

Marković, V., Jakovljević, Ž.<sup>1)</sup>

## SEGMENTACIJA JEDNE KLASE POVRŠI DRUGOG REDA IZ STRUKTUIRANOG OBLAKA TAČAKA<sup>2)</sup>

### *Rezime*

U radu se predlaže metod za segmentaciju jedne klase površi drugog reda (kvadrika) iz struktuiranog oblaka tačaka. Metod je zasnovan na segmentaciji elipsi iz skeniranih linija direktnom regresijom metodom najmanjih kvadrata. Segmentacijom elipsi u oba pravca struktuiranog oblaka mogu se efikasno izdvojiti G1 (i više) kontinualni regioni koji odgovaraju određenim površima drugog reda. Predloženi metod je pre svega namenjen segmentaciji eliptičkih cilindara i elipsoida čije posebne slučajevе predstavljaju cilindar i sfera, a u zavisnosti od načina skeniranja može se upotrebiti i za segmentaciju drugih kvadrika (na primer konusa). Pored toga, u radu se pokazuje da metod daje dobre rezultate i u segmentaciji površi višeg reda u odnosu na kvadrike – na primer eliptičkih torusa.

Predloženi metod je eksperimentalno verifikovan na većem broju sintetizovanih oblaka tačaka kao i na primeru skeniranog dela iz realnog sveta.

*Ključne reči:* reverzno inženjerstvo, struktuirani oblak tačaka, segmentacija skeniranih linija, segmentacija površi

### 1. UVOD

U savremenoj industrijskoj praksi, tehnike reverznog inženjerstva geometrijskih modela sve više nalaze primenu. Pored njihove tradicionalne upotrebe u projektovanju proizvoda, ove tehnike se sve češće koriste i u upravljanju proizvodnim procesima. Tipični primjeri su 3D navigacija mobilnih robova, automatizacija procesa zavarivanja, automatsko podešavanje pripremka itd. Implementacija tehnika reverznog inženjerstva geometrijskih modela se, u opštem slučaju, može podeliti na četiri faze [1]: 1) skeniranje (merenje) određenog objekta, 2) pretprocesiranje podataka dobijenih skeniranjem, 3) prepoznavanje geometrijskih primitiva i 4) upotreba dobijenih rezultata u cilju, pre svega, formiranja kompjuterskih modela skeniranog objekta. Upotreboru savremenih 3D skenera, koji se odlikuju visokom rezolucijom i tačnošću, mogu se dobiti gusti oblaci tačaka koji sadrže i više nego dovoljno informacija o površinama objekata koji se skeniraju [2]. Standardna procedura procesiranja ovako dobijenih oblaka se sastoje u generisanju 3D trougaonih mreža. Algoritmi, koji se koriste u ove svrhe [1], su danas standardno implementirani u najvećem broju CAD softverskih paketa. Ovako dobijene 3D mreže trouglova se koriste za kreiranje kompjuterskih reprezentacija skeniranih površina objekta. Međutim, iako estetski odgovarajućih oblika, 3D trougaone mreže ne sadrže sve potrebne informacije o obliku i strukturi skeniranih površina, a pre svega o geometrijskim primitivima od kojih se površine sastoje. S druge strane, poznavanje geometrijskih primitiva može biti od izuzetnog značaja pri ponovnoj izradi dela. Ovaj problem je još više izražen pri kreiranju sistema upravljanja na osnovu informacija dobijenih 3D skeniranjem objekata.

Prepoznavanje geometrijskih primitiva iz oblaka tačaka podrazumeva [1]: 1) segmentaciju oblaka tačaka na oblasti koje se mogu opisati određenim geometrijskim primitivima, i 2) prepoznavanje gradivnih geometrijskih primitiva i estimaciju njihovih parametara. Po pravilu ovaj proces se u savremenim CAD paketima vrši interaktivno pri čemu korisnik prepozna geometrijske primitive u oblaku i označava određen broj tačaka na njima. Nakon definisanja geometrijskog primitiva i inicijalnih tačaka na njemu, softver može izvršiti estimaciju parametara. Međutim, efikasni algoritmi za automatsko prepoznavanje geometrijskih

<sup>1)</sup> M.Sc Veljko Marković, Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, ([markovicveljko@yahoo.com](mailto:markovicveljko@yahoo.com)), doc. dr Živana Jakovljević, Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, ([zjakovljevic@mas.bg.ac.rs](mailto:zjakovljevic@mas.bg.ac.rs))

<sup>2)</sup> U okviru ovog rada saopštavaju se rezultati istraživanja koja se sprovode na projektu TR 35007: Inteligentni robotski sistemi za ekstremno diverzifikovanu proizvodnju, koji finansijski podržava Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije

primitiva koji su od esencijalnog značaja za sisteme upravljanja su još uvek u razvoju i nisu dostigli potrebni nivo za praktičnu primenu, a pogotovo ne u realnom vremenu.

Jedan od najizazovnijih problema postupka prepoznavanja struktura skeniranih površina je svakako segmentacija oblaka tačaka. Segmentacija podrazumeva uočavanje i izdvajanje iz oblaka, grupa tačaka koje reprezentuju delove površina koji se po svojim geometrijskim osobinama izdvajaju od ostatka skenirane površine. Nakon izvršene segmentacije oblaka moglo bi se pristupiti različitim tehnikama rekonstrukcije površine [3, 4]. Ovim tehnikama bi se na osnovu segmentiranih oblasti tačaka dobile matematičke i kompjuterske reprezentacije površine odnosno njenih izdvojenih delova.

Većina objekata u mašinstvu poseduje površine koje se mahom sastoje iz delova ravni, iz delova površi drugog reda - tzv. kvadrika (cilindar, sfera, konus, elipsoid, hiperboloid...) i torusa. U fokusu ovog rada je segmentacija kvadrika koje su u skeniranim linijama u okviru strukturiranog oblaka tačaka reprezentuju kao eliptični segmenti. U ove kvadrike spadaju cilindar i sfera koji se svrstavaju u klasu tzv. prirodnih kvadrika kao i eliptički cilindar i elipsoid koji se svrstavaju u opšte kvadrike i ređe se sreću u praksi. Pored navedenih kvadrika, u zavisnosti od načina skeniranja i druge kvadrike (npr. konus) mogu biti predstavljene eliptičnim segmentima u skeniranim linijama. Treba napomenuti da cilindar i sfera predstavljaju samo posebne slučajeve eliptičkog cilindra i elipsoida.

