

# **PRELAZ TOPLOTE I VLAGE SA SMRZNUTE POVRŠINE**

## **- INŽENJERSKI PRISTUP**

### **HEAT TRANSFER AND MOISTURE LOSS FROM FROZEN SURFACE**

#### **- AN ENGINEERING APPROACH**

**Uroš MILOVANČEVIĆ,**

**Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, umilovancevic@mas.bg.ac.rs**

**Franc KOSI,**

**Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, fkosi@mas.bg.ac.rs**

**Milena STOJKOVIĆ,**

**Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, mstojkovic@mas.bg.ac.rs**

**Snežana STEVANOVIĆ**

**Univerzitet u Beogradu, Poljoprivredni fakultet, sstevanovic@agrif.bg.ac.rs**

*U radu je data analiza konvektivnih topotnih opterećenja ledene površine. Formiran je matematički model proračuna "suvih" i „vlažnih“ topotnih opterećenja. Određivanje koeficijenta isparavanja  $\sigma$  bazirano je na primeni Chilton-Colburn-ove analogije. Analiziran je uticaj merodavnih parametra topotnog opterećenja (brzine strujanja i relativne vlažnosti vazduha iznad leda, temperaturre površine ledene ploče i karakteristične dužine ravne ploče). Ukazane su mere koje unapređuju energetsku efikasnost rada rashladne instalacije.*

*Ključne reči: konvektivna topotna opterećenja; smrznuta površina; koeficijent isparavanja; energetska efikasnost*

*This paper presents an analysis of convective heat load of frozen surfaces. A mathematical model for determination of "dry" and "wet" heat loads has been formed. The mass heat transfer coefficient  $\sigma$  is estimated by the Chilton-Colburn's analogy. The impact of relevant parameters of convective loads (flow velocity and relative humidity over ice, the surface temperature of the ice rink and the characteristic length of ice rink) has been analyzed. Finally, measures for improving the energy efficiency of the system has been highlighted.*

*Key words:* convective heat load; frozen surface; mass transfer coefficient; energy efficiency

## **I. Uvod**

Proučavanje konvektivnog transporta topote i vlage sa smrznute površine materijala ima veliki praktični značaj. Treba pomenuti problem „kaliranja“ smrznutih proizvoda koji je od ključnog uticaja na uspeh dugotrajnog konzervisanja hrane smrzavanjem ili raširenu praksi izgradnje velikih ledenih površina za rekreativne i sportske aktivnosti. U ukupnom topotnom opterećenju koje je merodavno za proračun potrebnog rashladnog učinka instalacije, konvektivno topotno opterećenje, zavisno od uslova, dostiže ideo i do 30% [5], [8]. Kod otvorenih klizališta kada brzine strujanja vazduha duž ploče mogu biti značajne, konvektivna opterećenja mogu imati i dramatično velike vrednosti.

Potrošnja električne energije za formiranje i održavanje leda na velikim površinama predstavlja najmanje 50% ukupne potrošnje električne energije čitavog objekta. S druge strane, skoro svi energetski tokovi jednog sportskog ili objekta za rekreaciju na ledu srazmerni su utrošku energije za pogon rashladne instalacije. Iz tih razloga, dobra procena energetskih troškova rada predstavlja nezaobilazni preduslov za

komercijalno uspešan rad objekta sa integrisanom ledenom površinom (posebno u uslovima neprekidnog rada tokom čitave godine).

Toplotna opterećenja ledene površine obuhvataju priliv toplove kondukcijom kroz tlo, konvekcijom toplove i vlage na površinu leda iz vazduha i toplotu koja se dovodi zračenjem sa okolnih površina. U [8] dat je sumarni pregled procentualnog učešća toplovnih opterećenja svakog od pojedinačnih uzroka, kao i procena maksimalnih redukcija opterećenja svakog od izvora, koji bi se mogli ostvariti efikasnim konstruisanjem i operativnim postupcima.

## II. Prelaz toplove i vlage sa smrznute površine - matematički model

Ukupni konvektivni gubici ( $q$ ),  $\text{W/m}^2$  sa ledene površine, koji se konvencionalno izražavaju kao „suvii“ i „vlažni“ topotni fluks, mogu da se odrede pomoću poznate jednačine [4], [5]:

$$q = q_s + q_w, \quad (1)$$

gde su  $q_s$ ,  $\text{W/m}^2$  – „suvii“ topotni fluks (usled konvekcije), a  $q_w$ ,  $\text{W/m}^2$  – „vlažni“ topotni fluks (usled ishlapljivanja vlage sa granične površine leda i vazduha).

