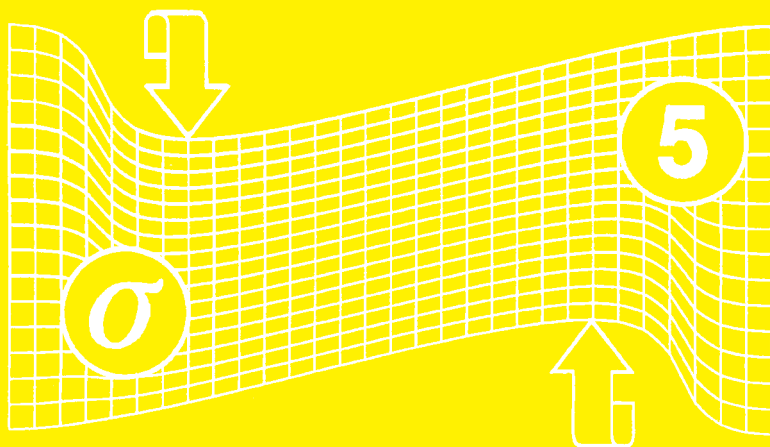


УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Милорад Милованчевић, Нина Анђелић, Весна Милошевић-Митић
Момчило Дуњић, Доброслав Ружић, Растко Чукић

Отпорност материјала

таблице



МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
Београд, 2021.

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Милорад Милованчевић

Нина Анђелић

Весна Милошевић-Митић

Момчило Дуњић

Доброслав Ружић

Растко Чукић

Отпорност материјала

ТАБЛИЦЕ

5

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
Београд, 2021.

Аутори:

проф. др Милорад Милованчевић, дипл. инж. маш.
проф. др Нина Анђелић, дипл. инж. маш.
проф. др Весна Милошевић-Митић, дипл. инж. маш.
проф. др Момчило Дуњић, дипл. инж. маш.
проф. др Доброслав Ружић, дипл. инж. маш.
проф. др Растко Чукић, дипл. инж. маш.

ОТПОРНОСТ МАТЕРИЈАЛА 5 - Таблице

једанаесто издање

Рецензенти:

проф. др Влатко Брчић, дипл. инж.
проф. др Бранислав Билен, дипл. инж.

Издавач

Машински факултет Универзитета у Београду
ул. Краљице Марије 16, 11020 Београд
тел: 011 3370 760 и 3302 384,
факс: 011 3370 364

За издавача

проф. др Радивоје Митровић, декан

Главни и одговорни уредник

проф. др Милан Лечић

Одобрено за штампу одлуком Декана Машинског факултета у Београду

Број одлуке: 19/2021 од 09.07.2021.године

Тираж

2000 примерака

Штампа

ПЛАНЕТА ПРИНТ

11000 Београд

ISBN 978-86-6060-083-9

Забрањено прештампавање и фотокопирање.
Сва права задржавају издавач и аутори.

САДРЖАЈ

1. НЕКИ ОБРАСЦИ ОТПОРНОСТИ МАТЕРИЈАЛА	4
1.1. Тензор напона и тензор деформације	4
1.1.1. Тензор напона	4
1.1.2. Тензор деформације	5
1.1.3. Неке константе еластичности	5
1.1.4. Везе напона и деформације	6
1.1.4.1. Просторно напонско стање	6
1.1.4.2. Равно стање напона	6
1.1.4.3. Равно стање деформације	7
1.2. Анализа стања напона и стања деформације	9
1.2.1. Равно стање напона	9
1.2.2. Чисто смицање	10
1.2.3. Савијање греде	11
1.2.4. Подужно затегнути или притиснути штап	11
1.3. Основне врсте напрезања штапова – греда	13
1.3.1. Затезање и притисак	13
1.3.2. Увијање штапа кружног пуног или прстенастог попречног пресека	13
1.3.3. Увијање штапа произвољног попречног пресека	14
1.3.4. Чисто савијање	14
1.3.5. Савијање силама	15
1.4. Сложена напрезања штапова – греда	16
1.4.1. Косо савијање (косо чисто савијање)	16
1.4.2. Ексцентрично затезање или притисак	17
1.5. Деформацијски рад	17
1.6. Хипотезе о сломену	20
2. НЕКИ МАТЕМАТИЧКИ ОБРАСЦИ	23
3. ГЕОМЕТРИЈСКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА	28
3.1. Уопштена геометријска карактеристика (момент m^+n -ог реда) површине A за координатни систем xOy	28
3.2. Посебне геометријске карактеристике	28
3.2.1. Површина попречног пресека	28
3.2.2. Статички момент површине A за осу x	28
3.2.3. Статички момент површине A за осу y	29
3.2.4. Момент инерције површине A за осу x	29

