección de eje x , de la fracción de la zona de contacto que se encuentra adherida, en el sentido opuesto a la acción de la tensión global σ cuando esta es de tracción. Ello se muestra en el siguiente esquema:

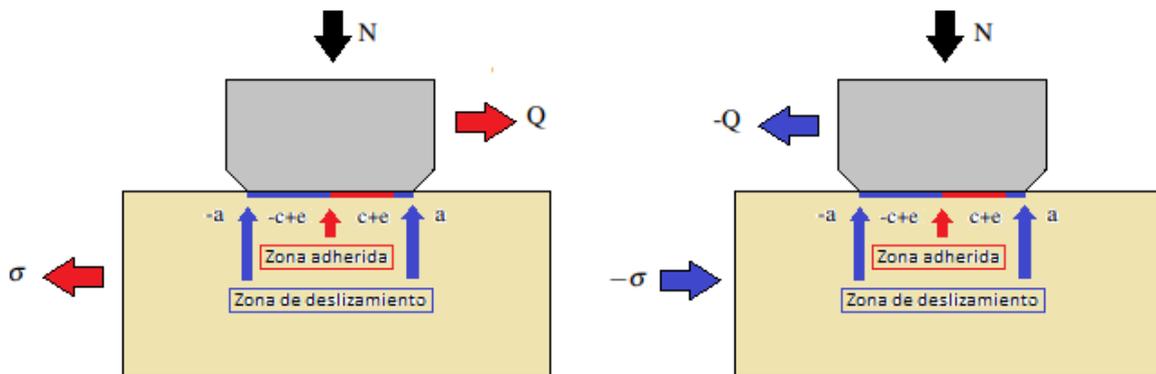


Figura 2.8 Excentricidad en deslizamiento parcial.

Esto se debe a que, a consecuencia de la acción de la tensión global σ , en la superficie de contacto de la probeta se produce una deformación de valor e , que no ocurre en la superficie del útil del ensayo. Este fenómeno ha sido comprobado de forma experimental en varias estudios, tal y como se muestra en la Figura 2.9. En la huella que queda sobre la superficie de contacto de la probeta, al final del ciclo de fretting, se puede observar el desplazamiento e de la fracción de la zona de contacto adherida.

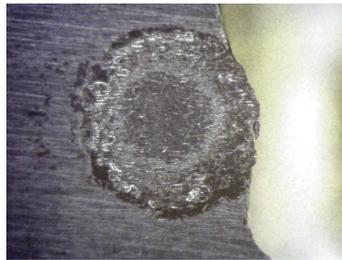


Figura 2.9 Excentricidad comprobada de forma experimental.

El efecto de una rodadura oscilatoria entre las superficies en contacto $R(t)$, sobre la distribución de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto, es similar al ocurrido a las tensiones normales, descrito en el apartado anterior. Se produce un desplazamiento de la zona de contacto con la rodadura y, como consecuencia, de la distribución de tensiones tangenciales sobre ella. Sin embargo, es preciso destacar el hecho de que la fracción de la zona de contacto que se encuentra adherida, bajo condiciones de deslizamiento parcial, permanece fija y no desplaza con el resto de la zona de contacto ante la aparición de $R(t)$. La evolución de la zona de contacto con la rodadura $R(t)$ se muestra en la Figura 2.10.

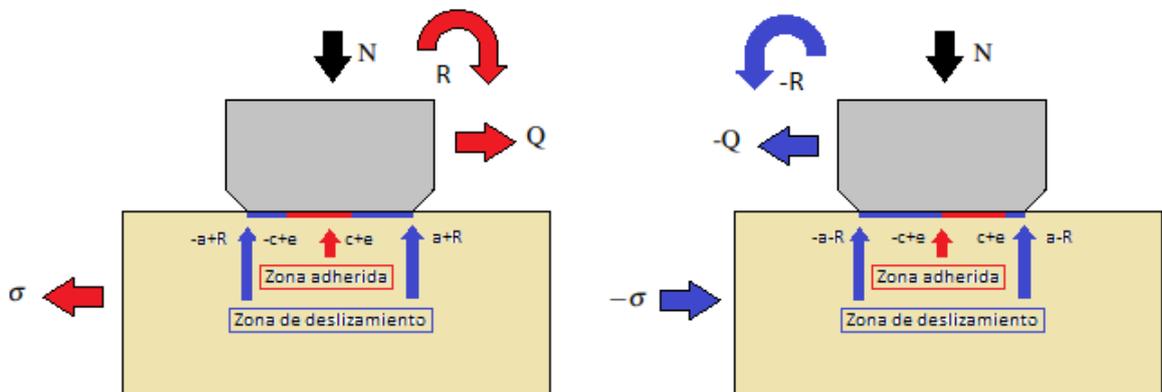


Figura 2.10 Desplazamiento de la zona de contacto debido a una rodadura R.

Además, debido a que dicha rodadura $R(t)$ es consecuencia del acoplamiento entre el útil del ensayo y la carga tangencial Q que actúa sobre la superficie de contacto, su valor está estrechamente relacionado con el tomado por dicha carga y la rigidez del dispositivo del ensayo. De acuerdo al montaje del ensayo propuesto y al caso de estudio que se desea estudiar, la carga Q y la rodadura R se relacionan según se muestra en la Figura 2.11:

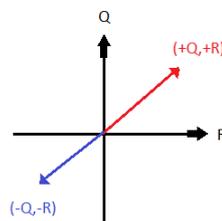


Figura 2.11 Relación R-Q.

A continuación, se presentan las expresiones corregidas de las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto, considerándose los efectos producidos por cada uno de los parámetros involucrados en el problema:

Caso 1: $R > 0, Q > 0$.

$$\begin{aligned}\sigma_{xy}^1(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a+R, -c+e] \\ \sigma_{xy}^1(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, \quad x \in [-c+e, c+e] \\ \sigma_{xy}^1(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [c+e, a+R]\end{aligned}$$

Caso 2: $R < 0, Q < 0$.

$$\begin{aligned}\sigma_{xy}^2(x,0) &= -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, -c+e] \\ \sigma_{xy}^2(x,0) &= -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2} + \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, \quad x \in [-c+e, c+e] \\ \sigma_{xy}^2(x,0) &= -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [c+e, a-R]\end{aligned}$$

A continuación, se procede a representar las distribuciones de tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta, de forma adimensional:

$$\frac{x}{a}, \quad \frac{\sigma_{xy}(x,0)}{\mu p_0}$$

Para ello, se toman una serie de valores de referencia que cumplan las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}\frac{Q}{\mu N} &\leq 1 \\ e \leq (a-c) &\rightarrow \frac{\sigma}{\mu p_0} \leq 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}}\right)\end{aligned}$$

Con el fin de mostrar de la forma más clara posible los efectos producidos por una rodadura, y debiéndose cumplir la condición $\frac{R}{a-(c+e)} \leq 1$, se toman los siguientes valores de referencia: $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$. Se obtienen las siguientes gráficas y conclusiones:

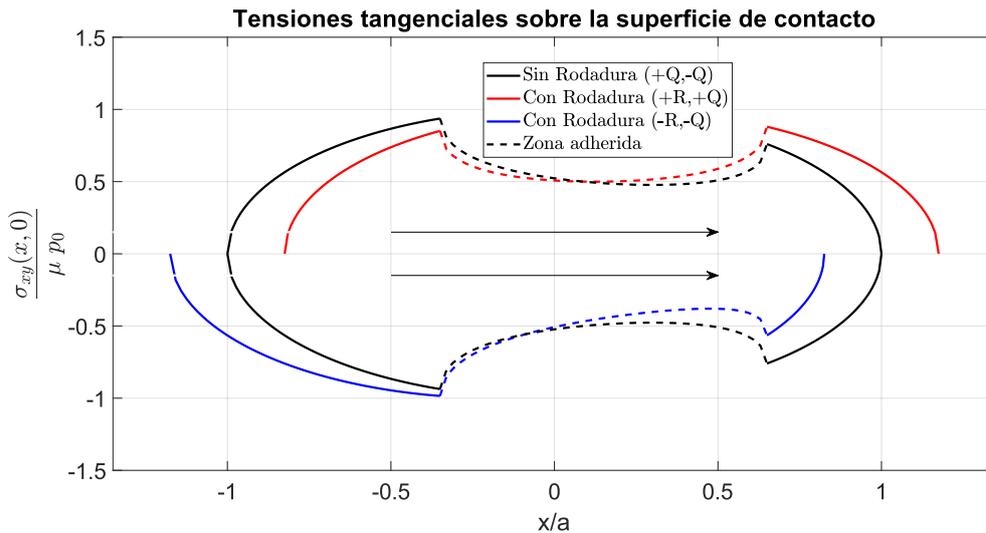


Figura 2.12 Tensiones tangenciales adimensionales sobre la superficie de contacto.

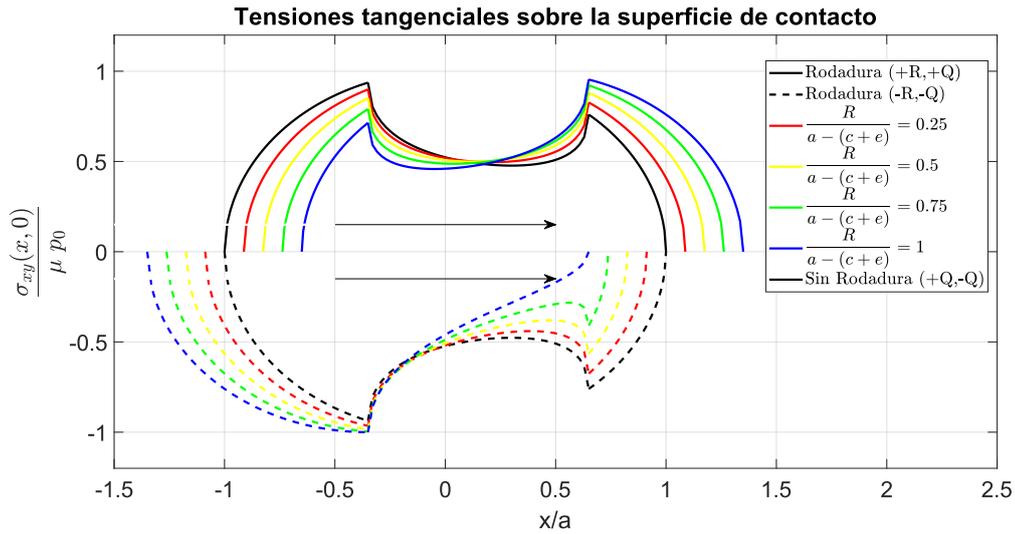


Figura 2.13 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en las tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto.

- Las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto se distribuyen de forma parabólica. Además, debido al valor de referencia tomado por el parámetro $\frac{Q}{\mu N}$ se produce deslizamiento parcial, pudiéndose distinguir la contribución de las tensiones que actúan exclusivamente sobre la zona de contacto adherida, así como el desplazamiento e de esta última debido a la acción de σ .
- En la Figura 2.12 se puede observar que en el caso en que no se produce rodadura alguna durante el ciclo de fretting, un cambio en el signo de la tensión global σ y, por tanto, de la carga tangencial Q , solo implica un cambio en el signo de las tensiones tangenciales producidas sobre la zona de contacto. En el caso en que si aparece una rodadura, se produce un desplazamiento con R de la fracción de la zona de contacto que desliza y, por tanto, de las tensiones tangenciales producidas sobre la zona de contacto bajo condiciones de deslizamiento global. Sin embargo, la fracción adherida de la zona de contacto y las tensiones tangenciales que actúan de forma exclusiva sobre ella permanecen inmóviles y no se desplazan con R .
- En la Figura 2.13 se puede observar la evolución, a lo largo del ciclo de fretting, de la distribución de tensiones tangenciales producidas sobre la zona de contacto. Se muestra el desplazamiento de la fracción deslizante de la zona de contacto y de las tensiones producidas sobre la zona de contacto bajo condiciones de deslizamiento global, hacia la derecha o izquierda un valor determinado, según el sentido y valor adoptados por la rodadura R a lo largo del ciclo. En el caso en que se aplica una tensión global σ de tracción sobre la probeta, se produce una rodadura R hacia la derecha, en el mismo sentido en que actúa la carga tangencial Q sobre la superficie de la zona de contacto. En el caso en que se aplica una tensión global σ de compresión, el sentido en que actúan Q y R es el opuesto.

. Respecto a las distribuciones de tensiones tangenciales mostradas en la Figura 2.12, en el caso en que si se produce una rodadura durante el ciclo de fretting, se pueden destacar los siguientes detalles:

- Se anulan en los extremos de las zonas de contacto desplazadas: $\sigma_{xy}^1(x,0)$ en $x = -a + R$ y $x = a + R$, mientras que $\sigma_{xy}^2(x,0)$ en $x = -a - R$ y $x = a - R$.
- Las ubicaciones en que se alcanzan los valores máximo de $\sigma_{xy}^1(x,0)$ y $\sigma_{xy}^2(x,0)$ varían respecto a la rodadura R . Así, para una rodadura pequeña, tanto $\sigma_{xy}^1(x,0)$ como $\sigma_{xy}^2(x,0)$ alcanza su valor máximo en $x = -c + e$. Sin embargo, para mayores valores del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$, $\sigma_{xy}^1(x,0)$ pasa a alcanzarlo en $x = c + e$, mientras que $\sigma_{xy}^2(x,0)$ sigue haciéndolo en $x = -c + e$.

2.5 Rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$.

En este punto, es interesante calcular y representar el rango de tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto: $\Delta\sigma_{xy}(x,0) = \sigma_{xy}^1(x,0) - \sigma_{xy}^2(x,0)$. Para analizar su comportamiento, se representa de

forma adimensional empleando los mismos valores referencia considerados en el apartado anterior.

$$\frac{x}{a}, \frac{\Delta\sigma_{xy}(x,0)}{\mu p_0}$$

Se calcula empleando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, & x \in [-a-R, -a+R] \\ \Delta\sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2} + \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, & x \in [-a+R, -c+e] \\ \Delta\sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2} + \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2} - 2\mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, & x \in [-c+e, c+e] \\ \Delta\sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2} + \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, & x \in [c+e, a-R] \\ \Delta\sigma_{xy}(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, & x \in [a-R, a+R] \end{aligned}$$

Se obtienen los siguientes resultados:

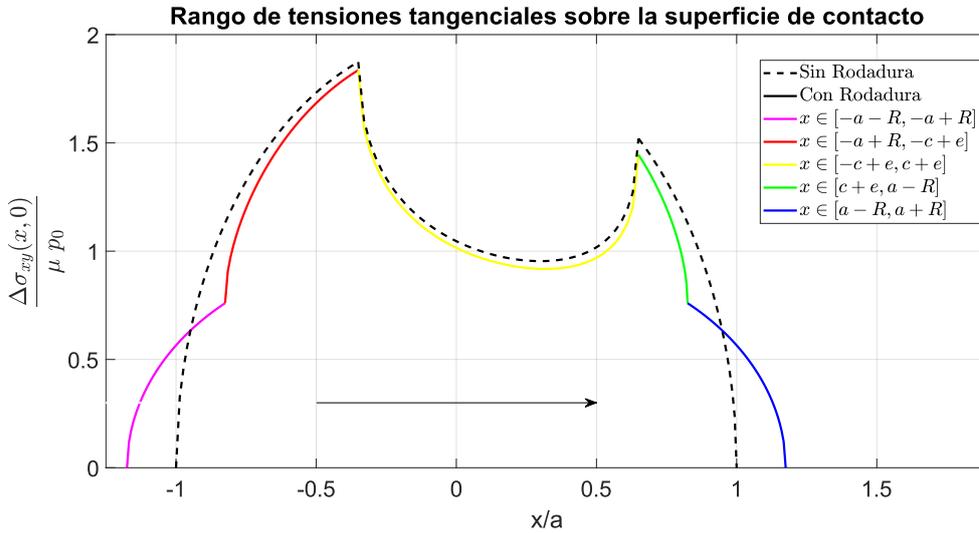


Figura 2.14 Rango de tensiones tangenciales adimensionales sobre la superficie de contacto.

Observaciones:

- En el caso en que no se produce rodadura alguna durante el ciclo de fretting, el rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto se puede dividir en tres tramos, pues no se produce desplazamiento alguno de la zona de contacto en función del sentido de aplicación de las cargas.
- En el caso en que si se produce una rodadura oscilatoria R entre las superficies en contacto, el rango de tensiones tangenciales se divide en cinco tramos, tal y como se muestra en la gráfica contenida en la Figura 2.14. La distribución de este rango de tensiones se anula en los extremos de la zona de contacto total ($x = -a - R$ y $x = a + R$) y alcanza su valor máximo en $x = -c + e$.
- En la Figura 2.15 se muestra como varía, respecto al valor adoptado por el parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$, la distribución del rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto. En primer lugar, se observa como el tamaño de la zona de contacto total, resultado del desplazamiento de la zona de contacto de tamaño $2a$ hacia ambos lados durante el ciclo de fretting, aumenta según lo hace también el valor de la rodadura. Además, se observa como el valor máximo alcanzado en $x = -c + e$, así como los valores adoptados en el intervalo $x \in [-c + e, c + e]$, disminuyen según aumenta también el valor del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$.

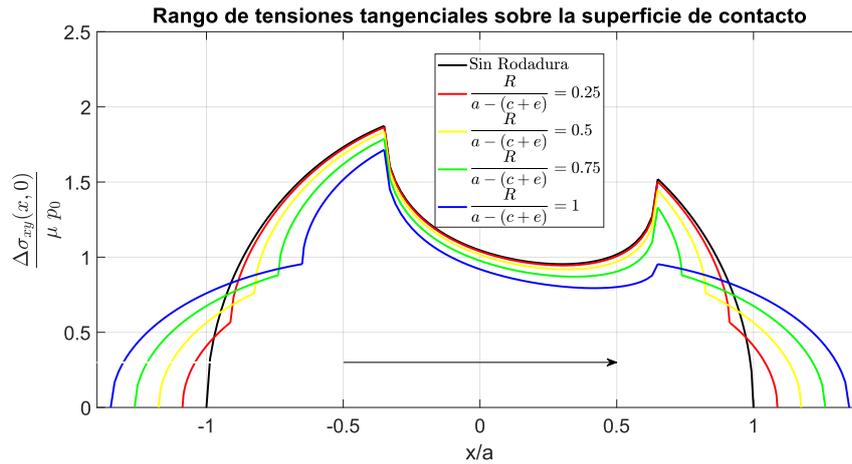


Figura 2.15 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto.

2.6 Comparativa con resultados obtenidos mediante programas de elementos finitos

Es preciso establecer una comparativa entre los resultados obtenidos mediante las expresiones analíticas expuestas en este capítulo, y los obtenidos mediante el empleo de programas de elementos finitos [1], cuyos resultados se encuentran más próximos a la realidad.

Para ello, se parte del siguiente caso, para el que se han realizado simulaciones mediante elementos finitos y se tienen resultados: $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$, $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 1$ y $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.713$.

Además, el montaje del ensayo empleado para su análisis en ANSYS difiere ligeramente respecto al presentado en este trabajo, produciéndose la excentricidad en el sentido opuesto. Se obtiene:

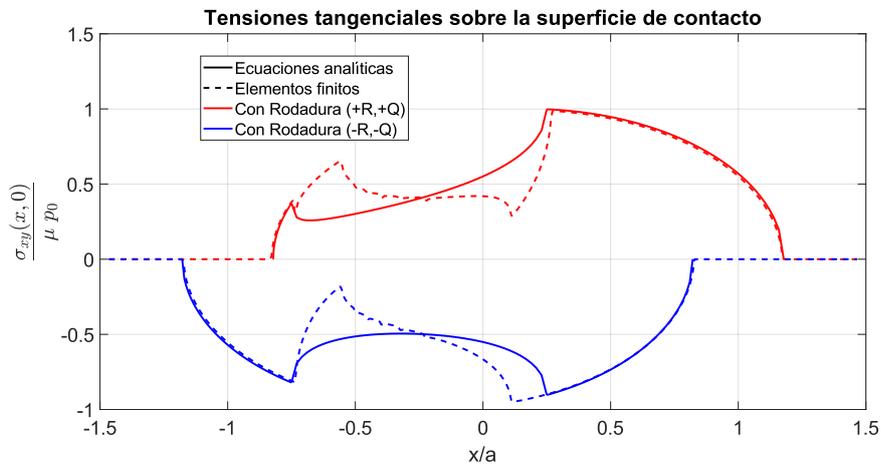


Figura 2.16 Tensiones tangenciales $\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto, obtenidas analíticamente y mediante elementos finitos.