Topotni fluks  $q_s$  određuje se pomoću jednačine

$$q_s = \alpha_{Lm} \cdot (t_l - t_g), \quad (2)$$

pri čemu su  $\alpha_{Lm}$ ,  $\text{W/(m}^2\text{K)}$  – srednji koeficijent prelaza toplove sa ledene površine na vazduh (prepostavljajući da je ona suva),  $t_l$ ,  $t_g$ ,  $^\circ\text{C}$  – temperature neporemećene struje nadolazećeg vlažnog vazduha i površine leda u kontaktu sa vazduhom, respektivno.

*Reynolds*-ov broj za strujanje duž ravne površine određuje se na osnovu izraza

$$\text{Re}_{Lm} = \frac{w_L \cdot L_p}{\nu_{Lm}}, \quad (3)$$

gde su  $w_L$ ,  $\text{m/s}$  – brzina strujanja vazduha duž površine,  $L_p$ ,  $\text{m}$  – karakteristična dužina,  $\nu_{Lm}$ ,  $\text{m}^2/\text{s}$  – kinematska viskoznost vazduha na srednjoj temperaturi  $t_{Lm} = 0,5 \cdot (t_l + t_g)$ .

Pri strujanju duž ravne ploče, karakteristična dužina je rastojanje od ivice ploče do mesta na kome počinje formiranje turbulentnog sloja. Izraz za proračun Nusselt-ovog broja  $Nu_{Lm}$  sa strane vazduha zavisi od karaktera (režima) strujanja. Ako je strujanje sa  $\text{Re}_{Lm} < 500000$ , preporučuje se izraz [8], [9]

$$Nu_{Lm} = 0,664 \cdot \text{Re}_{Lm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{Pr}_{Lm}^{\frac{1}{3}}. \quad (4)$$

Za strujanje vazduha sa  $\text{Re}_{Lm} > 500000$  važi jednačina [8], [9]

$$Nu_{Lm} = 0,037 \cdot \text{Re}_{Lm}^{\frac{4}{5}} \cdot \text{Pr}_{Lm}^{\frac{1}{3}}. \quad (5)$$

Sa ovim, koeficijent prelaza toplove sa strane vazduha iznosi

$$\alpha_{Lm} = \frac{Nu_{Lm} \cdot \lambda_{Lm}}{L_p}, \quad (6)$$

U jednačinama (4) do (6), su:  $\text{Pr}_{Lm}$ , / – Prandtl-ov broj vazduha,  $\lambda_{Lm}$ ,  $\text{W/mK}$  – topotna provodljivost vazduha (sve termofizičke veličine se računaju na srednjoj temperaturi  $t_{Lm}$ ).

Za proračun koeficijenta  $\alpha_{Lm}$ , u [5] i [8], sugerise se izraz

$$\alpha_{Lm} = 3,41 + 3,55 \cdot w_{Lm}. \quad (7)$$

Prilikom određivanje režima strujanja potrebno je usvojiti karakterističnu dužinu  $L_p$ . Ovo je od posebne važnosti, imajući u vidu strogu zavisnost Nusselt-ov broja od dužine  $L_p$ . Na osnovu uvida u dovoljan broj eksperimentalno proverenih proračuna koeficijenta  $\alpha_{Lm}$ , može se preporučiti da se za

potrebe proračuna topotnih opterećenja usled konvektivne razmene topote i vlage sa zaledene površine usvoje vrednosti za  $L_p$  u rasponu od 0,15 do 0,25 m.

Preporučeni izraz (7) daje manje vrednosti za  $\alpha_{Lm}$ , u odnosu na proceduru opisanu jednačinama (3) do (6). Ako se, primera radi, usvoji da je  $L_p = 0,25$  m, za brzinu vazduha od 1 m/s jednačina (7) daje vrednost  $6,9 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , dok se na osnovu jednačina (3) do (6) dobija  $8,8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  (ili oko 20% više). Ako se ima u vidu da u slučaju kada je ulazna ivica ploče zaobljena (ili „neregularnog“ oblika) turbulentno strujanje može nastati i na kraćem rastojanju, kao i da  $\alpha_{Lm}$  brzo raste sa opadanjem  $L_p$ , verovatno je svršishodno koristiti sistem jednačina od (3) do (6).

