

## **32. JUPITER KONFERENCIJA**

# **ZBORNİK RADOVA**

## **PROCEEDINGS**

25. simpozijum  
**CIM U STRATEGIJI TEHNOLOŠKOG  
RAZVOJA INDUSTRIJE PRERADE METALA**



19. simpozijum  
**CAD/CAM**

28. simpozijum  
**NU – ROBOTI –FTS**

34. simpozijum  
**UPRAVLJANJE PROIZVODNOM U  
INDUSTRIJI PRERADE METALA**

12. simpozijum  
**MENADŽMENT KVALITETOM**

Organizator:

**MAŠINSKI FAKULTET UNIVERZITETA U BEOGRADU**

Zlatibor, maj 2006.

## **32. JUPITER KONFERENCIJA**

### **ZBORNIK RADOVA**

Organizator:

**MAŠINSKI FAKULTET UNIVERZITETA U BEOGRADU**

Adresa:

Kraljice Marije 16, 11120 Beograd, Srbija i Crna Gora

Tel: 011-3370341, Fax: 011-3370364

**El. pošta: [jupiter@mas.bg.ac.yu](mailto:jupiter@mas.bg.ac.yu)**

Tehnički urednici:

Prof. dr Ljubodrag Tanović

Doc. dr Radovan Puzović

Mr Mihajlo Popović

Nenad Nešić, dipl. maš. ing.

Zlatibor, maj 2006.

---

Tiraž: 200 primeraka

Štampa: **Planeta print**,

11000 Beograd, Ruzveltova 10, tel.: 011 3088 129

**ISBN 86-7083-557-6**

**NU – ROBOTI –FTS**  
**NC - ROBOTS – FMS**

<b>Glavonjić, M., Milutinović, D., Živanović, S.</b> TROOSNI PARALELNI MEHANIZAM SA SPECIFIČNIM REŠENJIMA PASIVNOG TRANSLATORNOG ZGLOBA .....	3.1
<b>Lukić, L., Jaraković, I.</b> RAZVOJ FORMING MAŠINA SA MIKROPROCESORSKIM UPRAVLJANJEM .....	3.5
<b>Lazarević, I., Miljković, Z.</b> PRIMENA OPC SERVERA U AKVIZICIJI STANJA TEHNOLOŠKIH SISTEMA .....	3.9
<b>Mijanović Markuš, M.</b> PROGRAMABILNI AUTOMATIZACIONI KONTROLER BUDUĆNOST U INDUSTRIJSKOM UPRAVLJANJU .....	3.13
<b>Nedić, N., Dihovični, Đ.</b> STABILNOST SISTEMA SA RASPODELJENIM PARAMETRIMA NA KONAČNOM INTERVALU OPISANIH JEDNAČINAMA OBLIKA .....	3.17
<b>Dihovični, Đ., Nedić, B.</b> STABILNOST SISTEMA NA KONAČNOM PROSTORNOM INTERVALU SISTEMA SA RASPODELJENIM PARAMETRIMA SA DISTRIBUIRANIM UPRAVLJANJEM .....	3.21
<b>Lazarević, M.</b> MODELIRANJE I SIMULACIJA ELEKTROMEHANIČKIH ROBOTSKIH SISTEMA POGONJENIH JEDNOSMERNIM MOTORIMA U MATLAB OKRUŽENJU .....	3.25
<b>Petrović, P., Jakovljević, Ž.</b> OPTIMIZACIJA GEOMETRIJE PUŽNOG VRETENA EKSTRUDERA ZA ISTISKIVANJE ELASTOMERA - DEO I: Analitički model .....	3.29
<b>Petrović, P., Jakovljević, Ž.</b> OPTIMIZACIJA GEOMETRIJE PUŽNOG VRETENA EKSTRUDERA ZA ISTISKIVANJE ELASTOMERA - DEO II: Primer optimizacije pužnog vretena ekstrudera D250 .....	3.39
<b>Jakovljević, Ž., Petrović, P.</b> PREPOZNAVANJE PREKIDA U PROCESU STRUGANJA PRIMENOM LINEARNOG KLASIFIKATORA .....	3.47
<b>Slavković, R., Jugović, Z., Golubović, D.</b> PRIMER REŠENJA FUNDIRANJA TEHNOLOŠKE OPREME U SPECIFIČNIM USLOVIMA RADNE SREDINE .....	3.51
<b>Vasić, Ž., Kalajdžić, M.</b> UTICAJ ZAVOJNE BURGIIJE NA DINAMIČKO PONAŠANJE MAŠINSKOG SISTEMA .....	3.55

**NU – ROBOTI –FTS - 2. STRANA**

**← NAZAD**



P.B. Petrović, Ž. Jakovljević<sup>1</sup>

## OPTIMIZACIJA GEOMETRIJE PUŽNOG VRETENA EKSTRUDERA ZA ISTISKIVANJE ELASTOMERA - DEO I: Analitički model

### *Rezime*

*U okviru ovog rada izložen je postupak optimizacije geometrije pužnog vretena toplo hranjenih ekstrudera za istiskivanje elastomera na bazi dinamičkog modela toka elastomera kroz zavojne kanale pužnog vretena. U prvom delu ovog saopštenja, izložen je postupak dinamičkog modeliranja toka elastomera. U drugom delu je izložen postupak optimizacije konkretnog pužnog vretena na bazi postavljenog dinamičkog modela.*

*Polazeći od osnovnih dinamičkih jednačina i uvođenjem odgovarajućih aproksimacija, izvedene su jednačine parcijalnih modela profila brzina elastomera u glavnoj i poprečnoj ravni zavojnog kanala pužnog vretena. Na osnovu ovih jednačina izvedene su jednačine protoka i pritiska elastomera na izlazu ekstrudera. Primenom eksponencijalnog modela zavisnosti viskoznosti i gradijenta brzine, polazni model baziran na linearnom njutnovskom fluidu proširen je realnim svojstvima pesudoplastičnosti elastomera.*

### 1. UVOD

Ekstruder je jedna od tri ključne mašine u mehaničkoj preradi elastomera. Za razliku od ekstrudera koji se koriste u preradi polimera, ekstruder namenjen za preradu elastomera ostvaruje širi spektar simuliranih tehnoloških procesa: transport, dekrystalizacija, mešanje/homogenizacija, disperzija, plastikacija i istiskivanje elastomera. Proces ekstruzije elastomera je zapravo širok kompleks elementarnih procesa koji se simultano obavljaju u jednoj mašini.

Viskoznost elastomera je vrlo visoka, po pravilu za red veličina veća od viskoznosti većine polimera. Pored toga, elastomeri su temperaturno osetljiviji od polimera i ovo svojstvo se povezuje sa viskoznošću kod projektovanja ekstrudera. Temperatura elastomera u viskozno-tekućem stanju, sem u izuzetnim slučajevima, ne prelazi 120°C. Najčešće se temperatura, kao vrlo značajna procesna veličina, održava u intervalu od 90 do 115°C u zavisnosti od smeše elastomera. Ukoliko temperatura u bilo kom delu procesa istiskivanja pređe ove granice, dolazi do aktiviranja procesa vulkanizacije, što se nikako ne sme dozvoliti. Zbog termičke osetljivosti elastomera konstrukcija ekstrudera namenjenih za njihovu preradu značajno se razlikuje od ekvivalentnih mašina za preradu polimera.

