

Studi Persoalan Sistem Persamaan Linear dalam Rangkaian Listrik Berbasis Matlab dan OBE

Ulul Ilmi^{*1}, Rifky Aisyatul Faroh², Ayu Ismi Hanifah³,
Nur Indah Mukhoyyaroh⁴

^{1,2,3,4} Universitas Islam Lamongan, Jalan Veteran Nomor 53A
Lamongan, telp (0322) 324706

^{1,2}Universitas Islam Lamongan, Indonesia, Fakultas Teknik, Prodi Teknik Elektro

³Universitas Islam Lamongan, Indonesia, Fakultas Teknik, Prodi Teknik Informatika

⁴Universitas Islam Lamongan, Indonesia, Fakultas Teknik, Prodi Teknik Sipil

e-mail: ¹ululilmi78@yahoo.co.id, ²ilmi78@unisla.ac.id,
²rifkyaisyatulfaroh@unisla.ac.id, ³ayuismi@unisla.ac.id, ⁴nurindah@unisla.ac.id

Abstrak

Dalam dunia teknik salah satu contoh penggunaan matriks adalah untuk mencari solusi sistem persamaan linear (SPL). Dalam bidang keilmuan yang mempelajari rangkaian listrik, tidak jarang digunakan matriks untuk menghitung besaran-besaran atau nilai-nilai yang ada di dalam rangkaian listrik. Untuk mempermudah dalam mencari nilai-nilai tersebut digunakan proses operasi baris elementer (OBE) dan invers matlab serta Eliminasi Gauss berbasis Matlab sehingga akhirnya diperoleh nilai-nilai yang terdapat di dalam rangkaian listrik tersebut. Nilai-nilai tersebut adalah arus listrik.

Kata kunci — Matlab, matriks, OBE, SPL

Abstract

In the world of engineering, one example of using a matrix is to find a solution to a system of linear equations (SLE). In the scientific field that studies electrical circuits, it is not uncommon to use matrices to calculate the quantities or values in an electric circuit. To make it easier to find these values, the elementary row operations (ERO) and matlab inverse processes are used as well as Matlab-based Gauss Elimination so that finally the values contained in the electrical circuit are obtained. These values are the electric current.

Keywords — ERO, matlab, matrix, SLE

I. PENDAHULUAN

Dalam bidang keilmuan elektro teknik, diperlukan pengetahuan tentang rangkaian sederhana seperti rangkaian listrik. Rangkaian listrik yang dijumpai selama ini menggunakan prinsip-prinsip yang ada pada hukum Kirchoff. Terdapat dua hukum Kirchoff yaitu hukum pertama Kirchoff atau KCL (arus) lalu hukum kedua Kirchoff atau KVL (tegangan). Dengan menerapkan kedua hukum tersebut akan didapatkan sebuah persamaan linear . Jika terdapat sebuah loop , maka hanya terdapat satu persamaan linear saja , namun jika ternyata terdapat banyak loop, maka

persamaan linear yang dibentuk juga banyak sama seperti loop yang ada. Dengan banyaknya persamaan linear tersebut, mengakibatkan terbentuknya sistem persamaan linear (SPL). Dalam menyelesaikan sistem persamaan linear (SPL) terdapat banyak cara, cara yang paling umum yaitu substitusi dan eliminasi. Untuk kasus SPL dua, tiga, dan empat variabel cara substitusi dan eliminasi ini mungkin masih sangat efektif dan mudah. Namun bagaimana jika terdapat sistem persamaan linear dengan lebih dari dua variabel [7].

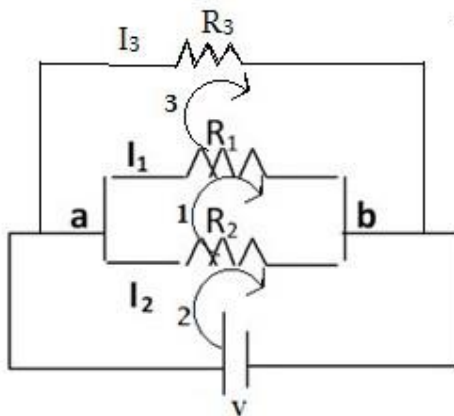
Cara tersebut memang bisa digunakan, namun waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan relatif sangat lama, dan juga tingkat kesalahan yang didapatkan juga semakin besar. Ternyata terdapat cara yang membuat waktu pengerjaan relatif lebih singkat dan solusi yang dihasilkan lebih akurat. Contohnya adalah menggunakan OBE, cara invers, metode Cramer, dan lain-lain [10]. Namun yang akan dibahas di sini adalah mengenai OBE yaitu operasi baris elementer dan matlab.