Sa poznatom vrednošću  $\alpha_{Lm}$ , „suvi“ topotni fluks iznosi

$$q_s = \alpha_{Lm} \cdot (t_l - t_g). \quad (8)$$

Topotni fluks  $q_w$  određuje se pomoću jednačine

$$q_\sigma = \sigma \cdot (x_{d1} - x_{dg}) \cdot (h_{dg} - h_{wg}), \quad (9)$$

pri čemu su  $\sigma$ ,  $\text{kg}_L/(\text{m}^2\text{s})$  – koeficijent ishlaplivanja po Lewis-u,  $x_{d1}$ ,  $x_{dg}$ ,  $\text{kg}/\text{kg}$  – apsolutna vlažnost vazduha u neporemećenoj struji i vazduha na temperaturi  $t_g$  granične površine i ukupnom pritisku  $p$ ,  $h_{dg}$ ,  $h_{wg}$ ,  $\text{kJ}/\text{kg}$  – specifična entalpija suvozasićene vodene pare i inja na temperaturi  $t_g$ .

Za određivanje koeficijenta  $\sigma$  uobičajeno se primenjuje teorija analogije fizičkih pojava prenosa [4] [2], [7]. Primenom analogije između pojava prelaza topote i konvektivne difuzije pare u [4] se pokazuje da za određivanje koeficijenta  $\sigma$  važi izraz

$$\sigma = \frac{\alpha_{Lm}}{Cp_{Lm}} \cdot \left( \frac{D_{Lpm}}{a_{Lm}} \right)^{1-n} \cdot \Phi_\xi, \quad (10)$$

pri čemu je

$$\Phi_\xi = \frac{\ln(\xi)}{\xi - 1}, \quad (11)$$

$$\xi = \frac{0,622 + x_{dg}}{0,622 + x_l}. \quad (12)$$

U izrazima (10) do (12) su  $Cp_{Lm}$ ,  $\text{kJ}/(\text{kgK})$  – izobarski specifični topotni kapacitet vlažnog vazduha,  $D_{Lpm}$ ,  $\text{m}^2/\text{s}$  – koeficijent difuzije pare kroz vazduh,  $n$ , / – bezdimenzijska konstanta. Članom  $\Phi_\xi$  uzima se u obzir „položaj“ procesa ishlaplivanja (smrzavanje vlage na ledenoj površini) u odnosu na graničnu krivu vlažnog vazduha.

Postoji nekoliko modela za proračun koeficijenta difuzije vodene pare u suvom vazduhu koji se mogu naći u [3], [6], [7]. Za inženjerske proračune, koeficijent difuzije može da se odredi sa zadovoljavajućom tačnošću pomoću empirijske relacije [9]

$$D_{Lpm} = 10^{-6} \cdot \left( \frac{0,926}{p} \right) \cdot \left( \frac{T_{Lm}^{2,5}}{T_{Lm} + 245} \right), \quad (13)$$

gde je  $p$ ,  $\text{kPa}$  - ukupni pritisak vlažnog vazduha.

Maseni protok vlage  $W_\sigma$ ,  $\text{kg}_w/(\text{m}^2\text{s})$  koja se izdvaja i ledi na površini ploče iznosi