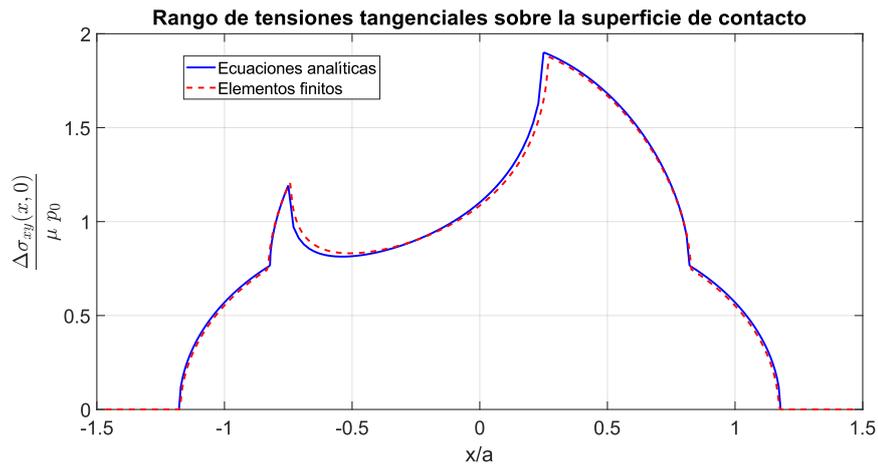


Figura 2.17 Rango de tensiones tangenciales $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto, obtenidas analíticamente y mediante elementos finitos.

Se observa:

- Las distribuciones de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xy}(x,0)$ obtenidas analíticamente para cada caso de carga, no coinciden de forma exacta con las obtenidas mediante el empleo de elementos finitos. Como se muestra en la Figure 2.16, en este último caso el tamaño de la fracción adherida de la zona de contacto es menor.
- Sin embargo, la distribución del rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$ obtenida analíticamente sí coincide con la obtenida mediante el empleo de ANSYS, tal y como se muestra en la Figura 2.16.

Por tanto, se procede a emplear en los siguientes apartados del proyecto el concepto de rango, pues son estos resultados los que se aproximan a lo que sucede en la realidad.

3 Cálculo del estado tensional en el interior de la probeta

En este apartado se procede a calcular el estado tensional en el interior de la probeta haciendo uso de dos métodos, que permiten su obtención una vez conocido el estado tensional en la superficie de contacto:

- Ecuaciones de Flamant [5]: Requiere el empleo de integración numérica, de modo que exige tiempos de procesamiento elevados para obtener resultados con gran precisión. Se empleará para comprobar que los resultados obtenidos con el segundo método sean correctos.
- Ecuaciones analíticas publicadas por Sackfield y Hills [4]: Proporcionan un conjunto de expresiones analíticas para el cálculo del estado tensional en el interior, en el caso de contacto cilíndrico.

3.1 Ecuaciones de Flamant.

[5] Permiten el cálculo del estado tensional en el interior de un cuerpo, una vez conocidas las tensiones en la superficie de contacto. Es aplicable en el caso de que se cumplan las siguientes condiciones:

- Los cuerpos en contacto presentan un comportamiento elástico e isótropo, e idénticas propiedades mecánicas.
- Ambos cuerpos pueden ser modelados como semiplanos elásticos.

Se puede observar que ambas condiciones se cumplen, de acuerdo a las hipótesis tomadas anteriormente para el cálculo de las distribuciones de tensiones sobre la superficie de contacto.

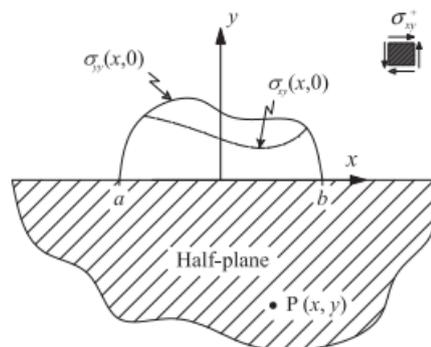


Figura 3.1 Semiplano sometido a una distribución de tensiones normal $\sigma_{yy}(x,0)$ y tangencial $\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto [5].

Las expresiones que permiten el cálculo de las componentes del campo de tensiones en el interior de la probeta son las siguientes:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(x,y) &= -\frac{2y}{\pi} \int_{\text{contact}} \frac{\sigma_{yy}(s,0) (x-s)^2}{((x-s)^2+y^2)^2} ds - \frac{2}{\pi} \int_{\text{contact}} \frac{\sigma_{xy}(s,0) (x-s)^3}{((x-s)^2+y^2)^2} ds \\ \sigma_{yy}(x,y) &= -\frac{2y^3}{\pi} \int_{\text{contact}} \frac{\sigma_{yy}(s,0)}{((x-s)^2+y^2)^2} ds - \frac{2y^2}{\pi} \int_{\text{contact}} \frac{\sigma_{xy}(s,0) (x-s)}{((x-s)^2+y^2)^2} ds \\ \sigma_{xy}(x,y) &= -\frac{2y^2}{\pi} \int_{\text{contact}} \frac{\sigma_{yy}(s,0) (x-s)}{((x-s)^2+y^2)^2} ds - \frac{2y}{\pi} \int_{\text{contact}} \frac{\sigma_{xy}(s,0) (x-s)^2}{((x-s)^2+y^2)^2} ds \\ \sigma_{zz}(x,y) &= \nu (\sigma_{xx}(x,y) + \sigma_{yy}(x,y)) \\ \sigma_{xz}(x,y) &= \sigma_{zx}(x,y) = \sigma_{yz}(x,y) = \sigma_{zy}(x,y) = 0\end{aligned}$$

A partir de las siguientes expresiones, que definen las distribuciones de tensiones sobre la superficie de contacto, considerándose cada uno de los casos (+Q,+R) o (-Q,-R):

Caso 1 (+Q,+R):

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}^1(x,0) &= -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a+R, a+R] \\ \sigma_{xy}^1(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a+R, -c+e] \\ \sigma_{xy}^1(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, \quad x \in [-c+e, c+e] \\ \sigma_{xy}^1(x,0) &= \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [c+e, a+R]\end{aligned}$$

Caso 2 (-Q,-R):

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}^2(x,0) &= -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, a-R] \\ \sigma_{xy}^2(x,0) &= -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, -c+e] \\ \sigma_{xy}^2(x,0) &= -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2} + \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, \quad x \in [-c+e, c+e] \\ \sigma_{xy}^2(x,0) &= -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [c+e, a-R]\end{aligned}$$

Se obtienen para cada caso, las expresiones particularizadas para el problema de estudio, que permiten obtener el estado tensional en el interior:

Caso 1 (+Q,+R):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^1(x,y) &= -\frac{2y}{\pi} A_1 - \frac{2}{\pi} (B_1 + C_1 + D_1) \\ \sigma_{yy}^1(x,y) &= -\frac{2y^3}{\pi} A_2 - \frac{2y^2}{\pi} (B_2 + C_2 + D_2) \\ \sigma_{xy}^1(x,y) &= -\frac{2y^2}{\pi} A_3 - \frac{2y}{\pi} (B_3 + C_3 + D_3)\end{aligned}$$

Caso 2 (-Q,-R):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^2(x,y) &= -\frac{2y}{\pi} A_4 - \frac{2}{\pi} (B_4 + C_4 + D_4) \\ \sigma_{yy}^2(x,y) &= -\frac{2y^3}{\pi} A_5 - \frac{2y^2}{\pi} (B_5 + C_5 + D_5) \\ \sigma_{xy}^2(x,y) &= -\frac{2y^2}{\pi} A_6 - \frac{2y}{\pi} (B_6 + C_6 + D_6)\end{aligned}$$

Donde:

Caso 1 (+Q,+R):

Para $\sigma_{xx}(x,y)$:

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{-a+R}^{a+R} [-p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ B_1 &= \int_{-a+R}^{-c+e} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)^3}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ C_1 &= \int_{-c+e}^{c+e} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - (\frac{s-e}{c})^2}] \frac{(x-s)^3}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ D_1 &= \int_{c+e}^{a+R} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)^3}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \end{aligned}$$

Para $\sigma_{yy}(x,y)$:

$$\begin{aligned} A_2 &= \int_{-a+R}^{a+R} [-p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{1}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ B_2 &= \int_{-a+R}^{-c+e} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ C_2 &= \int_{-c+e}^{c+e} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - (\frac{s-e}{c})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ D_2 &= \int_{c+e}^{a+R} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \end{aligned}$$

Para $\sigma_{xy}(x,y)$:

$$\begin{aligned} A_3 &= \int_{-a+R}^{a+R} [-p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ B_3 &= \int_{-a+R}^{-c+e} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ C_3 &= \int_{-c+e}^{c+e} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - (\frac{s-e}{c})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ D_3 &= \int_{c+e}^{a+R} [\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s-R}{a})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \end{aligned}$$

Caso 2 (-Q,-R):

Para $\sigma_{xx}(x,y)$:

$$\begin{aligned} A_4 &= \int_{-a-R}^{a-R} [-p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ B_4 &= \int_{-a-R}^{-c+e} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)^3}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ C_4 &= \int_{-c+e}^{c+e} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2} + \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - (\frac{s-e}{c})^2}] \frac{(x-s)^3}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ D_4 &= \int_{c+e}^{a-R} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)^3}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \end{aligned}$$

Para $\sigma_{yy}(x,y)$:

$$\begin{aligned} A_5 &= \int_{-a-R}^{a-R} [-p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{1}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ B_5 &= \int_{-a-R}^{-c+e} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ C_5 &= \int_{-c+e}^{c+e} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2} + \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - (\frac{s-e}{c})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ D_5 &= \int_{c+e}^{a-R} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \end{aligned}$$

Para $\sigma_{xy}(x,y)$:

$$\begin{aligned} A_6 &= \int_{-a-R}^{a-R} [-p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ B_6 &= \int_{-a-R}^{-c+e} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ C_6 &= \int_{-c+e}^{c+e} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2} + \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - (\frac{s-e}{c})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \\ D_6 &= \int_{c+e}^{a-R} [-\mu p_0 \sqrt{1 - (\frac{s+R}{a})^2}] \frac{(x-s)^2}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds \end{aligned}$$

3.2 Ecuaciones analíticas publicadas por Sackfield y Hills.

[4] Se dispone de una serie de expresiones analíticas publicadas por Sackfield y Hills en 1983, que permiten el cálculo del estado tensional en el interior de la probeta, para el caso de contacto cilíndrico y conocida la distribución de tensiones sobre la superficie de contacto. Estas ecuaciones, para cada caso y particularizadas para el problema de estudio, son las siguientes.

Caso 1 (+Q,+R):

Estado tensional interior debido a la distribución de tensiones normales sobre la superficie de contacto $\sigma_{yy}(x,0)$.

Dada la distribución de tensiones normales, sobre toda la superficie de contacto:

$$\sigma_{yy}^1(x,0) = -p_0 \sqrt{1 - (\frac{x-R}{a})^2}, \quad x \in [-a+R, a+R]$$

El campo de tensiones interior debido a ella es:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x-R}{a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{a}, \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{2} [-(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2) + \sqrt{(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2)^2 + 4\bar{y}^2}]} \\ \sigma_{xx}^{1N}(x,y) &= (-p_0) \bar{y} \left[2 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} - \frac{\sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s}} - \frac{\bar{x}^2 \bar{s}^3}{(1+\bar{s}^2)^{3/2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{yy}^{1N}(x,y) &= (-p_0) \left[-\frac{\bar{y}^3 \sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{xy}^{1N}(x,y) &= (-p_0) \left[-\frac{\bar{x} \bar{y}^2 \bar{s}}{(1+\bar{s}^2)^{1/2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{zz}^{1N}(x,y) &= \nu (\sigma_{xx}^{1N}(x,y) + \sigma_{yy}^{1N}(x,y)) \\ \sigma_{xz}^{1N}(x,y) &= \sigma_{zx}^{1N}(x,y) = \sigma_{yz}^{1N}(x,y) = \sigma_{zy}^{1N}(x,y) = 0 \end{aligned}$$

Estado tensional interior debido a la distribución de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xy}^G(x,0)$, considerándose solo los términos asociados al caso de deslizamiento global.

Es decir, se parte de la siguiente distribución de tensiones tangenciales sobre toda la superficie de contacto:

$$\sigma_{xy}^{1G}(x,0) = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a+R, a+R]$$

El campo de tensiones interior debido a ella es:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x-R}{a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{a}, \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{2} [-(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2) + \sqrt{(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2)^2 + 4\bar{y}^2}]} \\ \sigma_{xx}^{1G}(x,y) &= (\mu p_0) \left[-2\bar{x} \left(1 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}}\right) + \frac{\bar{x}\bar{y}^2\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{yy}^{1G}(x,y) &= (\mu p_0) \left[-\frac{\bar{x}\bar{y}^2\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{xy}^{1G}(x,y) &= (\mu p_0) \bar{y} \left[2 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} - \frac{\sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s}} - \frac{\bar{x}^2\bar{s}^3}{(1+\bar{s}^2)^{3/2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{zz}^{1G}(x,y) &= \nu (\sigma_{xx}^{1G}(x,y) + \sigma_{yy}^{1G}(x,y)) \\ \sigma_{xz}^{1G}(x,y) &= \sigma_{zx}^{1G}(x,y) = \sigma_{yz}^{1G}(x,y) = \sigma_{zy}^{1G}(x,y) = 0 \end{aligned}$$

Estado tensional interior debido a la distribución de tensiones tangenciales que se aplican de forma exclusiva sobre la fracción de la superficie de contacto que se encuentra adherida en el caso de deslizamiento parcial.

Es decir, se parte de la siguiente distribución de tensiones tangenciales aplicable exclusivamente en la parte de la zona de contacto que se encuentra adherida:

$$\sigma_{xy}^{1P}(x,0) = -\mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, \quad x \in [-c+e, c+e]$$

El campo de tensiones interior debido a ella es:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x-e}{c}, \quad \bar{y} = \frac{y}{c}, \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{2} [-(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2) + \sqrt{(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2)^2 + 4\bar{y}^2}]} \\ \sigma_{xx}^{1P}(x,y) &= (-\mu p_0 \frac{c}{a}) \left[-2\bar{x} \left(1 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}}\right) + \frac{\bar{x}\bar{y}^2\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{yy}^{1P}(x,y) &= (-\mu p_0 \frac{c}{a}) \left[-\frac{\bar{x}\bar{y}^2\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{xy}^{1P}(x,y) &= (-\mu p_0 \frac{c}{a}) \bar{y} \left[2 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} - \frac{\sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s}} - \frac{\bar{x}^2\bar{s}^3}{(1+\bar{s}^2)^{3/2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{zz}^{1P}(x,y) &= \nu (\sigma_{xx}^{1P}(x,y) + \sigma_{yy}^{1P}(x,y)) \\ \sigma_{xz}^{1P}(x,y) &= \sigma_{zx}^{1P}(x,y) = \sigma_{yz}^{1P}(x,y) = \sigma_{zy}^{1P}(x,y) = 0 \end{aligned}$$

De modo que el estado tensional completo en un punto del interior del cuerpo (x,y) sería la suma de las contribuciones de cada una de las distribuciones de tensiones sobre la superficie de contacto consideradas:

$$\sigma^1(x,y) = \sigma^{1N}(x,y) + \sigma^{1G}(x,y) + \sigma^{1P}(x,y)$$

Caso 2 (-Q,-R):

Estado tensional interior debido a la distribución de tensiones normales sobre la superficie de contacto $\sigma_{yy}(x,0)$.

Dada la distribución de tensiones normales, sobre toda la superficie de contacto:

$$\sigma_{yy}^2(x,0) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, a-R]$$

El campo de tensiones interior debido a ella es:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x+R}{a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{a}, \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{2}[-(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2) + \sqrt{(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2)^2 + 4\bar{y}^2}]} \\ \sigma_{xx}^{2N}(x,y) &= (-p_0) \bar{y} \left[2 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} - \frac{\sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s}} - \frac{\bar{x}^2 \bar{s}^3}{(1+\bar{s}^2)^{3/2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{yy}^{2N}(x,y) &= (-p_0) \left[-\frac{\bar{y}^3 \sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{xy}^{2N}(x,y) &= (-p_0) \left[-\frac{\bar{x} \bar{y}^2 \bar{s}}{(1+\bar{s}^2)^{1/2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{zz}^{2N}(x,y) &= \nu (\sigma_{xx}^{2N}(x,y) + \sigma_{yy}^{2N}(x,y)) \\ \sigma_{xz}^{2N}(x,y) &= \sigma_{zx}^{2N}(x,y) = \sigma_{yz}^{2N}(x,y) = \sigma_{zy}^{2N}(x,y) = 0\end{aligned}$$

Estado tensional interior debido a la distribución de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xy}^G(x,0)$, considerándose solo los términos asociados al caso de deslizamiento global.

Es decir, se parte de la siguiente distribución de tensiones tangenciales sobre toda la superficie de contacto:

$$\sigma_{xy}^{2G}(x,0) = -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x+R}{a}\right)^2}, \quad x \in [-a-R, a-R]$$

El campo de tensiones interior debido a ella es:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x+R}{a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{a}, \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{2}[-(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2) + \sqrt{(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2)^2 + 4\bar{y}^2}]} \\ \sigma_{xx}^{2G}(x,y) &= (-\mu p_0) \left[-2\bar{x} \left(1 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} \right) + \frac{\bar{x} \bar{y}^2 \bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{yy}^{2G}(x,y) &= (-\mu p_0) \left[-\frac{\bar{x} \bar{y}^2 \bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{xy}^{2G}(x,y) &= (-\mu p_0) \bar{y} \left[2 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} - \frac{\sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s}} - \frac{\bar{x}^2 \bar{s}^3}{(1+\bar{s}^2)^{3/2} (\bar{s}^4 + \bar{y}^2)} \right] \\ \sigma_{zz}^{2G}(x,y) &= \nu (\sigma_{xx}^{2G}(x,y) + \sigma_{yy}^{2G}(x,y)) \\ \sigma_{xz}^{2G}(x,y) &= \sigma_{zx}^{2G}(x,y) = \sigma_{yz}^{2G}(x,y) = \sigma_{zy}^{2G}(x,y) = 0\end{aligned}$$

Estado tensional interior debido a la distribución de tensiones tangenciales que se aplican de forma exclusiva sobre la fracción de la superficie de contacto que se encuentra adherida en el caso de deslizamiento parcial.

Es decir, se parte de la siguiente distribución de tensiones tangenciales aplicable exclusivamente en la parte de la zona de contacto que se encuentra adherida:

$$\sigma_{xy}^{2P}(x,0) = \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2}, \quad x \in [-c+e, c+e]$$

El campo de tensiones interior debido a ella es:

$$\bar{x} = \frac{x-e}{c}, \quad \bar{y} = \frac{y}{c}, \quad \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{2} [-(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2) + \sqrt{(1-\bar{x}^2-\bar{y}^2)^2 + 4\bar{y}^2}]}$$

$$\sigma_{xx}^{2P}(x,y) = (\mu p_0 \frac{c}{a}) \left[-2\bar{x} \left(1 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} \right) + \frac{\bar{x}\bar{y}^2\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right]$$

$$\sigma_{yy}^{2P}(x,y) = (\mu p_0 \frac{c}{a}) \left[-\frac{\bar{x}\bar{y}^2\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right]$$

$$\sigma_{xy}^{2P}(x,y) = (\mu p_0 \frac{c}{a}) \bar{y} \left[2 - \frac{\bar{s}}{\sqrt{1+\bar{s}^2}} - \frac{\sqrt{1+\bar{s}^2}}{\bar{s}} - \frac{\bar{x}^2\bar{s}^3}{(1+\bar{s}^2)^{3/2}(\bar{s}^4+\bar{y}^2)} \right]$$

$$\sigma_{zz}^{2P}(x,y) = \nu (\sigma_{xx}^{2P}(x,y) + \sigma_{yy}^{2P}(x,y))$$

$$\sigma_{xz}^{2P}(x,y) = \sigma_{zx}^{2P}(x,y) = \sigma_{yz}^{2P}(x,y) = \sigma_{zy}^{2P}(x,y) = 0$$

De modo que el estado tensional completo en un punto del interior del cuerpo (x,y) sería:

$$\sigma^2(x,y) = \sigma^{2N}(x,y) + \sigma^{2G}(x,y) + \sigma^{2P}(x,y)$$

4 Tensiones axiales sobre la superficie de contacto $\sigma_{xx}(x,0)$ y a lo largo de la grieta $\sigma_{xx}(x,s)$

En este apartado se procede a calcular y representar el rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}$ sobre la superficie de contacto de la probeta, con el fin de localizar el lugar en que es más probable que se inicie una grieta, pues es esta componente del estado tensional la responsable de su iniciación y propagación en modo I. Este lugar se caracteriza por ser aquel en que se alcanza el máximo valor de este rango de tensiones. Para su cálculo se emplea la siguiente expresión:

$$\Delta\sigma_{xx}(x,0) = \sigma_{xx}^1(x,0) - \sigma_{xx}^2(x,0)$$

[1] En el caso en que no se produce rodadura alguna entre las superficies en contacto durante el ciclo de fretting, es conocido que dicha localización se sitúa en el límite de la zona de contacto. Sin embargo, debido a los cambios observados en las distribuciones de tensiones sobre la superficie de contacto, a causa de los efectos de esta rodadura, es de esperar que se produzcan modificaciones en la ubicación de la iniciación de la grieta. Es por ello que se procede a estudiar el efecto de la rodadura en el cálculo de este resultado.