Pre nego što se napravi pregled postojećih tehnika za segmentaciju kvadrika potrebno je naglasiti da je segmentacija kvadrika između kojih je prelaz oštar odnosno G0 kontinualan manje zahtevna pošto su granice između segmenta lako uočljive. S druge strane, ukoliko je prelaz gladak npr. G1 kontinualan, segmentacija postaje teža i dobija potpuno novu dimenziju.

Prema [5] tehničke segmentacije kvadrika iz oblaka tačaka se mogu podeliti na: 1) tehnike zasnovane na detektovanju ivica i 2) tehnike zasnovane na regionima. Pri korišćenju tehnika zasnovanih na detekciji ivica, nakon prve faze, u kojoj se pronađu tačke oblaka koje reprezentuju ivice, moguće je doći do odvojenih segmenata oblaka koji su oivičeni izdvojenim ivicama. Ovi metodi su pogodni za segmentaciju površina koje poseduju G0 kontinualne prelaze koje je lako uočiti, dok za slučajeve G1 kontinualnosti ne daju dobre rezultate (veoma je teško uočiti same ivice). Treba napomenuti da veliki broj delova u mašinstvu, pored oštih ivica poseduje i površine koje se sastoje od G1 kontinualnih segmenata.

Tehničke segmentacije zasnovane na regionima se uglavnom oslanjaju na princip tzv. rasta (širenja) regiona. U [6, 7, 8] se mogu naći algoritmi zasnovani na rastu regiona koji počinju izborom jedne polazne karakteristične tačke od koje se region širi (dodaju se tačke u okolini polazne) na osnovu nekog geometrijskog kriterijuma. Ovi kriterijumi mogu biti različiti. Uglavnom se za upoređivanje okolnih tačaka sa polaznom koriste parametri diferencijalne geometrije (normale u tačkama). Izbor polazne tačke je uglavnom manuelni, dok automatski izbor jedne ovakve tačke može biti veoma komplikovan. Treba naglasiti da uspeh ovakvih algoritama najviše zavisi od dobrog izbora polazne tačke. Takođe, kod određenih autora [9] polazna osnova za širenje regiona može biti i grupa tačaka, a ne samo jedna tačka.

U ovom radu se predlaže tehnika za segmentaciju jedne klase kvadrika (eliptički cilindar i elipsoid) koje mogu imati G1 ili višu kontinualnost. Metod je zasnovan na segmentaciji eliptičnih regiona iz skeniranih linija i podrazumeva rad sa strukturiranim oblakom tačaka. Segmentacija eliptičnih regiona iz skeniranih linija se vrši korišćenjem metoda zasnovanog na rastu regiona koja implementira direktnu regresiju elipse metodom najmanjih kvadrata i ne zavisi od izbora semena [10]. Ekstrapolacijom prepoznavanja eliptičnih regiona na dve dimenzije dolazi se do metoda za segmentaciju kvadrika koji su predmet ovog rada.

Nastavak ovog rada ima sledeću strukturu po poglavljima. Drugo poglavlje se odnosi na metod za segmentaciju eliptičnih regiona iz skeniranih linija koja je u osnovi metoda za segmentaciju predmetne klase kvadrika. U trećem poglavlju se predstavlja sam metod za segmentaciju predmetne klase kvadrika i ilustruje njegova primenljivost na sintetisanim oblacima tačaka. Implementacija predloženog metoda na primeru iz realnog sveta je prikazana u poglavlju 4, dok se u završnom, petom poglavlju daju zaključne napomene.

## 2. SEGMENTACIJA ELIPTIČNIH REGIONA IZ SKENIRANIH LINIJA

Segmentacija eliptičnih regiona iz skeniranih linija koja se koristi u ovom radu [10] je zasnovana na direktnoj regresiji elipse metodom najmanjih kvadrata [5].

Jednačinu elipse u implicitnom obliku možemo predstaviti pomoću opšte jednačine konusnih preseka:

$$a_1x^2 + a_2xy + a_3y^2 + a_4x + a_5y + a_6 = 0 \quad (1)$$

s tim što za elipsu mora biti zadovoljen dopunski uslov:

$$a_2^2 - 4a_1a_3 < 0 \quad (2)$$

Ukoliko parametre  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  predstavimo kao  $\mathbf{A} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6]^T$ , a promenljive uvrstimo u vektor  $\mathbf{x} = [x^2 \ xy \ y^2 \ x \ y \ 1]^T$ , onda jednačina (1) dobija formu:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{x} = 0 \quad (3)$$

Na osnovu predhodno navedenog, da bismo pronašli elipsu koja najbolje aproksimira zadati skup tačaka potrebno je da za zadate vrednosti  $(x_n, y_n)$ ,  $n = 1, \dots, N$  odredimo vrednosti parametara elipse odnosno članove matrice  $\mathbf{A}$ . Korišćenjem metoda najmanjih kvadrata problem pronalaženja vrednosti  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  možemo svesti na problem minimizacije:

$$\min_{\mathbf{A}} \|D\mathbf{A}\|^2 \quad (4)$$

gde je sa  $D$  obeležena matrica oblika:

$$D = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N^2 & x_Ny_N & y_N^2 & x_N & y_N & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Da bi proces minimizacije (4) učinili efikasnijim Fitzgibbon et al. u [5] vrše normalizaciju uvodeći uslov:

$$4a_1a_3 - a_2^2 = 1 \quad (6)$$

koji se u matričnoj formi može predstaviti kao:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{A} = 1 \quad (7)$$

gde je  $C$  matrica dimenzije  $6 \times 6$  sa  $C(1, 3) = C(3, 1) = 2$ ,  $C(2, 2) = -1$  i  $C(i, j) = 0$ , u suprotnom.

Uzimajući u obzir navedeno, postavljeni problem minimizacije se može predstaviti sledećim sistemom jednačina:

$$\begin{aligned} S\mathbf{A} &= \lambda \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{A} &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

gde je  $S = D^T D$  tzv. informaciona matrica [11], a  $\lambda$  predstavlja uvedeni Lagranžov množilac.

Fitzgibbon et al. u [5] su pokazali da sistem jednačina (8) ima tačno jedno rešenje. Ovo rešenje se interpretira u vidu matrice koja sadrži šest članova koji predstavljaju tražene parametre elipse  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ .

Ukoliko su uzorci tj. tačke  $(x_n, y_n)$ ,  $n = 1, \dots, N$  uzorkovane bez ikakvog šuma, odnosno u potpunosti unapred zadovoljavaju jednačinu određene elipse onda je informaciona matrica  $S$  singularna i ovakvom procedurom nije moguće utvrditi koeficijente jednačine (1).

Primenom direktnе regresije elipse metodom najmanjih kvadrata može se kreirati metod segmentacije eliptičnih regiona iz skeniranih linija. Ovaj metod će kasnije biti osnova za metod prepoznavanja kvadratika iz oblaka tačaka. Segmentacija eliptičnih regiona iz skeniranih linija je zasnovana na činjenici da je, ukoliko se radi o proceni parametara elipse iz skupa tačaka koje tačno pripadaju elipsi, informaciona matrica  $S$  singularna [11]. Ukoliko skup tačaka aproksimativno predstavlja neku elipsu, kao što je slučaj sa npr. tačkama koje su dobijene skeniranjem neke eliptične konture matrica  $S$  je bliska singularnoj. U tom slučaju će biti ispunjena dva uslova: 1) recipročni uslovni broj matrice  $S$  će biti blizak nuli; 2) sopstvene vrednosti matrice  $S^{-1}C$  mogu biti bliske nuli ili čak manje od nule [3].

Metod segmentacije zasnovana na uslovu singularnosti informacione matrice se može svrstati u one čija

je osnova ranije pomenuti princip rasta regiona. Naime, skenirane tačke se obrađuju jedna po jedna, počev od prve u nizu. U svakoj iteraciji se računaju vrednosti matrice D i time lako dobijaju i vrednosti matrice S čije se osobine u tom trenutku proveravaju. Ukoliko se desi da vrednost recipročnog uslovnog broja matrice ili sopstvene vrednosti budu u određenoj poziciji (više, odnosno niže) u odnosu na unapred zadate vrednosti pragova za segmentaciju, može se reći da se matrica S udaljava od singularnosti, odnosno da tekuća tačka konture ne pripada skupu do tada obrađenih tačaka koje aproksimiraju određenu elipsu. Ta tačka skenirane konture se označava kao prelaz između dva eliptična regiona i proglašava se prvom tačkom naredne konture. Postupak segmentacije se ponavlja iz početka, i tako redom dok se ne obrade sve tačke skenirane linije. Pseudo kod za jednu iteraciju opisanog metoda segmentacije skenirane linije je dat na slici 1. Pragovi za vrednosti recipročnog uslovnog broja i sopstvenih vrednosti se mogu podešavati u zavisnosti od nivoa šuma u signalu koji predstavlja konturu.

---

**ULAZ:** N tačaka konture, koordinate **x, y**

---

```

for i=1:N
    x1=x(1 : i);
    y1=y(1 : i);
    D=[x1^2 x1*y1 y1^2 x1 y1 ones(i)]
    S=D'*D
    if rcond(S)>prag_1
        prelaz=i; break
    else
        [svek, svr]=eig(inv(S)*C)
        sv=abs(svr(find(svr>0)))
        if sv<prag_2
            prelaz=i; break; end; end
    end;

```

---

**IZLAZ:** prelaz - detektovani prelaz izmedju segmenata

---

*Slika 1. Proces segmentacije eliptičnih regiona*

---

**ULAZ:** **x, y** – koordinate tačaka konture  
**prelaz** – vektor pozicija tačaka prelaza

---

```

k=1; j=prelaz(2);
for i=1:length(prelaz)
    x1=x(k : prelaz(i)); y1=y(k : prelaz(i));
    proceniti a1
    izračunati procenjene y1_e
    x2=x(prelaz(i) : j); y2=y(prelaz(i) : j);
    proceniti a2
    izračunati procenjene y2_e
    if abs(sum(abs(y1_e-y1))/length(y1)-
        abs(sum(abs(y2_e-y2))/length(y2))>prag_seg
        kon_prelaz(k)=prelaz(i);
    end;
    k=prelaz(i);
    if i<length(prelaz)-1
        j=prelaz(i+2);
    else
        j=length(x);
    end; end;

```

---

**IZLAZ:** **kon\_prelaz** - konačne pozicije tačaka prelaza nakon grupisanja

---

*Slika 2. Proces grupisanja eliptičnih segmenata*

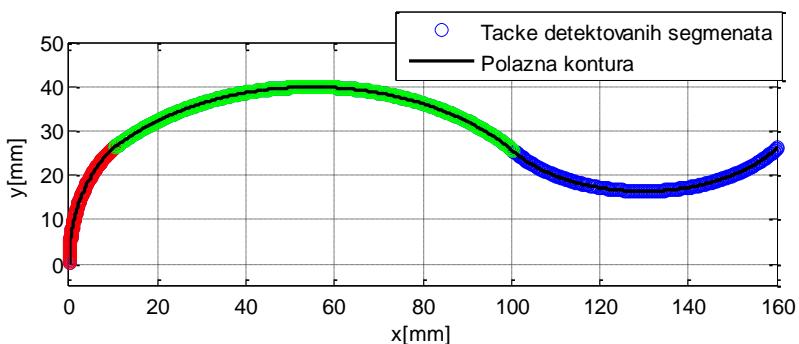
Primenu predstavljenih algoritama ćemo pokazati na primeru segmentacije jedne sintetizovane konture. Kontura je prikazana na slici 3 i sastoji od tri eliptična G1 kontinualna segmenta. Treba napomenuti da tačke konture nisu ekvidistantne. Parametri segmenata konture kao i pozicije tačaka prelaza su dati u tabeli 1. Primena algoritma segmentacije nad ovom konturom za slučaj bez šuma daje dobre rezultate, odnosno identificuje upravo potrebne tačke prelaza sintetizovane konture. Da bismo proverili performanse ovako postavljenog metoda kontaminirali smo sintetizovanu konturu belim Gausovim šumom određenog nivoa. Međutim, tokom testiranja segmentacije konture sa prisustvom šuma primećeno je da je algoritam podložan kreiranju većeg broja segmenata na konturi. Naime, pored potrebnih tačaka prelaza izdvaja se i veći broj tačaka između njih. Ova pojava je više ili manje izražena u zavisnosti od samog nivoa šuma i podešavanja vrednosti pragova za segmentaciju.