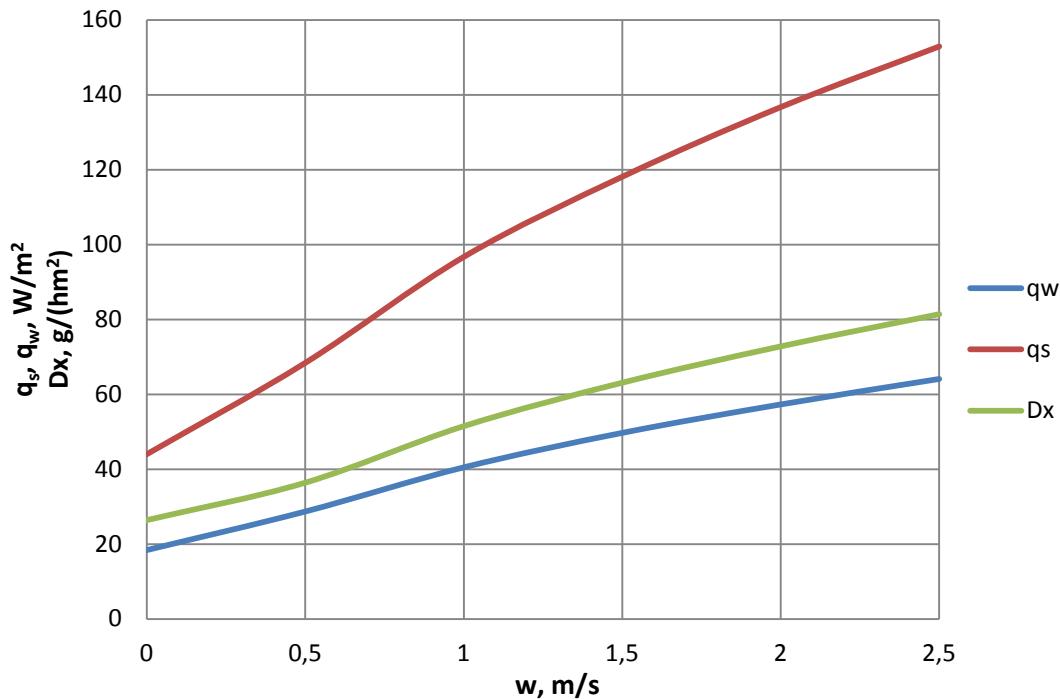
$$W_\sigma = \sigma \cdot (x_{d1} - x_{dg}). \quad (14)$$

### III. Rezultati proračuna

Parametarska analiza topotnih optećenja ravne ledene ploče sprovedena je primenom opisane procedure za vrednosti parametara tipičnih za sportska i rekreativna klizališta:

- temperatura neporemećene struje vazduha iznad ploče:  $t_l = 10^\circ\text{C}$ ;
- relativna vlažnost neporemećene struje vazduha iznad ploče:  $\text{Rh} = 0,50 \text{ do } 0,95$ ;
- brzina neporemećene struje vazduha iznad ploče:  $w = 0,5 \text{ do } 2,5 \text{ m/s}$ ;
- temperatura površine leda:  $t_g = 0 \text{ do } -7^\circ\text{C}$ .

U posmatranom opsegu brzina vazduha, koeficijent prelaza topote sa strane vazduha kretao se u opsegu od  $6,2 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  (za  $0,5 \text{ m/s}$ ) do  $13,9 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  (za  $2,5 \text{ m/s}$ ). U slučaju da je brzina strujanja vazduha zanemarljiva, za koeficijent prelaza topote dobijena je vrednost od  $4,0 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Uporedni pregled vrednosti „suvog“ i „vlažnog“ specifičnog fluksa, kao i brzine taloženja vlage  $Dx, \text{ g}/(\text{m}^2\text{h})$  na ledenoj ploći, dat je na dijagramu na slici 1. Usvojena vrednost relativne vlažnosti od  $0,65$  smatra se uobičajenom za slojeve vazduha u blizini ledene ploče. U [5] se navodi da su, za uslove koji važe za rekreativna i sportska klizališta, koeficijenti prelaza topote oko  $5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  (za brzine nastrujavanja vazduha od  $0,4 \text{ m/s}$ , koje se smatraju prihvatljivim).