3.2.5.	Момент инерције површине A за осу y	29
3.2.6.	Центрифугални момент инерције површине A за осе xOy	29
3.2.7.	Поларни момент инерције површине A за пол O	29
3.2.8.	Полупречници инерције површине A за осе x и y	29
3.3.	Промена момената инерције при паралелном померању координатног система	29
3.3.1.	Два произвољна паралелна координатна система	29
3.3.2.	Штајнерови (Steiner) обрасци	30
3.4.	Промена момената инерције при заокретању координатног система	30
3.4.1.	Произвољно заокренут координатни систем	30
3.4.2.1.	Положај главних тежишних оса	31
3.4.2.2.	Главни тежишни моменти инерције	31
3.4.2.3.	Главни полупречници инерције	31
3.5.	Приближно израчунавање геометријских карактеристика попречних пресека	32
3.5.1.	Трапезно правило	32
4.	ЕЛАСТИЧНЕ ЛИНИЈЕ	56
4.1.	Проста греда	57
4.2.	Конзола	78
5.	СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИ СИСТЕМИ	89
5.1.	Непрекидни гредни носачи	89
5.1.1.	Образац трију момената (Слареугоп-ов образац)	89
5.1.2.	Отпори ослонаца	90
5.1.3.	Носачи са уклештеним крајевима	90
5.1.3.1.	Леви крај уклештен	90
5.1.3.2.	Десни крај уклештен	91
5.2.	Произвољни статички неодређени системи са линеарно еластичним понашањем	91
5.2.1.	Канонске једначине методе сила	91
5.2.2.	Одређивање утицајних коефицијената	92
5.2.2.1.	Maxwell-Mohr - ови интеграли	92
5.2.2.2.	Верешћагинов поступак	93
5.2.2.3.	Коришћење таблице	94
5.2.2.4.	Израчунавање површина (A_i^*) и положаја тежишта (z_i^*) за случајеве неких карактеристичних оптерећења	97
6.	ИЗВИЈАЊЕ	101
7.	КОНСТРУКТИВНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ НЕКИХ МАШИНСКИХ МАТЕРИЈАЛА	126
8.	СТАНДАРДИ ПРОФИЛА	141

1.3. Основне врсте напрезања штапова - греда	
1.3.1. Затезање и притисак	
Подужна (аксијална) затезна или притисна сила у посматраном пресеку	$N = N(z)$
Нормални напон у попречном пресеку	$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A(z)}$
Линијска деформација (дилатација)	$\varepsilon(z) = \frac{N(z)}{EA(z)}$
Издужење или скраћење штапа дужине z	$\Delta z = \int_0^z \frac{N(z)}{EA(z)} dz$
Издужење или скраћење штапа $A = \text{const}$, дужине l , услед силе $N = \text{const}$	$\Delta l = \frac{N}{EA} l$
Дилатација штапа услед промене температуре	$\varepsilon = \alpha \Delta t$
Издужење или скраћење штапа услед промене температуре	$\Delta z = z \alpha \Delta t$ $\Delta l = l \alpha \Delta t$
Потребне димензије попречног пресека на основу дозвољеног напона σ_d	$A(z) = \frac{N(z)}{\sigma_d}$

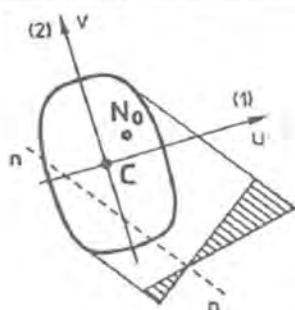
1.3.2. Увијање штапа кружног пуног или прстенастог попречног пресека	
d - спољашњи пречник пуног или прстенастог пресека, d_1 - унутрашњи пречник прстенастог пресека, $\psi = d_1/d$	
Момент увијања у посматраном пресеку	$M_t = M_t(z)$
Поларни момент инерције	I_o
Поларни отпорни момент	$W_o = \frac{I_o}{r} = \frac{2 I_o}{d}$
Напон смицања у попречном пресеку z , на удаљености ρ од центра	$\tau(z, \rho) = \frac{M_t(z)}{I_o(z)} \cdot \rho$
Највећи напон смицања у попречном пресеку z	$\tau_{max}(z) = \frac{M_t(z)}{W_o(z)}$
Највећи напон смицања у штапу	$\tau_{max} = \left(\frac{M_t(z)}{W_o(z)} \right)_{max}$

Највећи напон смицања за $W_o = const$	$\tau_{max} = \frac{M_t \max}{W_o}$
Јединични угао заокретања (угао увијања)	$\theta'(z) = \frac{d\theta}{dz} = \frac{M_t(z)}{G I_o(z)}$
Угао заокретања попречног пресека z	$\theta(z) = \int_0^z \frac{M_t(z)}{G I_o(z)} dz \quad \text{rad}$
Угао заокретања штапа $I_o = const$, услед момента $M_t = const$	$\theta = \frac{M_t}{G I_o} l \quad \text{rad}$
Потребни пречник пуног или прстенастог попречног пресека на основу дозвољеног напона смицања τ_d	$d = 3\sqrt{\frac{16 M_t(z)}{\pi \tau_d}}$ $d = 3\sqrt{\frac{16 M_t(z)}{\pi \tau_d (1-\psi^4)}}$
Потребни пречник пуног или прстенастог попречног пресека на основу дозвољеног јединичног угла увијања θ'_d	$d = 4\sqrt{\frac{32 M_t(z)}{\pi G \theta'_d}}$ $d = 4\sqrt{\frac{32 M_t(z)}{\pi G \theta'_d (1-\psi^4)}}$
1.3.3. Увијање штапа произвољног попречног пресека	
Увојни момент инерције (увојна константа)	I_t
Увојни отпорни момент	W_t
Највећи напон смицања у попречном пресеку	$\tau_{max}(z) = \frac{M_t(z)}{W_t}$
Јединични угао заокретања (угао увијања)	$\theta'(z) = \frac{M_t(z)}{G I_t}$
1.3.4. Чисто савијање	
Попречна (трансверзална) сила	$T(z) = 0$
Момент савијања	$M(z) = M = const$
Нормални напон	$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{M_y}{I_y} x$
Отпорни момент	$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}, \quad W_y = \frac{I_y}{x_{max}}$
Највећи нормални напон	$\sigma_{max} = \frac{M}{W} = const$
Кривина еластичне линије при чистом савијању	$K = u'' = -\frac{M}{EI} = const$