Posteriormente, se procede a representar el rango de las tensiones axiales producidas a lo largo de una grieta iniciada en dicha ubicación, así como la influencia en ello del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$.

4.1 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\Delta\sigma_{xx}(x,0)$

Se representa la distribución del rango de las tensiones axiales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta $\Delta\sigma_{xx}(x,0)$, con el fin de averiguar la posición sobre su superficie en que es más probable que se inicie una grieta, correspondiéndose esta con aquella en que se alcanza su valor máximo. Además, se aíslan las contribuciones de cada una de las distribuciones de tensiones producidas sobre la superficie de contacto de la probeta, con el fin de analizar de forma más exhaustiva la influencia del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$. Para ello, se toman una serie de valores de referencia que cumplan las siguientes condiciones:

$$e \leq (a-c) \rightarrow \frac{\sigma}{\mu p_0} \leq 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}}\right)$$

$$\frac{Q}{\mu N} \leq 1$$

$$\frac{R}{a-(c+e)} \leq 1$$

En concreto, para los parámetros relativos a las cargas que actúan sobre la superficie de contacto, y la acción de la tensión global σ , se toman los siguientes: $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$.

Respecto al parámetro relativo a la rodadura, según el caso, se emplea el valor de referencia $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$ o el vector $\frac{R}{a-(c+e)} \in [0.25, 0.5, 0.75, 1]$.

4.1.1 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)}{\mu p_0}$

Se representa la contribución de las distribuciones de tensiones tangenciales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango de tensiones axiales producidas sobre dicha superficie: $\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)$. Ello se realiza de forma adimensional:

$$\frac{x}{a}, \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$$

Se obtienen los siguientes resultados.

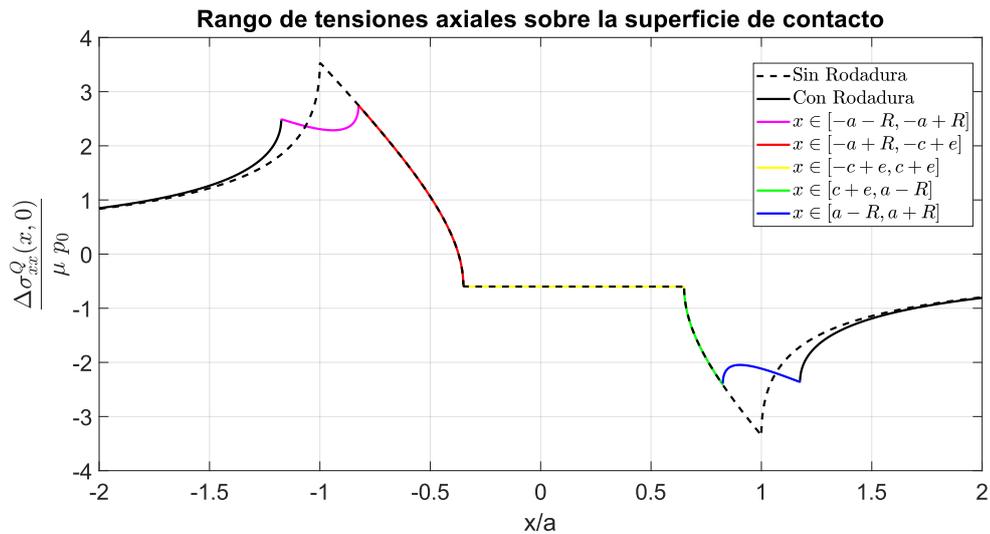


Figura 4.1 Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto.

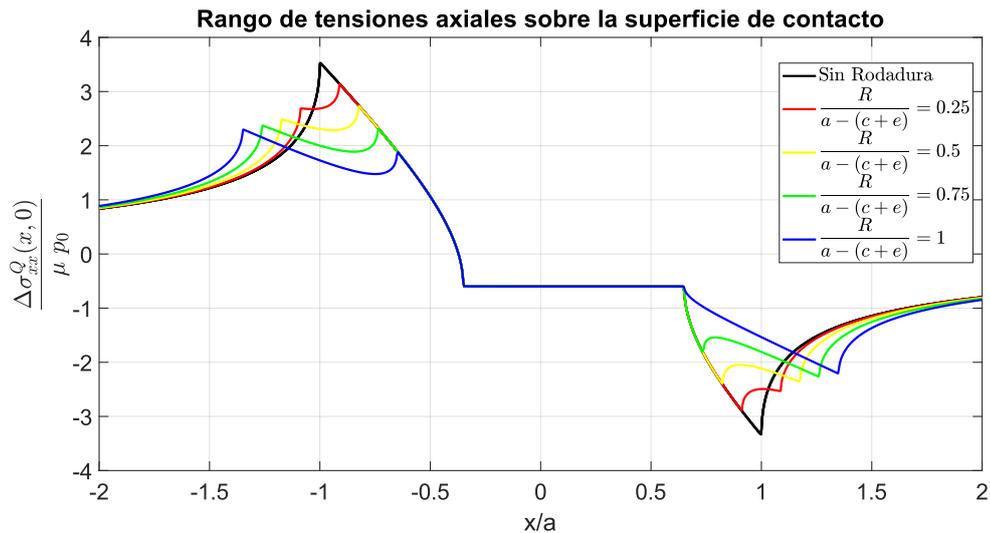


Figura 4.2 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto.

A continuación, se procede a representar estas mismas gráficas en valor absoluto, para poder realizar un análisis con mayor claridad de su comportamiento y del punto en que se alcanza su valor máximo.

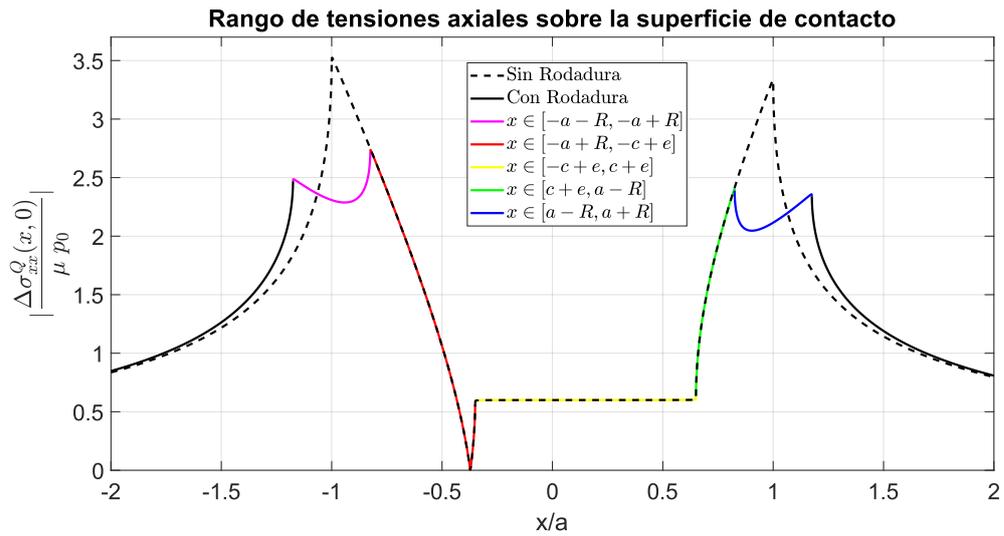


Figura 4.3 Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto.

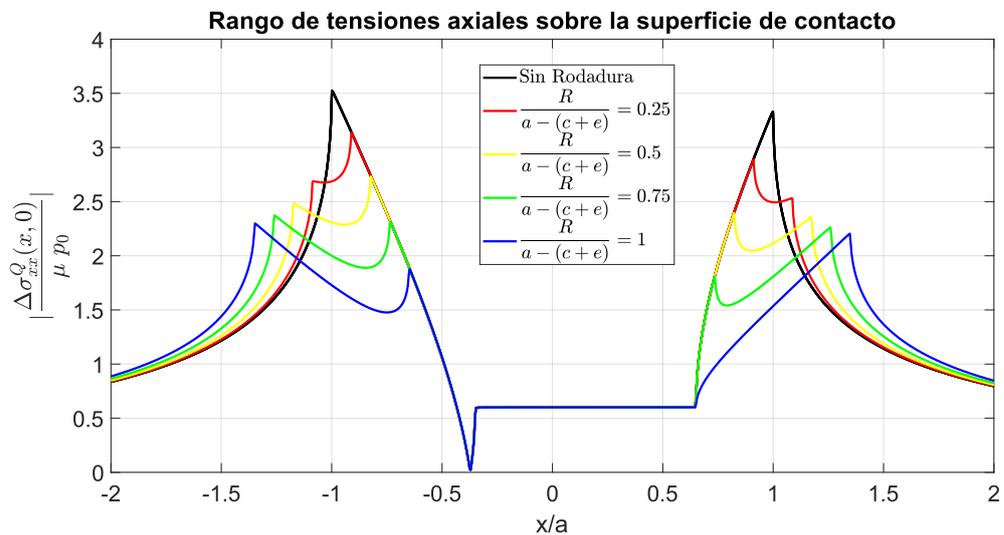


Figura 4.4 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto.

Observaciones:

- Se observa que en el caso en que **sí se produce una rodadura oscilatoria**, los valores máximo y mínimo alcanzados son menores respecto al caso en que esta no se produce. En lugar de alcanzarse estos valores en los extremos de la zona de contacto ($x = -a$ y $x = a$, si $R = 0$), se generan unas zonas en que se alcanzan niveles de tensiones muy altos y de valor aproximado ($x \in [-a - R, -a + R]$ y $x \in [a - R, a + R]$).
- Como se puede observar en la gráficas contenidas en la Figura 4.2, los valores máximo y mínimo se alcanzan en uno de los extremos de estos intervalos, según el valor adoptado por el parámetro relativo a la rodadura. Para valores pequeños de este, se alcanzan en los extremos interiores ($x = -a + R$ y $x = a - R$), mientras que a medida que este crece pasan a alcanzarse en los extremos exteriores ($x = -a - R$ y $x = a + R$).

- Como se muestra en la Figura 4.4, debido a la excentricidad e producida de la zona adherida, el valor máximo alcanzado en valor absoluto por estas gráficas se alcanza en el intervalo $x \in [-a - R, -a + R]$. En concreto, este se alcanza en $x = -a + R$ para valores pequeños del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$, mientras que pasa a alcanzarse en $x = -a - R$ a medida que la rodadura crece.
- Finalmente, en las Figuras 4.2 y 4.4 se muestran los diferentes tramos de los que se componen estas gráficas en el caso en que sí se produce una rodadura oscilatoria durante el ciclo de fretting. En concreto, se distinguen cinco tramos, tal y como se muestra en sus leyendas.

4.1.2 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$

Se representa la contribución de la distribución de tensiones normales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango de tensiones axiales producidas sobre dicha superficie: $\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)$. Ello se realiza de forma adimensional, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\frac{x}{a}, \frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$$

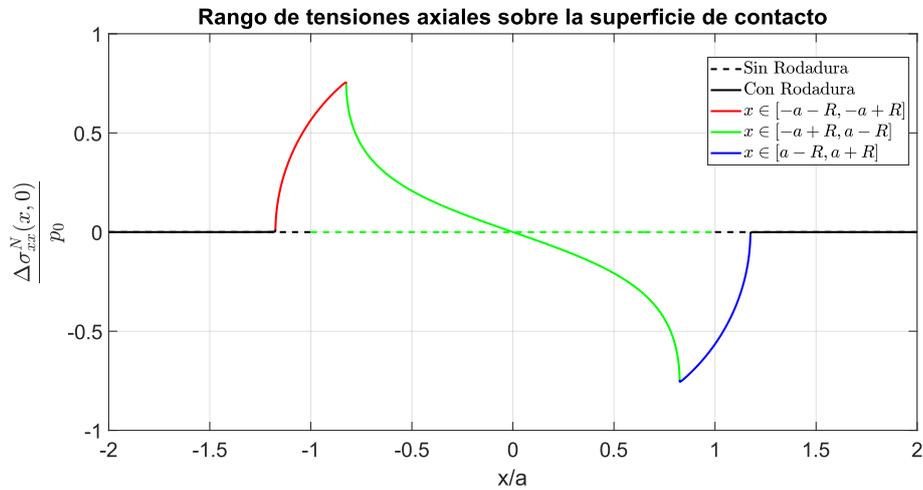


Figura 4.5 Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto.

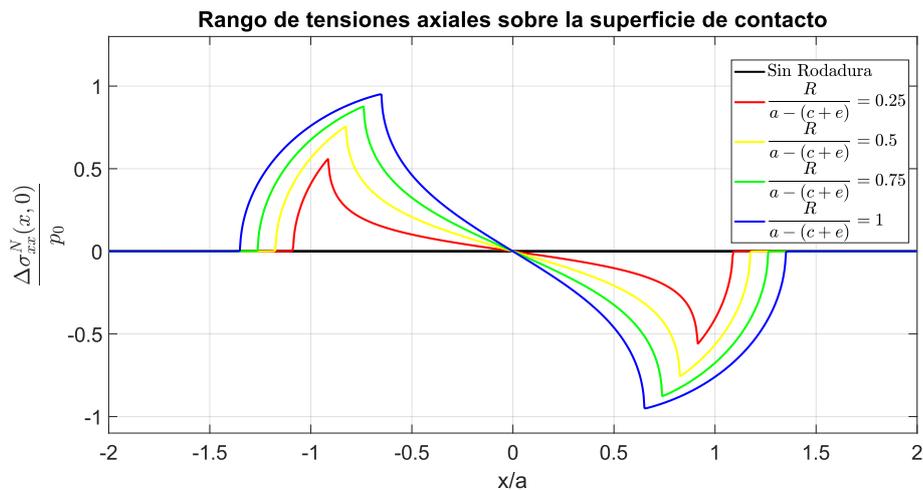


Figura 4.6 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto.

Representándolas en valor absoluto, quedan del siguiente modo:

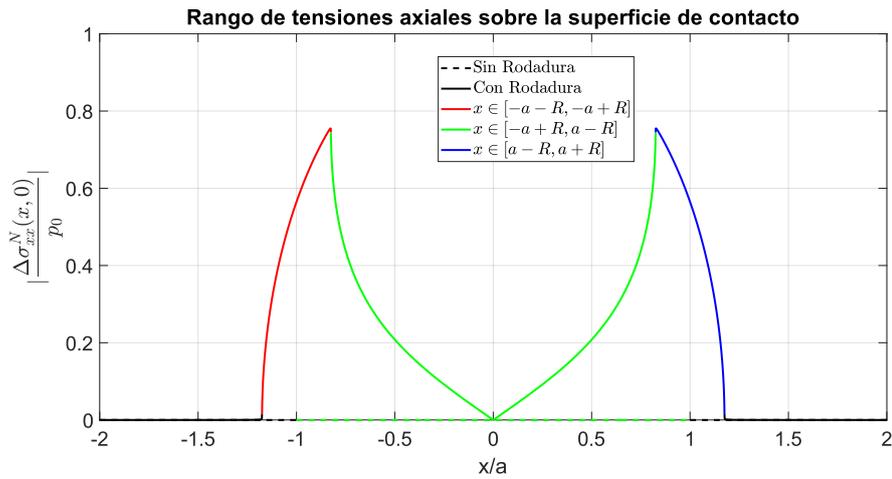


Figura 4.7 Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto.

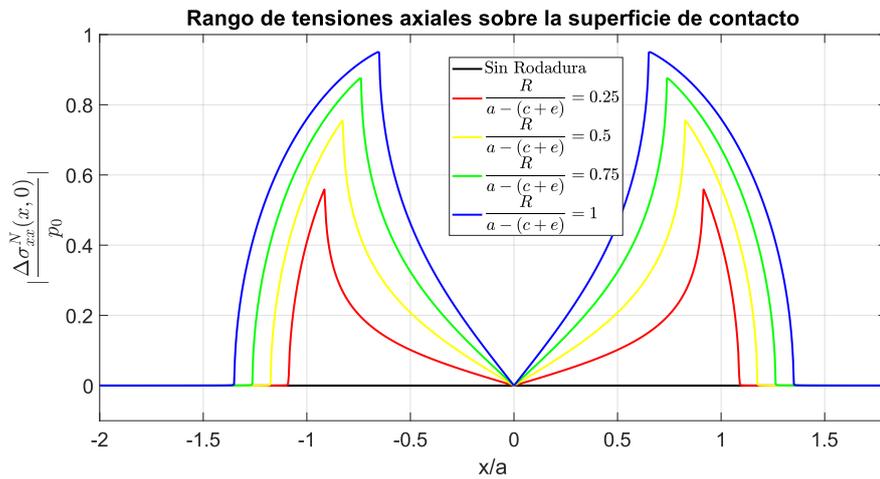


Figura 4.8 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto.

Observaciones:

- En el caso que **no se produce rodadura alguna durante el ciclo de fretting**, el rango de tensiones axiales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta, debido a la contribución de las distribuciones de tensiones normales que actúan sobre ella, es nulo. Ello se debe a que el rango de tensiones normales sobre la superficie de contacto, en caso de no producirse dicha rodadura, es nulo también.
- En el caso en que **sí se produce esta rodadura** y, por tanto, desplazamientos de la zona de contacto y de las distribuciones de tensiones que actúan sobre ella, se obtienen los comportamiento mostrados en estas gráficas.
- Las gráficas contenidas en las Figuras 4.5 y 4.6 presentan un comportamiento simétrico respecto al origen, mientras que las contempladas en las Figuras 4.7 y 4.8 se comportan de forma simétrica respecto al eje y.
- En las Figuras 4.6 y 4.8 se muestra que el tamaño de la zona de contacto total ($x \in [-a-R, a+R]$) aumenta con el valor del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$. Además, se observa que se alcanzan los valores máximo y mínimo en $x = -a+R$ y $x = a-R$ respectivamente.

- Finalmente, respecto al comportamiento general de estas gráficas cuando se produce esta rodadura, cabe destacar que se distinguen únicamente tres tramos, indicados en las leyendas, y que se anulan en el origen de coordenadas ($x = 0$) y los extremos de la zona de contacto total generada ($x = -a - R$ y $x = a + R$).

4.1.3 Rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$

Se representa la contribución de todas las distribuciones de tensiones que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango de tensiones axiales producidas sobre dicha superficie: $\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)$. Ello se realiza mediante el coeficiente adimensional:

$$\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} = f\left(\frac{Q}{\mu N}, \frac{\sigma}{\mu p_0}, \frac{R}{a - (c + e)}, \mu\right)$$

Por tanto, una vez tomados los valores $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$, es necesario representar la dependencia de este término adimensional con respecto a la rodadura $\frac{R}{a - (c + e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ . Se obtienen:

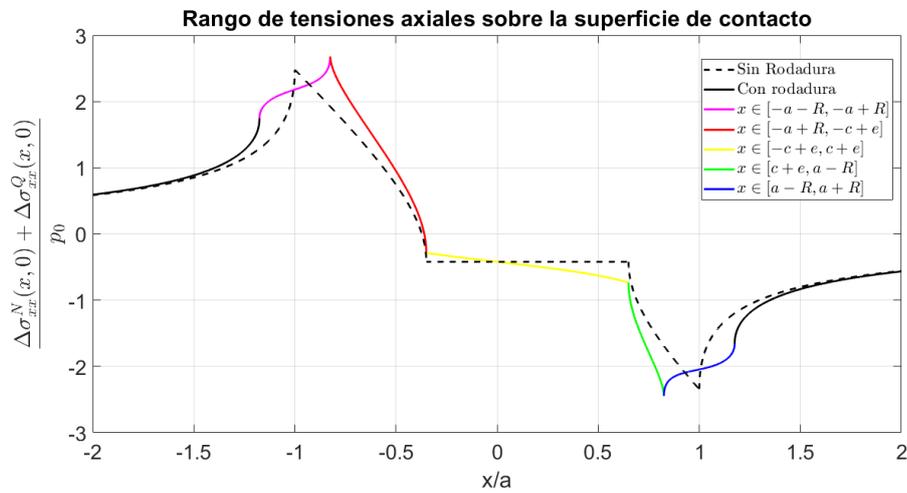


Figura 4.9 Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$, con $\frac{R}{a - (c + e)} = 0.5$ y $\mu = 0.7$, sobre la superficie de contacto.