Slika 1. Uticaj brzine neporemećene vazdušne struje na fluks topote i vlage

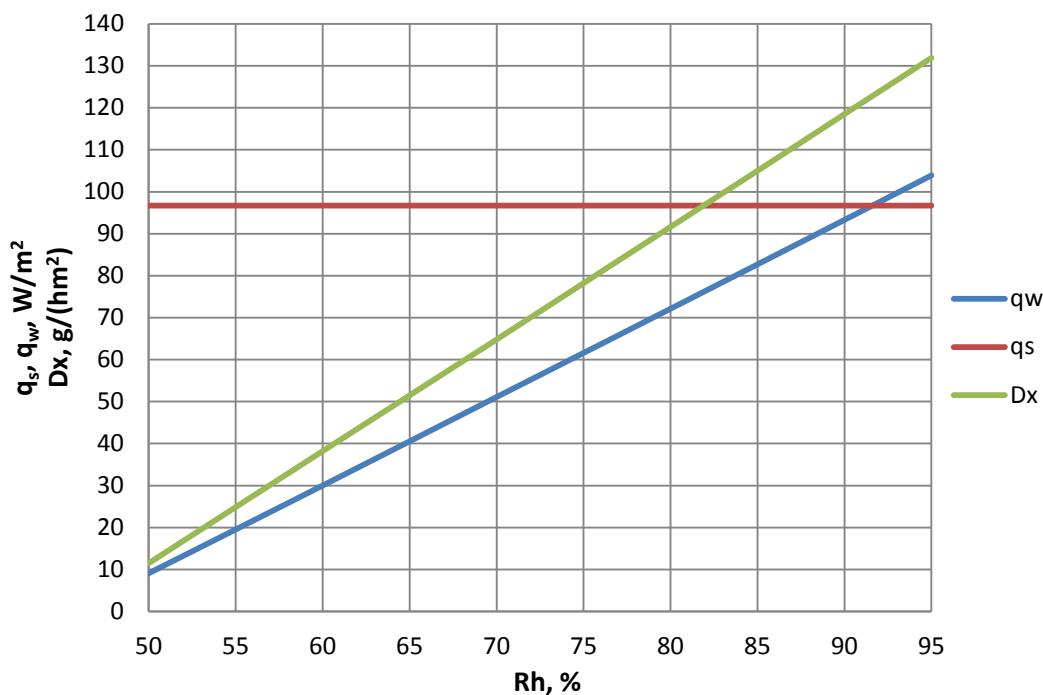
Za identične polazne uslove, podaci dati na slici 1 su upoređeni sa datim vrednostima dobijenim na osnovu „smernica za izbor rashladne opreme“ jednog renomiranog proizvođača rashladne opreme sa velikim iskustvom u izgradnji klizališta. Vrednosti dobijene predmetnim proračunom su u dobroj korelaciji i za „vlažni“ i za „suv“ topotni fluks.

Uticaj relativne vlažnosti na topotne i maseni fluks je očekivano veliki. Za zvanična sportska takmičenja na ledu maksimalna dozvoljena relativna vlažnost vazduha u dvorani je 70%. Sa dijagrama na slici 2 se vidi da pri promeni relativne vlažnosti nastrujavajućeg vazduha od „projektnih“ 65% do 95%, „vlažni“ topotni fluks raste za oko 63%. Prema [8], topotno opterećenje ledene ploče usled kondenzacije i smrzavanja vlage iz nastrujavajućeg vazduha doprinosi sa oko 15% u ukupnom iznosu potreba hlađenja

za održavanje ledene ploče tokom rekreativnih i sportskih aktivnosti. Sa ovim, povećanje vlažnosti vazduha iznad leda sa 65% na 80%, imaće za posledicu povećanje potrebnog učinka rashladne instalacije za oko 12%.

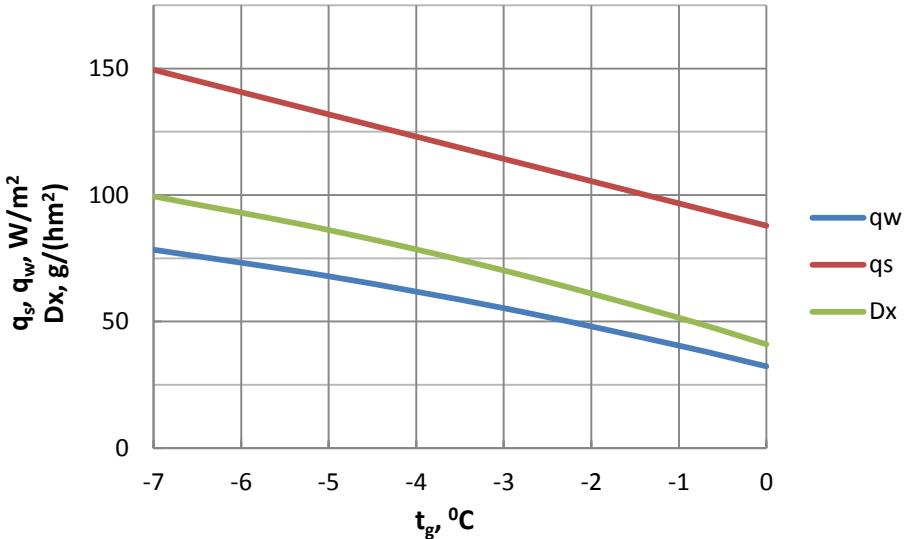
„Vlažni“ topotni fluks (relativna vlažnost vazduha iznad ploče je 65%) uobičajeno iznosi oko 50% „suvog“ za sve brzine vazduha u usvojenom opsegu (što je vidljivo sa slike 1). Drastično povećanje relativne vlažnosti vazduha (do oko 92%, slika 2), za usvojene uslove rada, rezultira povećanjem „vlažnog“ dela opterećenja približno do 100% „suvog“.