II. METODE PENELITIAN

Metode Penelitian yang digunakan dalam penelitian ini metode eksperimen. Metode Eksperimen bermakna bahwa hasil penelitian berasal dari data yang dimasukkan ke dalam pemrograman Matlab. Matlab akan mengolah data yang berasal dari masalah yang sedang diteliti. Dalam penelitian ini data yang diinputkan berupa angka yang dibentuk dalam sebuah matrik.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Kasus Pertama



Pada rangkaian, jika diketahui R_3 adalah 4 ohm, R_1 adalah 4 ohm, dan R_2 adalah 2 ohm, dan V adalah 10 volt. Tentukan I_1 , I_2 , dan I_3 !.

Penyelesaian :

Pada rangkaian sesuai dengan hukum pertama dan kedua Kirchoff didapatkan

- Loop 1
 $R_1 I_1 - R_1 I_3 + R_2 I_1 - R_2 I_2 = 0$

Ekuivalen dengan :

$$(R1+R2)I1 - R2I2 - R1I3 = 0$$

$$6 I1 - 2 I2 - 4 I3 = 0 \quad (1)$$

- Loop 2

$$-V + R2I2 - R2I1 = 0$$

Ekuivalen dengan $R2I2 - R2I1 = V$

$$2I2 - 2 I1 = 10 \dots\dots\dots(2)$$

- Loop 3

$$R3I3+R1I3-R1I1 = 0$$

Ekuivalen dengan

$$-R1 I1 + (R1+R3) I3 = 0$$

$$-4 I1 + 8 I3 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

Dari persamaan yang dihasilkan dapat ditransformasikan ke dalam matriks $AX = B$, yaitu

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & -4 \\ -2 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dari persamaan matriks tersebut didapatkan matriks augmented

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & -4 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 10 \\ -4 & 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan OBE :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,333 & -0,667 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 10 \\ -4 & 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,333 & -0,667 & 0 \\ 0 & 1,333 & -1,333 & 10 \\ 0 & -1,333 & 5,333 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,333 & -0,667 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 7,5 \\ 0 & 0 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan hasil eliminasi Gauss :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,333 & -0,667 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 7,5 \\ 0 & 0 & 1 & 2,5 \end{bmatrix}$$

Dengan melanjutkan OBE :

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,333 & 0 & 1,667 \\ 0 & 1 & -1 & 7,5 \\ 0 & 0 & 1 & 2,5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,333 & 0 & 1,667 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 2,5 \end{bmatrix}$$

Didapatkan hasil eliminasi Gauss Jordan :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 2,5 \end{bmatrix}$$

Sehingga dari hasil akhir tersebut didapatkan , I1 = 5 A ,I2 = 10 A, dan I3 = 2,5

Sedangkan jika digunakan invers matlab prosesnya sebagai berikut_[12].

$$A=[6 -2 -4; -2 2 0; -4 0 8];$$

```
>> B=[0; 10; 1];
```

```
>> X = inv(A)*B
```

```
X =
```

```
5.2500
```

```
10.2500
```

```
2.7500
```

Dimana $i_1 = 5.25$ A, $i_2 = 10.25$ A, $i_3 = 2.75$ A. Selain dengan cara invers matlab, persoalan di atas dapat juga digunakan cara atau metode eliminasi gauss berbasis matlab seperti berikut ini_[8].

```
clc
clear all
close all
close all hidden
disp('Matrik A')
A = [3 -1; 2 3]
disp('Matrik b')
b = [7;1]
n = size(A,1);
A = [A,b];
for i = 1:n-1
    p = i;
    for j = i+1:n
        if abs(A(j,i)) > abs(A(i,i))
            U = A(i,:);
            A(i,:) = A(j,:);
            A(j,:) = U;
        end
    end
    while A(p,i) == 0 & p <= n
        p = p+1;
    end
    if p == n+1
        disp('Tidak Ada Solusi Unik');
        break
    else
        if p ~= i
            T = A(i,:);
            A(i,:) = A(p,:);
            A(p,:) = T;
        end
    end
    for j = i+1:n
        m = A(j,i)/A(i,i);
        for k = i+1:n+1
            A(j,k) = A(j,k) - m*A(i,k);
        end
    end
end
```

```

    end
end
end
%
if A(n,n) == 0
    disp('OK');
    return
end
%
x(n) = A(n,n+1)/A(n,n);
for i = n - 1:-1:1
    sumax = 0;
    for j = i+1:n
        sumax = sumax + A(i,j)*x(j);
    end
    x(i) = (A(i,n+1) - sumax)/A(i,i);
end
disp('Nilai x :')
x = x'
```

setelah program dijalankan maka akan menghasilkan output sebagai berikut :

Matrik A

Matrik b

Nilai x :

```

x =
    5.2500
   10.2500
    2.7500
```

>> Jadi nilai $i_1 = 5.25$ A, $i_2 = 10.25$ A, $i_3 = 2.75$ A.