Za razliku od ekstrudera koji su namenjeni preradi polimera, ekstruderi za preradu elastomera su teoretski nedovoljno proučeni i specifična znanja za njihovo projektovanje su najčešće bazirana na iskustvu i zadržavaju se unutar specijalizovanih projektantskih timova kompanija koje proizvode opremu za gumarstvo. U okviru projekta TR-6362A<sup>2</sup> sprovedena su detaljna istraživanja optimizacije geometrije pužnog vretena u sklopu modernizacije postojeće linije za izradu protektora engleske kompanije Francis Shaw. Primarni cilj ovih istraživanja je rešavanje problema upravljanja temperaturnim režimom toplo hranjenog jednovretenog ekstrudera, nominalnog prečnika pužnog vretena D250. Razvijeni analitički modeli poseduju dovoljnu opštost za primenu na različite konstrukcije jednovretenih ekstrudera za preradu elastomera u gumarstvu.

<sup>1</sup> Prof. dr Petar B. Petrović, Mr. Živana Jakovljević, Katedra za proizvodno mašinstvo, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Kraljice Marije 16, 11120 Beograd, Srbija; e-mail: [bbpetrovic@mas.bg.ac.yu](mailto:bbpetrovic@mas.bg.ac.yu)

<sup>2</sup> U okviru ovog rada saopštavaju se rezultati istraživanja koja se sprovode na projektu TR-6362A: Revitalizacija i informaciona integracija proizvodnih resursa u cilju podizanja konkurentnosti Traylor korporacije na međunarodnom tržištu, koji finansijski podržava Ministarstvo za nauku i zaštitu životne sredine Republike Srbije.

## 2. KONCEPTUALNE OSNOVE PUŽNOG VRETENA

Tipična konfiguracija ekstrudera za preradu elastomera sastoji se iz pogonskog agregata sa promenljivim brojem obrtaja, sistema za hranjenje ekstrudera, radnog dela ekstrudera koji se sastoji iz pužnog vretena i radnog cilindra, glave ekstrudera koja ostvaruje funkciju profilisanja istiskivanog elastomera i podsistema za temperaturnu regulaciju sklopa pužnog vretena i radnog cilindra. U okviru ovog rada razmatra se samo sklop pužnog vretena i radnog cilindra.

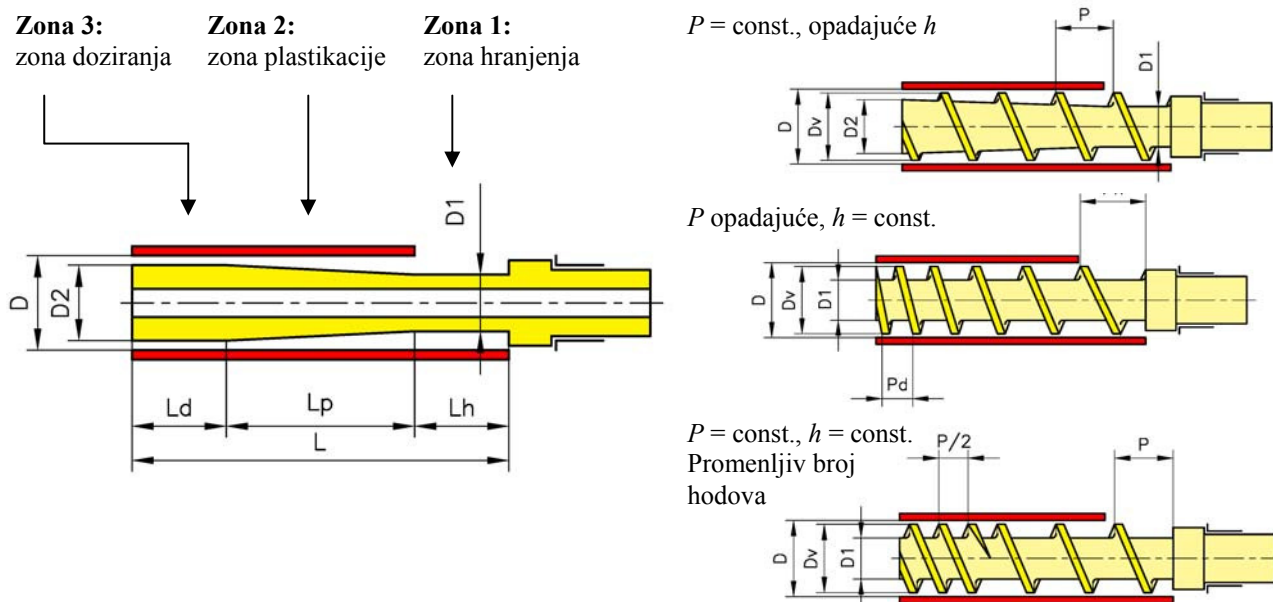
Najznačajniji element ekstrudera je pužno vreteno. Geometrijske karakteristike pužnog vretena u najvećoj meri određuju ukupne performanse ekstrudera.

Osnovni parametar pužnog vretena je njegov spoljašnji prečnik, na osnovu koga se izražavaju svi ostali parametri složene geometrije pužnog vretena. Kod toplo hranjenih ekstrudera za istiskivanje polimera u literaturi se navode intervali vrednosti pojedinih parametara, koji se uvek koriste kao polazna osnova u projektovanju ekstrudera za konkretnu namenu [1]. Ovi parametri su navedeni u tabeli 1.

Geometrijski parametar	Oznaka	Interval	Komentar
Ukupna dužina zavojnice	$L$	$3.5 - 10D$	za $D = 32 - 125$ mm važi $L/D = 5 - 10$ za $D = 160 - 400$ mm važi $L/D = 3.5 - 5$
Dužina zone hranjenja	$Lh$	$1.2 - 1.5D$	
Korak	$P$	$0.6 - 1.5D$	definisana za zonu hranjenja
Širina rebra zavojnice	$w$	$0.1 - 0.05D$	
Dubina zavojnog kanala	$h$	$0.2 - 0.3D$	definisana za zonu hranjenja
Zazor pužnog vretena	$\delta$	$0.001 - 0.002D$	kada je $\delta > 0.008D$ vrši se zamena vretena
Stepen sabijanja	$s$	$1 - 2$	

**Tabela 1:** Parametri osnovnih geometrijskih proporcija pužnog vretena toplo hranjenih ekstrudera za istiskivanje elastomera izraženi relativno u odnosu na nominalni prečnik vretena  $D$  [1].

Pužno vreteno ekstrudera se sastoji iz tri karakteristične zone: 1)zona hranjenja, 2)zona plastikacije i 3)zona istiskivanja (slika 1).