Razmatrajući uticaj vlažnosti vazduha na topotno opterećenje usled konvekcije, treba imati u vidu i sledeće. Ako se višak vlage uklanja iz vazduha u sistemu za klimatizaciju dvorane u kojoj se nalazi ledena ploča, „vlažno“ topotno opterećenje će biti manje za oko 13%. U „sušačima“ vazduha vlaga se uklanja u tečnom stanju, za razliku od slučaja kada se topotno opterećenje usled izdvajanja vlage „pokriva“ radom rashladne instalacije kada je vlaga smrznuta na ledenoj ploči [5]. Kompresor uređaja za sušenje vazduha radi na temperaturama isparavanja koje su za 12-15°C iznad temperatura isparavanja u kompresorima rashladne instalacije za formiranje i održavanje ledene ploče.



Slika 2. Uticaj relativne vlažnosti neporemećene struje nastrujavajućeg vazduha na fluks topote i vlage

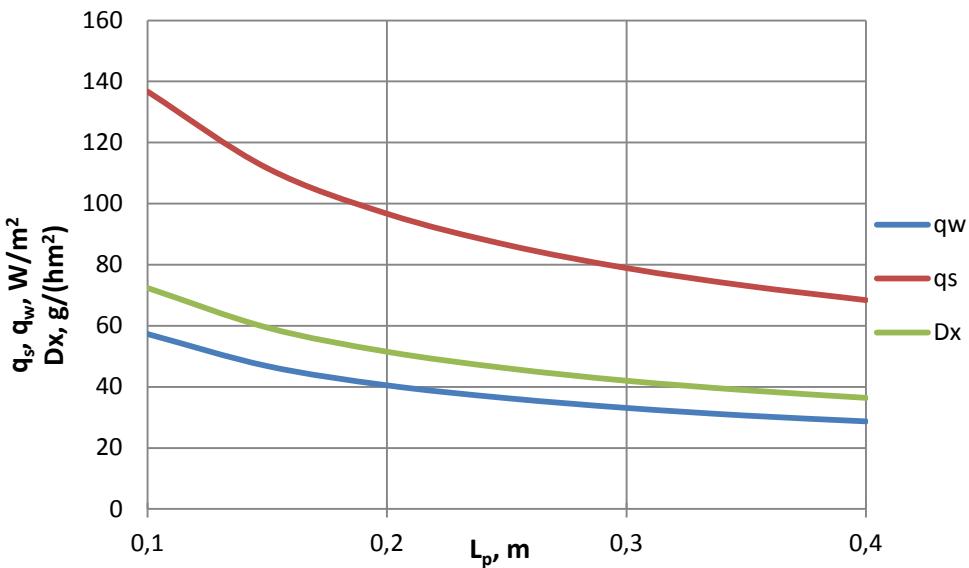
Uticaj temperature površine leda na topotna opterećenja je prikazan na dijagramu na slici 3. Jasno je da temperatura površine leda značajno utiče na topotna opterećenja, posebno ako je relativna vlažnost vazduha visoka. Debljina leda nema direktnog uticaja na konvektivna topotna opterećenja, ali je važno da se debljina održava na minimalno dozvoljenoj vrednosti (oko  $\frac{3}{4}$  inch ili 20 mm). Veća debljina znači nižu temperaturu rashladnog fluida i time nižu efikasnost rada instalacije (veću potrošnju energije za isti rashladni učinak).