Da bi se odredile stvarne pozicije prelaza pristupa se dodatnom koraku grupisanja detektovanih segmenata. Osnova za grupisanje je činjenica da je u prisustvu šuma moguće odrediti koeficijente jednačina elipse koju tačke aproksimiraju. Ovi koeficijenti su, zajedno sa uvedenim novim pragom za grupisanje, iskorišćeni za postupak spajanja detektovanih segmenata koji pripadaju istoj elipsi i dobijanje konačnih segmenata na konturi. Pseudo kod za uvedeni proces grupisanja je prikazan na slici 2.

Nakon primene uvedenog postupka pri segmentaciji kontura sa slike 3 kontaminiranih šumom nivoa 100 i 120dB dobijamo rezultate koji su prikazani u tabeli 2. Posmatranjem ove tabele može se uočiti da dobijene pozicije prelaza neznatno odstupaju od idealnih. Maksimalno odstupanje se može uočiti kod prvog prelaza u slučaju šuma nivoa 100dB i iznosi 13 uzoraka. Ukoliko ovaj rezultat pogledamo kroz prizmu odstupanja u milimetrima po x-osi, ono iznosi 0.4mm. Takođe, na slici 3 je dat grafički prikaz segmentirane konture.

Tabela 1. Parametri i pozicije prelaza segmenata sintetizovane konture			
Br. seg.	Koeficijenti $a_i \times 10^2$ , $i = 1, \dots, 6$	Redni broj tačke u konturi	
		Početak segmenta	Kraj segmenta
1	[0.250 0 0.118 -10.000 0 0.001]	1	617
2	[0.028 -0.002 0.062 -3.137 0.127 -13.725]	618	1599
3	[0.082 0 0.381 -21.224 -26.806 1751.41]	1560	2785

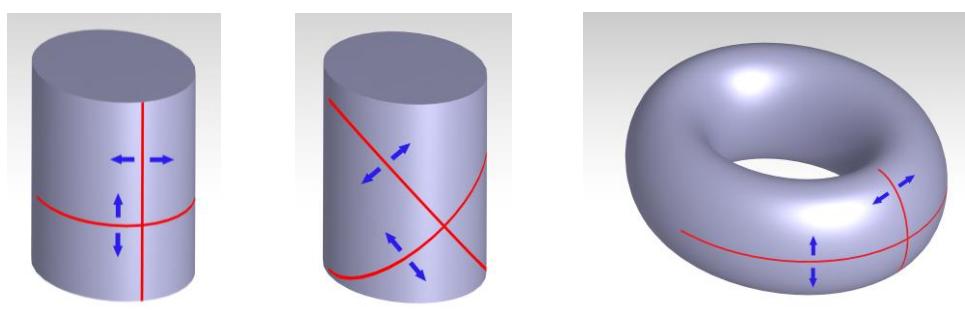
Tabela 2. Rezultati segmentacije - identifikovane pozicije prelaza				
Br. seg.	Redni broj tačke u konturi			
	Slučaj sa šumom nivoa 120dB		Slučaj sa šumom nivoa 100dB	
	Početak segmenta	Kraj segmenta	Početak segmenta	Kraj segmenta
1	1	617	1	604
2	618	1601	605	1601
3	1602	2785	1602	2785



Slika 3. Segmentirana kontura koja se sastoji od tri eliptična dela

### 3. SEGMENTACIJA ELIPTIČKIH CILINDARA I ELIPSOIDA IZ STRUKTUIRANIH OBLAKA TAČAKA

Ekstrapolacijom metoda za segmentaciju eliptičnih regiona iz skeniranih linija na dve dimenzije, moguće je kreirati algoritam za segmentaciju delova površi koje pripadaju eliptičkom cilindru ili elipsoidu iz struktuiranog oblaka tačaka. Naime, u struktuiranom oblaku tačaka dobijenom skeniranjem elipsoida će svaka skenirana linija biti u obliku elipse. S druge strane, pri skeniranju eliptičkog cilindra moguće su dve situacije u zavisnosti od načina skeniranja: 1) da skenirane linije u jednom pravcu predstavljaju duži, a u drugom elipse (slika 4.a.), ili 2) da skenirane linije u oba pravca predstavljaju elipse (slika 4.b.). Naravno, postoje i druge površi koje mogu u skeniranim linijama biti reprezentovane elipsama u oba pravca – tipičan primer je opšti eliptički torus (slika 4.c.).

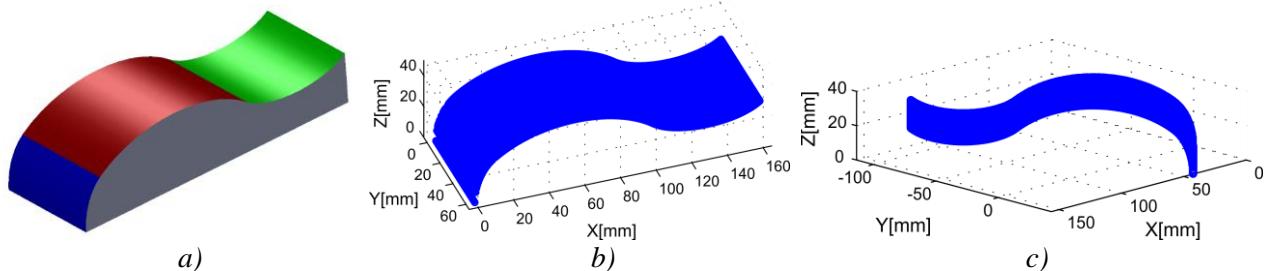


Slika 4. a) Skeniranje cilindra duž osi i upravno na nju; b) skeniranje cilindra u pravcima pod ugлом u odnosu na osu; c) skeniranje eliptičkog torusa

