Universitat Politècnica de Catalunya – BarcelonaTech
OPE-PROTHIUS – Organización de la Producción en Talleres Híbridos

Gestión de la cadena de suministro. Secuenciación Heijunka de productos

Gestión de la cadena de suministro 240235 - 240AU072 – Máster Universitario en Ingeniería de Automoción (240MEAUT19) – ETSEIB

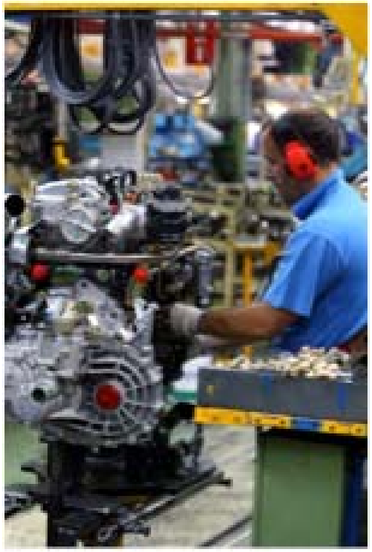
Joaquín Bautista-Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2020/30.AU 240235 - 240AU072 (2020-10-30) - http://futur.upc.edu/OPE - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC

Contenido

- Secuenciación. Contexto JIT
- Antecedentes
- Introducción
- Secuenciación. Concepto y tipología
- Líneas de modelos mixtos
- PRV. Formulación
- PRV. Resolución Hamilton
- PRV. Resolución H1
- PRV. Resolución H2
- PRV. Fechas y ciclos idóneos
- PRV. Métodos Multiplicadores
- PRV. Propiedades de los métodos multiplicadores
- Analogía político-industrial

Secuenciación. Contexto JIT



Características de un motor

1.- 747 piezas y 330 referencias en 6 versiones del motor diesel
2.- Nº de operaciones de Montaje: 378 (incluida la prueba rápida).
3.- Nº de operarios, para un turno de 301 motores: 79

Características de la fabricación

1.- Montaje: 9 tipos de motores de 3 familias: 4x4 (p1 a p3); furgonetas (p4, p5); camiones MT (p6 a p9).
2.- Nº de operaciones: 140. Atributos: temporales, espaciales y de riesgo
3.- Demanda diaria: 30 motores de cada tipo (instancia #1 Nissan-BCN), 2 turnos de 6h 45' (8h): c=180 s.

Antecedentes

Producción Artesanal

Producción Industrial

Producción en Cadena

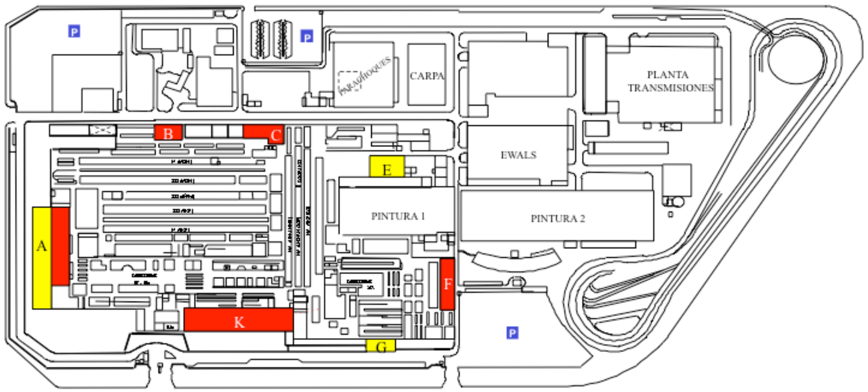
Producción Flexible

Producción JIT

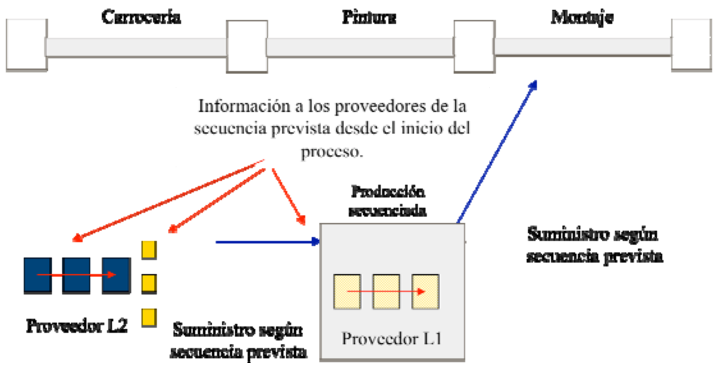
Producción Actual

\+ Producción + Eficiencia + Flexibilidad - Costes

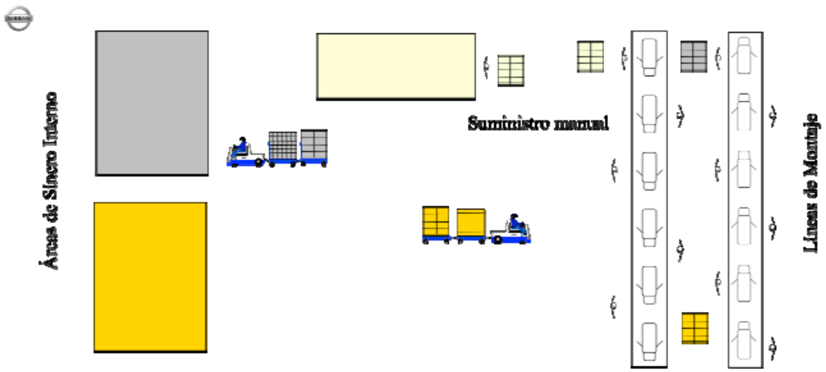
Introducción



Planta de fabricación Nissan-BCN



Procesos: Body Shop. Paint Shop. Trim &Chasis.