1.3.5. Савијање силама	
Попречна (трансверзална) сила	$T(z) \neq 0$
Момент савијања	$M(z) \neq const$
Главне тежишне осе	$x, y, I_{xy} = 0$
Моменти савијања око главних тежишних оса x и y	$M_x = M_x(z); M_y = M_y(z)$
Попречне силе у правцима главних тежишних оса	$T_x = T_x(z); T_y = T_y(z)$
Нормални напони при савијању око осе x , односно око осе y	$\sigma(z, y) = \frac{M_x(z)}{I_x(z)} \cdot y$ $\sigma(z, x) = \frac{M_y(z)}{I_y(z)} \cdot x$
Највећи нормални напони у пресеку, при савијању око осе x , односно око осе y	$\sigma(z, y)_{max} = \frac{M_x(z)}{W_x(z)}$ $\sigma(z, x)_{max} = \frac{M_y(z)}{W_y(z)}$
Отпорни момент за осу x , односно осу y	$W_x(z); W_y(z)$
Највећи напон у греди	$\sigma_{max} = \left(\frac{M_x(z)}{W_x(z)} \right)_{max}$ $\sigma_{max} = \left(\frac{M_y(z)}{W_y(z)} \right)_{max}$
Највећи напон у греди $W_x = const$; односно $W_y = const$;	$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x}$ $\sigma_{max} = \frac{M_{ymax}}{W_y}$
Напони смицања услед дејства поперечне силе у правцу осе x , односно осе y	$\tau_{zy} = \frac{T_y(z)}{I_x(z)} \left(\frac{\bar{S}_x}{\xi} \right)$ $\tau_{zx} = \frac{T_x(z)}{I_y(z)} \left(\frac{\bar{S}_y}{\eta} \right)$
\bar{S}_x и \bar{S}_y су статички моменти за осу x , односно y , површина изнад слоја ширине ξ , односно η , а у коме се тражи напон смицања	
Потребне димензије поперечног пресека	$W(z) = \frac{M(z)}{\sigma_d}$ $W_{max} = \frac{M_{max}}{\sigma_d}$
Еластична линија савијене греде	$u = u(z)$

Диференцијална једначина еластичне линије при савијању око осе x , односно осе y	$u''_{xx}(z) = -\frac{M_x(z)}{E I_x(z)}; u''_{yy}(z) = -\frac{M_y(z)}{E I_y(z)}$
Кривина еластичне линије савијене греде	$K = \frac{1}{\rho} = \frac{u''}{(1+u'^2)^{3/2}} \neq const$
Кривина у случају малих деформација	$K \cong u''(z) \neq const$
1.4. Сложена напрезања штапова - греда	
1.4.1. Косо савијање (косо чисто савијање)	
Раван дејства оптерећења S - S затвара угао φ са главном тежишном осом 1. Вектор момента M управан је на раван дејства оптерећења.	
Главне тежишне осе 1, 2	u, v
Компоненте момента савијања око осе 1 односно осе 2	$M_1 = \pm M \sin \varphi$ $M_2 = \mp M \cos \varphi$
Укупни нормални напон у посматраном пресеку	$\sigma = \frac{M_1}{I_1} v - \frac{M_2}{I_2} u =$ $= \pm M \left(\frac{\sin \varphi}{I_1} v + \frac{\cos \varphi}{I_2} u \right)$
Једначина неутралне линије (неутралног слоја) у посматраном пресеку	$v = k \cdot u = \left(-\frac{I_1}{I_2} \operatorname{ctg} \varphi \right) \cdot u$
Коефицијент правца неутралне линије која заклапа угао ψ са осом 1	$k = \operatorname{tg} \psi = -\frac{I_1}{I_2} \operatorname{ctg} \varphi$
Одстојање посматране тачке од неутралне линије	e
Одстојање најудаљеније тачке	e_{max}
Напон у произвољној тачки	$\sigma = \frac{e}{e_{max}} \sigma_{max}$