Berdasarkan hasil dari kasus kesatu ini dapat dibuat tabel berikut.

Tabel 1.Perbandingan hasil antara metode OBE, Invers berbasis matlab dan eliminasi gauss berbasis matlab pada kasus pertama

Metode	Hasil	Ketelitian
OBE	$i_1 = 5$ A, $i_2 = 10$ A, $i_3 = 2,5$ A	94 %
Invers berbasis Matlab	$i_1 = 5.25$ A, $i_2 = 10.25$ A, $i_3 = 2.75$ A	100 %
eliminasi gauss berbasis matlab	$i_1 = 5.25$ A, $i_2 = 10.25$ A, $i_3 = 2.75$ A	100 %

Berdasarkan hasil dari tabel pertama ini dapat disimpulkan bahwa metode OBE memberikan hasil yang berbeda jika dibandingkan dengan metode Invers Matlab dan Eliminasi Gauss Matlab memberikan hasil yang sama.

Kasus Kedua :

Setelah menggunakan hukum pertama dan hukum kedua Kirchoff ke dalam suatu rangkaian seri dan paralel , didapatkan beberapa sistem persamaan linear (SPL) sebagai berikut

$$2I_1 + 3 I_2 + 6 I_3 + 7 I_4 - 5 I_5 = 12$$

$$3I_1 + 2 I_2 - 2 I_3 + 10 I_4 + 2 I_5 = 15$$

$$4I_1 + I_2 - I_3 + 2 I_4 - 7 I_5 = 20$$

$$-I_1 - 3 I_2 - 2I_3 + 9 I_4 + 3 I_5 = 18$$

$$-2 I_1 + 3 I_2 - 4I_3 + 5I_4 - 6I_5 = 9$$

Tentukan besar kuat arus I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 jika diketahui satuan untuk rangkaian adalah ampere, ohm , dan volt!

Penyelesaian :

Dari sistem persamaan linear yang diberikan , dapat ditransformasikan menjadi suatu matriks augmented :

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 & -5 & 12 \\ 3 & 2 & -2 & 10 & 2 & 15 \\ 4 & 1 & -1 & 2 & -7 & 20 \\ -1 & -3 & -2 & 9 & 3 & 18 \\ -2 & 3 & -4 & 5 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$

Dengan mereduksi dengan menggunakan OBE akan didapatkan matriks eselon hasil eliminasi Gauss:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.25 & -0.25 & 0.5 & 0 & 2.135 \\ 0 & 1 & -1.286 & 1.714 & 0 & 0.984 \\ 0 & 0 & 1 & 0.176 & 0.544 & -1.191 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.201 & 2.037 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1.637 \end{bmatrix}$$

Setelah direduksi lagi, didapatkan matriks eselon terseduksi hasil eliminasi Gauss Jordan :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.81 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2.717 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.602 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1.708 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1.637 \end{bmatrix}$$

Sehingga dari matriks eselon tereduksi tersebut didapatkan solusi SPL dimana $I1 = 1,81$ A $I2 = -2,717$ A $I3 = -0,602$ A $I4 = 1,708$ A $I5 = -1,63$. Adapun jika memakai invers matlab ditunjukkan berikut ini [12].

```
>> a=[2 3 6 7 -5; 3 2 -2 10 2; 4 1 -1 2 -7; -1 -3 -2 9 3; -2 3 -4 5 -6]
```

a =

```
2 3 6 7 -5
3 2 -2 10 2
4 1 -1 2 -7
-1 -3 -2 9 3
-2 3 -4 5 -6
```

```
>> b=[12; 15; 20; 18; 9]
```

b =

```
12
15
20
18
9
```

```
>> x=inv(a)*b
```

x =

```
1.8095
-2.7166
-0.6016
1.7076
-1.6374
```

Berdasarkan hasil dari perhitungan invers matrik berbasis maka dapat dituliskan nilai-nilainya di bawah ini.