Suministro a líneas. Logística Interna

Ejemplos de líneas objeto de estudio

Secuenciación. Concepto y tipología

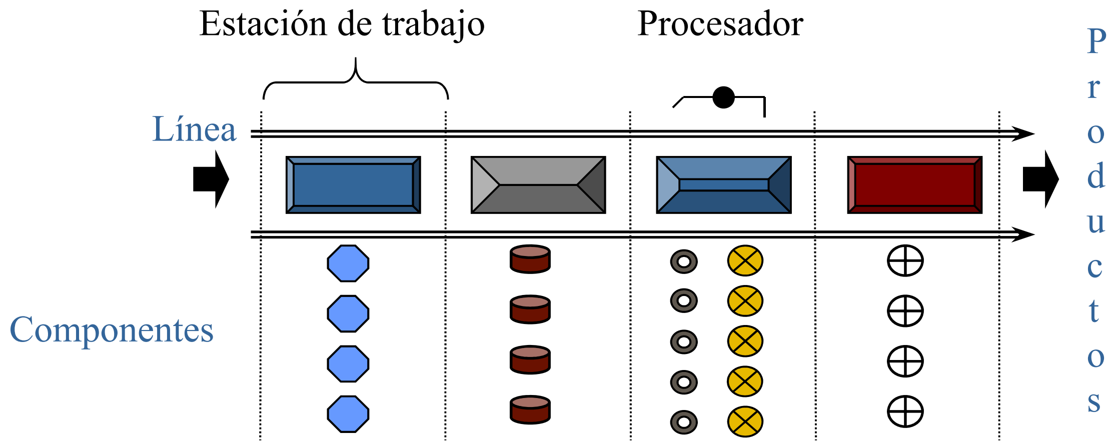
Secuenciación · Concepto: Establecer un orden de lanzamiento para las operaciones en función de uno o más criterios productivos y/o económicos· Programa de operaciones con horizonte diario.

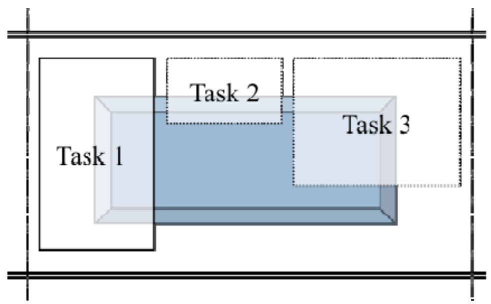
Siglas	Nombre del problema	Objetivo
PRV	Product Rate Variation Problem	Preservar el mix de producción en toda la secuencia
ORV	Output Rate Variation Problem	Conseguir un consumo de componentes constante en el tiempo
CSP	Car Sequencing Problem	Máxima satisfacción de restricciones sobre la limitación del consumo de componentes en intervalos temporales
MMSP-W	Mixed Model Sequencing Problem with Work-overload Minimization	Minimizar la sobrecarga de trabajo (maximizar el trabajo completado) en las estaciones de la línea

Elementos	PRV	ORV	CSP	MMSP-W
(I) Productos · (J) Componentes · (K) Estaciones	I	I · J	I ·J	I · K
Plan de Demanda / Plan de Producción	I	I	I	I
(N) Matriz de consumo · (P) Tiempos de proceso	-	N	N	P
Función Objetivo: (R) Regularidad · (W) Sobrecarga	Max R(I)	Max R(J)	-	Min W
Restricciones sobre productos o componentes	-	-	Max-Sat (J)	-

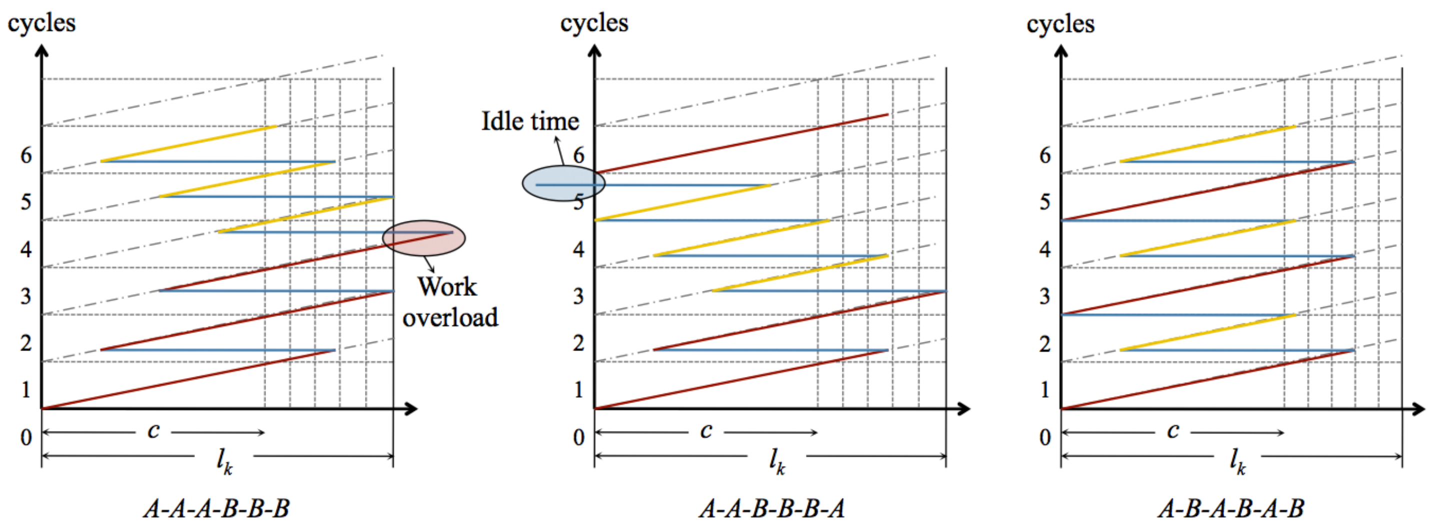
PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Líneas de modelos mixtos. Secuencias





Problemas de secuencias: LS (Level Scheduling). CSP (Car Sequencing). MMSP-W (Workoverload)



Problema PRV básico · Elementos

Concepto: Obtener una secuencia de productos con máxima preservación del mix de producción

Problema · PRV básico (Product Rate Variation) · Nomenclatura:

Parámetros:

I, i Conjunto de tipos de producto · Índice de producto : $i = 1,..,|I|$

T, t Horizonte de secuenciación en ciclos · Índice de ciclo : $t = 1,..,T$

$\vec{d}, D$ Vector demanda $\vec{d} = (d_1,.., d_{|I|})$ · Demanda total : $D = \sum_{i \in I} d_i$ (por convenio $D \equiv T$)

$\vec{\lambda}$ Vector mix de producción $\vec{\lambda} = (\lambda_1,.., \lambda_{|I|}) : \vec{\lambda} = \vec{d}/D$

Variables:

$\pi(T)$ Secuencia global de productos : $\pi(T) = (\pi_1,.., \pi_T)$

$\pi(t)$ Secuencia parcial de productos : $\pi(t) = (\pi_1,.., \pi_t) \subseteq \pi(T)$

$x_{i,t}$ Variable binaria que vale 1 si una unidad de tipo $i \in I$ se asigna a la posición t de la secuencia $\pi(T)$, y vale 0 en caso contrario.

$X_{i,t}$ Unidades de tipo $i \in I$ contenidas en la secuencia parcial $\pi(t) \subseteq \pi(T)$

$\Im_X$ Funciones de discrepancia de preservación del mix de producción : $\Im_X = \{\Delta_R(X), \Delta_E(X), \Delta_Q(X)\}$: Discrepancias rectangular $[\Delta_R(X)]$, euclídea $[\Delta_R(X)]$ y cuadrática $[\Delta_Q(X)]$

Problema PRV básico · Formulación

Problema · PRV básico · Formulación:

$$\text{Funciones de discrepancia:}\left\{\begin{array}{ll} 1.\Delta_R(X,t)=\sum_{i\in I}\left|X_{i,t}-\lambda_i t\right| & \Rightarrow \Delta_R(X)=\sum_{t=1}^{T}\Delta_R(X,t) \\ 2.\Delta_E(X,t)=\sqrt{\sum_{i\in I}\left(X_{i,t}-\lambda_i t\right)^2} & \Rightarrow \Delta_E(X)=\sum_{t=1}^{T}\Delta_E(X,t) \\ 3.\Delta_Q(X,t)=\sum_{i\in I}\left(X_{i,t}-\lambda_i t\right)^2 & \Rightarrow \Delta_Q(X)=\sum_{t=1}^{T}\Delta_Q(X,t) \end{array}\right\}$$

$$\text{Modelos } M\_PRV: \quad \min f\ \left(f\in\Im_X=\{\Delta_R(X),\Delta_E(X),\Delta_Q(X)\}\right) \qquad (1)$$

$$\text{s.a}:$$

$$\sum_{i\in I}x_{i,t}=1 \qquad \forall t=1,..,T \qquad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{T}x_{i,t}=d_i \qquad \forall i\in I \qquad (3)$$

$$X_{i,t}-\sum_{\tau=1}^{T}x_{i,\tau}=0 \qquad \forall i\in I,\forall t=1,..,T \qquad (4)$$

$$x_{i,t}\in\{0,1\} \qquad \forall i\in I,\forall t=1,..,T \qquad (5)$$

Ejemplo (6, 6, 1). Presentación

Ejemplo 2 · PRV básico · Enunciado:

En una misma línea de modelos mixtos se debe ensamblar un total de 13 unidades de producto pertenecientes a 3 tipos de motores distintos (i = 1,2,3). El plan de producción pactado está definido por la fabricación de 6 unidades de tipo 1, 6 unidades de tipo 2 y una unidad de tipo 3. Considerando un contexto de fabricación JIT, establezca una secuencia de motores, lo más regular posible, atendiendo a la preservación del mix de producción a lo largo del tiempo.

$$I = \{1,2,3\} \qquad |I| = 3 \qquad T \equiv D = 13 \qquad \left\{ \begin{array}{l} d_1 = 6u \Rightarrow \lambda_1 = 6/13 \\ d_2 = 6u \Rightarrow \lambda_2 = 6/13 \\ d_3 = 1u \Rightarrow \lambda_3 = 1/13 \end{array} \right\}$$

Ejemplo (6, 6, 1). Resolución. Reparto proporcional Hamilton

Ejemplo 2 · PRV básico · Resolución como problema de reparto proporcional (Paradoja de Alabama):

	Óptimo tentativo			*Parte entera*			*Fracción*			*Óptimo*			
t	$\hat{X}_{1,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$\lfloor \lambda_1 t \rfloor$	$\lfloor \lambda_2 t \rfloor$	$\lfloor \lambda_3 t \rfloor$	$r_{1,t}$	$r_{2,t}$	$r_{3,t}$	$X^*_{1,t}$	$X^*_{2,t}$	$X^*_{3,t}$	π_t
1	0.46	0.46	0.08	0	0	0	0.46	0.46	0.08	1	0	0	1
2	0.92	0.92	0.15	0	0	0	0.92	0.92	0.15	1	1	0	2
3	1.38	1.38	0.23	1	1	0	0.38	0.38	0.23	2	1	0	1
4	1.85	1.85	0.31	1	1	0	0.85	0.85	0.31	2	2	0	2
5	2.31	2.31	0.38	2	2	0	0.31	0.31	0.38	2	2	1	3
6	2.77	2.77	0.46	2	2	0	0.77	0.77	0.46	3	3	0	1,2,-3
7	3.23	3.23	0.54	3	3	0	0.23	0.23	0.54	3	3	1	3
8	3.69	3.69	0.62	3	3	0	0.69	0.69	0.62	4	4	0	1,2,-3
9	4.15	4.15	0.69	4	4	0	0.15	0.15	0.69	4	4	1	3
10	4.62	4.62	0.77	4	4	0	0.62	0.62	0.77	5	4	1	1
11	5.08	5.08	0.85	5	5	0	0.08	0.08	0.85	5	5	1	2
12	5.54	5.54	0.92	5	5	0	0.54	0.54	0.92	6	5	1	1
13	6.00	6.00	1.00	6	6	1	0.00	0.00	0.00	6	6	1	2