1.4.2. Ексцентрично затезање или притисак



Главне тежишне осе 1, 2	u, v
Нападна тачка ексцентричне затежуће или притискујуће силе	$N_o(u_o, v_o)$;
Укупни нормални напон у попречном пресеку	$\sigma = \pm \frac{F}{A} \left(1 + \frac{u_o}{i_u^2} u + \frac{v_o}{i_v^2} v \right)$
Једначина неутралне линије (неутралног слоја) у попречном пресеку	$v = k u + b = - \left(\frac{u_o}{v_o} \frac{i_u^2}{i_v^2} u + \frac{i_u^2}{v_o} \right)$
Сегментни облик неутралне линије	$\frac{u}{a_n} + \frac{v}{b_n} = 1$
Одсеци неутралне линије на координатним осама 1 и 2	$a_n = - \frac{i_u^2}{u_o}; \quad b_n = - \frac{i_v^2}{v_o}$

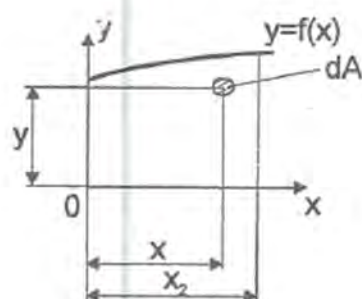
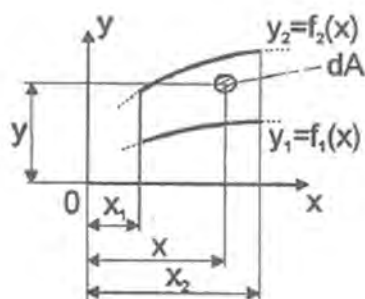
1.5. Деформацијски рад

Специфични деформацијски рад нормалних напона	$A_{dn}' = \frac{\sigma \varepsilon}{2} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E \varepsilon^2}{2}$
Специфични деформацијски рад смицајних напона	$A_{ds}' = \frac{\tau \gamma}{2} = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{G \gamma^2}{2}$
Специфични деформацијски рад изражен преко напона и деформација	$A_d' = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx})$
Специфични деформацијски рад изражен преко главних напона и главних дилатација	$A_d' = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)$
Специфични деформацијски рад промене запремине	$A_d^V = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \frac{3E}{2(1-2\nu)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)^2 = \frac{\sigma_s \varepsilon_v}{2} = \frac{\sigma_s^2}{2K} = \frac{K \varepsilon_v^2}{2}$

3. ГЕОМЕТРИЈСКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА

3.1. Уопштена геометријска карактеристика (момент $m+n$ -ог реда) површине A за координатни систем xOy

$$J_{m,n} = \int_A x^m y^n dA, \quad (m, n = 0, 1, 2). \quad (1)$$



$$dA = dx dy$$

$$y_1 = f_1(x),$$

$$y_2 = f_2(x).$$

$$J_{m,n} = \int \int x^m y^n dx dy =$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} x^m \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} y^n dy dx =$$

$$= \frac{1}{1+n} \int_{x_1}^{x_2} x^m (f_2^{n+1}(x) - f_1^{n+1}(x)) dx$$

$$x_1 = y_1 = 0,$$

$$y_2 = f(x).$$

$$J_{m,n} = \int \int x^m y^n dx dy =$$

$$= \int_0^{x_2} x^m \int_0^{f(x)} y^n dy dx =$$

$$= \frac{1}{1+n} \int_0^{x_2} x^m f^{n+1}(x) dx \quad (2)$$

3.2. Посебне геометријске карактеристике

3.2.1. Површина попречног пресека

$$J_{0,0} = \int_A dA = A, \quad [L^2], \quad >0 \quad (3)$$

3.2.2. Статички момент површине A за осу x

$$J_{0,1} = \int_A y dA = S_x, \quad [L^3], \quad =0 \quad (4)$$

3.2.3. Статички момент површине A за осу y

$$J_{1,o} = \int_A x dA = S y_c, \quad [L^3], \quad =0 \quad (5)$$

3.2.4. Момент инерције површине A за осу x

$$J_{o,2} = \int_A y^2 dA = I_x, \quad [L^4], \quad >0 \quad (6)$$

3.2.5. Момент инерције површине A за осу y

$$J_{2,o} = \int_A x^2 dA = I_y, \quad [L^4], \quad >0 \quad (7)$$

3.2.6. Центрифугални момент инерције површине A за осе xOy

$$J_{1,1} = \int_A x y dA = I_{xy}, \quad [L^4], \quad =0 \quad (8)$$

3.2.7. Поларни момент инерције површине A за пол O

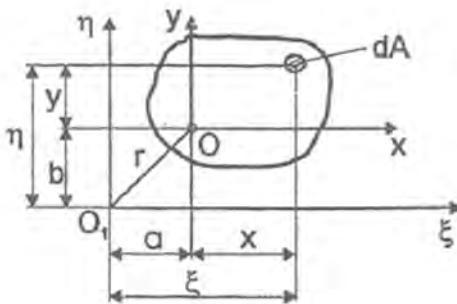
$$J_{2,o} + J_{o,2} = I_x + I_y = \int_A r^2 dA = I_o, \quad [L^4], \quad >0 \quad (9)$$