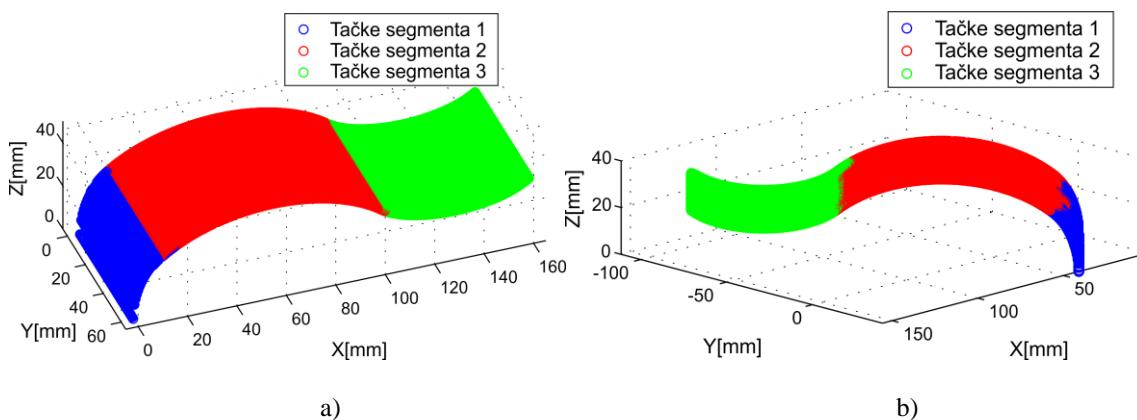
Struktuirani oblak tačaka se sastoji iz dva niza ukrštenih skeniranih linija. Na svaku od ovih linija se može primeniti metod segmentacije eliptičnih regiona i to u pravcu jedne, a zatim i druge ose oblaka.

Primenom metoda na sve linije duž jedne ose oblaka dobija se segmentacija skenirane površine u jednom pravcu, odnosno oblak tačaka se u posmatranom pravcu segmentira na određeni broj regiona. Ako se zatim oblak posmatra i duž druge ose i segmentacija ponovi nad skeniranim linijama u tom pravcu skenirana površ se segmentira i duž druge ose. Ukrštanjem rezultata segmentacije po obe ose oblaka, odnosno traženjem preseka izdvojenih skupova tačaka po jednoj sa onim po drugoj osi dobijaju se konačni segmenti koji aproksimiraju regije od kojih se površina sastoji.

Za ilustraciju navedenog algoritma sintetisani su oblaci tačaka nad površinom koja je dobijena ekstrudiranjem profila prikazanog na slici 3 duž prave linije (slika 5.a.). Površina je kreirana u CAD softveru a oblak tačaka je generisan korišćenjem modifikovanog z bafer algoritma<sup>2)</sup> [12] i prikaz površine u obliku mreže trouglova (konkretno u .stl formatu). Pravac posmatranja je određen vertikalno duž z-ose odnosno vektorom  $-k$ . U ekvidistantnom rasteru po x i y osi (usvojena je distanca između zraka od 0.5mm) su povučene prave paralelne sa z osom i odredene su tačke njihovih prodora kroz trouglove reprezentovane u baricentričnim koordinatama. Dobijene tačke prodora predstavljaju sintetizovani oblak tačaka. Kako bi se razmotrili različiti načini skeniranja (slike 4.a. i 4.b.) kreirana su dva oblaka tačaka - slike 5.b. i 5.c. U oblaku tačaka prikazanom na slici 5.b. simulirano je skeniranje duž i upravno na osu cilindra, a u oblaku tačaka prikazanom na slici 5.c. skeniranje po linijama pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na osu. Radi približavanja realnoj situaciji oblacima je dodat šum nivoa 120dB. Potrebno je naglasiti da su sve površine G1 kontinualne.



*Slika 5. Površina koja se sastoji od delova eliptičnih cilindara: a) 3D model; b) oblak tačaka dobijen poduznim skeniranjem objekta; c) oblak tačaka dobijen skeniranjem pod uglom*



*Slika 6. Grafički prikazi rezultata segmentacije površine koja se sastoji od delova eliptičnih cilindara: a) oblak tačaka sa slike 5.b.; b) oblak tačaka sa slike 5.c.*

Rezultati segmentacije oblaka sa slike 5.b. i 5.c. su grafički prikazani na slikama 6.a. i 6.b, respektivno, a vrednosti parametara eliptičkih cilindara koje su procenjene metodom najmanjih kvadrata su date u tabeli 3. Oblak tačaka sa slike 5.b. je generisan tako da su duž y ose kreirani pravolinijski segmenti. Pošto jednačina (1) za  $a_1=a_2=a_3=0$  predstavlja jednačinu prave, algoritam je detektovao da u konturi nema prelaza, odnosno da je u svakoj skeniranoj liniji u pravcu y ose prisutan samo po jedan segment.

Poređenjem procenjenih vrednosti parametara za površ sa slike 6.a. datih u tabeli 3 i parametara sintetizovanih eliptičnih segmenata datih u tabeli 1 može se zaključiti da je segmentacija dala odlične rezultate za segmente 2 i 3 (odstupanje je manje od 1%). Odstupanje procenjenih parametara za segment 1 je nešto veće što je posledica značajno manjeg broja odbiraka sa segmenta 1. Za slučaj površine prikazane na slici 6.b. procenjene vrednosti parametara su u skladu sa pravcem skeniranja. Naime, može se uočiti: 1) da su

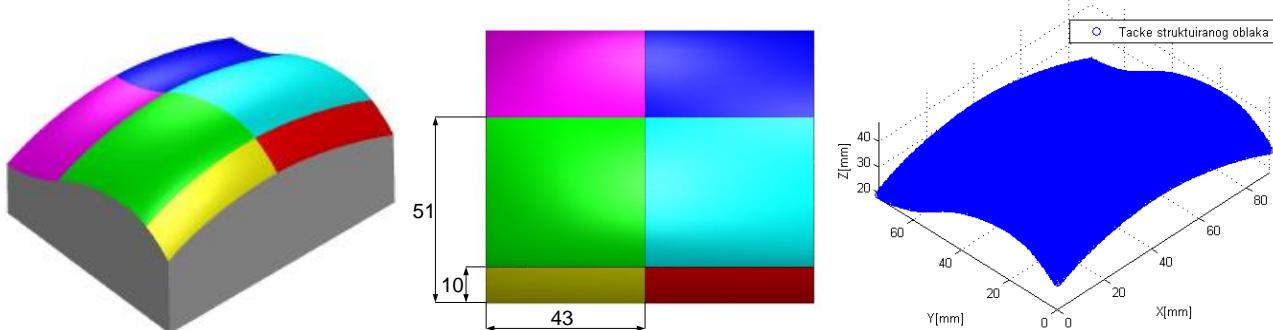
<sup>2)</sup> Z bafer je algoritam koji se u kompjuterskoj grafici koristi za detekciju vidljivih elemenata posmatranih kompjuterskih objekta u odnosu na pravac posmatranja.

vrednosti parametara  $a_1$  i  $a_2$  približno jednake što odgovara pravcu skeniranja od  $45^\circ$ , 2) da su procenjene vrednosti parametara  $a_1$  i  $a_2$  za oblak sa slike 6.b. oko dva puta manje u odnosu na vrednosti  $a_1$  i  $a_2$  za oblak sa slike 6.a. što je takođe u skladu sa pravcem skeniranja -  $(\sin(45^\circ))^2=1/2$ ; 3) da su pri tom procenjene vrednosti parametara  $a_3$  za oba oblaka gotovo jednake. I u slučaju oblaka tačaka sa slike 6.b. procenjene vrednosti parametara za segment 1 imaju nešto veće odstupanje u odnosu na parametre za segmente 2 i 3.