Problema PRV básico. Reparto proporcional. Heurística H-1

Problema · PRV básico · Resolución problema de reparto proporcional (heurística basada en Hamilton):

Función objetivo: $\min f(t)\left(f(t) \in \Im_X(t) = \{\Delta_R(X,t), \Delta_E(X,t), \Delta_Q(X,t)\}\right) \forall t = 1,..,T$

s.a.: $\sum_{i \in I} X_{i,t} = t \forall t$, con $X_{i,t} \in Z^+ \cup \{0\} \forall i \forall t$

Resolución: $\frac{\partial f(t)}{\partial X_{i,t}} = 0 \Rightarrow X_{i,t} - \lambda_i t = 0 \Rightarrow \hat{X}_{i,t} = \lambda_i t = \lfloor \lambda_i t \rfloor + r_{i,t} \quad \forall i \forall t$ (óptimo tentativo)

donde $r_{i,t}$ son fracciones $(0 \leq r_{i,t} < 1)$

Monotonía: Condición heurística: $X^*_{i,t} \geq X^*_{i,t-1} \forall i \forall t$ (no garantiza óptimo)

Procedimiento H-1:

1. Iniciar: Hacer $X^*_{i,0} = 0 \forall i$ · Hacer $t = 1$ · Calcular $\lambda_i = d_i / T \ \forall i$
2. Fijar pseudo-óptimos por defecto: $X^*_{i,t} \leftarrow \max\{X^*_{i,t-1}, \lfloor \lambda_i t \rfloor\} \forall i$
3. Determinar fracciones $\hat{r}_{i,t}$ y resto R: $\hat{r}_{i,t} = \max\{0, \lambda_i t - X^*_{i,t}\} \forall i$, $R = t - \sum_{i \in I} X^*_{i,t}$
4. Determinar el producto con mayor fracción reducida: $i^* = \operatorname{argmax}_{i \in I} \{\hat{r}_{i,t}\}$
5. Añadir $R \in \{0,1\}$ a producto i^*: Hacer $X^*_{i^*,t} \leftarrow X^*_{i^*,t} + R$
6. Test de finalización: $\begin{cases} \text{Si } t = T \text{ Finalizar} \\ \text{Si } t < T \text{ Hacer } t \leftarrow t+1 \cdot \text{Ir a Paso 2} \end{cases}$

Ejemplo (6, 6, 1). Resolución. Reparto proporcional. Heurística H-1

Ejemplo 2 · PRV básico · Resolución como problema de reparto proporcional (Heurística H-1):

	Óptimo tentativo			*ps-Óptimo defecto*			*Fracción*			*Resto*	*ps-Óptimo*			
t	$\hat{X}_{1,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$X^*_{1,t}$	$X^*_{2,t}$	$X^*_{3,t}$	$\hat{r}_{1,t}$	$\hat{r}_{2,t}$	$\hat{r}_{3,t}$	R	$X^*_{1,t}$	$X^*_{2,t}$	$X^*_{3,t}$	π_t
1	0.46	0.46	0.08	0	0	0	0.46	0.46	0.08	1	1	0	0	1
2	0.92	0.92	0.15	1	0	0	0.00	0.92	0.15	1	1	1	0	2
3	1.38	1.38	0.23	1	1	0	0.38	0.38	0.23	1	2	1	0	1
4	1.85	1.85	0.31	2	1	0	0.00	0.85	0.31	1	2	2	0	2
5	2.31	2.31	0.38	2	2	0	0.31	0.31	0.38	1	2	2	1	3
6	2.77	2.77	0.46	2	2	1	0.77	0.77	0.00	1	3	2	1	1
7	3.23	3.23	0.54	3	3	1	0.23	0.23	0.00	0	3	3	1	2
8	3.69	3.69	0.62	3	3	1	0.69	0.69	0.00	1	4	3	1	1
9	4.15	4.15	0.69	4	4	1	0.15	0.15	0.00	0	4	4	1	2
10	4.62	4.62	0.77	4	4	1	0.62	0.62	0.00	1	5	4	1	1
11	5.08	5.08	0.85	5	5	1	0.08	0.08	0.00	0	5	5	1	2
12	5.54	5.54	0.92	5	5	1	0.54	0.54	0.00	1	6	5	1	1
13	6.00	6.00	1.00	6	6	1	0.00	0.00	0.00	0	6	6	1	2

Problema PRV básico · Heurística Greedy constructiva H-2

Problema · PRV básico · Resolución con procedimiento greedy constructivo (heurística H-2):

Función objetivo: $\min f(t) = \sum_{i\in I}\left(X_{i,t} - \lambda_i t\right)^2 = \sum_{i\in I}\left(X_{i,t-1} + x_{i,t} - \lambda_i t\right)^2 \quad \forall t = 1,..,T$

s.a.:

$X_{i,t-1} \equiv h_i \;\forall i \forall t \; \sum_{i\in I} h_i = t-1, \; h_i \le d_i \;\; \forall i$

$\sum_{i\in I:(h_i<d_i)} x_{i,t} = 1 \;\forall t \qquad x_{i,t} = \begin{Bmatrix} 1 \Leftrightarrow (\pi_t = i) \\ 0 \Leftrightarrow (\pi_t \ne i) \end{Bmatrix} \;\forall i \forall t$

Resolución: $f(t) = \sum_{i\in I}\left(X_{i,t} - \lambda_i t\right)^2 = \sum_{i\in I}\left(x_{i,t} + h_i - \lambda_i t\right)^2 = \sum_{i\in I}\left(x_{i,t} + H_{i,t}\right)^2$ con $H_{i,t} = h_i - \lambda_i t$

$f(t) = 1 + \sum_{i\in I} H_{i,t}^2 + 2\sum_{i\in I} x_{i,t} H_{i,t} \Rightarrow \min f(t) \Leftrightarrow \min \hat{f}(t) = \sum_{i\in I} x_{i,t}\left(h_i - \lambda_i t\right)$

Procedimiento H-2:

1. Iniciar: Hacer $h_i = 0 \;\; \forall i$ · Hacer $t = 1$ · Calcular $\lambda_i = d_i / T \;\; \forall i$
2. Determinar el producto con menor aportación: $i^* = \underset{i\in I:(h_i<d_i)}{\operatorname{argmin}}\{h_i - \lambda_i t\}$
3. Añadir producto i^* a la secuencia: Hacer $\pi_t \equiv i^*$, $h_{i^*} \leftarrow h_{i^*} + 1$
4. Test de finalización: $\begin{Bmatrix} \text{Si } t = T \text{ Finalizar} \\ \text{Si } t < T \text{ Hacer } t \leftarrow t+1 \cdot \text{Ir a Paso 2} \end{Bmatrix}$

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo (6, 6, 1). Resolución. Heurística Greedy constructiva H-2

Ejemplo 2 · PRV básico · Resolución con procedimiento greedy constructivo (heurística H-2):

	Producción (t-1)			Producción ideal			Índice H			H_{min}	ps-Óptimo			
t	h_1	h_2	h_3	$\lambda_1 t$	$\lambda_2 t$	$\lambda_3 t$	$H_{1,t}$	$H_{2,t}$	$H_{3,t}$	$\hat{f}^*(t)$	$X^*_{1,t}$	$X^*_{2,t}$	$X^*_{3,t}$	π_t
1	0	0	0	0.46	0.46	0.08	-0.46	-0.46	-0.08	-0.46	1	0	0	1
2	1	0	0	0.92	0.92	0.15	0.08	-0.92	-0.15	-0.92	1	1	0	2
3	1	1	0	1.38	1.38	0.23	-0.38	-0.38	-0.23	-0.38	2	1	0	1
4	2	1	0	1.85	1.85	0.31	0.15	-0.85	-0.31	-0.85	2	2	0	2
5	2	2	0	2.31	2.31	0.38	-0.31	-0.31	-0.38	-0.38	2	2	1	3
6	2	2	1	2.77	2.77	0.46	-0.77	-0.77	0.54	-0.77	3	2	1	1
7	3	2	1	3.23	3.23	0.54	-0.23	-1.23	0.46	-1.23	3	3	1	2
8	3	3	1	3.69	3.69	0.62	-0.69	-0.69	0.38	-0.69	4	3	1	1
9	4	3	1	4.15	4.15	0.69	-0.15	-1.15	0.31	-1.15	4	4	1	2
10	4	4	1	4.62	4.62	0.77	-0.62	-0.62	0.23	-0.62	5	4	1	1
11	5	4	1	5.08	5.08	0.85	-0.08	-1.08	0.15	-1.08	5	5	1	2
12	5	5	1	5.54	5.54	0.92	-0.54	-0.54	0.08	-0.54	6	5	1	1
13	6	5	1	6.00	6.00	1.00	0.00	-1.00	0.00	-1.00	6	6	1	2

PRV con ciclos idóneos de fabricación. Elementos

Concepto: Obtener una secuencia de productos con fabricación ajustada a ciclos idóneos equidistantes

Problema · PRV con ciclos idóneos de fabricación · Nomenclatura:

Parámetros:

I, D, T Conjunto de tipos de producto · Demanda total · Horizonte de secuenciación en ciclos $(T \equiv D)$

i, d_i, t Índice de tipo de producto $i \in I : i = 1,..,|I|$ · Demanda del producto $i \in I$ · Índice de ciclo : $t = 1,..,T$

λ_i, ν_i Proporción de la demanda de $i \in I$ sobre $D : \lambda_i = d_i / D$ · Frecuencia del producto $i : \nu_i = \lambda_i \; \forall i \in I$

t, T_i Índice de ciclo de fabricación : $t = 1,..,T$ · Periodo asociado al producto $i : T_i = 1/\nu_i \forall i \in I$

$u_i, t^*_{h_i}$ Número de orden de las unidades de tipo $i \in I : u_i = 1,2,.., d_i$ · Ciclo idóneo de fabricación de $u_i : i \in I$

Variables:

$\pi(\cdot)$ Secuencia global de productos : $\pi(T) = (\pi_1,..,\pi_T)$ · Secuencia parcial : $\pi(t) = (\pi_1,..,\pi_t) \subseteq \pi(T)$

$x_{u_i,t}, t_{u_i}$ Variable binaria que vale 1 si la u-ésima unidad de tipo $i \in I$ se asigna a la posición t de $\pi(T)$, y vale 0 en caso contrario · Ciclo secuencial de fabricación de la unidad $u_i : i \in I$ en el horizonte T.

$\Im_T$ Funciones de discrepancia de fabricación ajustada a fechas contractuales : $\Im_T = \{\Delta_R(T), \Delta_E(T), \Delta_Q(T)\}$: Discrepancias rectangular $[\Delta_R(T)]$, euclídea $[\Delta_R(T)]$ y cuadrática $[\Delta_Q(T)]$

PRV con ciclos idóneos de fabricación. Formulación

Problema · PRV con ciclos idóneos de fabricación · Formulación:

$$\text{Funciones de discrepancia:}\left\{\begin{array}{ll} 1.\Delta_R(T,i)=\sum_{u_i=1}^{d_i}\left|t_{u_i}-t_{u_i}^*\right| & \Rightarrow \Delta_R(T)=\sum_{i\in I}\sum_{u_i=1}^{d_i}\left|t_{u_i}-t_{u_i}^*\right| \\ 2.\Delta_E(T,i)=\sqrt{\sum_{u_i=1}^{d_i}\left(t_{u_i}-t_{u_i}^*\right)^2} & \Rightarrow \Delta_E(T)=\sum_{i\in I}\sqrt{\sum_{u_i=1}^{d_i}\left(t_{u_i}-t_{u_i}^*\right)^2} \\ 3.\Delta_Q(T,i)=\sum_{u_i=1}^{d_i}\left(t_{u_i}-t_{u_i}^*\right)^2 & \Rightarrow \Delta_Q(T)=\sum_{i\in I}\sum_{u_i=1}^{d_i}\left(t_{u_i}-t_{u_i}^*\right)^2 \end{array}\right\}$$

$$M\_PRV\_T: \qquad \min f\left(f\in\Im_T=\left\{\Delta_R(T),\Delta_E(T),\Delta_Q(T)\right\}\right) \qquad (1)$$

$$\text{s.a}:$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{u_i=1}^{d_i}x_{u_i,t}=1 \qquad \forall t=1,..,T \qquad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{T}t\cdot x_{u_i,t}=t_{u_i} \qquad \forall i\in I,\forall u_i=1,..,d_i \qquad (3)$$

$$x_{u_i,t}\in\{0,1\} \qquad \forall i\in I,\forall u_i=1,..,d_i,\forall t=1,..,T \qquad (4)$$