3.2.8. Полупречници инерције површине A за осе x и y

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad [L], \quad (10)$$

3.3. Промена момената инерције при паралелном померању координатног система

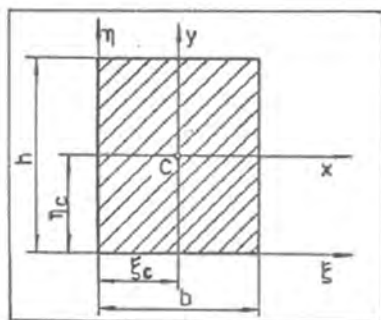
3.3.1. Два произвољна паралелна координатна система



$$I_{\xi} = I_x + A b^2 + 2 S_x (\pm b)$$

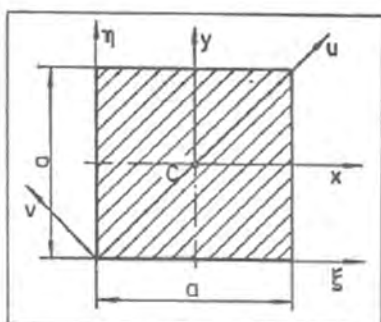
$$I_{\eta} = I_y + A a^2 + 2 S_y (\pm a)$$

(11)



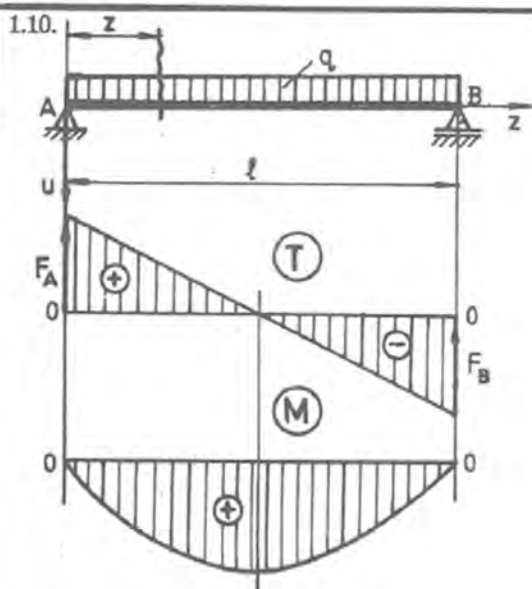
A	$b h$
ξ_c	$\frac{b}{2}$
η_c	$\frac{h}{2}$
$S_x^{(1/2)}$	$\frac{b h^2}{8}$

I_x	I_y	I_{xy}	I_ξ	I_η	$ I_{\xi\eta} $
$\frac{b h^3}{12}$	$\frac{b^3 h}{12}$	0	$\frac{b h^3}{3}$	$\frac{b^3 h}{3}$	$\frac{b^2 h^2}{4}$
W_x	W_y	i_x	i_y		
$\frac{b h^2}{6}$	$\frac{b^2 h}{6}$	$\frac{h \sqrt{3}}{6}$	$\frac{b \sqrt{3}}{6}$		



A	a^2
$S_x^{(1/2)}$	$\frac{a^3}{8}$
$S_u^{(1/2)}$	$\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$

I_x	I_y	I_{xy}	I_ξ	I_η	$ I_{\xi\eta} $
$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	0	$\frac{a^4}{3}$	$\frac{a^4}{3}$	$\frac{a^4}{4}$
$W_x = W_y$	W_u		I_u	I_v	I_{uv}
$\frac{a^3}{6}$	$\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$		$\frac{a^4}{12}$	$\frac{7}{12} a^4$	0



$$a = 0; b = l; c = 0$$

$$m = n = \frac{l}{2}; e = l$$

$$F_A = F_B = \frac{ql}{2}$$

$$T(z) = \frac{1}{2} ql \left(1 - \frac{z}{l} \right)$$

$$M(z) = \frac{1}{2} ql^2 \left[1 - \left(\frac{z}{l} \right) \right] \left(\frac{z}{l} \right)$$

$$M_{\max} = \frac{1}{8} ql^2 \quad z = \frac{l}{2}$$

$$EIu''''(z) = -M(z)$$

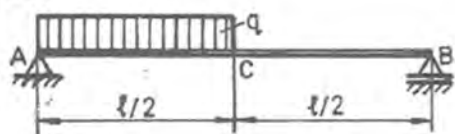
$$u'(z) = \frac{ql^3}{24EI} \left[1 - 6 \left(\frac{z}{l} \right)^2 + 4 \left(\frac{z}{l} \right)^3 \right]$$

$$u(z) = \frac{ql^4}{24EI} \left[\left(\frac{z}{l} \right) - 2 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right)^4 \right]$$

$$\alpha = -\beta = \frac{ql^3}{24EI}$$

$$f_{\max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI} \quad z = \frac{l}{2}$$

1.11.