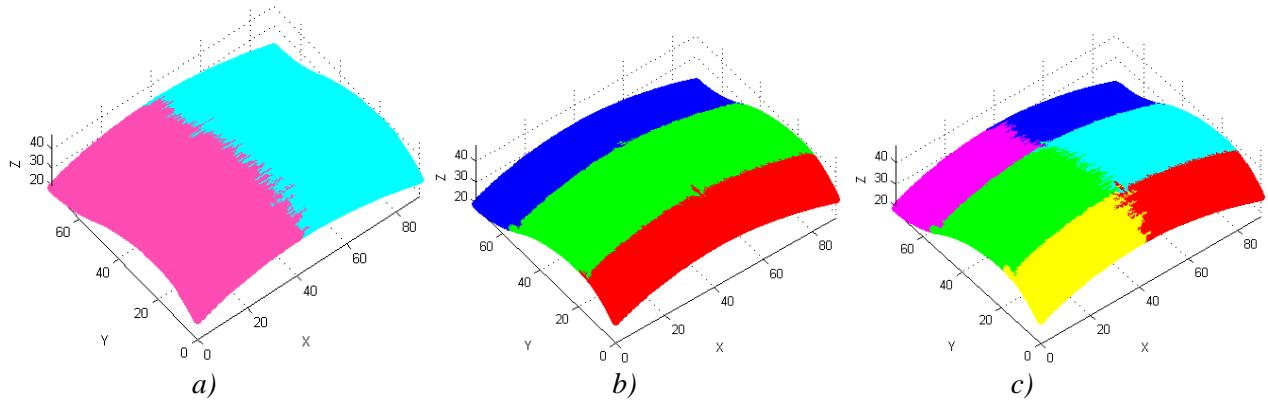
**Tabela 3.** Procenjene vrednosti parametara segmentiranih eliptičkih cilindara

Oblak tačaka	Jednačina kvadrike: $a_1x^2 + a_2y^2 + a_3z^2 + a_4xy + a_5yz + a_6xz + a_7x + a_8y + a_9z + a_{10}=0$ Koeficijenti [ $a_i \times 10^2$ ], i=1,...10										
slika 6.a.	Segment 1	[0.250 0.000 0.101 -0.029 0.018 -0.128 -3.529 -0.238 -1.151 8.4705]									
	Segment 2	[0.028 -0.000 0.062 -0.000 -0.000 -0.002 -3.137 0.000 0.126 -13.702]									
	Segment 3	[0.082 0.000 0.381 -0.000 0.000 0.000 -21.227 -0.000 -26.856 1752.27]									
slika 6.b.	Segment 1	[0.154 0.189 0.118 -0.341 0.150 -0.122 -2.615 2.285 -1.292 8.440]									
	Segment 2	[0.014 0.014 0.062 -0.029 0.001 -0.002 -2.276 2.295 0.219 -15.208]									
	Segment 3	[0.042 0.042 0.381 -0.085 -0.000 0.002 -15.658 15.641 -27.441 1821.02]									

Kao što je već napomenuto, predložen metod za segmentaciju oblaka tačaka se može primeniti i za segmentaciju drugih površi, na primer eliptičkih torusa. Za ilustraciju ovakve segmentacije je sintetizovan struktuiran oblak objekta čija se gornja površina sastoji iz šest segmenata koji predstavljaju delove opštih eliptičkih torusa. Površina je kreirana provlačenjem profila koji se sastoji od tri eliptična regiona po putanji koja sadrži dva eliptična regiona. Promena geometrije objekta je izražena po sve tri ose prostora i treba naglasiti da je ostvarena G1 kontinualnost površine. 3D model objekta zajedno sa pozicijama prelaza između njegovih površina, kao i sintetizovani oblak tačaka njegove površine (kontaminiran šumom nivoa 120dB) prikazani su na slici 7. Na slici 8 je dat grafički prikaz rezultata segmentacije primenom predloženog metoda, po obe ose pojedinačno, kao i konačna segmentacija na šest grupa tačaka odnosno na šest izdvojenih delova od kojih se površina sastoji. Sve skenirane linije po jednoj osi su procesirane identičnim pragovima za segmentaciju i grupisanje, a u cilju održanja visokog nivoa automatizma samog procesa segmentacije.



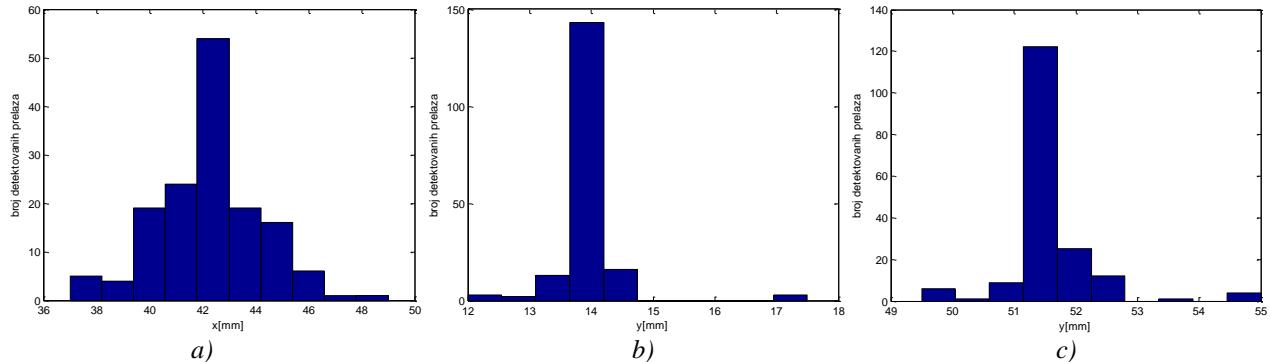
**Slika 7.** Površina sastavljena od delova eliptičnih torusa: 3D model i sintetizovani oblak tačaka



**Slika 8.** Grafički prikazi rezultata segmentacije površine sastavljene od delova eliptičnih torusa:

a) segmentacija duž x-ose; b) segmentacija duž y-ose; c) konačan rezultat segmentacije

Poređenjem slika 7 i 8 može se uočiti da detektovane tačke prelaza svake skenirane linije delimično odstupaju od idealnog prelaza. Ovo odstupanje nastaje kao posledica prisustva šuma. Histogrami rezultata segmentacije za svaki prelaz pojedinačno su prikazani na slici 9.