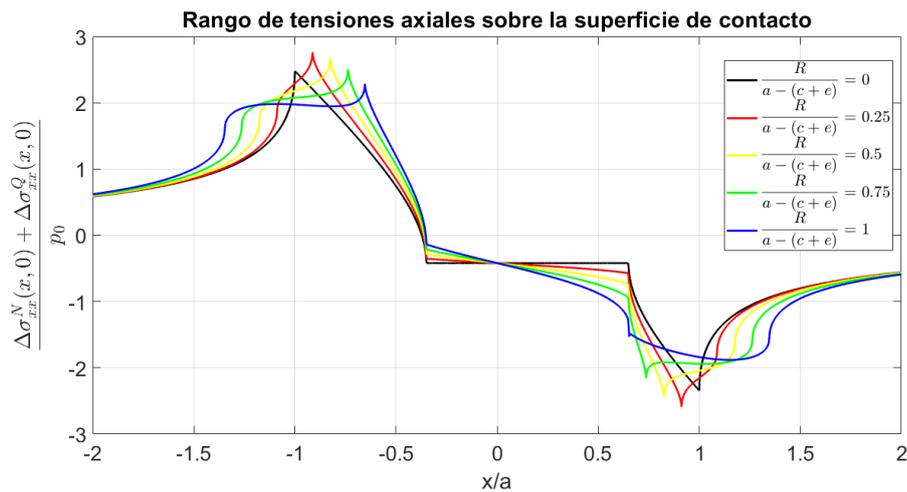


Figura 4.10 Influencia de $\frac{R}{a - (c + e)}$, con $\mu = 0.7$, en $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$ sobre la superficie de contacto.

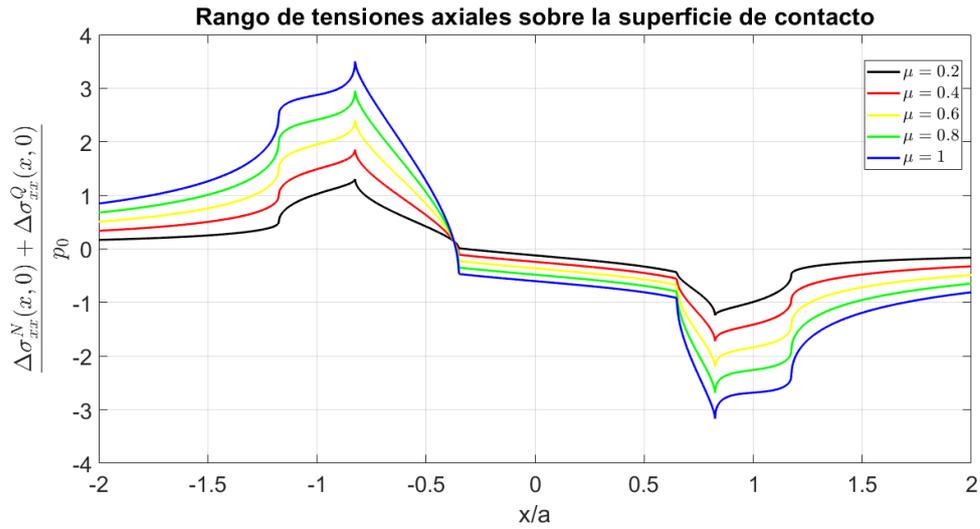


Figura 4.11 Influencia de μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$ sobre la superficie de contacto.

Además, debido a la relevancia de estos resultados en el estudio del proceso de iniciación de grietas en la superficie de contacto de la probeta, y con el fin de averiguar la posición sobre la superficie en que se alcanza la tensión axial máxima en valor absoluto, se procede de nuevo a representar estas gráficas de forma adicional en valor absoluto. Se obtiene:

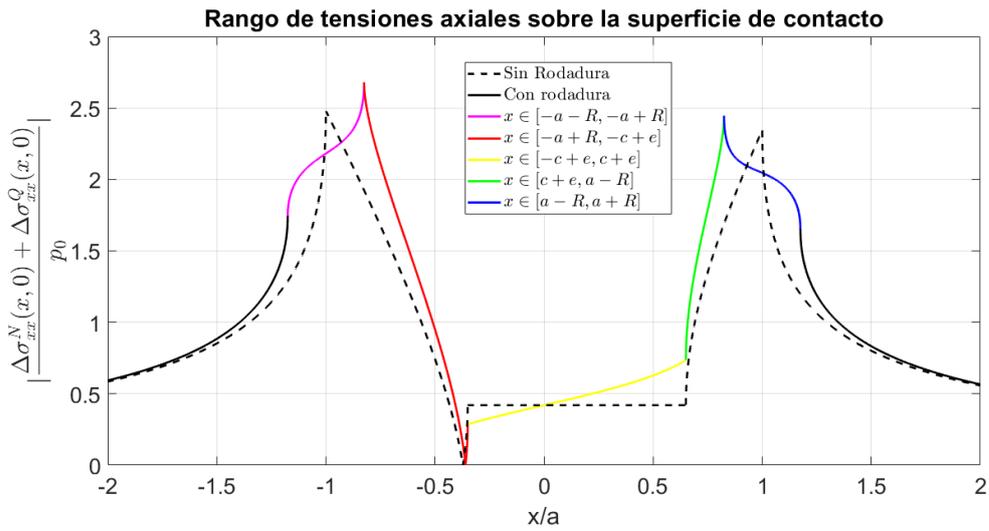


Figura 4.12 Rango de tensiones axiales en valor absoluto $\left| \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} \right|$, con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$ y $\mu = 0.7$, sobre la superficie de contacto.

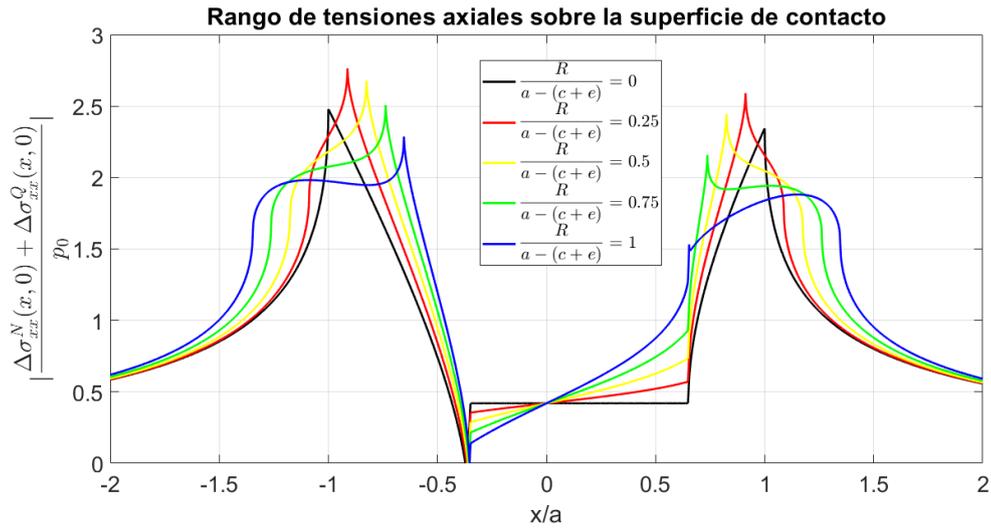


Figura 4.13 Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en $\left| \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} \right|$ sobre la superficie de contacto.

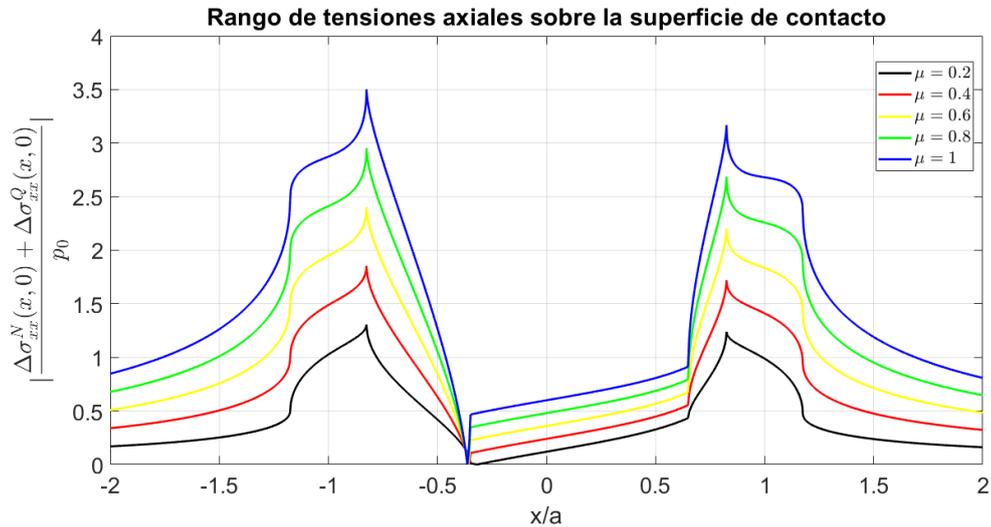


Figura 4.14 Influencia de μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en $\left| \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} \right|$ sobre la superficie de contacto.

Observaciones:

- El comportamiento general de las gráficas obtenidas en este caso se asemeja al correspondiente al caso $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$, pues la contribución de las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto es la más importante de las involucradas en el problema. Además, como ocurre en ese caso cuando se produce una rodadura oscilatoria, los valores máximo y mínimo se alcanzan dentro de unas zonas, comprendidas en $x \in [-a-R, -a+R]$ y $x \in [a-R, a+R]$, en que se alcanzan niveles de tensión muy elevados y de valor aproximado.
- Sin embargo, se aprecian ciertas diferencias respecto al caso $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$. En primer lugar, los valores máximo y mínimo alcanzados, para valores no demasiado altos del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$, superan a los obtenidos en el caso en que dicha rodadura no se considera. Ello se debe a la contribución de las tensiones normales sobre la superficie de contacto y como se distribuye el rango de tensiones axiales causado por ellas sobre dicha superficie. En segundo lugar, se observa que el valor máximo alcanzado en valor absoluto, para el conjunto de valores de referencia considerados, siempre se alcanza en $x = -a+R$. Finalmente, cabe mencionar, como se observa en las gráficas contenidas en la Figura

4.12, que los tramos en que se alcanzan estos valores tan elevados presentan un aspecto más suave, casi plano para valores elevados del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)} = 1$.

- Respecto a la influencia del coeficiente de rozamiento μ sobre $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$, una vez fijados los valores tomados por los coeficientes $\frac{Q}{\mu p_0}$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0}$, y por tanto de $\frac{c}{a}$ y $\frac{e}{a}$, se observa que se alcanzan mayores valores cuanto mayor es μ . Ello se debe a su influencia, directamente a través del término μp_0 , en la magnitud de las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta.

Como conclusión de este estudio, se deduce que la ubicación sobre la superficie de contacto de la probeta en que es más probable que se inicie una grieta es $x = -a + R$. Es en este lugar donde $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0} + \frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ alcanza su valor máximo en valor absoluto. Esto es coherente con los resultados experimentales descritos en la introducción del proyecto, cumpliéndose por tanto con el primer objetivo de este trabajo.

4.2 Rango de tensiones axiales a lo largo de una grieta iniciada en $x = -a + R$: $\Delta\sigma_{xx}(x,s)$

A continuación, se centra el proyecto en el proceso de propagación de una grieta iniciada en $x = -a + R$ sobre la superficie de contacto de la probeta. Para ello, se representa la distribución del rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}(x,s)$ producidas a lo largo de ella. Se analizan tanto las contribuciones de cada una de las distribuciones de tensiones que actúan sobre la superficie de contacto, como la influencia del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$. Además, se toman los mismos valores de referencia considerados en las secciones previas, así como se respeta el cumplimiento de las mismas condiciones:

$$e \leq (a-c) \rightarrow \frac{\sigma}{\mu p_0} \leq 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}}\right) \quad \frac{R}{a-(c+e)} \leq 1$$

4.2.1 Rango de tensiones axiales a lo largo de la grieta: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)}{\mu p_0}$

En primer lugar, se representa la contribución de las distribuciones de tensiones tangenciales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango de tensiones axiales producidas a lo largo de la grieta. Ello se realiza de forma adimensional, considerándose por separado los siguientes casos:

- **Contribución aislada** de cada distribución de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto: $\frac{l}{a}, \frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}, \frac{\Delta\sigma_{xx}^{QP}}{\mu p_0}$.
- **Contribución conjunta** de ambas distribuciones de tensiones tangenciales: $\frac{l}{a}, \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$.

De modo que:

- $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}$ representa la distribución de tensiones tangenciales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta en el caso que se produce **deslizamiento global**.
- $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QP}}{\mu p_0}$ representa la distribución adicional de tensiones tangenciales que se considera sobre la superficie de contacto de la probeta en el caso en que se produce **deslizamiento parcial**.

Se obtienen los siguientes resultados y conclusiones:

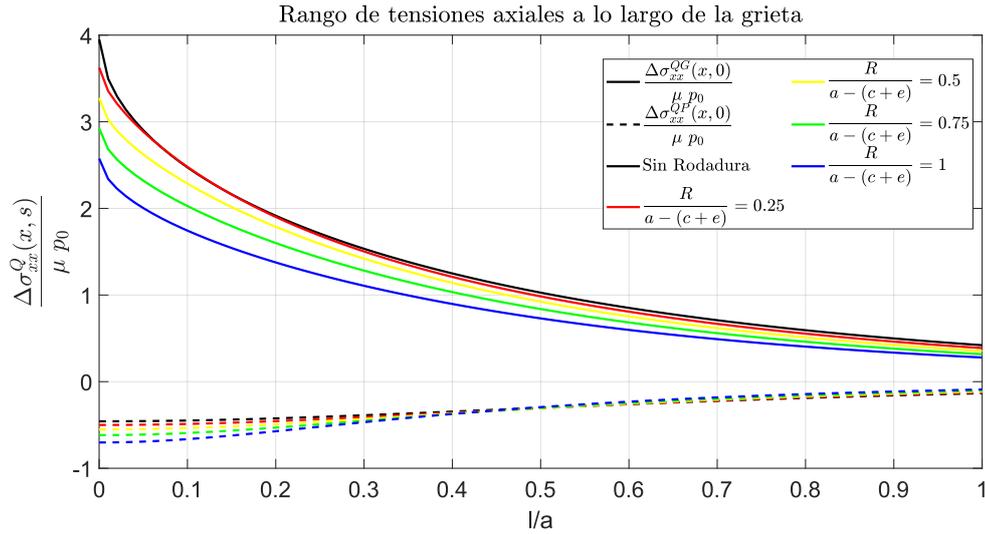


Figura 4.15 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en los rangos de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}$ y $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QP}}{\mu p_0}$ a lo largo de la grieta.

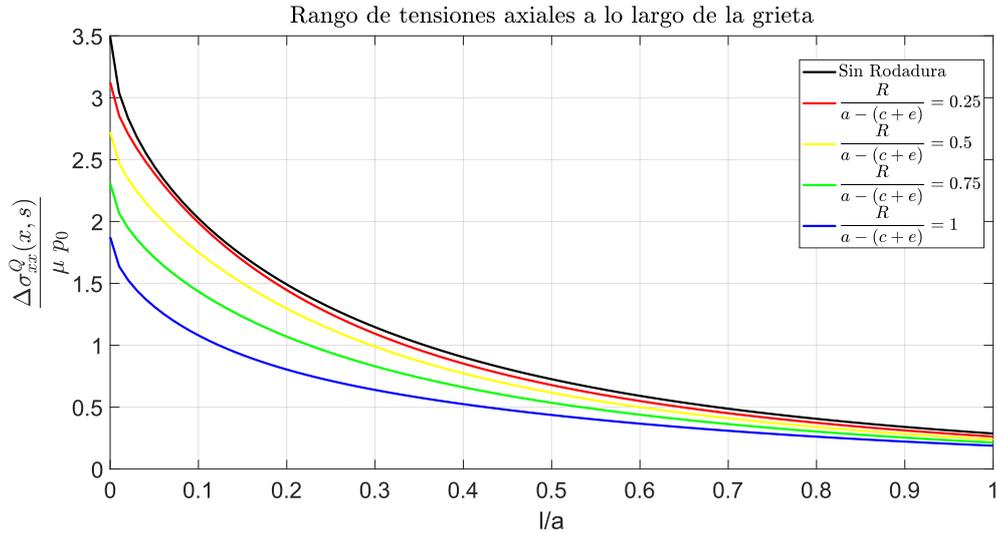


Figura 4.16 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ a lo largo de la grieta.

Observaciones:

- $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}$ toma valores positivos y de tracción, favoreciendo la propagación de la grieta, mientras que $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QP}}{\mu p_0}$ adopta valores negativos y de compresión, impidiendo su crecimiento.
- Presentan un comportamiento asintótico, alcanzando sus valores máximo y mínimo respectivamente en la superficie de contacto de la probeta, mientras que tienden a cero a medida que aumenta la profundidad de la grieta.
- Para mayores valores del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$, $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}$ decrece mientras que $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QP}}{\mu p_0}$ aumenta en valor absoluto.
- Al tratarse de un caso de deslizamiento parcial en que $\frac{Q}{\mu N} \leq 1$, la contribución de $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}$ a $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ es la mayor de ambas. Debido a ello, $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ toma valores positivos de tracción, alcanzando su valor máximo en la superficie y tendiendo a cero asintóticamente a medida que aumenta la profundidad de la grieta.

- Respecto a la influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$, cabe mencionar que es el resultado de la combinación de los efectos señalados en las gráficas contenidas en la Figura 4.15, de modo las curvas no se cortan, tomando mayores valores para menor valores de la rodadura R .

4.2.2 Rango de tensiones axiales a lo largo de la grieta: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$

Se representa la contribución de la distribución de tensiones normales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango de tensiones axiales producidas a lo largo de la grieta. Ello se realiza de forma adimensional:

$$\frac{x}{a}, \frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$$

Se obtienen los siguientes resultados y conclusiones:

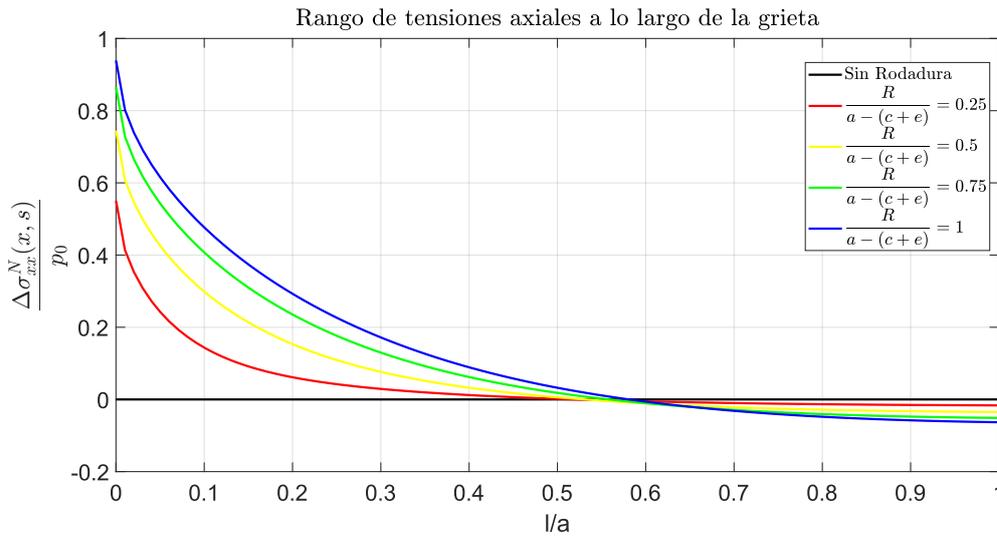


Figura 4.17 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ a lo largo de la grieta.

Observaciones:

- En caso de no producirse rodadura alguna, el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ es nulo, pues el rango de tensiones normales sobre la superficie $\Delta\sigma_{yy}^N(x,0)$ también lo es.
- En caso de producirse, $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ alcanza mayores valores cuanto mayor es el valor adoptado por el parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$.
- Respecto a su comportamiento general, cabe destacar que toma valores positivos de tracción, favoreciendo la apertura de la grieta. Además, presenta un comportamiento asintótico, alcanzando su valor máximo en la superficie de contacto y tendiendo a cero a medida que aumenta la profundidad de la grieta.
- Finalmente, cabe mencionar que se produce un pequeño cambio en su comportamiento a partir de $\frac{l}{a} = 55\%$, invirtiéndose este muy ligeramente.