$$a = 0; b = \frac{l}{2}; m = \frac{b}{2}; n = c + \frac{b}{2}$$

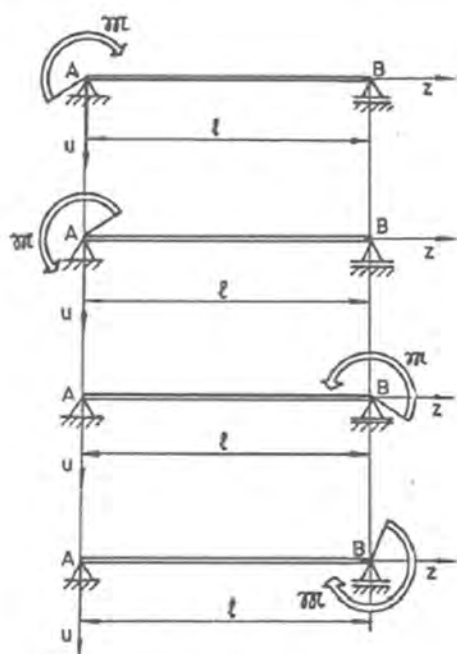
$$F_A = \frac{3}{8} ql \quad F_B = \frac{1}{8} ql$$

$$\alpha = \frac{3}{128} \frac{ql^3}{EI}$$

$$\beta = -\frac{7}{384} \frac{ql^3}{EI}$$

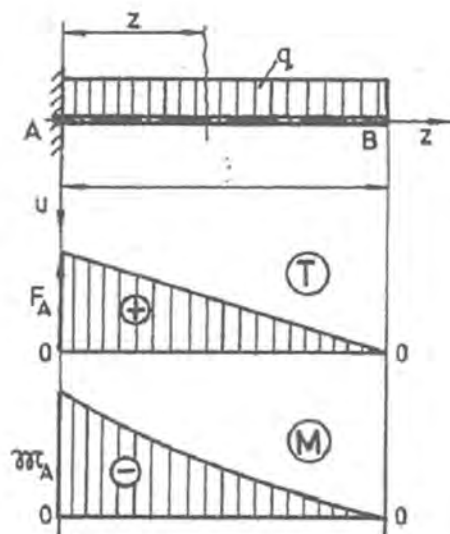
$$f_{(z=l/2)} = \frac{5}{768} \frac{ql^4}{EI}$$

1.22.



$$\left| f(z=\frac{l}{2}) \right| = \frac{Ml^2}{16EI}; \quad f_{\max} = \frac{\sqrt{3} Ml^2}{27 EI}$$

2.7



$$F_A = ql$$

$$\mathcal{M}_A = \frac{ql^2}{2}$$

$$T(z) = ql \left(1 - \frac{z}{l}\right)$$

$$M(z) = -\frac{ql^2}{2} \left(1 - \frac{z}{l}\right)^2$$

$$EIu''(z) = -M(z)$$

$$u'(z) = \frac{ql^3}{6EI} \left[1 - \left(1 - \frac{z}{l}\right)^3\right]$$

$$u(z) = \frac{ql^4}{24EI} \left[-1 + 4\left(\frac{z}{l}\right) + \left(1 - \frac{z}{l}\right)^4\right]$$

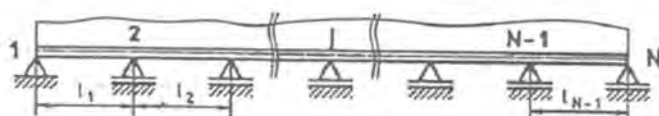
$$\gamma(z=l) = \frac{ql^3}{6EI}$$

$$f(z=l) = \frac{ql^4}{8EI}$$

5. СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИ СИСТЕМИ

5.1. Непрекидни гредни носачи

5.1.1. Образац трију момената (Слареугоп-ов образац)

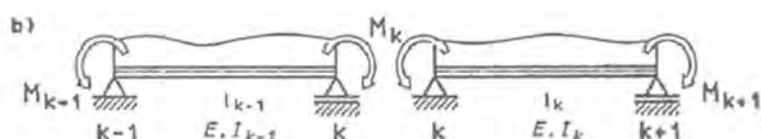


Број ослонаца N

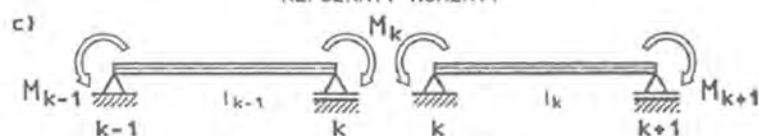
Број распона $N-1$

Број непознатих отпора ослонаца $N+1$

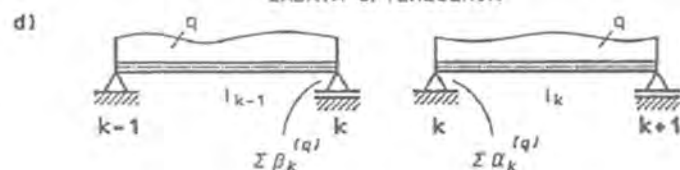
Степен статичке неодређености $k = N+1-3 = N-2$