**Slika 1:** Osnovne funkcionalne zone i neččešća varijantna rešenja topologije pužnog vretena.

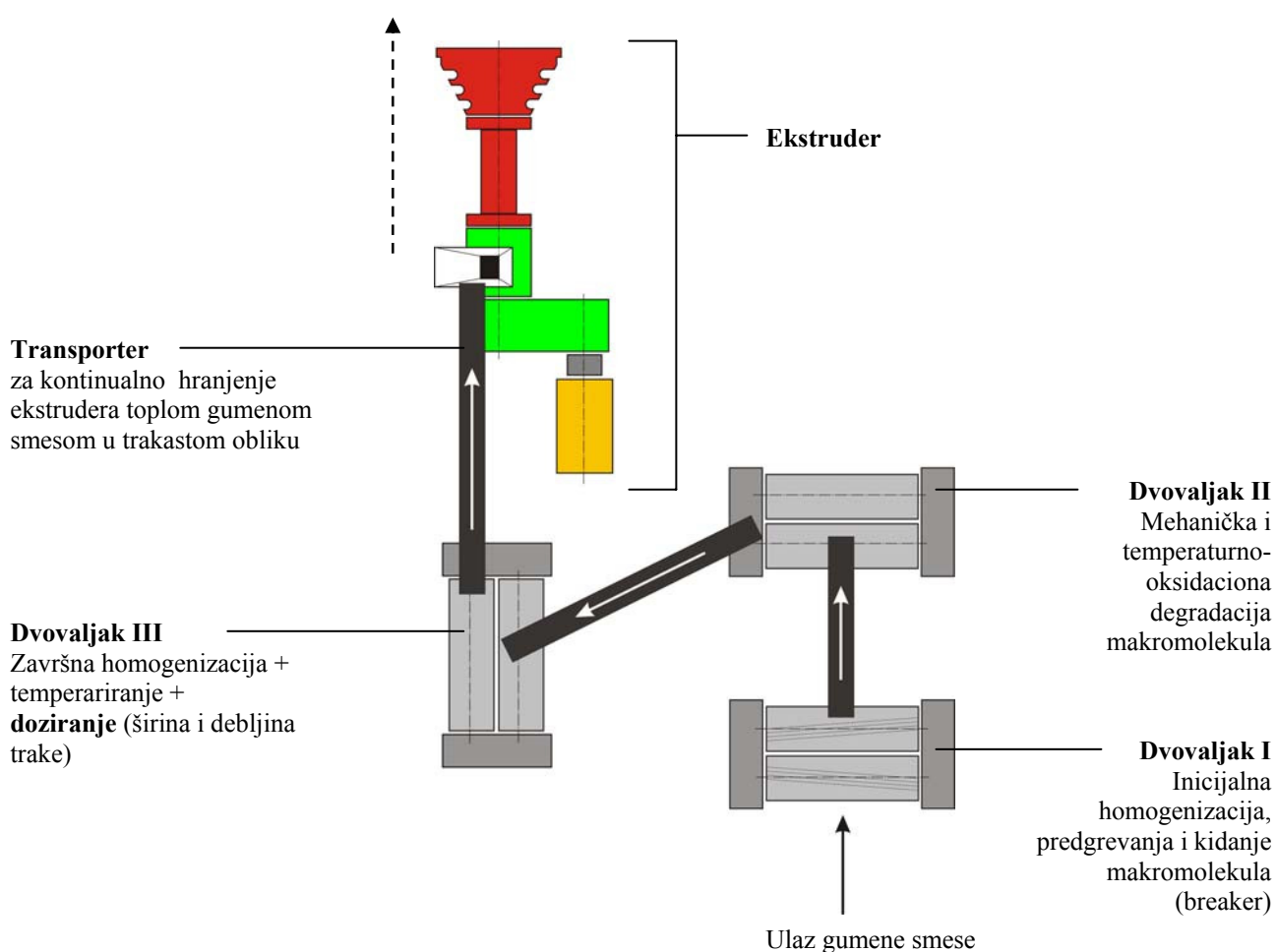
U zoni hranjenja se vrši zahvat elastomera, pasivnim ili aktivnim putem pomoću potisnog valjka ili nekim drugim mehanizmom. Kod toplo hranjenih ekstrudera, elastomer dolazi u delimično plastikovanom stanju u obliku trake, sa temperaturom od  $50$  do  $90^{\circ}\text{C}$  [1], [2]. Tipična konfiguracija sistema hranjenja ekstrudera podrazumeva kompleks od tri dvovaljka, na kojima se vrši mehanička priprema smeše elastomera, temperiranje i doziranje (slika 2).

U zoni plastikacije se vrši intenzivni proces kidanja makromolekula mehaničkim smicanjem između lamina elastomera u njegovom toku kroz zavojni kanal vretena [3]. Pored plastikacije u ovoj zoni se vrši

završna homogenizacija i disperziona mešanje, kako bi se postigla uniformna svojstva smeše elastomera pre njenog oblikovanja istiskivanjem. Da bi se pospešila mehanička prerada i homogenizovala smeša, u ovoj zoni se vrši i sabijanje, progresivnim smanjivanjem zapremine zavojnog kanala. Smanjivanje zapremine se najčešće izvodi progresivnim redukovanjem koraka zavojnice, ili smanjivanjem dubine zavojnog kanala uz konstantan korak. Ređe se koriste druge metode, kao što je promena širine rebara.

U zoni doziranja, kompletna masa zahvaćenog elastomera je u tekuće viskoznom stanju. Primarna funkcija zone doziranja je stabilizacija pritiska. Da bi se ostvario visok kvalitet geometrije istisnutog profila, fluktuacije pritiska moraju da budu svedene na minimum. U zoni doziranja parametri geometrije vretena su konstantni.

Najčešće se primenjuju dvohoda zavojna vretena. Ovakva vretena obezbeđuju balans mehaničkog opterećenja, što umanjuje bočne sile koje teže da izvedu vreteno iz ose. Veći broj hodova daje po ovom pitanju bolje rezultate, ali se istovremeno ugrožava funkcija hranjenja. U zoni hranjenja je najpovoljniji slučaj jednohode zavojnice, jer ona omogućava najbolji zahvat smeše elastomera na ulazu. Broj hodova može da bude promenljiv, čime se vrši lokalna optimizacija geometrije po zonama. Praktično, svaka zona zahteva svoju geometriju pužnog vretena, i to ne samo kroz prosto variranje parametara, već i kroz značajne strukturne promene.