4.2.3 Rango de tensiones axiales a lo largo de la grieta: $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$

Se representa la contribución de todas las distribuciones de tensiones que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango de tensiones axiales producidas a lo largo de la grieta. Ello se realiza mediante el coeficiente adimensional:

$$\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0} = f\left(\frac{Q}{\mu N}, \frac{\sigma}{\mu p_0}, \frac{R}{a-(c+e)}, \mu\right)$$

Por tanto, una vez tomados los valores $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$, es necesario representar la dependencia de este término adimensional con respecto a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ . Se obtienen los siguientes resultados y conclusiones:

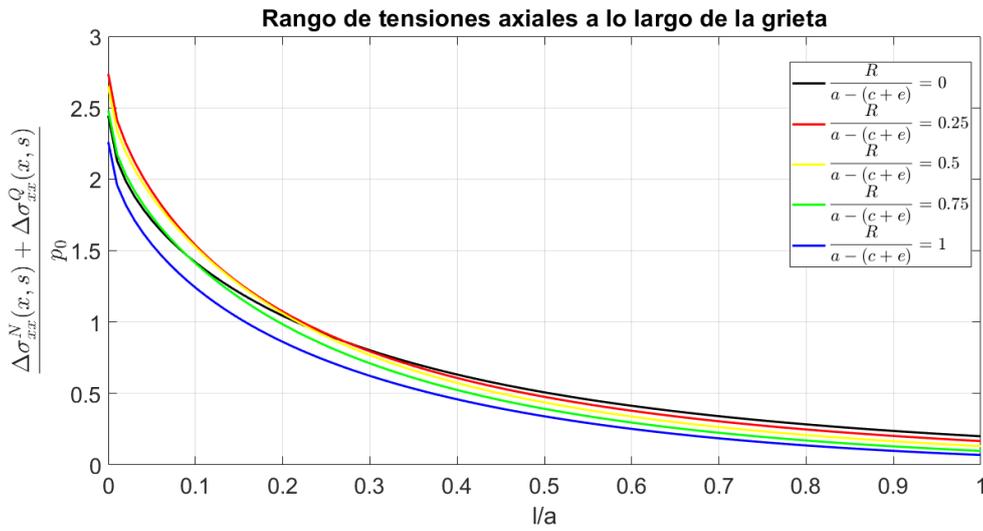


Figura 4.18 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ a lo largo de la grieta.

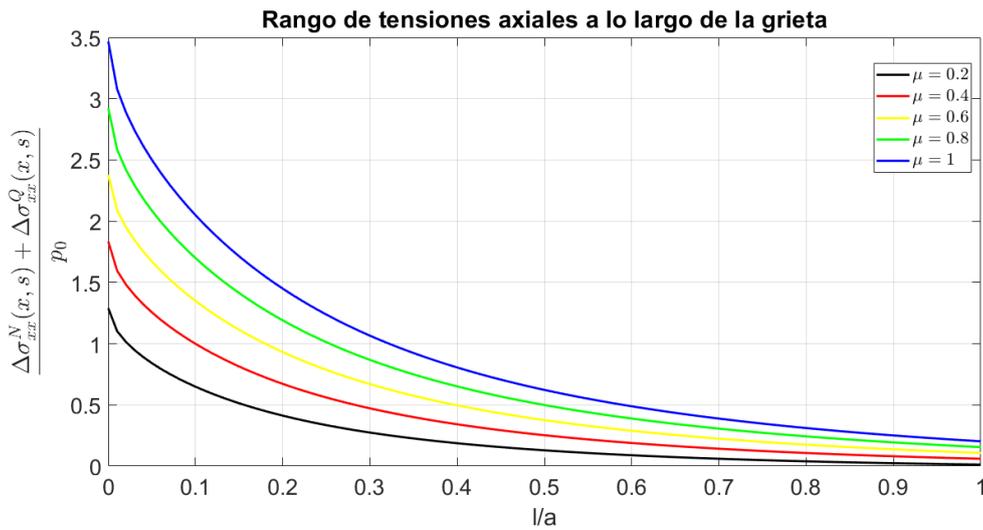


Figura 4.19 Influencia del coeficiente de rozamiento μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ a lo largo de la grieta.

Observaciones:

- El comportamiento de $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ es el resultado de la combinación de los descritos anteriormente. Por tanto, y debido a la mayor contribución del término $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)}{p_0}$ a este resultado, toma valores positivos de tracción, favoreciendo el crecimiento de la grieta. Además, presenta un comportamiento asintótico, alcanzando su valor máximo en la superficie de contacto y tendiendo a cero a medida que aumenta la profundidad de la grieta.

- Respecto a la influencia de la rodadura en este resultado se observa que para $\frac{R}{a-(c+e)} > 0.25$, $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ alcanza mayores valores cuanto menor es el adoptado por el parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$. Sin embargo, para valores del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ cercanos a cero, se observa un comportamiento ligeramente diferente cerca de la superficie de contacto de la probeta. Se observa que se alcanza valores más bajos respecto a los alcanzados en casos en que $\frac{R}{a-(c+e)}$ es mayor. Ello se debe a los diferentes efectos del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en los términos $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ y $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)}{p_0}$. De modo que para mayores valores de $\frac{R}{a-(c+e)}$, $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ aumenta mientras que $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)}{p_0}$ baja, siendo el efecto de $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ más relevante cerca de la superficie de contacto.
- Respecto a la influencia del coeficiente de rozamiento μ sobre $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s) + \Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$, una vez fijados los valores tomados por los coeficientes $\frac{Q}{\mu N}$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0}$, y por tanto de $\frac{c}{a}$ y $\frac{e}{a}$, se observa que alcanza mayores valores cuanto mayor es μ . Ello se debe a que influye, a través del término μp_0 , directamente en la magnitud de las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto.

5 Cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I a lo largo de la grieta

[3] En este apartado se procede a calcular el factor de intensidad de tensiones K_I en modo I, de apertura, que caracteriza la intensidad del campo de tensiones elástico en el borde de una grieta. Cabe destacar que la presencia de una grieta altera de forma considerable el campo de tensiones y deformaciones que la rodea, disminuyendo mucho la vida a fatiga del componente.

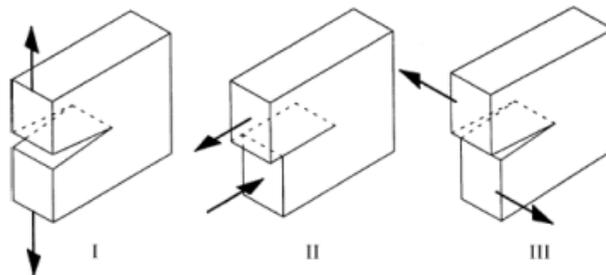


Figura 5.1 Modos de extensión de una grieta: Apertura, deslizamiento y desgarre [3].

El cálculo de este parámetro, dependiente de las cargas y la geometría a considerar, es de gran utilidad, pues proporciona información acerca la estabilidad de una grieta, o de su velocidad de propagación. En concreto, como consecuencia de una serie de experimentos realizados, se conoce que la velocidad de crecimiento de una grieta en fatiga $\frac{da}{dN}$ depende del valor de su rango ΔK . Ello queda reflejado en el siguiente esquema, en que se muestra el diagrama de Paris.

De modo que se cumple:

- Región I: $\Delta K \leq \Delta K_{TH}$ (Valor umbral del rango del factor de intensidad de tensiones). No se produce crecimiento de la grieta.
- Región II: La velocidad de crecimiento de la grieta presenta un comportamiento lineal en escala log-log respecto a los ciclos de carga aplicados N . Ley de Paris: $\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^n$.
- Región III: K cercano a K_{IC} (Tenacidad a fractura). La grieta se propaga de forma inestable.

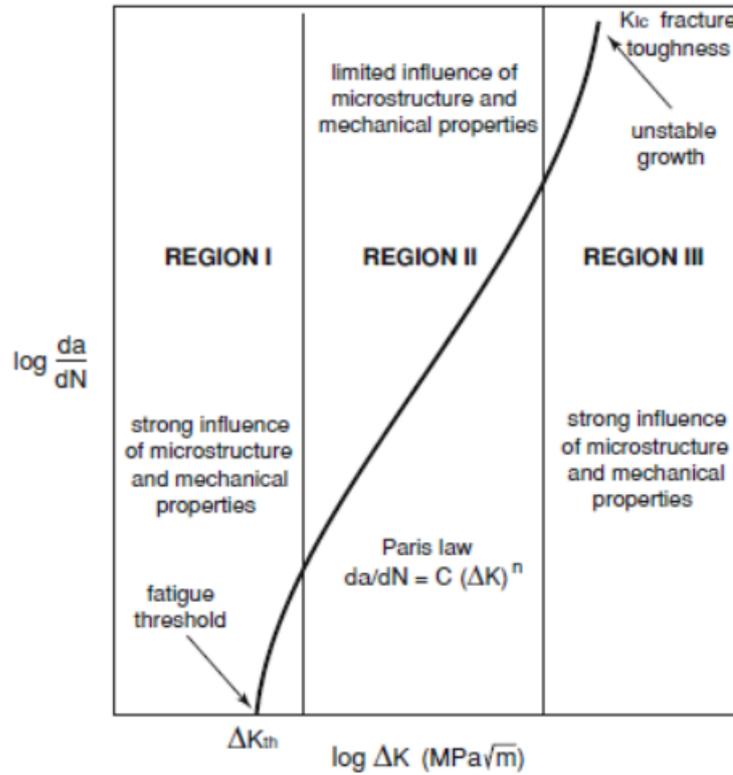


Figura 5.2 Diagrama de Paris para la velocidad de crecimiento de una grieta en fatiga [3].

Este capítulo se centra en el cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones en modo I, ΔK_I , evaluándolo respecto a la distribución del rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}$ calculado a lo largo de una grieta de longitud l y situada en $x = -a + R$.

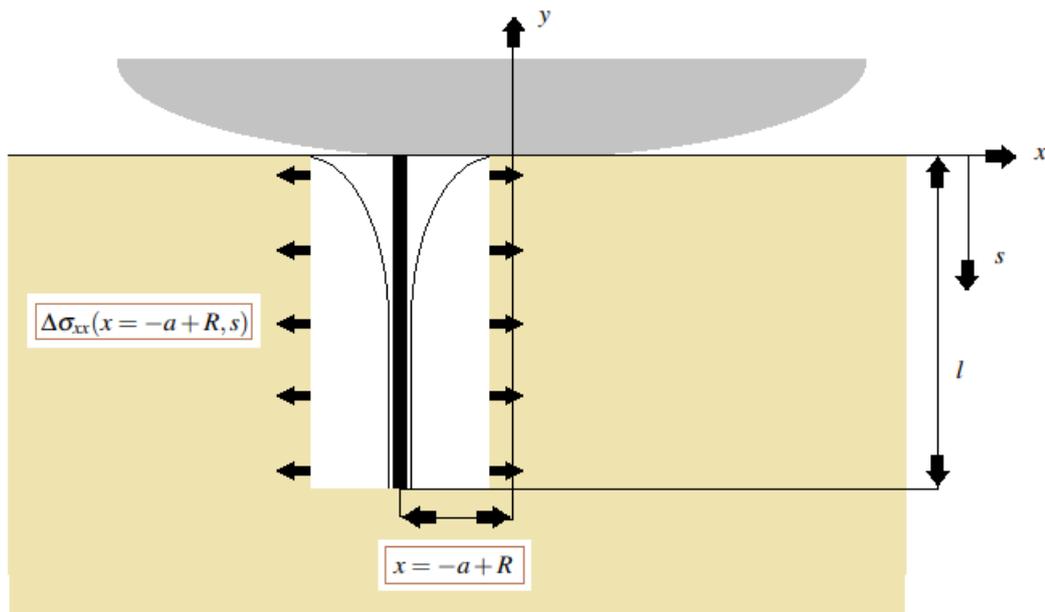


Figura 5.3 Rango de tensiones axiales a lo largo de una grieta situada en $x = -a + R$ y de longitud l .

Para la realización de esta tarea, se hace uso de dos métodos frecuentemente usados para obtener soluciones aproximadas en los problemas de grietas. A continuación, se procede a describir ambos.

5.1 Principio de Bueckner.

[6] El principio de Bueckner, también conocido como principio de superposición, permite simplificar el problema de un sólido elástico que cuenta con una grieta y que se encuentra sometido a un sistema de cargas externas $\sigma(s)$, como uno en que se aplica solamente una distribución de tracciones a lo largo de las caras de dicha grieta $\sigma^G(s)$.

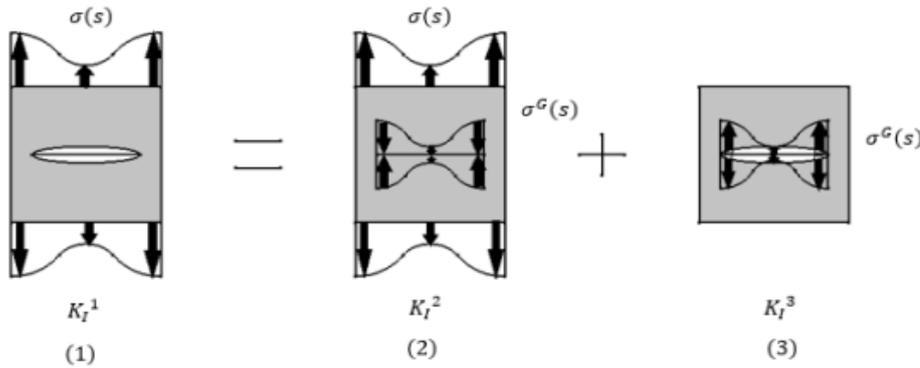


Figura 5.4 Principio de Bueckner o de superposición..

Conociéndose que $K_I^2 = 0$, debido a que el sólido elástico no cuenta con la grieta en ese caso, y que debe cumplirse el principio de superposición: $K_I^1 = K_I^2 + K_I^3$, se llega a la conclusión descrita en el párrafo anterior:

$$K_I^1 = K_I^3$$

5.2 Método de las funciones de peso.

[6] El método de las funciones de peso, desarrollado por Bueckner y Rice, permite calcular el factor de intensidad de tensiones en modo I, K_I , de una grieta de longitud a ubicada en un plano sometido a un sistema de cargas externo. Para ello, propone la siguiente ecuación:

$$K_I = \int_0^a \sigma(s) h(a,s) ds$$

Donde:

- $\sigma(s)$ representa la distribución de tracciones aplicadas sobre las caras de la grieta en el problema equivalente y resultante tras la aplicación del principio de superposición. En este proyecto, se correspondería con la distribución de tensiones axiales calculadas a lo largo de la grieta, como resultado del sistema de cargas externo considerado en nuestro problema: $\sigma(s) = \sigma_{xx}(x = -a + R, s)$. Ello es debido a que esta componente del campo de tensiones en el interior de la probeta es la causante de la apertura y propagación de la grieta en modo I.
- $h(a,s)$ representa la función de peso y es la responsable de la influencia de la geometría del problema en el cálculo de K_I . La función de peso proporcionada para el caso de una grieta de borde de longitud a situada en un plano semi-infinito, es la siguiente:

$$h(a,s) = \sqrt{\frac{2}{\pi(a-s)}} [1 + 0.6147 (1 - \frac{s}{a}) + 0.2502 (1 - \frac{s}{a})^2]$$

Por tanto, la expresión que permite el cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones en modo I, ΔK_I , de una grieta de borde de longitud $l = a$ y ubicada en $x = -a + R$ sobre un plano semi-infinito, sometida a una distribución de un rango de tensiones axiales calculado y aplicado sobre sus caras y a lo largo de ella, $\Delta\sigma_{xx}(x = -a + R, s)$, es la siguiente:

$$\Delta K_I = \int_0^{l=a} \Delta\sigma_{xx}(x = -a + R, s) \sqrt{\frac{2}{\pi(l-s)}} [1 + 0.6147 (1 - \frac{s}{l}) + 0.2502 (1 - \frac{s}{l})^2] ds$$

5.3 Adimensionalización de las expresiones que permiten el cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I

En el siguiente apartado, se procederá a calcular y representar el rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I , frente a la longitud de la grieta variando entre un valor nulo y el valor característico del tamaño de la zona de contacto a . De este modo, se espera observar su variación a lo largo del frente de grieta, según este se propague y evolucione.

Sin embargo, es preciso realizar una serie de operaciones previamente, pues se requiere representar los resultados de forma adimensional. Es por ello, que en este apartado se obtienen las expresiones adimensionales de cada una de las contribuciones al cálculo total del rango del factor de intensidad de tensiones, debidas a cada una de las distribuciones de tensiones aplicadas sobre la superficie de contacto.

5.3.1 Adimensionalización del rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I^N , debido a la contribución de $\Delta\sigma_{yy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto.

La expresión que permite su cálculo, para una grieta ubicada en x y de longitud l , es la siguiente:

$$\Delta K_I^N = \int_0^l \Delta\sigma_{xx}^N(x,s) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{l-s}} [1 + 0.6147 (1 - \frac{s}{l}) + 0.2502 (1 - \frac{s}{l})^2] ds$$

Su adimensionalización será:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}} &= \int_0^l \frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{l-s}} \frac{1}{\sqrt{a}} (\frac{a}{l})^2 [(\frac{l}{a})^2 + 0.6147 \frac{l}{a} (\frac{l}{a} - \frac{s}{a}) + 0.2502 (\frac{l}{a} - \frac{s}{a})^2] ds = \\ &= \int_0^l \frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{l^2} \sqrt{\frac{1}{\frac{l}{a} - \frac{s}{a}}} [(\frac{l}{a})^2 + 0.6147 \frac{l}{a} (\frac{l}{a} - \frac{s}{a}) + 0.2502 (\frac{l}{a} - \frac{s}{a})^2] ds \end{aligned}$$

Realizando el cambio de variable $s' = \frac{s}{a}$ se obtiene:

$$\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}} = \int_0^{l/a} \frac{\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\frac{a}{l})^2 \sqrt{\frac{1}{\frac{l}{a} - s'}} [(\frac{l}{a})^2 + 0.6147 \frac{l}{a} (\frac{l}{a} - s') + 0.2502 (\frac{l}{a} - s')^2] ds'$$

5.3.2 Adimensionalización del rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I^Q , debido a la contribución de $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto.

Operando de forma similar al caso anterior, la expresión que permitiría su cálculo de forma adimensional, para una grieta ubicada en x y de longitud l , es la siguiente:

$$\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}} = \int_0^{l/a} \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)}{\mu p_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\frac{a}{l})^2 \sqrt{\frac{1}{\frac{l}{a} - s'}} [(\frac{l}{a})^2 + 0.6147 \frac{l}{a} (\frac{l}{a} - s') + 0.2502 (\frac{l}{a} - s')^2] ds'$$

5.3.3 Adimensionalización del rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK_I , debido a la contribución de todas las distribuciones de tensiones aplicadas sobre la superficie de contacto.

Se obtendría como resultado de la suma de los dos términos previamente calculados:

$$\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}} + \frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$$

5.4 Rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I frente a la longitud de una grieta $\frac{l}{a}$

A continuación, se representa la distribución del rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I frente a la longitud de una grieta $\frac{l}{a}$ iniciada en $x = -a + R$ en la superficie de contacto. Se analizan tanto las contribuciones de cada una de las distribuciones de tensiones que actúan sobre la superficie de contacto, como la influencia del parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$. Para ello, se toman una serie de valores de referencia que cumplan las siguientes condiciones:

$$e \leq (a - c) \rightarrow \frac{\sigma}{\mu p_0} \leq 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}}\right)$$

$$\frac{Q}{\mu N} \leq 1$$

$$\frac{R}{a - (c + e)} \leq 1$$

En concreto, se toman: $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$, $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$, y vector $\frac{R}{a-(c+e)} = [0.25, 0.5, 0.75, 1]$.