НЕПОЗНАТИ МОМЕНТИ



ЗАДАТА ОПТЕРЕЋЕЊА



$$\sum \beta_k = \sum \alpha_k, \quad (1)$$

$$\frac{M_{k-1} l_{k-1}}{6 E I_{k-1}} + \frac{M_k}{3} \left(\frac{l_{k-1}}{E I_{k-1}} + \frac{l_k}{E I_k} \right) + \frac{M_{k+1} l_k}{6 E I_k} = \sum \alpha_k^q - \sum \beta_k^q, \quad (2)$$

$$k = 2, 3, \dots, N-1.$$

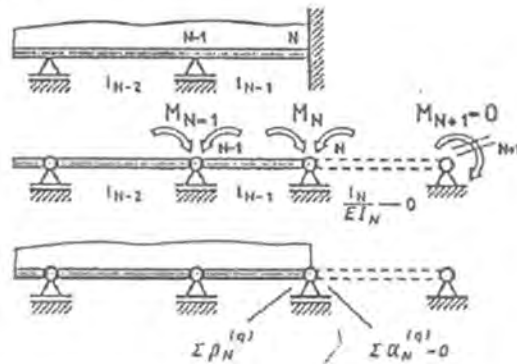
$\sum \alpha_k^q, \sum \beta_k^q$ нагиби од задатих оптерећења.

Образац треба исписати за

$$k = 1, 2, \dots, N-1,$$

при чему је $l_0/E I_0 \rightarrow 0$, $\sum \beta^q = 0$.

5.1.3.2. Десни крај уклештен



Образац (2) треба исписати за

$$k = 2, 3, \dots, N-1, N,$$

при чему је $l_{N-1}/E I_N \rightarrow 0$, $\sum \alpha^q = 0$.

5.2. Произвољни статички неодређени системи са линеарно еластичним понашањем

5.2.1. Канонске једначине методе сила

$$\alpha_{11} S_1 + \alpha_{12} S_2 + \dots + \alpha_{1j} S_j + \dots + \alpha_{1k} S_k + \Delta_1 = 0,$$

$$\alpha_{21} S_1 + \alpha_{22} S_2 + \dots + \alpha_{2j} S_j + \dots + \alpha_{2k} S_k + \Delta_2 = 0,$$

...

$$\alpha_{i1} S_1 + \alpha_{i2} S_2 + \dots + \alpha_{ij} S_j + \dots + \alpha_{ik} S_k + \Delta_i = 0,$$

(5)

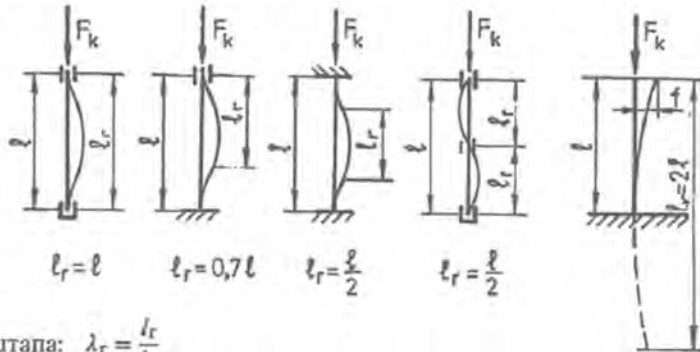
...

$$\alpha_{k1} S_1 + \alpha_{k2} S_2 + \dots + \alpha_{kj} S_j + \dots + \alpha_{kk} S_k + \Delta_k = 0,$$

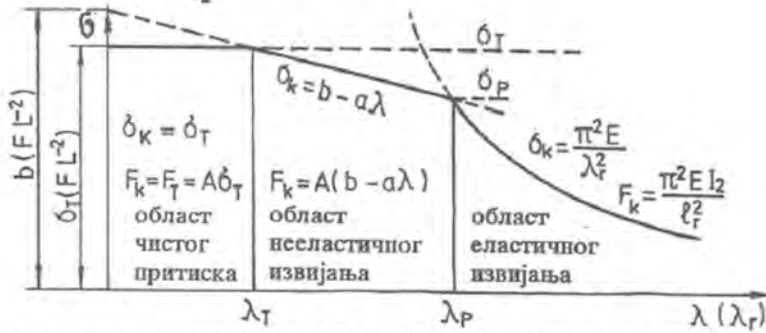
или, скраћено написано,

6. ИЗВИЈАЊЕ

Могући случајеви ослањања штапа:



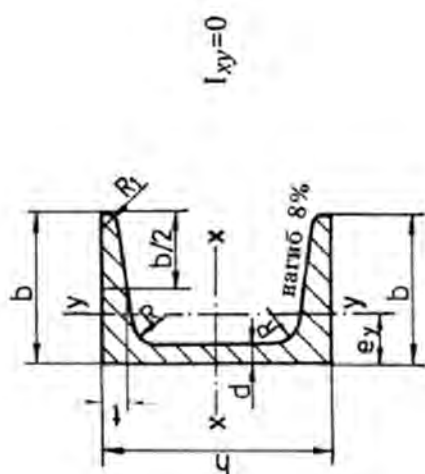
Виткост штапа: $\lambda_r = \frac{l_r}{i_2}$



Критични напон за неке материјале у области нееластичних извијања

Материјал	Виткост у нееластичној области од λ_T до λ_P	Критични напон σ [MPa]
Č.0360	84 - 108	289 - 0,82 λ
Č.0461	70 - 101	320 - 1,00 λ
Č.0561	63 - 86	589 - 3,80 λ
Сиви лив	10 - 80	$776 - 12 \lambda + 5,3 \frac{\lambda^2}{100}$
Алумин. легуре	$\lambda_P < 80$	$338 - 2,80 \frac{\lambda^2}{100}$
Дрво	$\lambda_P < 100$	29,3 - 0,2 λ