*Slika 2: Kompleks opreme sistema hranjenja toplo hranjenih ekstrudera.*

### 3. ANALITIČKI MODEL

Elastomeri se u tekućem stanju ponašaju kao pseudoviskozni nenjutnovski fluidi. Efektivna viskoznost elastomera je nelinearna funkcija gradijenta brzine smicanja  $dv/dy$  i najčešće se iskazuje eksponencijalnim modelom [4], [5]:

$$\mu_{ef} = m \left( \frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \quad (1)$$

gde su sa  $m$  i  $n$  označene konstante tečenja. Indeks konzistencije  $m$  i eksponent tečenja  $n$  su reološke konstante, koje se eksperimentalno određuju za svaki konkretan slučaj posebno. U inženjerskoj praksi

elastomeri se formiraju kao smeše različitih komponenti, prema recepturama prilagođenim konkretnoj primeni, a svaka od njih, u zavisnosti od sastava, odlikuje se svojim reološkim svojstvima. U gumarskoj industriji se po pravilu radi sa smešama koje imaju indeks tečenja znatno manji od jedinice, a najčešće je  $n < 0.5$ , tako da se radi o izrazito nenjutnovskim fluidima – pseudoviskozni fluid (fluid je njutnovski kada je  $n = 1$  i često se ovakav fluid naziva linearnim).

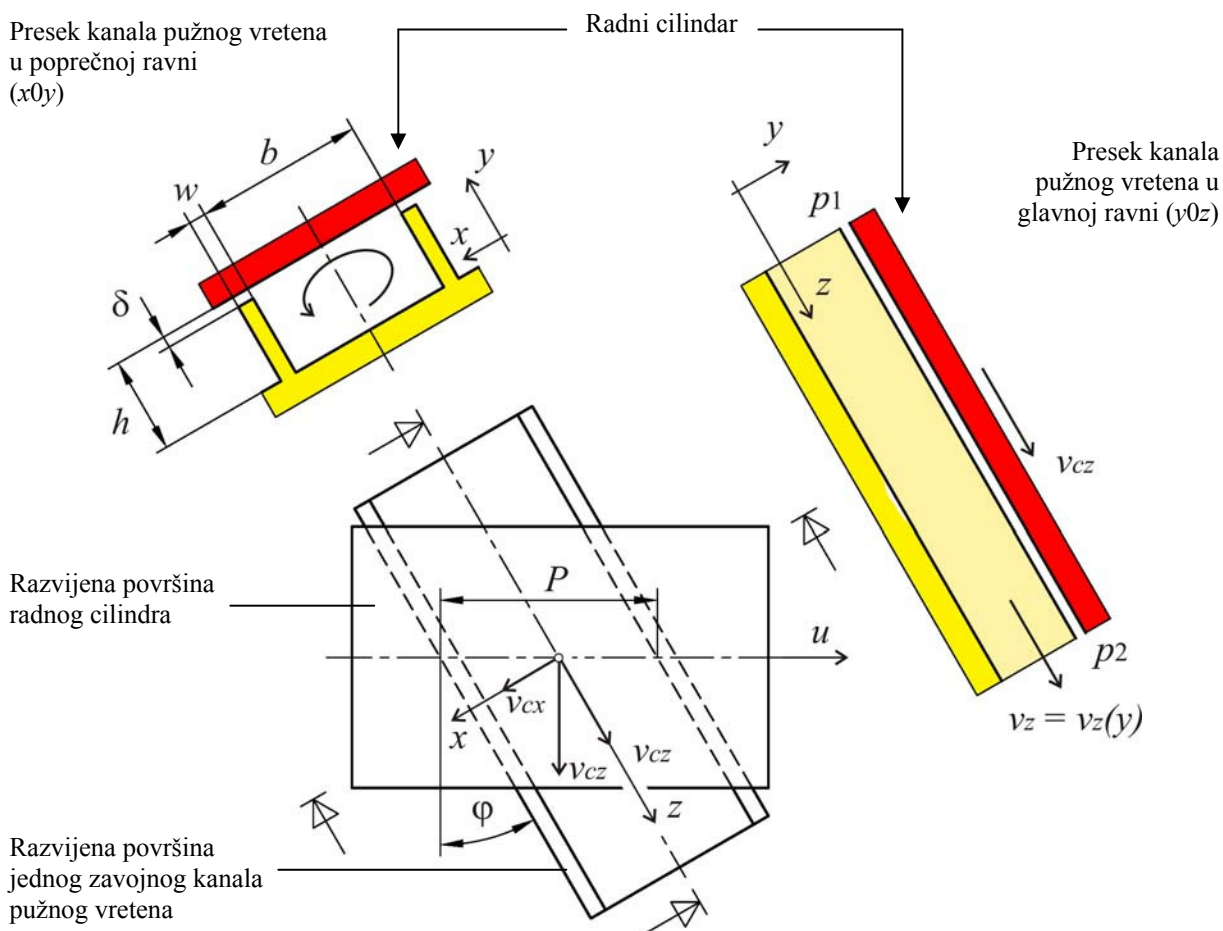
Za postavku dinamičkog modela značajna je veza između tangencijalnih napona i viskoznosti fluida, koja je definisana relacijom:

$$\tau = m\left(\frac{dv}{dy}\right)^n \quad (2)$$

Nelinearnost relacije (2) stvara velike teškoće u dinamičkom modeliranju procesa ekstrudiranja elastomera. Postavka i rešavanje dinamičkog modela se dodatno usložnjava uvođenjem zavisnosti reoloških konstanti od temperature. Zato se modeliranje toka elastomera kroz zavojne kanale pužnog vretena može u potpunosti sprovesti primenom diskretnih modela i njihovim numeričkim rešavanjem. Analitičko modeliranje je moguće samo uz uvođenje značajnih aproksimacija (uprošćeni hidrodinamički modeli). Iako aproksimativni, ovi modeli su vrlo značajni, zato što oni omogućavaju potpuno sagledavanje međuzavisnosti između pojedinih dinamičkih veličina i geometrije pužnog vretena. Ovakva saznanja imaju posebnu inženjersku (praktičnu) vrednost.

### 3.1 Pužno vreteno konstantne geometrije

Cilindrični oblik pužnog vretena i radnog cilindra se mogu prevesti u analogni planarni model, kojim se značajno uprošćava matematički aparat. Planarni model je prikazan na slici 3 i on se sastoji iz 1)stacionarnog kanala geometrije ekvivalentne poprečnom preseku kanala pužnog vretena i 2)pokretne ravni koja aproksimira kontaktnu površinu radnog cilindra. Zanimarivanjem uticaja rebara, planarni model se svodi na slučaj toka fluida između dve beskrajne ploče (pločasti model), [4] i [5].



Slika 3: Planarni model pužnog vretena i radnog cilindra sa prikazom preseka u glavnoj i poprečnoj ravni.

Za pužno vreteno konstantne geometrije zavojnih kanala, dalje se razmatraju parcijalni modeli toka elastomera u glavnoj i poprečnoj ravni.