PRV con ciclos idóneos de fabricación. Resolución

Problema · PRV con ciclos idóneos de fabricación · Resolución:

Función objetivo: Aportación del lanzamiento de la unidad u_i en el ciclo de fabricación t

$$\min f(u_i,t) = (u_i - 1 - \lambda_i(t-1))^2 + (u_i - \lambda_i t)^2 \; \forall i \in I, \forall u_i = 1,..,d_i, \forall t = 1,..,T$$

Resolución: $$\frac{\partial f(u_i,t)}{\partial t} = 0 \Rightarrow 2(u_i - 1 - \lambda_i(t-1))(-\lambda_i) + 2(u_i - \lambda_i t)(-\lambda_i) = 0 \Rightarrow 2u_i - 1 = (2t-1)\lambda_i$$

Ciclo idóneo: $$\hat{t}_{u_i} = \frac{2u_i - 1}{2\lambda_i} + 0.5 = \frac{u_i - 0.5}{\lambda_i} + 0.5 \;\; \forall u_i \Rightarrow t^*_{u_i} = \lceil (u_i - 0.5)/\lambda_i \rceil \; \forall u_i$$

Periodo óptimo: $T_i^* \equiv \hat{t}_{u_i} - \hat{t}_{u_i - 1} \Rightarrow T_i^* = 1/\lambda_i \; \forall i \in I$

Frecuencia óptima: $\nu_i^* \equiv 1/T_i^* \Rightarrow \nu_i^* = \lambda_i \; \forall i \in I$

Procedimiento EDD:

1. Iniciar: Determinar los ciclos óptimos de fabricación: $t^*_{u_i} \; \forall i \in I, \forall u_i = 1,..,d_i$
2. Ordenar no decrecientemente las unidades por ciclos óptimos de fabricación:

   Sea $LC(T) = (j_1, j_2,.., j_T)$ la lista ordenada de unidades, que satisface:

   $(t_j^* \le t_{j'}^*) \Rightarrow pos(j, LC(T)) < pos(j', LC(T))$ con $(j, j') \in \{u_i = 1,.,d_i : i \in I\}$
3. Secuenciar las unidades según el orden de la lista $LC(T)$:

   $\pi(T) = (\pi_1, \pi_2,.., \pi_T) : \pi_t = j_t \; \forall t = 1,..,T$

Ejemplo (6, 6, 1). Resolución. Ciclos idóneos de fabricación

Ejemplo 2 · PRV · Ciclos idóneos de fabricación · Secuencias óptimas (6,6,1): $t^*_{u_i} = \lceil (u_i - 0.5)/\lambda_i \rceil \forall u_i$

Unidad *i_h*	1_1	1_2	1_3	1_4	1_5	1_6	2_1	2_2	2_3	2_4	2_5	2_6	3_1	Total
Instante idóneo	1.58	3.75	5.92	8.08	10.25	12.42	1.58	3.75	5.92	8.08	10.25	12.42	7.00	
Ciclo idóneo	2	4	6	8	10	12	2	4	6	8	10	12	7	
Posición $LC(T)$_1	1	3	5	8	10	12	2	4	6	9	11	13	7	
Coste $\Delta(T,i)$_1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	6
Posición $LC(T)$_2	2	4	6	9	11	13	1	3	5	8	10	12	7	
Coste $\Delta(T,i)$_2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6
Posición $LC(T)$_3	1	3	5	9	11	13	2	4	6	8	10	12	7	
Coste $\Delta(T,i)$_3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	6
Posición $LC(T)$_4	2	4	6	8	10	12	1	3	5	9	11	13	7	
Coste $\Delta(T,i)$_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	6

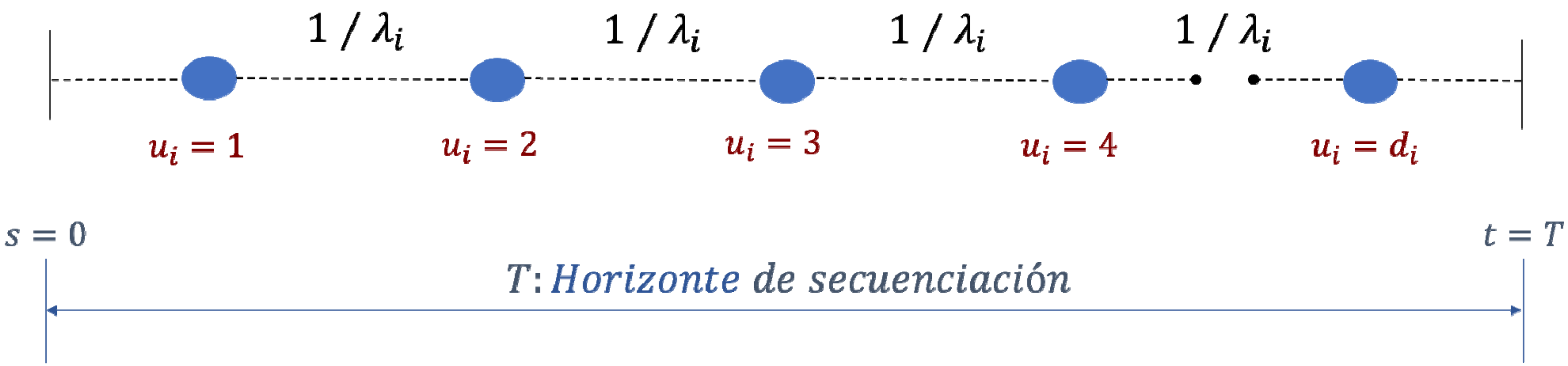
CICLO *t*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
SECUENCIA_1	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1	2
SECUENCIA_2	2	1	2	1	2	1	3	2	1	2	1	2	1
SECUENCIA_3	1	2	1	2	1	2	3	2	1	2	1	2	1
SECUENCIA_4	2	1	2	1	2	1	3	1	2	1	2	1	2