$I1 = 1.8095$ A $I2 = -2.7166$ A $I3 = -0,602$ A $I4 = 1.707$ A $I5 = -1.6374$ A

Sedangkan jika digunakan metode Eliminasi Gauss berbasis Matlab dapat dituliskan berikut_[8].

```
clc
clear all
close all
close all hidden
disp('Matrik A')
A= [2 3 6 7 -5; 3 2 -2 10 2;4 1 -1 2 -7; -1 -3 -2 9 3; -2 3 -4 5 -6]
disp('Matrik b')
b =[12; 15; 20; 18; 9];
n = size(A,1);
A = [A,b];
for i = 1:n-1
    p = i;
    for j = i+1:n
        if abs(A(j,i)) > abs(A(i,i))
            U = A(i,:);
            A(i,:) = A(j,:);
            A(j,:) = U;
        end
    end
    while A(p,i) == 0 & p <= n
        p = p+1;
    end
    if p == n+1
        disp('Tidak Ada Solusi Unik');
        break
    else
        if p ~= i
            T = A(i,:);
            A(i,:) = A(p,:);
            A(p,:) = T;
        end
    end
    for j = i+1:n
        m = A(j,i)/A(i,i);
        for k = i+1:n+1
            A(j,k) = A(j,k) - m*A(i,k);
        end
    end
end
end
%
if A(n,n) == 0
    disp('OK');
    return
end
%
```

```
x(n) = A(n,n+1)/A(n,n);
for i = n - 1:-1:1
    sumax = 0;
    for j = i+1:n
        sumax = sumax + A(i,j)*x(j);
    end
    x(i) = (A(i,n+1) - sumax)/A(i,i);
end
disp('Nilai x :')
x = x'
```

setelah program dijalankan maka akan menghasilkan output sebagai berikut :

Matrik A

Matrik b

Nilai x :

```
x =
    1.8095
   -2.7166
   -0.6016
    1.7076
   -1.6374
```

Dari hasil perhitungan menggunakan metode Eliminasi Gauss berbasis Matlab dapat dituliskan hasil berikut ini, yaitu I1 = 1.8095 A I2 = -2.7166 A I3 = -0,602 A I4 = 1.707 A

I5 = -1.6374 A. Dari kasus kedua ini, dapat dibuat tabel perbandingan berikut ini.

Tabel 2. Perbandingan hasil antara metode OBE, Invers berbasis matlab dan eliminasi gauss berbasis matlab pada kasus kedua

Metode	Hasil	Ketelitian
OBE	i1 = 1.8095 A i2 = -2.7166 A i3 = -0,602 A i4 = 1.707 A i5 = -1.6374 A	100 %
Invers berbasis Matlab	i1 = 1.8095 A i2 = -2.7166 A i3 = -0,602 A i4 = 1.707 A i5 = -1.6374 A	100 %
Eliminasi gauss berbasis matlab	i1 = 1.8095 A i2 = -2.7166 A i3 = -0,602 A i4 = 1.707 A i5 = -1.6374 A	100 %

Berdasarkan hasil dari tabel kedua ini dapat disimpulkan bahwa metode OBE, Invers Matlab dan Eliminasi Gauss Matlab memberikan hasil yang sama.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dari pembahasan di atas dapat disimpulkan dalam bidang keilmuan yang mempelajari rangkaian listrik, digunakan matriks untuk menghitung besaran-besaran atau nilai-nilai yang ada di dalam rangkaian listrik. Untuk mempermudah dalam mencari nilai-nilai tersebut digunakan proses operasi baris elementer (OBE) dan invers matlab serta Eliminasi Gauss berbasis Matlab sehingga akhirnya diperoleh nilai-nilai yang terdapat di dalam rangkaian listrik tersebut. Nilai-nilai tersebut adalah arus listrik. Untuk kasus pertama ada perbedaaan hasil antara metode OBE dengan metode invers matlab dan eliminasi gauss matlab. Sedangkan pada kasus kedua didapatkan hasil yang sama antara metode OBE, metode invers matlab dan metode eliminasi gauss matlab.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, H, Aljabar Linier Elementer, Edisi Ke-5, Erlangga, Jakarta, 1994.
- [2] Anton, H, Dasar-Dasar Aljabar Linear Jilid 1, Edisi ke-7, Terjemahan Hari Suminto, Interaksara, Batam, 2000.
- [3] Brualdi, R. A. A Combinatorial Approach to Matrix Theory and Its, 2009.
- [4] Fraleigh, J. B. A First Course in Abstract Algebra. Edisi ke-7, Addison-Wesley Publishing Company inc., United States, 2003.
- [5] Leon, SJ, Aljabar Linier dan Aplikasinya, Edisi ke-5, Erlangga, Jakarta, 2001.
- [6] Lerner, David. Lecture notes on linear algebra, Kansas : Departement of Mathematics, 2007.
- [7] Harry Octavianus Purba, Makalah IF2123 Aljabar Geometri – Informatika ITB – Semester I, 2015/2016.
- [8] Matlab online, Tersedia di <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [9] Munir, Rinaldi, Matematika Diskrit, Revisi ke-4, Informatika, Bandung, 2010.
- [10] Steve J.Leon,Aljabar Linear dan Aplikasinya,Edisi Ke-5,Erlangga, Jakarta,2001.
- [11] Supranto, J. Pengantar Matrix, Edisi revisi, Rineka Cipta, Jakarta, 1998.
- [12] R.H. Sianipar, Pemrograman Matlab Dalam Contoh dan Terapan, Informatika Bandung, 2013