### 3.1.1 Parcijalni model toka u glavnoj ravni

Zanemarujući nelinearnost (2) i smatrajući da je fluid nestišljiv, izotropan i da je strujanje laminarno, jednačne kretanja kolinearno sa osom kanala imaju oblik [4]:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left( \frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial v_{cz}}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial v_{cz}}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial y} \quad (3)$$

Promena temperature po širini kanala (koordinata  $x$ ) je vrlo mala, tako da se promena viskoznosti po poprečnom preseku može zanemariti, odakle jednačina (3) dobija oblik:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left( \frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial v_{cz}}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial y} \quad (4)$$

Da bi parcijalna diferencijalna jednačina (4) imala analitičko rešenje, neophodno je uvesti dodatne aproksimacije. Analitičko rešenje se može pronaći za slučaj izotermičkog ili adijabatskog režima rada ekstrudera. Ova aproksimacija znači da se temperatura ne menja po visini kanala (koordinata  $y$ ), što je objektivno gruba aproksimacija. Uvodeći ovu aproksimaciju, jednačina (4) dobija sledeći oblik:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left( \frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Dalja relaksacija polaznog dinamičkog modela moguća je zanemarivanjem prisustva rebara koja formiraju zavojni kanal konačne širine. Širina kanala kod pužnih vretena za preradu polimera je po pravilu značajno veća od dubine, tako da ova aproksimacija nema veliki uticaj na tačnost modela. Eksperimentalna istraživanja pokazuju da pri odnosu  $h/b \geq 10$  greška ne prelazi 10%. Kod prerade elastomera širina i dubina kanala su veličine istog reda i zato ovakva aproksimacija unosi veliku grešku. Ova greška se može korigovati uvođenjem faktora oblika i taj problem će kasnije biti razmatran. Zanemarivanjem prisustva rebara zavojnice, dvodimenzionalni model (5) se redukuje na jednodimenzionalni:

$$\frac{\partial^2 v_{cz}}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (6)$$

Pužno vreteno konstantnog koraka i konstantne dubine je generički koncept mehanizma kontinualne ekstruzije elastomera, koji se variranjem pojedinih parametara može transformisati u druge oblike, koji nose određene tehnološke specifičnosti prilagođene konkretnim uslovima primene.

Integracijom (6) i uvođenjem graničnih uslova:  $v_{cz}(0) = 0$  i  $v_{cz}(h) = v_{cz}$ , dobija se relacija koja definiše profil brzina toka elastomera duž zavojnog kanala pužnog vretena:

$$v_z(y) = \frac{y}{h} v_{cz} + \frac{(y^2 - hy)}{2\mu} \frac{dp}{dz} \quad (7)$$

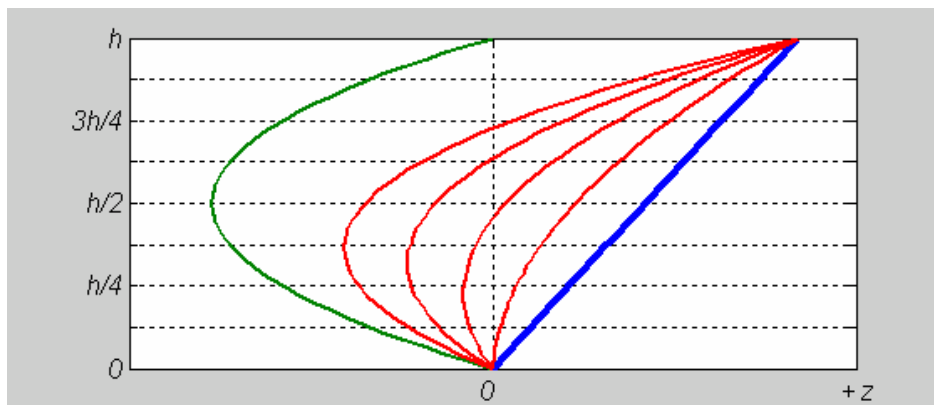
U relaciji (7) uočavaju se dva člana. Kod prvog člana, brzina strujanja pojedinih lamina elastomera linearno je zavisna od rastojanja lamine od pužnog vretena (koordinata  $y$ ). Maksimalnu vrednost brzine strujanja ima lamina na rastojanju  $h$  odnosno, lamina koja je prilepljena za površinu radnog cilindra. Množilac  $v_{cz}$  je obimna brzina pužnog vretena koja je upravljiva procesna veličina – ovaj član je linearna funkcija broja obrtaja pužnog vretena.

Drugi član je funkcija pritiska na izlazu ekstrudera i ne zavisi od obimne brzine pužnog vretena. Dakle, tok elastomera postoji i kada pužno vreteno miruje. Tok elastomera je u ovom slučaju izazvan samo dejstvom pritiska. Takođe, ovaj član je funkcija viskoznosti elastomera. Profil promene brzine po dubini kanala je paraboličan i svoj maksimum dostiže na  $y = h/2$ .

Profil brzine direktnog i povratnog toka, kao i njihova rezultatna vrednost prikazani su na slici 4: komponenta direktnog toka prikazana je plavom bojom; komponenta povratnog toka prikazana je zelenom bojom, a crvenom bojom označeni su rezultatni profili toka koji se menjaju u zavisnosti od odnosa broja obrtaja i pritiska. Kada je pritisak u glavi ekstrudera mali, tada je komponenta povratnog toka mala, pa se sve lamine po čitavoj visini kanala kreću u pravcu izlaza ekstrudera – slučaj visoke efikasnosti rada pužnog vretena. Povećanjem pritiska pojedine lamele prelaze u negativnu stranu poprečnog preseka, što znači da se one kreću u suprotnom pravcu prema zoni hranjenja. Daljim povećanjem pritiska, sve veći broj lamina prelazi u negativnu stranu, što povećava udeo povratnog toka u ukupnom toku i tako dolazi do smanjenja efikasnosti rada pužnog vretena. Sumiranjem svih tokova po pojedinim laminama, može se dobiti vrednost rezultatnog toka. Bitno je uočiti da nezavisno od odnosa direktne i povratne komponente, uvek postoji tačka ekstremuma, a to znači da u toj tački gradijent brzine ima nultu vrednost i da je prema tome i smicajni napon



nulte vrednosti, dakle sa aspekta plastikacije ta zona je nedelotvorna, u njoj nema mehaničkog kidanja makromolekula elastomera, što je vrlo važna tehnološka činjenica. Potpuno sagledavanje slike smicajnih napona i njihovog intenziteta zahteva razmatranje toka i u poprečnoj ravni zavojnog kanala što će kasnije biti urađeno.



**Slika 4:** Profil brzina toka elastomera u glavnoj ravni zavojnog kanala pužnog vretena – profil podužnog toka po dubini kanala.