Secuenciación Heijunka por fechas idóneas de fabricación

λ_i : Proporción del producto $i \in I$ en el MIX $\leftrightarrow$ Frecuencia

$$\text{Periodicidad ideal}: \; T_i = \frac{T}{d_i} = \frac{1}{\lambda_i}; \; \nu_i = \frac{d_i}{T} = \lambda_i \quad \forall\, i \in I$$

1	3	5	7	**9**	2	**4**	6	8	1	**9**	7	5	3	8	6	**4**	2	1	2	3	**4**
	t												t'							t''	



Heijunka. Fechas, multiplicadores y sucesión numérica

Nombre	Período T_i	Multiplicador $b(u_i)$: $u_i = 1, \dots, d_i$	Sucesión de multiplicadores
Fechas mínimas	$T/d_i = 1/\lambda_i$	$u_i - 1$	0, 1, 2, 3, …
Fechas armónicas	$T/d_i = 1/\lambda_i$	$u_i(u_i - 1)/(u_i - 0{,}5)$	0, 1,33, 2,40, …
Fechas geométricas	$T/d_i = 1/\lambda_i$	$\sqrt{u_i(u_i - 1)}$	0, 1,41, 2,45, …
Fechas aritméticas	$T/d_i = 1/\lambda_i$	$u_i - 0{,}5$	0,5, 1,5, 2,5, …
Fechas máximas	$T/d_i = 1/\lambda_i$	u_i	1, 2, 3, 4, 5, …

Tabla 41: Método de los Multiplicadores. Métodos con desplazamiento de unidades y período igual a $1/\lambda_i$ (frecuencia: $\nu_i = \lambda_i$). La columna Multiplicador $b(u_i)$ recoge las fórmulas que determinan la sucesión de multiplicadores.

$$f_{u_i} \equiv b(u_i) \times T_i = \frac{b(u_i)}{\nu_i} \quad (u_i = 1, \dots, d_i) \wedge (i \in I) \tag{61}$$

Cumpliendo: $[b(u_i - 1) < b(u_i)] \wedge [u_i - 1 \leq b(u_i) \leq u_i] \; \forall\, i \in I$

Bautista-Valhondo J. (2020) Modelos y herramientas de decisión. DEXTRA Editorial. Capítulo 1.

PM. Mínima Suma de discrepancias entre ciclos reales e ideales

$$\min \Delta_Q(C,\mathcal{F}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{u_i=1}^{d_i} \left(C_{u_i} - f_{u_i}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow \min \Delta_p(C) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{u_i=1}^{d_i} \left|C_{u_i} - f_{u_i}\right|^p \qquad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^{T} t \times x_{u_i,t} = C_{u_i} \quad \forall u_i = 1,..,d_i, \forall i = 1,\dots,m \qquad (2)$$

$$C_{u_i} < C_{(u+1)_i} \quad \forall u_i = 1,..,d_i - 1, \forall i = 1,\dots,m \qquad (3)$$

$$x_{u_i,t} \in \{0,1\} \quad \forall u_i = 1,..,d_i, \forall i = 1,\dots,m \qquad (4)$$

u_i	Número de orden de las unidades de tipo $i \in I$: $u_i = 1,..,d_i$.
f_{u_i}	Fecha de fabricación idónea de la unidad u_i $(i \in I)$
C_{u_i}	Ciclo de fabricación o compleción real de la unidad u_i $(i \in I)$

Ejemplo (6, 5, 1). Secuencias por Fechas Mínimas

t	u_i			$f(u_i)$			u_{i^*}	π_t
Ciclo	*p1*	*p2*	*p3*	*p1*	*p2*	*p3*	i^*	*Sec.*
1	1	1	1	0,0	0,0	0,0	1	*p1*
2	2	1	1	2,0	0,0	0,0	2	*p2*
3	2	2	1	2,0	2,4	0,0	3	*p3*
4	2	2	-	2,0	2,4	-	1	*p1*
5	3	2	-	4,0	2,4	-	2	*p2*
6	3	3	-	4,0	4,8	-	1	*p1*
7	4	3	-	6,0	4,8	-	2	*p2*
8	4	4	-	6,0	7,2	-	1	*p1*
9	5	4	-	8,0	7,2	-	2	*p2*
10	5	5	-	8,0	9,6	-	1	*p1*
11	6	5	-	10,0	9,6	-	2	*p2*
12	6	-	-	10,0	-	-	1	*p1*

Tabla 42: Método de los Multiplicadores adaptado a *Fechas mínimas* (Enfoque 1). Aplicación al Ejemplo 4 con plan de demanda *d=6, 5, 1*. Periodicidad: *T1=2,0; T2=2,4; T3=12,0*.

Ejemplo (6, 5, 1). Secuencias por Fechas Armónicas

t	u_i			$f(u_i)$			u_{i^*}	π_t
Ciclo	*p1*	*p2*	*p3*	*p1*	*p2*	*P3*	i^*	*Sec.*
1	1	1	1	0,0	0,0	0,0	1	*p1*
2	2	1	1	2,7	0,0	0,0	2	*p2*
3	2	2	1	2,7	3,2	0,0	3	*p3*
4	2	2	-	2,7	3,2	-	1	*p1*
5	3	2	-	4,8	3,2	-	2	*p2*
6	3	3	-	4,8	5,8	-	1	*p1*
7	4	3	-	6,9	5,8	-	2	*p2*
8	4	4	-	6,9	8,2	-	1	*p1*
9	5	4	-	8,9	8,2	-	2	*p2*
10	5	5	-	8,9	10,7	-	1	*p1*
11	6	5	-	10,9	10,7	-	2	*p2*
12	6	-	-	10,9	-	-	1	*p1*

Tabla 43: Método de los Multiplicadores adaptado a *Fechas armónicas* (Enfoque 1). Aplicación al Ejemplo 4 con plan de demanda *d=6, 5, 1*. Periodicidad: *T1=2,0; T2=2,4; T3=12,0*.