Slika 3. Uticaj temperature površine leda na fluks topote i vlage

Za rekreativno klizanje najpogodniji je suv led temperature  $0^\circ\text{C}$  (na površini) ili malo niže. Za druge sportove potrebne su niže temperature (za hokejaške utakmice  $-5^\circ\text{C}$ , a za takmičenja u umetničkom ili brzom klizanju  $-4^\circ\text{C}$ ). Međutim, treba imati u vidu da je hladniji led krt i da mu se površina brzo kvari, pa je potrebna češća regeneracija površine ploče.

Koeficijent ishlapljivanja po Lewis-u prema jednačini (10) sračunat za vrednosti relevantnih parametara je oko 1,1 što je za oko 10% veća vrednost, koja se uobičajeno usvaja pri termotehničkim inženjerskim proračunima pri turbulentnom strujanju ( $\sigma \cdot C_{pLm} / \alpha_{Lm} \approx 1$ ). To znači, da je pravac stvarne promene stanja vazduha (u Mollier-ovom „h-x“ dijagramu) pri ohlađivanju i smrzavanju vlage u izvesnoj meri strmiji, odnosno da je „pripadajuća“ promena vlažnosti vazduha nešto manja.



Slika 4. Uticaj „karakteristične dužine“ na fluks topote i vlage

Nadalje, trebalo bi imati u vidu veliki uticaj brzine razvoja graničnog sloja vazduha pri nastrujavanju na ravnu ploču (odnosno „karakteristične dužine“  $L_p$ ). Zavisnost toplotnih i fluksa vlage od dužine  $L_p$  (dijagram na slici 4) pokazuje da je uticaj brzine formiranja graničnog sloja znatan.

Koeficijenti prenosa ključno zavise od dužine  $L_p$ , pa je u prikazanom primeru gde je opseg usvojenih proračunskih vrednosti  $L_p$  od 0,1 do 0,4 m, vrednosti specifičnih flukseva topote i vlage se kreću u vrlo širokom dijapazonu (najmanje vrednosti su čak dvostruko manje od najvećih).

#### IV. Zaključak

Konvektivna topotna opterećenja smrznute površine čine značajan deo ukupne potrebe hlađenja. Unapređenje efikasnosti rada rashladnih instalacija za formiranje i održavanje ledene ploče podrazumeva mere za ograničavanje brzine strujanja vazduha preko površine. Efikasna ventilacija objekta, posebno u periodima visokih spoljnih temperatura vazduha utiče pozitivno na smanjenje konvektivnih topotnih opterećenja. Vrlo efikasna mera je održavanje relativne vlažnosti vazduha na što nižem nivou (ne više od 70%), pri čemu je 50% veoma poželjna, mada teško dostižna granica. Bolje je da se odvlaživanje vazduha odvija u posebnim uređajima za sušenje, pre smrzavanja viška vlage na ledenoj površini. Konačno, temperatura površine leda ni u kom slučaju ne bi trebalo da bude niža od minimalno potrebne za određenu namenu, pošto svako povećanje debljine leda dovodi do smanjenja energetske efikasnosti rada rashladne instalacije.

#### V. Literatura

- [1] Treybal, R.E., 1980. *Mass transfer operations*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York
- [2] Bird, R.B., W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot., 1960. *Transport phenomena*. John Wiley & Sons, New York
- [3] Green, W.D. 2008, *Perry's Chemical Engineer's Handbook*, 8th Edition, McGraw-Hill
- [4] Bošnjaković, F., 1976. *Nauka o toplini, Drugi dio*, Tehnička knjiga, Zagreb
- [5] DOE. 1980. *Energy conservation in ice skating rinks*. Prepared by B.K. Dietrich and T.J. McAvoy. U.S. Department of Energy, Washington, D.C.
- [6] Sherwood, T.K. and R.L. Pigford, 1952. *Absorption and extraction*. McGraw-Hill, New York
- [7] Chilton, T.H., Colburn, A.P. 1934, *Mass Transfer (Absorption) Coefficients*, Symposium on Diffusional Processes, the 88th Meeting of the American Chemical Society, Cleveland, Ohio
- [8] ASHRAE, *Handbook of Refrigeration (SI)*, 2013. Chapter 44, Ice Rinks
- [9] ASHRAE, *Handbook of Fundamentals (SI)*, 2009, Chapter 6, Mass transfer