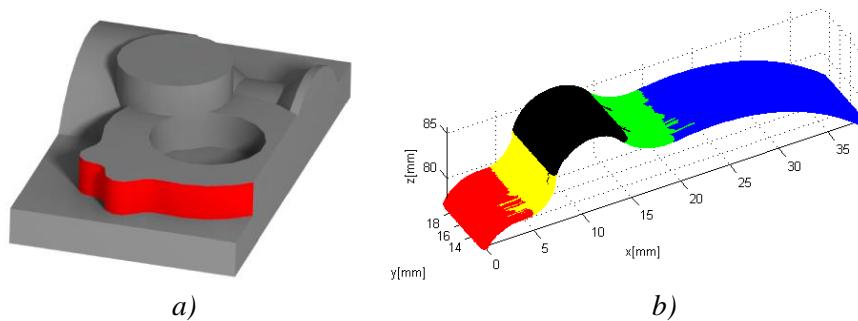


*Slika 9. Histogrami detektovanih prelaza na slici 8: a) između segmenata 1 i 2 po x-osi; b) između segmenata 1 i 2 po y-osi; c) između segmenata 2 i 3 po y-osi*

Dakle, primenom predloženog metoda su adekvatno segmentirani i delovi opštih eliptičkih torusa. Daljom procenom parametara segmentiranih površi lako se može doći do zaključka o kojoj površi se radi – za razliku od elipsoida i eliptičkog konusa, torus je površ četvrtog reda. Na sličan način se može izvršiti i klasifikacija ostalih segmentiranih površi ukoliko postoje u oblaku.

#### 4. SEGMENTACIJA CILINDARA IZ SKENIRANOG OBLAKA TAČAKA

U cilju dalje verifikacije predstavljenog algoritma segmentacije izvršena je segmentacija realnog oblaka tačaka koji reprezentuje jednu specifičnu površinu objekta prikazanog na slici 9.a. Objekat prikazan na slici 9.a. predstavlja tipičan test deo koji se koristi u mnogim studijama koje se odnose segmentaciju oblaka tačaka u reverznom inženjerstvu [5]. Deo je obrađen na troosnom obradnom centru i sadrži veći broj površi drugog reda uključujući i ravne površi. Skeniranje objekta je izvršeno ATOS Compact Scan 3D skenerom visoke rezolucije [13]. Prilikom skeniranja je kreirana mreža trouglova na osnovu koje je na već opisan način generisan strukturiran oblak tačaka.



*Slika 10. Rezultati segmentacije realnog oblaka tačaka: a) skenirani objekat i njegova izdvojena površina; b) segmentacija oblaka tačaka*

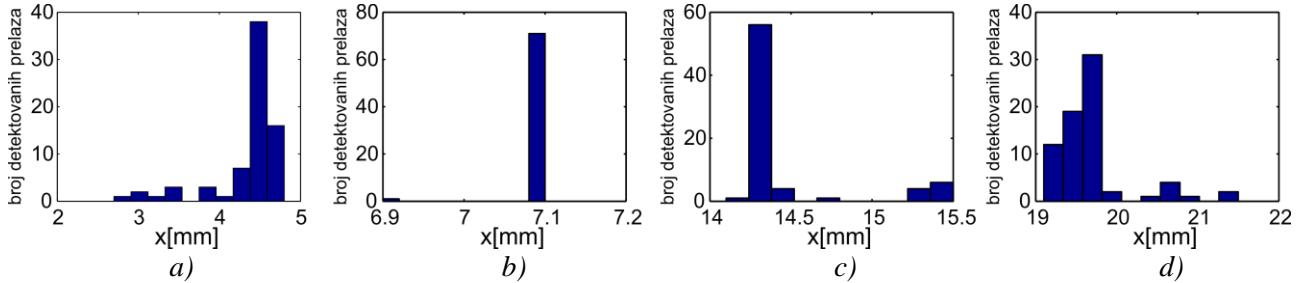
**Tabela 4.** Procenjene vrednosti parametara segmentiranih cilindara - koeficijenti  $[a_i \times 10^2]$ ,  $i=1,\dots,9$

$$\text{Jednačina cilindra: } a_1x^2 + a_2y^2 + a_3z^2 + a_4xy + a_5yz + a_6xz + a_7x + a_8y + a_9z + 1 = 0$$

Segment 1	$[0.003 \ 0.000 \ 0.017 \ 0.000 \ 0.000 \ -0.016 \ 1.271 \ -0.013 \ -2.572]$
Segment 2	$[0.015 \ 0.000 \ 0.014 \ 0.000 \ 0.000 \ 0.013 \ -1.105 \ -0.006 \ -2.340]$
Segment 3	$[0.015 \ 0.000 \ 0.015 \ 0.000 \ 0.000 \ 0.002 \ -0.504 \ 0.006 \ -2.396]$
Segment 4	$[0.000 \ 0.000 \ 0.013 \ 0.000 \ 0.000 \ 0.009 \ -0.687 \ -0.047 \ -2.292]$
Segment 5	$[0.000 \ 0.000 \ 0.012 \ 0.000 \ 0.000 \ 0.007 \ -0.589 \ -0.028 \ -2.195]$

U okviru ovog rada je razmatrana površina dela označena crvenom bojom na slici 10.a. Ova površina je odabrana jer se sastoji iz niza G1 kontinualnih cilindričnih površi. Rezultati segmentacije dobijeni primenom metoda koji se predlaže u ovom radu su grafički predstavljeni na slici 10.b. Vrednosti parametara

segmentiranih površina koje su procenjene metodom najmanjih kvadrata su prikazane u tabeli 4. Procenjene vrednosti parametara ukazuju na to da se radi o profilima koji su ekstrudirani duž y ose jer su vrednosti parametara  $a_2$ ,  $a_4$ ,  $a_5$  i  $a_8$  bliske nuli. Slika 11 prikazuje histograme raspodele detektovanih tačaka prelaza između pojedinih segmenata.