ЧЕЛИЧНИ "U" ПРОФИЛ - вруће валјанић - Облик и мере	JUS С.В3.141 УП - 1962
--	------------------------------



ЧЕЛИЧНИ 'U' ПРОФИЛ

JUS C.B3.141

Ознака	h	b	d	t=R	R1	A	G	I _x	W _x	i _x	I _y	W _y	i _y	I _t	S _x	s _x	e _y
	mm	mm	mm	mm	mm	cm ²	kg/m	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm
6,5	65	42	5,5	7,5	4	9,03	7,09	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25	1,65			1,42
8	80	45	6	8	4	11,0	8,64	105	26,5	3,10	19,4	6,36	1,33	2,7	15,9	6,65	1,45
10	100	50	6	8,5	4,5	13,5	10,5	205	41,2	3,91	29,3	8,49	1,47	3,1	24,5	8,42	1,55
12	120	55	7	9	4,5	17,0	13,4	364	60,7	4,62	43,2	11,1	1,59	4,2	36,3	10,0	1,60
14	140	60	7	10	5	20,4	16,0	605	86,4	5,45	62,7	14,8	1,75	6,5	51,4	11,8	1,75
16	160	65	7,5	10,5	5,5	24,0	18,8	925	116	6,21	85,3	18,3	1,89	8,5	68,8	13,3	1,84
18	180	70	8	11	5,5	28,0	22,0	1350	150	6,95	114	22,4	2,02	11	89,6	15,1	1,92
20	200	75	8,5	11,5	6	32,2	25,3	1910	191	7,70	148	27,0	2,14	14	114	16,8	2,01
(22)	220	80	9	12,5	6,5	37,4	29,4	2650	245	8,48	197	33,6	2,30	19	146	18,5	2,14
24	240	85	9,5	13	6,5	42,3	33,2	3600	300	9,22	248	39,6	2,42	23	179	20,1	2,23
26	260	90	10	14	7	48,3	37,9	4820	371	9,99	317	47,7	2,56	30	221	21,8	2,36
(28)	280	95	10	15	7,5	53,3	41,8	6280	448	10,9	399	57,2	2,74	38	266	23,6	2,53
30	300	100	10	16	8	58,8	46,2	8030	535	11,7	495	67,8	2,90	47	316	25,4	2,70

ЧЕЛИЧНИ " I " ПРОФИЛ

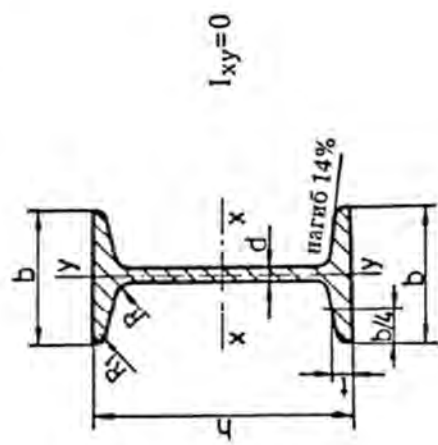
- вруће ваљани -

Облик и мере

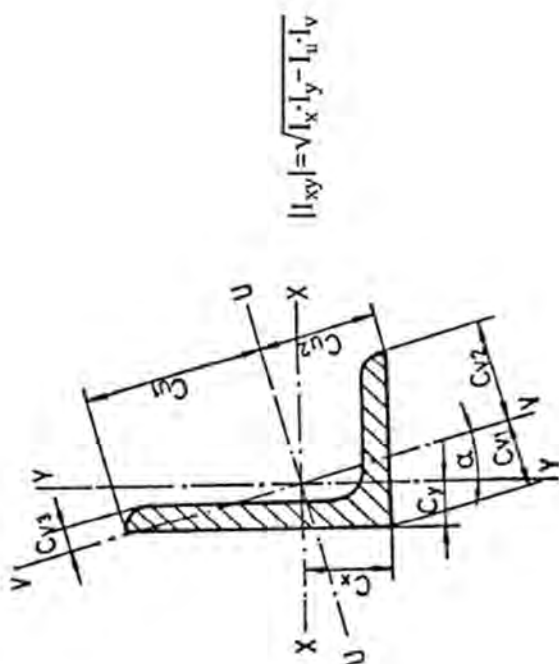
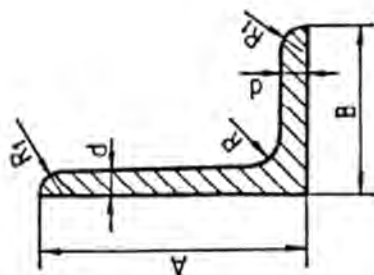
JUS

C.B3.131

VIII - 1962



<p>Вруфевальвани челници ЧЕЛИЧНИ РАЗНОКРАКИ УГАОНИЦИ Облик и мере</p>	<p>JUS С.ВЗ.111 1989</p>
---	----------------------------------



$$|I_{xy}| = \sqrt{I_x I_y - I_{x'} I_{y'}}$$