Integraljenjem proizvoda širine zavojnog kanala ( $b$ ), brzine ( $v_z$ ) po dubini kanala  $y$  dobija se relacija protoka koja definiše količina istisnutog elastomera na izlazu ekstrudera:

$$Q = \int_0^h b v_z dy = \frac{bh}{2} v_{cz} - \frac{bh^3}{12\mu} \frac{dp}{dz} \quad (8)$$

Dalje je pogodno da se iz lokalnog koordinatnog sistema pređe na globalni koordinatni sistem pužnog vretena, odakle važi:

$$dz = \frac{du}{\sin \varphi} \quad (9a)$$

$$b = \left(\frac{P}{i} - w\right) \cos \varphi \quad (9b)$$

$$v_{cz} = v_c \cos \varphi = \frac{\pi DN}{60} \cos \varphi \quad (9c)$$

gde je sa  $i$  označen broj hodova zavojnice, a sa  $N$  broj obrtaja pužnog vretena. Uvodjenjem (9) u (8), sledi:

$$Q = \frac{\pi Dh(P - iw) \cos^2 \varphi}{120} N - \frac{h^3 (P - iw) \sin 2\varphi}{24\mu} \frac{dp}{du} \quad (10)$$

Dalje se može sprovesti korekcija aproksimacije (6) uvođenjem faktora oblika zavojnog kanala koji se izvode u obliku [5]:

$$F_\alpha = 1 - 0.571 \frac{h}{b} \quad (11a)$$

$$F_\beta = 1 - 0.625 \frac{h}{b} \quad (11b)$$

pa relacija (10) dobija svoj konačni oblik:

$$Q = \frac{\pi Dh(P - iw) \cos^2 \varphi}{120} F_\alpha N - \frac{h^3 (P - iw) \sin 2\varphi}{24\mu} F_\beta \frac{dp}{du} \quad (12)$$

Dvočlana struktura izraza za brzinu (7) prenetu je i u izraz za protok (12). Fizičko značenje pojedinih članova ovde se može jasnije prepoznati. Prvi član, koji je direktno proporcionalan broju obrtaja pužnog vretena, ima pozitivnu vrednost i on predstavlja direktni tok prinudnog kretanja mase elastomera pod dejstvom potisnih sila pužnog vretena. Drugi član je direktno proporcionalan pritisku i on uvek ima negativnu vrednost. Taj član predstavlja povratni tok mase elastomera pod dejstvom pritiska na izlazu ekstrudera, odnosno razlike pritiska između zone doziranja na izlazu ekstrudera i zone hranjenja na ulazu ekstrudera. Konstantni delovi izraza ovih članova se mogu grupisati i zbog jednostavnosti označiti novim oznakama direktnog i povratnog toka respektivno, pa jednačina (12) dobija kompaktniji pregledniji oblik:

$$Q = \alpha_0 N - \beta'_0 \frac{1}{\mu} \frac{dp}{du}$$

$$a_0 = \frac{\pi D h (P - iw) \cos^2 \varphi}{120} F_\alpha \quad (13)$$

$$\beta'_0 = \frac{h^3 (P - iw) \sin 2\varphi}{24} F_\beta$$

Prisustvo člana povratnog toka smanjuje efikasnost potisne funkcije pužnog vretena, umanjujući protok na izlazu ekstrudera. Ipak, ni u kom režimu rada protok ne može da uzme negativnu vrednost. Moguć je samo nulti protok. Ovaj karakteristični slučaj režima rada ekstrudera se javlja kod zatvorene glave ekstrudera i važan je kod dimenzionisanja radnog cilindra i pužnog vretena. Kod projektovanja geometrije pužnog vretena i radnog režima ekstrudera uvek se teži da direktni tok bude značajno veći od povratnog.

Integracijom (13) po gradijentu pritiska, sledi:

$$(\alpha_0 N - Q) \int_0^{l_d} du = \beta'_0 \frac{1}{\mu} \int_{p_0}^{p_G} dp \quad (14)$$

odakle se dobija:

$$Q = \alpha_0 N - \beta'_0 \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{l_d} = \alpha_0 N - \beta_0 \frac{\Delta p}{\mu} \quad (15)$$

$$\beta_0 = \frac{\beta'_0}{l_d}$$

gde je sa  $\Delta p$  označena razlika pritiska između ulaza i izlaza ekstrudera, dok  $l_d$  označava dužinu zone doziranja.

### 3.1.2 Parcijalni model toka u poprečnoj ravni

Analogno modelu toka u glavnoj ravni, moguće je postaviti model kretanja elastomera po poprečnoj ravni preseka zavojnog kanala. Ekvivalentno polaznoj diferencijalnoj jednačini (3), postavlja se nova diferencijalna jednačina, koja se uvođenjem prethodno navedenih aproksimacija dovodi na integrabilni oblik, iz koga se dobija relacija koja opisuje profil brzina u poprečnom preseku zavojnog kanala:

$$v_x(y) = \frac{y}{h} v_{cx} + \frac{(y^2 - hy)}{2\mu} \frac{dp}{dx} \quad (16)$$

Polazeći od ove relacije, uz održivu pretpostavku da je curenje između vrha rebara zavojnice pužnog vretena i radnog cilindra zanemarljivo, sledi da ukupni protok u poprečnom preseku ima nultu vrednost, iz čega se može postaviti relacija koja definiše gradijent pritiska  $dp/dx$  poprečnog preseka:

$$\int_0^h v_x dy = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{6\mu v_{cx}}{h^2} \quad (17)$$

Uvođenjem relacije (16) u (17) i uvođenjem broja obrtaja pužnog vretena  $N$ :

$$v_{cx} = \frac{\pi D N}{60} \sin \varphi \quad (18)$$

sledi relacija profila brzina u poprečnom preseku zavojnog kanala:

$$v_x(y) = -\frac{\pi D y \sin \varphi}{30h} N + \frac{\pi D y^2 \sin \varphi}{20h^2} N = \left(3 \frac{y^2}{h^2} - 2 \frac{y}{h}\right) \frac{\pi D \sin \varphi}{60} N \quad (19)$$

Profil brzine definisan sa (19) ima parabolični oblik, koji preseca  $y$ -osu na koordinati  $2h/3$ , pa važi  $v_x(2h/3) = 0$ . Brzina graničnog sloja koji je prilepljen za radni cilindar iznosi  $v_x(h) = v_{cx}$  tako da masa elastomera u gornjoj zoni teče u pravcu potisne površine rebra zavojnice. Brzina graničnog sloja elastomera koji je prilepljen za površinu pužnog vretena iznosi  $v_x(0) = 0$ , a brzina sloja na koordinati  $h/3$  iznosi  $v_x(h/3) = -v_{cx}/3$ , što znači da se u donjoj zoni elastomer kreće u suprotnom smeru, ka pasivnoj površini rebra zavojnice. Dakle, kretanje elastomera u poprečnom preseku kanala je cirkularno. Zbog uvedene aproksimacije beskonačne dužine zavojnog kanala pužnog vretena, model profila brzine (19) ne uzima u obzir zone neposredno uz rebra zavojnice, gde dolazi do promene pravca kretanja elastomera i gde nužno mora postojati kretanje kolinearno sa  $y$ -osom.

Superpozicijom parcijalnih modela kretanja elastomera u podužnoj ravni (7) i poprečnoj ravni (19), dobija se resultantno kretanje čestica elastomera koje ima neku vrstu oscilatorno-spiralnog oblika –

elastomer potiskivan pužnim vretenom zapravo ima cirkularno kretanje u zavojnom kanalu sa cikličnim pomicanjem i odmicanjem od izlaza radnog cilindra, ali takod, da je ukupno kretanje mase elastomera uvek ka izlazu. Parametri ove trajektorije direktno su uslovljeni geometrijom profila pužnog vretena i režimom rada ekstrudera. Dakle, parametri trajektorije čestica elastomera poseduju konstantnu i varijabilnu komponentu. Varijabilna komponenta otvara mogućnost upravljanja procesom ekstrudiranja, što je vrlo značajno svojstvo u tehnološkom smislu.