Ejemplo (6, 5, 1). Secuencias por Fechas Geométricas

t	u_i			$f(u_i)$			u_{i^*}	π_t
Ciclo	*p1*	*p2*	*p3*	*p1*	*p2*	*P3*	i^*	*Sec.*
1	1	1	1	0,0	0,0	0,0	1	*p1*
2	2	1	1	2,8	0,0	0,0	2	*p2*
3	2	2	1	2,8	3,4	0,0	3	*p3*
4	2	2	-	2,8	3,4	-	1	*p1*
5	3	2	-	4,9	3,4	-	2	*p2*
6	3	3	-	4,9	5,9	-	1	*p1*
7	4	3	-	6,9	5,9	-	2	*p2*
8	4	4	-	6,9	8,3	-	1	*p1*
9	5	4	-	8,9	8,3	-	2	*p2*
10	5	5	-	8,9	10,7	-	1	*p1*
11	6	5	-	11,0	10,7	-	2	*p2*
12	6	-	-	11,0	-	-	1	*p1*

Tabla 44: Método de los Multiplicadores adaptado a *Fechas geométricas* (Enfoque 1). Aplicación al Ejemplo 4 con plan de demanda $\vec{d} = (6, 5, 1)$. Periodicidad: $T_1 = 2{,}0;\ T_2 = 2{,}4;\ T_3 = 12{,}0$.

Ejemplo (6, 5, 1). Secuencias por Fechas Aritméticas

t	u_i			$f(u_i)$			u_{i^*}	π_t
Ciclo	*p1*	*p2*	*p3*	*p1*	*p2*	*P3*	i^*	*Sec.*
1	1	1	1	1,0	1,2	6,0	1	*p1*
2	2	1	1	3,0	1,2	6,0	2	*p2*
3	2	2	1	3,0	3,6	6,0	1	*p1*
4	3	2	1	5,0	3,6	6,0	2	*p2*
5	3	3	1	5,0	6,0	6,0	1	*p1*
6	4	3	1	7,0	6,0	6,0	2	*p2*
7	4	4	1	7,0	8,4	6,0	3	*p3*
8	4	4	-	7,0	8,4	-	1	*p1*
9	5	4	-	9,0	8,4	-	2	*p2*
10	5	5	-	9,0	10,8	-	1	*p1*
11	6	5	-	11,0	10,8	-	2	*p2*
12	6	-	-	11,0	-	-	1	*p1*

Tabla 45: Método de los Multiplicadores adaptado a *Fechas aritméticas* (Enfoque 1). Aplicación al Ejemplo 4 con plan de demanda $\vec{d} = (6, 5, 1)$. Periodicidad: $T_1 = 2{,}0$; $T_2 = 2{,}4$; $T_3 = 12{,}0$.

Ejemplo (6, 5, 1). Secuencias por Fechas Máximas

t	u_i			$f(u_i)$			u_{i^*}	π_t
Ciclo	*p1*	*p2*	*p3*	*p1*	*p2*	*P3*	i^*	*Sec.*
1	1	1	1	2,0	2,4	12,0	1	*p1*
2	2	1	1	4,0	2,4	12,0	2	*p2*
3	2	2	1	4,0	4,8	12,0	1	*p1*
4	3	2	1	6,0	4,8	12,0	2	*p2*
5	3	3	1	6,0	7,2	12,0	1	*p1*
6	4	3	1	8,0	7,2	12,0	2	*p2*
7	4	4	1	8,0	9,6	12,0	1	*p1*
8	5	4	1	10,0	9,6	12,0	2	*p2*
9	5	5	1	10,0	12,0	12,0	1	*p1*
10	6	5	1	12,0	12,0	12,0	1	*p1*
11	-	5	1	-	12,0	12,0	2	*p2*
12	-	-	1	-	-	12,0	3	*p3*

Método de los Multiplicadores adaptado a *Fechas máximas* (Enfoque 1). Aplicación al Ejemplo 4 con plan de demanda $\vec{d} = (6, 5, 1)$. Periodicidad: $T_1 = 2{,}0;\ T_2 = 2{,}4;\ T_3 = 12{,}0$.

Propiedades

Método	Cuota	Homogeneidad	Monotonía
Restos mayores	Verifica	Verifica	No verifica
Restos mayores^{M}	Cercano	Verifica	Verifica
Fechas mínimas	Superior	Verifica	Verifica
Fechas armónicas	No verifica	Verifica	Verifica
Fechas geométricas	No verifica	Verifica	Verifica
Fechas aritméticas	Cercano	Verifica	Verifica
Fechas máximas	Inferior	Verifica	Verifica

Tabla 55: Verificación de los Axiomas 1-3 (Cuota, Homogeneidad y Monotonía creciente de la producción) por parte de diversos métodos de secuenciación regular de la producción

Analogía Política-Industria

POLÍTICA	PRODUCCIÓN JIT
Partido	Tipo de producto
Escaño	Ciclo de producción
Votos	Demandas
Cámara	Capacidad
Cuota de poder	Producción ideal
Entrada a escaño	Ciclo ideal producción

MÉTODOS DIVISORES	MÉTODOS MULTIPLICADORES	SERIE
John Q. Adams (1832)	Fechas mínimas	0, 1, 2, 3, …
James Dean (1832)	Fechas armónicas	0, 1.33, 2.40, …
Joseph A. Hill (1911)	Fechas geométricas	0, 1.41, 2.45, …
Daniel Webster (1832)	Fechas aritméticas	0.5, 1.5, 2.5, …
Thomas Jefferson (1794)	Fechas máximas	1, 2, 3, 4, 5, …

Alexander Hamilton (1792)	Producción Cuota	Paradoja de Alabama