5.4.1 Rango del factor de intensidad de tensiones: $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$

En primer lugar, se representa la contribución de las distribuciones de tensiones tangenciales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones frente a la longitud de la grieta. Ello se realiza considerándose los siguientes casos:

- **Contribución aislada** de cada distribución de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto:

$$\frac{l}{a}, \frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}, \frac{\Delta K_I^{QP}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$$

- **Contribución conjunta** de ambas distribuciones de tensiones tangenciales: $\frac{l}{a}, \frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$

Se obtienen los siguientes resultados y conclusiones:

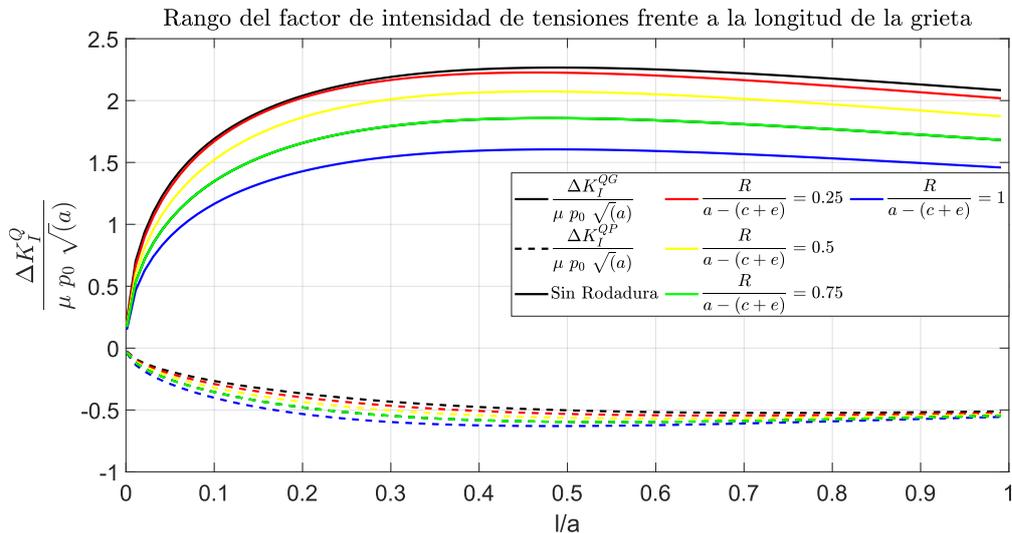


Figura 5.5 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en los rangos del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ y $\frac{\Delta K_I^{QP}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta.

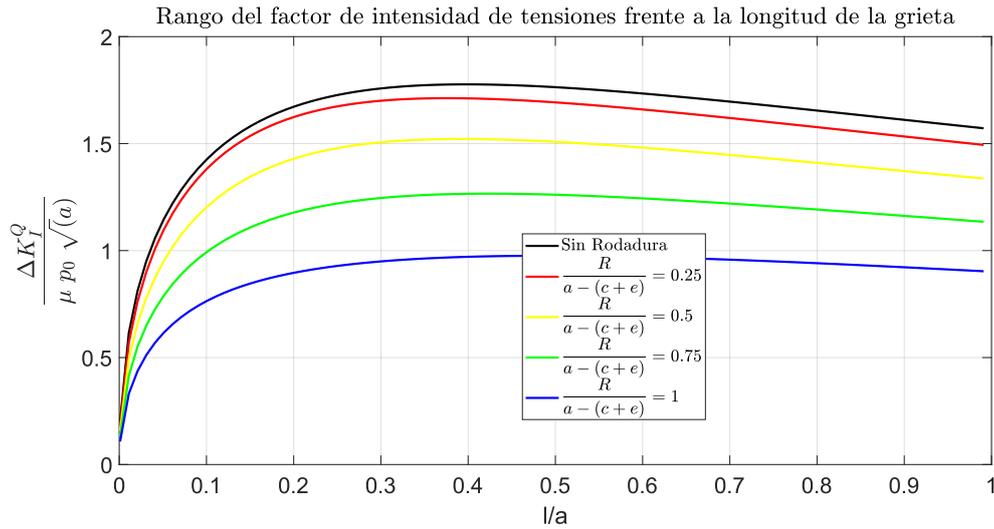


Figura 5.6 Influencia del parámetro $\frac{R}{a - (c + e)}$ en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta.

Observaciones:

- $\frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ toma valores positivos para cada longitud de la grieta, favoreciendo su crecimiento, mientras que $\frac{\Delta K_I^{QP}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ adopta valores negativos, impidiendo su propagación.
- Ambas componentes presentan un comportamiento similar. Parten de un valor cercano a cero en el inicio de la grieta, crecen a medida que esta se propaga, alcanzando su valor máximo entorno a $\frac{l}{a} = 45\%$, y finalmente decrecen.
- Al tratarse de un caso de deslizamiento parcial en que $\frac{Q}{\mu N} \leq 1$, la contribución de $\frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ a $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ es la mayor de ambas. Debido a ello, $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ toma valores positivos, adquiriendo un comportamiento similar a $\frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$.
- La rodadura afecta a ambas contribuciones. Para mayores valores de $\frac{R}{a - (c + e)}$, $\frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ decrece mientras que $\frac{\Delta K_I^{QP}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ crece en valor absoluto. Por ello, las curvas de $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ no se cortan, alcanzando mayores valores para menores valores de la rodadura R .

5.4.2 Rango del factor de intensidad de tensiones: $\frac{\Delta K_I^N}{\mu p_0 \sqrt{a}}$

Se representa la contribución de la distribución de tensiones normales que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones frente a la longitud de la grieta. Se obtienen los siguientes resultados y conclusiones:

- Respecto a su comportamiento general, cabe destacar que toma valores positivos, favoreciendo el crecimiento de la grieta. Parte de un valor cercano a cero en el inicio de la grieta, crece alcanzando su valor máximo entorno a $\frac{l}{a} = 10\%$, y decrece tendiendo a cero a medida que aumenta su longitud.
- En caso de no producirse rodadura alguna, $\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$ es nulo, pues el rango de tensiones normales sobre la superficie $\Delta \sigma_{yy}^N(x, 0)$ también lo es.
- En caso de producirse, $\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$ alcanza mayores valores cuanto mayor es el valor adoptado por el parámetro relativo a la rodadura $\frac{R}{a - (c + e)}$. Además, cabe destacar que los valores máximos alcanzados se producen para menores longitudes de la grieta, cuanto menor es el valor de la rodadura producida.

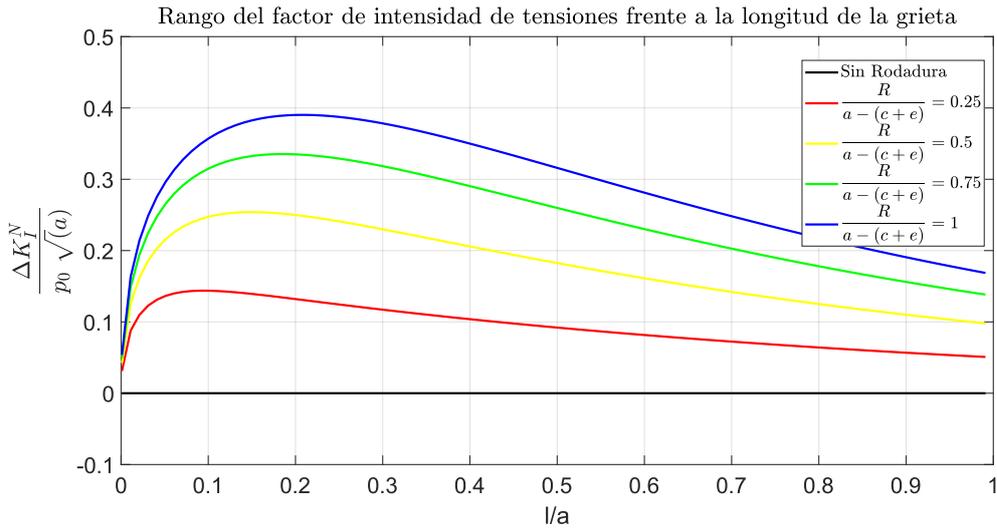


Figura 5.7 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta.

5.4.3 Rango del factor de intensidad de tensiones: $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$

Se representa la contribución de todas las distribuciones de tensiones que actúan sobre la superficie de contacto de la probeta, al cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones frente a la longitud de la grieta. Ello se realiza mediante el coeficiente adimensional:

$$\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}} = f\left(\frac{Q}{\mu N}, \frac{\sigma}{\mu p_0}, \frac{R}{a-(c+e)}, \mu\right)$$

Por tanto, una vez tomados los valores $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$, es necesario representar la dependencia de este término adimensional con respecto a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ . Se obtienen los siguientes resultados:

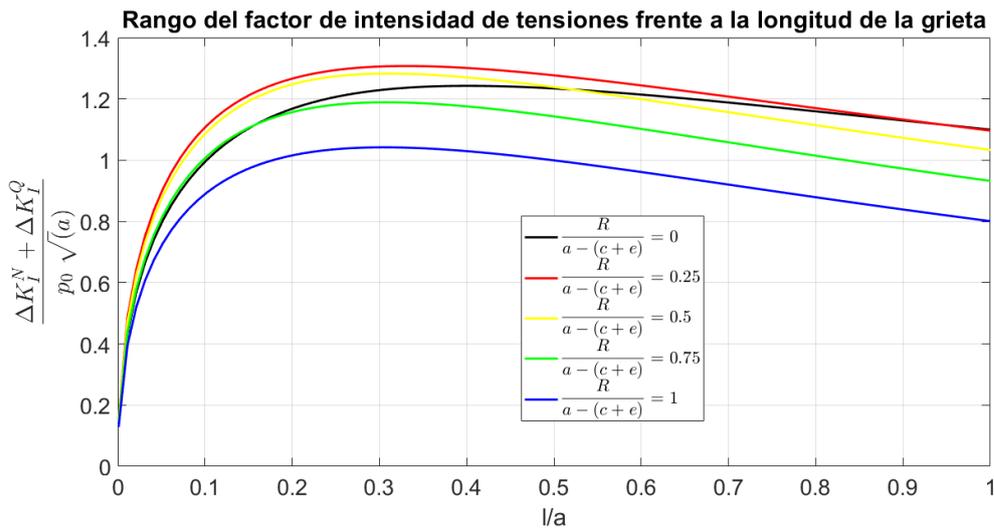


Figura 5.8 Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta.

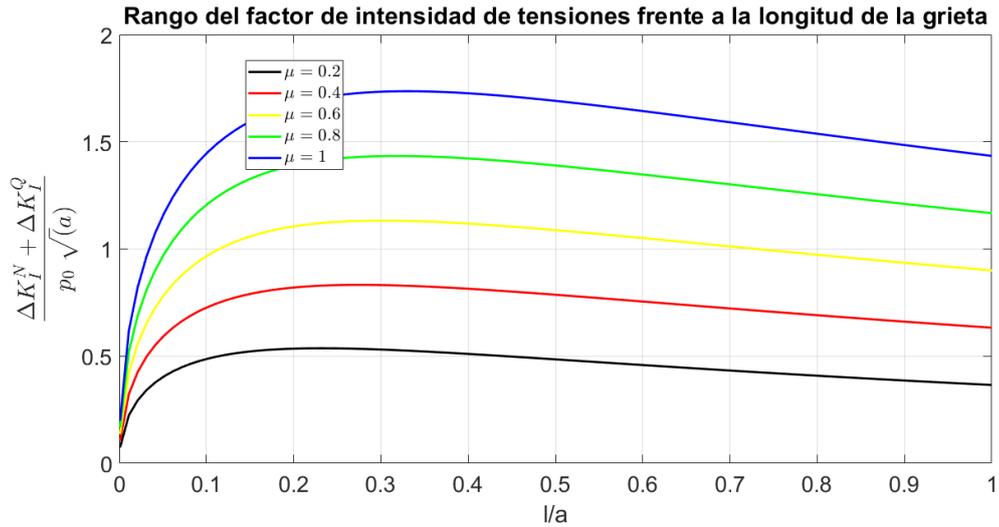


Figura 5.9 Influencia del coeficiente de rozamiento μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta.

Observaciones:

- El comportamiento de $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$ es el resultado de la combinación de los descritos anteriormente, siendo la contribución de $\frac{\Delta K_I^Q}{p_0 \sqrt{a}}$ la más importante de las involucradas. Debido a ello, toma valores positivos, favoreciendo el crecimiento de la grieta. Parte de un valor cercano a cero en la superficie de contacto, crece alcanzando su máximo entorno a $\frac{l}{a} = 30\%$, y decrece tendiendo a cero a medida que aumenta la longitud de la grieta.
- En el caso en que se produce una rodadura se observa que, para $\frac{R}{a-(c+e)} > 0.25$, $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$ adquiere mayores valores cuanto menor es el valor adoptado por el parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$. Sin embargo, para valores del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ cercanos a cero, se observa que su curva correspondiente alcanza los valores más altos para una longitud de la grieta suficientemente grande, mientras que toma valores más bajos respecto a los otros casos considerados a medida que se reduce esta longitud. Esto se debe a la mayor contribución de $\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$ para longitudes de grieta muy pequeñas.
- Respecto a la influencia del coeficiente de rozamiento μ en $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, se observa que estas curvas alcanzan mayores valores cuanto mayor es el valor del coeficiente de rozamiento. Esto se debe a que, una vez fijados los valores de los parámetros $\frac{Q}{\mu N}$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0}$, y por tanto de $\frac{c}{a}$ y $\frac{e}{a}$, el coeficiente μ influye únicamente de forma directa en la magnitud de las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta a través del término μp_0 .

6 Vida a fatiga del componente

[3] En este apartado se procede a estudiar la vida a fatiga del componente (Medida en ciclos de carga) y como influye en ella el parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ relativo a la rodadura oscilatoria considerada a lo largo del proyecto. Para ello, se consideran dos métodos:

- **Método basado en tensiones.** Proporciona relaciones entre la vida a fatiga de un componente y la tensión cíclica aplicada al mismo.
- **Método basado en el crecimiento de la grieta.** Emplea la mecánica de la fractura, modelando el crecimiento de la grieta en el componente.

Para la aplicación de ambos métodos en el proyecto y poder hacer uso de la **ecuación de Basquin** ($S_a = A N^B$) y la **ley de Paris** ($\frac{dl}{dN} = C (\Delta K_I(l))^m$) respectivamente, es preciso:

- Conocer el rango de tensiones axiales sobre la superficie de contacto de la probeta en el punto en que se inicia la grieta: $\Delta\sigma_{xx}(x = -a + R, y = 0)$, y su distribución a lo largo de su longitud: $\Delta\sigma_{xx}(x = -a + R, s)$, con $s \in [0, l]$.
- Conocer la distribución del rango del factor de intensidad de tensiones calculado a lo largo de la grieta frente a su longitud: $\Delta K_I(x = -a + R, l)$, con $l \in [l_i, l_f]$.
- Suponer una distribución de la tensión axial media aplicada a lo largo de la grieta: $\sigma_{xx Med}(x = -a + R, s)$, con $s \in [0, l]$.

Se supone $\sigma_{xx Med}(x = -a + R, s) = 0$, con $s \in [0, l]$ y $R = \frac{\sigma_{xx Min}}{\sigma_{xx Max}} = -1$. Además, como el factor de intensidad de tensiones de una grieta de longitud l se calcula a partir de la distribución de las tensiones axiales aplicadas a lo largo de los bordes de la grieta según la expresión: $K_I(x, l) = \int_0^l \sigma_{xx}(x, s) h(l, s) ds$, se tiene que $K_{I, Med}(x = -a + R, l) = 0$, con $l \in [l_i, l_f]$. De modo que en cada posición a lo largo de la longitud de la grieta, y para cada longitud, se cumple:

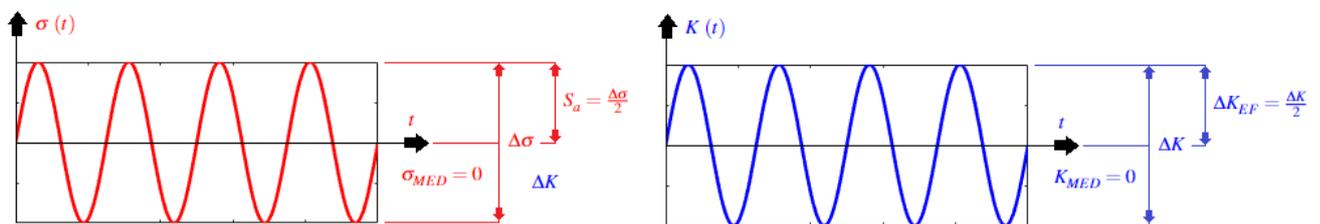


Figura 6.1 Esquema del comportamiento frente al tiempo de las tensiones axiales $\sigma_{xx}(x = -a + R, s)$ y del factor de intensidad de tensiones $K_I(x = -a + R, l)$, con $s \in [0, l]$ y $l \in [l_i, l_f]$.

Por tanto, la amplitud de tensiones S_a aplicable en la ecuación de Basquin es $S_a = \frac{\Delta\sigma_{xx}(x=-a+R, y=0)}{2}$, habiéndose seleccionado para este cálculo el valor máximo alcanzado sobre la superficie de contacto de la probeta por este rango de tensiones.

Respecto a la distribución del rango del factor de intensidad de tensiones calculado a lo largo del proyecto ΔK_I y su aplicación en la ley de Paris, hay que destacar que es preciso realizar previamente una corrección de su valor. Las constantes C y m que aparecen en la expresión de la ley de Paris son constantes del material y se obtienen experimentalmente. Sin embargo, la mayoría de los datos de C y m que hay en la literatura se corresponden con ensayos con $R = 0$, sin compresión [3]. Por tanto, para casos de carga $R \neq 0$ se tiene:

- Para $R > 0$, los valores de C y m cambian respecto a los contenidos en la literatura para $R = 0$, no siendo estos últimos de aplicación directa.
- Para $R < 0$, se acepta que la compresión tiene poco efecto en el cálculo de la propagación de la grieta y por tanto, los valores de C y m contenidos en la literatura para el caso $R = 0$ son válidos, pero siendo preciso ignorar la parte negativa del rango del factor de intensidad de tensiones calculado.

Es decir, que en el caso en que $R = -1$, se considera como el rango del factor de intensidad de tensiones de aplicación en la ley de Paris el siguiente:

$$\Delta K_{I, EF} = \frac{\Delta K_I}{2} \rightarrow \frac{dl}{dN} = C (\Delta K_{I, EF})^m$$

6.1 Método basado en tensiones

Se emplea fundamentalmente en fatiga a alto número de ciclos, y hace uso de relaciones que conectan las tensiones aplicadas al componente y su vida a fatiga. En este proyecto se emplea el concepto de la curva S-N.

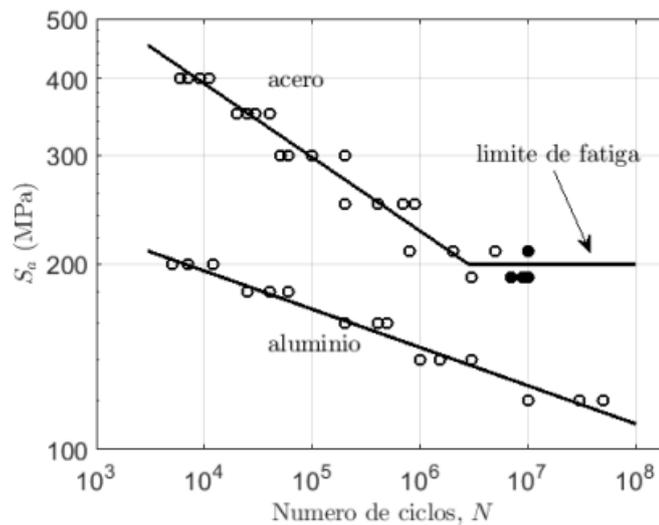


Figura 6.2 Esquema de las curvas S-N de distintos materiales [3].

A partir de la realización de una serie de ensayos a fatiga, se obtiene una representación en escala doble logarítmica que caracteriza el comportamiento a fatiga de un material. Asumiéndose una relación lineal en estos ejes, se hace uso de la ecuación de Basquin: $S_a = A N^B$. Esta ecuación permite estimar la vida a fatiga (N ciclos de carga) de un componente a partir de la amplitud de la tensión aplicada (S_a), y de las propiedades del material y del tipo de configuración del ensayo (A y B).

En el caso concreto de un ensayo de flexión rotativa ($R = -1$), como es el caso de carga de estudio en este proyecto una vez seleccionada una tensión media de valor nulo, se pueden obtener A y B a partir de la tensión última de rotura del material (S_{UTS}) empleándose las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} S_3 &= 0.9 S_{UTS} \\ S_{FL1} &= 0.5 S_{UTS} \\ S_{FL2} &= 0.4 S_{UTS} \end{aligned}$$

Donde S_{FL} y S_3 representan el límite de fatiga del componente y el valor correspondiente a la variable S_a para que se alcance una vida a fatiga de $N = 10^3$ ciclos. Además, S_{FL1} y S_{FL2} son de aplicación en los materiales que tienen un límite de fatiga definido (Aceros, fundiciones de hierro y aleaciones de titanio, a $N = 10^6$ ciclos) o no definido (Aleaciones de aluminio, cobre, níquel o magnesio, a $N = 10^8$ ciclos) respectivamente.