Uticaj glave ekstrudera sa alatom za profilisanje može se sagledati kroz uticaj komponente povratnog toka. Što je komponenta povratnog toka veća spiralna trajektorija čestica elastomera je kompaktnija, a u ekstremnom slučaju, kada je glava ekstrudera zatvorena, spiralna trajektorija se transformiše u eliptičnu, bez efektivnog pomaka elastomera ka izlazu – nulti protok. Ovakvo razumevanje uticaja pritiska koji nastaje kao posledica otpora u glavi ekstrudera je bitno sa aspekta regulacije temperature. Sa rastom pritiska, produžuje se put koji čestice elastomera ostvare u njihovom kretanju od ulaza ka izlazu ekstrudera, što dovodi do dužeg izlaganja elastomera plastikaciji, povećanju disipacije i konsekvantno, rastu temperature. Sa rastom temperature opada viskoznost, što dodatno povećava povratni tok elastomera i tako se uspostavlja prirodna pozitivna povratna sprega, koja dalje destabilizuje proces. Stabilizacija procesa se može ostvariti preko sistema za temperaturnu regulaciju pužnog vretena i radnog cilindra i/ili korigovanjem broja obrtaja pužnog vretena, čime se utiče na gradijent brzine smicanja elastomera. Zato se za potpuno sagledavanje procesa ekstruzije, pored pužnog vretena mora razmatrati, glava ekstrudera, sistem za temperaturnu regulaciju i sistem za regulaciju broja obrtaja pužnog vretena, koji zajedno čine jedan vrlo kompleksan spregnuti hidro i termodinamički sistem.

### 3.2 Pužno vreteno konstantnog koraka i opadajuće dubine zavojnog kanala

Efikasnost pužnog vretena, kao i kvalitet plastikacije, može se povećati ukoliko se smanjuje zapremina zavojnog kanala od zone hranjenja ka izlazu ekstrudera. Na ovaj način se vrši dodatno sabijanje elastomera i stabilizuje se izlazni pritisak, što je značajno tehnološko svojstvo. Odnos zapremine zavojnog kanala na ulazu i na izlazu ekstrudera određuje stepen sabijanja [4]:

$$s = \frac{V_u}{V_i} \quad (20)$$

Sa aspekta tehnologije ekstrudiranja i sa aspekta tehnologije izrade pužnog vretena, posebno je značajan slučaj pužnog vretena kod koga se korak zadržava konstantnim a dubina zavojnog kanala postepeno redukuje od ulaza ka izlazu ekstrudera. Ukoliko su zadati početna dubina kanala ( $h_1$ ) i stepen sabijanja ( $s$ ), onda je dubina kanala na izlazu pužnog vretena definisana sledećom relacijom:

$$h_2 = \frac{D - \sqrt{D^2 - \frac{4h_1}{s}(D - h_1)}}{2} \quad (21)$$

Dubina zavojnog kanala u ovom slučaju postaje funkcija koordinate  $u$ , pa važi:

$$h_u = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{l} u \quad (22)$$

odakle uvođenjem (22) u (6) i rešavanjem po postupku analognom postupku korišćenom za vreteno konstantne geometrije, sledi jednačina protoka:

$$Q = \alpha_1 N - \beta_1 \frac{\Delta p}{\mu}$$

$$a_1 = \frac{\pi^3 (P - iw) J_1}{J_2 + P^2 J_3} F_\alpha$$

$$\beta_1 = \frac{\pi (P - iw) P}{12 l_d (J_2 + P^2 J_3)} F_\beta \quad (23)$$

$$J_1 = 1 - \frac{6.9D}{2(h_1 - h_2)} \log \frac{h_1}{h_2} + \frac{D^2}{2h_1 h_2}$$

$$J_2 = \frac{\pi^2}{h_1 h_2} \left( \frac{(h_1 + h_2)D}{2h_1 h_2} - 1 \right)$$

$$J_3 = \frac{2.3}{(h_1 - h_2)D^3} \log \frac{h_1(D - h_2)}{h_2(D - h_1)} + \frac{2h_1 h_2 + (h_1 + h_2)D}{2h_1^2 h_2^2 D^2}$$

### 3.3 Efekat pseudoplastičnog fluida

Linearna korekcija njutnovskog modela po eksponentu tečenja  $n$  pseudoviskoznog fluida za uglove zavojnice pužnog vretena u intervalu od 15 do 25° glasi [5]:

$$Q = \frac{4+n}{5} \alpha N - \frac{3}{1+2n} \beta \frac{\Delta p}{\mu} \quad (24)$$

pri čemu se koeficijent viskoznog trenja u  $\beta$  izračunava prema Couette-ovoj aproksimaciji srednjeg gradijenta brzine smicanja u zavojnom kanalu pužnog vretena:

$$\mu = m \left( \frac{v_{cz}}{h} \right)^{n-1} \quad (25)$$

Relativna greška aproksimacije (24) je manja od 10% za eksponent tečenja  $n$  u intervalu 0.3 do 1. Relacijom (24) povezuje se komponenta direktnog toka sa reološkim svojstvima elastomera. Opadanjem vrednosti indeksa tečenja dolazi do značajnog opadanja rezultantnog protoka. Komponenta povratnog toka je posebno osetljiva na vrednost indeksa tečenja, koja vrlo brzo raste sa njegovim smanjivanjem.

### 4. TEMPERATURNI FENOMENI

Viskozna disipacija i posledični rast temperature elastomera je jedan od najkritičnijih aspekata tehnologije prerade ekstruderom. Generalno, u procesu ekstrudiranja postoje dva oprečna zahteva: 1) maksimalno podvrgavanje elastomera smicajnim naponima u cilju njegove plastikacije, difuzionog mešanja i homogenizacije i 2) održavanje temperature elastomera na minimalnom nivou koji obezbeđuje potrebno plastično tečenje u alatu za oblikovanje. Intenzivni smicajni naponi viskoznom disipacijom dovode do rasta temperature, koji sa jedne strane umanjuje efikasnost procesa destrukcije makromolekula, a sa druge strane dovodi do rizika aktiviranja prerane vulkanizacije. Postizanje termodinamičkog balansa je jedan od osnovnih inženjerskih zadataka u projektovanju geometrije pužnog vretena i ekstrudera u celini. U idealnom režimu rada ekstruder se nalazi u savršenoj termodinamičkoj ravnoteži.

Viskozna disipacija u zoni doziranja određena je proizvodom smicajnih napona i brzinom smicanja elastomera. Polazeći od eksponencijalnog modela smicajnih napona (2) i aproksimativne relacije koja definiše srednju brzinu smicanja u zavojnom kanalu pužnog vretena (25), viskozna disipacija je definisana relacijom [6]:

$$q_s = \tau \frac{dv_c}{dy} = m \left( \frac{dv_c}{dy} \right)^{n+1} = m \left( \frac{\pi DN}{h} \right)^{n+1} \quad (26)$$

Relacija (26) ne uzima u obzir disipaciju u zazoru pužnog vretena, koja po svom intenzitetu može da bude vrlo značajna.