*Slika 11. Histogrami detektovanih prelaza na slici 9.b.: a) između segmenata 1 i 2; b) između segmenata 2 i 3; c) između segmenata 3 i 4; d) između segmenata 4 i 5*

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je predstavljen metod za segmentaciju kvadrika koje su u struktuiranom oblaku tačaka reprezentovane eliptičnim segmentima. Metod je pre svega namenjen segmentaciji eliptičkih cilindara i elipsoida, a u zavisnosti od načina skeniranja može se koristiti i za segmentaciju drugih kvadrika kao i za segmentaciju površi višeg reda. Ograničenje je da površi moraju biti reprezentovane eliptičnim segmentima u skeniranim linijama struktuiranog oblaka. Kao što je u primeru koji se odnosi na segmentaciju delova eliptičkih cilindara pokazano, ovaj metod se može upotrebiti i za segmentaciju ravnih površi iz oblaka tačaka, ali su za ovu klasu problema na raspolažanju efikasniji algoritmi.

Metod je zasnovan na segmentaciji elipsi iz skeniranih linija u oba pravca struktuiranog oblaka tačaka. Sama segmentacija eliptičnih regiona iz skeniranih linija se vrši procenom karakteristika informacione matrice pri direktnoj regresiji elipsi metodom najmanjih kvadrata. Algoritam spada u klasu algoritama sa rastom regiona i može se primeniti za segmentaciju površi i G1 i više kontinualnosti.

Algoritam je eksperimentalno verifikovan za slučajeve sintetizovanih G1 kontinualnih površi koje se sastoje od delova eliptičkih cilindara i eliptičkih torusa. Tokom istraživanja, algoritam je proveren i za G1 kontinualne površi koje se sastoje od delova elipsoida i pokazao je slične rezultate kao u studijama prezentovanim u ovom radu. Međutim, zbog ograničenja u dužini rada, ovi rezultati će biti prezentovani drugom prilikom. Pored verifikacije na sintetizovanim oblacima tačaka, metod je pokazao dobre rezultate i u segmentaciji cilindričnih površi na skeniranom realnom delu.

Dalja istraživanja će se odnositi na segmentaciju površi koje su u struktuiranom oblaku tačaka reprezentovane drugim konusnim presecima – hiperbolom pre svega, ali i na segmentaciju površi višeg reda.

## 6. LITERATURA

- [1] Varady, T., Martin, R., R., Cox, J.: *Reverse engineering of geometric models – an introduction*, CAD, 29, p.p. 255-268, 1997.
- [2] Savio, E., De Chiffre, L., Schmitt, R.: *Metrology of freeform shaped parts*, Annals of the CIRP, 56/2, p.p.810-834, 2007.
- [3] Halir, R., Flusser, J.: *Numerically stable direct least squares fitting of ellipses*, 6th International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization, WSCG, p.p.125-132, 1998.
- [4] Fitzgibbon, A., Pilu, M., Fisher, B.: *Direct Least Square Fitting of Ellipses*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 21/5, p.p.476-480, 1999.
- [5] Petitjean, S.: *A Survey of Methods for Recovering Quadrics in Triangle Meshes*, ACM Computing Surveys, 34/2, p.p.211-262, 2002.
- [6] Hou-Chuan, L., Yi-Hong, C., Jiing-Yih, L.: *Development of feature segmentation algorithms for quadratic surfaces*, Advances in Engineering Software, 40/10, p.p.1011–1022, 2009.
- [7] Rabbani, T., van den Heuvel, F., A., Vosselman, G.: *Segmentation of point clouds using smoothness constraint*, ISPRS Commission V Symposium 'Image Engineering and Vision Metrology', p.p.248-253,

Dresden, Septembar 2006.

- [8] Vančo, M., Hamann, B.: *Surface Reconstruction from Unorganized Point Data with Quadrics*, Computer Graphics forum, 27/6, p.p.1593–1606, 2008.
- [9] Vieira M., Shimada, K.: *Surface mesh segmentation and smooth surface extraction through region growing*, Computer Aided Geometric Design, 22/8, p.p.771-792, 2005.
- [10] Jakovljević, Ž., Marković, V., Miladinović, M.: *Recognition of elliptical segments in scanned lines*, Etikum, str. 19-22, FTN, Novi Sad, jun 2014.
- [11] Stanić, J., Metod inženjerskih merenja, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
- [12] E. Catmull, “A Subdivision Algorithm for Computer Display of Curved Surfaces,” Ph.D. Dissertation, Dept. Comput. Sci., Univ. of Utah, Salt Lake City, UT, 1974.
- [13] GOM GmbH, “ATOS Compact Scan - The compact class of scanning,” 2014 [Online]. Available: <http://www.gom.com/metrology-systems/system-overview/atos-compact-scan.html>.

**Marković, V., Jakovljević, Ž**

## **SEGMENTATION OF ONE CLASS OF QUADRIC SURFACES FROM STRUCTURED POINT CLOUDS**

**Abstract:** This paper presents a method for segmentation of a class of quadric surfaces from structured 3D point cloud. In the essence of the proposed method is the segmentation of elliptical regions from scanned lines using direct least squares regression. Segmentation of elliptical regions from both directions of structured point cloud can be used for effective segmentation of G1 continuous (or with higher continuity) regions which represent certain quadric surfaces. The primary goal of the proposed method is segmentation of elliptic cylinders and ellipsoids whose special cases represent cylinder and sphere, and depending on the scanning procedure can be used for segmentation of other quadric surfaces (e.g., cones). Besides, we have shown that the method can be implemented for segmentation of the higher order surfaces – e.g., elliptic tori.

Proposed method is experimentally verified using a number of synthesized point clouds, as well as using an example of real-world scanned part.

**Key words:** reverse engineering, structured 3D point cloud, segmentation of scanned lines, segmentation of surfaces