Para su aplicación en el proyecto es necesario la selección de un material. Por tanto, se decide emplear la aleación de aluminio 7075-T651, cuya tensión última de rotura es $S_{UTS} = 572 \text{ MPa}$. A partir de este valor y empleando la ecuación de Basquin, se procede a calcular los valores correspondientes a los parámetros A y B:

$$S_3 = 0.9 S_{UTS} = A 10^3{}^B$$

$$S_{FL} = 0.4 S_{UTS} = A 10^8{}^B$$

Operando, queda:

$$B = \frac{1}{5} \log_{10} \left(\frac{0.4}{0.9} \right) = -0.0704$$

$$A = \frac{0.4 S_{UTS}}{10^8{}^B} = 836.86 \text{ MPa}$$

La ecuación de Basquin queda como: $S_a = 836.86 \text{ MPa } N^{-0.0704}$. A continuación, a partir de las propiedades mecánicas de la aleación de aluminio 7075-T651 y de una serie de valores correspondientes al conjunto de parámetros que definen el problema, se puede estudiar la influencia de la rodadura en la vida a fatiga del componente.

Propiedades mecánicas de la aleación de aluminio 7075-T651:

$$E = 71 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.33, \quad \mu = 0.7$$

Parámetros del problema:

$$R_G = 0.015 \text{ m}, \quad N = 100000 \text{ N}, \quad \frac{Q}{\mu N} = 0.75, \quad \frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$$

Operando y haciendo uso de la siguiente expresión:

$$N = \left(\frac{S_a}{A} \right)^{1/B} = \left(\frac{\Delta \sigma_{xx}(x = -a + R, y = 0)}{2A} \right)^{1/B}$$

Se obtiene:

Tabla 6.1 Vida a fatiga estimada empleando el método basado en tensiones.

$R/[a - (c + e)]$	0	0.25	0.5	0.75	1
S_a (MPa)	346.66	387.33	374.94	350.24	316.95
N (ciclos)	$2.7306 \cdot 10^5$	$5.6488 \cdot 10^4$	$8.9649 \cdot 10^4$	$2.3598 \cdot 10^5$	$9.7534 \cdot 10^5$
N_i/N_0 (%)	—	20.68	32.83	86.42	357.18

Como se puede observar, para la realización de este cálculo se han empleado los valores máximos alcanzados por las tensiones axiales sobre la superficie de contacto en $x = -a + R$ (Lugar de iniciación de la grieta), como se deduce de las gráficas representadas en la Figura 4.18.

Se puede observar que para $\frac{R}{a - (c + e)} > 0.25$, la vida a fatiga del componente aumenta para mayores valores de la rodadura, mientras que disminuyen el rango de tensiones axiales y el rango del factor de intensidad de tensiones. Sin embargo, en el caso de $\frac{R}{a - (c + e)} = 0$ se alcanza un valor de vida a fatiga superior al obtenido para $\frac{R}{a - (c + e)} = 0.75$. Para comprender mejor este comportamiento se representan gráficamente estos resultados.

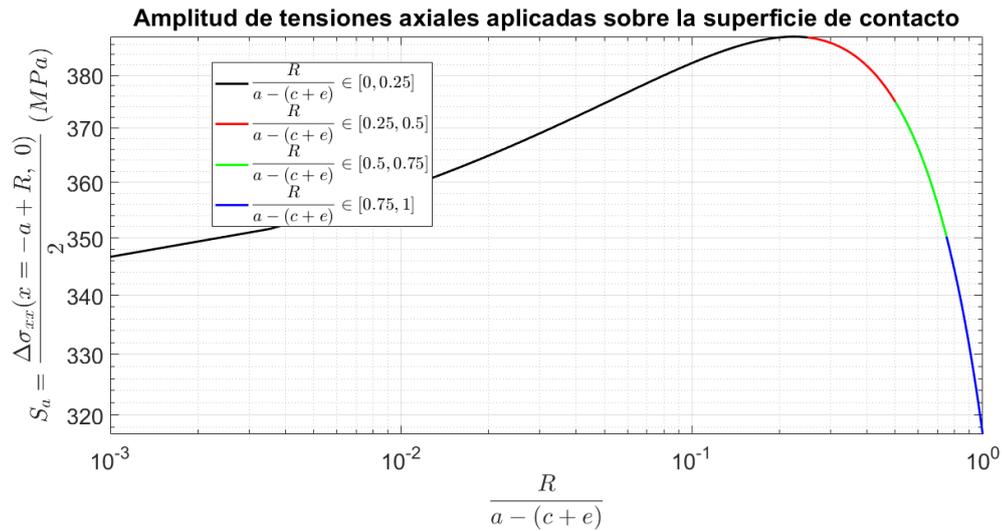


Figura 6.3 Amplitud de tensiones axiales $S_a = \frac{\Delta\sigma_{xx}(x=-a+R, 0)}{2}$ (MPa) frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$.

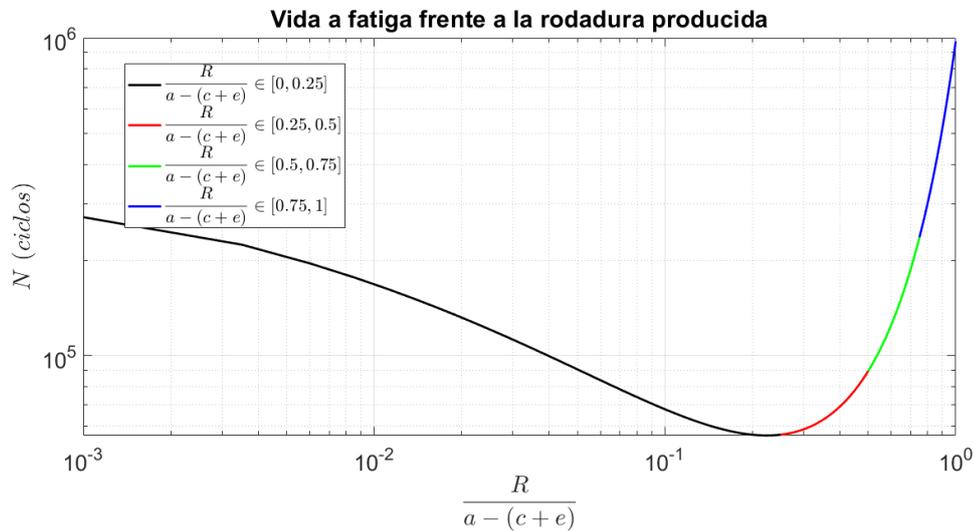


Figura 6.4 Vida a fatiga del componente (N ciclos) frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$.

En ambas figuras se muestra que para $\frac{R}{a-(c+e)} < 0.25$ se produce un cambio de tendencia:

- La amplitud de tensiones axiales sobre la superficie de contacto en $x = -a + R$, disminuye si lo hace también el parámetro relativo a la rodadura.
- La vida a fatiga del componente aumenta si disminuye el parámetro relativo a la rodadura.

Este comportamiento se debe a la mayor contribución de la carga normal N al problema, para valores de la longitud de la grieta muy pequeños. Así, en las Figuras 5.7 y 4.17 se muestra como tanto el rango del factor de intensidad de tensiones como el rango de tensiones axiales producidos cerca de la superficie de contacto de la probeta, aumentan para mayores valores de la rodadura producida.

Finalmente, se representa como varía la vida a fatiga del componente frente a la rodadura, respecto al caso en que esta no se produce.

$$\frac{N_{Ri}}{N_{R0}} = \frac{(S_a(R_i))^{1/B}}{(S_a(R_0))^{1/B}} = \left(\frac{S_A(R_i)}{S_A(R_0)}\right)^{1/B} = \left(\frac{\Delta\sigma_{xx}(x = -a + R_i, y = 0)}{\Delta\sigma_{xx}(x = -a + R_0, y = 0)}\right)^{1/B} = f\left(\frac{Q}{\mu N}, \frac{\sigma}{\mu p_0}, \frac{R}{a - (c + e)}, B, \mu\right)$$

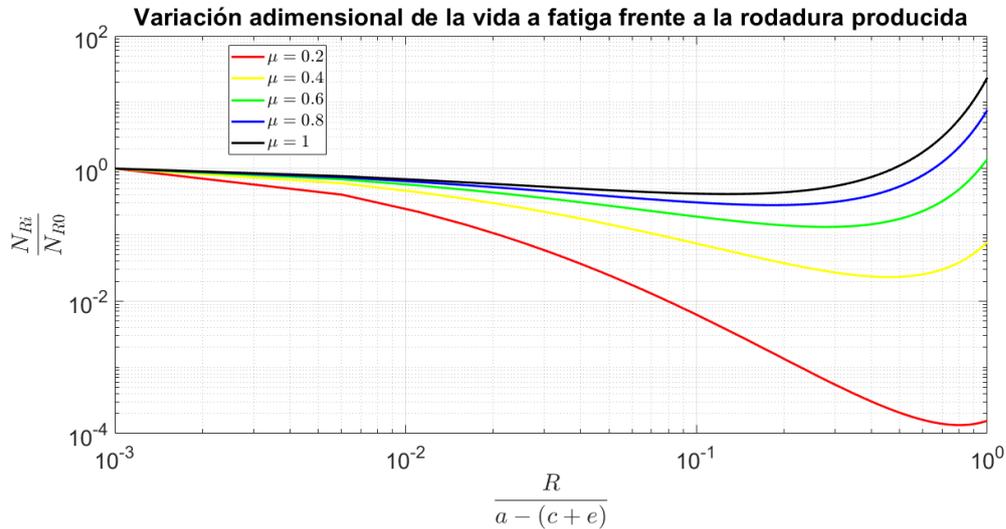


Figura 6.5 Variación adimensional de la vida a fatiga del componente $\frac{N_{Ri}}{N_{R0}}$ frente a la rodadura $\frac{R}{a - (c + e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ .

Se trata de un coeficiente adimensional que solo depende del material a través del coeficiente B . Tomados $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$, y representando este coeficiente $\frac{N_{Ri}}{N_{R0}}$ frente a $\frac{R}{a - (c + e)}$, solo sería preciso considerar la dependencia de la gráfica resultante con respecto al coeficiente de rozamiento μ . Se muestra que:

- Las curvas presentan un comportamiento decreciente frente a la rodadura producida hasta alcanzarse un valor mínimo. A partir de este valor, adquieren un comportamiento creciente.
- Para valores del coeficiente de rozamiento μ suficientemente altos, hay un valor del coeficiente relativo a la rodadura, $\frac{R}{a - (c + e)}$, a partir del cual la vida a fatiga del componente es superior a la correspondiente al caso en que esta rodadura no se produce. En concreto, para $\mu = 0.7$ este valor sería $\frac{R}{a - (c + e)} = 0.78$. Este valor es mayor cuanto menor es el valor de μ , de modo que se cumpliría esta condición en el valor límite $\frac{R}{a - (c + e)} = 1$ para $\mu = 0.57$. Para $\mu < 0.57$, no se alcanza una vida a fatiga superior a la correspondiente al caso en que esta rodadura no se produce.
- Además, se observa que se alcanzan mayores valores de este coeficiente cuanto mayor es el valor del coeficiente de rozamiento μ . Es decir, el efecto de la rodadura en la vida a fatiga de un componente es más positivo cuanto mayor es el valor del coeficiente de rozamiento.

Sin embargo, es preciso realizar una aclaración respecto a la última observación señalada. Pues, una vez fijados los valores que toman los coeficientes $\frac{Q}{\mu N}$ y $\frac{\sigma}{\mu p_0}$, y por tanto $\frac{c}{a}$ y $\frac{e}{a}$, la vida a fatiga de un componente disminuye para mayores valores del coeficiente de rozamiento μ . Ello se debe a su contribución, a través del término μp_0 , a la magnitud de las tensiones tangenciales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta. Para ilustrar este comportamiento se procede a representar, para el caso concreto considerado de la aleación de aluminio 7075-T651, como varía la vida a fatiga del componente con respecto al coeficiente de rozamiento:

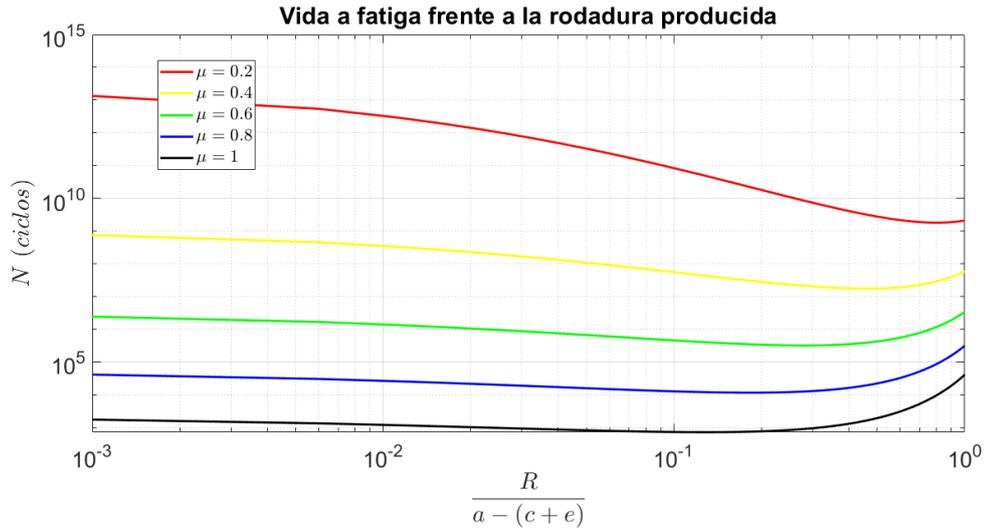


Figura 6.6 Vida a fatiga del componente (N ciclos) frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ .

6.2 Método basado en el crecimiento de la grieta

En este apartado se procede a aplicar la ley de Paris con el objetivo de estimar el número de ciclos de carga que es preciso aplicar para que una grieta de borde de longitud inicial $l_0 = \frac{a}{1000}$, iniciada en la superficie de contacto de la probeta en $x = -a + R$, crezca hasta alcanzar la longitud final $l_f = a$.

Este método, ya brevemente presentado en esta memoria en la introducción del capítulo 5, permite estimar la velocidad de crecimiento de una grieta en un componente sometido a fatiga ($\frac{dl}{dN}$ (m/ciclos)), a partir del rango del factor de intensidad de tensiones (ΔK_I (MPa \sqrt{m})) y de una serie de parámetros adimensionales (C y m), característicos del material y de la configuración de la aplicación de las cargas. Para ello, se hace uso de la siguiente relación:

$$\frac{dl}{dN} = C (\Delta K_I(l))^m$$

Despejando e integrando, se obtiene la expresión que permite el cálculo del número de ciclos de carga necesarios para la propagación de la grieta:

$$N = \int_{l_0}^{l_f} \frac{dl}{C (\Delta K_I(l))^m}$$

Para la aplicación de este método en el proyecto se selecciona, de igual modo que en el apartado anterior, un material y unos valores de referencia correspondientes a los parámetros que definen el problema.

Propiedades mecánicas de la aleación de aluminio 7075-T651 y constantes para la velocidad de propagación de grietas:

$$E = 71 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.33, \quad \mu = 0.7, \quad C = 2.7 \cdot 10^{-11}, \quad m = 3.7$$

Parámetros del problema:

$$R_G = 0.015 \text{ m}, \quad N = 100000 \text{ N}, \quad \frac{Q}{\mu N} = 0.75, \quad \frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$$

En este punto cabe recordar que como se indicó en la introducción de este capítulo, los valores de C y m tomados de la literatura se corresponden con el caso de carga $R = 0$.

Como el caso de carga considerado en el proyecto es $R = -1$ con $\sigma_{xx, Med}(x = -a + R, y = -s) = 0$ y $K_{I, Med}(x = -a + R, l) = 0$, con $s \in [0, l]$ y $l \in [l_i, l_f]$, se considera como el rango del factor de intensidad de tensiones de aplicación en la expresión de la ley de Paris:

$$\Delta K_{I, EF} = \frac{\Delta K_I}{2} \rightarrow N = \int_{l_0}^{l_f} \frac{dl}{C (\Delta K_{I, EF}(l))^m}$$

A continuación, se procede a calcular y representar frente a $\frac{R}{a-(c+e)}$:

- La velocidad de crecimiento $\frac{dl}{dN}$ de una grieta iniciada en la superficie de contacto de la probeta en $x = -a + R$, para varios valores de la longitud de la grieta comprendidos en $l \in [\frac{a}{1000}, a]$.
- El número de ciclos de carga que es preciso aplicar para que una grieta, iniciada en la superficie de contacto de la probeta en $x = -a + R$ y de longitud inicial $l_0 = \frac{a}{1000}$, crezca hasta alcanzar una longitud final l , tomando este parámetro un conjunto de valores de referencia comprendidos en el intervalo $l \in [\frac{a}{100}, a]$.

Se obtienen:

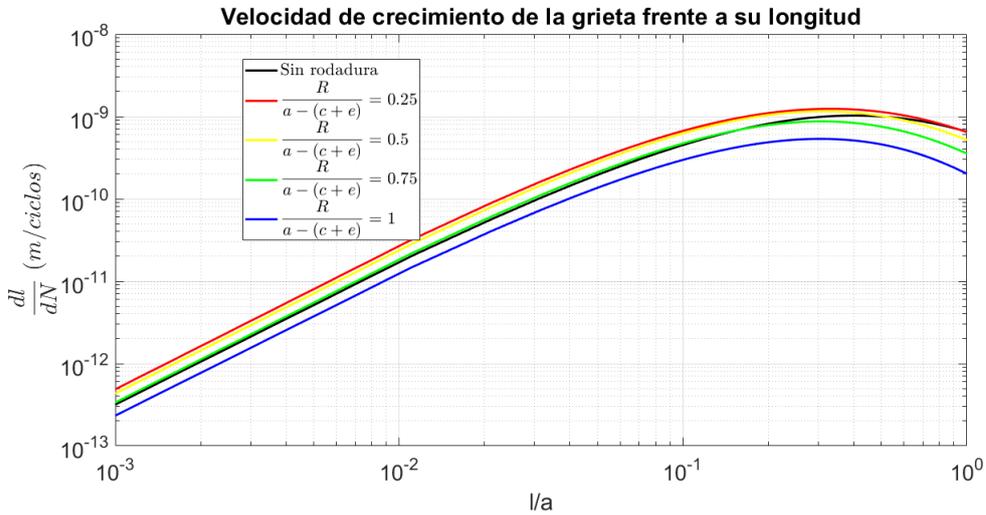


Figura 6.7 Velocidad de propagación de la grieta $\frac{dl}{dN}$ frente a su longitud l .

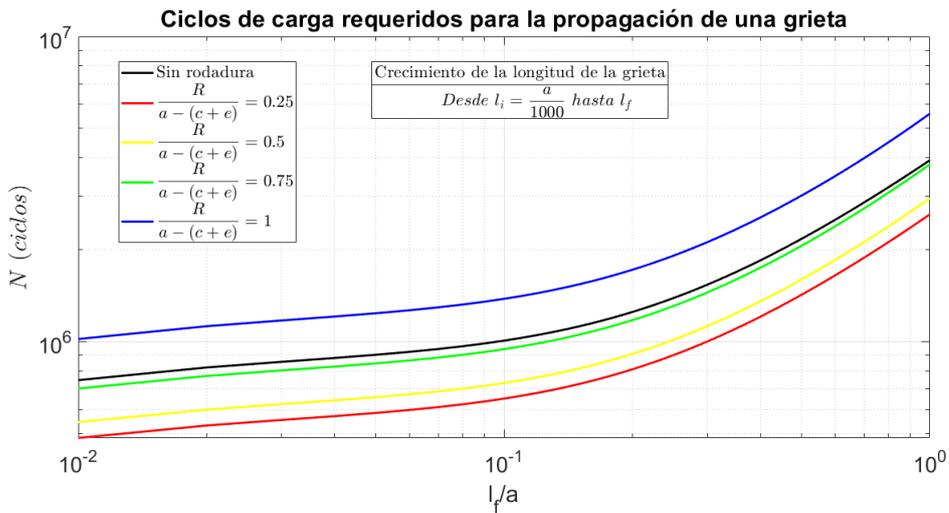


Figura 6.8 Número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta frente a su longitud final l .

Respecto al comportamiento general de estas gráficas, se observa:

- Las gráficas contenidas en la Figura 6.5, correspondientes a la velocidad de propagación de una grieta, presentan un comportamiento muy similar a las correspondiente al rango del factor de intensidad de tensiones, contenidas en la Figura 5.8. Presentan una pendiente positiva hasta alcanzarse el valor máximo entorno a $\frac{l}{a} = 0.35$, y luego tienden a descender.
- Las gráficas contenidas en la Figura 6.6, correspondientes al número de ciclos de carga requeridos para la propagación de una grieta, presentan un comportamiento creciente frente a la longitud final de la grieta requerida.

Respecto a la rodadura producida, se muestra que para $\frac{R}{a-(c+e)} > 0.25$:

- La velocidad de propagación de una grieta es mayor cuanto menor es el valor del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$.
- El número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta es mayor cuanto mayor es el valor del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$.