Relacija (26) ima fizički smisao specifične snage koja se dispira po jedinici zapremine zahvaćenog elastomera. Ukupna disipacija se može izračunati množenjem (26) sa zapreminom elastomera koja je zahvaćena pužnim vretenom, pa sledi:

$$U_E = q_s V = q_s \pi D h L_d = \frac{m L_d (\pi D)^{n+2} N^{n+1}}{h^n} \quad (27)$$

Disipirana energija definisana relacijom (27) dovodi do porasta temperature elastomera koji se ekstrudira. Na osnovu (27), specifične toplote elastomera, gustine elastomera i zapreminskog protoka ekstrudera, izvodi se relacija adijabatskog (bez razmene toplote sa okruženjem preko radnog cilindra i pužnog vretena) porasta temperature ekstrudiranog elastomera:

$$\Delta T_a = \frac{U}{\rho c_p Q} \quad (28)$$

Temperaturni rast predikovan relacijom (28) je jako zavisian od ukupnog gradijenta smicana kojem je izložen elastomer na svom putu od ulaza ka izlazu ekstrudera. U tom smislu relacija (28) je aproksimativna, jer je određivanje ukupnog stepena smicanja vrlo delikatan problem. Drugi aspekt koji se mora uzeti u obzir kada se vrši predikcija temperaturnog porasta povezana je sa zavisnošću viskoznosti od temperature. U prethodnim razmatranjima, eksponencijalni model viskoznosti nije definisan u funkciji temperature. Postoje različiti pristupi u uvodjenju temperature u model viskoznosti pseudoviskoznih fluida. Najčešće korišćen model ima sledeći oblik:

$$\mu = m_r e^{a(T_r - T)} \left( \frac{dv_c}{dy} \right)^{n-1} \quad (29)$$

gde je konstanta  $a$  temperaturni koeficijent elastomera, a  $r$  je indeks koji označava referentnu temperaturu i konzistenciju na referentnoj temperaturi, respektivno [6]. Uvodenjem eksponencijalnog člana u inicijalni

eksponencijalni model viskoznosti (1), modifikuje se vrednost indeksa konzistencije, koji ovim postaje funkcija temperature. Eksperimentalna istraživanja pokazuju da značajna temperaturna zavisnost postoji i kod indeksa tečenja  $n$ , što zbog eksponencijalne zavisnosti može da ima značajne konsekvence [7]. Zavisnošću (29) su u model (25) uvodi elemenat negativne povratne sprege, koji prirodno poseduje tendenciju regulisanja temperature zahvaćenog elastomera. Porastom temperature smanjuje se konzistencija elastomera, što za posledicu ima smanjenje disipirane energije, koja zatim direktno utiče na smanjenje porasta temperature. Ove zavisnosti su vrlo jako spregnute i u tom smislu, primena relacije (28) sa zanemarenom temperaturnom spregom (29) može da dovede do velike greške. Ipak, ovakva relacija poseduje izvestan praktični značaj, ukoliko se ona primenjuje u relativnom smislu kod komparativne analize pojedinih varijantnih rešenja geometrije pužnog vretena.

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je izložen analitički model toka elastomera u glavnoj i poprečnoj ravni kanala pužnog vretena primenom planarnog stacionarnog modela. Dobijene aproksimativne relacije omogućavaju sistematski uvid u osnovne odnose geometrijskih veličina pužnog vretena i njihovu spregu sa elementima radnog režima ekstrudera.

Navedene relacije su izvedene za slučaj linearnog modela viskoznosti. Realna svojstva elastomera pokazuju drastično odstupanje od ovakvog modela i zato su, primenom eksponencijalne veze gradijenta brzine i viskoznosti, izvedeni korektivni faktori koji uzimaju u obzir ovakva fizička svojstva elastomera.

Na osnovu postavljenih modela toka razmatrani su i određeni aspekti viskozne disipacije primenom temperaturno nezavisnog modela viskoznosti. U cilju sagledavanja ukupnih termodinamičkih efekata elastomera na proces ekstruzije, uveden je prošireni model viskoznosti koji u sebi sadrži član koji uzima u obzir i temperaturu i tako modifikuje koeficijent konzistencije. Implementacija ovog modela u postavljene parcijalne modele protoka i temperaturne disipacije, i uvođenje efekata prenosa generisane toplote na radni cilindar i pužno vreteno (sistem termoregulacije primenom rashladnog fluida) zahteva dalja istraživanja. Izgradnja jednog kompletnog modela koji uključuje sve navedene elemente složenog mehanizma generisanja i održavanja temperature elastomera zahvaćenog pužnim vretenom ima veliku praktičnu vrednost, jer omogućava da se pored aspekata plastikacije i generisanja pritiska na izlazu ekstrudera, kod projektovanja geometrije pužnog vretena uzme u obzir i temperatura, koja zbog termičke osetljivosti elastomera ima veliki praktični značaj.

## 6. LITERATURA

- [1] B.I. Andrashnikov, L.M. Antonov, D.M. Barskov i grupa autora, *Mashini i aparati rezinog proizvodstva*, Himia, Moskva, 1975.
- [2] N. G. Begin i N.P. Shanin, *Oborudovanie zavodov rezinovij promishlenosti*, Himia, Moskva, 1978.
- [3] G.Ja. Vlasov, Ju.F. Shutulin i grupa autora, *Osnovi tehnologij shinog proizvodstva*, Voronez. gos. tehnol. akad., Voronjez, 2004.
- [4] D. D. Rjabinin, Ju.E. Lukach, *Chervjacnie mashini dlja pererabotki plasticheskikh mass i rezinovih smesej*, Mashinostroenie, Moskva, 1965.
- [5] C. Rauwendaal, *Polymer Extrusion*, Carl Hanser Verlag, Munich, 2001.
- [6] C. Rauwendaal, 2000, Estimating Fully Developed Melt Temperature in Extrusion, ANTEC 2000, Orlando, Florida, Vol I, pp: 307-311.

## OPTIMAL SCREW DESIGN FOR ELASTOMER EXTRUSION Part I: Melt Flow Modeling

### *Abstract*

*This paper presents an optimization procedure of hot feed extruder screw based on dynamic model of two-dimensional elastomer flow through screw helix channel. The paper consists of two parts: Part I – Melt flow modeling, and Part II – Case study of 250 mm hot feed rubber extruder.*

*Starting from basic dynamic equations and introducing a set of approximations, partial models of elastomer melt flow in both down channel and cross channel plane are derived. By integration of melt flow equations over the cross-section area of the extruder channel flow rate and pressure generating functions are defined. The effect of pseudo-plastic behavior of the elastomer is analyzed and corrective factors were added to the derived flow rate equations.*