Sin embargo, en el caso en que se produce una rodadura muy pequeña, cumpliéndose que $\frac{R}{a-(c+e)} < 0.25$, las curvas presentan un comportamiento ligeramente diferente. Ello es consecuencia del comportamiento de las tensiones axiales producidas debido a la acción de la carga normal N. Como se muestra en la Figura 4.15, estas tensiones son mayores cuanto mayor lo es la rodadura, y además, su contribución es importante para longitudes de grieta muy pequeñas. Debido a ello, la curva correspondiente al caso $\frac{R}{a-(c+e)} = 0$ de la velocidad de propagación de una grieta, disminuye respecto a las otras a medida que se reduce la longitud de la grieta. El comportamiento de la gráfica correspondiente a la Figura 6.7, relativa a los ciclos de carga estimados para la propagación de una grieta, se deriva de esta justificación, como consecuencia de la integración de la velocidad de propagación.

Finalmente, y con el objeto de estudiar con mayor profundidad como se comporta frente a la rodadura el número de ciclos de carga requeridos para la propagación de una grieta, se procede a representa frente a esta el número de ciclos de carga requeridos para la propagación de una grieta desde una longitud $l_0 = \frac{a}{1000}$ hasta $l = a$. Se obtiene:

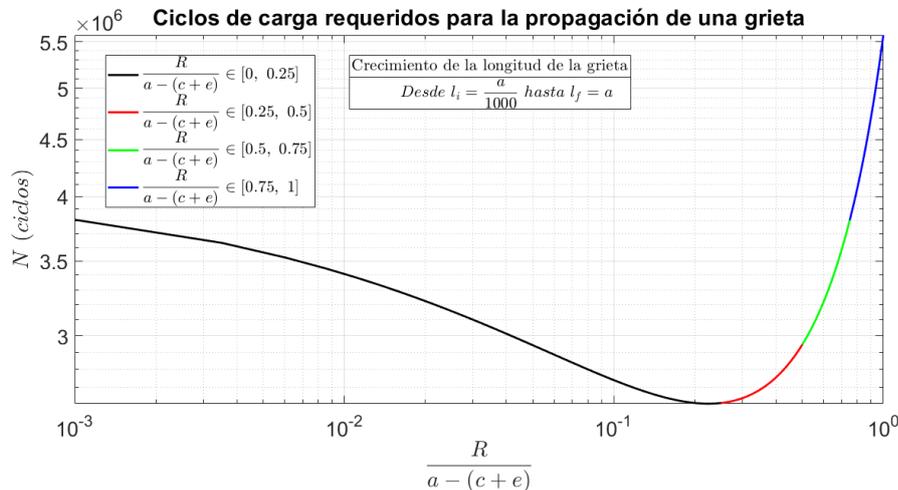


Figura 6.9 Número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta frente a $\frac{R}{a-(c+e)}$.

Tabla 6.2 Número ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta, entre $l_0 = \frac{a}{1000}$ y $l_f = a$, y estimada empleando el método basado en el crecimiento de la grieta.

$R/[a-(c+e)]$	0	0.25	0.5	0.75	1
N (ciclos)	$3.8125 \cdot 10^6$	$2.6128 \cdot 10^6$	$2.9474 \cdot 10^6$	$3.81 \cdot 10^6$	$5.5877 \cdot 10^6$
N_i/N_0 (%)	—	68.53	77.308	99.93	146.29

A continuación, se procede a calcular y representar como varía, frente a la rodadura, el número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta, respecto al caso en que dicha rodadura no se produce. Para ello, se emplea el coeficiente adimensional:

$$\frac{N_{Ri}}{N_{R0}} = \frac{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{C [\Delta K_{I, EF}(l, R_i)]^m}}{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{C [\Delta K_{I, EF}(l, R_0)]^m}} = \frac{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{C \left[\frac{\Delta K_I(l, R_i)}{2} \right]^m}}{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{C \left[\frac{\Delta K_I(l, R_0)}{2} \right]^m}} = \frac{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{[\Delta K_I(l, R_i)]^m}}{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{[\Delta K_I(l, R_0)]^m}}$$

Adimensionalizando el rango del factor de intensidad de tensiones mediante el uso de la siguiente expresión, válida para una grieta de borde longitud l contenida en un semi-plano sometido a una distribución de tensiones normal y uniforme [9]:

$$\Delta K_{IAd}(l, R_i) = \frac{\Delta K_I(l, R_i)}{1.12 \sqrt{\pi l} \Delta \sigma_{max}} = \frac{\Delta K_I(l, R_i)}{1.12 \sqrt{\pi l} \Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_i, y = 0)}$$

Operando, se obtiene:

$$\frac{N_{Ri}}{N_{R0}} = \frac{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{[\Delta K_{IAd}(l, R_i) 1.12 \sqrt{\pi l} \Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_i, y = 0)]^m}}{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{[\Delta K_{IAd}(l, R_0) 1.12 \sqrt{\pi l} \Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_0, y = 0)]^m}} = \frac{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{[\Delta K_{IAd}(l, R_i) \sqrt{l}]^m} [\Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_0, y = 0)]^m}{\int_{l_i}^{l_f} \frac{dl}{[\Delta K_{IAd}(l, R_0) \sqrt{l}]^m} [\Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_i, y = 0)]^m}$$

Haciendo el cambio de variable $l' = \frac{l}{a}$ y operando de forma adecuada, se llega a:

$$\frac{N_{Ri}}{N_{R0}} = \frac{\int_{1/1000}^1 \frac{dl'}{[\Delta K_{IAd}(l', R_i) \sqrt{l'}]^m} [\Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_0, y = 0)]^m}{\int_{1/1000}^1 \frac{dl'}{[\Delta K_{IAd}(l', R_0) \sqrt{l'}]^m} [\Delta \sigma_{xx}(x = -a + R_i, y = 0)]^m} = f\left(m, \frac{Q}{\mu N}, \frac{\sigma}{\mu p_0}, \frac{R}{a - (c + e)}, \mu\right)$$

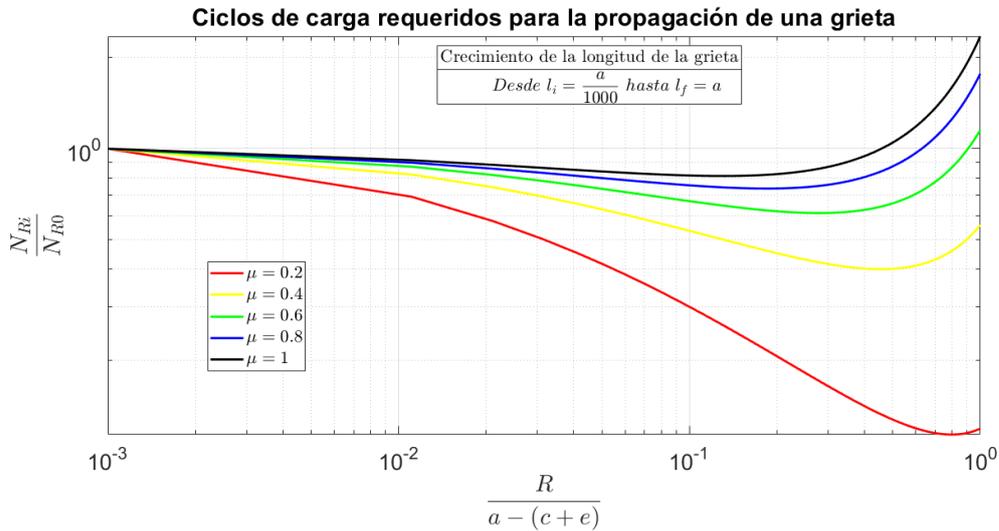


Figura 6.10 Variación del número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta frente a $\frac{R}{a-(c+e)}$.

Se trata de un coeficiente adimensional que solo depende del material a través del coeficiente m . Tomados $\frac{Q}{\mu N} = 0.75$, $\frac{\sigma}{\mu p_0} = 0.6$, y representando este coeficiente $\frac{N_{Ri}}{N_{R0}}$ frente a $\frac{R}{a-(c+e)}$, solo sería preciso considerar su dependencia con respecto al coeficiente de rozamiento μ . Se muestra:

- El aspecto que presentan las gráficas contenidas en las Figuras 6.8 y 6.9, obtenidas mediante el método basado en el crecimiento de grietas, son muy similares a las contenidas en las Figuras 6.3 y 6.4, obtenidas mediante el método basado en tensiones.

- Para el caso concreto considerado en que $\mu = 0.7$, el valor del parámetro relativo a la rodadura, a partir del cual el número de ciclos de carga necesarios para la propagación de la grieta es superior al requerido en el caso en que esta no se produce, es $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.75$. Se trata de un valor muy similar al obtenido mediante el método basado en tensiones, $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.78$.
- El valor límite del coeficiente de rozamiento, para el que el número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta en $\frac{R}{a-(c+e)} = 1$ es igual al preciso en el caso en que no se produce rodadura alguna, es $\mu = 0.56$. Es decir, el método basado en el crecimiento de una grieta proporciona un valor muy cercano al estimado mediante el método basado en tensiones, $\mu = 0.57$.
- Sin embargo, el número de ciclos de carga requerido para la propagación de una grieta y estimado mediante el método de crecimiento de una grieta, es ligeramente diferente respecto a la vida a fatiga estimada mediante el método basado en tensiones. En el caso concreto en que $\mu = 0.7$, el número de ciclos de carga requeridos para la propagación de una grieta desde $l_i = \frac{a}{1000}$ hasta $l_f = a$ (Entorno a 10^6), es superior a la vida a fatiga estimada haciendo uso de la ecuación de Basquin (Entorno a 10^5).
- Además, las variaciones experimentadas por el número necesario de ciclos de carga para la propagación de una grieta, frente a la rodadura y respecto al caso en que esta no se produce, empleando el método basado en el crecimiento una grieta, son mucho menores respecto al caso en que se emplea el método basado en tensiones para la estimación de la vida a fatiga del componente. Así, para $\mu = 0.7$ y $\frac{R}{a-(c+e)} = 1$, el número necesario de ciclos de carga para la propagación de la grieta, empleando el método basado en el crecimiento de grietas, crece hasta alcanzar un 146.29% del valor obtenido en el caso en que esta no se produce. Por otro lado, la vida a fatiga del componente, empleando el método basado en tensiones, crece hasta alcanzar un 357.18% del valor obtenido cuando no se produce esta rodadura.

7 Conclusiones

En este último capítulo de la memoria, se exponen de forma resumida las principales conclusiones obtenidas a lo largo del proyecto.

7.1 Iniciación de una grieta en la superficie de contacto de la probeta

Partiendo de una serie de observaciones experimentales [1] y un conjunto de expresiones analíticas, se ha procedido a calcular el lugar en que es más probable que se inicie una grieta sobre la superficie de contacto de la probeta, bajo condiciones de fretting, contacto cilíndrico y la presencia de una rodadura. Para ello, se ha calculado y representado el rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}(x,0)$ a lo largo de la superficie de contacto de la probeta, y para un conjunto de valores admisibles de la rodadura ($\frac{R}{a-(c+e)} \in [0, 1]$). Como resultado, se ha obtenido que este rango de tensiones alcanza su valor máximo en $x = -a + R$, en una posición ligeramente desplaza respecto del límite de la zona de contacto, donde ocurría en el caso en que no se produce esta rodadura. Además, se produce en un intervalo en que se alcanzan tensiones de valor aproximado y de magnitud importante, pudiéndose producirse la iniciación de una grieta en cualquier lugar dentro del intervalo $x \in [-a - R, -a + R]$. Por tanto, se ha comprobado que este hecho se produce de forma similar a como se ha observado de forma experimental.

7.2 Influencia de la rodadura en el rango del factor de intensidad de tensiones

Una vez calculadas las tensiones axiales producidas sobre la superficie de contacto de la probeta, se procede a calcular a lo largo de una grieta iniciada en $x = -a + R$ y de una longitud comprendida en el intervalo $l \in [\frac{a}{1000}, a]$, y para varios valores de la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)} \in [0, 1]$:

- El rango de tensiones axiales $\Delta\sigma_{xx}$.
- El rango del factor de intensidad de tensiones ΔK_I .

Las principales conclusiones de estudio son:

- El rango del factor de intensidad de tensiones (ΔK_I^N) y de las tensiones axiales producidas ($\Delta\sigma_{xx}^N$) a lo largo de la grieta y debidas a la acción de la carga normal N, son mayores para mayores valores de la rodadura. Sin embargo, este efecto apenas es importante cerca la superficie de contacto y para valores de la longitud de la grieta pequeños.
- El rango del factor de intensidad de tensiones (ΔK_I^Q) y de las tensiones axiales producidas ($\Delta\sigma_{xx}^Q$) a lo largo de la grieta y debidas a la acción de la carga tangencial Q, son menores para mayores valores de la rodadura. Además, su contribución es superior a la anterior.

7.3 Vida a fatiga y número de ciclos de carga requeridos para la propagación de una grieta

Finalmente, se procede a estudiar el efecto de la rodadura en:

- La vida a fatiga del componente empleando el método basado en tensiones.
- El número requerido de ciclos de carga para la propagación de una grieta, iniciada en la superficie de contacto de la probeta en $x = -a + R$, desde una longitud inicial $l_0 = \frac{a}{1000}$ hasta una longitud final $l_f = a$. Para ello se hace uso del método basado en el crecimiento de la grieta.

Como conclusión de este estudio se deduce que, para unos valores apropiados de los términos $\frac{Q}{\mu N}$, $\frac{\sigma}{\mu p_0}$, y para valores del coeficiente de rozamiento μ suficientemente altos, existe un valor correspondiente al parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ a partir del cual, tanto la vida a fatiga del componente como el número necesario de ciclos de carga para la propagación de una grieta, aumentan respecto a los requeridos en el caso en que esta rodadura no se produce.

Índice de Figuras

1.1	Daño causado por fretting [7]	1
1.2	Diferencia entre fatiga por fretting y fretting [2]	2
1.3	Montaje de fretting [2]	2
1.4	Rodadura oscilatoria del útil de contacto	3
1.5	Evolución de la zona de contacto durante el ciclo de fretting con rodadura oscilatoria	3
1.6	Efectos producidos por la rodadura y observados de forma experimental [1]	4
2.1	Esquema del caso de estudio simplificado	5
2.2	Contacto cilíndrico [4]	6
2.3	Tensiones normales de compresión adimensionales sobre la superficie de contacto	8
2.4	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en las tensiones normales sobre la superficie de contacto	8
2.5	Rango de tensiones normales adimensionales sobre la superficie de contacto	9
2.6	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones normales adimensionales sobre la superficie de contacto	10
2.7	Deslizamiento global y deslizamiento parcial	11
2.8	Excentricidad en deslizamiento parcial	11
2.9	Excentricidad comprobada de forma experimental	12
2.10	Desplazamiento de la zona de contacto debido a una rodadura R	12
2.11	Relación R-Q	12
2.12	Tensiones tangenciales adimensionales sobre la superficie de contacto	13
2.13	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en las tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto	14
2.14	Rango de tensiones tangenciales adimensionales sobre la superficie de contacto	15
2.15	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones tangenciales sobre la superficie de contacto	16
2.16	Tensiones tangenciales $\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto, obtenidas analíticamente y mediante elementos finitos	16
2.17	Rango de tensiones tangenciales $\Delta\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto, obtenidas analíticamente y mediante elementos finitos	17
3.1	Semiplano sometido a una distribución de tensiones normal $\sigma_{yy}(x,0)$ y tangencial $\sigma_{xy}(x,0)$ sobre la superficie de contacto [5]	19
4.1	Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^O}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto	28
4.2	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^O}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto	28
4.3	Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^O}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto	29
4.4	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^O}{\mu p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto	29
4.5	Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto	30
4.6	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto	30
4.7	Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto	31

4.8	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ sobre la superficie de contacto en valor absoluto	31
4.9	Rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$, con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$ y $\mu = 0.7$, sobre la superficie de contacto	32
4.10	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$ sobre la superficie de contacto	32
4.11	Influencia de μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0}$ sobre la superficie de contacto	33
4.12	Rango de tensiones axiales en valor absoluto $ \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} $, con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$ y $\mu = 0.7$, sobre la superficie de contacto	33
4.13	Influencia de $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en $ \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} $ sobre la superficie de contacto	34
4.14	Influencia de μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en $ \frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,0)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,0)}{p_0} $ sobre la superficie de contacto	34
4.15	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en los rangos de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QG}}{\mu p_0}$ y $\frac{\Delta\sigma_{xx}^{QP}}{\mu p_0}$ a lo largo de la grieta	36
4.16	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q}{\mu p_0}$ a lo largo de la grieta	36
4.17	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^N}{p_0}$ a lo largo de la grieta	37
4.18	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ a lo largo de la grieta	38
4.19	Influencia del coeficiente de rozamiento μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en el rango de tensiones axiales $\frac{\Delta\sigma_{xx}^Q(x,s)+\Delta\sigma_{xx}^N(x,s)}{p_0}$ a lo largo de la grieta	38
5.1	Modos de extensión de una grieta: Apertura, deslizamiento y desgarre [3]	41
5.2	Diagrama de Paris para la velocidad de crecimiento de una grieta en fatiga [3]	42
5.3	Rango de tensiones axiales a lo largo de una grieta situada en $x = -a + R$ y de longitud l	42
5.4	Principio de Bueckner o de superposición.	43
5.5	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en los rangos del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^{QG}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$ y $\frac{\Delta K_I^{QP}}{\mu p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta	45
5.6	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^Q}{\mu p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta	46
5.7	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$ en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta	47
5.8	Influencia del parámetro $\frac{R}{a-(c+e)}$, con $\mu = 0.7$, en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta	47
5.9	Influencia del coeficiente de rozamiento μ , con $\frac{R}{a-(c+e)} = 0.5$, en el rango del factor de intensidad de tensiones, $\frac{\Delta K_I^Q + \Delta K_I^N}{p_0 \sqrt{a}}$, frente a la longitud de la grieta	48
6.1	Esquema del comportamiento frente al tiempo de las tensiones axiales $\sigma_{xx}(x = -a + R, s)$ y del factor de intensidad de tensiones $K_I(x = -a + R, l)$, con $s \in [0, l]$ y $l \in [l_i, l_f]$	49
6.2	Esquema de las curvas S-N de distintos materiales [3]	50
6.3	Amplitud de tensiones axiales $S_a = \frac{\Delta\sigma_{xx}(x=-a+R, 0)}{2}$ (MPa) frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$	52
6.4	Vida a fatiga del componente (N ciclos) frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$	52
6.5	Variación adimensional de la vida a fatiga del componente $\frac{N_{Ri}}{N_{R0}}$ frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ	53
6.6	Vida a fatiga del componente (N ciclos) frente a la rodadura $\frac{R}{a-(c+e)}$ y el coeficiente de rozamiento μ	54
6.7	Velocidad de propagación de la grieta $\frac{dl}{dN}$ frente a su longitud l	55
6.8	Número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta frente a su longitud final l	55
6.9	Número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta frente a $\frac{R}{a-(c+e)}$	56
6.10	Variación del número de ciclos de carga necesarios para la propagación de una grieta frente a $\frac{R}{a-(c+e)}$	57

Bibliografía

1. Erena Guardia, D., Martín Rodríguez, V., Vázquez Valeo, J. y Navarro Pintado, C. (2022). Influence of the rolling of contact pads on crack initiation in fretting fatigue tests. *International Journal of Fatigue*, 163, 107087.
2. Vázquez Valeo, J. (2010). Efecto de las Tensiones Residuales en la Fatiga por Fretting. (Tesis Doctoral Inédita). Universidad de Sevilla, Sevilla.
3. Chaves. V. Mecánica de la fractura. Escuela Técnica Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla. 2019-2020.
4. D. A. Hills. *Mechanics of Elastic Contacts*. Butterworth-Heinemann Ltd. 1993.
5. Vázquez J, Navarro C, Domínguez J. Explicit equations for sub-surface stress field in plane contacts. *International Journal of Mechanical Sciences* 67 (2013) 53-58. Universidad de Sevilla.
6. E. E. Gdoutos. *Fracture Mechanics criteria and Applications*. Kluwer Academic Publishers. 1990.
7. Ksouge D, Solomon L. B, Howie D. W., Oskouei R. H. *Head-Neck Taper Corrosion in Hip Arthroplasty*. Hindawi Publishing Corporation. 2015.
8. Pérez Capote, M. (2018). Estudio del factor de Intensidad de tensiones en fretting con un contacto cilíndrico. (Trabajo Fin de Grado Inédito). Universidad de Sevilla, Sevilla.
9. Aguado Montero, S., Vázquez Valeo, J., Navarro Pintado, C. y Domínguez Abascal, J. (2021). Optimal shot peening residual stress profile for fatigue. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 116, 103109.